

2/4
G6i MR-GM
16

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

AVEC LA PARTICIPATION DES COMITÉS FRANÇAIS DE
MÉCANIQUE DES SOLS
MÉCANIQUE DES ROCHES
GÉOLOGIE DE L'INGÉNIEUR

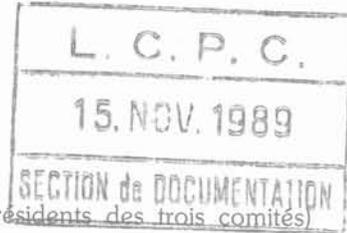
N° 49

135 F

4^e TRIMESTRE 1989

Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE



Directeur de la Publication : P. Habib

Président du Comité de Direction : J. Lagardère

Comité de Direction : J. Salençon — V. Maury — R. Struillou (Présidents des trois comités)

Comité de Rédaction :

E. Absi — P. Antoine — F. Bonnechère — Prof. Descœudres — P. Duffaut — J. Kérisel —
P. La Rochelle — P. Londe — L. Parez — F. Schlosser

Commission paritaire n° 60855

ISSN 0181 — 0529

Revue trimestrielle

Abonnement 1989 (numéros 46 à 49) franco 470 F

Prix au numéro franco : 135 F
(valable également pour les numéros anciens)

Sommaires des numéros anciens sur demande.

La revue est expédiée par avion dans les D.O.M.-T.O.M. et à l'étranger.

Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
28, rue des Saints-Pères, 75007 Paris - Tél. : 42.60.34.13

Publicité : OFERSOP
8, bd Montmartre, 75009 Paris - Tél. : 48.24.93.39

Les articles publiés dans cette revue n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs.
Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

DE NOUVELLES TECHNIQUES POUR DE NOUVELLES RICHESSES



Compagnie Générale de Géophysique
1, rue Léon Migaux - 91341 Massy Cedex
Tél. : 64.47.30.00 - Téléx : 602 442 F

CGG :
toutes les méthodes
géophysiques
appliquées à
l'exploration pétrolière
et minière dans le
monde entier



SOCIÉTÉ ALPINE DE GÉOTECHNIQUE

2, rue de la Condamine
38610 GIERES - B.P. 17
Tél. : 76.44.75.72 - Fax : 76.63.01.37

**ÉTUDE DES RISQUES NATURELS
ET DES FONDATIONS**

- *Glissements de terrains :*
Étude de stabilisation et surveillance
- *Coulées boueuses :*
Étude, prévision et prévention
- *Éboulements, chutes de pierres :*
Prévision, trajectographies, protections
- *Terrassements, stabilité des pentes :*
Études d'avant-projets
- *Études géologiques, hydrogéologiques,*
géotechniques, géophysiques.

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

N° 49
OCTOBRE 1989

sommaire

L'effet d'échelle en mécanique des roches, recherche de dimensions caractéristiques P. Morlier, K. Amokrane, J.M. Duchamps	5
L'effet d'échelle dans les structures en béton J. Mazars	15
Structures des réseaux poreux et propriétés pétrophysiques des roches Ch. Jacquin	25
Quelques remarques sur les méthodes d'homogénéisation J.L. Auriault, D. Caillerie	43
Frottement latéral des pieux dans les sables carbonatés P. Le Tirant, J.F. Nauroy, F. Brucy, H. Barthélémy, J.P. Kervadec	51
Comportement tridimensionnel des sables : comparaison d'essais véritablement triaxiaux et d'essais sur cylindre creux J. Lanier, Z. Zitouni, A. Saada, P. Puccini, G. Bianchini	67

BRGM

Ingénierie Géotechnique



BRGM

BP 6009 - 45060 ORLEANS CEDEX 2 - FRANCE

TEL. (33) 38.64.37.20

TELECOPIEUR : 38 64.36.43

l'effet d'échelle en mécanique des roches recherche de dimensions caractéristiques

scale effect in rock mechanics
research of characteristical sizes

P. MORLIER, K. AMOKRANE, J.M. DUCHAMPS
Laboratoire de Génie Civil, Université de Bordeaux I*
UA 867 du CNRS
GRECO Rhéologie des Géomatériaux

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 5-13 (octobre 1989)

Résumé

Aborder l'effet d'échelle en mécanique des roches est difficile par la bibliographie, ingrat par l'expérience.

Divers éclairages théoriques peuvent néanmoins aider à la compréhension de cet effet.

L'essentiel de ce texte est consacré à la définition des dimensions caractéristiques d'un massif rocheux, des exemples prenant principalement comme source des données de diagraphies de forage.

Abstract

Tackling the scale effect problem in rock mechanics is difficult and rather inproductive (litterature, experiment, ...). However different theoretical lightnings may help to understand this effect.

The essential part of this paper is devoted to the definition of characteristic dimensions of a rock mass; the given examples have their sources in data from drilling parameters logs.

* 351, cours de la Libération, 33405 Talence Cedex.

L'effet d'échelle (influence de la taille de l'échantillon sur la mesure d'une grandeur supposée intrinsèque) dans les matériaux pose une interrogation permanente à l'ingénieur habitué à utiliser les règles de similitude; cette interrogation se pose davantage pour les matériaux naturels, habités d'imperfections de différentes dimensions, que pour les matériaux artificiels qui sont réputés plus homogènes dans leur utilisation: le problème est bien posé, par exemple, dans la plupart des règlements de construction bois (projet Eurocode 5) où l'effet d'échelle est pris en charge explicitement par une approche de type WEIBULL. En géotechnique, par contre, on se pose constamment les questions suivantes:

Quelles constantes mécaniques doit-on prendre dans un projet sachant que le volume en jeu est plus ou moins grand, différent en tout cas des volumes mis en jeu par les investigations précédant le projet?

Comment peut-on extrapoler à grande échelle les lois rhéologiques obtenues sur éprouvettes (résistances, modules, fluage)?

En filigrane, des questions secondaires se présentent:

Quelle est la validité des méthodes de reconnaissance géotechnique, nécessairement locales?

Comment peut-on enrichir cette reconnaissance avec des données, du type géophysique ou même topographique, donnant une idée de la structure, en plan ou en volume, du terrain?

Qu'apporte en géotechnique la théorie de l'homogénéisation, dont on sait qu'elle permet de passer d'une échelle à l'autre, quels sont ses avantages, ses limites?

Dans la série d'exposés organisée le 6 octobre 1988 par le Comité Français de Mécanique des Roches, nous n'avons pas nécessairement répondu à ces questions mais essayé de donner des éclairages, de proposer des réflexions qui feront progresser les idées dans le domaine.

Les échelles d'observation en géomécanique sont très étendues puisqu'on peut passer du MEB (microscopie électronique à balayage) au satellite en passant par les lames minces, les échantillons, les parois des ouvrages, la topographie, ... (soit de 10^{-8} à 10^6 m environ); pour la caractérisation acoustique on va des ultrasons de laboratoire à la sismique en passant par la sonde acoustique, la diaggraphie entre trous, la petite sismique, la géophysique, ... (soit de 10^6 à 1 Hz environ pour les fréquences, de quelques millimètres à quelques kilomètres environ pour les longueurs d'onde).

On est persuadé depuis longtemps qu'il existe dans les massifs rocheux des structures à diverses échelles emboîtées les unes dans les autres (structures gigognes): J. SERRA (1968) par exemple nous donne le vertige en décrivant savamment le massif lorrain de l'échelle pétrographique (quelques microns) à l'échelle hyperminière (quelques dizaines de km), passant par différentes échelles caractéristiques de la structure (200 μ , 2 cm, 2 m, 300 m, 3 km, 15 km), par la technique du variogramme que nous décrirons plus

loin; d'après cet auteur «il est bien connu en géologie que les niveaux d'hétérogénéité croissent en progression géométrique».

1. D'UNE ÉCHELLE A L'AUTRE

Essayons ici d'être plus modeste et intéressons-nous au passage de la dimension de l'échantillon de laboratoire à la dimension de l'ouvrage de géotechnique: si, en fonction du logarithme de l'échelle d'investigation, on porte une grandeur rhéologique pertinente (résistance ou raideur), on obtient le schéma de principe de la figure 1 qui met en évidence les structures gigognes, lesquelles peuvent s'emboîter davantage au point de rendre la représentation confuse; d'une échelle à l'autre, l'évolution peut s'interpréter en deux mots clés: *dispersion des résultats, effet d'échelle* (décroissance, en moyenne, de la grandeur mesurée).

Parcourons de gauche à droite le schéma, d'une échelle a à une échelle a': pour le niveau a, il y a apparition à l'échelle de mesure de nouvelles hétérogénéités (ou fluctuations, moins marquées) qui n'altèrent pas la santé des échantillons; au début l'échantillon a du mal à être représentatif et l'on note une forte dispersion, laquelle s'atténue sur la zone A, dont l'étendue vaut quelques multiples de la dimension a; le milieu devient homogénéisable sur la zone B car l'échantillon est grand par rapport aux imperfections, il en résulte une assez faible variabilité des propriétés et un effet d'échelle type WEIBULL.

Le passage de la zone précédant a à la zone B est assez bien décrit, sur le plan philosophique, par la théorie de la *percolation* (STAUFFER, 1985): passage d'un milieu statistiquement homogène à un autre par l'introduction progressive d'hétérogénéités nouvelles, existence d'un seuil marqué de percolation.

On remarque que le niveau a (ou a') a une bonne représentation physique s'il s'agit par exemple de la taille d'un grain ou d'un bloc nettement individualisable mais sera plus difficile à négocier si les hétérogénéités sont moins nettes (fluctuations) comme c'est généralement le cas: on l'appellera alors dimension caractéristique de la structure; on remarquera également que la règle: taille de A \geq à 10 a, est généralement suivie dans les normes d'essais de matériaux et correspond à une réalité.

Les dimensions caractéristiques portent parfois des noms classiques et ont une influence prépondérante sur les propriétés mécaniques des matériaux: c'est le cas des D_{10} et D_{60} et des lois de HAZEN en mécanique des sols; c'est le cas du diamètre moyen des grains d en mécanique des roches et de la loi de PETCH (la résistance en traction est fonction linéaire de \sqrt{d}); c'est le cas de la dimension de la zone plastique ou de la dimension de la zone endommagée en fond de fissure (exposé de J. MAZARS).

Elles ont parfois des traductions physiques élémentaires comme sur la figure 2 où l'on a représenté l'atténuation des ondes acoustiques dans une roche fissurée

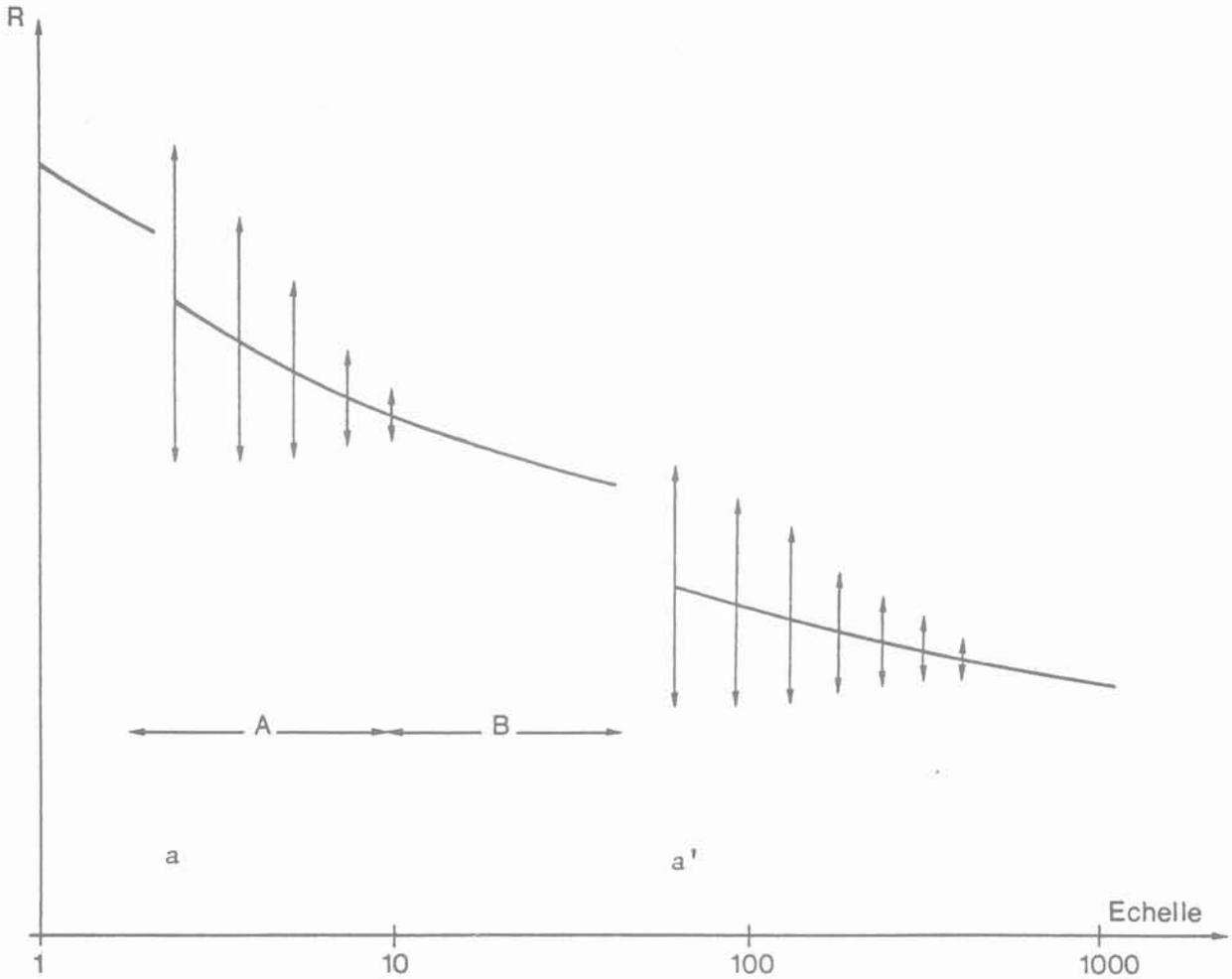


Fig. 1. — D'une échelle à l'autre (schéma de principe).
 Fig. 1. — From one scale to another (schematic representation).

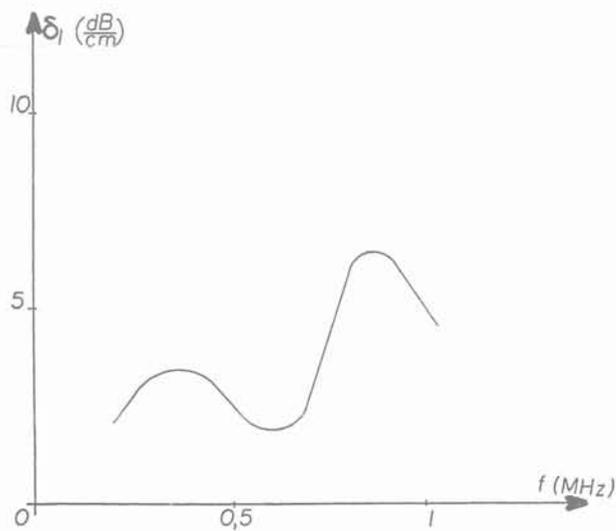


Fig. 2. — Atténuation des ondes acoustiques dans une roche sèche en fonction de la fréquence.
 Fig. 2. — Attenuation of acoustical waves (versus frequency) in a dry rock.

sèche à la pression atmosphérique : chaque pic correspond à la mise en résonance des grains ou amas de grains caractéristiques de la roche.

1.1. Un exemple concernant la réduction de la dispersion avec l'échelle de mesure (zone A de la figure 1) est donné sur la figure 3 : on considère un multicouche formé de N alternances de deux matériaux homogènes différents dont les épaisseurs sont tirées au sort à l'intérieur d'une gamme définie pour chaque matériau ; on calcule, d'après les règles simples de la RDM, la raideur de poutres carrées fléchies radialement ou tangentiellement et constituées au moins de trois alternances. Le module équivalent de ces poutres est borné par les modules E_1 et E_2 des deux constituants et tend, avec un nombre d'alternances supérieur à 10, vers le module homogénéisé ; on notera la forte anisotropie de la réduction de la dispersion ; on notera également qu'il n'y a pas ici d'effet d'échelle à proprement parler puisqu'avec nos hypothèses les matériaux de base ont un module bien

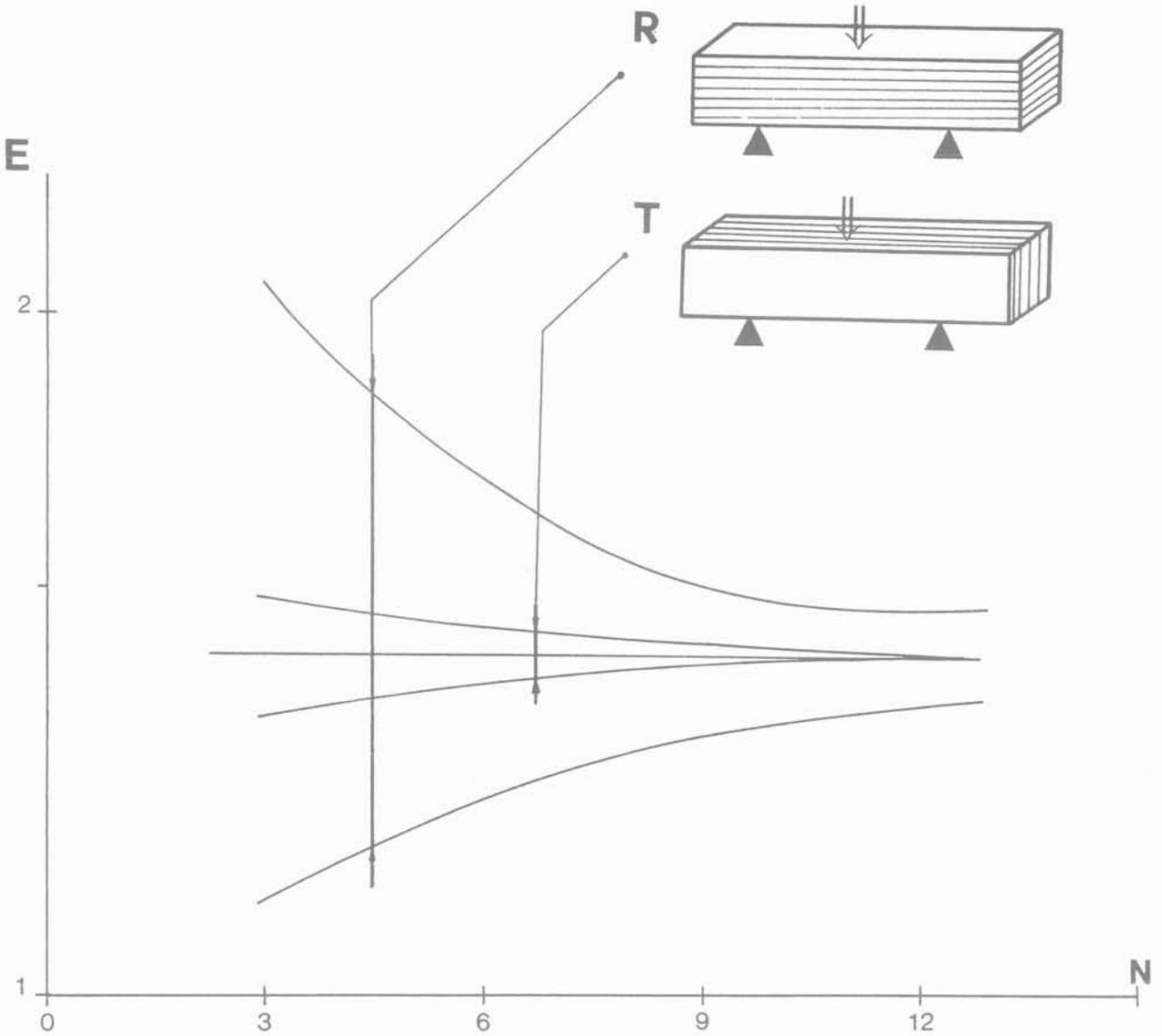


Fig. 3. — Dispersion de la raideur d'une poutre formée de deux matériaux (N: nombre d'alternances).
 Fig. 3. — Dispersion concerning stiffness of a two materials composed beam (N: number of alternative layers).

défini: une poutre, dans une orientation, de côté d comportant N alternances de couches aura le même module équivalent moyen, et la même dispersion, qu'une poutre, de même orientation, de côté λ d comportant aussi N alternances de couches si les gammes d'épaisseur sont multipliées par λ. Pour faire apparaître un effet d'échelle, il faudrait doter chaque matériau d'une variabilité de module.

1.2. La théorie de WEIBULL (1951), elle, prend en charge la variabilité interne du matériau; elle permet de décrire la probabilité de rupture d'une pièce de matériau fragile dont une partie au moins est tendue: la probabilité de rupture d'un volume V du matériau soumis à une traction σ uniforme est:

$$F(\sigma) = 1 - \exp \left[- \frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{m} \right)^k \right] \text{ si } \sigma > \sigma_0$$

$$F(\sigma) = 0 \text{ si } \sigma < \sigma_0$$

où :

$\left(\frac{\sigma - \sigma_0}{m} \right)^k$ est le risque de rupture pour un volume élémentaire,

- avec V_0 : volume de référence,
- m : contrainte de référence,
- σ_0 : paramètre de position,
- k : paramètre d'échelle.

Le milieu est supposé homogénéisé: la pièce est une collection d'échantillons élémentaires ayant le même risque de rupture, le « maillon le plus fragile » détermine la résistance de la pièce.

La théorie de WEIBULL n'a été appliquée, avec un succès indéniable, qu'à la résistance des matériaux fragiles (céramique, bétons, bois, ...).

Elle offre l'avantage des propriétés suivantes, remarquables, si $\sigma_0 = 0$ et si l'on est en traction uniforme:

— le coefficient de variation est indépendant du volume de la pièce et ne dépend que de k :

$$CV = \frac{[\Gamma(1 + 2/k) - \Gamma_2(1 + 1/k)]}{\Gamma(1 + k)}$$

(Γ : fonction eulérienne) ;

— à une fractile quelconque q, la résistance est fonction du volume selon :

$$\sigma_1(q) / \sigma_2(q) = (V_2 / v_1)^{1/k}$$

l'effet d'échelle ne dépend également que de k.

BERNAIX (1966), dans son étude sur la roche de Malpasset, a montré que, pour des échantillons de laboratoire — diamètre 10 à 60 mm — sollicités en compression, les distributions ont quelques propriétés weibulliennes (fig. 4a et 4b), et qu'en particulier la dispersion des résultats et l'intensité de l'effet d'échelle varient dans le même sens, et dans le même sens que l'intensité de la microfissuration (HABIB, 1973).

Des études contemporaines à celle de BERNAIX ont contribué à mieux connaître l'effet d'échelle en mécanique des roches, toujours sur de petits échantillons (DUFFAUT, 1967; HOUPERT et TISOT, 1969).

2. RECHERCHE DE DIMENSIONS CARACTÉRISTIQUES DANS LES ROCHES A L'AIDE DE DIAGRAPHIES DE FORAGE

Notre laboratoire travaille depuis quelques années sur les diagraphies dites instantanées (c'est-à-dire l'enregistrement des paramètres de forage), en particulier avec la société Solétanche; il nous a vite semblé que ces diagraphies, détaillées, devaient contribuer, couplées à des méthodes d'analyse statistique, à la connaissance structurale des massifs rocheux.

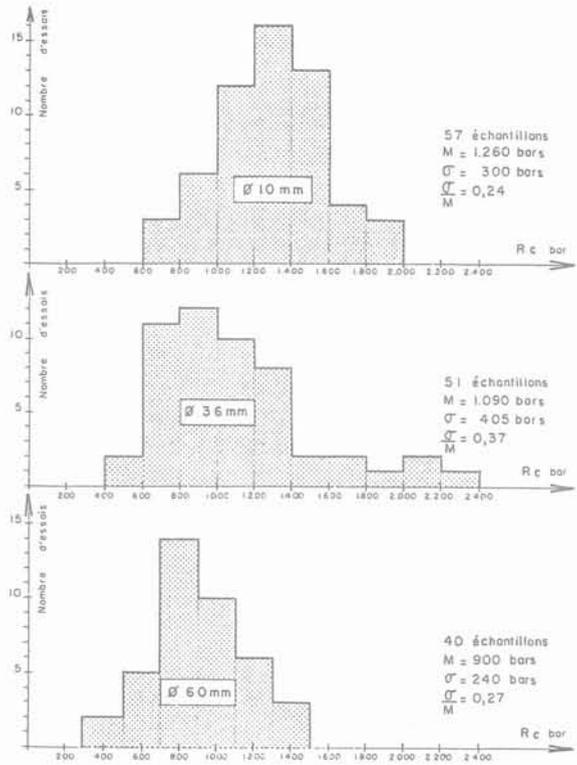
2.1. Les diagraphies de forage

Sur une foreuse instrumentée on mesure, en même temps, quelques-uns des paramètres suivants :

- Po: poussée sur l'outil (celle-ci étant effectuée par un vérin double effet, il existe deux prises de mesure, la poussée et la retenue)
- C: couple sur l'outil
- Pi: pression du fluide de perforation
- Va: vitesse d'avance de l'outil (vitesse dite instantanée ou mesure du temps nécessaire pour forer 5 mm)
- ω : vitesse de rotation de l'outil
- Vib: vibration réfléchiée dans le cas de forages percussifs.

Les mesures sont effectuées tous les 5 mm, enregistrées et donnent lieu à des diagraphies (fig. 5); tous les auteurs sont persuadés que les mesures mécaniques représentent la qualité des quelques millimètres de terrain situés juste sous l'outil.

La vitesse d'avance Va est la plus caractéristique de la dureté des terrains et est toujours donnée, avec Po et Pi; les enregistrements complets sont assez rares.



CALCAIRE JURASSIQUE FISSURE_EFFET D'ECHELLE

Fig. 4a. — Histogrammes des résistances d'échantillons de roche de différents diamètres (d'après J. BERNAIX).

Fig. 4a. — Strength histograms for different size of rock samples (after J. BERNAIX).

Roche	Fissuration	Coefficient de variation	Intensité de l'effet d'échelle	
			R ϕ 80	R ϕ 60
MALPASSET Rive gauche	Microfissurations, microfractionation, macrofractionation très intenses	0,37	2,9	
MALPASSET Rive droite	Microfissuration, microfractionation et macrofractionation intenses	0,30	1,9	
Calcaire Jurassique fissuré	Microfissuration très faible, macrofractionation nette et intense	0,25	1,40	
Gneiss à biotite et muscovite	Microfissuration moyennement intense	0,22	1,25	
Calcaire de St-VAAST	Inexistante	0,05	1	

Fig. 4b. — Pour différentes roches, coefficient de variation et mesure de l'effet d'échelle (d'après J. BERNAIX).

Fig. 4b. — Variation coefficients and ratios measuring the scale effect (after J. BERNAIX).

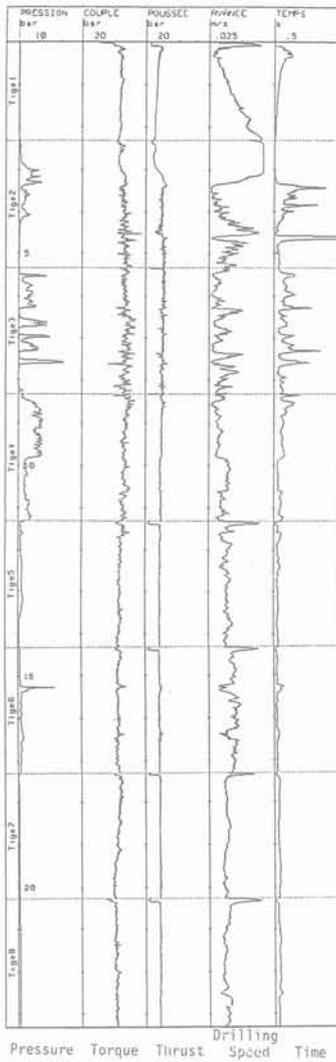


Fig. 5. — Exemple de diagraphies de forage.
Fig. 5. — One example of drilling parameters log.

Une première phase des études, menée sur des terrains naturels ou artificiels (béton, mortiers) homogènes, nous a permis (GIRARD, MORLIER, 1987) de donner une interprétation mécanique de ces enregistrements; on a par exemple montré que la résistance en compression des matériaux forés est proportionnelle à la quantité $\frac{P_o \omega}{V_a D}$ où D est le diamètre du

forage; l'intérêt de cette formule est qu'elle utilise les grandeurs toujours mesurées, P_o et V_a , alors que la vitesse de rotation est, par la constitution des machines, assez constante (fig. 5). Notons que SOMERTON avait posé en 1970 la définition d'une résistance au forage S_d selon la formule:

$$\frac{V_a}{\omega D} \text{ proportionnel à } \left(\frac{P_o}{D^2 S_d} \right)^2$$

Les diagraphies obtenues sont très « agitées », dénotant ainsi les fluctuations verticales des propriétés mécaniques des terrains; il nous a fallu utiliser des outils statistiques, classiques ou non, pour les interpréter en terme de dimension caractéristique.

2.2. Fonction d'autocorrélation

Désignons par la fonction $d(z)$, échantillonnée à un pas constant ou non, la variation d'une caractéristique du sol (c'est-à-dire une diagraphie). Si l'on compare cette fonction $d(z)$ avec elle-même décalée de h , on peut utiliser le coefficient de corrélation linéaire:

$$A(h) = \frac{\text{Cov} [d(z), d(z+h)]}{\sigma(z) \sigma(z+h)}$$

$A(h)$ est compris entre - 1 et 1 et $A(0)$ est égal à l'unité; les traités classiques d'analyse du signal nous présentent une bibliothèque de signaux types avec leurs fonctions d'autocorrélation.

Puisque nous nous intéressons aux fluctuations de la diagraphie, il est préférable de la débarrasser de sa composante déterministe, la dérive; pour nous elle est le plus souvent supposée constante par banc; il reste alors à déterminer la distance d'autocorrélation DA qui est la valeur de h au-delà de laquelle on peut considérer des valeurs comme non corrélées: $A(DA) = 0$.

La figure 6 représente les fonctions d'autocorrélation pour deux diagraphies du même site: le couple C et la vitesse d'avance V_a ; on voit une grande analogie

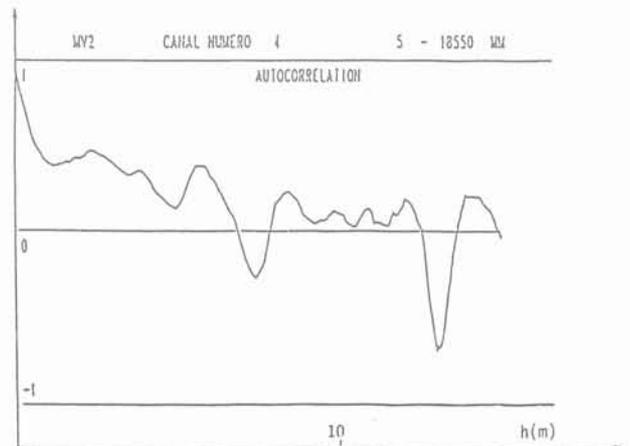
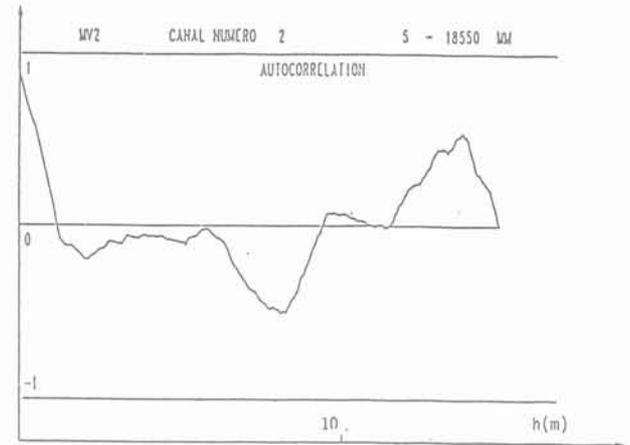


Fig. 6. — Fonction d'autocorrélation pour le couple (en haut) et la vitesse d'avance (en bas) (d'après K. AMOKRANE).
Fig. 6. — Autocorrelation functions for the torque (upper part) and the drilling speed (lower part) (after K. AMOKRANE).

entre les deux fonctions, en particulier pour les petites valeurs de h , ainsi que l'imbrication de plusieurs structures :

— le départ rapide de la fonction d'autocorrélation (zone α) laisse à penser qu'il existe un niveau structural de l'ordre de 5 mm (c'est l'analogie de l'effet de pépité du variogramme) ;

— la première partie de cette fonction suivie d'un palier avec $A = 0$ pour le couple donne une première distance caractéristique DA_1 de l'ordre de 1,2 m ;

— le palier nul, de la fonction concernant la vitesse d'avance (zone β) donnerait une deuxième distance caractéristique de l'ordre de 6 m.

2.3. Le variogramme est un outil de la géostatistique de MATHERON (voir SERRA, 1968) ; il se définit comme :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [d(z_i + h) - d(z_i)]^2$$

L'étude du graphe $\gamma(h)$ est particulièrement intéressante car elle donne une description synthétique de la structure étudiée ; il existe pour cela une bibliothèque de variogrammes modèles ; on examinera d'ailleurs plus précisément le comportement du graphe au voisinage de l'origine (effet de pépité par exemple) et à l'infini (grandes valeurs de h) : le variogramme peut se stabiliser à une valeur de palier, la distance à laquelle ce palier est atteint est appelée portée, distance séparant deux points au-delà de laquelle les deux points sont en moyenne le plus différents possible.

La figure 7 présente un des avantages du variogramme : la courbe la plus détaillée a été tracée avec un pas h de 5 mm, l'autre courbe avec un pas h de 10 cm (valeurs de $d(z)$ moyennées sur 10 cm) ; ce filtrage fait disparaître un premier niveau structural

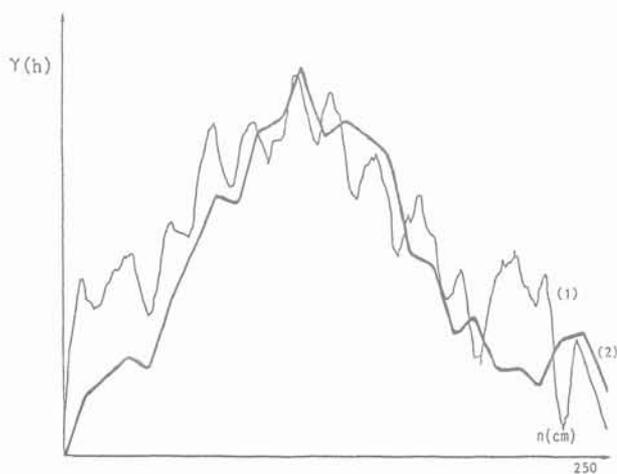


Fig. 7. — Variogramme : 1. pas de 5 mm, 2. pas de 10 cm (d'après J.M. DUCHAMPS).

Fig. 7. — Variogramme : 1. 5 mm step, 2. 10 cm step (after J.M. DUCHAMPS).

périodique (période de 12 cm) et révèle un autre niveau de période beaucoup plus important.

Ces deux premiers outils, fonction d'autocorrélation et variogramme, ne sont pas indépendants (AMOKRANE, 1988 ; DUCHAMPS, 1988) : moyennant quelques hypothèses sur le caractère aléatoire des données, il est facile de montrer (et de vérifier par les graphes) que $\gamma(h)$ est proportionnel à $[1-A(h)]$; il en résulte que la portée du variogramme et la distance DA d'autocorrélation sont les mêmes ; par contre il est enrichissant de conjuguer les fondements scientifiques des deux approches.

2.4. L'entropie de la diagraphie (DUCHAMPS, 1988)

Ce nom savant cache une manière originale de caractériser l'agitation d'une diagraphie : c'est la longueur du graphe $d(z)$ ou, pour simplifier, le nouveau graphe :

$$L(z) = \sum_{z_0}^z |d(z_{i+1}) - d(z_i)|$$

Dans la plupart des cas, comme sur la figure 8, l'agitation varie en fonction de la nature des couches traversées et le graphe $L(z)$ aura l'allure, régulièrement croissante, d'une suite de paliers de pentes $P = \frac{dL(z)}{dz}$

plus ou moins grandes (plus la diagraphie est chaotique, plus cette pente est élevée).

Si, par palier, nous calculons la moyenne d et l'écart type σ des valeurs du paramètre, le rapport

$$\langle DE \rangle = \frac{\sigma}{P} \text{ a la dimension d'une longueur ;}$$

nous pouvons vérifier que ce rapport est caractéristique des terrains traversés, il se retrouve par exemple d'un forage à l'autre, et qu'il est très bien corrélé avec la distance d'autocorrélation ou la portée du variogramme : sur la figure 9 nous avons ajusté un coefficient α de façon que $\alpha \langle DE \rangle$ corresponde en moyenne à DA et l'on appelle donc Distance Caractéristique DC la grandeur :

$$DC = \alpha \frac{\sigma}{P} \text{ avec } \alpha \text{ voisin de } 4.$$

Il est remarquable que si nous appliquons cette technique à un signal sinusoïdal finement échantillonné la longueur d'onde du signal vaut :

$$\lambda = \alpha \frac{\sigma}{P} \text{ avec } \alpha = 5,5, \text{ très proche de sa valeur précédente.}$$

CONCLUSION

Ce texte avait pour objectif d'ouvrir une série d'exposés sur l'effet d'échelle en mécanique des roches ; d'autres éclairages (géométrie fractale, percolation, ...) amélioreraient notre présentation de ces structures gigognes que nous avons voulu mettre en évidence

et pour lesquelles une illustration simple a pu être trouvée dans cette opération quotidienne qu'est la diagraphie de forage.

BIBLIOGRAPHIE

- AMOKRANE K. (1988), Thèse n° 183, Université de Bordeaux I, *Contribution à l'analyse statistique des diagraphies instantanées en génie civil.*
- BERNAIX J. (1966), *Etude géotechnique de la roche de Malpasset.* Dunod.

- BROWN E.T. (1971), *Strength-size effects in rock material.* Symposium Soc. Internat. Mécanique des Roches, Com. II.11, Nancy.
- DUCHAMPS J.M. (1988), Thèse n° 273, Université de Bordeaux I, *Apport des diagraphies statistiques pour l'exploitation des diagraphies instantanées.*
- DUFFAUT P. (1967), *Effet d'échelle dans l'écrasement de blocs de forme irrégulière.* Colloque sur la Fissuration des Roches, Paris.
- GIRARD H., MORLIER P. (1987), Annales ITBTP n° 454, *Exploitation des paramètres de forage en génie civil.*

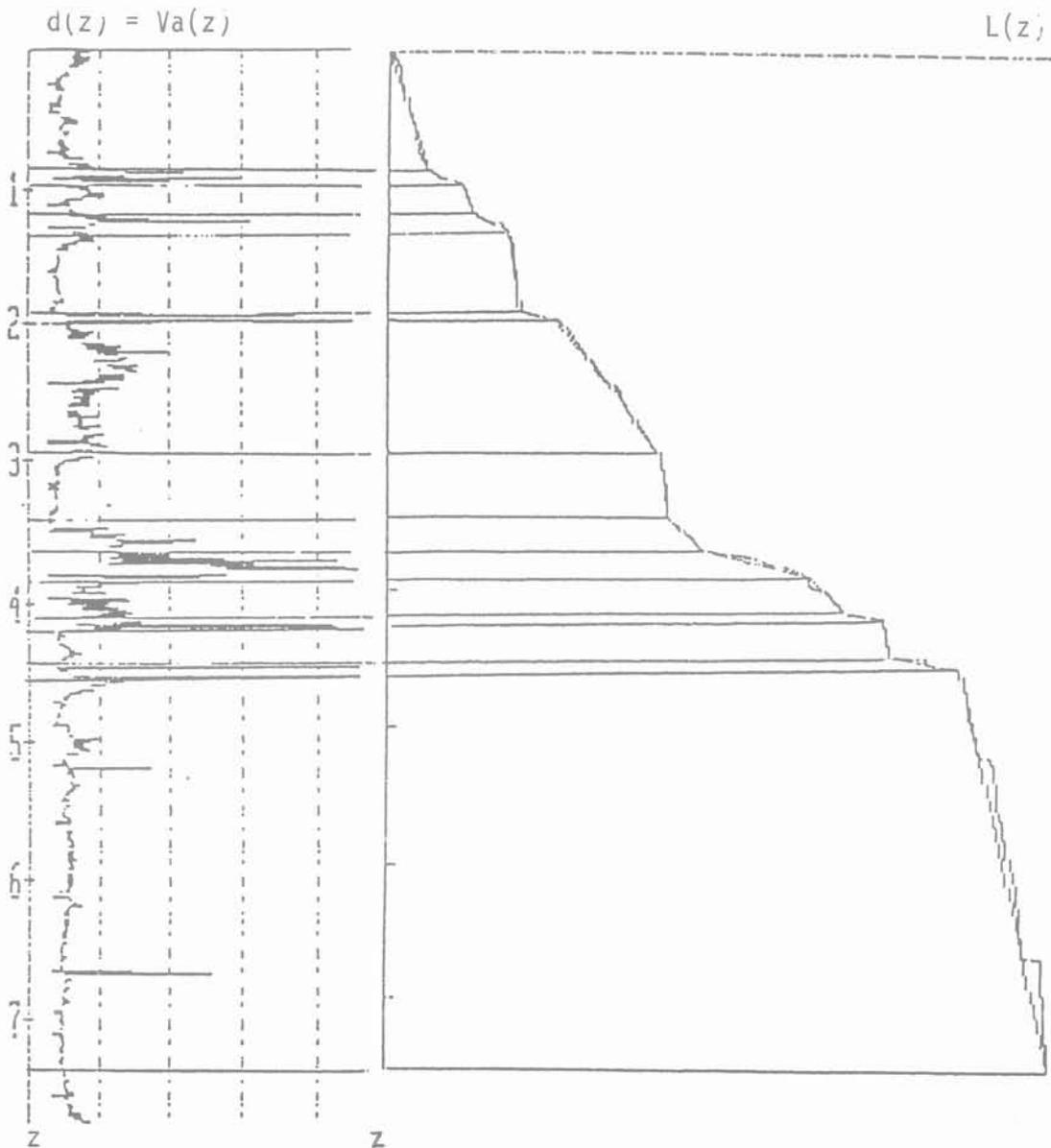


Fig. 8. — Transformation d'une diagraphie en diagramme d'entropie.
Fig. 8. — Conversion of a log to an entropy diagramm.

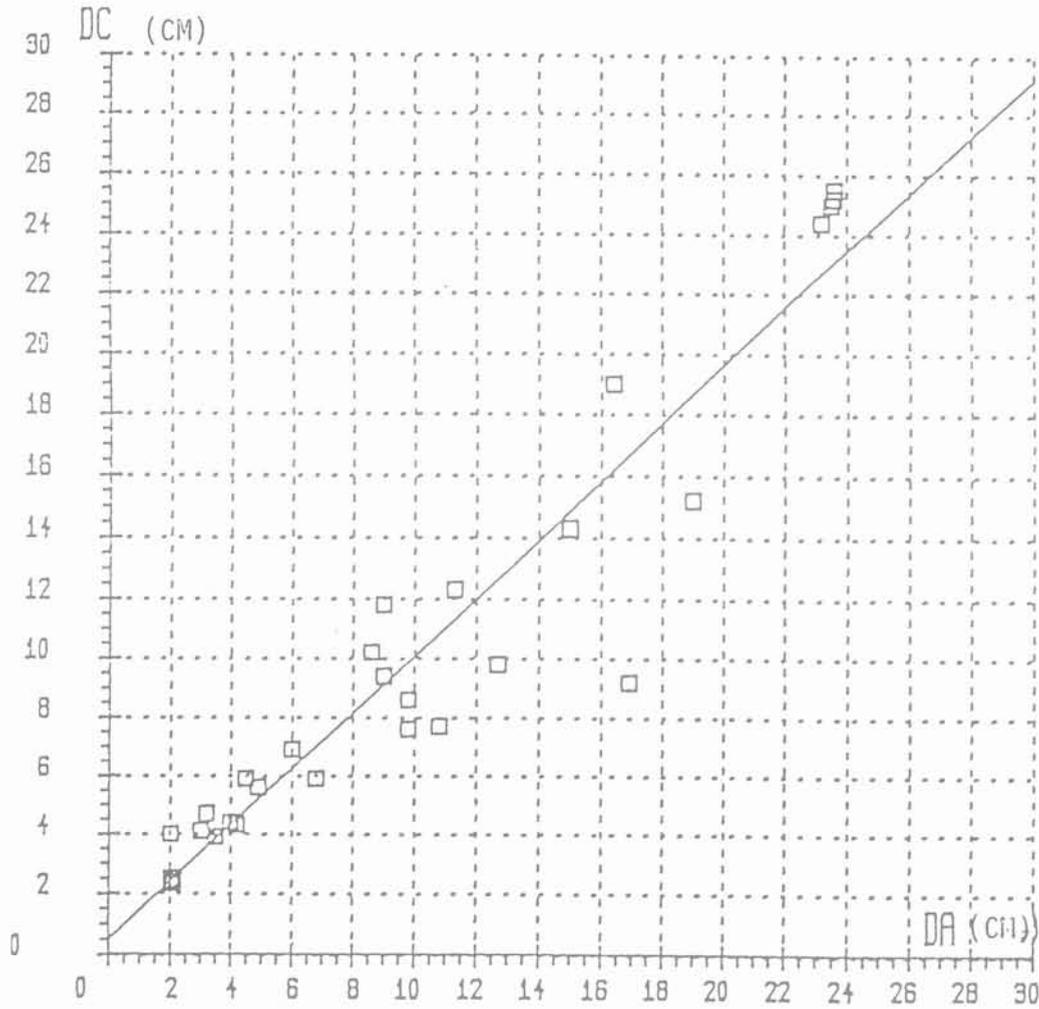


Fig. 9. — Relation entre la distance d'autocorrélation DA et la dimension caractéristique DC issue de l'entropie.
 Fig. 9. — Relation between autocorrelation distance DA and characteristic dimension from entropy technique DC.

HABIB P. (1973), *Précis de Géotechnique*, p. 118, Dunod, Paris.

HOUPERT R., TISOT J.P. (1969), *Effet d'échelle et dispersion des contraintes de rupture en compression simple dans le cas d'un granite*. 2^e Colloque sur la fissuration des roches, Paris.

MAGNAN J.P. (1982), *Les méthodes statistiques et probabilistes en mécanique des sols*. Presses de l'ENPC.

SERRA J. (1968), *Mineralium Deposita*, 3, pp. 135-154, *Les structures gigognes: morpho-*

logie mathématique et interprétations métallogéniques.

STAUFFER D. (1985), *Introduction to percolation theory*. Taylor & Francis.

VALENTIN G., LE NAOUR F., MORLIER P. (1988), *Colloque Scientifique sur le Comportement mécanique du bois*, Bordeaux, *Orthotropie du bois en flexion*.

WEIBULL W. (1951), *A statistical distribution function of wide applicability*. *Jour. Applied Mechanics*, V. 18, 3, pp. 293-297.

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES FORMATION CONTINUE

Sessions de formation Géotechnique, matériaux, structures Routes, ouvrages d'art

Les enjeux de l'étude géotechnique	24 au 26 octobre	Paris
Une stratégie pour l'équipement des tunnels	7 au 9 novembre	Paris
Assises de chaussées	14 au 16 novembre	Paris
Conception et calcul des fondations	21 et 22 novembre	Paris
Organisation, conduite et surveillance des chantiers routiers et autoroutiers	21 au 23 novembre	Paris
Conception et exécution de barrages	21 au 23 novembre	Paris
Les éléments finis : application aux calculs des structures	21 au 23 novembre	Paris
Connaissance générale du béton	28 au 30 novembre	Paris
La construction dans les zones d'affaissement de terrain	5 au 7 décembre	Nancy
Couches de roulement : choix et évolution des techniques	12 au 14 décembre	Paris
Journées d'études : Responsabilité du géotechnicien face aux risques naturels et à la protection de l'environnement	16 et 17 novembre	Menton
Le calcul à la rupture en mécanique des sols : développements récents et applications	6 décembre	Paris

*Pour toute information, s'adresser à l'E.N.P.C./D.F.C.A.I., 28, rue des Saints-Pères, 75007 PARIS.
Tél.: 16 (1) 42.60.34.13 (Christine Rose).*

l'effet d'échelle dans les structures en béton

scale effect for concrete structures

J. MAZARS

Laboratoire de Mécanique et Technologie*

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 15-24 (octobre 1989)

Résumé

La dépendance des performances mécaniques des structures en béton avec leurs dimensions est un problème bien connu. En nous appuyant sur divers travaux, nous conduisons ici une réflexion qui permet de justifier ce phénomène à partir de la nature hétérogène du matériau. De ces considérations naît une classification de l'effet d'échelle en effet de volume et effet de structure qui conduit à proposer des aménagements aux calculs prévisionnels établis dans le cadre de la mécanique de l'endommagement.

Abstract

The dependence between the mechanical properties of concrete structures and their sizes is a well known problem. Relying on different works, we conduct here a reflexion which permits to justify this phenomenon from the heterogeneous nature of the material. From these considerations a classification of the size effect into a volume effect and a structural effect is proposed. After that fit, predictive calculations are carried out in the framework of Continuous Damage Mechanics.

* Ecole Normale Supérieure de Cachan, CNRS, Université Paris 6
61, avenue du Président-Wilson, 94230 Cachan.

La notion d'effet d'échelle dans les structures en béton, conduisant à conclure qu'il y a dépendance entre les propriétés mécaniques d'une structure et les dimensions de celle-ci, est assez ancienne. L'HERMITE (1) en particulier a bien mis en évidence ce phénomène à partir de travaux conduits sur des poutres sollicitées en flexion 3 points de dimensions homothétiques (rapport maxi d'homothétie = 10). Les résultats obtenus montrent une dépendance des contraintes à rupture, calculées par un modèle élastique linéaire, avec l'échelle de la structure (cf. fig. 1). Plus récemment, des travaux conduits à l'échelle internationale, sur plusieurs types de structures préentailées traitées par la mécanique linéaire de la rupture, montrent une large dépendance du facteur d'intensité de contrainte critique K_c , caractéristique de la résistance du matériau à la propagation de fissure, avec les dimensions de la structure (cf. fig. 2). Mais si ces deux types de résultats traitent du même problème, ils conduisent à des constatations contradictoires. En effet, les expériences de L'HERMITE font apparaître une baisse de la contrainte à rupture avec l'échelle, alors que pour les éléments entaillés le facteur d'intensité de contrainte augmente avec la dimension de l'élément. Dans le premier cas, les dimensions amoindrissent les propriétés, dans le deuxième, elles les améliorent; une seule explication, l'inadaptation des modèles mécaniques utilisés au problème à traiter.

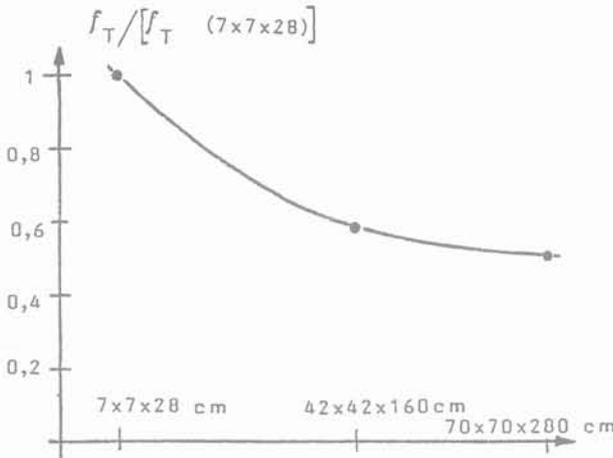


Fig. 1. — Effet d'échelle sur poutres en flexion trois points (1). f_t est la contrainte élastique calculée à rupture en fibre tendue.
Fig. 1. — Size effect on three points bending beams (1). f_t is the maximum elastic stress at failure.

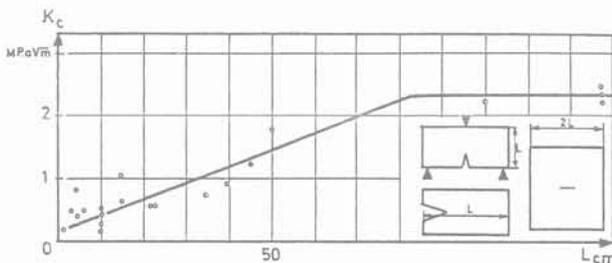


Fig. 2. — Ténacité du béton en fonction des dimensions du spécimen.
Fig. 2. — Toughness of concrete versus the size of specimen.

Des aménagements aux théories utilisées sont nécessaires, certains auteurs (3, 4), proposent des «lois d'effet d'échelle» qui associent les propriétés mécaniques du matériau à celle de la taille du spécimen. C'est par exemple le cas de BAZANT (3) qui propose une relation liant, pour des spécimens géométriquement similaires, la contrainte nominale à rupture σ_N , calculée sur la base d'un modèle élastique fragile, à la dimension caractéristique du spécimen d : $\sigma_N = B f_t / \sqrt{1+d/d_0}$; f_t : contrainte à rupture en traction simple, B et d_0 : constantes. La figure 3 montre l'intérêt de cette approche pour des poutres fléchies préentailées, cependant l'application d'une telle formule reste très limitée car très spécialisée.

Notre intention ici est de reprendre ces considérations afin:

- d'une part, de montrer l'influence de la structure hétérogène du matériau sur la réponse d'un volume de matière à une contrainte appliquée;
- d'autre part, de proposer une modélisation prenant en compte ces particularités et montrer que cela suffit pour traiter l'effet d'échelle.

1. HÉTÉROGÉNÉITÉS ET COMPORTEMENT

Trois éléments principaux composent la structure du béton:

- la matrice de ciment hydraté; c'est un matériau à forte microporosité dont la valeur dépend de l'âge et du rapport eau-ciment intervenant dans le mélange constitutif initial;
- les grains; ils sont pour un béton normal plus rigides que la matrice et beaucoup moins poreux;
- l'interface grain-matrice; c'est le siège de différentes anomalies (clivage particulier des hydrates, concentrations de contraintes créées par l'hydratation,

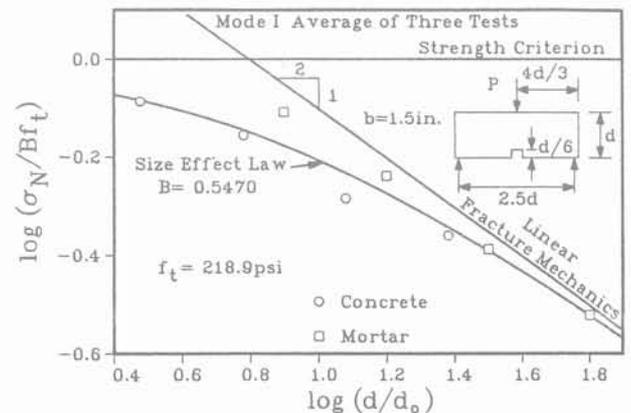


Fig. 3. — Effet des dimensions sur la validité d'un critère en contrainte maximale. Loi d'effet d'échelle proposée par BAZANT (3).
Fig. 3. — Effect of the sizes on the applicability of a maximal stress criterion. Size effect law after BAZANT (3).

défauts d'adhérence...), donc une zone à faible cohésion, d'autant plus sensible que les grains sont gros (5).

Sous contrainte, la structure précédemment décrite se déforme et se dégrade: le matériau «s'endommage». Le processus s'initie à partir de «défauts initiaux» et se développe dans les «zones faibles» de la structure.

Pour imager ce processus et les conséquences qu'il a sur le comportement du matériau, nous allons raisonner à partir de modèles micromécaniques recréant le caractère hétérogène du matériau. Ces modèles privilégient, en accord avec la présentation ci-dessus et de nombreuses investigations microscopiques (6, 10), le fait que l'endommagement est principalement une microfissuration d'interface.

Dans ce contexte, deux éléments fondamentaux agissant sur le comportement peuvent être mis en évidence:

- la distribution de défauts au sein du matériau, qui peut être considérée aléatoire et traduite en terme de résistances locales;
- les effets du milieu hétérogène sur le développement de la microfissuration.

1.1. Influence de la distribution des résistances locales sur la réponse du matériau

Plusieurs auteurs se sont intéressés à ce problème par des approches voisines.

MC CLINTOCK et ZARVEL (7) ont travaillé sur un modèle composé d'éléments hexagonaux en supposant que la formation et le développement des microfissures s'effectuent le long des interfaces (fig. 4). La liaison entre grains est de type fragile et la distribution des résistances locales des interfaces respecte une loi de WEIBULL (8). ROSSI et RICHER (9) ont intégré ces principes dans un calcul par éléments finis où les résistances locales sont affectées à des éléments de contact.

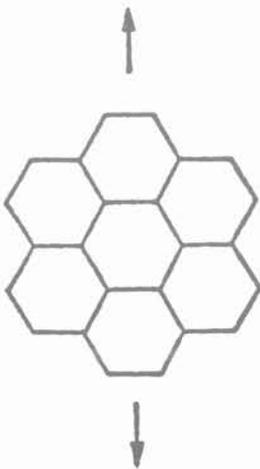


Fig. 4. — Modèle à inclusions hexagonales de Mc CLINTOCK et ZARVEL (7).

Fig. 4. — Hexagonal inclusion model after Mc CLINTOCK and ZARVEL (7).

Les deux approches appliquées à une sollicitation de traction conduisent aux mêmes conclusions, imagées par les résultats de ROSSI-RICHER (fig. 5):

- le seuil d'endommagement (0) et le pic en contrainte (1) sont d'autant plus faibles que le volume considéré est grand;
- une instabilité apparaît systématiquement au-delà du pic et correspond à la formation d'une fissure issue d'une coalescence locale de microfissures (2-3).

1.2. Influence du milieu hétérogène sur le développement de la microfissuration

La présence des grains distribués au sein de la matrice de ciment hydraté provoque arrêt, déviation et branchement des microfissures. Ces phénomènes observés par microscopie optique sur des échantillons de matériau (10) conduisent à imaginer le scénario de propagation suivant:

- tout un réseau de défauts est, au-delà d'un seuil de contrainte, activé;
- les microfissures se propagent très inégalement autour des granulats en fonction de l'état de contrainte (influencé par les contraintes initiales, la taille et la forme des grains), et de la résistance locale à la décohesion;
- la sollicitation augmentant, les propagations se localisent dans une zone du spécimen dans laquelle il y a coalescence des microfissures à travers la matrice.

Dans cette dernière phase, les arrêts-déviations-branchements sont nombreux, si bien que la zone de localisation concerne tout un volume de matériau comme le montrent les résultats obtenus en traction par ROELFSTRA (11) sur un modèle de «béton numérique» (fig. 6). Ce modèle utilise un traitement éléments finis reproduisant une distribution granulaire, la faiblesse des interfaces et la propagation des dommages au sein de la matrice. Les résultats obtenus

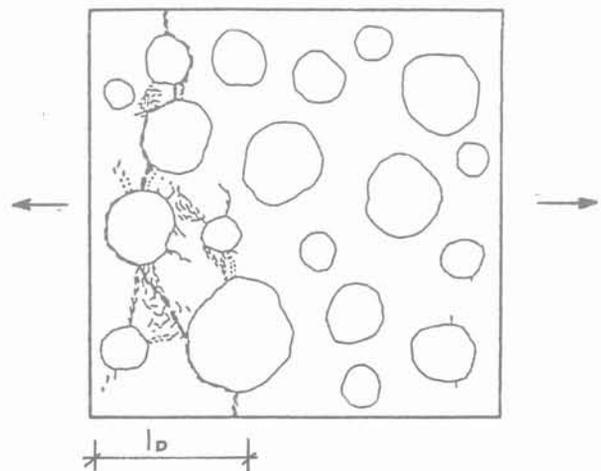


Fig. 6. — Le «béton numérique» (11).
Étalement de la zone de rupture provoqué par la présence des hétérogénéités.

Fig. 6. — «Numerical concrete» (11).
Spreading of the damage zone at failure due to the heterogeneities.

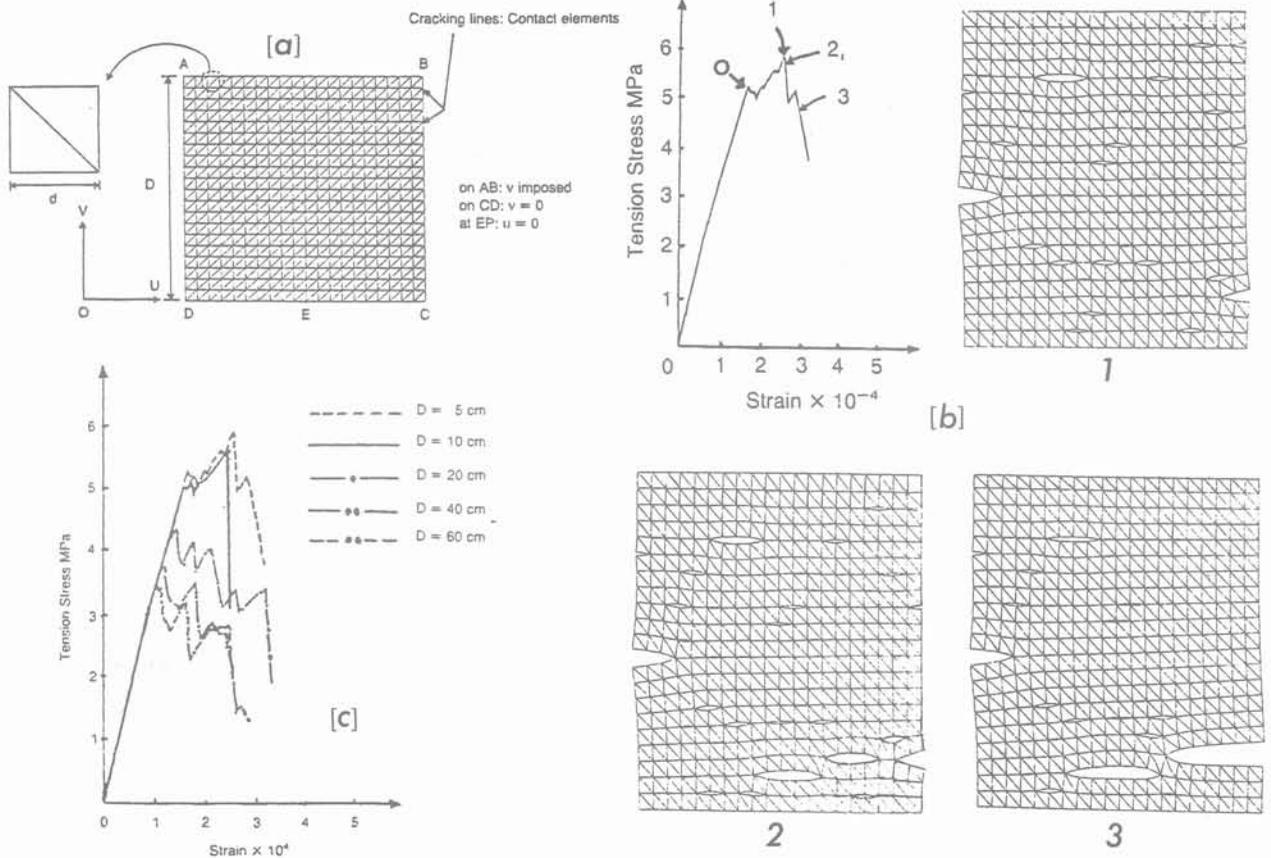


Fig. 5. — Modèle stochastique de ROSSI-RICHER (9).

a. découpage éléments finis

b. différents stades d'endommagement — (0) seuil d'endommagement — (1) pic de contrainte — (2-3) localisation de la rupture

c. effet des dimensions du spécimen

Fig. 5. — ROSSI-RICHER stochastic model (9).

a. finite element mesh

b. different damage stage — (0) damage threshold — (1) at stress peak — (2-3) failure localization

c. size effect

montrent à l'évidence que la présence des grains implique un étalement de la zone de rupture qui de surfacique en milieu homogène devient volumique en milieu hétérogène.

1.3. Largeur caractéristique de la zone de localisation

Couplant les deux aspects, distribution des résistances locales et influence des hétérogénéités, BAZANT a proposé récemment le «particle model» (3) qui permet d'estimer la largeur de la zone de localisation. Les hétérogénéités sont des éléments pentagonaux associés par une loi d'interface élastique fragile. La position, l'inclinaison des faces et les résistances locales sont distribuées aléatoirement.

La figure 7 montre l'application de ce modèle à la description du comportement d'une éprouvette entaillée de type CT. On retrouve le scénario décrit précédemment et l'existence à rupture d'un volume endommagé (fracture process zone) dont la largeur est estimée par BAZANT à 3 fois la dimension des plus gros granulats. Ce résultat est considéré par l'auteur comme une caractéristique du matériau et nous

reprendrons cette idée dans la suite de notre argumentation.

2. LES EFFETS D'ÉCHELLE, CLASSIFICATION DES PHÉNOMÈNES

A partir de l'analyse de nombreux résultats expérimentaux, trois phénomènes, non indépendants, peuvent être attachés à l'effet d'échelle :

— celui lié au «volume»; il est relatif à l'abaissement des performances mécaniques avec le volume, dans le cas d'une sollicitation homogène;

— celui lié au «gradient»; il est mis en évidence lorsque les spécimens de même dimension subissent des chargements différents, la résistance locale paraît alors augmenter avec le gradient;

— celui lié au type de «structure»; il apparaît lorsque l'on considère des structures homothétiques subissant le même type de chargement; les charges de ruine ne respectent pas l'homothétie et la résistance relative est d'autant moins forte que la structure est grande.

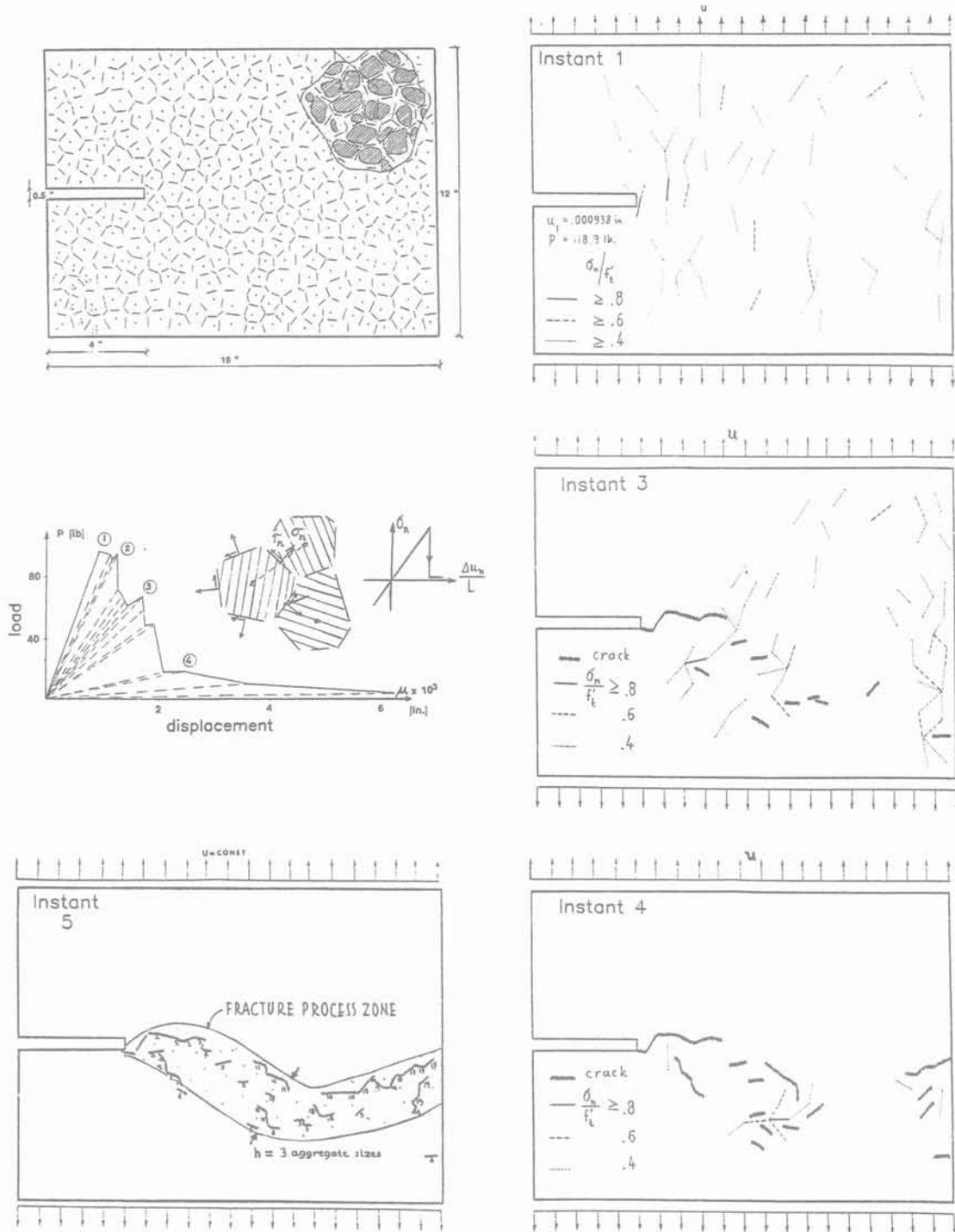


Fig. 7. — « Particle model » de BAZANT (3).
 Evolution des « microfissures » et zone endommagée à rupture.
 Fig. 7. — BAZANT's « Particle model » (3).
 Evolution of microcracks and fracture process zone.

Des analyses précédentes, il apparaît que la distribution aléatoire des résistances locales explique totalement le premier phénomène (cf. résultats de ROSSIRICHER, fig. 5) et permet de justifier le second et le troisième.

Considérons un échantillon de matériau comportant une distribution donnée de défauts. Cet échantillon

sollicité en traction va céder à partir de la section qui comportera le plus grand nombre de défauts critiques. Le même échantillon, sollicité en flexion trois points, supportera une contrainte de traction importante seulement dans la zone centrale proche de la charge et de la face tendue, et la probabilité d'existence de défauts critiques dans ce faible volume est petite. Ainsi

la résistance locale du matériau a toutes les chances d'être plus importante que dans le cas de la traction.

En poursuivant le raisonnement, on peut considérer une série d'échantillons homothétiques tous sollicités en flexion trois points. Les considérations précédentes sur le volume fortement sollicité peuvent être reprises ici où ce volume va respecter l'homothétie; de ce fait, la probabilité d'existence d'un défaut critique dans cette zone est plus importante dans les grosses poutres que dans les petites. Ainsi l'effet lié à la structure apparaît.

Cependant, l'analyse précise de ces phénomènes montre que dans les cas à forte concentration de contrainte, où le gradient devient très important (en fond d'entaille par exemple), la distribution aléatoire des résistances locales n'a que peu d'influence sur le résultat et n'est pas à même d'expliquer l'effet d'échelle résultant. Par contre, les considérations relatives à l'influence des hétérogénéités, qui induisent l'existence d'une largeur caractéristique de la zone de localisation des dommages fonction de la taille des inclusions, permettent de justifier cet effet. Ceci est facilement compréhensible à partir du moment où l'on compare la taille du volume endommagé (la zone de localisation) à celle de la structure. Si l'on admet que la largeur de la zone de localisation est constante, l'énergie dissipée dans le processus d'endommagement de la structure devient proportionnelle à la section transversale de la zone endommagée et non à son volume, ainsi le comportement global des structures ne respectera pas l'homothétie dimensionnelle.

La classification que nous retiendrons dans les effets d'échelle se résume donc à deux phénomènes principaux:

- l'effet de volume résultant de la distribution aléatoire des résistances locales;
- l'effet de structure résultant de l'existence d'une largeur caractéristique de la zone de localisation des dommages en phase de rupture.

3. MODÈLES ADAPTÉS A LA DESCRIPTION DE CES PHÉNOMÈNES

L'objectif est ici de présenter une technique de calcul s'inscrivant dans le cadre de la mécanique des milieux continus et homogènes (qui reste à l'heure actuelle la plus facilement utilisable et la plus performante), et intégrant les aménagements nécessaires pour aborder les calculs prévisionnels dans les structures en béton.

Des travaux précédents nous ont conduits à proposer une modélisation du comportement du béton sur la base des concepts de la mécanique de l'endommagement (12). C'est dans ce contexte que les aménagements susceptibles de décrire les effets d'échelles sont proposés.

3.1. Base de la modélisation

Le phénomène d'endommagement représente la naissance et l'évolution des microfissures au sein de la matière. Cette microfissuration affecte généralement les

caractéristiques élastiques du matériau et se traduit par une chute de la raideur de la structure.

La modélisation de ce comportement passe par des lois contrainte-déformation du type adoucissant («strain-softening»), dont la caractéristique essentielle est une rigidité tangente négative après le pic des contraintes.

La figure 8 montre les modèles «traction» et «compression» qui sont à la base de la description tridimensionnelle du comportement dans laquelle on utilise les concepts suivants:

- comportement du matériau endommagé,

$$\underline{\sigma} = (1-D) \underline{\Lambda}_0 : \underline{\epsilon}$$

$\underline{\sigma}$ et $\underline{\epsilon}$ tenseurs des contraintes et des déformations, $\underline{\Lambda}_0$ matrice des coefficients élastiques du matériau vierge, D variable d'endommagement; D = 0 matériau vierge, D = 1 matériau rompu;

- combinaison des endommagements de traction D_t et de compression D_c , $D = \alpha_t \cdot D_t + (1 - \alpha_t) D_c$. α_t coefficient qui traduit l'intensité des effets de traction;

- loi d'évolution de l'endommagement, $D = f(\tilde{\epsilon})$. $\tilde{\epsilon}$ déformation équivalente qui traduit l'état d'extension local, f fonction d'évolution issue de l'expérience, positive si $\tilde{\epsilon} > \epsilon_{D_0}$ (ϵ_{D_0} seuil initial d'endommagement);

- déformation équivalente, $\tilde{\epsilon} = \sqrt{\sum_i \langle \epsilon_i \rangle_+^2}$.

ϵ_i déformation principale suivant i,

$$\langle \epsilon_i \rangle_+ = \epsilon_i \text{ si } \epsilon_i > 0, \langle \epsilon_i \rangle_+ = 0 \text{ sinon.}$$

3.2. Description des effets de volume par une détermination probabiliste du seuil d'endommagement

Cette description a été, pour l'instant, abordée uniquement dans le cas où la traction est prépondérante ($\alpha_t = 1, D = D_t$). La méthode retenue consiste à agir uniquement sur le seuil d'endommagement initial ϵ_{D_0} .

Le raisonnement utilisé part de l'idée d'une distribution aléatoire de défauts qui est traduite en terme de distribution aléatoire de seuil d'endommagement locaux $\tilde{\epsilon}_D$.

On a choisi une distribution de WEIBULL et l'on montre (12) que pour un volume V:

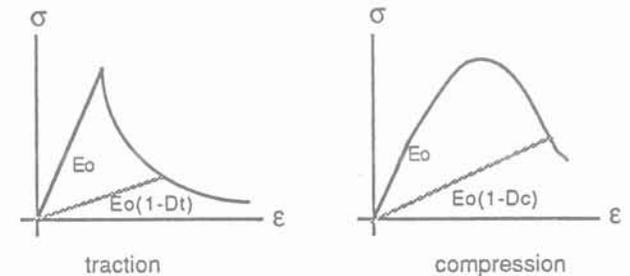


Fig. 8. — Description du comportement uniaxial du béton par le modèle d'endommagement (12).

Fig. 8. — Description of the uniaxial behaviour of concrete by the damaged model (12).

— la probabilité d'endommagement dans le cas d'une sollicitation uniforme $\tilde{\epsilon}$ est :

$$p_d(\tilde{\epsilon}, V) = 1 - \exp(-k \tilde{\epsilon}^m V)$$

— la probabilité d'endommagement dans le cas d'une sollicitation non uniforme \tilde{E} est :

$$P_d(\tilde{E}, V) = 1 - \exp(-k \tilde{\epsilon}_M^m \int_V h^m dV)$$

$\tilde{\epsilon}_M$ sollicitation locale maximale au sein du volume V ,

$h(x, y, z)$. $\tilde{\epsilon}_M = \tilde{\epsilon}(z, y, z)$ sollicitation au point de coordonnées x, y, z ,

k constante, s'exprime en fonction des paramètres caractéristiques du matériau;

— la valeur la plus probable du seuil initial d'endommagement (atteinte dans l'élément le plus sollicité) est donnée par :

$$\epsilon_{D_0} = (W_0 / \int_V h^m dV)^{1/m}$$

W_0 et m , paramètres caractéristiques du matériau.

Ce modèle a été appliqué à différents cas de charge et nous donnons figure 9 les résultats obtenus dans le cas d'une sollicitation de traction pour laquelle nous avons des résultats expérimentaux (13). Dans le cas de la traction uniforme $h = 1$, ainsi $\epsilon_{D_0} = (W_0/V)^{1/m}$.

Pour un béton courant, nous avons trouvé $m = 6,5$ et $W_0 = 3,5 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^3$. Les valeurs numériques obtenues montrent que les tendances, calculs et expériences, sont les mêmes (ϵ_{D_0} est la déformation au pic de contrainte).

L'utilisation de ce concept dans un calcul par éléments finis ne pose aucune difficulté particulière, puisqu'il s'appuie sur un calcul élastique. L'atteinte du seuil d'endommagement dans l'élément le plus sollicité ($\tilde{\epsilon}_M$) est obtenue lorsque :

$$\tilde{\epsilon}_M \sum_i h_{i,m} \Delta V_i = W_0 \Delta V_i, \text{ volume de l'élément } i$$

ce qui est équivalent à :

$$\sum_i \tilde{\epsilon}_i \Delta V_i = W_0 \tilde{\epsilon}_i, \text{ déformation équivalente dans l'élément } i.$$

Sur ce principe, combiné au modèle d'endommagement présenté plus haut, nous avons obtenu un certain nombre de résultats concernant des essais de traction et de flexion de différentes dimensions (12). La figure 10 indique les valeurs de charge de ruine moyennes obtenues, d'une part par calcul, d'autre part par expérience. Les paramètres du modèle ont été « calés » sur la série expérimentale la plus conséquente (15 poutres) et utilisés tels quels pour les autres, les prévisions obtenues sont comme on le constate de bonne qualité.

3.3. Description des effets de structure par une analyse multi-échelle de l'endommagement

Dans son principe, l'approche multi-échelle consiste à raisonner à deux niveaux d'échelles :

- l'échelle des dégradations au sein du milieu hétérogène (échelle mésoscopique);
- l'échelle de la représentation macroscopique dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

L'idée principale consiste à intégrer dans la représentation macroscopique les particularités de l'endommagement au niveau mésoscopique pour lequel nous avons évoqué en 1.3 la notion de largeur caractéristique de la zone de localisation de l'endommagement (1_D). Cette notion est étendue dans un contexte tridimensionnel à l'idée d'un volume représentatif (sphère de diamètre 1_D).

Dans une approche « tridimensionnelle », la détermination de l'endommagement en un point d'une structure est faite à partir de la valeur locale de la sollicitation (ici la déformation équivalente $\tilde{\epsilon}$). Dans l'approche « multi-échelle » cette détermination se fera à partir de la valeur « moyennée » de la sollicitation sur le volume représentatif ($\tilde{\epsilon}$). La figure 11 schématise la présentation de ces deux approches, la « moyenne » choisie pour $\tilde{\epsilon}$ est pondérée par l'intermédiaire d'une gaussienne g comme indiquée sur le schéma.

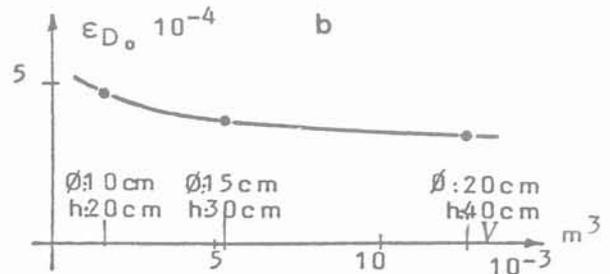
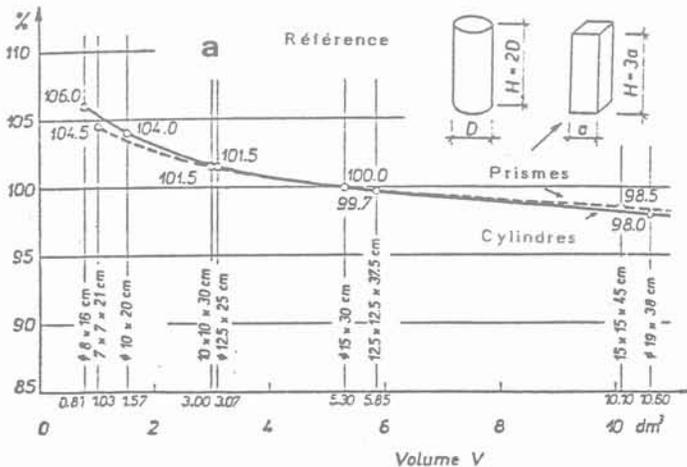


Fig. 9. — Effet de volume en traction uniaxiale. a. résultats expérimentaux (13) b. calcul prévisionnel (12)

Fig. 9. — Volume effect in tensile loading. a. experimental results (13) b. predictive calculation (12)

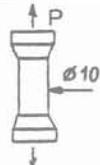
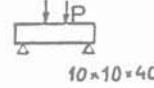
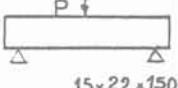
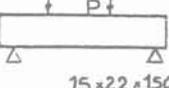
dim: cm					
P: ruine s: écart type.					
CALCULS	ϵ_{D_0}	$5,61 \cdot 10^{-5}$	$9,90 \cdot 10^{-5}$	$7,24 \cdot 10^{-5}$	$6,17 \cdot 10^{-5}$
	P max KN	13,2	11,3	9,9	14,8
	$S(c_{D_0})$	$1,01 \cdot 10^{-5}$	$1,78 \cdot 10^{-5}$	$1,31 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-5}$
	$S^*(P_m)$ KN	2,4	1,7	1,3	1,6
EXPERIENCES	Nombre d'essais	3	15	3	5
	P max KN	13,4	11,3	9,6	15,3
	$S(P_m)$	1,7	0,8	0,5	0,5

Fig. 10. — Concept de l'effet de volume appliqué à plusieurs types de structures montrant les performances du calcul prévisionnel.
Fig. 10. — Volume effect concept applied to different types of structures showing the predictive calculation performances.

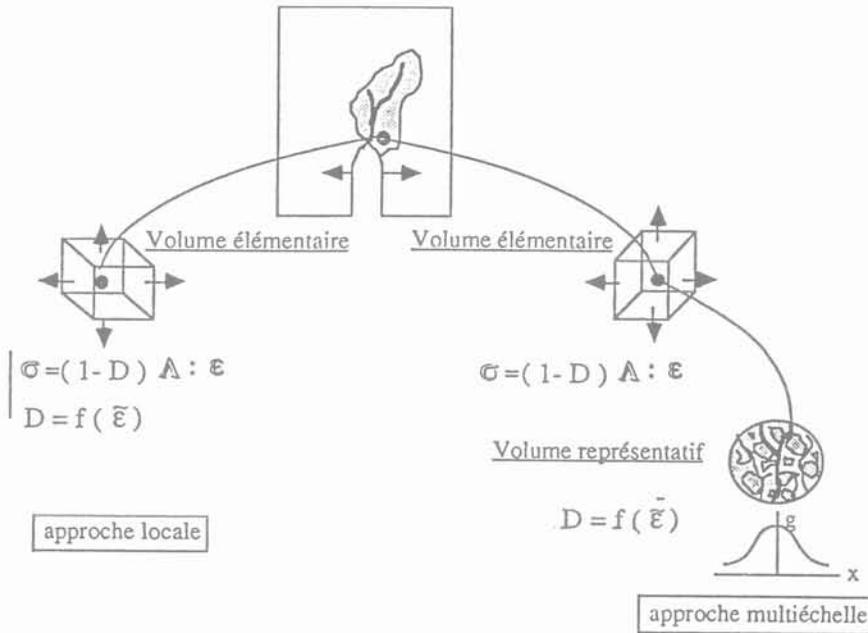


Fig. 11. — Nuances entre l'approche locale de la description de l'endommagement et l'approche multi-échelle.
Fig. 11. — Differences between the local approach of damage and the multiscale approach.

Ainsi, la manière de déterminer l'endommagement est la suivante:

- à partir du champ de déformation, calcul des $\tilde{\epsilon}$ locaux;
- détermination de la déformation équivalente moyennée au sein du volume représentatif V_D ,

$$\bar{\tilde{\epsilon}} = \int V_D g \tilde{\epsilon} dV / \int V_D g dV;$$

— détermination de l'endommagement, $D = f(\bar{\tilde{\epsilon}})$.

Cette technique intégrée dans un calcul éléments finis nécessite pour chaque point d'intégration la détermination préalable de son voisinage au sens du volume représentatif de façon à permettre en chacun de ces points, le calcul de $\bar{\tilde{\epsilon}}$ donc de D (14, 15).

Nous présentons figure 12 les résultats obtenus sur une série de trois poutres, entaillées en leur centre

sur la moitié de la hauteur, et dont les dimensions sont dans des rapports 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$. Les courbes effort-flèche de la figure 12a montrent les comparaisons expériences-calculs qui ont été menées à partir des mêmes paramètres, identifiés sur la base des données concernant le matériau et les résultats obtenus avec la petite poutre. Ces essais ont été réalisés à l'Université de LUND (Suède) (16).

La description des comportements met en évidence la qualité prévisionnelle du modèle, par ailleurs il montre sa capacité à décrire correctement l'effet d'échelle, comme l'indique la figure 12b. Cette figure reprend la présentation proposée par BAZANT (fig. 3). Dans un diagramme log-log, nous avons reporté en ordonnée la contrainte nominale à rupture σ_N , calculée sur la base d'un modèle élastique fragile, et en abscisse la dimension de l'échantillon d. L'effet d'échelle apparaît dans le fait que σ_N diminue avec la dimension, ce qui signifie que la charge de ruine

ne respecte pas l'homothétie dimensionnelle des poutres. Sur ce même diagramme apparaissent les points expérimentaux, et différents points de calculs:

- ceux correspondant au calcul multi-échelle;
- ceux correspondant à un calcul élastique linéaire fragile (calés sur la petite poutre);
- ceux correspondant à un calcul utilisant la mécanique linéaire de la rupture (calés sur la grosse poutre).

On retrouve les tendances exprimées par BAZANT, et confirmées par d'autres auteurs (2), selon lesquelles les structures de grandes dimensions respectent un critère de type mécanique linéaire de la rupture, ceci étant justifié par le fait que la zone endommagée est petite par rapport à l'échelle de la structure. Dans le calcul multi-échelle, cette zone est en relation avec la taille du volume représentatif qui, étant une caractéristique du matériau, est une constante pour tous les spécimens. Ainsi, en valeur relative, la zone endom-

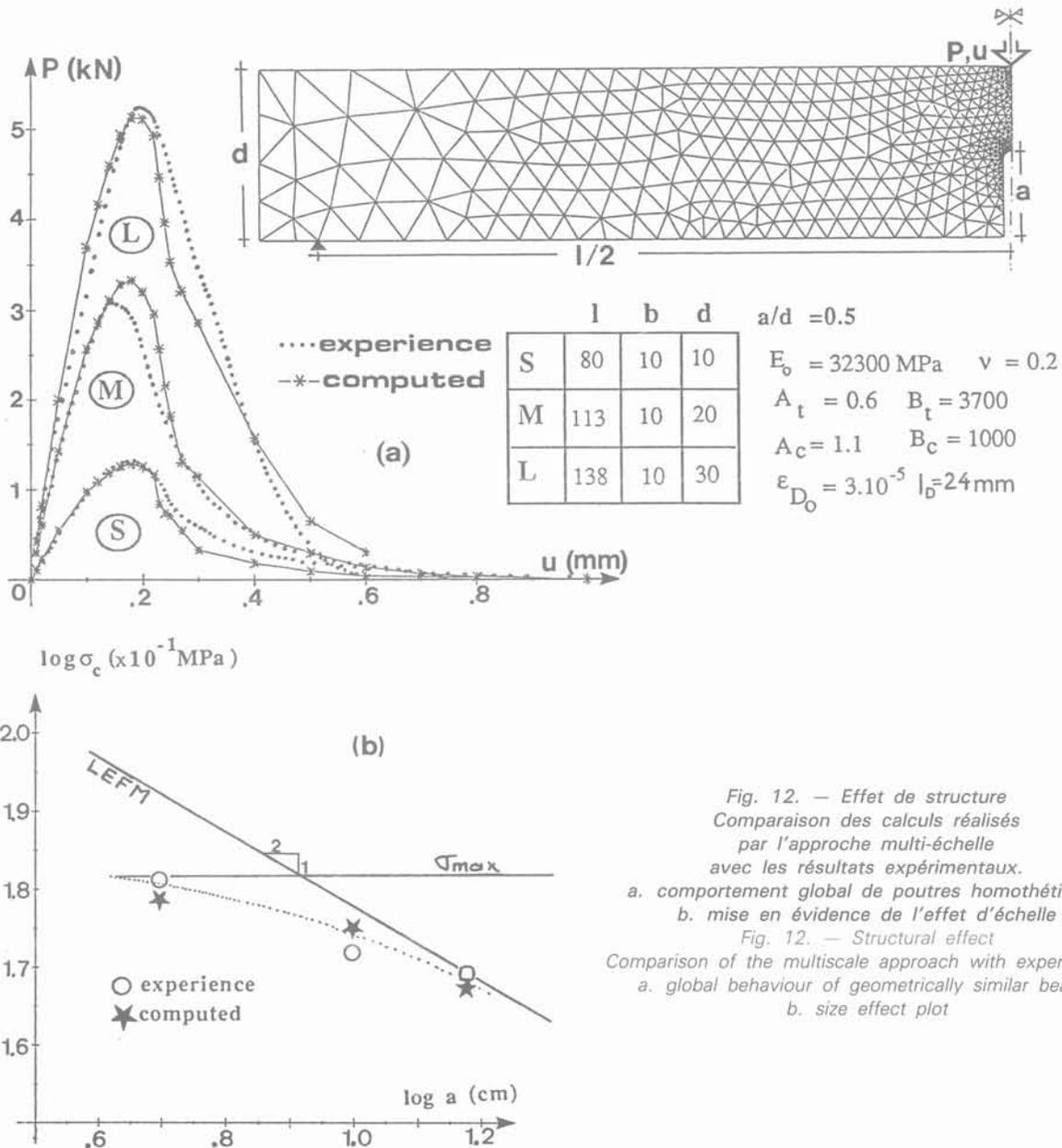


Fig. 12. — Effet de structure
 Comparaison des calculs réalisés
 par l'approche multi-échelle
 avec les résultats expérimentaux.
 a. comportement global de poutres homothétiques
 b. mise en évidence de l'effet d'échelle
 Fig. 12. — Structural effect
 Comparison of the multiscale approach with experiments.
 a. global behaviour of geometrically similar beams
 b. size effect plot

magée simulée est d'autant plus petite que la poutre est grosse et la description de l'effet d'échelle est assurée.

4. CONCLUSIONS

Selon nous, la notion « d'effet d'échelle » n'est pas un caractère intrinsèque des structures. Cette notion est en relation directe avec la modélisation qui la fait apparaître et met en évidence une carence des modèles vis-à-vis des phénomènes physiques qui sont à décrire.

Le problème qui se pose pour le béton est le fait que la description habituelle du comportement s'effectue au moyen de la mécanique des milieux continus et homogènes, or le matériau est un milieu discontinu (car originellement microfissuré et poreux) et hétérogène (car comportant un squelette granulaire).

Nous avons montré ici que ces deux caractères pouvaient mécaniquement se traduire par :

— une distribution aléatoire des résistances locales, responsable d'un « effet de volume » ;

— un étalement de la zone de localisation des dommages à rupture sur une largeur caractéristique fonction de la taille des hétérogénéités ; cette particularité est responsable d'un « effet de structure ».

La prise en compte de ces phénomènes, dans une modélisation basée sur la mécanique de l'endommagement, est faite l'une par une détermination probabiliste du seuil d'endommagement, l'autre par une détermination « bi-échelle » de l'endommagement.

Les calculs prévisionnels présentés montrent l'intérêt de l'approche pour représenter les différents effets liés à l'échelle de l'élément de matériau ou de la structure considérée.

REMERCIEMENTS

Nous remercions les membres du groupe génie civil du LMT et plus particulièrement C. SAOURIDIS pour les travaux réalisés et les discussions fructueuses qui ont servi à étayer notre argumentation.

BIBLIOGRAPHIE

1. L'HERMITTE R. (1973), *Influence de la dimension absolue sur la résistance à la flexion*. Annales de l'ITBTP, n° 309-310, pp. 39-41.
2. BENKIRANE M. (1982), *Propagation d'une fissure dans le béton précontraint*. Thèse de Docteur Ingénieur, Université Technologique de Compiègne.
3. BAZANT Z.P. (1986), *Mechanics of distributed cracking*. Applied Mechanics Review, vol. 39, n° 5, pp. 673-705.
4. CARPINTERI A., BOCCA P., VALENTE S. (1988), *Size effects in the mixed mode crack propagation: softening and snap-back analysis*. Proc. of the Int. Cong. on fracture and damage of concrete and rock, Vienne, Edit. H.P. ROSSMANNITH, Publ. Pergamon (in press).
5. MASO J.C. (1982), *La liaison pâte-granulats*. In « Le Béton hydraulique », chapitre 14, Presses de l'ENPC, Paris, pp. 247-259.
6. DHIR R.H., SANGHA M. (1974), *Development and propagation of microcracks in plain concrete*. Matériaux et Constructions, n° 37, pp. 17-23.
7. Mc CLINTOCK F.A., ZARVEL J.R. (1979), *An analysis of the mechanics and statistics of brittle crack initiation*. Int. Journal of fracture, vol. 15, n° 2, pp. 107-108.
8. WEIBULL W. (1951), *A statistical distribution function of wide applicability*. J. of Applied Mechanics, vol. 18, n° 3, pp. 293-297.
9. ROSSI P., RICHER S. (1987), *Numerical modeling of concrete cracking based on a stochastic approach*. Materials and Structures RILEM, n° 119, pp. 334-337.
10. KNAB L.I., JENNINGS H., WALKER H.N., CLIFTON J.R., GRIMES J.W. (1986), *Techniques to observe the fracture zone in mortar and concrete, fracture toughness and fracture energy of concrete*. Ed. by WITTMANN F.H., ELSEVIER Pubs., pp. 241-247.
11. ROELFSTRA P.E., SADOUKI H. (1986), *Fracture process in numerical concrete, fracture toughness and fracture energy of concrete*. Ed. by WITTMANN F.H., ELSEVIER Pubs., pp. 105-116.
12. MAZARS J. (1984), *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de Doctorat d'Etat, LMT, Paris 6.
13. KADLECEK V., SPETLA Z. (1967), *Effect of size and shape of test specimens on the direct tensile strength of concrete*. Bulletin RILEM, n° 36 (septembre 1967), pp. 175-184.
14. SAOURIDIS C., MAZARS J. (1989), *A multiscale approach to distributed damage and its usefulness for capturing structural size effect*. Cracking and damage : strain localization and size effects, ed. by MAZARS J. and BAZANT Z.P., ELSEVIER Pubs, pp. 391-403.
15. SAOURIDIS C. (1988), *Identification et numérisation objectives des comportements adoucissants: une approche multi-échelle de l'endommagement du béton*. Thèse de Doctorat d'Université, LMT, Paris 6.
16. HORVATH R., PERSSON T. (1984), *The influence of the specimen size on the fracture energy of concrete*. Report TVBM-5005, Lund Institut of Technology, LUND-SWEDEN.

structures des réseaux poreux et propriétés pétrophysiques des roches

structures of porous networks and petrophysical properties of rocks

Ch. JACQUIN

Institut Français du Pétrole*

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 25-42 (octobre 1989)

Résumé

On illustre par des exemples l'existence de structures compliquées dans les matériaux géologiques et on présente quelques résultats.

En appliquant des techniques simples (variogramme, analyse fractale), il est possible d'estimer les échelles de longueur caractéristiques correspondant à ces structures et de discuter la validité de la notion de « Volume Élémentaire Représentatif ».

En conclusion, on pose le problème de la validité des mesures pétrophysiques conventionnelles et on donne quelques orientations pour des recherches complémentaires, prenant en compte la complexité des matériaux géologiques.

Abstract

This paper illustrates the complicated structures of geological materials and presents some results.

Applying simple techniques (variogram, fractal analysis) it is possible to estimate the characteristic length scales corresponding to these structures and to discuss the validity of the concept of « Elementary Representative Volume ».

The conclusion examines the validity of conventional petrophysical measurements, and gives orientations for future research work, taking in account the complexity of geological materials.

* 1-4, av. de Bois-Préau, BP 311, 92506 Rueil-Malmaison Cedex.

1. INTRODUCTION : LES PROBLÈMES PRATIQUES

1.1. Grandeurs pétrophysiques et échantillons « représentatifs »

Bien que leur définition apparaisse formellement simple, les grandeurs pétrophysiques qu'utilise l'ingénieur posent un problème pratique : celui de leur mesure.

La difficulté apparaît même pour la notion la plus élémentaire, celle de porosité.

On définit, apparemment sans ambiguïté,

$$\varnothing = \frac{V_V}{V_T}$$

\varnothing : porosité ;
 V_V : volume des pores ;
 V_T : volume total.

En fait, cette écriture même traduit le caractère discontinu du milieu (coexistence de pores et grains solides) et l'on conçoit que la notion de porosité n'ait de signification que si le volume total de l'échantillon est suffisant, autrement dit si l'échantillon est « représentatif ».

1.2. Notion de « volume élémentaire représentatif »

Ce n'est qu'à une échelle suffisante pour que les pores soient statistiquement confondus que la notion de porosité en tant que « propriété matricielle » prend une signification et que sa mesure devient utilisable.

Cette échelle minimum définit ce que l'on appelle classiquement le « volume élémentaire représentatif » ou « volume d'homogénéisation », correspondant au plus petit échantillon représentatif.

1.3. Quelques points d'interrogation

Trois problèmes se posent alors :

1. Comment estimer cette échelle caractéristique, au-delà de laquelle les notions et les lois pétrophysiques classiques (relatives à un milieu homogène équivalent au milieu réel) sont utilisables ?
2. Est-il possible de tirer parti d'informations obtenues à des échelles inférieures à la taille minimum correspondant au « volume élémentaire représentatif » et d'établir par exemple des lois physiques prenant en compte le caractère non homogène ou « irrégulier » que possède le matériau considéré à petite échelle ?
3. N'existe-t-il, pour un matériau donné, qu'une seule échelle caractéristique, autrement dit dans quelles limites l'extrapolation au-delà du volume élémentaire représentatif peut-elle être réalisée ?

On tentera, dans ce qui suit, d'apporter quelques éléments de réponse à ces questions en examinant successivement :

— les outils (ou techniques) qui permettent d'aborder les problèmes évoqués ;

— les résultats obtenus en appliquant ces outils à l'analyse de certaines grandeurs pétrophysiques auxquelles on fait appel pour décrire notamment les écoulements et les déplacements de fluides dans les roches poreuses.

2. LES OUTILS

2.1. Les techniques fractales

2.1.1. Notions sur les objets fractals

Un exemple simple et classique de ligne possédant un caractère fractal est la courbe de Von Koch, obtenue comme suit (fig. 1) :

— Stade initial

- On part d'un segment de droite de longueur l_0 .

— Stade 1

- On remplace le tiers central du segment par les deux autres côtés du triangle équilatéral dont le troisième côté est ce tiers central.

— Stade 2

- On renouvelle l'opération sur chacun des quatre segments constituant la ligne obtenue à l'étape précédente et ainsi de suite.

Estimons la longueur L de cette ligne avec un étalon de mesure de longueur l qui caractérise le degré de finesse d'observation accessible (c'est-à-dire que les détails dont la taille est inférieure à l échappent à l'observation).

- Pour $l = l_0$, la courbe se confond avec le segment initial. On a $L = l_0$.

- Pour $l = l_0/3$, la courbe se confond avec les quatre segments du stade de construction n° 1, et on a $L = 4 \frac{l_0}{3}$.

- Pour $l = \frac{l_0}{9}$ on aura de même $L = 16 \frac{l_0}{9}$.

- Pour $l = \frac{l_0}{3^\alpha}$ (α entier), on distingue les détails obtenus au stade de construction α et on a $L = 4^\alpha \frac{l_0}{3^\alpha}$.

La loi générale d'évolution de L en fonction de l s'obtient en éliminant α entre l et L .

On obtient :

$$\text{Log } L = \text{Log } l (1 - D) + \text{Cst}$$

$$D^f = \frac{\text{Log } 4}{\text{Log } 3}$$

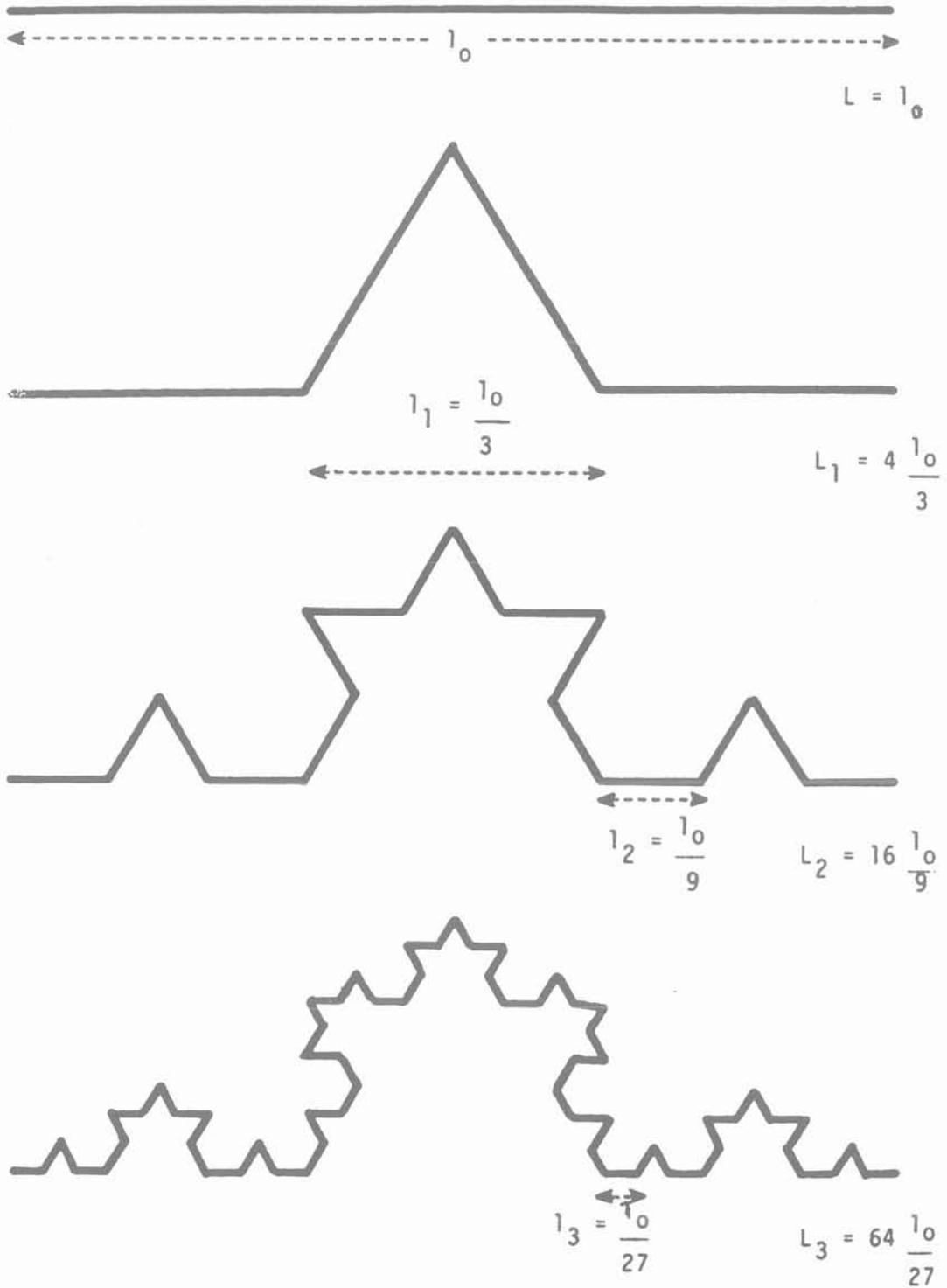


Fig. 1. — Courbe de Von Kock.
 Fig. 1. — Von Koch's curve.

avec D = dimension fractale

$$\text{ici } D = \frac{\text{Log } 4}{\text{Log } 3} = 1,26$$

On voit que, en coordonnées bilogarithmiques, $L = f(l)$ est représentée par une droite dont la pente est $1 - D$.

En résumé :

a. Le terme d'objet fractal est de création récente (MANDELBROT, vers 1965), mais des exemples théoriques ou pratiques de tels objets ont été signalés depuis longtemps (la construction de la courbe de VON KOCH a été décrite par celui-ci en 1904).

b. En se plaçant, pour simplifier, dans l'espace à deux dimensions (plan) et en reprenant l'exemple de la courbe de VON KOCH, on peut résumer les caractéristiques des objets fractals.

Si l'on poursuit la construction jusqu'à l'infini, on obtient une courbe qui présente des propriétés particulières :

- la mesure de sa longueur L dépend du pas de mesure l et augmente indéfiniment quand $l \rightarrow 0$;
- la loi de variation de L en fonction de l est du type : $L \propto l^{1-D}$ avec D = dimension fractale, comprise entre 1 et 2 ;
- la courbe présente une homothétie interne, c'est-à-dire que si on l'observe à des grossissements de plus en plus élevés, en gardant le même champ d'observation, l'image reste toujours la même.

2.2. Le variogramme

Le variogramme est l'outil de base pour l'étude des problèmes posés par les grandeurs mesurées dans la nature (teneur en minerai, puissance d'une formation, perméabilité, etc.) et que l'on considère dans le cadre de la théorie des Variables Régionalisées (MATHERON, [38]).

Ces grandeurs présentent en effet un double aspect :

- un aspect *aléatoire* traduisant le fait que les valeurs numériques peuvent varier considérablement d'un point à un autre de l'espace ;
- un aspect *régionalisé* : qui interdit de regarder les valeurs numériques comme indépendantes et interchangeables dans l'espace. L'analyse par des méthodes statistiques habituelles est alors inadaptée.

La théorie des Variables Régionalisées permet :

- d'exprimer ces caractéristiques structurales sous une forme mathématique adéquate ;
- de résoudre le problème de l'estimation d'une Variable Régionalisée à partir d'un échantillon fragmentaire.

Désignons par x un point de l'espace exploré et par $f(x)$ la valeur prise en ce point par la Variable Régionalisée considérée. Le variogramme peut être défini

comme exprimant la variance des accroissements de $f(x)$; il a pour expression :

$$\gamma(\bar{h}) = \frac{1}{2} E \left[\{f(x_0 + \bar{h}) - f(x_0)\}^2 \right]$$

C'est donc une fonction de la distance h séparant les points x_0 et $x_0 + h$; le symbole $E []$ représente l'espérance mathématique de l'expression entre crochets ; $\gamma(h)$ est donc, pour h fixé, la moyenne de cette quantité lorsque le couple de points x_0 et $x_0 + h$ se déplace de manière à occuper toutes les positions possibles de l'objet étudié.

On verra, sur les exemples présentés plus loin, que le variogramme traduit les traits structuraux de la variable $f(x)$.

3. QUELQUES RÉSULTATS

3.1. Analyse fractale de sections planes de réseaux poreux

1. La figure 2 représente l'image d'une lame mince de Grès de Fontainebleau, matériau naturel particulièrement simple et bien étudié.

La porosité, de type strictement intergranulaire, apparaît nettement sur cette image.

2. Les figures 3 et 4 fournissent deux exemples de sections planes de roches carbonatées poreuses. Ces images ont été obtenues à partir de lames minces de calcaire dolomitisé.

3. Pour ces deux types de roches, l'analyse géométrique du réseau poreux semble donc tout à fait réalisable ; les interfaces pores-minéral sont nets et bien dessinés, et les échelles de longueur caractéristiques apparaissent accessibles à la mesure sur ces images, étant donné les grossissements utilisés. Le seuil de coupure inférieure que l'on est bien obligé d'accepter, et qui introduit une dimension minimale en deçà de laquelle les détails deviennent inobservables, reste petit vis-à-vis de l'objet.

Tel ne serait pas le cas si l'on cherchait à appliquer ce mode d'analyse à certains autres types de porosité (exemple : porosités inter et intra-granulaire de calcaires oolitiques).

4. L'analyse de ces images est réalisée de manière à mettre en évidence leur caractère fractal éventuel ; cette particularité de la structure géométrique sera confirmée ou infirmée a posteriori par l'examen des résultats.

Suivant la nature de l'objet étudié, on procède de deux manières :

- pour l'analyse d'un pore isolé (fig. 3), on retient comme information de départ son contour, c'est-à-dire

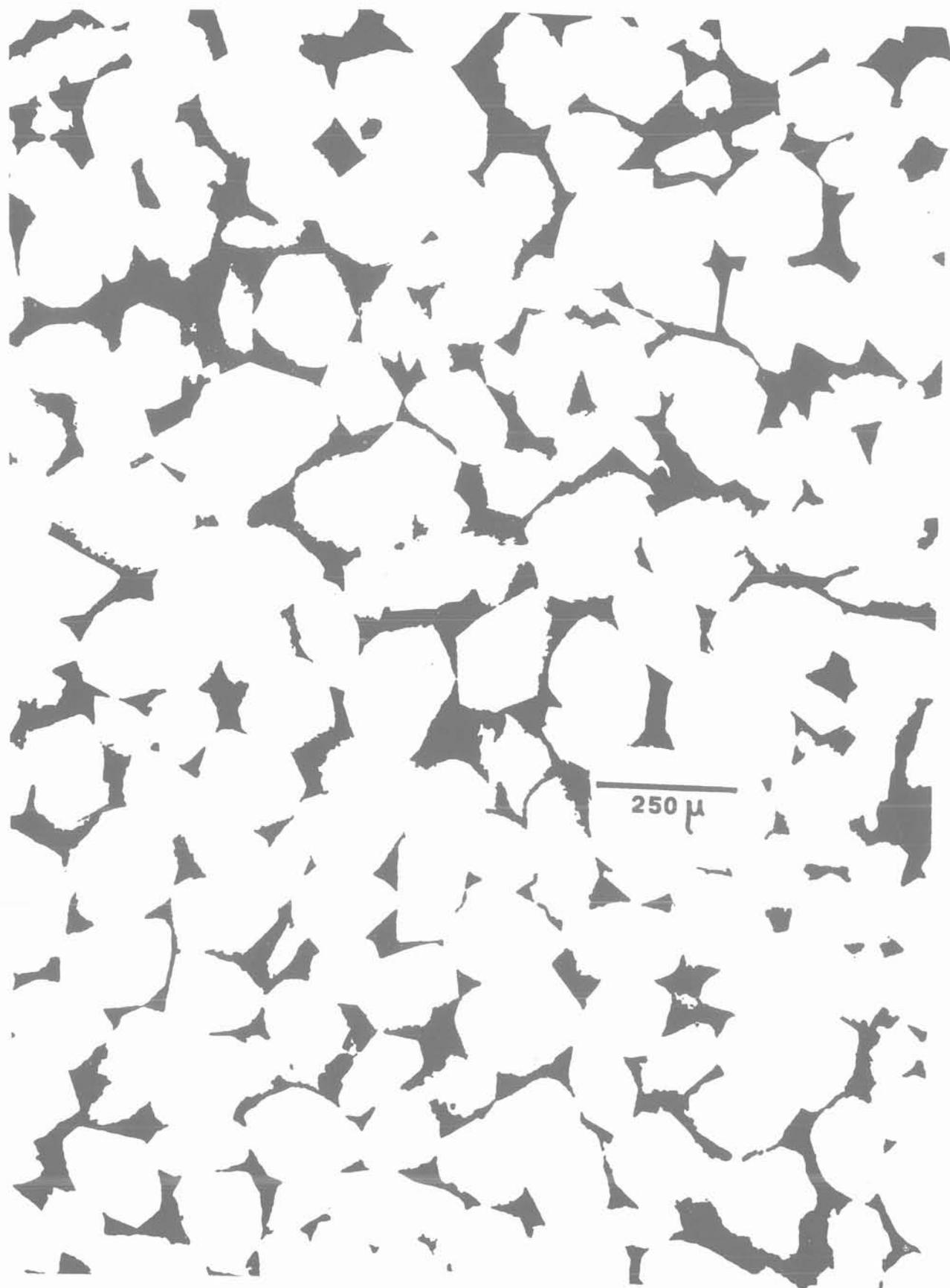


Fig. 2. — *Lame mince. Grès de Fontainebleau.*
Fig. 2. — *Thin section. Fontainebleau sandstone.*



Fig. 3. — Frontière minéral-espace poreux - Lame mince - Calcaire dolomitique.
 Fig. 3. — Mineral-pore space boundary - Thin section - Dolomitic limestone.

la ligne qui sépare, sur la coupe, le pore de son complémentaire (le solide minéral).

On mesure alors la longueur apparente L_i de cette ligne pour différentes longueurs l_i de la toise utilisée ; les résultats sont reportés sur un graphe $\text{Log } L_i$ en fonction de $\text{Log } l_i$. Si l'objet est fractal de dimension fractale D_F , la relation entre ces deux quantités est linéaire, de pente $1 - D_F$;

— pour une image présentant un ensemble de pores (fig. 2 et 4), on mesure la « quantité de matière » M (surface couverte par les pores) contenue dans un champ d'observation de dimension l_i^2 (par exemple : carré de côté l_i) ; les résultats sont reportés sur un graphe $\text{Log } M$ en fonction de $\text{Log } l_i$. Si l'objet est fractal de dimension fractale D_F ($1 \leq D_F \leq 2$), la relation entre ces deux quantités est linéaire de pente D_F .



Fig. 4. — *Lame mince. Calcaire dolomitique.*

Fig. 4. — *Thin section. Dolomitic limestone.*

5. Résultats

Les résultats sont reportés sur les figures 5 à 7, qui appellent les commentaires suivants :

- les graphes obtenus montrent tous, pour une certaine gamme d'échelles de longueurs, une relation linéaire dont la pente permet à la fois de conclure à la nature fractale de l'objet étudié et de déterminer sa dimension fractale ;
- pour certaines figures (5 et 7), le graphe indique, au-delà d'une valeur-seuil de l'échelle de longueur d'observation, une modification de comportement : on retrouve une relation linéaire, mais dont la pente, égale à deux, indique que l'objet examiné cesse d'être fractal.

3.2. Domaine fractal et volume élémentaire représentatif

L'approche classiquement adoptée pour décrire les phénomènes physiques qui se déroulent dans un matériau poreux consiste à raisonner sur un milieu continu fictif équivalent, homogène au moins localement.

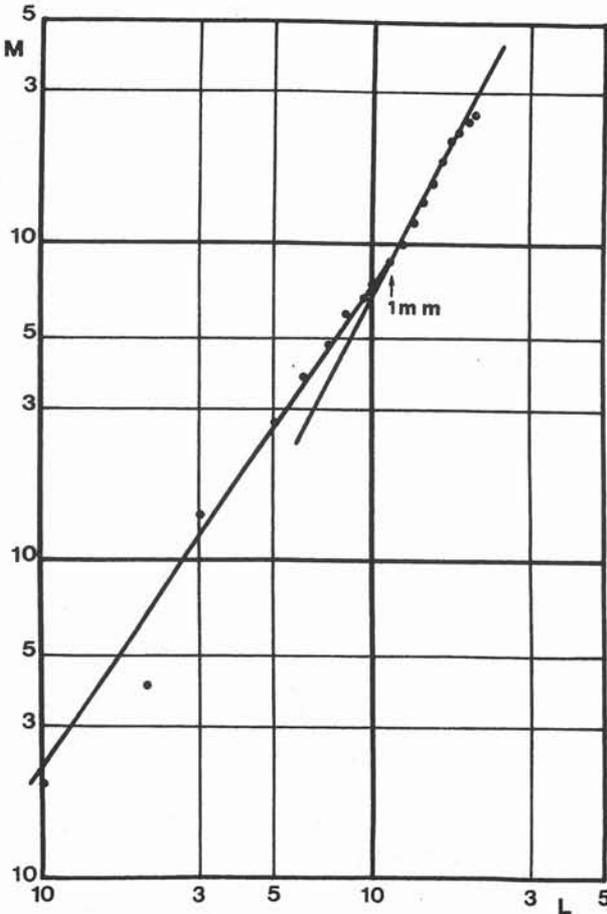


Fig. 5. — Analyse du réseau poreux. Grès de Fontainebleau (en noir sur la figure 2).
 Fig. 5. — Analysis of the porous network. Fontainebleau sandstone (black on figure 2).

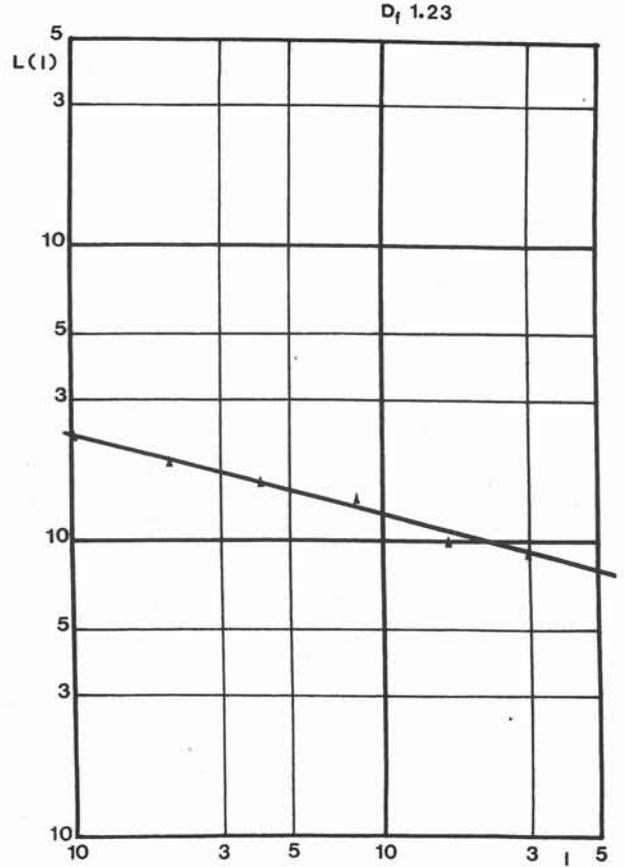


Fig. 6. — Analyse de la frontière minéral-espace poreux. Calcaire dolomitique (fig. 3).
 Fig. 6. — Analysis of the mineral-pore space boundary. Dolomitic limestone (fig. 3).

Pour décrire par exemple le déplacement d'une phase fluide par une autre dans le matériau poreux, on considérera que, dans le milieu équivalent, chacune des phases fluides est présente en tout point.

On définit alors, en tout point, une valeur pour chacun des paramètres ou grandeurs physiques décrivant le système (porosité, perméabilité, vitesse et pression locale de chacun des fluides...). Cette valeur est considérée comme une moyenne (à définir, et d'ailleurs souvent assez mal définie...) des valeurs prises par la grandeur correspondante dans un volume, centré au point considéré, et qui soit à la fois :

- suffisamment étendu pour que l'opération de prise de moyennes ait un sens ;
- suffisamment petit par rapport aux dimensions globales de l'échantillon, faute de quoi les variations des grandeurs moyennes ainsi définies resteraient trop faibles pour que l'on puisse espérer établir des lois macroscopiques utiles.

3.2.1. La notion de « Volume Élémentaire Représentatif » (voir § 1.2.) trouve à la fois sa justification, et une estimation de l'extension qu'il convient de lui donner, dans les exemples correspondant aux sections planes de réseaux poreux (lames minces) présentées sur les figures 2 et 4. L'analyse de ces images montre en effet, comme on l'a indiqué précédemment,

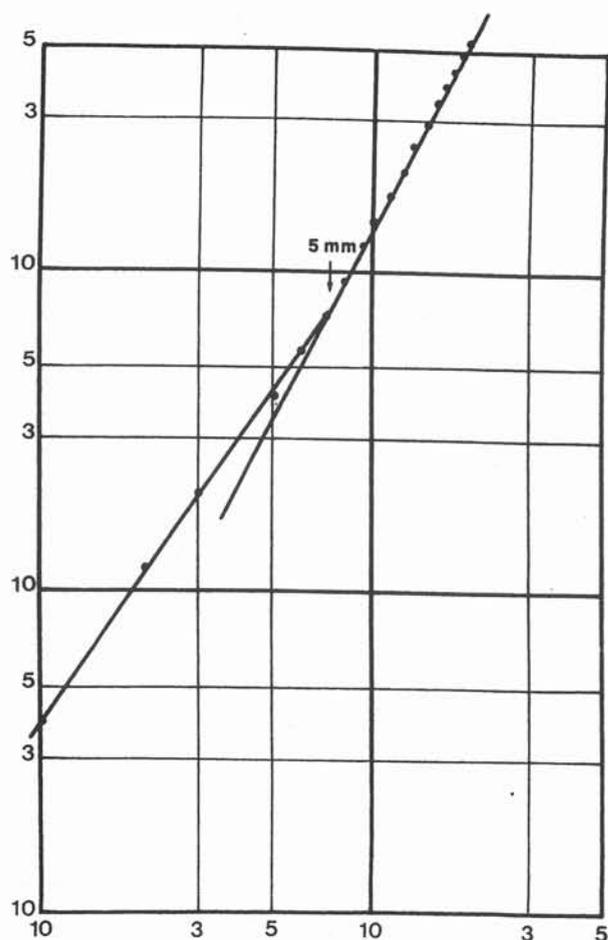


Fig. 7. — Analyse du réseau poreux. Calcaire dolomitique (en noir sur la figure 4).

Fig. 7. — Analysis on the porous network. Dolomitic limestone (black on figure 4).

que l'objet doit être considéré comme fractal en dessous d'une certaine échelle de longueur l_0 , et comme de dimension entière au-delà (fig. 5 et 7).

Ce n'est qu'au-delà de l_0 que l'on peut définir une porosité qui ait une signification réelle ; l_0^3 donne donc une estimation objective du volume élémentaire représentatif des matériaux considérés.

3.2.2. Il est instructif de noter les valeurs estimées de l_0 pour les deux roches poreuses analysées :

Grès de Fontainebleau : 1 mm
Calcaire dolomitique : 5 mm

Tout en restant prudent, et en gardant à l'esprit le fait qu'il ne s'agit là que d'ordres de grandeur, on notera que les différences sont largement significatives : l_0 peut être considéré comme une échelle caractéristique du réseau poreux du matériau (ou plutôt de l'échantillon).

3.2.3. Notons enfin que cette mesure du Volume Élémentaire Représentatif est celle qui correspond aux grandeurs liées directement — et uniquement — à la géométrie du matériau, soit, ici, la porosité.

3.3. Le variogramme appliqué à l'analyse de la porosité

3.3.1. Exemple : la porosité du Grès de Fontainebleau

a. L'analyse de la lame mince de Grès de Fontainebleau, dont la figure 4 fournit une photographie, a été présentée plus haut.

On a établi les conclusions résumées ici :

- le milieu est « fractal » à petite échelle ;
- le comportement devient « euclidien » pour des échelles d'observation supérieures au millimètre (soit de l'ordre de 4 diamètres de grains) ;
- ce comportement euclidien persiste au moins jusqu'aux échelles d'observation maximales que l'on a explorées, soit ici 10 mm environ.

b. On a cherché à compléter cette conclusion et à caractériser quantitativement la structure du milieu — considéré sous l'aspect « porosité » — pour des échelles de longueurs supérieures, comprises entre le centimètre et le mètre [22 et 23].

Disposant de deux barreaux de Grès de Fontainebleau de dimensions 5 cm × 5 cm × 50 cm, on a mesuré la porosité d'échantillons prélevés côte à côte dans ces barreaux, le pas d'échantillonnage étant de 2,5 cm (résultats sur la figure 8).

On a alors analysé ces mesures par la technique du variogramme.

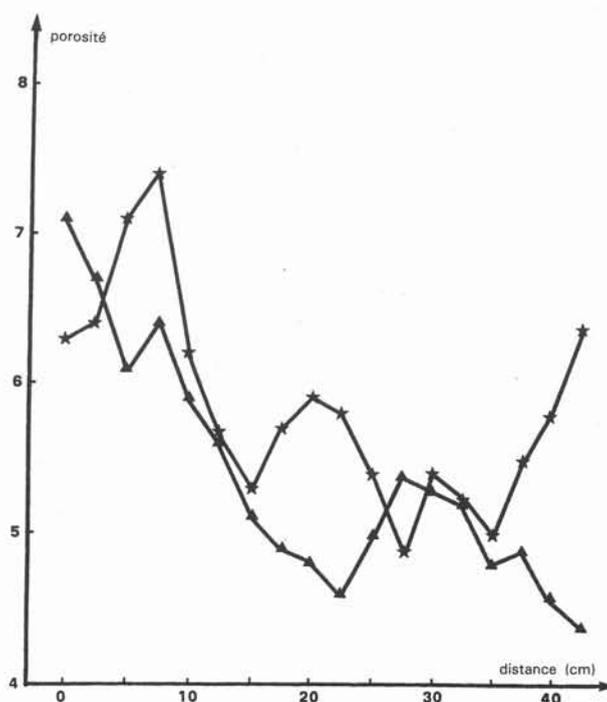


Fig. 8. — Variation de la porosité locale dans le Grès de Fontainebleau (2 barreaux de 50 cm).
Local porosity variations in Fontainebleau sandstone (2 rods, length 50 cm).

La figure 9 présente les résultats obtenus et conduit aux conclusions suivantes :

- l'allure du variogramme traduit l'existence de corrélations fortes entre les porosités mesurées sur des échantillons voisins (faibles valeurs du $\gamma(h)$, qui tend vers 0 quand h tend vers 0), et la détérioration progressive de ces corrélations lorsque la distance h qui sépare deux échantillons augmente ; le milieu présente donc une structure « hétérogène » (au sens de « non stationnaire ») aux échelles centimétriques ;

- l'indication d'une tendance vers une asymptote quasi-horizontale pour les fortes valeurs de h traduit l'existence d'une « portée » — ou « échelle » — du phénomène « hétérogénéité de porosité », estimée ici à 10-15 cm, au-delà de laquelle le matériau peut être considéré comme globalement « homogène » (au sens de « stationnaire ») :

- au-delà de 25 cm environ, le variogramme expérimental perd ici toute signification, le nombre de couples de mesures associables devenant trop faible.

3.3.2. Essai de synthèse sur l'exemple proposé

a. Regroupons l'ensemble des informations acquises sur ce cas particulier de la porosité du Grès de Fontainebleau, en les classant par ordre d'échelles d'observation croissantes, et en extrapolant un peu vers les faibles dimensions :

- si l'on se situe très en dessous de la taille des grains (environ 250μ), par exemple aux échelles inférieures à 10μ , le champ d'observation implanté « au hasard » sur la lame mince de la figure 2 sera presque sûrement tout entier contenu soit dans les grains (« porosité » nulle) soit dans les pores (« porosité » égale à 100 %) ; la réponse sera donc erratique et sans intérêt pratique ;

- pour des échelles de longueur comprises entre 0,1 et 1 mm, le milieu possède une « logique interne »

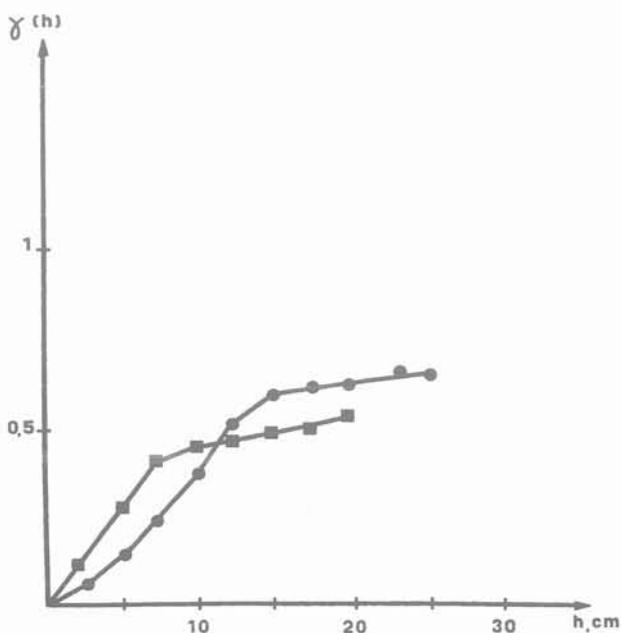


Fig. 9. — Variogrammes des porosités. Grès de Fontainebleau. Variogram of porosities. Fontainebleau sandstone.

- traduite par la structure fractale reconnue par la corrélation mise en évidence sur le graphe de la figure 5 (partie correspondant à une droite de pente inférieure à 2) ;

- aux échelles de longueur couvrant la gamme 1 mm — 10 mm, le matériau poreux présente une structure « euclidienne », et il peut être modélisé — en ce qui concerne la porosité — par un « milieu homogène équivalent » pour lequel la notion de porosité à une signification et devient accessible à la mesure (fig. 5, droite de pente 2) ;

- entre 25 mm et 15-20 cm, on voit apparaître une nouvelle structuration du milieu, traduite par la partie ascendante du variogramme des porosités (fig. 9) ;

- au-delà de 15-20 cm, le matériau perd à nouveau la « mémoire » de ses structures plus fines.

b. Une tentative d'illustration synthétique de ces conclusions est présentée sur la figure 10.

On notera essentiellement :

- la gamme très étendue des échelles de longueur explorées : de l'ordre de 100μ à 1 m, soit dans un rapport de 1 à 10^4 (dont il faut soustraire une tranche étroite, couvrant les échelles de 1 cm-2 cm environ ; cette lacune, résultant du manque de données disponibles, paraît sans incidence sur les conclusions énoncées ici),

- la succession de domaines alternativement « irréguliers » et « réguliers », que l'on peut considérer comme traduisant l'existence de structures emboîtées les unes dans les autres, à rapprocher des « structures gigognes » mises en évidence par SERRA [25], et dont les échelles se répartissent fréquemment selon une progression géométrique (noter l'échelle logarithmique adoptée pour présenter les résultats regroupés sur la figure 10).

3.4. Extension

à d'autres « grandeurs moyennes »

L'analyse de la répartition de l'espace poreux du Grès de Fontainebleau a permis de préciser la notion de Volume Élémentaire Représentatif et de reconnaître les limites dans lesquelles cette notion est applicable.

On se gardera toutefois de considérer que le Volume Élémentaire Représentatif ainsi défini, dans les gammes d'échelles de longueur où il correspond à une réalité physique, reste « représentatif » lorsque l'on s'intéresse à une autre grandeur pétrophysique. Deux exemples sont instructifs à cet égard.

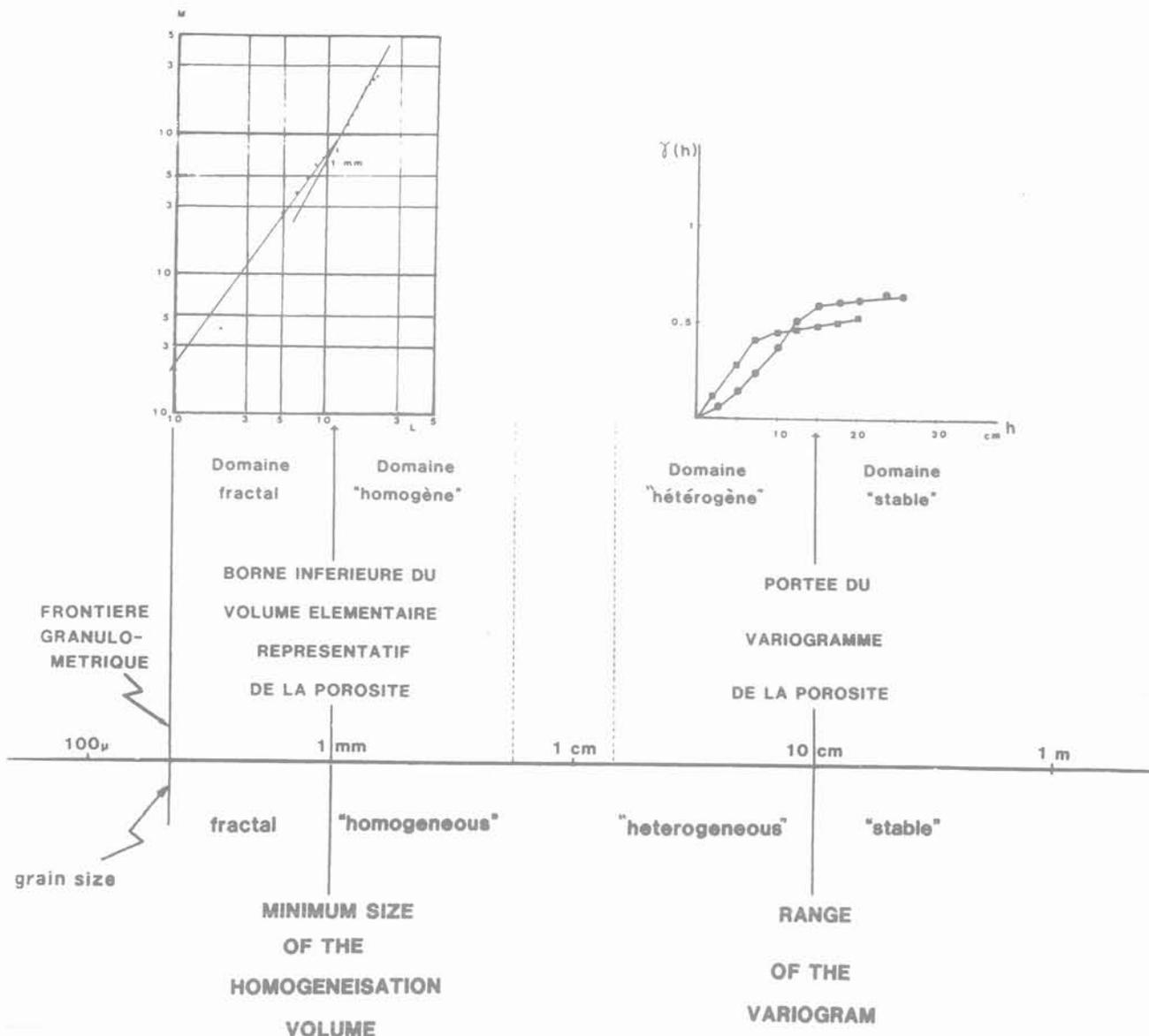
3.4.1. Structure des perméabilités du Grès de Fontainebleau

La figure 11 présente un variogramme des perméabilités du Grès de Fontainebleau ; elle met en évidence [39] :

- une structure en « îlots » de tailles centimétriques (variogramme présentant un « effet de trou ») ;

- une portée, à plus grande échelle, de l'ordre de 30 à 40 cm.

GRES DE FONTAINEBLEAU



FONTAINEBLEAU SANDSTONE

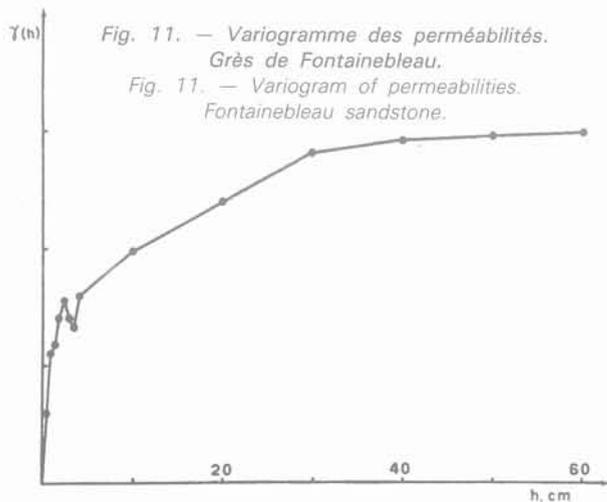


Fig. 11. — Variogramme des perméabilités. Grès de Fontainebleau.
 Fig. 11. — Variogram of permeabilities. Fontainebleau sandstone.

Fig. 10. — Structure de la porosité. Grès de Fontainebleau.
 Fig. 10. — Structure of the porosity. Fontainebleau sandstone.

Les échelles caractéristiques ainsi estimées sont significativement distinctes de celles observées pour la porosité.

3.4.2. Répartition des fluides lors d'une expérience de déplacement

On a montré (voir fig. 12) que l'interface liquide-gaz observé lors du drainage par gravité d'une colonne poreuse (de structure a priori simple, voisine de celle du Grès de Fontainebleau) est fractal, au moins aux échelles d'observation inférieures au diamètre de la colonne, soit 5 cm ([1] et [2]) ; le Volume Élémentaire Représentatif — s'il existe — doit donc avoir ici

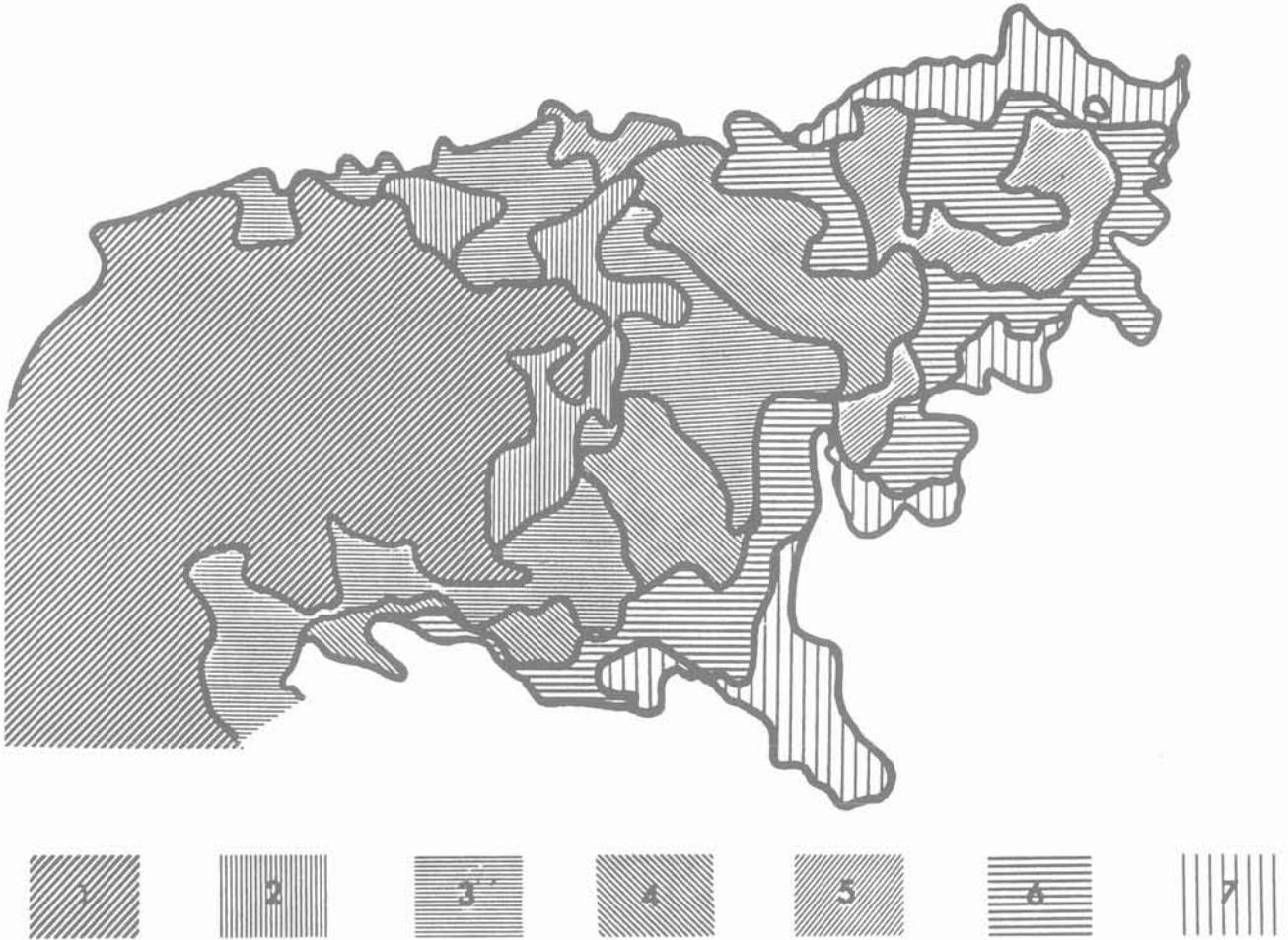


Fig. 12. — Interface gaz-liquide dans une colonne poreuse (Sept étapes successives).
 Fig. 12. — Gas-liquid interface in a porous column (Seven successive steps).

une extension qui déborde les dimensions de l'échantillon et, en conséquence, la notion de « saturation » est ici, à strictement parler, inutilisable, car sans signification.

4. CONCLUSIONS

4.1. Bilan global actuel

On résumera comme suit les résultats acquis :

- On dispose de techniques qui peuvent apporter une contribution utile à l'étude et à la description des objets naturels, et en particulier des structures complexes des matériaux géologiques.
- Certains phénomènes physiques (par exemple : les déplacements de fluides) dont ces matériaux sont le siège peuvent engendrer eux-mêmes des structures complexes éventuellement fractales (fronts de déplacements diphasiques, [1] et [2]) ou ne plus obéir aux lois classiquement admises (exemple : diffusion qui n'est plus décrite par une loi en racine carrée du temps).

c. Les particularités que l'on traduit depuis quelques années par la notion d'objet fractal sont étroitement liées avec celles qui avaient déjà été reconnues depuis longtemps par certains praticiens, et que la géostatistique a permis, depuis environ trente ans, de prendre en compte, à la fois sur le plan théorique et au niveau des applications industrielles.

4.2. Résultats pratiques acquis

On retiendra principalement les points suivants :

4.2.1. Notion de « Volume Élémentaire Représentatif »

Un premier résultat particulièrement important paraît être la mise en évidence objective d'échelles de longueur caractéristiques.

On notera que cette situation, si elle se présente fréquemment, ne recouvre sans doute pas la totalité des cas possibles (voir plus loin).

Dans les cas où de telles frontières existent, la notion de « Volume Élémentaire Représentatif » possède une signification objective, et on peut accéder à une estimation de sa mesure (pour une grandeur ou pour un phénomène physique donné).

4.2.2. Structures emboîtées (ou gigognes)

Si la gamme des échelles de longueur accessible à l'exploitation est suffisamment large, il arrive que l'analyse amène à mettre en évidence plusieurs transitions correspondant à autant de structures, identifiables par leurs échelles caractéristiques croissantes, et contenues les unes dans les autres.

Cette notion de structures emboîtées ou gigognes (pour reprendre des expressions déjà utilisées par MATHERON [32] et par SERRA [25]) est bien illustrée par l'exemple du Grès de Fontainebleau.

4.2.3. Limites de validité de la notion de « Volume Élémentaire Représentatif »

On peut concevoir des situations où, dans toute la gamme des échelles auxquelles un phénomène se déroule, il n'apparaisse aucune plage où la notion de Volume Élémentaire Représentatif ne soit applicable.

Ceci peut se réaliser :

- soit parce que la taille du domaine observable est trop réduite pour que l'on atteigne un état stationnaire ;
- soit parce qu'il existe des structures emboîtées qui se recouvrent mutuellement, aucune d'entre elles ne parvenant à se développer suffisamment (pour que le milieu devienne stable) avant que la suivante n'apparaisse.

Cette situation est bien illustrée par le schéma théorique proposé par SERRA [25] et qui montre qu'elle se traduit par exemple par des variogrammes de type De WIJS ($\gamma(h) = \alpha \cdot \log h$).

4.2.4. Représentativité des mesures physiques sur échantillons

La notion de « Volume Élémentaire Représentatif » ne possède donc pas de valeur absolue, applicable à l'ensemble des propriétés macroscopiques décrivant le comportement d'un matériau. On peut dès lors s'interroger sur la signification réelle de certains types d'essais réalisés sur échantillons et sur la valeur des grandeurs physiques déduites de ces essais, qui sont habituellement interprétés en supposant que les échantillons sont représentatifs pour l'ensemble des grandeurs macroscopiques correspondantes (par exemple : porosité, perméabilité, saturation en fluides, pour une expérience de déplacement).

4.3. Voies de recherches à explorer

4.3.1. L'aspect description géométrique mérite d'être étendu :

a. au niveau des méthodes, tout d'abord : des progrès touchant à la mécanisation — sinon l'automatisation au moins partielle — des procédés d'analyse géométrique paraissent souhaitables ;

b. au niveau des matériaux ensuite : on a testé l'intérêt de l'approche proposée en choisissant des objets géologiques simples. L'exploration de matériaux pré-

sentant des structures plus complexes paraît souhaitable.

En ce qui concerne l'aspect méthodologique, on signalera deux approches complémentaires qui font l'objet de développements actuels.

c. L'étude de la structure des matériaux rocheux par scanner X.

Cette technique, d'utilisation courante dans les domaines médicaux, permet l'exploration détaillée d'échantillons massifs, et présente l'avantage d'être non destructrice. Son utilisation permet donc, outre l'étude des structures internes d'échantillons, de sélectionner ceux qui seraient « représentatifs », donc à retenir pour une expérimentation en laboratoire.

Une illustration de cette technique est présentée sur la planche photo de la figure 13 ; l'image correspond à une tranche d'épaisseur millimétrique explorée directement à l'intérieur de l'échantillon.

Les différents niveaux de gris sont corrélés à la masse volumique locale du matériau.

d. L'utilisation d'équipements et de logiciels de traitement et d'analyse pour des images de ce type (ou d'images analogues obtenues d'après lames minces) répond au souci d'automatisation des procédures d'étude, évoqué plus haut.

La figure 14 présente le résultat obtenu en transformant, par seuillage et discrétisation, une image scanner, initialement en niveaux de gris, en image noir et blanc.

La figure 15 illustre l'efficacité de certains algorithmes basés sur les méthodes de morphologie mathématique ; on a cherché à ne retenir, de l'image scanner initiale, que les structures majeures, plus ou moins linéaires, qui recoupent le document (échantillon de craie).

4.3.2. La modélisation géométrique des matériaux poreux doit être abordée sous un angle permettant de prendre en compte les résultats acquis et de restituer au mieux la complexité des milieux réels.

A titre d'illustration de ceci, on citera deux domaines d'application possibles :

a. L'écoulement des fluides dans les roches-réservoirs :

P.M. ADLER [10] [11] [12] [13] [14] a abordé les problèmes de transport dans des structures périodiques dont les cellules élémentaires sont construites par des processus itératifs simples qui engendrent des géométries fractales.

Parmi les résultats obtenus, on retiendra notamment l'incidence, sur la valeur de la perméabilité, des particularités géométriques des différentes structures proposées.

Au-delà de cette première approche, des travaux récents [41] montrent qu'il est possible d'estimer la

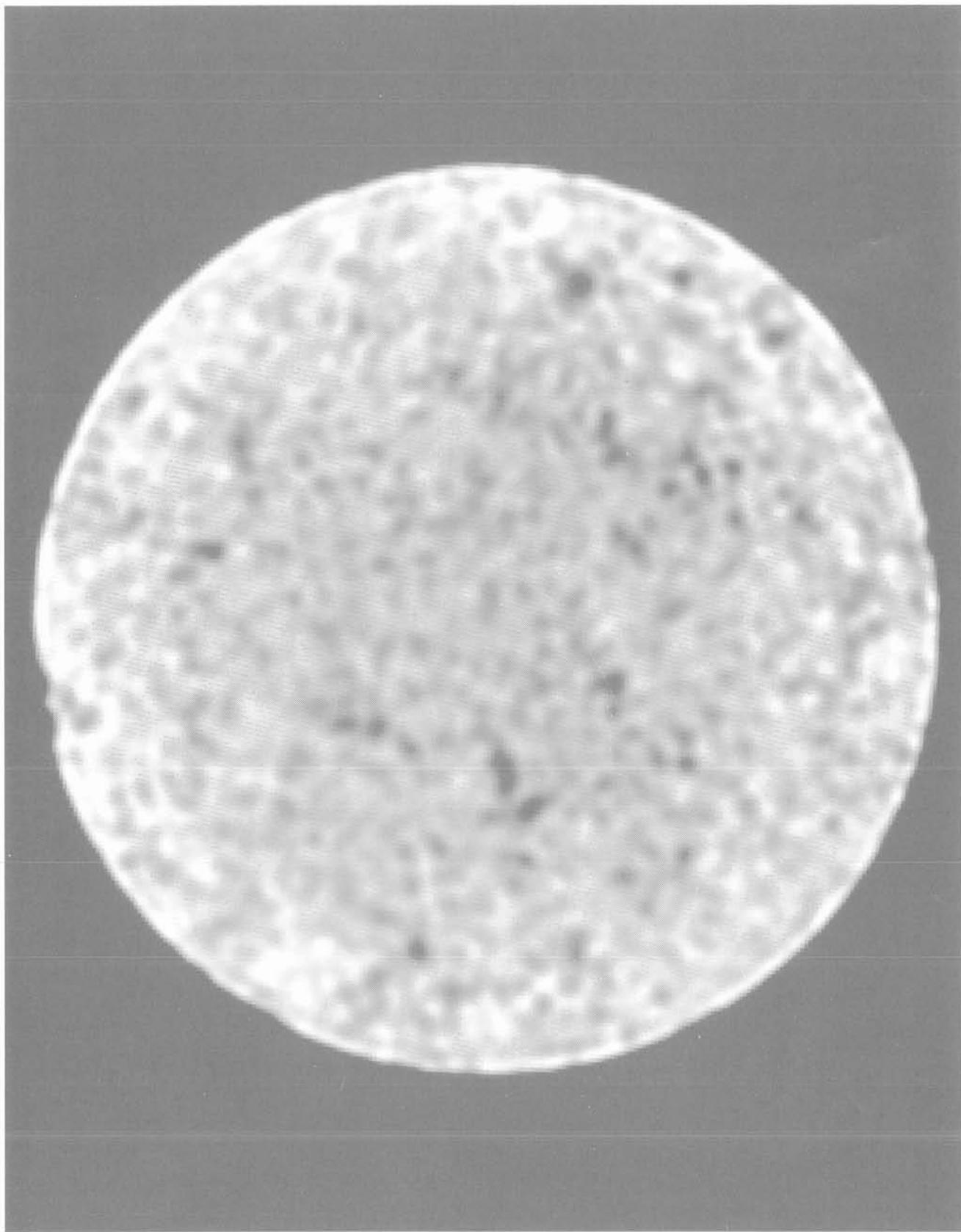


Fig. 13. — Image scanner X. Calcaire.
Fig. 13. — X ray scanner analysis. Limestone.

X-RAY SCANNER ANALYSIS

LIMESTONE

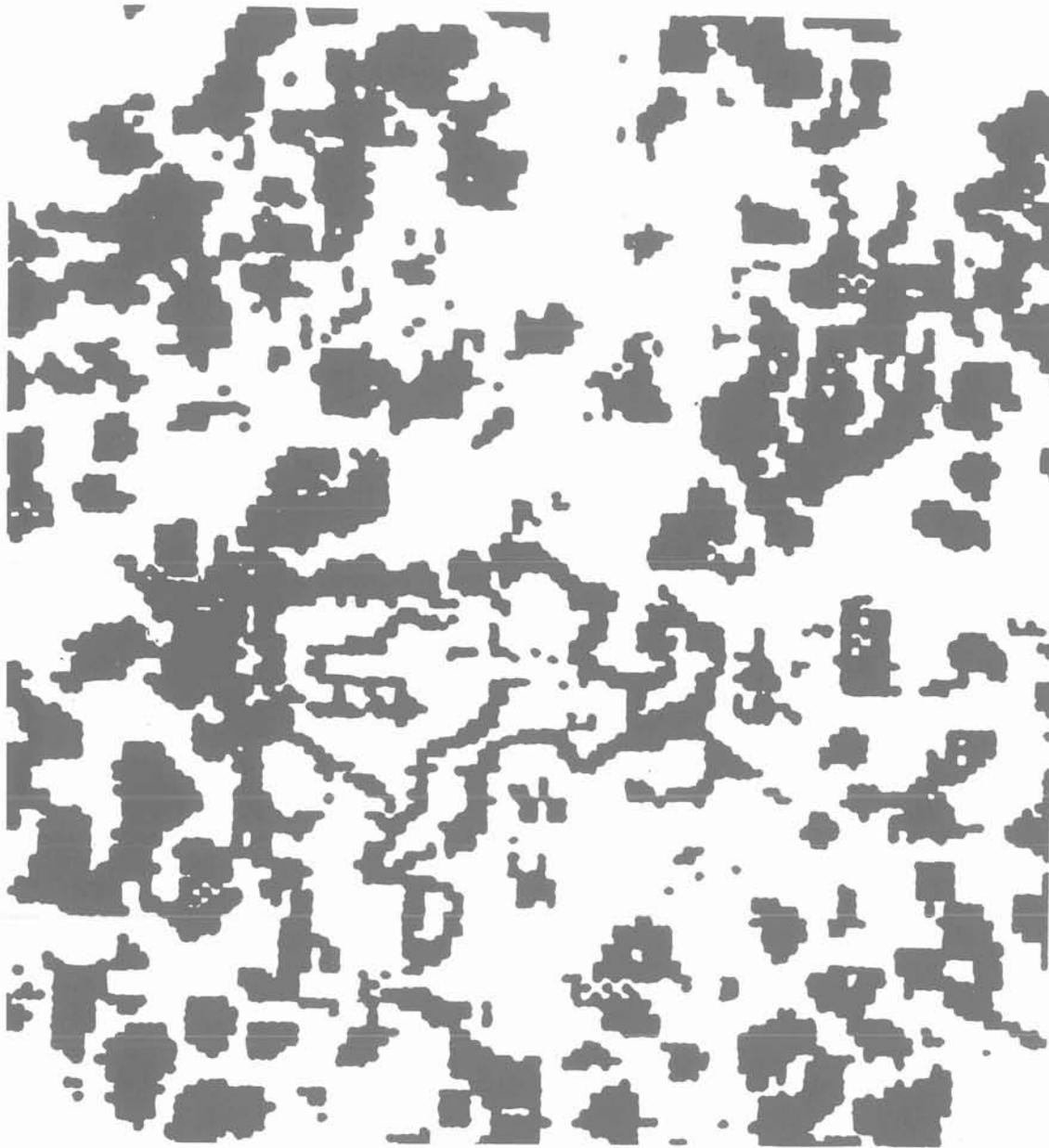


Fig. 14. — Image seuillée et digitalisée.
Fig. 14. — Thresholding and digitalization.

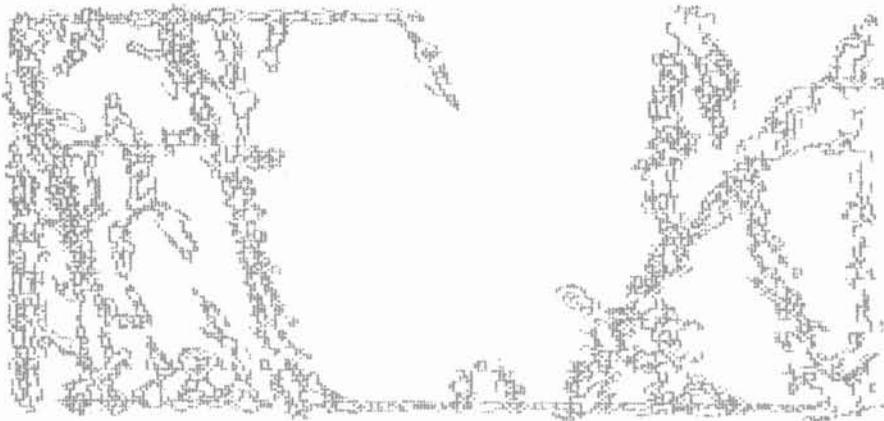
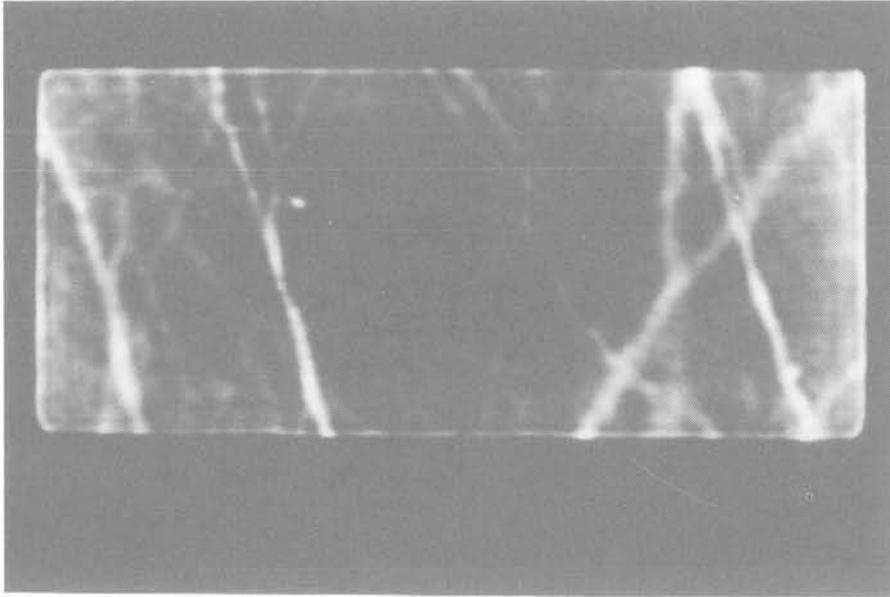


Fig. 15. — Analyse par scanner X. Echantillon de craie.
 Fig. 15. — X ray scanner analysis. Chalk sample.

perméabilité d'un matériau naturel à structure granulaire (Grès de Fontainebleau par exemple), à partir de données mesurées directement sur lame mince : porosité et fonction d'autocorrélation de l'espace des pores (on notera que le comportement à l'origine de la fonction d'autocorrélation traduit le degré de régularité — et éventuellement le caractère fractal — du matériau).

b. La propagation d'un signal (mécanique ou électromagnétique) :

On dispose de quelques résultats [42] qui montrent l'effet des interactions ondes-structures, en fonction notamment des rapports $\frac{\lambda}{L_i}$ entre la longueur d'onde λ et les échelles de longueur L_i — éventuellement multiples — qui caractérisent les structures du matériau.

L'étude approfondie de ces interactions devrait constituer un apport bénéfique pour les techniques, basées sur des phénomènes de propagation d'ondes, qui ont pour objet la caractérisation d'un milieu naturel (exemples : sismique, diagraphies).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] JACQUIN Ch. (1984), *Note sur le caractère fractal des interfaces fluide-fluide en milieu poreux*. Rapport IFP Réf. 32 341, Juillet 1984.
- [2] JACQUIN Ch. (1985), *Caractère fractal des interfaces fluide-fluide en milieu poreux*. Comptes rendus à l'Académie des Sciences. Paris, Série 2, Tome 300, n° 15.
- [3] JACQUIN Ch., ADLER P.M. (1983), *The fractal dimension of a gas-liquid interface in a porous*

- medium. *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 107, n° 2, October 1983, p. 405-417.
- [4] AVNIR D., FARIN D., PFEIFER P. (1984), *Molecular fractal surfaces*. *Nature*, Vol. 308, 15 mars 1984, p. 261-263.
- [5] BALE H.D., SMITH P.W. (1984), *Small angle X ray scattering investigation of submicroscopic porosity with fractal properties*. *Physical Review Letters*, Vol. 53, n° 6, 6 août 1984, p. 596-599.
- [6] KATZ A.J., THOMPSON A.H. (1985), *Fractal sandstone pores : implication for conductivity and pore formation*. *Physical Review Letters*, Vol. 54, n° 12, 25 mars 1985, p. 1325-1328.
- [7] JACQUIN Ch. (1985), *Caractère fractal des réseaux de discontinuité des massifs rocheux*. Rapport IFP, Réf. 33 699, Décembre 1985.
- [8] SCHOLZ C.H., AVILES C. (1985), *Fractal dimension of the 1906 San Andreas Fault and 1915 Pleasant Valley Faults*. Annual Meeting of the Seismological Society of America, 14-16 avril 1985, Austin, Texas.
- [8 bis] AVILES C.A., SCHOLZ C.H., BOAT WRIGHT J., *Fractal analysis applied to characteristic segments of the San Andreas Fault*. *J. Geophys. Res.*, Vol. 92, n° B1, 10 janv. 1987, pp. 331-344.
- [9] BENENATI R.F., BROSILOW C.B., (1962), *Void fraction distribution in beds of spheres*. *A.I.C.H.E. Journal*, Vol. 5, n° 3, July 1962, p. 359-361.
- [10] ADLER P.M. (1985), *Transport process in fractals I — Conduction and permeability of a Leibniz packing in the lubrication limit*. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 11, n° 1, p. 91-108.
- [11] ADLER P.M. (1985), *Transport process in fractals II — Stokes flow in fractal capillary networks*. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 11, n° 2, pp. 213-239.
- [12] ADLER P.M. (1986), *Transport processes in fractals VI — Stokes flow in Sierpinski carpets*. *Phy. Fluids*, 29, p. 15.
- [13] ADLER P.M., *Perméabilité d'un milieu poreux aléatoire bidimensionnel*. *Comptes rendus Acad. Sciences*, Paris.
- [14] ADLER P.M., JACQUIN C.G. (1987), *Fractal porous media. I Stokes flow in random carpets*. *Transport in Porous Media*, 2, p. 553-569.
- [15] JACQUIN G., ADLER P.M. (1987), *Fractal porous media — II — Geometry of porous geological structures*. *Transport in Porous Media*, 2, p. 571-596.
- [16] MANDELBROT B. (1975), *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*. Flammarion, Paris.
- [17] MANDELBROT B. (1975), *Hasard et tourbillons. Quatre contes à clefs*. *Annales des Mines*, Nov. 1975, p. 61-66.
- [18] DE WIJS H.J. (1951, 1953), *Statistics of ore distribution*. *Geologie in Mijnbouw*, 13 (1951), p. 365-375 et 15 (1953), p. 12-24.
- [19] FELLER W. (1966), *Introduction to probability theory and its applications*. John Wiley and sons.
- [20] MATHERON G. (1967), *Kriging or polynomial interpolation procedures ? The canadian mining and metallurgical bulletin*, *Transactions*, vol. LXX, p. 240-244.
- [21] MATHERON G. (1965), *Les Variables régionalisées et leur estimation*. Masson, Paris.
- [22] SAVOLDELLI P. (1984), *Etude hydraulique et acoustique des hétérogénéités du Grès de Fontainebleau*. Rapport de stage. Rapport IFP, Réf. 32 318, Juillet 1984.
- [23] JACQUIN Ch., LEGAIT B. (1985), *Approche probabiliste des milieux hétérogènes ou fracturés, en relation avec les écoulements diphasiques*. Symposium AIRH, Montvillargenne, 3-7 juin 1985.
- [24] SERRA J. (1982), *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press, Chapitre V, D4 « The fractal behaviour of clay material », p. 152-158.
- [24 bis] KOLOMENSKI E.N., SERRA J. (1976), *Trois études de morphologie mathématique en géologie de l'ingénieur*. *Bulletin de l'Association International de Géologie de l'Ingénieur*, n° 13, p. 89-97.
- [25] SERRA J. (1965), *Les structures gigognes : morphologie mathématique et interprétation métallogénique*. *Mineralium Deposita (Berl.)*, 3, p. 135-154.
- [26] DANIS M., JACQUIN Ch. (1983), *Influence du contraste des viscosités sur les perméabilités relatives lors du drainage. Expérimentation et modélisation*. *Revue de l'IFP*, Vol. XXXVIII, n° 6, Nov-Déc. 1983, p. 723-734.
- [27] JACQUIN Ch. (1964), *Relations entre la perméabilité et les caractéristiques géométriques du Grès de Fontainebleau*. *Revue de l'IFP*, Vol. XIX, Juillet-Août 1964, p. 921-937.
- [28] GUILLOT D. (1982), *Propriétés physiques et texturales d'un modèle artificiel d'un matériau à porosité intergranulaire*. Thèse Paris VI, Ecole des Mines, 14 juin 1982.
- [29] CONRAD F., JACQUIN Ch. (1973), *Représentation d'un réseau bidimensionnel de failles par un modèle probabiliste. Application au calcul des grandeurs géométriques des blocs matriciels*. *Revue de l'IFP*, Vol. XXVIII, n° 6, Nov-Déc. 1973, p. 843-890.
- [30] MAHE M.J., ADLER P.M., JACQUIN Ch. (1985), *La dimension fractale d'un interface gazeuse dans un milieu poreux*. Symposium international sur l'approche stochastique des écoulements souterrains. AIRH, Montvillargenne, 3-7 juin 1985.
- [31] MATHERON G., DE MARSILY G. (1980), *Is transport in porous media always diffusive ? A counter example*. *Water resources research*, 16 (4).

- [32] MATHERON G. (1987), *Eléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson, Paris.
- [33] REDNER S., KOPLIK J., WILKINSON D., *Hydrodynamic dispersion in a self-similar geometry* (preprint).
- [34] ALLAIN C., CLOITRE M. (1985), Optical Fourier transforms of fractals « fractals in physics ». Trieste, Juillet 1985.
- [35] OJO S.B., MEREU R.F. (1986), *The effect of random velocity functions in the travel times and amplitudes of seismic waves*. Geophys. J. R. ast. Soc., 1986, Vol. 84, p. 607-618.
- [36] JAKEMAN E., HOENDERS B.J. (1982), *Scattering by a random surface of rectangular grooves*. Optica Acta, Vol. 29, n° 12, p. 1587-1598.
- [37] BOURBIAUX B. (1986), *Rapport de synthèse sur la mise à l'échelle des essais d'imbibition sur des milieux poreux parfaitement mouillés par l'eau*. Rapport IFP-ARTEP, Réf. IFP 34 053, Avril 1986.
- [38] MATHERON G. (1965), *Les variables régionalisées et leur estimation*. Masson, Paris.
- [39] JACQUIN Ch. G., ADLER P.M. (1987), *Structure of porous networks and fluid flow in rock masses*. Paper presented at the International Workshop on Forced fluid flow through strong fractured rock masses. Garchy (France) 13-15 April 1987. Commission of the European Communities EUR 11164/2.
- [40] JACQUIN Ch. G., ADLER P.M. (1987), *Fractal geological structures*. Paper presented at the 7th International Congress for stereology, Caen, 2-9 Sept 1987. Acta Stereologica, 1987 ; 6/III, 821-826.
- [41] ADLER P.M., JACQUIN Ch. G., QUIBLIER J.A. (1989), *Flow in simulated porous media*. Soumis à publication.
- [42] LAFAIT J., TANNER B.D. (Editors) (1988), *ETOPIM 2. Proceedings of the Second international conference on electrical transport and optical properties of inhomogeneous media*. 29 August-2 September 1988, Paris, France, North-Holland, Amsterdam, 1989.

quelques remarques sur les méthodes d'homogénéisation

some remarks on homogenization processes

J.L. AURIAULT, D. CAILLERIE

Institut de Mécanique de Grenoble*
associé au CNRS

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 43-50 (octobre 1989)

Résumé

De nombreux matériaux tels les composites, les poreux, etc. présentent une grande densité de fortes homogénéités fines. Les volumes considérés comprenant un très grand nombre d'hétérogénéités, la description n'est possible qu'en «moyenne» où le matériau est remplacé par un continu macroscopiquement équivalent: le matériau est alors dit homogénéisé.

De nombreuses méthodes d'homogénéisation sont disponibles. Elles peuvent se classer suivant qu'il existe des échelles caractéristiques séparées ou non, que le matériau est à structure périodique ou aléatoire. Nous présentons ici quelques indications sur ces différentes catégories en mettant l'accent sur leurs possibilités et leurs points communs. La méthode d'homogénéisation de structures périodiques est abordée plus en détail et des exemples sont présentés qui mettent en évidence ses possibilités.

Abstract

Numerous materials such as composites, porous media etc. exhibit a high density of small heterogeneities. Considering that the bulk volume of such materials is composed of a large number of heterogeneities, the only possible description is in the mean where the material is replaced by a macroscopically equivalent continuum: the material is said to be homogenized.

Available homogenization processes are numerous. They can be classified according to the existence of separated scales or not and to the material structure either periodic or random. We present some informations concerning the possibilities and the common features of the different sorts of processes. Focusing on the method of homogenization for periodic structures, some examples of application are presented which display its possibilities.

* BP 53 X, 38041 Grenoble Cedex.

1. INTRODUCTION

De nombreux matériaux présentent une forte densité d'hétérogénéités fines. Ce sont par exemple les composites, les sols, les poreux, les polycristaux, les suspensions, les mélanges de fluides séparés mais aussi la terre armée, l'ensemble sol-fondation sur pieux ou les structures réticulées dans la mesure où les armatures, les pieux, les poutres de la structure sont en grand nombre.

Lors de l'étude, il est difficile, voire impossible de prendre en compte les hétérogénéités une à une. Le problème s'avère en effet mal conditionné. La description de ces matériaux n'est possible qu'en «moyenne»: l'idéal est de les remplacer par des continus macroscopiquement équivalents. On dit alors que les matériaux sont homogénéisés.

Dans la suite l'échelle microscopique ou locale sera l'échelle des hétérogénéités et l'échelle macroscopique l'échelle du matériau à étudier, contenant un grand nombre d'hétérogénéités.

La description macroscopique peut être obtenue soit par une étude phénoménologique ou expérimentale, directement à l'échelle macroscopique, soit par une technique d'homogénéisation, c'est-à-dire par passage de la description microscopique à la description macroscopique. C'est cette deuxième voie qui est abordée ici. Il n'est pas possible de donner un aperçu complet de toutes les techniques d'homogénéisation, fort nombreuses. Nous nous bornons donc principalement à la présentation de deux d'entre elles: l'homogénéisation de structures périodiques (HSP) (BENSOUSSAN et al., 1978; SANCHEZ-PALENCIA, 1980), et la modélisation statistique (MS) développée par KRÖNER (1986) pour les matériaux de structures aléatoires. D'une part ce sont sans doute les méthodes les plus efficaces, d'autre part certains liens de parenté entre elles permettent de tirer quelques idées générales.

La partie 2 présente des généralités sur les méthodes d'homogénéisation ainsi que les relations existant entre certaines d'entre elles. La modélisation statistique est ensuite présentée brièvement dans la troisième partie. En parallèle l'homogénéisation de structure périodique fait l'objet de la partie 4, suivie dans la partie 5 d'une comparaison des possibilités de ces deux techniques. Enfin on donne quelques applications de la méthode HPS dans la dernière partie 6.

Cette présentation ne peut être exhaustive. Aussi nous passons sur certaines difficultés concernant les conditions d'application des méthodes d'homogénéisation, notamment celles qui sont liées aux conditions aux limites des matériaux étudiés.

2. GÉNÉRALITÉS SUR LES MÉTHODES DE PASSAGE MICRO-MACRO

Remarquons tout d'abord, et cela était sous-jacent dans l'introduction ci-dessus, que l'homogénéisation d'un milieu à forte densité d'hétérogénéités n'est pos-

sible que si on considère des domaines contenant un grand nombre d'hétérogénéités. Si l est une dimension caractéristique des hétérogénéités et L une dimension caractéristique du volume de matériau ou du phénomène étudié, $\epsilon = l/L \ll 1$. Nous dirons alors que les échelles sont séparées. Deux grandes classes de matériaux peuvent alors être définies suivant que ces deux échelles sont séparées ou non. Pour la première, il n'existe pas d'autre échelle intermédiaire. L'homogénéisation est alors possible pour les matériaux caractérisés par une invariance (ou quasi-invariance) par translation à l'échelle microscopique, dans un sens qui sera précisé plus loin. Peuvent d'ailleurs coexister plus de deux échelles, mais à la condition qu'elles soient bien séparées les unes des autres. Et on passe alors de l'une à l'autre immédiatement supérieure par homogénéisation.

Lorsqu'il existe une infinité d'échelles non séparées (la deuxième classe), des résultats peuvent être obtenus lorsque la structure est invariante par dilatation. Par exemple dans le cas d'un réseau régulier de barres conductrices ou non conductrices réparties de façon aléatoire, la structure de la partie conductrice du réseau est invariante par dilatation lorsque la probabilité de barre dans l'état conducteur est voisine de la probabilité critique caractérisant le seuil conducteur-non conducteur du réseau. La théorie de la percolation (CLERC et al., 1983) permet alors, pour de telles structures, d'obtenir l'allure de la conductivité du réseau au voisinage du seuil.

Comme on le voit, il s'agit ici aussi d'homogénéisation puisqu'une propriété «moyenne», ici la conductivité effective du réseau est obtenue. Toutefois on réserve en général le terme d'homogénéisation aux techniques de passage micro-macro concernant les structures à échelles séparées. Nous n'abordons dans la suite que cette seule classe de matériaux.

2.1. Méthodes d'homogénéisation à échelles séparées

Donnons tout d'abord quelques exemples de matériaux hétérogènes en rapport avec le génie civil. L'échelle microscopique de longueur caractéristique l n'est «microscopique» qu'en comparaison de l'échelle macroscopique de longueur caractéristique L . Ainsi l peut prendre des valeurs qui n'ont rien de microscopique comparées à l'échelle humaine. Si pour les argiles l sera la taille des pores, par exemple 50 Å, un composite mat de verre-résine époxy aura un $l \sim 1$ mm, le béton un $l \sim 1$ cm, une terre armée ou un talus drainé par géotextiles un $l \sim 50$ cm, et enfin une fondation sur pieux un $l \sim 5$ m. Sans qu'il soit possible de donner une frontière bien précise, on estime en général que l'homogénéisation devient performante pour $L > 10 l$ soit $\epsilon < 0,1$.

Une autre caractéristique générale de toutes les méthodes est qu'elles utilisent des moyennes pour définir les grandeurs macroscopiques. Mais celles-ci sont soit introduites de façon arbitraire et ceci constitue un prérequis à l'échelle macroscopique qui impose ainsi la définition des grandeurs physiques macroscopiques, soit elles sont introduites par le processus de passage micro-macro et ceci est une garantie d'obtention de la «bonne» grandeur physique macroscopique.

Comme on le voit sur les exemples ci-dessus deux classes de matériaux se dégagent à nouveau : les matériaux à structures périodiques et ceux à structures aléatoires. Les premiers sont étudiés par la méthode d'homogénéisation de structures périodiques (HSP) développée par BENSOUSSAN et al. (1978) et SANCHEZ-PALENCIA (1980) et maintenant appliquée à de nombreux domaines de la physique. Nous reviendrons en détail sur cette méthode dans la partie 4 et donnerons succinctement quelques exemples d'application dans la partie 6. Les seconds, c'est-à-dire les matériaux à structures aléatoires font l'objet de très nombreuses techniques que nous ne pouvons pas rapporter toutes ici. Citons la méthode de Modélisation Statistique (MS) de KRÖNER (1986), les méthodes développées par GELHAR (1987) ou par MATHERON (1967), les méthodes auto-consistantes (cf. par exemple ZAOUÏ, 1987) et d'une façon générale les méthodes de moyennes proprement dites (GILBERT, 1987; HOWES et al., 1985; BEDFORD et al., 1983; NIGMATULIN, 1981), etc. La méthode introduite par KRÖNER (1986) sera présentée succinctement dans la partie 3. L'étude des matériaux à structures aléatoires présuppose l'hypothèse de stationnarité ou de quasi-stationnarité. Même si elle n'est pas toujours clairement énoncée, cette hypothèse est sous-jacente dans toutes les méthodes et nécessaire pour qu'une homogénéisation puisse être faite. Elle correspond à la propriété de périodicité des structures périodiques, présentant avec elle cette propriété d'invariance par translation, à opposer à l'invariance par auto-similarité utilisée pour les matériaux à échelles non séparées.

Il est intéressant de noter les points communs entre les méthodes d'homogénéisation les plus performantes. D'une part les méthodes auto-consistantes apparaissent comme équivalentes à la méthode MS dans le cas d'un désordre parfait (KRÖNER, 1972, 1986). D'autre part, pour un composite élastique, les coefficients d'élasticité effectifs (macroscopiques) ont une écriture formelle identique, qu'ils soient obtenus par la méthode MS pour un composite aléatoire ou par la méthode HPS pour un composite périodique (KRÖNER, 1980).

Pour les problèmes de filtration, il est aisé de constater qu'un résultat du même ordre est valable pour un poreux composite, en comparant les écritures formelles du coefficient de perméabilité effectif obtenu par MATHERON (1967) et celui obtenu par la méthode HPS.

Mais d'une façon générale, plus la séparation des échelles est propre, meilleurs sont les résultats. Cela donne un avantage décisif à la méthode HSP. La périodicité introduit en effet une séparation des échelles parfaites, l'une pouvant être définie comme dimension caractéristique de la période. Ceci n'est pas possible pour les matériaux à structure aléatoire.

2.2. La méthode d'homogénéisation idéale

La méthode d'omogénéisation idéale prétend, à partir de la description complète à l'échelle microscopique, découvrir la description complète à l'échelle

macroscopique. Ainsi à l'échelle microscopique sont supposées connues :

- les équations de conservation ;
- les rhéologies avec la valeur des paramètres ;
- les grandeurs physiques qui décrivent les phénomènes étudiés ;
- la géométrie.

Et le processus de passage micro-macro doit donner :

- les équations de conservation ;
- les rhéologies et les paramètres effectifs ;
- les bonnes grandeurs physiques qui décrivent les phénomènes à l'échelle macroscopique.

Bref le processus idéal doit être indépendant de toute hypothèse à l'échelle macroscopique afin de garantir la qualité scientifique du résultat. Quant on aura remarqué que les structures des modélisations macroscopiques peuvent être très différentes des structures des modélisations microscopiques correspondantes, on comprendra l'importance de ce point ; un exemple en est la filtration dans un poreux rigide : à l'échelle des pores la description pour un fluide newtonien est celle de STOKES avec la rhéologie correspondante ; à l'échelle macroscopique la modélisation est celle de la loi de DARCY, certes aussi l'expression du principe fondamental de la mécanique, mais avec une structure fort différente où la rhéologie se présente maintenant intimement mêlée à la dynamique (AURIAULT, 1986).

Le processus idéal doit aussi permettre la localisation, c'est-à-dire la détermination des champs de grandeurs physiques locales à partir des valeurs des grandeurs physiques macroscopiques. Il est alors évident que la seule méthode qui réponde à ces conditions est la méthode HSP puisque la périodicité assure la description complète du matériau. Par contre il n'est jamais possible de décrire totalement un matériau aléatoire (sauf dans le cas limite du désordre parfait). Ainsi les méthodes associées aux structures aléatoires ne peuvent pas être parfaites. La description locale étant incomplète, il est nécessaire d'introduire à l'échelle macroscopique des prérequis sur le danger desquels nous avons attiré l'attention plus haut.

3. LA MODÉLISATION STATISTIQUE

Cette méthode (KRÖNER, 1986) est principalement utilisée pour obtenir des informations sur les coefficients effectifs d'un composite élastique soumis à une sollicitation statique.

Les hypothèses sont :

- les échelles sont séparées : $\epsilon = l/L \ll 1$. Cette hypothèse est sous-jacente mais il n'en est pas fait usage systématique dans le passage micro-macro ;
- le matériau a une structure aléatoire ;
- le milieu stationnaire est de dimension infinie. L'hypothèse d'ergodicité est admise : la moyenne d'ensemble égale la moyenne de volume ;

— un prérequis est imposé : $\langle \underline{\sigma} \underline{\epsilon} \rangle = \langle \underline{\sigma} \rangle \langle \underline{\epsilon} \rangle$ où l'opérateur $\langle . \rangle$ représente la moyenne de volume, $\underline{\sigma}$ la contrainte et $\underline{\epsilon}$ la déformation. Ceci implique que :

- la contrainte macroscopique est $\langle \underline{\sigma} \rangle$;
- la déformation macroscopique est $\langle \underline{\epsilon} \rangle$;
- le matériau a un comportement macroscopique élastique ;
- la moyenne de la densité locale d'énergie élastique égale la densité macroscopique d'énergie élastique.

Comme nous l'avons indiqué plus haut la description locale d'un matériau à structure aléatoire n'est jamais parfaitement connue. L'intérêt de la modélisation statistique de KRÖNER est de parfaitement s'adapter à cette situation : la méthode fournit des bornes supérieures et inférieures pour les coefficients effectifs, ces bornes étant d'autant plus rapprochées que l'information augmente.

La méthode peut être présentée à partir de la formulation intégrale du problème aux limites pour un milieu infini, prenant en compte toutes les hétérogénéités et utilisant la fonction de GREEN modifiée en déformation. Comme cette fonction de GREEN n'est évidemment pas connue, compte tenu de la complexité du problème, KRÖNER (1986) introduit la fonction de GREEN modifiée en déformation associée à un milieu élastique fictif homogène. Cette fonction est parfaitement connue. KRÖNER montre alors que la vraie fonction de GREEN s'exprime à partir de cette fonction de GREEN fictive et de la répartition \underline{c} du tenseur élastique. Puis, utilisant la définition suivante du tenseur élastique effectif \underline{C}_{eff} qui découle du prérequis mentionné ci-dessus :

$$\langle \underline{\sigma} \rangle = \langle \underline{C} \underline{\epsilon} \rangle = \underline{C}_{eff} \langle \underline{\epsilon} \rangle,$$

\underline{C}_{eff} est représenté sous forme d'un développement en série relativement aux fonctions de corrélation d'ordre croissant de \underline{c} .

Des considérations énergétiques permettent ensuite de montrer que la série tronquée, donc ne nécessitant que la connaissance des fonctions de corrélation d'ordre inférieur à un ordre donné n correspond à une borne supérieure de \underline{C}_{eff} , décroissante avec n . La même approche avec $\underline{s} = \underline{c}^{-1}$ conduit symétriquement à une suite croissante de bornes inférieures. Les bornes les moins précises sont celles de VOIGT, $\langle \underline{c} \rangle$ et REUSS, $\langle \underline{c}^{-1} \rangle^{-1}$. Elles ne nécessitent que la connaissance des moyennes de \underline{c} et \underline{s} et sont alors les meilleures possibles. L'introduction de fonctions de corrélation d'ordre 2 conduit à des bornes plus rapprochées. Si le matériau est macroscopiquement isotrope et les modules élastiques de deux grains voisins non corrélés, ce sont les bornes d'HASHIN et al., (1963) ; et ainsi de suite. La connaissance de toutes les fonctions de corrélation conduit en théorie au coefficient effectif lui-même.

4. HOMOGENÉISATION DE STRUCTURES PÉRIODIQUES

On trouvera plus de détails sur cette technique en BENSOUSSAN et al. (1978) et SANCHEZ-PALENCIA (1980).

Les hypothèses de départ sont plus réduites que dans la méthode décrite dans le paragraphe précédent :

— les échelles sont séparées : $\epsilon = l/L \ll 1$. Mais ici il est fait un usage systématique de l'existence d'un tel petit paramètre :

- en introduisant en plus de la variable d'espace classique dite variable lente, une variable d'espace dilatée $\underline{y} = \underline{x}/\epsilon$ ou variable rapide où l'échelle est bien appropriée à la description des hétérogénéités fines. La variable lente \underline{x} sert à décrire le comportement macroscopique équivalent ;

- en recherchant les inconnus \varnothing sous la forme de développements asymptotiques en puissance de ϵ ;

— le milieu est finement périodique. La structure périodique du matériau induit certaines propriétés de périodicité des inconnues. Ainsi un fluide filtrant dans un poreux périodique sera caractérisé par un champ de vitesse périodique. D'autre part la période, dont les dimensions sont $O(l)$, peut varier lentement dans l'espace c'est-à-dire de $O(1)$ sur les distances $O(L)$. De même les inconnues, qui ont des fluctuations locales dues aux hétérogénéités et bien décrites par la variable \underline{y} , sont aussi variables à l'échelle macroscopique, dû fait de la quasi-périodicité éventuelle évoquée ci-dessus ou des conditions aux limites macroscopiques qui induisent des gradients à cette échelle. La variable \underline{x} décrit ces variations. Ainsi les inconnues peuvent être cherchées sous la forme :

$$\varnothing = \varnothing^{(0)}(\underline{x}, \underline{y}) + \varnothing^{(1)}(\underline{x}, \underline{y}) + \epsilon^2 \varnothing^{(2)}(\underline{x}, \underline{y}) + \dots$$

où les \varnothing^i sont périodiques en \underline{y} .

Le comportement macroscopique équivalent est obtenu pour ϵ tendant vers zéro et fait donc intervenir les premiers termes non nuls de tels développements. D'autres approches équivalentes sont possibles que nous ne présentons pas ici, les fondements étant identiques.

La méthode présente toutes les caractéristiques de la méthode idéale évoquée plus haut. Ceci découle principalement du fait que la périodicité permet une connaissance parfaite de la description locale. Ainsi un problème aux limites concernant un matériau périodique comportant un grand nombre d'hétérogénéités s'étudie de la façon suivante au moyen de la méthode HSP :

a. Introduisant pour les inconnues des développements asymptotiques du type présenté ci-dessus dans les équations traduisant la description locale, on obtient pour les différentes puissances de ϵ une suite de problèmes aux limites à résoudre sur une période. L'étude de ces problèmes introduit naturellement la notion de moyenne de volume, les grandeurs macroscopiques à prendre en compte, les équations vérifiées par ces grandeurs. On obtient ainsi la description macroscopique équivalente : équations de bilans, rhéologies, coefficients effectifs mais aussi la correspondance entre les grandeurs moyennes et les champs locaux, c'est-à-dire la localisation. Le sens physique des grandeurs moyennes doit faire l'objet d'une étude particulière. En effet des grandeurs comme la contrainte ou la vitesse, qui sont des flux, n'ont de sens physique macroscopiquement que définies par des moyennes de surface. La relation entre moyennes de volume et de surface, permise par la méthode, est donc nécessaire à une bonne écriture de la description macroscopique.

b. Les matériaux étudiés sont généralement de dimensions finies. La périodicité est rompue près de ces frontières macroscopiques et n'y subsiste que tangentiellement. La solution présentée en a n'est valable que très loin (mesurée en variable y) de ces frontières. Il convient donc d'introduire le Tong de celles-ci des couches limites de raccordement de la solution homogénéisée obtenue en a avec les conditions aux frontières macroscopiques. Cela permet de définir dans le même temps le type de conditions aux limites correspondant au problème étudié et d'obtenir les champs locaux au niveau de ces couches limites (cf. LEVY et al., 1975, 1977, pour deux études particulières concernant les poreux et SANCHEZ-PALENCIA, 1987 pour des remarques plus générales).

c. Le problème aux limites macroscopiques est résolu, utilisant la description macroscopique fournie par l'homogénéisation et les bonnes conditions aux limites induites par l'étude des couches limites.

d. Localisation. Les champs locaux sont donnés dans la masse par la solution en milieu infini de l'homogénéisation (cf. a) et près des frontières macroscopiques par l'étude des couches limites (cf. b). Remarquons que cette dernière étude conduit quelquefois à des effets particuliers de surface où il n'est pas possible d'obtenir une description macroscopique équivalente (AURIAULT et al., 1987).

5. COMPARAISON DES MÉTHODES HSP ET MS

Rappelons tout d'abord les points communs. Les deux méthodes s'adressent à des matériaux à échelles séparées: il existe un petit paramètre $\epsilon = l/L \ll 1$. Bien entendu la non-utilisation systématique de ce fait dans la méthode MS explique certaines faiblesses de celle-ci que nous notons dans la suite. La même écriture formelle des coefficients effectifs d'un composite élastique montre que les deux méthodes sont voisines et on peut supposer que cette propriété s'étend à tout problème elliptique. L'invariance par translation (périodicité ou stationnarité) représente un troisième point commun. Enfin, mais là le résultat est obtenu par des voies très différentes, les deux méthodes permettent d'étudier le sens physique des moyennes de volume. La solution découle de l'hypothèse d'ergodicité pour la méthode MS, de la périodicité et du caractère solénoïdal local des grandeurs pour la méthode HSP (cf. AURIAULT, 1986 pour des exemples simples). La méthode HSP permet toutefois d'envisager des exemples où la moyenne de volume n'égale pas la moyenne de surface. On consultera par exemple LEVY (1981) ou AURIAULT (1987), AURIAULT et al. (1989).

Les différences concernent d'abord le problème des prérequis à l'échelle macroscopique. Ceux-ci qui imposent a priori des restrictions sur la description macroscopique, privent de généralité la théorie MS ainsi que la plupart des méthodes d'homogénéisation, excepté la méthode HSP. Et il est indéniable qu'il

ne favorisent pas la découverte de descriptions « exotiques », c'est-à-dire des descriptions qui n'utilisent pas les règles phénoménologiques macroscopiques habituelles.

La cohérence physique des résultats est un point très important. Si nous appliquons la méthode HSP telle qu'elle est décrite au paragraphe 4, la description macroscopique est obtenue au moyen d'équations de bilan, de lois rhéologiques, avec les grandeurs macroscopiques adéquates. Si le sens physique de ces dernières doit être étudié comme nous venons de le mentionner, il est nécessaire aussi de vérifier les cohérences de type énergétique. Ainsi pour un composite élastique sous sollicitation statique, la moyenne de la densité d'énergie élastique locale doit égaler la densité d'énergie élastique macroscopique définie à partir des bonnes grandeurs physiques macroscopiques. La méthode HSP se prête bien à cette étude. En ce qui concerne la méthode MS, la question ne se pose pas puisque la cohérence est incluse dans le prérequis.

La localisation est un autre avantage de la méthode HSP que ce soit pour obtenir les champs locaux dans la masse du matériau ou pour se libérer du cas simpliste que représente le milieu infini. L'introduction des couches limites de raccordement permet à la méthode HSP de traiter des problèmes aux limites sur des domaines finis.

L'utilisation systématique du petit paramètre ϵ donne à la méthode HSP un avantage décisif. Ainsi il n'est pas possible avec la méthode MS d'envisager la dynamique d'un composite élastique ou l'introduction de forces de volume (KRÖNER, 1986). Par contre, la méthode HSP montre rapidement que la rhéologie macroscopique obtenue en statique est utilisable en description dynamique macroscopique, du moins pour les cas classiques (cf. AURIAULT et al., 1985). D'autres exemples résident dans la possibilité de traiter avec la méthode HSP les problèmes à plusieurs échelles séparées ainsi que les problèmes où, en plus du petit paramètre d'homogénéisation ϵ , d'autres petits paramètres interviennent concernant la géométrie interne de la période ou les coefficients rhéologiques des matériaux composites. Ainsi de nombreuses situations peuvent être étudiées suivant les niveaux respectifs des différents petits paramètres. On trouvera dans le paragraphe suivant quelques exemples de telles applications.

La méthode HSP permet de résoudre rapidement le problème de savoir si la mesure ponctuelle d'une grandeur physique \varnothing est licite ou non au sein d'un matériau hétérogène. En fait le comportement est donné au premier ordre par $\varnothing^{(0)}(\underline{x}, y)$ et tout le problème se ramène à celui de savoir si la grandeur macroscopique $\langle \varnothing^{(0)} \rangle$ égale en tout point de la période la grandeur $\varnothing^{(0)}(\underline{x}, y)$. Ceci n'est possible que si $\varnothing^{(0)}(\underline{x}, y)$ est indépendant de la variable y . C'est le cas par exemple pour la température T dans les problèmes de transferts thermiques dans un composite de matériaux à conductivités de même ordre de grandeur au regard de ϵ : $T^{(0)}$ est fonction de la variable lente \underline{x} seule et la mesure ponctuelle est licite (AURIAULT, 1983). Dans le problème de filtration d'un liquide newtonien dans un poreux, la

pression est telle que $p^{(o)} = p^{(o)}(\underline{x})$ alors que la vitesse (évidemment) dépend de la variable rapide \underline{y} : $v^{(o)} = v^{(o)}(\underline{x}, \underline{y})$ (AURIAULT, 1986). La mesure ponctuelle est licite pour la pression alors que la mesure de la vitesse doit être globale (une moyenne de surface !). De telles conclusions sont aussi possibles pour les autres méthodes d'homogénéisation et les raisonnements reposent plus ou moins sur la présence d'échelles séparées. On consultera à ce sujet WHITAKER (1986), NOZAD et al. (1985).

Signalons aussi le problème du choix du volume élémentaire représentatif (VER) pour certaines techniques de moyenne. Alors que pour la méthode HSP le problème ne se pose pas car le VER est la période, le VER est nécessairement approché pour les matériaux aléatoires. Si sa taille est $O(l)$, il s'avère que pour un même matériau, le VER optimal dépend de la grandeur étudiée ainsi que de la valeur de cette grandeur. Pour un poreux de VER optimal pour obtenir la porosité diffère du VER optimal pour la perméabilité. Ceci est la conséquence de la mauvaise séparation des échelles. Une bonne étude concernant les poreux non saturés se trouve en ROUGER (1988).

Enfin la question se pose de savoir s'il est possible de transférer quelques avantages de la méthode d'homogénéisation de milieux périodiques à l'étude des matériaux aléatoires. Il semble que pour de nombreux phénomènes et milieux aléatoires finement hétérogènes, la structure de la description macroscopique soit celle obtenue par la méthode HSP en pratiquant donc ce processus sur un matériau périodique fictif de « même nature ». Les coefficients effectifs sont ensuite à déterminer par une autre méthode. Une tentative timide utilisant la périodisation du matériau aléatoire est aussi présentée par CHEREL et al. (1987).

6. QUELQUES EXEMPLES D'APPLICATION DE LA MÉTHODE D'HOMOGENÉISATION DE STRUCTURE PÉRIODIQUE

Nous avons classé les quelques exemples ci-dessous suivant qu'ils font appel pour leurs études :

- au seul petit paramètre ϵ , donc à des milieux avec seulement deux échelles séparées ;
- à plusieurs petits paramètres ϵ , donc à avec plusieurs échelles séparées ;
- enfin à plusieurs petits paramètres ϵ , γ , ν etc., où ϵ est le petit paramètre d'homogénéisation et γ , ν etc. d'autres petits paramètres introduits par la géométrie, les propriétés des matériaux, etc. En fait cette classification n'est pas rigoureuse et certains exemples présentés dans la première catégorie relèvent aussi bien de la dernière.

6.1. Un seul petit paramètre

L'exemple le plus simple concerne l'étude des composites élastiques (DUVAUT, 1976). Les comportements microscopiques et macroscopiques possèdent la

même structure de description. Il s'agit-là du problème abordé aussi par la méthode MS. L'étude des composites à l'état plastique est un autre exemple, moins simple (DE BUHAN et al., 1987; DE BUHAN, 1986; PASTOR et al., 1986; SUQUET, 1987). Notons pour les exemples ci-dessus, la grande importance de l'effet de bord (SANCHEZ-PALENCIA, 1987; AURIAULT et al., 1987; TURGEMAN et al., 1987).

L'étude de la filtration dans un poreux rigide est un exemple où les structures des descriptions microscopiques et macroscopiques sont très différentes, même si elles représentent dans les deux échelles, équations de NAVIER-STOKES et loi de DARCY, l'écriture du principe fondamental de la mécanique (ENE et al., 1975; AURIAULT, 1986). Le cas de sollicitations dynamiques (LEVY, 1979; AURIAULT, 1986) présente la particularité que la loi macroscopique de filtration ou loi de DARCY généralisée est une loi « exotique » de dynamique héréditaire : le fluide filtrant se souvient de ses accélérations passées.

L'étude des suspensions dans un liquide newtonien (FLEURY, 1980; LEVY et al., 1983; SANCHEZ-PALENCIA, 1985) ainsi que des mélanges de fluides (LEVY, 1981; AURIAULT et al., 1989) permet comme dans l'étude de tout mélange de mettre clairement en évidence les causes microscopiques de comportements macroscopiques mono ou pluriphasiques. Nous verrons en 6.3 un autre exemple concernant le poreux saturé.

6.2. Plusieurs échelles séparées

On peut ranger dans cette catégorie les poreux rigides à double porosité (LEVY, 1988). Trois échelles bien séparées sont utilisées. Une première échelle est celle des pores où la description relève des équations de STOCKES. La deuxième échelle est celle des fissures. A cette échelle les équations de STOCKES sont valables dans les fissures et le poreux équivalent au microporeux de l'échelle précédente est décrit par la loi de DARCY. Enfin à l'échelle macroscopique l'homogénéisation conduit à une loi de DARCY. De nombreux problèmes concernant de tels milieux restent ouverts. En particulier l'homogénéisation devrait permettre de valider ou d'invalider certaines descriptions macroscopiques introduites directement à cette échelle par des études phénoménologiques, par exemples celles de BARENBLATT et al. (1960) ou de WARREN et al. (1963).

Le poreux rigide à une échelle microscopique (celle des pores) et deux échelles macroscopiques séparées (celle d'un milieu poreux équivalent inhomogène et celle du milieu poreux macroscopiquement équivalent à ce dernier) est un autre exemple. On passe ainsi d'une description utilisant les équations de STOCKES à l'échelle microscopique à deux descriptions utilisant la loi de DARCY aux deux échelles macroscopiques.

6.3. Plusieurs petits paramètres

Les problèmes faisant intervenir plusieurs petits paramètres ne peuvent être abordés que par une méthode

d'homogénéisation utilisant systématiquement le moyen de mesure que représente le petit paramètre ε . En effet, les ordres relatifs de grandeur de ces paramètres sont un point clef de l'étude et gouvernent la structure de la description macroscopique. L'exemple type est représenté par le poreux élastique rempli de liquide visqueux newtonien (AURIAULT, 1986). Suivant la valeur de la viscosité (en fait de la contrainte visqueuse comparée à la pression et à la contrainte dans la matrice, relativement au petit paramètre ε), le comportement macroscopique peut être très différent. Pour une « faible » viscosité, la description macroscopique est une description diphasique « à la BIOT »; pour une viscosité « moyenne » la description est celle d'un milieu monophasique élastique; et pour une « forte » viscosité la description est celle d'un milieu monophasique visco-élastique.

La filtration dans un poreux classique (où la géométrie ne fait pas intervenir d'autre petit paramètre) est régie par la loi de DARCY; quand la matrice est constituée de particules (où de fibres minces) petites par rapport à la période, ce qui introduit un petit paramètre géométrique supplémentaire, la description devient celle d'une loi de BRINKMAN (LEVY, 1983). Dans le même ordre d'idée, on trouvera en CIORANESCU et al. (1985), l'étude du problème de DIRICHLET pour un domaine avec de petits trous.

Les talus drainés par des nappes de géotextiles (AURIAULT et al., 1982) introduisent outre ε deux autres petits paramètres caractérisant l'un la géométrie de la période (rapport des épaisseurs de géotextile et de sol), l'autre les propriétés hydrauliques (rapport des perméabilités du sol et du géotextile). L'étude de la terre armée (PASTOR et al., 1986), comme la diffusion stationnaire dans un corps contenant de petites inclusions de grande conductivité (CAILLERIE, 1983), le comportement de corps élastiques renforcé de fibres minces de grande rigidité (CAILLERIE, 1981) ou la statique des plaques minces élastiques à structure fine périodique (CAILLERIE, 1982) sont aussi des problèmes à trois petits paramètres.

Citons enfin l'homogénéisation de structures réticulées qui permet de remplacer ces structures par un continu équivalent (CIORANESCU et al., 1986, 1988). Ce type de problème introduit outre ε , un deuxième petit paramètre caractérisant la géométrie de la période.

7. CONCLUSION

Les quelques exemples présentés ci-dessus indiquent clairement que la grande efficacité de la méthode d'homogénéisation de structures périodiques est la conséquence de la propriété de périodicité qui permet une description complète de l'échelle locale, mais aussi de l'utilisation systématique du petit paramètre d'échelles séparées. Celui-ci constitue une jauge pour mesurer l'importance relative des phénomènes physiques et des caractéristiques physiques et géométriques des milieux hétérogènes étudiés.

BIBLIOGRAPHIE

Cette bibliographie ne saurait être extensive.

- AURIAULT J.-L. (1983), *Effective macroscopic description for heat conduction in periodic composites*. J. Heat Mass Transfer, 26, 6, pp. 861-869.
- AURIAULT J.-L. (1986), *Mécanique des milieux poreux saturés déformables*. Cours de 3^e cycle MMGE, Grenoble, pp. 1-71.
- AURIAULT J.-L. (1987), *Non saturated deformable porous media: quasi-statics*. Transport in Porous Media, 2, 1, pp. 45-64.
- AURIAULT J.-L., BONNET G. (1987), *Surface effects in composite materials: two simple examples*. Int. J. Engng. Sci., 25, 3, pp. 307-323.
- AURIAULT J.-L., BORNE L., CORDARY D. (1982), *Consolidation des remblais au moyen de textiles: étude par homogénéisation*. CR, 2^e Congrès Int. des Géotextiles, Las Vegas, août 1982, pp. 31-36.
- AURIAULT J.-L., BONNET G. (1985), *Dynamique des composites élastiques périodiques*. Arch. Mech., 37, 4-5, pp. 269-284.
- AURIAULT J.-L., BONNET G., LEBAGUE O. (1989), *Dynamics of two immiscible fluids flowing through deformable porous media*. Transport in Porous Media, 4, pp. 105-128.
- AURIAULT J.-L., LEBAGUE O. (1989), *Acoustic waves in a mixture of fluids with capillary effects*. A paraître, Int. J. Engng. Sci.
- BARREBLATT G.I., ZHELTOV Y.P., KOCHINA I.N. (1960), *Basic concepts in theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks*. PMM, 24, 5, pp. 852-864.
- BEDFORD A., DRUMHELLER D.S. (1983), *Recent advances. Theories of immiscible and structured mixtures*. Int. J. Engng. Sci., 21, 8, pp. 863-960.
- BENSOUSSAN A., LIONS J.L., PAPANICOLAOU G. (1978), *Asymptotic analysis for periodic structures*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- DE BUHAN P. (1986), *Approche fondamentale du calcul de la rupture*. Thèse de Doctorat d'Etat, Paris VI, 24 octobre 1986.
- DE BUHAN P., SALENÇON J. (1987), *Analyse de la stabilité des ouvrages en sols renforcés par une méthode d'homogénéisation*. Revue Française de Géotechnique, 41, pp. 29-43.
- CAILLERIE D. (1981), *Homogénéisation d'un corps élastique renforcé par des fibres minces de grande rigidité réparties périodiquement*. CRAS Paris, série II, t. 292, 9 février 1981, pp. 477-480.
- CAILLERIE D. (1982), *Etude de quelques problèmes de perturbation en théorie de l'élasticité et de la conduction thermique*. Thèse de Doctorat d'Etat, Paris VI, 26 avril 1982.
- CAILLERIE D. (1983), *Etude de la conduction stationnaire dans un domaine comportant une répartition périodique d'inclusions minces de grande conductivité*. RAIRO, Analyse numérique/Numerical Analysis, 17, 2, pp. 137-159.
- CHEREL L., BONNET G., AURIAULT J.-L. (1987), *Homogenization by local periodization*. VI^e con-

- grès Franco-Polonais de mécanique non linéaire, Villard-de-Lans, 28 septembre-1^{er} octobre 1987. A paraître Arc. Mech.
- CIORANESCU D., MURAT F. (1985), *Un terme étrange venu d'ailleurs*. Rapport n° 82005, Laboratoire d'Analyse Numérique, Université Pierre et Marie Curie, Paris.
- CIORANESCU D., SAINT-JEAN-PAULIN J. (1986), *Reinforced and honeycomb structures*. J. Math. Pures et Appliquées, 65, pp. 403-422.
- CIORANESCU D., SAINT-JEAN-PAULIN J. (1988), *Elastic behaviour of very thin cellular structures dans «Material instabilities and continuum mechanics and related problems»*. Ed. J.M. BALL, Oxford Science Publications, Clarendon Press Oxford, 1988, pp. 65-75.
- CLERC J.P. et al. (1983), *La percolation*. Annales de Physiques, 8, 1, pp. 4-105.
- DUVAULT G. (1976), *Analyse fonctionnelle et mécanique des milieux continus. Application à l'étude des matériaux composites élastiques à structure périodique — Homogénéisation*, dans «Theoretical and Applied Mechanics». W.T. KOITER ed., North Holland, pp. 119-132.
- ENE H.I., SANCHEZ-PALENCIA E. (1975), *Equations et phénomènes de surface pour l'écoulement dans un modèle de milieu poreux*. Journal de Mécanique, 14, 1, pp. 73-108.
- FLEURY F. (1980), *Propagation of waves in a suspension of solid particles*. Wave Motion, 2, pp. 39-50.
- GELHAR L.W. (1987), *Stochastic analysis of solute transport in saturated and unsaturated porous media*, in «Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media», ed. J. BEAR et Y. CORAPCIOGLU, Martinus NIJHOFF Publishers, pp. 657-700.
- GILBERT F. (1987), *Description des sols saturés par une méthode d'homogénéisation dans «Manuel de rhéologie des géomatériaux»*. Presses des Ponts-et-Chaussées, pp. 317-333.
- HASHIN Z., SHTRIKMAN S. (1963), *A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials*. J. Mech. Phys. Solids, 11, pp. 127-140.
- HOWES F., WHITAKERS. (1985), *The spacial averaging theorem revisited*. Chem. Engng. Sci., 40, 8, pp. 1387-1392.
- KRÖNER E. (1972), *Statistical continuum mechanics*. Springer Verlag WIEN.
- KRÖNER E. (1980), *Effective elastic moduli of periodic and random media: a unification*. Mechanics Research Communications, 7, 5, pp. 323-327.
- KRÖNER E. (1986), *Statistical modelling in «Modelling small deformations of polycrystals»*. Chap. 8, J. GITTUS, J. ZARKA eds, Elsevier Appl. Sci. Publ., London.
- LEVY T. (1981), *Milieu élastique soumis à des forces volumiques de répartition périodique fine*. Journal de Mécanique, 20, 3, pp. 497-508.
- LEVY T. (1981), *Propagation of waves in a mixture of fluids*. Int. J. Engng. Sci., 19, pp. 83-90.
- LEVY T. (1983), *Fluid flow through an array of fixed particles*. Int. J. Engng. Sci., 21, 1, pp. 11-23.
- LEVY T. (1988), *Écoulement d'un fluide dans un milieu poreux fissuré*. CRAS, Paris, t. 306, série II, pp. 1413-1417.
- LEVY T., SANCHEZ-PALENCIA E. (1975), *On Boundary conditions for fluid flow in porous media*. Int. J. Engng. Sci., 13, pp. 923-940.
- LEVY T., SANCHEZ-PALENCIA E. (1977), *Equations and interface conditions for acoustic phenomena in porous media*. J. of Mathematical Analysis and Application, 61, 3, pp. 813-834.
- LEVY T., SANCHEZ-PALENCIA E. (1983), *Suspension of solid particles in a newtonian fluid*. J. of Non-newtonian Fluid Mechanics, 13, pp. 63-78.
- MATHERON G. (1967), *Éléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson et Cie.
- NIGMATULIN R.I. (1981), *Three-dimensional averaging in the mechanics of heterogeneous media*. Fluid Mechanics, 10, 4, pp. 72-107.
- NOZAD I., CARBONEL R.G., WHITAKER S. (1985), *Heat conduction in multiphase systems. I. Theory and experiment for two phase systems*. Chem. Engn. Sci., 40, 5, pp. 843-855.
- PASTOR J., TURGMAN S., CISSA A. (1986), *Calculation of limit loads of structures in soils with metal reinforcement*. Proc. European Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Stuttgart.
- ROUGER P. (1988), *Séchage des poreux granulaires par thermomigration: analyse théorique et résultats expérimentaux*. Thèse de Doctorat, Grenoble, 29 novembre 1988.
- SANCHEZ-PALENCIA E. (1980), *Non-homogeneous media and vibration theory*. Lecture Notes in Physics, 127, Springer-Verlag Berlin.
- SANCHEZ-PALENCIA E. (1985), *Current problems in high concentration suspensions*. J. de Mécanique Th. et Appl., n° spécial, pp. 21-51.
- SANCHEZ-PALENCIA E. (1987), *Boundary layers and edge effects in composites*, dans Lectures Notes in Physics 272 «Homogenization technics for composite media», Springer-Verlag Berlin, pp. 122-192.
- SUQUET P. (1987), *Elements of homogenization for inelastic solid mechanics* in «Homogenization techniques for composite media». Lecture Notes in Physics n° 272, Springer-Verlag, pp. 193-278.
- TURGEMAN S., PASTOR J. (1987), *Comparaison des charges limites d'une structure hétérogène et homogénéisée*. Journal de Mec. Th. et Appl., 6, 1, pp. 121-143.
- WARREN J.O., ROOT P.J. (1963), *The behaviour of naturally fractured reservoirs*. Soc. Petrol. Eng. J., pp. 245-255.
- WHITAKER S. (1986), *Flow in porous media. I. A theoretical derivation of Darcy's law*. Transport in Porous Media, 1, pp. 3-25.
- ZAOUÏ A. (1987), *Approximate statistical modelling and applications*, dans Lecture Notes in Physics n° 272, «Homogenization techniques for composite media». Springer-Verlag Berlin, pp. 338-397.

frottement latéral des pieux dans les sables carbonatés

skin friction of piles in calcareous sands

P. LE TIRANT - J.-F. NAUROY - F. BRUCY

Institut Français du Pétrole*

H. BARTHÉLÉMY

Solmarine**

J.-P. KERVADEC

Total-CFP***

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 51-66 (octobre 1989)

Résumé

Les formations carbonatées rencontrées en de nombreuses zones d'activités pétrolières en mer posent de difficiles problèmes de dimensionnement et de mise en place des pieux de fondation ou d'ancrage des ouvrages de production. Depuis 1978, l'ARGEMA, Solmarine et Total-CFP ont entrepris un important programme de recherche sur le comportement des pieux battus, forés et cimentés ou battus-cimentés dans les sables carbonatés. Les expérimentations conduites sur le site de Plouasne avec des pieux d'une longueur de 20 m ont largement contribué à l'amélioration du choix et du dimensionnement des pieux dans les formations carbonatées en mer.

Abstract

The calcareous formations encountered in many zones of offshore petroleum activity raise difficult problems concerning the design and installations of foundation and anchoring piles for production platforms. Since 1978, ARGEMA, Solmarine and Total have undertaken an important research program on the behaviour of piles driven, drilled and grouted or driven and grouted in calcareous sands. Experimentation carried out at in Plouasne site with piles about twenty meters long, have gone a long way towards improving the choice and design of piles in offshore calcareous formations.

* 1 et 4, avenue du Bois-Préau, 92506 Rueil-Malmaison.

** 6, rue de Walford, 92000 Nanterre.

*** Cedex 47, 92069 Paris La Défense.

1. INTRODUCTION

Les formations carbonatées rencontrées en de nombreuses zones d'activités pétrolières en mer posent de difficiles problèmes de dimensionnement et de mise en place des pieux de fondation ou d'ancrage des ouvrages de production. Le frottement latéral des pieux battus — procédé habituel de mise en place des pieux en mer — est généralement faible, voire négligeable dans les formations carbonatées compressibles. Cette situation a conduit les opérationnels à rechercher d'autres solutions pour la réalisation des fondations marines soit par forage et cimentation des pieux tubulaires, soit plus récemment par injection de ciment le long des pieux tubulaires battus. Dans ce contexte l'ARGEMA, Solmarine et Total-CFP ont effectué depuis plusieurs années un important programme de recherche sur le comportement et le dimensionnement de différents types de pieux dans les sables carbonatés, compressibles.

Cette communication décrit brièvement les différentes phases de l'expérimentation de pieux conduite, de 1982 à 1986, sur le site de sable carbonaté (falun) très compressible de Plouasne, à l'ouest de Rennes, pour la détermination du frottement latéral mobilisé par les divers types de pieux :

- pieu battu A de 30 cm de diamètre et de 23 m de long,
- pieu foré et cimenté B de 35 cm de diamètre et de 15 m de long,
- pieu battu et «réparé» par injection de ciment (A') depuis un forage extérieur au pieu,
- pieu battu et cimenté C de 76 cm de diamètre et de 24 m de long, opéré par Solmarine. L'injection de ciment est effectuée au moyen de clapets disposés le long du pieu avant le battage (brevet Solmarine-Solétanche).

Tous les pieux étaient instrumentés sur toute leur longueur par trois séries de jauges de déformation disposées à 120°. Des capteurs de force et de déplacement en tête complétaient l'instrumentation.

L'expérimentation a comporté essentiellement des essais statiques en traction permettant d'obtenir la répartition du frottement latéral mobilisé par les différents types de pieux.

1. SITE DE PLOUASNE

Le choix d'un site expérimental de sable carbonaté compressible, s'apparentant à ceux rencontrés dans plusieurs zones en mer, a conduit pour l'expérimentation de pieux de fondations marines à identifier les formations de faluns du bassin de Rennes. Les diverses informations géologiques et géotechniques recueillies ont conduit, après une reconnaissance approfondie, à retenir le site de Plouasne situé à 40 km environ au nord-ouest de Rennes.

La figure 1 représente la coupe lithologique du sol de Plouasne. Après cinq mètres de sable silteux siliceux, le sol est constitué d'alternances de sables carbonatés grossiers et fins avec une proportion variable de fines et quelques couches très faiblement cimentées et peu épaisses. Les sables carbonatés appartiennent à une formation géologique d'âge Miocène, formée de débris de coquilles, d'algues et de coraux.

Les caractéristiques des sables carbonatés sont résumées sur le tableau 1.

Le niveau de la nappe phréatique se situe entre 2 et 2,5 m suivant les saisons : ainsi, la formation carbonatée située au-dessous de 5 m est en permanence saturée.

2. PIEU A BATTU

2.1. Description du pieu A

Le pieu A battu sur le site de Plouasne est un tube ouvert de dimensions suivantes :

- diamètre extérieur : 298,5 mm ;
- épaisseur : 8 mm ;
- longueur : 23 m.

Le pieu a été instrumenté par des jauges de déformation collées sur la surface extérieure, selon trois génératrices à 120° et réparties sur onze niveaux espacés de deux mètres (fig. 2).

Tableau 1 — Caractéristiques des sables carbonatés de Plouasne

D ₅₀ (mm)	D ₁₀ (mm)	% CaCO ₃	γ_d in situ (kN/m ³)	$\gamma_{d_{max}}$ (kN/m ³)	$\gamma_{d_{min}}$ (kN/m ³)	Indice de compressibilité dans le domaine 50 à 800 kPa (Nauroy et al, 1988)	Angle de frottement caractéristique φ_{ca} (°)
0,4 à 0,8	< 0,04	80 à 90	12 à 15	12,7 à 15	10,4 à 11,3	0,06 à 0,3	36 à 45°

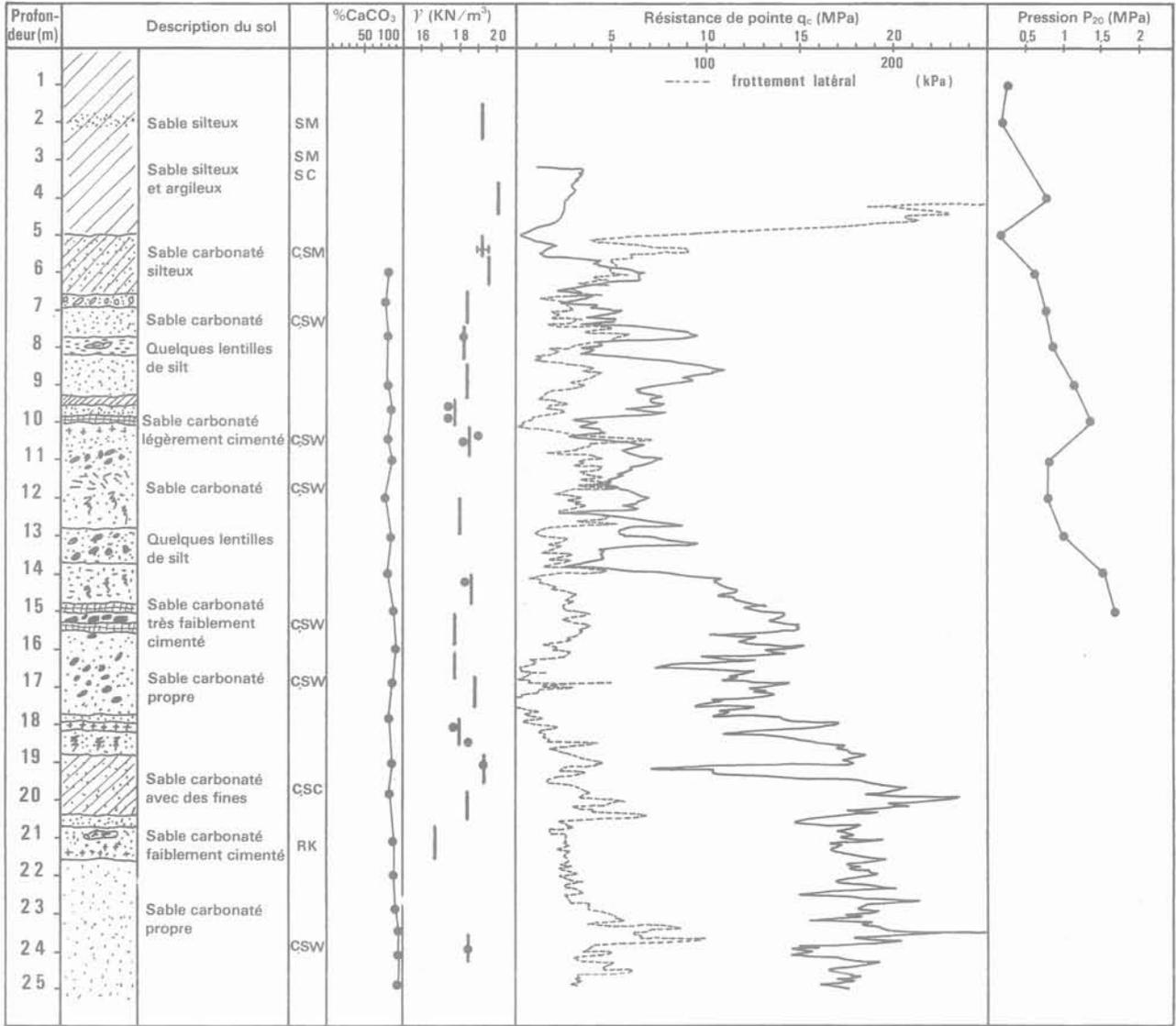


Fig. 1. — Description lithologique du site de Plouasne.
 Fig. 1. — Lithological description of Plouasne site.

2.2. Battage du pieu A

Le pieu A a été battu en juin 1982 avec un marteau Delmag D22 jusqu'à une profondeur de 22,5 m. Les mesures dynamiques effectuées pendant le battage puis au cours de surbattages, avec une masse de 400 kg, montrèrent que le frottement latéral dans les sables carbonatés était très faible (BRUCY et al., 1988).

2.3. Essai de traction

Un mois après l'installation par battage, le pieu a été soumis à un essai statique en traction, T1.

Pour cet essai, la charge était reprise par un bâti de réaction (fig. 3) et appliquée au moyen d'un vérin hydraulique. L'effort était mesuré par un capteur placé entre le pieu et le vérin.

Les mesures de déplacement de la tête du pieu étaient effectuées par des capteurs prenant appui sur deux bases fixes métalliques de six mètres de longueur chacune. Les appuis des bases fixes étaient situés à 3 m de l'axe du pieu.

Les bases fixes étaient protégées des dilatations thermiques par une enceinte en polystyrène.

Les différentes mesures de charge en tête, de déplacement et d'élongation des jauges étaient enregistrées par une chaîne d'acquisition Hewlett-Packard.

La charge limite n'a pas dépassé 75 kN. La couche de sable silteux de 0 à 4,2 m reprend les efforts les plus importants. La couche de sable carbonaté de 6,2 à 22,5 m ne reprend pratiquement pas d'effort. Le frottement latéral moyen dans cette formation est inférieur à 3 kPa.

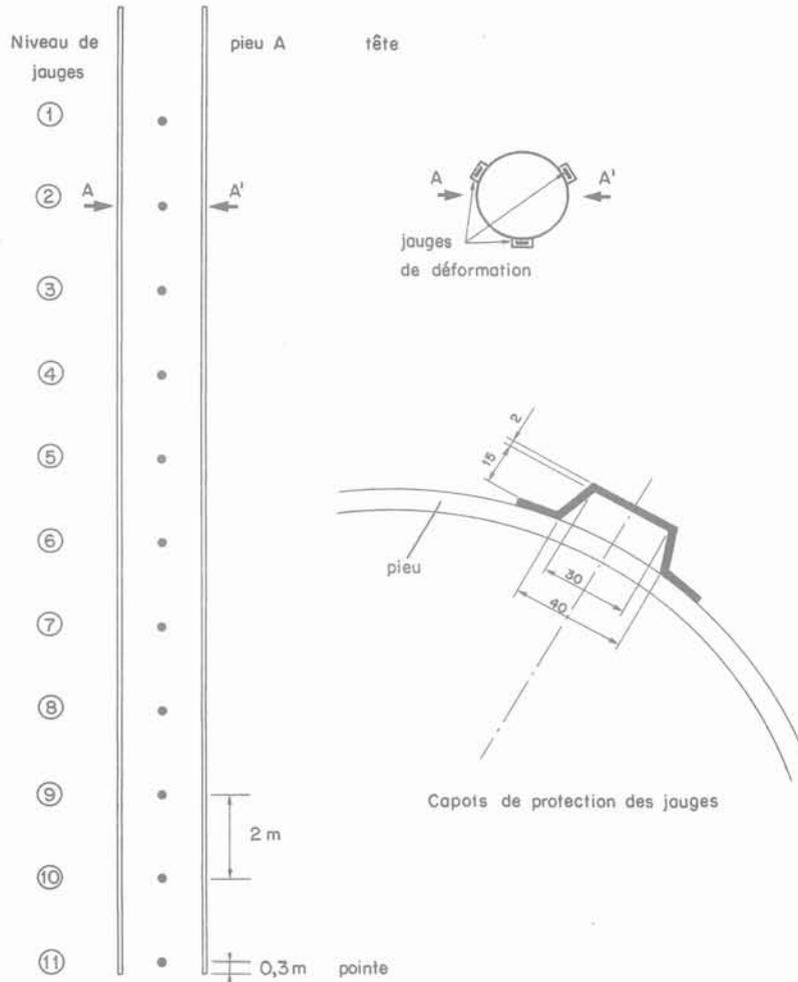


Fig. 2. — Instrumentation du pieu A.
 Fig. 2. — Instrumentation of the pile A.



Fig. 3. — Le pieu A et le bâti de réaction.
 Fig. 3. — The pile A and the reaction frame.

3. PIEU B FORÉ ET CIMENTÉ

Le très faible frottement latéral mobilisé par le pieu A conduisait à la mise en place, sur le même site, d'un pieu foré et cimenté B afin de vérifier les possibilités de ce type de fondation dans les formations carbonatées compressibles.

3.1. Description du pieu B

Le pieu B est un tube de dimensions :

- diamètre extérieur : 219,1 mm ;
- épaisseur : 10 mm ;
- longueur : 16 m.

Le pieu a été instrumenté par des jauges de déformation collées sur la surface extérieure, selon trois génératrices à 120° et réparties sur sept niveaux espacés de 1,75 m dans la partie destinée à être cimentée (fig. 4).

3.2. Installation du pieu B

La mise en place du pieu s'est effectuée en septembre 1983. Les huit premiers mètres de terrain ont été forés à l'eau avec un outil de 38 cm de diamètre. Ce trou fut ensuite tubé sur 7 m. Le forage a été poursuivi, toujours à l'eau, avec un outil de 31 cm de diamètre jusqu'à la profondeur de 15,3 m. Le trou fut alors nettoyé par « air lift ». Après la descente du pieu dans le trou, l'annulaire entre le pieu et le terrain a été rempli avec un coulis de ciment sur une hauteur d'environ 7 m. 590 litres de coulis de ciment, préparé à un poids volumique de $19,5 \text{ kN/m}^3$, furent injectés par gravité à partir de la base du pieu.

3.3. Essais de traction

Un mois après la cimentation, le pieu a été soumis à un essai de traction statique S_1 . L'appareillage utilisé était le même que celui employé précédemment pour le pieu A. La charge était appliquée par incréments de 50 kN jusqu'à 1 150 kN, maximum compatible avec l'équipement utilisé ; la charge limite n'a pas été atteinte.

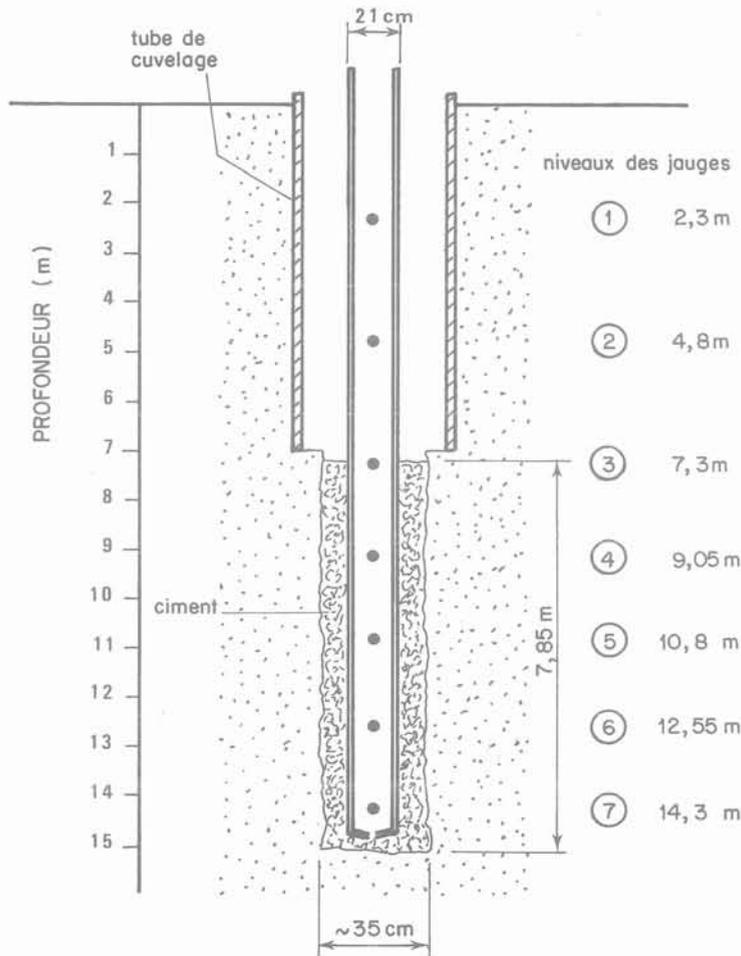


Fig. 4. — Le pieu B après cimentation.
Fig. 4. — Pile B after grouting.

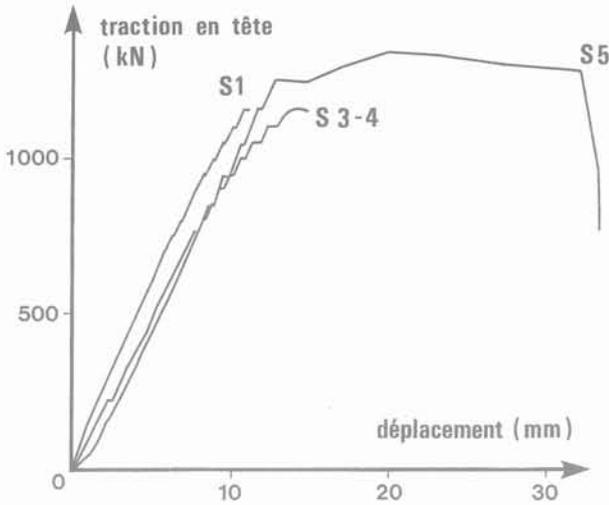


Fig. 5. — Résultats des essais de traction sur le pieu B.
Fig. 5. — Results of tension tests on pile B.

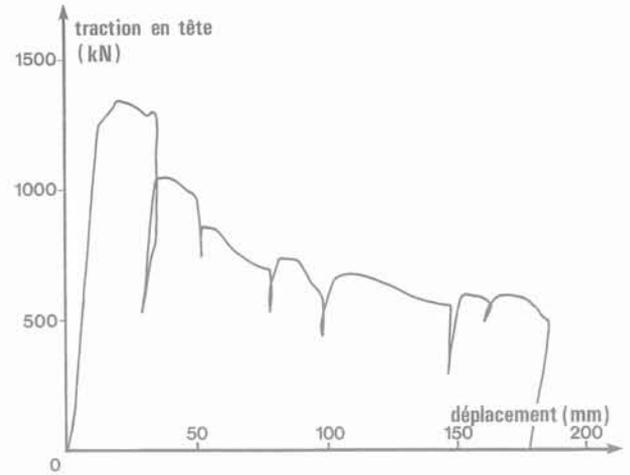


Fig. 6. — Capacité résiduelle du pieu B.
Fig. 6. — Residual capacity of the pile B.

Par la suite, en 1984, le pieu a été soumis à une série d'essais de chargements cycliques répétés en traction, la charge maximale ne dépassant pas 600 kN. À l'issue de ces essais cycliques, un essai de traction statique S_{34} fut conduit jusqu'à la charge maximale de 1 150 kN, compatible avec l'équipement disponible, mais sans atteindre la rupture (NAUROY et al., 1985).

En 1986, profitant des moyens plus importants mis en place pour le pieu C (cf. chap. 5), un essai de traction statique S_5 fut conduit à la rupture (1 340 kN) par incréments de 100 kN (fig. 5). La charge fut ensuite diminuée puis remontée par paliers jusqu'à rupture et ainsi de suite pour un déplacement du pieu de 18 cm (fig. 6). La charge de rupture résiduelle se stabilise autour de 600 kN.

3.4. Gaine de ciment autour du pieu B

L'interprétation des mesures de traction sur le pieu B foré et cimenté nécessitait une connaissance précise de la géométrie de la gaine de ciment. Après découpage du sol autour du pieu par vibrofonçage d'une palplanche, le pieu a été extrait du sol sans effort notable. L'examen attentif du pieu a montré que le diamètre extérieur moyen de la gaine de ciment était d'environ 35,3 cm sur une longueur de 7 m (fig. 7). On a pu observer un léger décentrement du tube dans le trou de forage durant la cimentation.

3.5. Frottement latéral mobilisé

La figure 8 montre les courbes de mobilisation du frottement latéral par niveau. Le frottement est assez uniforme sur toute la hauteur cimentée. Le frottement maximal moyen est de l'ordre de 170 kPa mobilisé



Fig. 7. — Gaine de ciment autour du pieu B.
Fig. 7. — Grout sheath around the pile B.

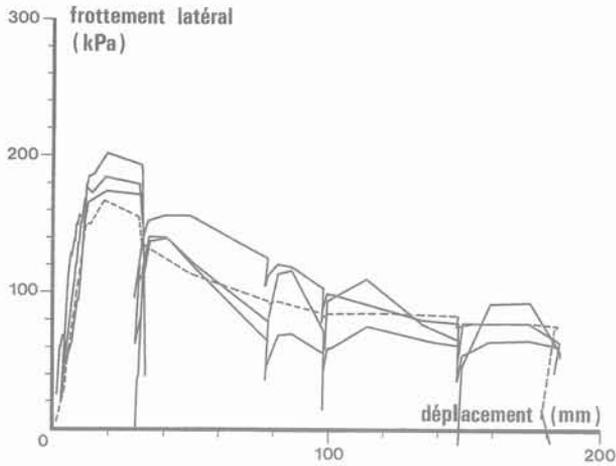


Fig. 8. — Frottement latéral mobilisé par le pieu B.
 Fig. 8. — Skin friction mobilized by the pile B.

pour un déplacement de 3 à 5 mm. Le frottement décroît ensuite avec le déplacement du pieu et tend vers une valeur résiduelle de l'ordre de 70 kPa.

4. PIEU A' BATTU ET RÉPARÉ PAR INJECTION

Les résultats encourageants obtenus avec le pieu foré et cimenté B conduisaient à rechercher des solutions alternatives plus économiques par l'association du battage et de la cimentation. Dans cette optique, et dans la perspective de réparations de fondations d'ouvrages réels existants, une tentative de réparation du pieu battu A fut réalisée en 1985. La réparation a consisté à injecter du coulis de ciment à partir d'un forage situé à 40 cm du pieu.

4.1. Injections de ciment

Après carottage et curage de la colonne de sol intérieure au pieu, un bouchon de ciment a été coulé à l'extrémité (fig. 9). Un forage avec un outil de 13,3 cm de diamètre a été réalisé à 40 cm du pieu et jusqu'à 22 m de profondeur. Le contrôle des positions relatives du trou de forage et du pieu a été effectué par inclinométrie.

Un tube à manchettes (TAM) de 7,6 cm de diamètre, fermé à son extrémité, a été descendu dans le trou de forage puis cimenté. Le TAM est un tube percé tous les 50 cm, les trous étant protégés par des manchettes en caoutchouc (fig. 10). Après prise du ciment, il est possible de descendre dans le TAM un

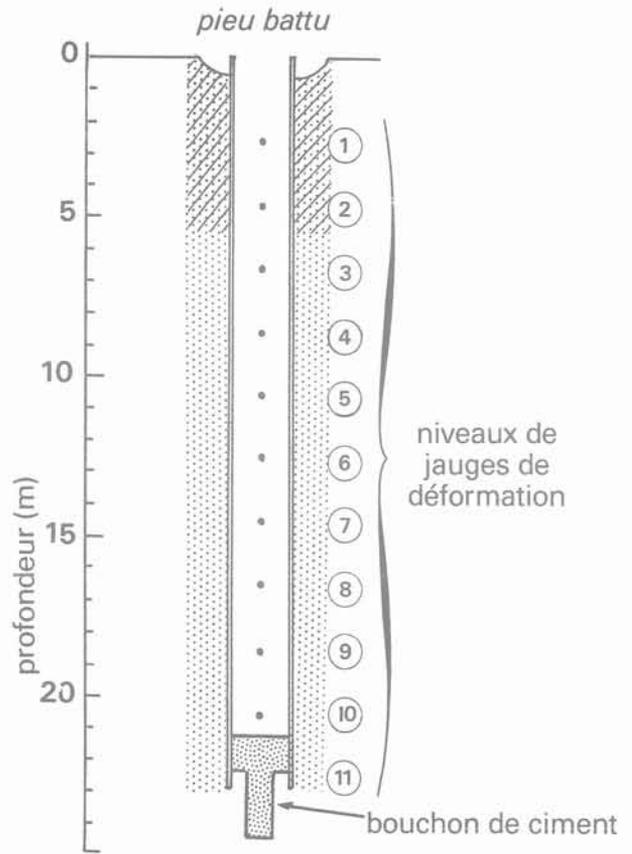


Fig. 9. — Section schématique du pieu A'.
 Fig. 9. — Schematic section of the pile A'.

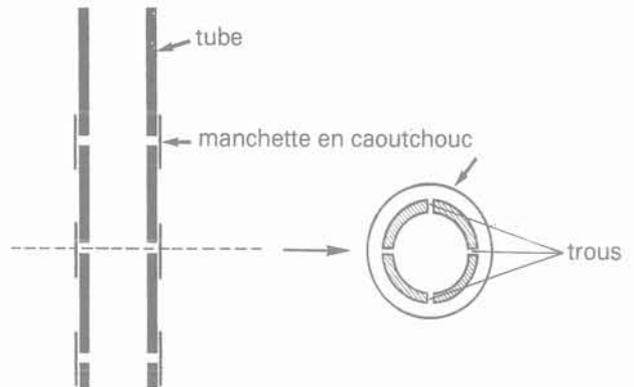


Fig. 10. — Tube à manchette ou TAM.
 Fig. 10. — Sleeve tube or TAM.

double obturateur qui permet d'isoler une manchette et d'injecter de l'eau ou du ciment (NAUROY et al., 1987) (fig. 11).

Deux injections successives de coulis ont été réalisées :

- la première de 270 litres de coulis préparé avec un rapport ciment/eau de 2, limitée aux niveaux 17, 18 et 19 m (fig. 12) ;
- la seconde de 1 325 litres de coulis, généralisée entre les niveaux 12 et 21 m, la pression étant limitée par l'appareillage à 10 MPa.

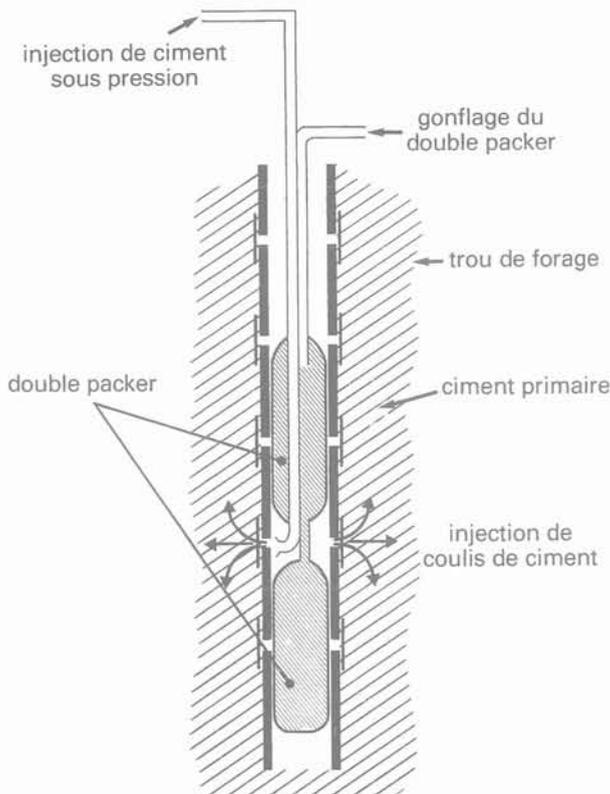


Fig. 11. — Mise en œuvre du double obturateur dans le TAM pour injection de ciment.

Fig. 11. — Implementation of the double packer in TAM for grout injection.

Des essais de traction ont été réalisés après chaque injection.

4.2. Essais de traction

Trois essais de chargement statique en traction ont été effectués :

- T2 après la première injection,
- T3 et T4 après la seconde injection.

L'appareillage et les procédures utilisées pour les essais T2 et T3 étaient semblables à celles décrites précédemment pour le pieu A (cf. chap. 2).

Pour l'essai T4, un collier d'extraction permettant de reprendre une charge de 3 000 kN fut utilisé.

Les résultats des essais T2, T3 et T4 sont comparés à ceux de l'essai de chargement statique T1 réalisé sur le pieu A juste après battage (fig. 13). L'influence des injections est manifeste : la capacité portante est multipliée par trois après la première injection et par plus de trente après la seconde.

Au cours de l'essai T4, la capacité limite du pieu n'a pas été atteinte pour 2 100 kN, charge pour laquelle la contrainte dans l'acier atteint la limite admise de 280 MPa.

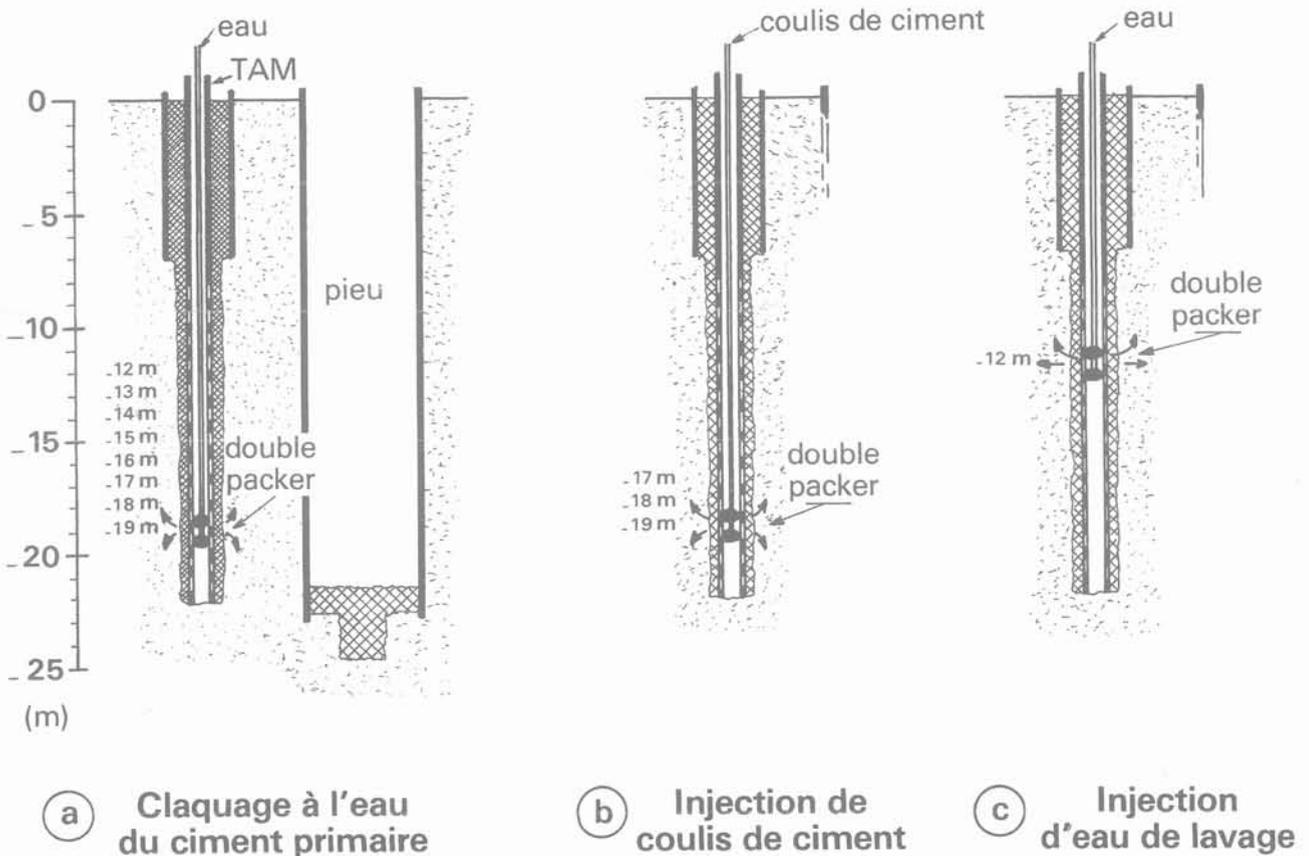


Fig. 12. — Procédure pour la première injection de ciment.

Fig. 12. — Procedure for the first grout injection.

4.3. Répartition du ciment autour du pieu

Le volume de sol entourant le pieu et le TAM a été découpé en vibrofonçant une palplanche équipée d'un système de lançage. Une traction a ensuite été exercée sur le pieu et le TAM reliés en tête. Le pieu a été extrait du sol en une seule opération.

La gaine de ciment observée est très rugueuse et répartie autour du pieu sur une épaisseur de 5 à 20 mm environ (fig. 14 b). Une excroissance de 10 cm d'épaisseur, opposée au TAM, est observée à la cote 15 m. Partout le ciment est pur, de densité comprise entre 20 et 21 kN/m³ supérieure à la valeur de 18 kN/m³ initiale, ce qui traduit l'importance de la migration de l'eau dans le terrain. On a également observé des traces de digitations de 1 mm d'épaisseur radiales au pieu. Ce sont probablement les restes d'un réseau de digitations reliant le TAM et le pieu, brisées lors de l'extraction.

Le volume moyen de la gaine de ciment est inférieur au quart du volume total de ciment injecté; ainsi la majeure partie du ciment est restée dans le sol autour du TAM et dans l'espace compris entre le TAM et le pieu. Il n'est pas possible de distinguer l'impact de chaque injection séparément car le coulis injecté avait la même couleur. On constate simplement que le coulis a migré vers le haut à partir des points d'injection (fig. 14 a et 14 b).

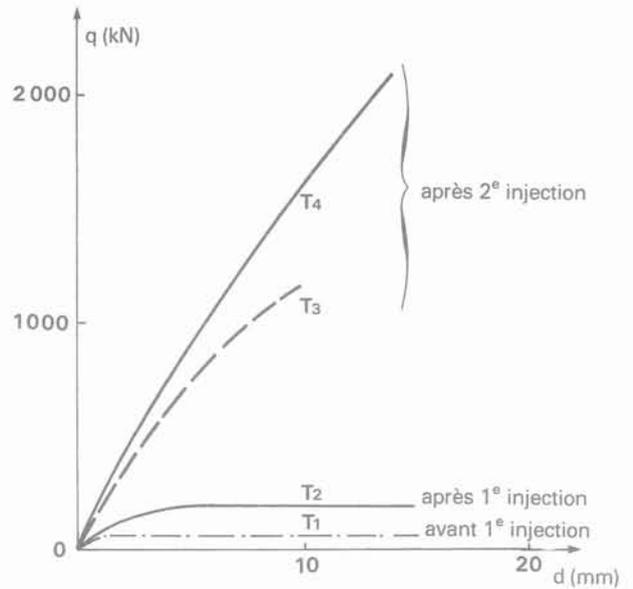


Fig. 13. — Courbes effort-déplacement pour les essais statiques en traction.

Fig. 13. — Load displacement curves for static tension tests.

4.4. Mobilisation du frottement latéral le long du pieu

L'enregistrement des elongations des jauges au cours des essais T2 et T3 a permis de déterminer la distribution des charges dans le pieu et le frottement latéral mobilisé. La figure 14 c montre le frottement maximal mobilisé, calculé en tenant compte d'une épaisseur moyenne de la gaine de ciment le long du pieu.

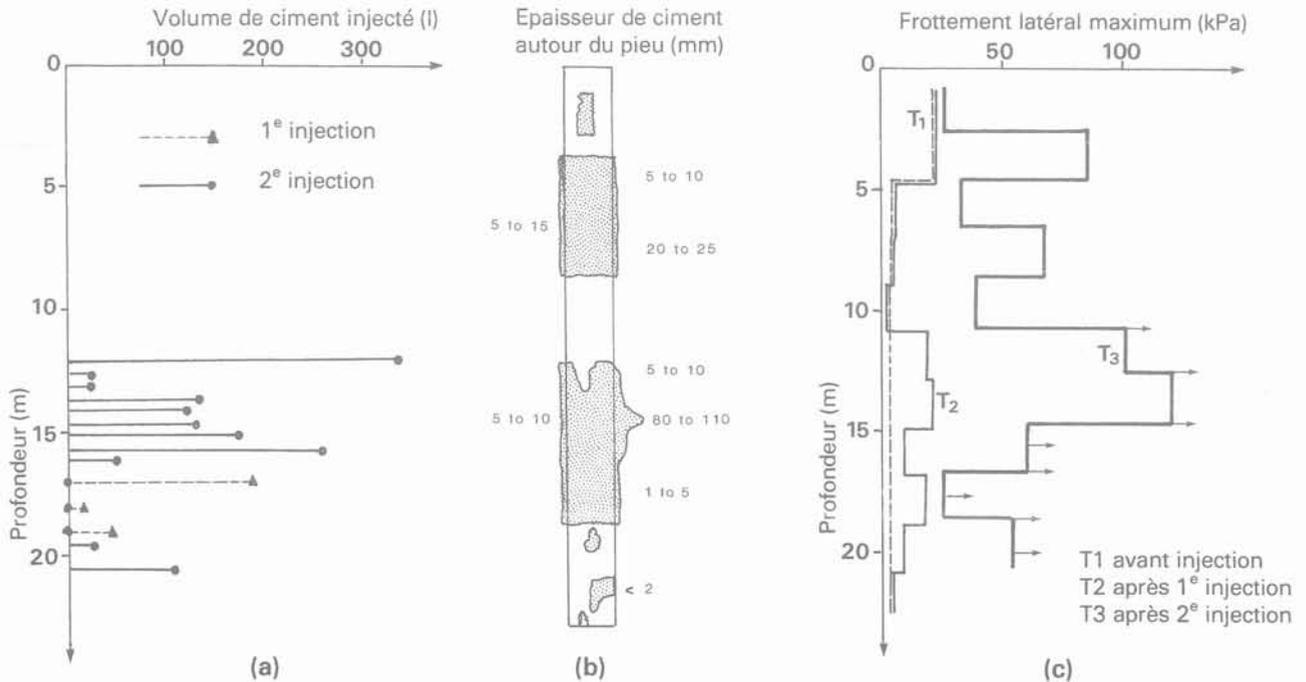


Fig. 14. — Répartition du ciment autour du pieu A' et frottement latéral mobilisé.

Fig. 14. — Distribution of grout around the pile A' and skin friction mobilized.

Après la première injection de ciment (essai T2), le frottement s'est accru entre 11 et 20 m jusqu'à une valeur assez uniforme de 20 kPa. Ceci traduit l'influence d'une injection limitée en volume et localisée sur une hauteur de 2 m: le coulis de ciment migre pour couvrir une zone plus vaste et excentrée vers le haut. Par ailleurs, l'observation du comportement frottant du pieu pour un déplacement de 12 cm semble indiquer que les digitations entre le TAM et le pieu ne jouent aucun rôle et qu'il n'y a pas d'effet de butée.

Après la deuxième injection (essai T3), le frottement latéral s'est accru tout le long du pieu, y compris dans le niveau supérieur de sable silteux. Cette observation a confirmé la tendance du coulis à migrer vers le haut lors de l'injection.

Entre 0 et 10 m, le frottement latéral est complètement mobilisé et atteint localement 80 kPa. Au-dessous de 10 m, le frottement latéral n'a pu être totalement mobilisé au cours des essais T3 et T4, mais la charge reprise entre 10 et 23 m est supérieure à 1 650 kN, ce qui représente un frottement latéral moyen supérieur à 125 kPa, valeur voisine de celles observées pour le pieu B foré et cimenté.

5. PIEU C BATTU-CIMENTÉ

Le frottement latéral élevé, mobilisé après injection de ciment autour du pieu A, confirme d'une part l'intérêt de la cimentation des pieux dans les sables carbonatés et, d'autre part, les possibilités d'injection de coulis de ciment autour des pieux battus dans les matériaux compressibles. Dans la perspective du développement d'un procédé de pieu battu et cimenté, Solmarine entreprenait, en 1986, sur le même site de Plouasne, une importante expérimentation d'un pieu battu, équipé de lignes de cimentation et clapets pour l'injection de coulis après battage.

5.1 Description du pieu C

Le pieu C est un tube ouvert de dimensions:

- diamètre extérieur : 762 mm;
- épaisseur : 19,02 mm;
- longueur : 24 m.

Le pieu est équipé de deux petits tubes de cimentation, soudés par points à l'intérieur du pieu, diamétralement opposés. Huit clapets disposés à 3 m d'intervalle sont localisés dans les 12 m inférieurs du pieu. Les lignes de cimentation sont protégées en pied par des sabots (fig. 15).

Le pieu a été instrumenté par des jauges de déformation, collées sur la surface intérieure, selon trois génératrices à 120° et réparties sur douze niveaux espacés de 1,5 m.

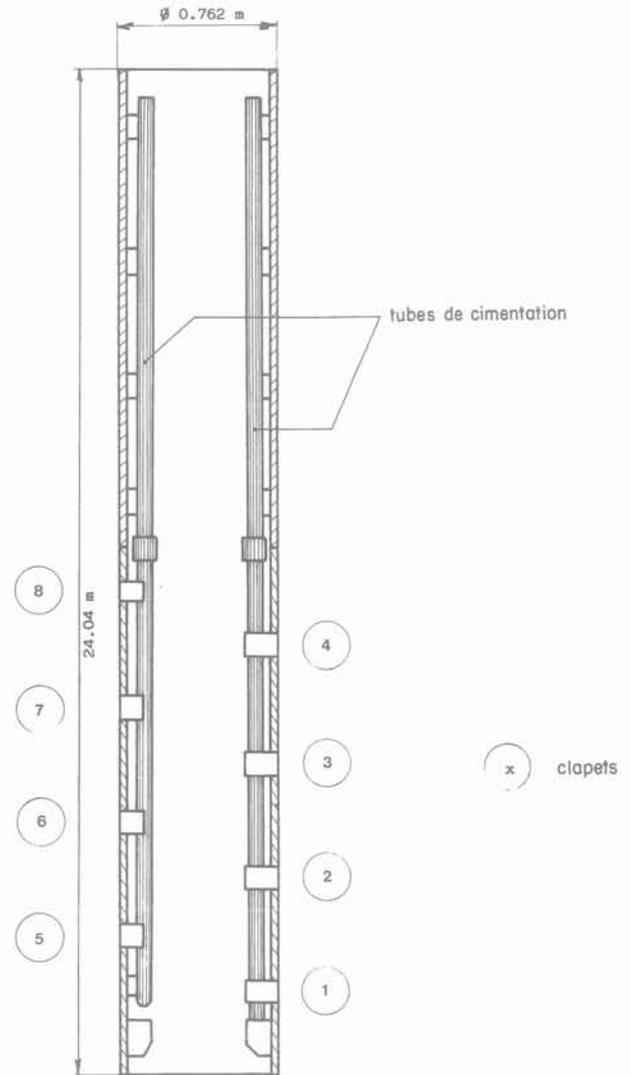


Fig. 15. — Pieu C.
Fig. 15. — Pile C.

5.2. Installation du pieu

A l'emplacement prévu pour le pieu, une excavation fut d'abord creusée pour installer un tube-guide de 1,05 m de diamètre et 3 m de longueur. Un second tube-guide, de 91 cm de diamètre, fut battu à l'intérieur du premier jusqu'à 8,5 m de profondeur, puis curé par forage.

Le pieu C, descendu dans le trou, a été battu avec un marteau Delmag D30 jusqu'à une profondeur de 23,2 m (fig. 16).

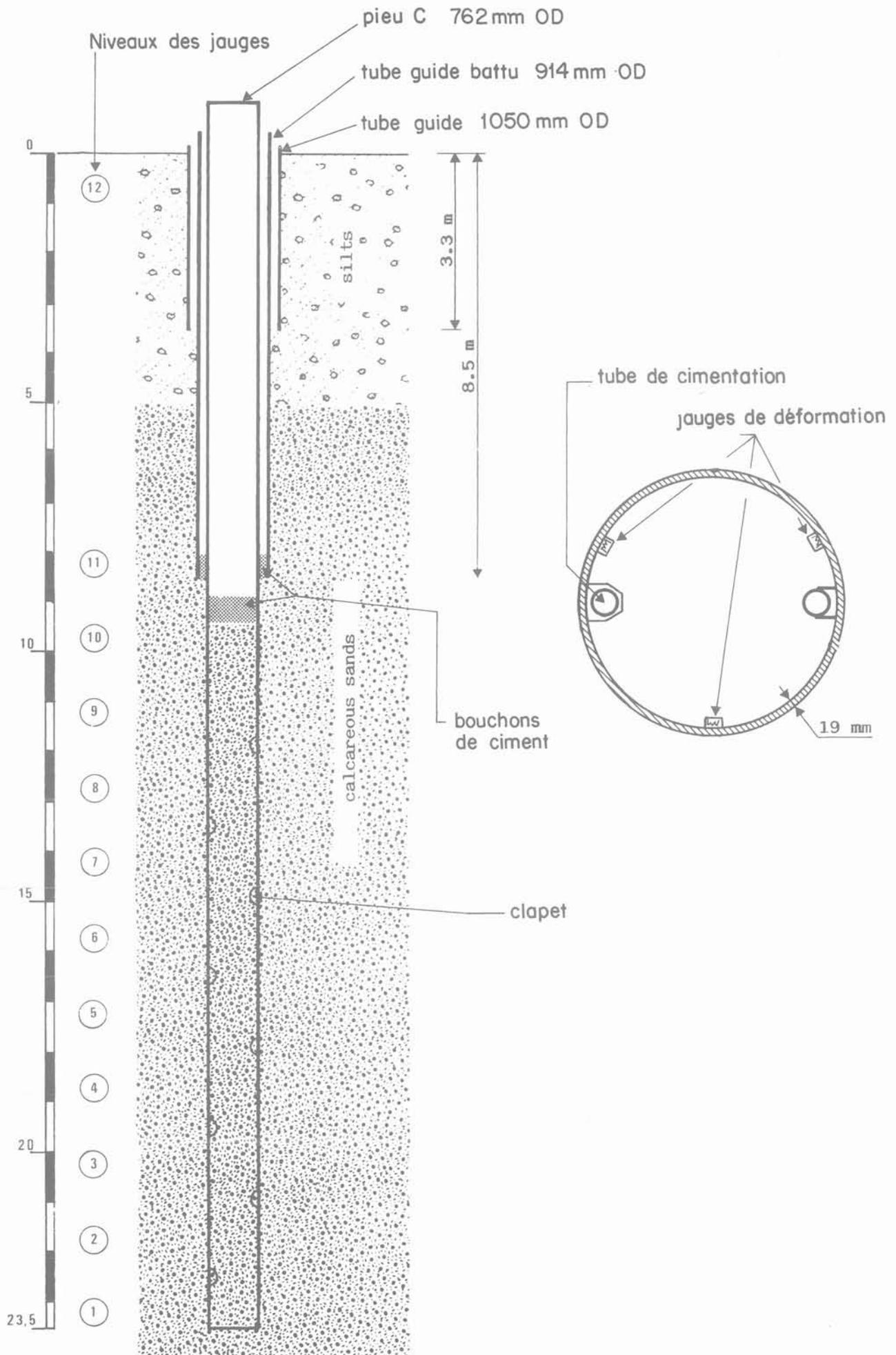


Fig. 16. — Le pieu C battu dans les sables carbonatés de Plouasne.

Fig. 16. — Pile C driven in Plouasne calcareous sands.

5.3. Injection de ciment

Un double obturateur descendu dans une ligne de cimentation permet d'isoler un clapet et d'injecter de l'eau ou du ciment. Deux injections successives de ciment ont été réalisées.

La première a été limitée au clapet 5 situé à 2,55 m de la pointe du pieu; 70 litres de coulis préparé avec un rapport ciment/eau de 2 ont été injectés.

La seconde injection a été réalisée par les clapets 7 et 8 situés respectivement à 8,55 m et 11,55 m de la pointe du pieu; 150 litres de coulis coloré ont été injectés par chaque clapet.

Des essais de traction ont été réalisés après chaque injection.

5.4. Essais de traction

Quatre essais de chargement statique en traction ont été réalisés:

- S1 après battage;
- S2 après la première injection;
- S4 et S6 après la deuxième injection.

Pour ces essais, les charges ont été reprises par un bâti de réaction constitué de poutres métalliques reposant sur deux blocs de béton posés de part et d'autre du pieu. La charge était appliquée par un vérin hydraulique de 10 MN lié au pieu par 55 câbles en acier (fig. 17).

La charge était appliquée par incréments maintenus durant une heure.

Les déplacements de la tête du pieu ont été mesurés par un théodolite et un système NIVOMATIC par rapport à une référence située à une dizaine de mètres.

Les différentes mesures de charge en tête, de déplacement et d'élongation des jauges, ont été enregistrées sur une chaîne d'acquisition numérique.

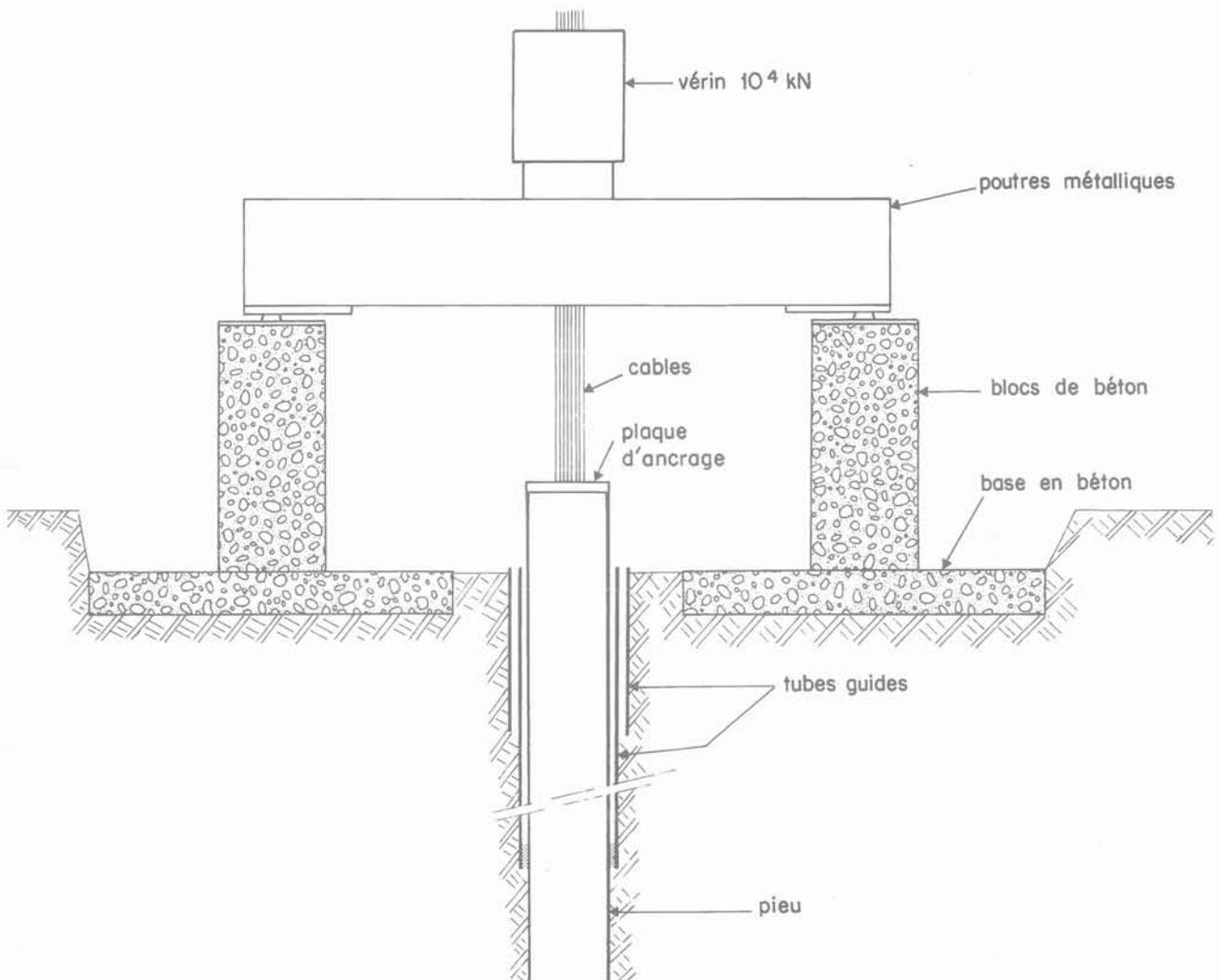


Fig. 17. — Bâti de réaction utilisé pour le pieu C.
Fig. 17. — Reaction frame used for pile C.

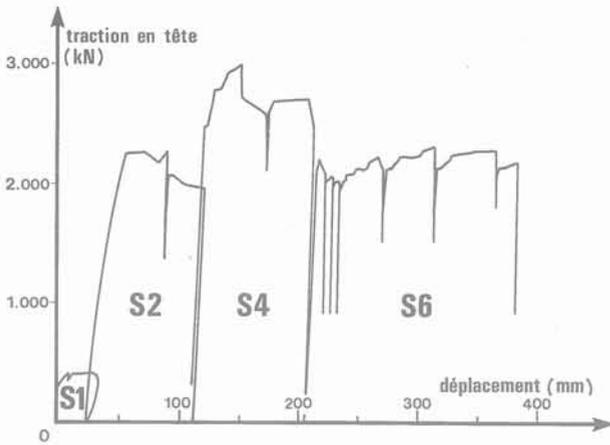


Fig. 18. — Résultats des essais de traction réalisés sur le pieu C.
 Fig. 18. — Results of tension tests performed on pile C.

La figure 18 reproduit les courbes de chargement en tête.

L'essai S1 montre clairement le faible frottement mobilisé par le pieu après battage dans les sables carbonatés et confirme les résultats obtenus avec le pieu A.

La capacité portante a été considérablement accrue par les injections. A l'issue de la seconde injection, la charge de rupture a atteint 3 000 kN, tandis que

la charge résiduelle s'est stabilisée autour de 2 200 kN.

5.5. Répartition du ciment autour du pieu

Comme pour les autres pieux, le sol a été découpé en vibrofonçant une palplanche équipée d'un système de lancement puis le pieu a été extrait du sol.

Le ciment injecté par le clapet 5 (1^{re} injection) s'étend sur 6 m vers le haut du pieu, avec une épaisseur variant de 4 à 10 mm et atteignant 40 mm au droit du clapet. La gaine de ciment centrée sur la génératrice du clapet, couvre seulement 45 % de la surface du pieu, mais quelques fragments ont sûrement été détruits en cours d'extraction. Le ciment injecté par le clapet 7 (2^e injection) est remonté également sur une hauteur de 7 à 8 m jusqu'au tube-guide (fig. 19). La gaine de ciment couvre à peu près 65 % de la surface avec une épaisseur variable de 5 à 10 mm du côté clapet, mais plus faible du côté opposé, avec de nombreuses digitations. Le ciment, souvent mêlé au sable carbonaté, n'est pur qu'au niveau du clapet. L'aspect de surface est abrasé. Le ciment injecté par le clapet 8 (3^e injection) n'apparaît que par traces éparses de faible épaisseur sous le ciment injecté par le clapet 7.

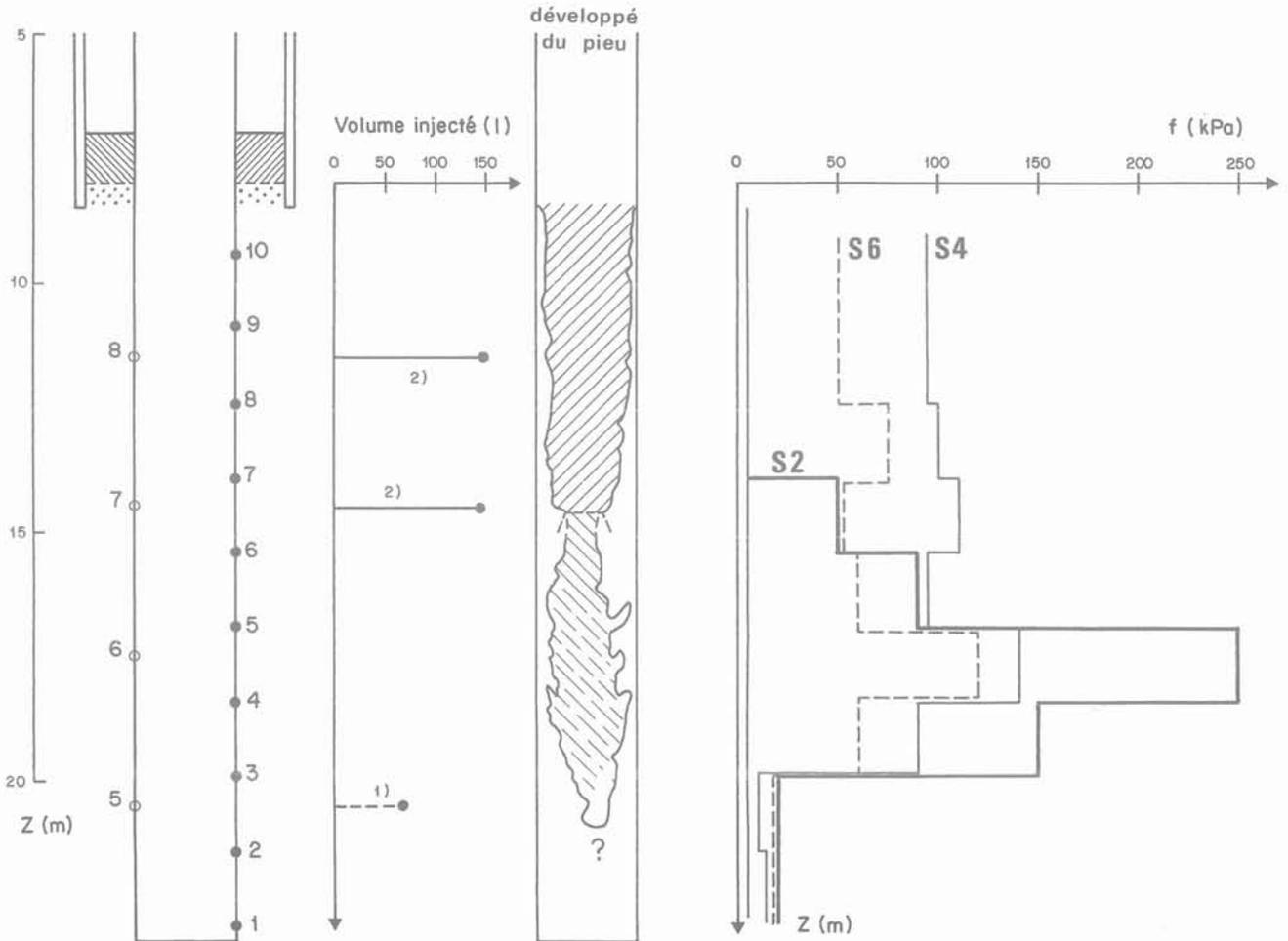


Fig. 19. — Répartition du ciment autour du pieu C et frottement latéral mobilisé.
 Fig. 19. — Distribution of grout around the pile C and skin friction mobilized.

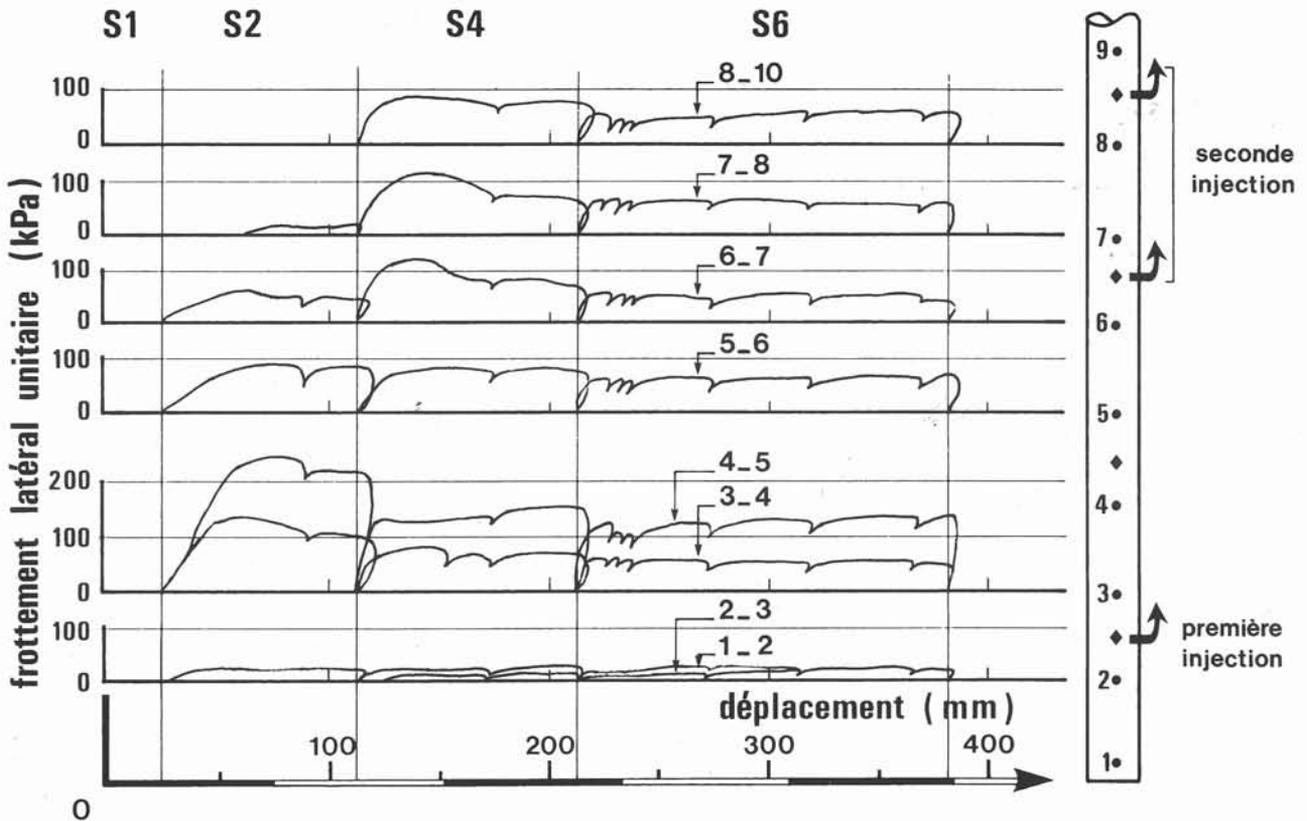


Fig. 20. — Mobilisation du frottement latéral le long du pieu C.

Fig. 20. — Mobilization of skin friction along the pile C.

5.6. Frottement latéral mobilisé

La figure 19 montre le frottement maximal mobilisé au cours des essais S1, S2 et S4, ainsi que le frottement résiduel au cours de S6.

Après battage, le frottement est inférieur à 5 kPa sur toute la longueur du pieu.

Après la première injection par un clapet unique, le frottement s'est accru dans une zone de 6 m de long située au-dessus du clapet d'injection.

Le frottement est très élevé entre les niveaux 3 et 5 où l'on constate un enrobage important. Le frottement maximal atteint 250 kPa, valeur supérieure au frottement mobilisé par le pieu foré et cimenté. Il convient cependant d'être prudent dans toute extrapolation car, entre 17 et 20 m, le pieu C se trouve dans une zone de résistance plus élevée au pénétromètre.

Après la seconde injection, le frottement s'est amélioré tout le long du pieu jusqu'au tube-guide. On observe une bonne corrélation entre l'enrobage du pieu et le frottement latéral (fig. 19). Si pour les niveaux 3/4 et 5/6 on observe une bonne continuité entre le frottement mobilisé à la fin de l'essai S2 et

celui mobilisé au début de l'essai S4, en revanche, on doit constater une perte sensible de frottement au niveau 4/5 par rupture (fig. 20).

Le frottement semble ensuite se stabiliser autour de 50 à 70 kPa le long du pieu (essai S6).

CONCLUSIONS

Les expérimentations opérées et les résultats obtenus avec différents types de pieux mis en place dans les sables carbonatés compressibles de Plouasne, représentatifs de ceux rencontrés en de nombreuses zones d'activités pétrolières en mer, ont largement contribué à l'amélioration du choix et du dimensionnement des pieux dans les formations carbonatées en mer.

1. Le frottement latéral des pieux battus dans les sables carbonatés de Plouasne ne dépasse pas 3 à 5 kPa. Ces résultats sont en bon accord avec les mesures (ou les déductions) effectuées sur des pieux battus dans les sables carbonatés non cimentés sur divers sites de production en mer.

2. Le frottement latéral des pieux forés et cimentés dans les sables carbonatés dépasse largement 100 kPa mais le frottement résiduel se réduit à environ 50 kPa après un déplacement du pieu équivalent à un demi-diamètre. Le choix du procédé de pieux forés et cimentés, pour la réalisation des fondations d'ouvrages en mer dans les formations carbonatées, doit cependant prendre en compte les difficultés de réalisation des forages (risques d'éboulement) et le coût probablement élevé (durée d'immobilisation prolongée des moyens navals et des équipements).

3. La «réparation» des pieux battus par injection de ciment depuis un forage parallèle au pieu est réalisable, le frottement latéral atteignant des valeurs comparables (> 100 kPa) à celles mobilisées par les pieux forés et cimentés. Les difficultés évidentes de reprise des fondations des ouvrages en mer peuvent conduire cependant à limiter ce genre d'interventions.

4. Le procédé de pieu battu et injecté associe la facilité de mise en place des pieux par battage et la bonne capacité portante en frottement mobilisée par les pieux forés et cimentés. Les résultats du pieu C expérimental de Plouasne, confirmés depuis par d'autres expérimentations en Australie conduites par Solmarine pour le compte d'Esso Australie (COTTRIL, 1988), confirment la fiabilité de ce procédé relativement économique par rapport au procédé de pieux forés et cimentés.

En conclusion, les expérimentations de Plouasne ont ouvert de nombreuses voies de recherche en vue d'améliorer la sécurité des ouvrages de production pétrolière dans plusieurs zones d'activités en mer. Le suivi des expérimentations et des réalisations en cours ou prévues devrait permettre de juger, dans un avenir proche, de l'efficacité technique et économique des travaux réalisés dans ce domaine par l'ARGEMA.

BIBLIOGRAPHIE

- BARTHÉLEMY H., GOUVENOT D., MARTIN R., BUSTAMANTE M. (1986), «*Pressure Grouted Piles: A Solution to Offshore Foundation Problems*». Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling, Nantes, Editions Technip.
- BARTHÉLEMY H., MARTIN R., LE TIRANT P., NAUROY J.F., CIPRIANO DE MEIDEROS J. (1987), «*Grouted Driven Piles: An Economic and Safe Alternate for Pile Foundation*». Proc. 19 th Off. Techn. Conf. Houston, paper OTC 5409.
- BRUCY F., MEUNIER J., NAUROY J.F. (1988), «*Analysis of pile driving tests in calcareous sand sites*». Proc. of 3rd Int. Conf. on the Applications of Stress-Wave Theory on Piles». Ottawa.
- COTTRIL A. (1988), «*Offshore Australia*». Offshore Engineer, october 1988.
- JEFFRIAUD J.P., BARTHÉLEMY H. (1984), «*Dispositif comportant une valve pour l'injection de coulis d'un pieu tubulaire enfoncé dans le sol*». Brevet Solétanche n° 84-13500 déposé le 31.08.84.
- NAUROY J.F., LE TIRANT P. (1983), «*Models Tests of Piles in Calcareous Sands*». Proc. ASCE Conf. on Geotechnical Practice in Offshore Engineering, University of Texas, Austin.
- NAUROY J.F., LE TIRANT P. (1985), «*Static and Cyclic Load Tests on a Drilled and Grouted pile in Calcareous Sand*». Proc. Int. Conf. on Behavior of Offshore Structures, BOSS'. 85, Delft.
- NAUROY J.F., BRUCY F., LE TIRANT P., KERVADEC J.P. (1986), «*Design and Installation of Piles in Calcareous Formations*». Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling, Nantes, Editions Technip.
- NAUROY J.F., BRUCY F., LE TIRANT P., BARTHÉLEMY H., KERVADEC J.P. (1987), «*Repair of Driven Piles in Calcareous Formations*». Proc. of Int. Symp. on Offshore Engineering, Brasil Offshore'87, Pentech Press.
- NAUROY J.F., BRUCY F., LE TIRANT P. (1988), «*Skin Friction of Piles in Calcareous Sands*». Proc. of Int. Conf. on Calcareous Sediments, Perth, R.J. Jewell, D.C. Andrews eds., A.A. Balkema, Rotterdam, 1988.

BARTHÉLEMY H., GOUVENOT D., MARTIN R., BUSTAMANTE M. (1986), «*Pressure Grouted Piles: A Solution to Offshore Foundation Pro-*

comportement tridimensionnel des sables: comparaison d'essais véritablement triaxiaux et d'essais sur cylindre creux

comparison of three dimensional tests performed
with a true triaxial apparatus
and a hollow cylinder device

J. LANIER, Z. ZITOUNI

Institut de Mécanique de Grenoble*

A. SAADA, P. PUCCINI, G. BIANCHINI

Case Western Reserve University**

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 67-76 (octobre 1989)

Résumé

Un programme de recherche mené en parallèle entre l'Institut de Mécanique de Grenoble et l'Université de Cleveland a permis d'étudier le comportement de deux sables fins à l'aide de deux appareils différents: une presse 3D à face rigide et un appareil de compression-torsion sur cylindre creux. Nous présentons dans cet article les résultats obtenus sur chemin isotrope et sur une série de chemins radiaux ($b = cte$). La méthode de comparaison mise en œuvre consiste, à partir des résultats expérimentaux obtenus sur la presse 3D, à calculer les grandeurs mesurées au cylindre creux. La comparaison des essais isotropes se révèle délicate et les mesures ne deviennent semblables qu'après des corrections importantes dues à la pénétration de membrane; par contre on observe une bonne cohérence entre les essais radiaux réalisés sur les deux appareils.

Abstract

A joined research between Institut de Mécanique de Grenoble and Cleveland University was concerned with the behavior of two fine sands. Two different apparatuses were used for this study: a true triaxial apparatus and a hollow cylinder device. A comparison of the obtained data is achieved by the following method: from experimental results on the true triaxial apparatus, the quantities measured on the hollow cylinder are calculated and then compared to real data. For results concerned with isotropic tests, some discrepancy is observed which can be reduced by large corrections with respect to membrane penetration. But, for a series of radial tests ($b = constant$), data from the two apparatuses are in a rather good agreement.

* Domaine universitaire, BP 53 X, 38041 Grenoble Cedex.

** Cleveland, Ohio, USA.

1. INTRODUCTION

L'étude expérimentale du comportement tridimensionnel des géomatériaux a connu un développement important au cours des quinze dernières années. Pendant longtemps les seuls essais réalisés en laboratoire étaient les essais triaxiaux classiques ou les essais à la boîte de cisaillement. Depuis les années 70 des appareillages plus sophistiqués ont été développés: les presses tridimensionnelles qui permettent de faire varier indépendamment les trois contraintes principales agissant sur un échantillon parallélépipédique, les presses de compression-torsion sur cylindre creux, les cellules de cisaillement direct (DSC). Pour une description détaillée de ces appareils on pourra consulter les références 1, 2, 3.

Parallèlement, de nombreuses lois de comportement ont été proposées dans la littérature; leurs possibilités et limitations ont été testées à l'occasion de plusieurs Workshops (4, 5, 6). La démarche utilisée est maintenant une procédure classique: les paramètres du modèle sont calés à partir d'essais classiques (triaxiaux de révolution, essais isotropes) et sa validation est obtenue ensuite par comparaison entre ses prédictions numériques et les résultats expérimentaux d'essais plus complexes, généralement tridimensionnels. C'est donc tout naturellement l'expérience qui, en dernier lieu, permet d'apprécier la qualité des modèles proposés. En cas de divergence, on voit souvent s'élever des critiques sur la qualité des essais, soulignant certaines «incohérences» expérimentales.

Notre but n'est pas de prétendre que les essais sont parfaits. Même pour des matériaux de laboratoire pour lesquels la granulométrie est bien définie, la difficulté de reproduire des essais est bien connue. Les causes en sont diverses: la préparation des échantillons, la mise en place sur les machines d'essais, l'homogénéité initiale et en cours d'essais, les phénomènes de localisation de déformation, sans parler des difficultés de métrologie.

La comparaison d'essais triaxiaux classiques effectués par différents laboratoires (7), dans des conditions théoriquement identiques, avec le même matériau, est de ce point de vue éloquente: si l'on peut considérer que le même essai répété dans un même laboratoire, avec le même expérimentateur et la même presse, est dans une large mesure reproductible, la comparaison des résultats interlaboratoires montre une dispersion qui peut être importante.

Notre démarche dans cet article est similaire et, si l'on peut dire, plus ambitieuse, puisqu'il s'agit de comparer des résultats expérimentaux théoriquement «semblables» obtenus dans deux laboratoires sur deux appareils de principe différent. En effet à l'occasion d'une coopération entre l'Institut de Mécanique de Grenoble (IMG) et Case Western Reserve University (CWRU) de Cleveland, une large campagne d'essais a été menée, sur une presse tridimensionnelle (IMG) et une presse de traction-torsion sur cylindre creux (CWRU). Nos résultats ont servi d'essais de référence pour un workshop sur les lois de comportement (6).

Ils sont actuellement disponibles dans une banque de données internationale à Cleveland.

Nous proposons ici une analyse comparative des résultats obtenus. Nous décrivons d'abord les deux appareils utilisés et le programme expérimental réalisé, puis nous comparons les résultats obtenus, en particulier sur le sable d'Hostun qui a récemment été choisi comme matériau test du «Benchmarks for Geotechnical Modelling» (Banque de données pour la modélisation, créée à l'initiative de O.C. ZIENKIEWICZ et M. PASTOR en cours d'installation à l'Ecole Centrale de Paris (8)). Nous donnerons enfin quelques conclusions concernant la «précision» que l'on peut attendre des essais et l'anisotropie initiale des échantillons.

2. LA PRESSE TRIDIMENSIONNELLE DE GRENOBLE

Cet appareil conçu et réalisé à l'IMG est particulièrement adapté à l'étude du comportement en grandes déformations des milieux pulvérulents (9, 10, 11). L'échantillon parallélépipédique est enfermé entre six faces rigides (fig. 1). Ses dimensions peuvent varier de 5 à 15 cm avec une vitesse maximale de 5 mm/min. Six moteurs électriques, synchronisés 2 à 2, permettent le contrôle cinématique de l'essai.

L'échantillon, enveloppé dans une membrane en latex, de dimensions $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$ et d'épaisseur 0,3 mm, est préparé en dehors de la machine dans un moule. Le matériau est soit vibré pour avoir des échantillons denses, ou déposé avec une hauteur de chute nulle pour avoir des échantillons lâches. Il est ensuite graissé et transporté vers la machine avec un vide intérieur pour éviter le remaniement. La graisse sert à éliminer les contraintes tangentielles parasites qui peuvent se développer à l'interface plaques-échantillon.

En cours d'essai, trois capteurs de pression, noyés dans les plaques et insensibles aux contraintes tangentielles, mesurent directement les trois contraintes nor-

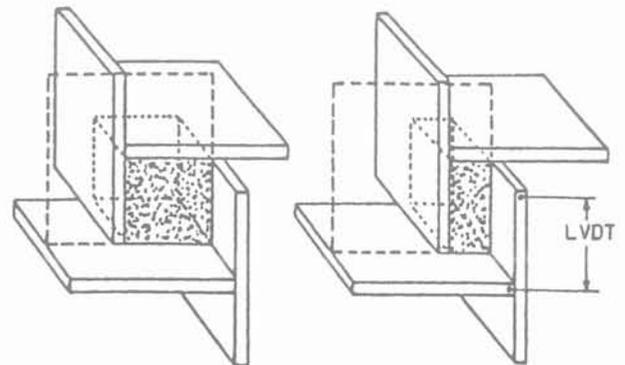


Fig. 1. — Principe de fonctionnement de la presse 3D de Grenoble.

Fig. 1. — Principle of the Grenoble true triaxial apparatus with rigid boundaries.

males aux faces que l'on considère (en négligeant le frottement) comme les trois contraintes principales σ_1 .

Trois autres capteurs de type LVDT mesurent les dimensions de l'échantillon. Les déformations principales ϵ_1 sont calculées par :

$$\epsilon_1 = - \log (X_1/X_{10})$$

Les variations de volume sont obtenues par :

$$\epsilon_v = - \log (V/V_0)$$

A chaque mesure, on connaît donc : les trois valeurs principales de l'état de contrainte σ_1 et les trois valeurs principales de l'état de déformation ϵ_1 .

Les difficultés rencontrées sont essentiellement de deux types :

1. Difficultés de préparation d'échantillons rigoureusement identiques, et difficultés de mise en place de l'échantillon sur la presse.
2. Apparition de la localisation de la déformation dans des bandes de cisaillement. Il y a alors perte de l'homogénéité et les mesures globales que nous enregistrons ne sont plus significatives.

Signalons enfin que les régulations sur chaque direction sont indépendantes et peuvent être soit cinématiques (contrôle de la vitesse des moteurs) soit en contrainte par un asservissement de type analogique.

3. CYLINDRE CREUX DE CLEVELAND

3.1. Présentation de l'appareil

La presse de compression-torsion de Cleveland a été un des premiers appareils de ce type utilisé pour l'étude du comportement des sols.

L'échantillon a la forme d'un cylindre creux de dimensions : $H = 13$ cm, $\Phi_e = 7,1$ cm et $\Phi_i = 5,1$ cm. Il est préparé entre deux membranes cylindriques à l'aide d'un moule. Le mode de densification est identique à celui utilisé à Grenoble (damage ou vibration). La base de l'appareil est fixe et la tête (fig. 2) permet d'appliquer un effort axial (extension ou compression), et/ou un couple de torsion ; l'asservissement de ces deux sollicitations est pneumatique. Un système de drainage permet la mesure des pressions interstitielles (essais non drainés) ou des variations de volume (essais drainés).

L'ensemble est placé dans une cellule triaxiale classique qui assure une pression de confinement identique à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.

En cours d'essai, les quantités mesurées sont les suivantes : la déformation axiale, la rotation de tête, la variation de volume (essai drainé), la pression de confinement, l'effort axial et le couple de torsion.

3.2. Etat de contrainte

Dans le cylindre creux, on suppose que l'état de contrainte ne dépend ni de θ , ni de z (en excluant les effets de frottement en tête et pied). Il peut par contre être fonction de r . On peut déterminer, en fonction des conditions aux limites, des valeurs moyennes qui seront d'autant plus représentatives que le rapport e/R sera faible ($e = R_e - R_i$).

Si l'on note p la pression de confinement, F l'excédent de force axiale et M_t le couple de torsion, on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= p + F/S = p + \sigma \\ \sigma_\theta &= \sigma_r = p \\ \tau_{\theta z} &= \tau = 3M_t / 2 \pi (R_e^3 - R_i^3) \end{aligned}$$

La direction r est une direction principale ; les deux autres appartiennent au plan tangent du cylindre et font avec la direction Z un angle α tel que :

$$\text{tg } 2 \alpha = 2 \tau / \sigma \sim M_t/F$$

Les valeurs principales de l'état de contrainte peuvent être définies par :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= p + \tau / \text{tg } \alpha \\ \sigma_2 &= p \\ \sigma_3 &= p - \tau \cdot \text{tg } \alpha \end{aligned}$$

On en déduit une expression du coefficient b utilisé classiquement en mécanique des sols :

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \sin^2 \alpha$$

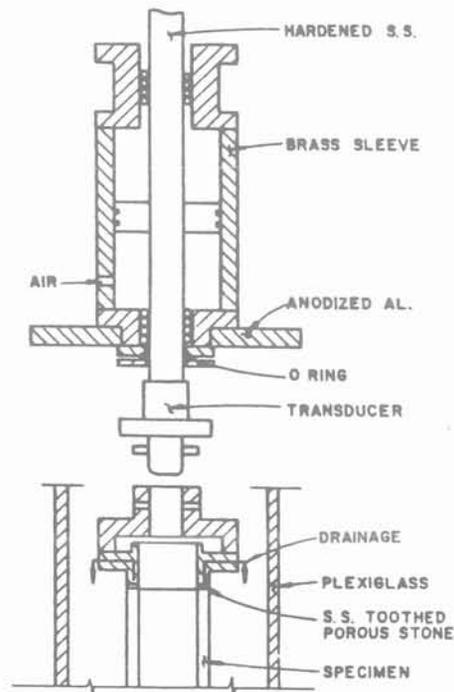


Fig. 2. — Principe du cylindre creux [15].
Fig. 2. — Schematic of hollow cylinder cell.

Cette relation indique que les deux paramètres b et α sont liés. On ne peut donc pas étudier séparément leur influence sur le comportement du matériau testé.

3.3. Etat de déformation

Dans l'hypothèse des petites déformations, la cinématique du cylindre creux est décrite par un champ de déplacement de la forme:

$$\vec{u} = u_r \vec{e}_r + u_\theta \vec{e}_\theta + u_z \vec{e}_z$$

avec: $u_r = u(r)$; $u_\theta = krz$; $u_z = \lambda z$

On en déduit le tenseur de déformation ϵ et le vecteur rotation $\vec{\Omega}$ par:

$$\epsilon_r = du/dr; \epsilon_\theta = u/r; \epsilon_z = \lambda; \gamma = kr$$

$$\vec{\Omega} = - (kr/2) \vec{e}_r + kz \vec{e}_z$$

La connaissance complète de l'état de déformation nécessite donc quatre mesures pour la détermination de ϵ_r , ϵ_θ , ϵ_z et γ .

S'il est relativement aisé de mesurer ϵ_z (allongement axial) et γ , la détermination directe de ϵ_r et ϵ_θ est plus difficile car elle nécessite a priori les mesures de variations des rayons intérieur et extérieur. L'utilisation des jauges de proximité (12) s'est révélée peu fiable pour la géométrie des éprouvettes qui ont été utilisées.

Notons que la détermination des variations de volume ϵ_v permet d'obtenir la somme $\epsilon_r + \epsilon_\theta = \epsilon_v - \epsilon_z$.

KARCHAFI (13, 14) qui utilise un cylindre creux de dimensions plus importantes signale également la difficulté d'obtenir des mesures de ϵ_r , ϵ_θ , ϵ_z et γ cohérentes entre elles; le principal problème étant la détermination de ϵ_r .

Pour comprendre d'où vient cette difficulté, on peut estimer une valeur moyenne de ϵ_r de la façon suivante:

L'équation de compatibilité s'écrit:

$$d(r\epsilon_\theta) = \epsilon_r dr$$

En intégrant de R_i à R_e et en posant $R_{moy} = (R_e + R_i)/2$, $e = R_e - R_i$, on obtient:

$$(\epsilon_r)_{moy} = \frac{1}{e} \int_{R_i}^{R_e} \epsilon_r dr =$$

$$\frac{\epsilon_\theta(R_e) + \epsilon_\theta(R_i)}{2} + \frac{R_{moy}}{e} (\epsilon_\theta(R_e) - \epsilon_\theta(R_i))$$

où l'on remarque que la différence $(\epsilon_\theta(R_e) - \epsilon_\theta(R_i))$ est multipliée par le coefficient amplificateur R_{moy}/e .

Nous avons donc là une difficulté inhérente à l'appareil de traction-torsion sur cylindre creux: une bonne approximation de l'état de contrainte est obtenue pour

e/R_{moy} petit et, dans ce cas, la détermination de $(\epsilon_r)_{moy}$ devient incertaine.

Avant de conclure ce paragraphe sur l'étude de la déformation, nous voulons évaluer la rotation des directions matérielles dans le plan tangent du cylindre. Soit une direction n dans ce plan faisant l'angle α_1 avec l'axe θ . La rotation de cette direction par rapport aux axes (θ, z) est définie par:

$$\delta\alpha_1 = \sin\alpha_1 \cdot ((\epsilon_z - \epsilon_\theta) \cos\alpha_1 - \gamma \sin\alpha_1)$$

d'où l'on déduit que les directions principales de ϵ définies par:

$$\text{tg } 2\alpha = \gamma/(\epsilon_\theta - \epsilon_z)$$

subissent une rotation $\delta\alpha = -\gamma/2$. Nous utiliserons cette remarque dans le paragraphe 4.2.1.

4. COMPARAISONS DES RÉSULTATS D'ESSAIS

Nous nous proposons dans ce paragraphe de comparer les résultats d'essais obtenus sur la presse 3D de l'IMG et sur le cylindre creux de Cleveland.

Les essais réalisés sur ces deux appareils ne sont pas tous comparables: en effet, sur les presses tridimensionnelles, les axes principaux de contrainte (et de déformation) restent fixes et confondus avec les directions matérielles de la machine; alors qu'au cylindre creux, les directions principales dans le plan tangent du cylindre définies par:

$$\text{tg } 2\alpha = 2\tau/\sigma$$

peuvent tourner en fonction de l'asservissement du rapport τ/σ .

On ne peut donc songer à comparer que des essais tels que $\alpha = \text{cte}$ (essais sans rotation des directions principales) et en conséquence $b = \text{cte}$ (cf. § 3.2).

4.1. Comparaison d'essais isotropes

Les essais de compression isotrope réalisés sur les échantillons parallélépipédiques de la presse 3D et les cylindres creux doivent théoriquement, si les conditions de préparation sont identiques, donner le même résultat. On peut évoquer ici les effets de membrane; en effet, les déformations volumiques sont faibles et les variations importantes de la pression de confinement entraîne une surestimation (due à la membrane) de la diminution de volume quand p augmente. Selon (15), les corrections de ces effets sont peu fiables. La figure 3 donne un exemple de correction de pénétration de membrane pour un essai au cylindre creux. La réponse du matériau est alors proche de l'isotropie. Pour les essais sur presse 3D, les conditions aux limites avec faces rigides nécessiteraient des corrections de type «effet de paroi» qui sont faibles pour un sable fin. Ces corrections n'ont pas été faites.

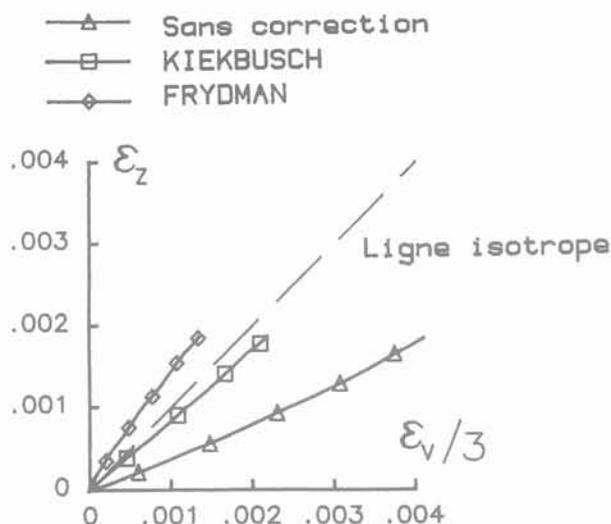


Fig. 3. — Correction de pénétration de membrane (Essai isotrope) [15]

Fig. 3. — Evaluation of membrane corrections under isotropic stress.

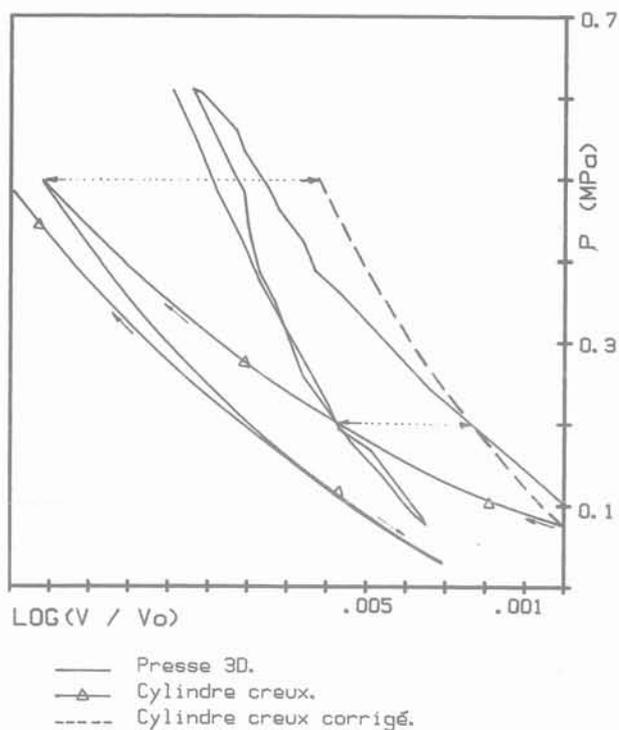


Fig. 4. — Comparaison des essais isotropes.
Fig. 4. — Comparison of data from isotropic tests.

La figure 4 donne les résultats bruts de deux essais isotropes, l'un réalisé au cylindre creux, l'autre sur la presse 3D. On constate que pour une pression donnée, le serrage mesuré est plus important au cylindre creux. Notons cependant que si l'on utilise les corrections proposées sur la figure 3 (en supposant $\epsilon_v = 3 \cdot \epsilon_z$) les résultats deviennent tout à fait comparables.

Ce n'est donc que grâce à des corrections incertaines que nos résultats deviennent concordants. Il est donc délicat d'en tirer des conséquences de nature rhéologique. Ce point est important à signaler car beaucoup de modèles utilisent ce type d'essai pour le calage de leurs paramètres.

4.2. Comparaison d'essais à $b = cte$

4.2.1. Définition des essais

Les essais réalisés au cours de la collaboration de nos deux laboratoires nous ont permis d'étudier le comportement de plusieurs sables, en particulier sur les chemins définis par: $\sigma_2 = cte$ et $b = cte$. Il s'agit donc de chemin ayant la même histoire de valeurs principales.

A la presse 3D, ces essais sont obtenus en réglant:

- une vitesse d'écrasement sur la direction 1 d'où il résulte une valeur σ_1 ;
- $\sigma_2 = cte$;
- $\sigma_3 = (\sigma_1 - b \cdot \sigma_2) / (1 - b)$;

où la direction principale majeure 1 est une direction matérielle (axe vertical de la machine).

Au cylindre creux, la condition $\sigma_2 = cte$ impose une pression constante de cellule (il n'y a donc pas à considérer de correction due à la pénétration de membrane). La condition $b = cte$ est équivalente à $\alpha = cte$ (cf. § 3.2). Il est donc nécessaire de réaliser un asservissement entre le couple de torsion et l'effort axial tel que: $M_t/F = cte$. Les directions principales de l'état de contrainte sont alors fixes par rapport au laboratoire mais ne correspondent pas, contrairement aux essais sur presse 3D, à des directions matérielles. Leur rotation dans le plan tangent du cylindre peut être évaluée par $\delta\alpha$ (cf. § 3.3). Des mesures effectuées par KARCHAFI (13) et SAADA (16), montrent que les directions principales de contrainte et de déformation restent voisines et que l'écart maximum, pour différentes valeurs de b est d'environ 5° . On peut donc estimer la rotation des directions matérielles coïncidant avec les directions principales de contrainte par $\delta\alpha = -\gamma/2$, soit $2^\circ,5$ pour $\gamma = 16\%$. Cette rotation est faible et par conséquent justifie la comparaison des essais à $b = cte$ au cylindre creux et sur presse 3D. Une étude plus complète, en grandes déformations, de la comparaison des essais sur les deux appareils est publiée en (17).

4.2.2. Méthode de comparaison

Les mesures effectuées sur chaque appareil ne correspondent pas aux mêmes systèmes d'axes: (r, θ, z) pour le cylindre creux, $(1, 2, 3 = \text{axes principaux})$ pour la presse 3D. Il est donc nécessaire de se ramener à des quantités équivalentes pour les deux types d'essais. Une première méthode consisterait à comparer l'évolution des valeurs principales (ou des invariants), mais nous avons vu qu'il était difficile d'estimer $\epsilon_r = \epsilon_2$ au cylindre creux. Nous proposons donc, à partir des valeurs principales mesurées sur presse 3D, de «revenir» aux mesures effectuées aux cylindres creux en calculant le vecteur contrainte

(σ_z^* , τ_z^*) d'une part, et (ϵ_z^* , γ^*) correspondant à une direction z^* de l'éprouvette parallélépipédique, telle que $(z^*, 1) = \alpha$, où α est défini par $b = \sin^2 \alpha$ (fig. 5). On pourra alors faire une comparaison directe des valeurs ainsi calculées avec les mesures réalisées au cylindre creux dans l'hypothèse où le matériau est isotrope.

Notons à ce propos que, les participants au Workshop de Cleveland devaient simuler les essais $b = \text{cte}$ réalisés sur les 2 appareils. Dans le cas où les lois de comportement utilisées sont écrites en petites déformations et ne prennent en compte ni les rotations matérielles (ou taux de rotation dans les expressions des dérivations de σ) ni l'anisotropie éventuelle du matériau, le résultat des calculs des deux essais pouvaient se déduire l'un de l'autre par simple rotation d'axes.

4.2.3. Comparaison des résultats

Les deux sables étudiés sont deux sables fins. Leurs caractéristiques (granulométrie, densité) sont définies en (15).

Les figures 6 et 7 donnent les résultats de cette comparaison pour les deux sables d'Hostun et de Reid Bedford avec $\sigma_2 = 0,5$ MPa et cinq valeurs de b : 0; 0,28; 0,5; 0,72; 1. Notons que les essais $b = 0$ et $b = 1$ sont axisymétriques et qu'ils sont donc directement comparables ($\epsilon_z^* = \epsilon_z$).

La figure 6a représente les chemins de contrainte suivis dans le plan déviatoire avec les résistances maximales obtenues. On peut constater qu'elles sont du même ordre sauf pour l'essai $b = 0,28$ où la différence importante que l'on observe est probablement due à une localisation prématurée dans l'essai réalisé à la presse 3D.

La figure 6b représente l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale du cylindre creux et la relation $\sigma_z^* - \epsilon_z^*$ correspondante. Là encore, on obtient une comparaison très acceptable et même parfois inespérée (les courbes $b = 1$ et $b = 0,66$ sont pratiquement identiques). On remarque également que ϵ_z^* change de signe comme ϵ_z entre les deux essais $b = 0,5$ ($\epsilon_z < 0$) et $b = 0,28$ ($\epsilon_z > 0$). Il existe donc une valeur de b comprise entre 0,5 et 0,28 pour laquelle la déformation axiale du cylindre creux reste nulle.

Pour déterminer plus précisément cette valeur de b (ou α) nous représentons sur la figure 8 l'orientation α_0 des lignes d'extension nulle en fonction de b pour les essais à la presse tridimensionnelle. Lorsque la direction axiale du cylindre creux est une direction d'extension nulle on doit également vérifier l'équation $b = \sin^2 \alpha$.

L'intersection des deux courbes donne $b = 0,34$ (ou $\alpha = 36^\circ$) qui est bien comprise entre 0,28 et 0,5.

La figure 6c représente les variations de volume en fonction de ϵ_z pour le cylindre creux et ϵ_z^* pour les essais à la presse 3D. Les résultats ici sont tout à fait remarquables: on observe des serrages initiaux et des pentes de dilataance pratiquement identiques, pour les

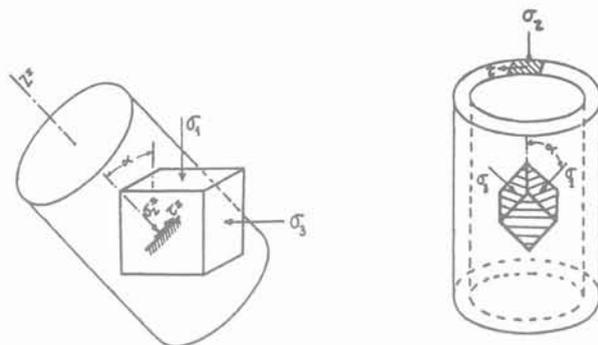


Fig. 5. — Méthode de comparaison des essais sur cylindre creux et presse 3D : définition de σ_z^* et τ^* ($b = \sin^2 \alpha$).

Fig. 5. — Method of comparison between true triaxial and hollow cylinder data.

deux appareils. Notons que la comparaison pour le sable de Reid Bedford (fig. 7c) est moins bonne.

La figure 6d permet de comparer les distorsions γ mesurées au cylindre creux et γ^* calculées. Pour les essais de révolution $b = 0$ et 1 les distorsions sont nulles. On a donc tracé seulement les 3 essais correspondants aux valeurs $b = 0,28$; 0,5; 0,66. On peut remarquer ici que systématiquement, pour ϵ_z (ou ϵ_z^*) fixé les distorsions mesurées au cylindre creux sont légèrement supérieures à celles calculées. La comparaison reste cependant très acceptable.

5. CONCLUSIONS

La connaissance objective du comportement des matériaux est le but de toute campagne expérimentale. Il est cependant difficile d'estimer l'influence des techniques utilisées par chaque expérimentateur. La comparaison que nous avons menée dans cet article permet d'apporter une réponse partielle à ce problème.

En utilisant les mêmes sables, avec des méthodes de préparations les plus proches possibles, nos deux laboratoires ont réalisés une large campagne d'essais sur deux appareils de conception entièrement différente tant sur la façon d'appliquer le chargement que sur la géométrie de l'échantillon.

Nous avons montré que les résultats obtenus sont souvent très voisins et même qu'ils coïncident parfois de façon inespérée.

La comparaison des courbes de variation de volume et de distorsion en fonction de la déformation axiale nous a montré que les cinématiques suivies sur chaque appareil pour les essais à $b = \text{cte}$ sont très proches.

La mobilisation de la résistance (courbes contrainte-déformation) est également très comparable surtout pour les essais de compression et d'extension ($b = 0$ ou 1). Dans les autres cas on observe des diffé-

LEGENDE

N° d'Essais comparés	b	Symboles
TRITRI: SFHD511 Cleve.: HF1	0	◊ ◆
TRITRI: SFHD512 Cleve.: HF14	0.28	○ ●
TRITRI: SFHD513 Cleve.: HF16	0.5	△ ▲
TRITRI: SFHD514 Cleve.: HF15	0.67	= -
TRITRI: SFHD515 Cleve.: HF3	1	◊ ◆

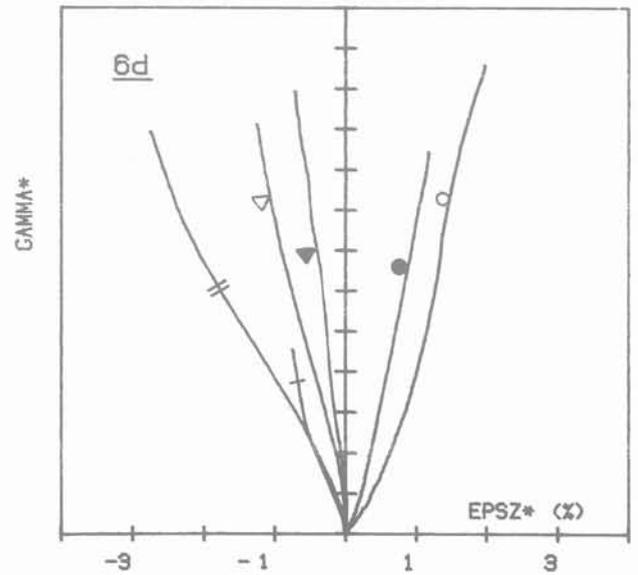
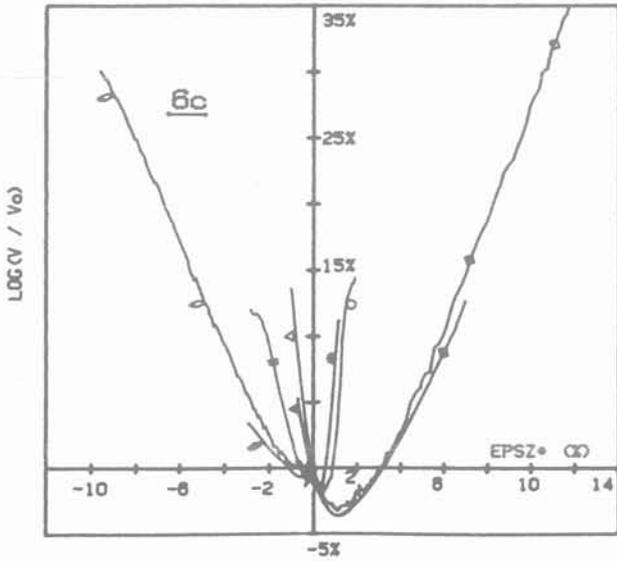
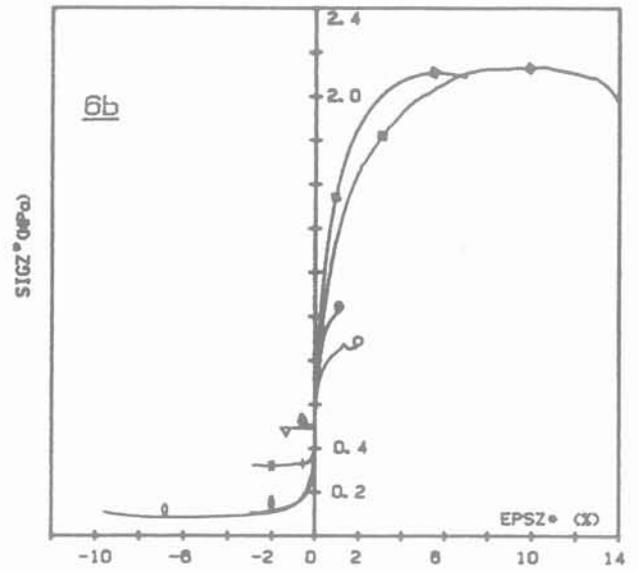
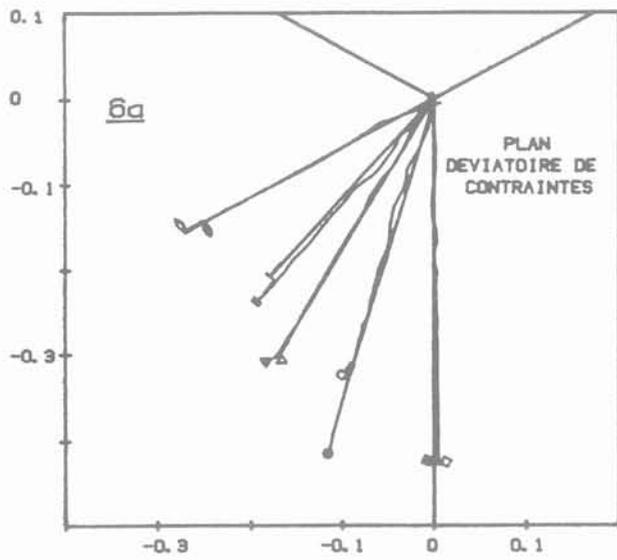


Fig. 6. — Sable d'Hostun : Comparaison des essais b = cte.
 Fig. 6. — Comparison of data from radial tests (b = constant) — Hostun sand.

LEGENDE

N° d'Essais comparés	b	Symboles
TRITRI: RB701 Clevo.: RA84	0	○ ◆
TRITRI: RB702 Clevo.: RA86	0.28	○ ●
TRITRI: RB703 Clevo.: RA90	0.5	△ ▲
TRITRI: RB704 Clevo.: RA91	0.67	= -
TRITRI: RB705 Clevo.: RA93	1	○ ●

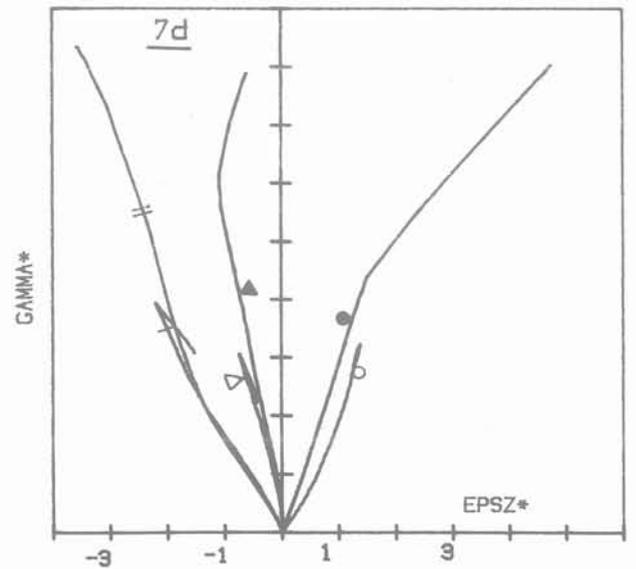
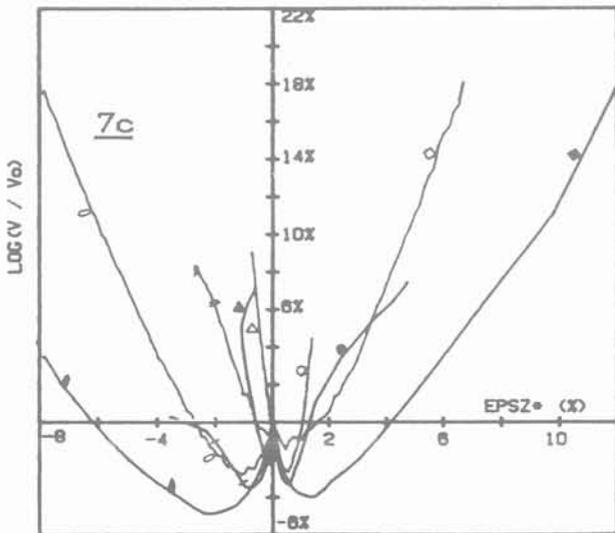
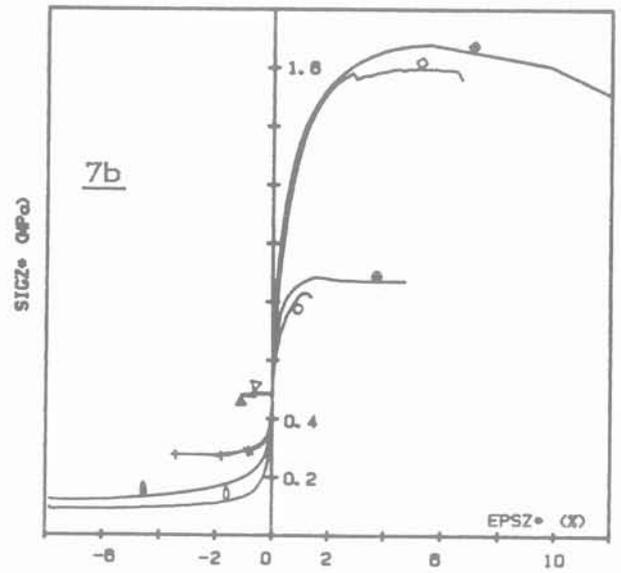
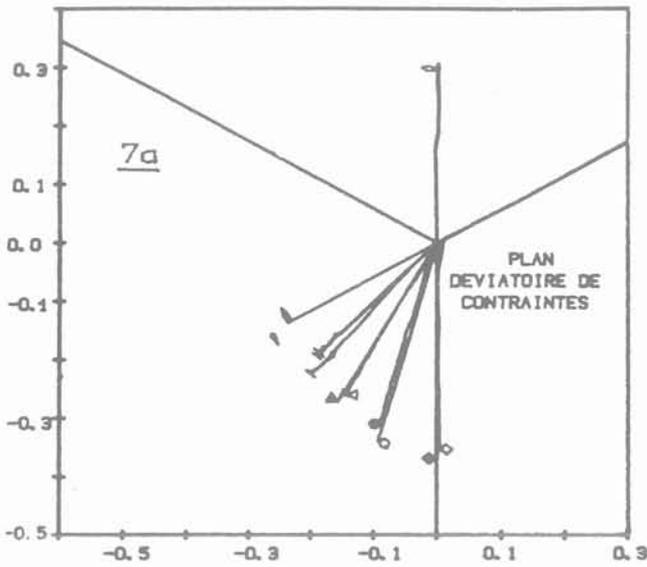


Fig. 7. — Sable de Reid Bedford : Comparaison des essais $b = cte$.
Fig. 7. — Comparison of data from radial tests ($b = constant$) — Reid Bedford sand.

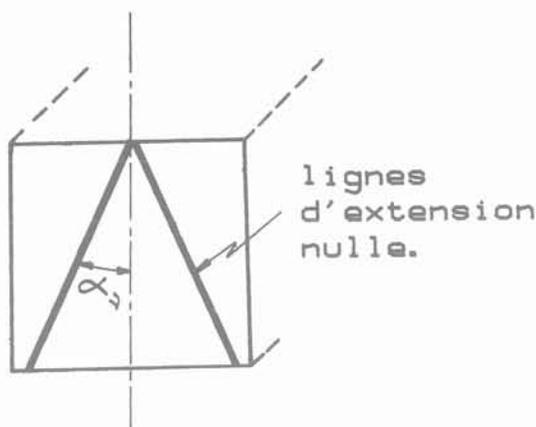
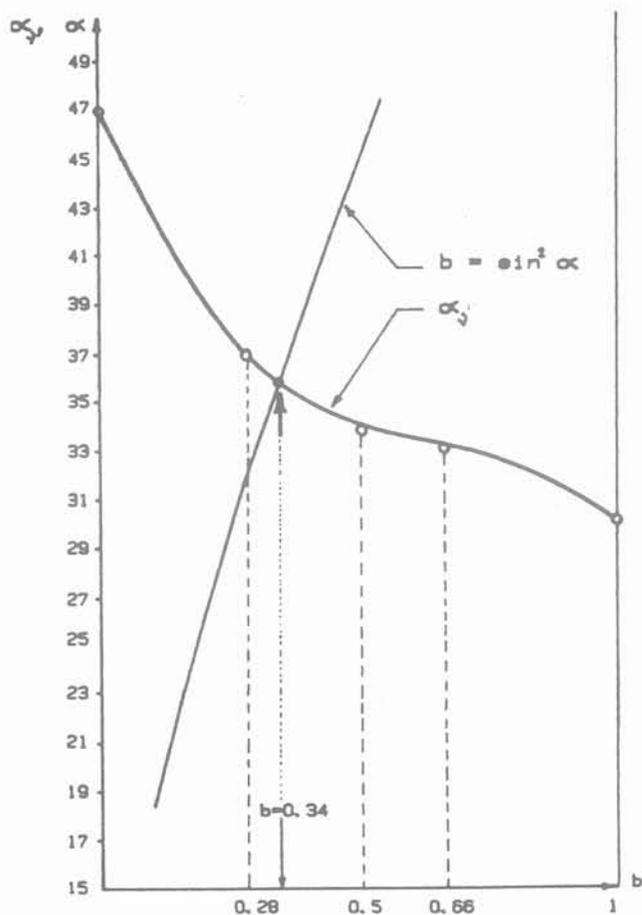


Fig. 8. — Détermination de la valeur de b correspondant à une déformation axiale nulle au cylindre creux.
 Fig. 8. — Graphical determination, from true triaxial data, of the b -value corresponding to no-extension of the axial direction in hollow cylinder.

rences variables sur les modules initiaux et les niveaux de résistance maximale.

Dans tous les cas, les différences observées entre les résultats du cylindre creux et de la presse 3D peuvent être considérés comme étant du même ordre de grandeur que la dispersion que l'on obtient sur la presse 3D lorsque l'on répète le même essai (en particulier les essais non axisymétriques).

En conclusion, les deux appareils permettent d'approcher de façon qualitative et quantitative le comportement rhéologique tridimensionnel du matériau testé.

La campagne que nous avons menée permet également de conclure que l'anisotropie initiale des échantillons est faible puisque les mêmes réponses sont obtenues pour 2 orientations différentes de l'état de contrainte. En particulier les différentes valeurs de la résistance maximale, sont dues essentiellement aux différentes valeurs du paramètre b et non de α .

Une difficulté subsiste cependant pour apprécier le comportement en compression isotrope: d'une part des corrections dues aux effets de membrane semblent nécessaires mais ces corrections se révèlent être du même ordre de grandeur que les quantités mesurées. D'autre part, ces essais où les déformations sont

faibles sont très sensibles au mode de préparation. Nous avons déjà rencontré le même problème en comparant des essais réalisés sur les deux presses tridimensionnelles de Karlsruhe et Grenoble (18).

BIBLIOGRAPHIE

1. SAADA A.S., TOWNSEND F.C. (1981), *Laboratory strength testing of soil (State of Art)*, in *Laboratory shear strength of soil*, ASTM STP 740 ASTM, Philadelphia, pp. 7-77.
2. LANIER J. (1987), *Développements récents des essais en laboratoire*. Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, F. Darve éd., Presses des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 15-31.
3. SAADA A.S. (1988), *Hollow cylinder torsional devices: their advantages and limitations*. Advanced triaxial testing of soil and rock ASTM STP 977. R.T. Donaghe, R.C. Chaney, M.L. Silver, Edits, ASTM Philadelphia, pp. 766-795.
4. *Workshop on limit equilibrium, plasticity and generalized stress-strain relations in geotechnical engineering*, Mc Gill University, Montréal, 1980.

5. *Constitutive relations for soils*. Proc. Workshop, Grenoble, Gudehus G., Darve F., Vardoulakis I. eds, Balkema, Rotterdam, 1982.
6. *Constitutive equations for granular non-cohesive soils*, Proc. Workshop Cleveland, A. Saada, G. Bianchini eds, Balkema, Rotterdam, 1989.
7. FLAVIGNY E., LEFEBVRE P. (1987), *Etude de la répétabilité des essais triaxiaux de révolution*. Rapport scientifique GRECO Géomatériaux, Institut de Mécanique de Grenoble, pp. 200-204.
8. *Banque de données MODELISOL*, J.L. Favre, P.Y. Hicher, Ecole Centrale de Paris, Chatenay Malabry.
9. LANIER J. (1988), *Special stress paths along the limit surface of a sand specimen with the use of a true Triaxial apparatus*. Advanced triaxial testing of soil and rock, ASTM STP 977, pp. 859-869.
10. ZITOURNI Z. (1988), *Comportement tridimensionnel des sables*. Thèse, Grenoble.
11. LANIER J., ZITOUNI Z. (1989), *Development of a data base using the Grenoble true triaxial apparatus, Constitutive equations for granular non-cohesive soils*. A. Saada, G. Bianchini ed., Balkema, pp. 47-58.
12. HIGHT D.W., GENS A., SYMES M.J. (1983), *The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effect of principal stress rotation*. Géotechnique, vol. 33, pp. 355-383.
13. KARCHAFI M. (1988), *Contribution à l'étude du comportement des matériaux granulaires sous sollicitations rotationnelles*. Thèse, Ecole Centrale de Paris.
14. KARCHAFI M. (1989), *On effects of sample height in hollow cylinder tests, Constitutive equations for granular non-cohesive soils*. A. Saada, G. Bianchini ed., Balkema, pp. 41-45.
15. SAADA A., PUCCINI P. (1989), *The development of a data base using the Case hollow cylinder apparatus, Constitutive equations for granular non-cohesive soils*. A. Saada, G. Bianchini ed., Balkema, pp. 33-40.
16. SAADA A., BIANCHINI G., PUCCINI P. (1983), *The mechanical properties of anisotropic granular soils*. Colloque international du CNRS, Grenoble.
17. CAMBOU B., DOGUI A., JAFARI K., SIDOROFF F. (1986), *On the equivalence between true triaxial and torsion shear loading paths*. Computers and Geotechnics 2, pp. 207-217.
18. LANIER J., STUTZ P. (1982), *Supplementary true triaxial tests in Grenoble*. Constitutive Relations for Soils, Gudehus, Darve, Vardoulakis eds, Balkema, Rotterdam, pp. 67-70.

ACHEVÉ D'IMPRIMER
 SUR LES PRESSES DE
 L'IMPRIMERIE CHIRAT
 42540 ST-JUST-LA-PENDUE
 EN OCTOBRE 1989
 DÉPÔT LÉGAL 1989 N° 4515