ISSN - 0181-0529

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

AVEC LA PARTICIPATION DES COMITÉS FRANÇAIS DE
MÉCANIQUE DES SOLS
MÉCANIQUE DES ROCHES
GÉOLOGIE DE L'INGÉNIEUR

N° 46

135 F

1er TRIMESTRE 1989

Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

N° 46
JANVIER 1989

sommaire

25 ANNÉES DE GÉOLOGIE DE L'INGÉNIEUR

Sixième Congrès international de l'A.I.G.I.
6 au 10 août 1990 - Amsterdam

Thèmes du colloque :

- Cartographie et étude géotechnique du terrain
- Télémesure et techniques géophysiques
- Géologie hydrotechnique
- Géologie de l'ingénieur de la surface
- Géologie de l'ingénieur souterraine
- Géologie de l'ingénieur de structures hydrauliques sur terre et sur mer
- Matériaux de construction.

Langues : Français/Anglais.

Demande d'exposés : les auteurs sont invités à présenter au Bureau d'organisation du congrès des résumés de moins de 200 mots avec indication du sujet. Les résumés acceptés avant août 1989 pourront être mentionnés dans le deuxième bulletin de présentation du congrès.

Renseignements : M. H. Beijer, Sixième Congrès international I.A.E.G. - QLT/CONGREX - Keizersgracht 782 - 1017 EC Amsterdam - Pays-Bas.

5e CONFÉRENCE AMÉRICAINE SUR LES JETS D'EAU

29 au 31 août 1989 Toronto (Ontario)

Cette conférence, organisée par la Division de génie mécanique, Conseil national de recherches du Canada et la U.S. Water Jet Technnology Association, a pour but de donner l'occasion tant aux spécialistes qu'aux débutants de se rencontrer, de discuter et d'échanger des idées sur tous les aspects de la technologie. Les sujets qui seront couverts comprennent les suivants, sans toutefois s'y limiter :

- Recherche fondamentale et appliquée sur tous les types de jets d'eau : jets contenant un abrasif, jets cavitatoires, jets pulsés, etc.
- Applications industrielles : fabrication, exploitation minière, nettoyage, etc.
- Equipement : améliorations, nouveaux développements, etc.
- Sécurité et considérations environnementales.

Langue : Anglais.

Renseignements : Mme H. Lacoste, Coordinatrice de la conférence, Service de conférence - Conseil national de recherches du Canada - Ottawa (Ontario) Canada KIA 0R6.

le GRECO « géomatériaux » : objectifs et programme de recherches

GRECO « geomaterials » : objectives and research program

F. DARVE

GRECO « Rhéologie des Géomatériaux » *

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 5-7 (janvier 1989)

1. INTRODUCTION

Le Groupement d'Etudes Coordonnées (GRECO) « Rhéologie des Géomatériaux (sols, bétons, roches) » est un « laboratoire hors les murs » du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), rattaché à son département des Sciences Physiques pour l'Ingénieur et composante du Programme de Recherches en Génie Civil PROGEC du Ministère de la Recherche et de l'Enseignement Supérieur (MRES). Le GRECO « Géomatériaux » a été créé le 1er janvier 1986 pour une durée de 4 ans, renouvelable.

Sa vocation est de coordonner des recherches en génie civil tant en ce qui concerne les laboratoires d'écoles d'ingénieurs et d'universités que les départements « recherche » des centres techniques, des grands organismes et des bureaux d'études pour développer des outils de conception et de calcul des ouvrages de génie civil au meilleur niveau international. Les travaux du GRECO doivent être considérés comme se situant « en amont » des recherches menées par ailleurs dans le cadre des projets nationaux du programme PROGEC.

2. OBJECTIFS ET CHAMP COUVERT

L'objectif central du GRECO est la modélisation numérique en géotechnique et en géomécanique, en prenant en compte la méthodologie usuelle nécessaire à la résolution d'un problème industriel en génie civil :

— première étape constituée par la mesure et l'analyse des propriétés mécaniques des matériaux mis en jeu ;

— deuxième étape permettant de formuler le ou les modèles de comportement décrivant les propriétés mécaniques ;

— troisième étape débouchant sur le développement d'un code de calculs (le plus souvent utilisant la méthode des éléments finis), aide à la conception de l'ouvrage ou à l'analyse de son comportement (si nécessaire sous sollicitations extrêmes).

Nous rassemblons ainsi au sein du GRECO des compétences dans ces trois domaines : essais, lois de comportement, codes de calculs. Il est, en effet, très important, pour qu'elle soit opératoire, de bien situer la rhéologie des matériaux dans le contexte plus large des bases expérimentales, qui la nourrissent en quelque sorte, et des codes de calcul, qui représentent son débouché naturel.

En second lieu, le champ couvert par le GRECO concerne ce que nous avons regroupé sous le terme générique de « géomatériaux », c'est-à-dire les sols, les bétons et les roches.

L'unité de ces trois matériaux du génie civil est en effet profonde. Leurs déformations sont, pour une grande part, irréversibles et leurs domaines d'élasticité approchée varient largement avec l'histoire des sollicitations jusqu'à, parfois disparaître. Leurs critères de plasticité sont sensibles à la pression moyenne et, en première approximation, de type Mohr-Coulomb. La rupture des géomatériaux se produit généralement après une phase de dilatance sous cisaillement, qui peut être remarquablement importante. Pour certains niveaux de contrainte, cette rupture se développe par localisation des déformations le long de bandes de cisaillement. Enfin, ces trois matériaux sols, bétons, roches, peuvent être étudiés avec le même type d'appareillage de laboratoire : l'appareil triaxial.

Il était donc a priori intéressant de faire se rapprocher des spécialistes de ces trois matériaux, ne serait-ce que pour que chacun profite des avancées réalisées par les autres sur tel ou tel point et pour mettre en place une dynamique d'ensemble.

3. LES STRUCTURES

Les structures du GRECO, laboratoire hors les murs, sont du même type que celles de tout laboratoire du CNRS.

Un comité scientifique, présidé par Jean SALENÇON, comprend 16 membres représentant le CNRS, le MRES

* Institut de Mécanique de Grenoble, B.P. 68, 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex.

et la profession du génie civil. Le Comité fixe les grandes orientations du GRECO, discute de son évolution et évalue ses résultats en coopération avec les rapporteurs du GRECO au sein du Comité d'Orientation de la Recherche en Génie Civil (CORGEC). La prochaine réunion du Comité devrait se tenir au printemps 1989.

Le directeur du GRECO, Félix DARVE, a été nommé pour 4 ans par le directeur général du CNRS.

Le Conseil du GRECO est constitué de 9 membres du GRECO :

— 6 universitaires viennent de l'Institut de Mécanique de Grenoble, du Laboratoire de Mécanique des Solides à l'Ecole Polytechnique, de l'Ecole Centrale de Paris, de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan et de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées ;

— 3 chercheurs, représentant la profession, sont issus du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, de l'Electricité de France et de l'Institut Français du Pétrole.

Sur le plan scientifique, le GRECO est divisé en groupes de travail. La liste des 9 thèmes et noms des animateurs de ces 9 groupes est donnée dans le tableau 1.

A l'intérieur de ces 9 groupes de travail ont été définis, en 1987, 13 projets de recherche. Ces projets concernent des axes de travail bien cernés, sur lesquels se sont regroupées de petites équipes de chercheurs (universitaires et professionnels) parfaitement identifiés. La responsabilité des projets est assurée par des « pilotes », qui établissent un rapport d'activité annuel. La liste des 13 projets retenus en 1987 et leurs pilotes est donnée dans le tableau 2.

Une réunion scientifique annuelle du GRECO se tient durant une semaine en décembre et permet à la fois

Tableau 1. — Les 9 groupes de travail et leurs animateurs.
Table 1. — The 9 working groups and their leaders

- Groupe 1 : « Géomatériaux cohérents »
  Animateurs : P. BEREST (LMS) et J. MAZARS (LMT).
- Groupe 2 : « Géomatériaux non cohérents »
  Animateur : J. LANIER (IMG).
- Groupe 3 : « Sols non saturés »
  Animateur : J.-J. FRY (EDF).
- Groupe 4 : « Sols renforcés »
  Animateurs : J.-P. GOURC (IRIGM) et F. SCHLOSSER (CERMES).
- Groupe 5 : « Localisations, discontinuités, fissuration »
  Animateur : J. DESRUES (IMG).
- Groupe 6 : « Validation de modèles »
  Animateur : Y. MEIMON (IFP).
- Groupe 7 : « Dynamique »
  Animateur : T. AVRIL (EDF).
- Groupe 8 : « Modèles numériques »
  Animateurs : D. AUBRY (ECP) et P. HUMBERT (LCPC).
- Groupe 9 : « Probabilités et statistiques »
  Animateur : J.-L. FAVRE (ECP).

d'enrichir, de rectifier et d'évaluer le travail de chacun des 9 groupes et de discuter des projets de recherche à renouveler ou à mettre en place l'année suivante.

Enfin, une trentaine d'unités de base du GRECO, sous la responsabilité des « correspondants de centres », sont mises en place dans une trentaine de laboratoires d'écoles, d'universités, de centres techniques, de grands organismes et de bureaux d'études.

Ces unités de base regroupaient en 1987 environ 180 chercheurs, membres du GRECO.

4. PROGRAMME DE RECHERCHES

Le premier groupe de travail étudie le comportement mécanique des roches, du béton et du béton armé. En ce qui concerne les roches, l'accent est mis sur l'étude de leur fissuration en liaison avec les effets différés (fluage, relaxation) et sur le rôle de la température. Une roche type a été choisie : le grès de Fontainebleau. Le comportement du béton est étudié sous charges multi-

Tableau 2. — Les 13 projets de recherche et leurs pilotes.
Table 2. — The 13 research projects and their heads

- Groupe 1 : « Géomatériaux cohérents »
  Projet 1 : roches (fissuration, température) : P. BEREST.
  Projet 2 : bétons (comportement multiaxial) : P. ACKER, J. MAZARS.
  Projet 3 : béton armé : J.-M. REYNOUARD.
- Groupe 2 : « Géomatériaux non cohérents »
  Projet 4 : sols et bétons bitumineux (comportement sur chemins complexes) : P. HICHER, J. LANIER.
- Groupe 3 : « Sols non saturés »
  Projet 5 : comportement polyphasique des sols : J.-J. FRY.
- Groupe 4 : « Sols renforcés »
  Projet 6 : comportement local sol-inclusion : J.-P. GOURC.
- Groupe 5 : « Localisation, discontinuités, fissuration »
  Projet 8 : cisaillement localisé : M. BOULON, J. DESRUES.
  Projet 9 : fissuration des géomatériaux cohérents : P. ROSSI.
- Groupe 6 : « Validation des modèles »
  Projet 10 : validation : Y. MEIMON.
- Groupe 7 : « Dynamique »
  Projet 11 : dynamique des sols : T. AVRIL.
- Groupe 8 : « Modèles numériques »
  Projet 12 : algorithmes non linéaires : P. HUMBERT.
  Projet 13 : modélisation des discontinuités : D. AUBRY.
- Groupe 9 : «Probabilités et statistiques
  Projet 14 : valorisation de l'information sur les géomatériaux : J.-L. FAVRE.

axiales complexes et des modélisations sont développées et comparées (modèle avec endommagement, modèle incrémental non linéaire, modèle stochastique). Enfin, le béton armé est considéré avec prise en compte de l'interaction béton-armatures.

Le deuxième groupe de travail est centré sur le comportement des sables, des argiles et des bétons bitumineux pour des chemins de sollicitation tri-dimensionnels et en torsion-traction-compression. Les différents moyens d'essais français sont mis en commun pour des études coordonnées complémentaires. A la suite du projet-conjoint de recherches entre l'Institut de Mécanique de Grenoble et l'Université de Cleveland (USA) dans le cadre des échanges entre le CNRS et la National Science Foundation, une banque de données françaises sur les essais de sols a été initiée. Des modèles élasto-plastiques et incrémentaux non linéaires sont calibrés et leur validité étudiée.

Le troisième groupe de travail a comme thème le comportement des sols non saturés et leur modélisation. Des techniques aussi différentes que le psychromètre, la membrane osmotique ou le banc double source sont développées au sein du groupe et vont déboucher sur de nouvelles analyses de la non-saturation et sur la mise au point de nouveaux outils de calcul.

Le quatrième groupe de travail a comme objectif l'étude du comportement des sols renforcés. Là-encore, essais et modélisations sont développés en synergie étroite à travers des études locales de l'interaction sols-armatures et des analyses globales des caractéristiques du milieu homogène équivalent à l'ensemble du sol et de ses renforcements. Le comportement des sols renforcés sous charges cycliques et dynamiques sera abordé sur la base de ces études statiques.

La rupture des géomatériaux se produit le plus souvent par localisation des déformations et formation de bandes de cisaillement pour les géomatériaux les plus ductiles ou par développement de macro-fissurations pour les plus fragiles. Ces aspects font l'objet des travaux du cinquième groupe, où convergent des analyses théoriques de la rupture en tant que problème de bifurcation et des techniques expérimentales de cisaillement annulaire et de stéréophotogrammétrie. Le développement de la fissuration en milieu poreux saturé donne également lieu à des études théoriques originales.

Pour améliorer les performances des grands codes de calcul français, il faut dans une première étape les comparer entre eux et cerner leurs domaines de validité. Ceci représente l'objectif du sixième groupe « Validation des modèles sur ouvrages types ». Une méthodologie a été définie et les premiers dossiers de validation constitués. Des discussions sont menées, sur le plan international, pour que ces travaux puissent s'intégrer correctement dans la procédure de « benchmark », engagée par O.C. ZIENKIEWICZ.

La dynamique des géomatériaux est aujourd'hui une question de première importance par les enjeux industriels qui y sont liés. Les résultats d'essais de laboratoire et d'essais in situ sont comparés pour aboutir à une détermination plus sûre des caractéristiques dynamiques des sols. Des modélisations numériques sont également développées et validées. Une extension vers le génie para-sismique a été mise en place au début de l'année 1988 au sein de ce septième groupe « dynamique ».

Le huitième groupe « Modèles numériques » se consacre aux questions numériques proprement dites à travers deux projets de recherche, qui visent le premier à étudier les algorithmes et les méthodes de résolution des grands systèmes d'équations non linéaires (apparaissant dans l'utilisation de la méthode des éléments finis) et le second à la prise en compte de l'apparition et du développement de discontinuités cinématiques (telles que macro-fissurations et surfaces de glissement) au sein d'un maillage d'éléments finis. Ces travaux devraient permettre prochainement de mener un calcul unique depuis la phase de déformation diffuse jusqu'à la rupture avec un mode de déformation strictement localisée.

Enfin, le neuvième groupe « Probabilités et statistiques » est centré sur l'application des outils probabilistes et statistiques aux géomatériaux, en particulier en relation avec l'aléa spatial et les différents modes de mises en place possibles.

Par ailleurs, l'année 1987 a vu la mise en place de deux réseaux de calculs, l'un centré sur l'Ecole Centrale de Paris avec un calculateur parallèle ALLIANT F 8 et l'autre sur le Centre Inter-universitaire de Calculs de Grenoble avec un super calculateur FPS 264.

Un projet de coopération européenne a également été déposé, qui devrait permettre de rassembler autour du GRECO et sur le thème de la modélisation numérique en génie civil, les cinq universités européennes les plus avancées dans ce domaine : Université Technologique de Delft, Institut Polytechnique de Milan, Université-Collège de Swansea, Université de Madrid, Université de Manchester.

5. CONCLUSIONS

Le GRECO se veut très clairement une structure de coopération universités-entreprises et espère contribuer à porter les outils de calcul et de conception des ouvrages, utilisés par le génie civil français, au meilleur niveau international.

Le GRECO se veut efficace par sa structuration en projets de recherche, précis dans leur thématique et bien définis dans leur composition : il s'agit du niveau opératoire où les chercheurs sont personnellement impliqués autour d'un axe de recherche parfaitement identifié.

Enfin, le GRECO possède une certaine puissance par l'ampleur des forces rassemblées, en particulier à travers la réunion scientifique annuelle qui permet les échanges approfondis inter-groupes nécessaires.

Nous avons choisi de présenter un ensemble cohérent centré autour de l'un des groupes de travail : en l'occurrence, le groupe 7 consacré à l'étude de la « dynamique des géomatériaux ». Les quatre articles qui suivent montreront ainsi quatre aspects des travaux menés au sein de ce groupe.

quelques développements récents dans le calcul dynamique des barrages en terre

some recent developments in dynamic design of earth dams

T. AVRIL

Ingénieur EDF à la région Equipement Alpes-Lyon *

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 9-18 (janvier 1989)

Résumé

Cet article fait le point sur les méthodes de calcul dynamique des barrages en terre pratiquées à Electricité de France. Les analyses simplifiées et les méthodes aux éléments finis présentent chacune leurs avantages et leurs limites d'application. On montre qu'il est aujourd'hui possible d'évaluer le comportement irréversible de l'ouvrage à partir de lois de comportement non linéaire. La détermination des paramètres dynamiques en laboratoire et in situ pose des problèmes spécifiques à ce type d'ouvrage, dont on présente quelques exemples d'application. Enfin pour les calculs à la rupture, et la génération de pressions interstitielles en fin de séisme, la pratique consiste à utiliser des approches simplifiées à partir de la réponse en contraintes totales de l'ouvrage.

Abstract

This paper summarizes the earth dam dynamic methods which are practised at Electricité de France. Simplified, and finite element methods have both advantages and limit of applicability. An example is shown of dam irreversible response based on now available nonlinear strain-stress laws for soils. Laboratory or in situ dynamic characteristics determination present difficulties in relation to this type of structure. Some pratical examples are shown. At last, for stability calculations and generation of pore water pressures, simplified procedures are used based on the dynamic total stress response of the dam.

* 3 et 5, rue Ronde, 73010 Chambéry.

NOTATIONS

- G_{max} Module de cisaillement aux faibles déformations (MPa)
- e Indices des vides (-)
- p Pression de confinement (MPa)
- $p_{réf}$ Pression de référence
- a, n Constantes caractéristiques des matériaux (-)
- (λ_i, μ_i) Coefficients de Lamé à la base du barrage (MPa)
- (ρ_i) Masse volumique des matériaux (kg/m^3)
- t_1 Pente de talus amont
- t_2 Pente de talus aval
- n_1 Pente du noyau à l'amont
- n_2 Pente du noyau à l'aval

1. INTRODUCTION

L'observation pendant les récents séismes du comportement des barrages en terre montre que ces ouvrages peuvent supporter des secousses très importantes lorsqu'ils sont bien construits (réf. 31, 19). En réalité ce n'est pas tant le niveau de sollicitation qui est significatif, mais la nature et l'état de compacité des matériaux qui sont capitaux. Les barrages qui se sont rompus étaient, soit fondés sur un sol de qualité médiocre (SHEFFIELD, 1925), soit mis en place sans précaution particulière, le plus souvent par remblayage hydraulique (SAN FERNANDO, 1971). La cause principale de rupture est la perte de résistance au cisaillement des matériaux, mais d'autres désordres peuvent entraîner un disfonctionnement de l'ouvrage : les tassements irréversibles de plusieurs dizaines de centimètres, qui entraînent une perte de revanche et qui peuvent s'aggraver lors de séismes successifs ; ou bien les ouvertures de fissures le plus souvent longitudinales, parfois transversales, qui augmentent considérablement le risque de rupture par érosion interne. De nombreux moyens d'analyse sont aujourd'hui disponibles pour étudier ces problèmes ; cependant ils sont parfois difficiles à mettre en œuvre parce que parallèlement notre connaissance du comportement dynamique des sols reste relativement en retard. De nombreuses études en cours, en particulier dans le cadre du GRECO « Rhéologie des Géomatériaux », cherchent d'une part à préciser le domaine d'application des différentes lois de comportement sous chargement dynamique, d'autre part à développer les essais de laboratoire et les essais in situ capables de fournir les paramètres de comportement de chaque modèle. Il revient au projecteur de veiller dans chaque cas à adapter le type de calcul en fonction de la connaissance qu'il a du comportement dynamique des matériaux, et de vérifier en fin d'analyse que les hypothèses de départ ont bien été respectées.

2. COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES BARRAGES

2.1. Sollicitations de faibles amplitudes

Les essais de mise en vibration forcée de barrages en terre au moyen d'excitateurs mécaniques ont montré que pour les très faibles niveaux de sollicitation, le comportement de l'ouvrage est visco-élastique avec un pourcentage d'amortissement critique compris entre 5 et 10 % (réf. 30). Les essais de laboratoire confirment ce résultat, on trouve selon les matériaux que les propriétés visco-élastiques restent constantes pour des niveaux de déformation de cisaillement inférieurs à 10^{-5} ou 10^{-6}. Les modèles à base de visco-élasticité furent tout naturellement développés en premier : MONONOBE et *al.* (1936) (réf. 25). Le barrage était supposé homogène, tant du point de vue de la nature que des propriétés des matériaux constitutifs. Il n'est pas difficile de généraliser ce modèle au barrage zoné représenté à la figure 1, la possibilité de différencier entre trois types de matériaux facilite l'utilisation de la méthode. Enfin les propriétés élastiques varient à l'intérieur du barrage en fonction de la hauteur de terre au-dessus du point considéré, c'est-à-dire plus précisément en fonction de la pression de confinement (HARDIN-RICHART, 1963) :

$$G_{max} = G_{réf} \left(\frac{a - e}{1 + e}\right)^2 \left(\frac{p}{p_{réf}}\right)^n \qquad (1)$$

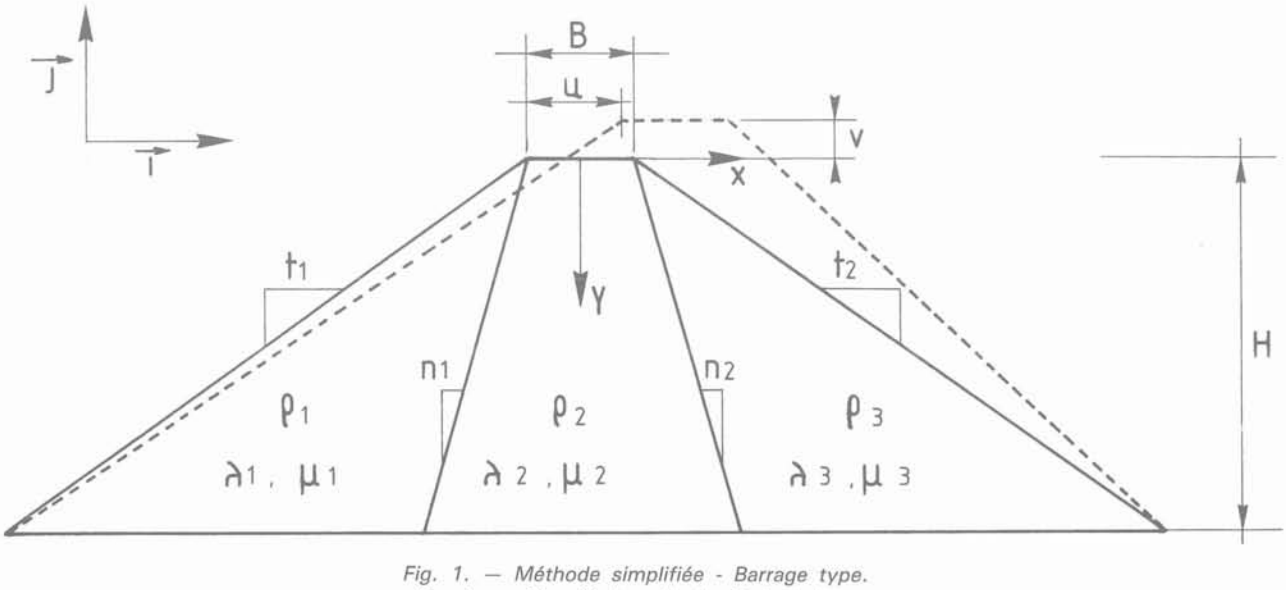


Fig. 1. — Méthode simplifiée - Barrage type.
Fig. 1. — Simplified method - Typical dam.

La fréquence fondamentale f_o du barrage, que l'on peut déterminer à partir des relations (2) à (4), permet d'évaluer les accélérations maximales à différentes hauteurs de l'ouvrage, ainsi que le niveau de déformation de cisaillement atteint (réf. 22).

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} k = \frac{1}{(n+1)(n+2)} & ((\lambda_1 + 2\mu_1)\, t_1\, (1 - n_1/t_1)^{n+1} \\ & + (\lambda_2 + 2\mu_2)\, t_1\, (1 - (1 - n_1/t_1)^{n+1}) \\ & + (\lambda_2 + 2\mu_2)\, (n+2)\, B/H \\ & + (\lambda_2 + 2\mu_2)\, t_2\, (1 - (1 - n_2/t_2)^{n+1}) \\ & + (\lambda_3 + 2\mu_3)\, t_2\, (1 - n_2/t_2)^{n+1}) \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} m = \frac{H^2}{12} & (P_1\, (t_1 - n_1) + P_2 \,/\, (4\, B/H + n_1 + n_2) \\ & + P_3\, (t_2 - n_2)) \end{aligned} \qquad (4)$$

Les valeurs des coefficients de Lamé λ et μ, sont à considérer à la base du barrage. Ce point est important, et distingue cette méthode simplifiée de celles proposées auparavant. Dans ces dernières, il n'était pas facile de connaître à quelle hauteur sous la crête du barrage, choisir la valeur représentative des propriétés élastiques de l'ouvrage (réf. 22, 34).

Les paramètres du modèle peuvent s'obtenir à partir de mesures in situ, soit par des essais cross-hole, soit par des essais de sismique transparence. Les figures 2 et 3 donnent le principe des mesures, et quelques résultats obtenus sur le barrage de Grand'Maison. Ces essais sont d'autant plus intéressants que les granulométries des matériaux mis en place sont en général incompatibles avec la taille des plus gros appareillages de laboratoire. On doit alors couper la granulométrie pour réaliser les essais de laboratoires qui sous-estiment ainsi généralement les valeurs de module de cisaillement par rapport à ceux que l'on peut mesurer in situ (réf. 4).

2.2. Influence du niveau de déformation

Quelques rares essais in situ, mais de nombreux essais de laboratoire montrent qu'entre 10^{-5} et 10^{-3} de déformation de cisaillement le comportement reste globalement visco-élastique, mais que ses propriétés sont fonction du niveau de déformation (figure 4). Les modèles simplifiés précédents peuvent alors être complétés par un processus itératif. A chaque étape, les caractéristiques visco-élastiques des matériaux sont ajustées en fonction du niveau de sollicitation : ceci constitue le principe de la méthode équivalente linéaire. Ce n'est que très récemment que nous avons pu disposer d'un instrument de mesures en laboratoire capable de déterminer l'ensemble des caractéristiques de ce modèle (réf. 10). En ce qui concerne les essais in situ, quelques résultats ont été obtenus, mais avec la mise en œuvre de moyens très importants, incompatibles avec un essai industriel. Dans les barrages en terre, l'état de contrainte et l'état de saturation qui diffèrent d'un point à un autre de l'ouvrage influencent, d'une part, les caractéristiques équivalentes-linéaires, et d'autre part le type de réponse du matériau qui peut devenir non linéaire (réf. 20). On comprend dès lors l'importance et l'intérêt du travail entrepris dans le cadre du GRECO « Rhéologie des Géomatériaux » d'une part sur la détermination in situ des paramètres, et d'autre part sur le domaine de validité de chaque loi de comportement sous chargement cyclique.

2.3. Comportements non linéaires

Bien entendu, aucun des modèles précédents n'est capable de prévoir une déformation irréversible, ou même d'estimer correctement les variations de volume des matériaux pendant le chargement dynamique. Si beaucoup de lois de comportement incrémentales ou élasto-plastiques ont été proposées, la comparaison avec l'expérience est restée longtemps insuffisante (réf. 28). Les tentatives plus récentes à partir de la loi élastoplastique proposée par J.-C. HUJEUX ont donné des résultats encourageants. On a indiqué sur la figure 4, la courbe équivalente linéaire déduite à partir de la simulation d'un essai triaxial cyclique en condition non drainé sur du sable d'Hostun, et qui se compare bien aux résultats obtenus en laboratoire. L'étape suivante consiste à tester la loi de comportement, soit sur d'autres trajets de chargement à partir du même jeu de paramètre, soit sur un ouvrage réel. Sur la figure 5, on a indiqué les premiers résultats d'un calcul dynamique monophasique non linéaire de barrage à partir de la loi élastoplastique proposée par J.-C. HUJEUX. Il reste encore beaucoup de travail pour valider ce type de modèle, mais la détermination des tassements après séisme, des pressions interstitielles, et des variations de volume à l'intérieur de l'ouvrage est à ce prix. Ces dernières sont à l'origine des pertes de résistance au cisaillement qui ont causé la plupart des ruptures de barrage en terre. Dans le cas de matériaux lâches et saturés, un niveau de contrainte cyclique très faible peut conduire à la rupture par l'accumulation du nombre de cycle. Ce phénomène de liquéfaction a pu être modélisé par un calcul avec couplage entre le squelette solide et le liquide interstitiel (réf. 24). Cependant ces analyses restent très lourdes d'utilisation, et le projeteur recherche parfois des méthodes moins rigoureuses mais plus faciles d'emploi. Il est intéressant de noter à ce titre que plusieurs modèles ont été proposés pour étudier de manière simplifiée la réponse non linéaire de barrage (réf. 1, 11, 12, 13, 14). Cette voie est certainement très intéressante dans tous les cas où l'on peut se contenter des ordres de grandeur, par exemple au niveau d'une étude d'avant-projet.

3. PROBLÈMES DE MODÉLISATION

Les choix de la modélisation et des conditions aux limites du problème sont très importants dans le cas d'un calcul dynamique. S'ils sont mal effectués, les résultats sont entâchés d'erreurs dont les causes peuvent être assez diverses.

Dans les analyses simplifiées qui ont été présentées plus avant, le barrage est une structure monodimensionnelle où l'on a fait l'hypothèse que la contrainte de cisaillement est constante sur une horizontale. De véritables calculs bidimensionnels montrent que cette condition n'est

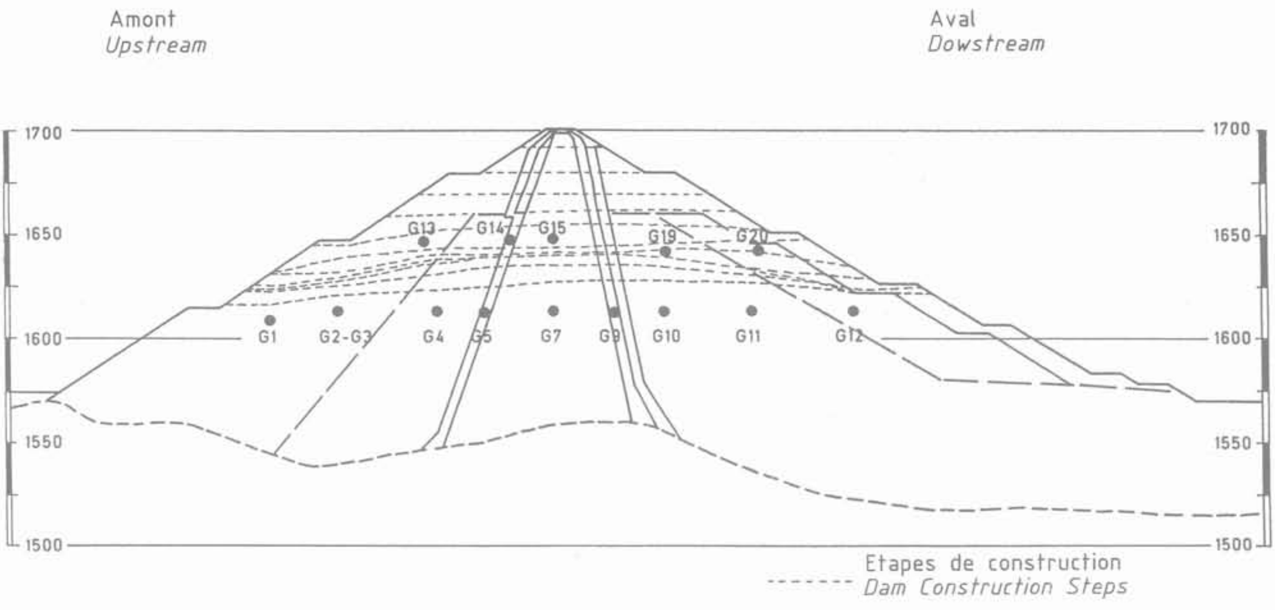


Fig. 2. — Barrage de Grand'Maison.
Implantation du système d'auscultation.
Fig. 2. — Grand'Maison Dam - Monitoring scheme planting.

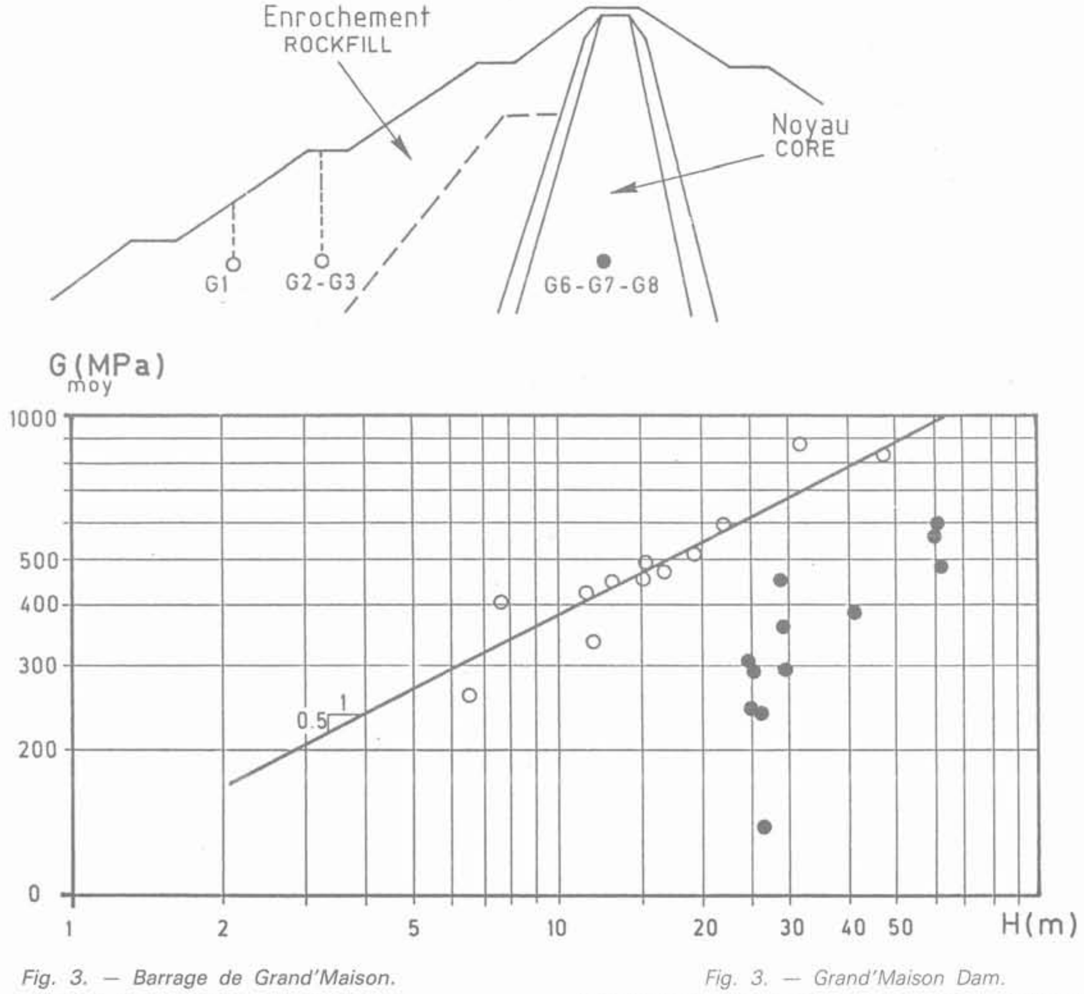


Fig. 3. — Barrage de Grand'Maison.
Evolution des modules de cisaillement avec la hauteur des remblais.

Fig. 3. — Grand'Maison Dam.
Evolution of shear modulus versus depht of fill material.

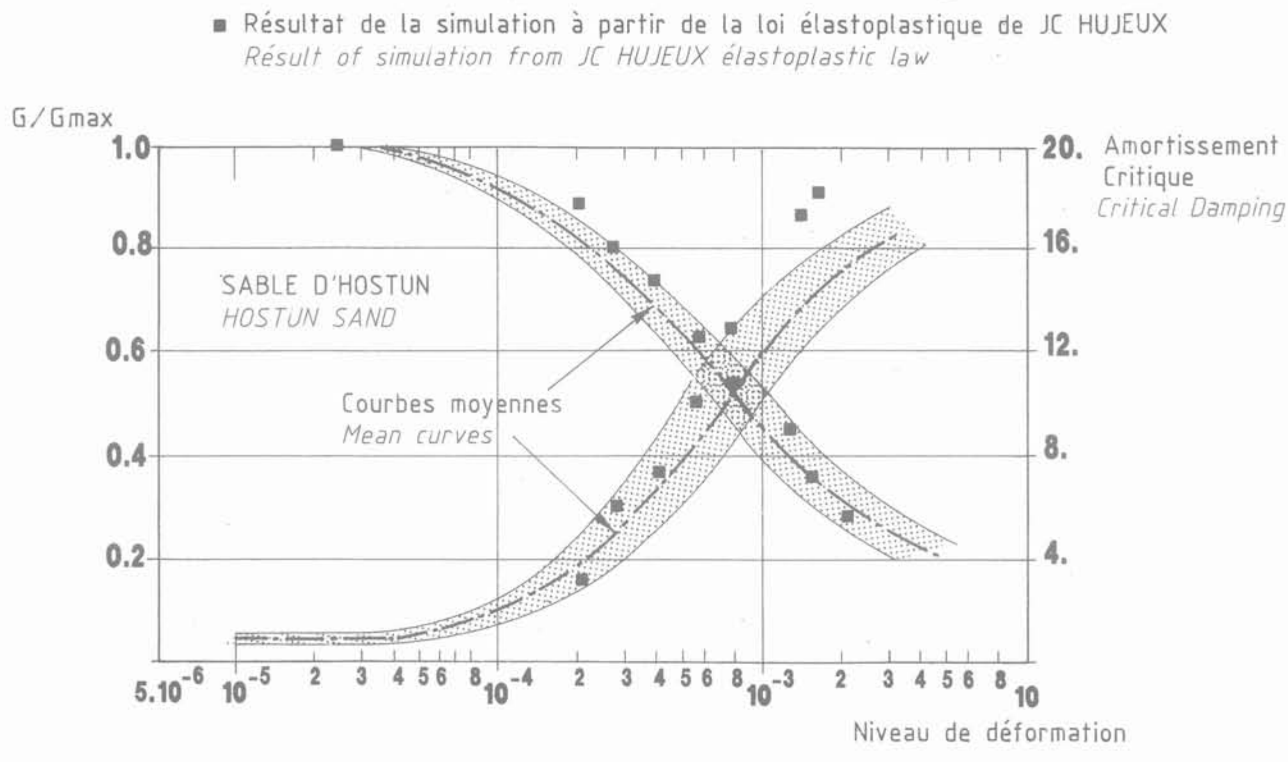


Fig. 4. — Modèle équivalent linéaire.
Variation des propriétés visco-élastiques
avec le niveau de déformation de cisaillement,
sable d'Hostun (JJ FRY-1987).
Fig. 4. — Linear equivalent model.
Variation of visco-elastic properties with shear deformation,
Hostun sand (by JJ FRY-1987).

pas valable dès que l'on s'éloigne de l'axe du barrage, et que par conséquent cette hypothèse est d'autant meilleure que le barrage est plus raide (réf. 3, 9, 16, 18). Pour une étude plus détaillée, la modélisation bi ou tridimensionnelle aux éléments finis sera bien préférable, et c'est la configuration géométrique de l'ouvrage qui devrait guider le choix entre les deux. Pour pouvoir raisonnablement faire l'hypothèse de la déformation plane d'une section du barrage, le rapport L/H de la longueur en crête sur la hauteur maximale doit être supérieur à 4 pour une vallée en U, et supérieur à 6 pour une vallée en V (réf. 21, 23, 29). Il faut noter que dans le même temps la sollicitation sismique n'a aucune raison d'agir seulement dans la direction amont-aval, et que par conséquent la réponse sera tridirectionnelle (réf. 27). Quoi qu'il en soit, la méthode des éléments finis permet d'étudier la réponse dynamique de manière plus fine en permettant une modélisation fidèle de la géométrie et de la fondation du barrage. Les caractéristiques des matériaux peuvent être définies au niveau de chaque élément, ce qui permet de réaliser, soit des calculs itératifs avec mise à jour des propriétés en fin de chaque étape pour la méthode équivalente linéaire, soit des calculs non linéaires qui prennent en compte les conditions locales de contraintes et de déformations. Enfin, on obtient les résultats en fonction du temps, qui autorisent d'intéressantes possibilités de post-traitement pour les calculs à la rupture dont il sera question plus loin.

Un dernier point concerne la définition des conditions aux limites aux frontières du modèle. La présence d'un substratum rocheux, ou au contraire d'un demi-espace infini influence de manière notable la réponse dynamique (réf. 5). Sur la figure 6, on trouve la comparaison des accélérations maximales au cours du temps à la verticale de la crête de barrages identiques, soumis à la même sollicitation sismique, mais qui est imposée à différentes profondeurs du substratum sous le barrage.

4. CALCULS A LA RUPTURE

Les calculs à la rupture sont entièrement découplés des analyses dynamiques dont il a été question jusqu'à maintenant. Historiquement on a d'ailleurs commencé par remplacer l'action du séisme par un système supposé équivalent de forces statiques, la nature temporelle de la sollicitation dynamique étant ainsi parfaitement éludée (TERZAGHI, 1950). Un coefficient « pseudo-statique », dont le choix est relativement arbitraire, détermine l'intensité de ce système de force.

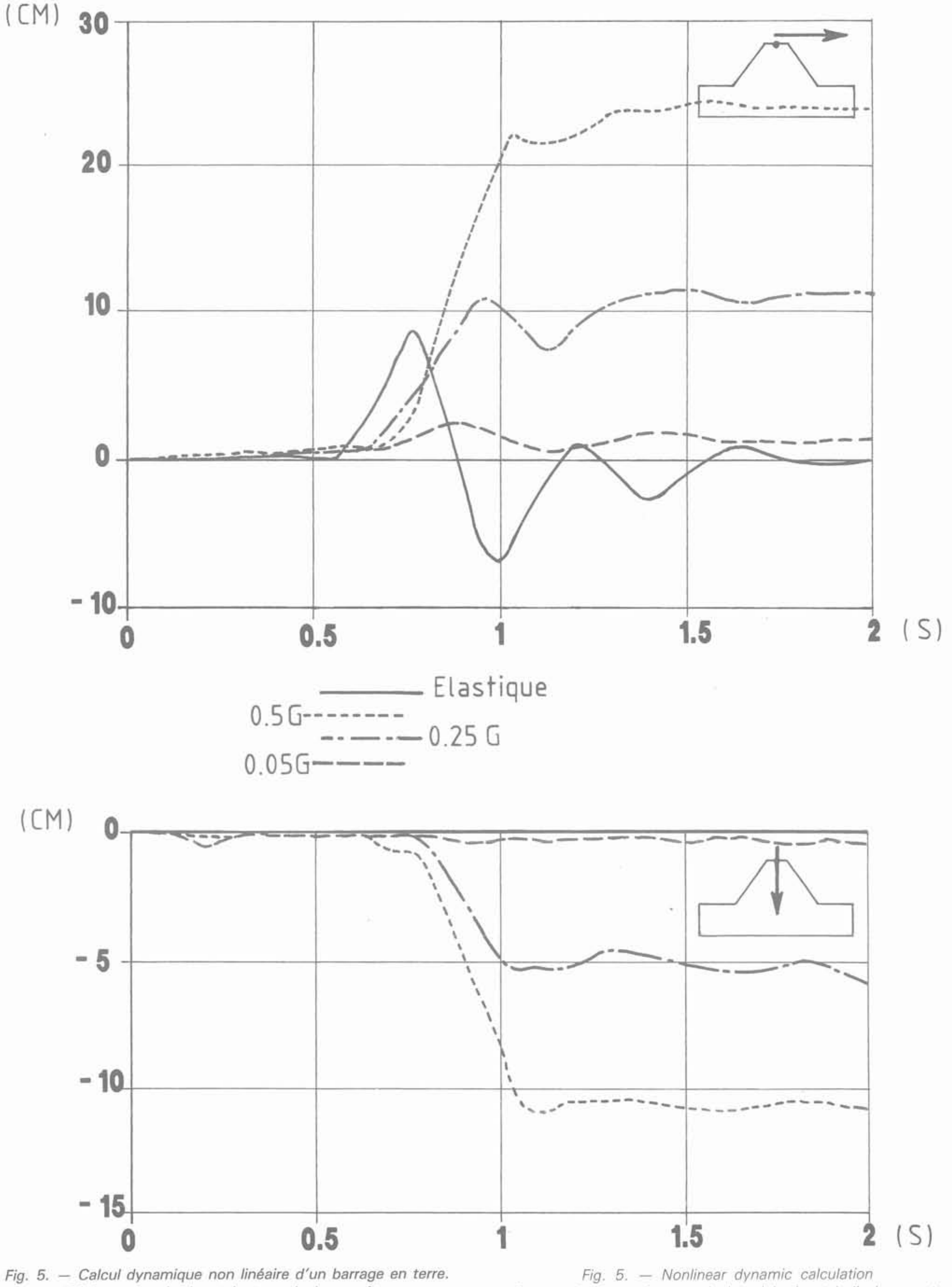


Fig. 5. — Calcul dynamique non linéaire d'un barrage en terre. Déplacement horizontal et vertical en crête.

Fig. 5. — Nonlinear dynamic calculation of an earth dam. Crest vertical and horizontal displacements.

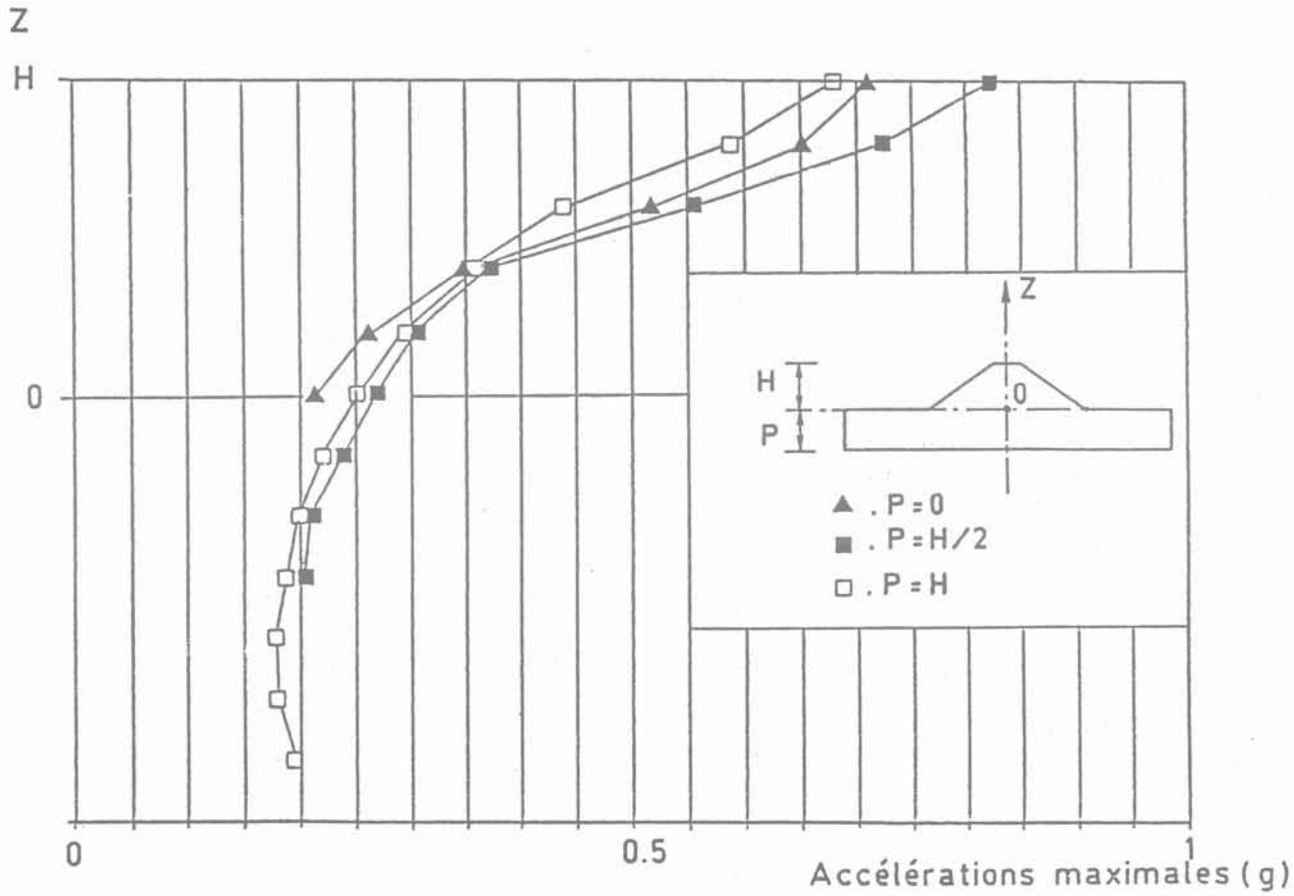


Fig. 6. — Influence des conditions limites sur la réponse dynamique des barrages (réf. 5).
Fig. 6. — Influence of boundary conditions of the dynamic responses of dams (ref. 5).

Tableau 1. — Valeur du coefficient pseudo-statique.
Table 1. — Design value of pseudo-static coefficient

Pays	Intensité du séisme	
	Faible	Fort
USA	0,05	0,15
Japon	0,12	0,25

L'analyse de la rupture se base sur la stabilité d'une masse délimitée par une ligne de glissement soumise à un système de forces pseudo-statiques. La méthode que l'on vient de présenter a fait l'objet de nombreux développements qui cherchaient essentiellement à mieux définir le passage du chargement dynamique au système de forces statiques équivalentes (réf. 30). Ce type d'approche doit être réservé aux sols dont on peut assurer que la résistance au cisaillement ne variera pas notablement au cours du séisme, ce qui exclut tous les cas de liquéfaction. D'autre part la définition de la stabilité avec le même critère que pour un chargement statique n'a pas tellement de sens, dans la mesure où un coefficient de sécurité peut parfaitement devenir inférieur à 1 pendant une fraction de seconde sans dommage pour le barrage. Cette idée revient à NEWMARK (1965), qui a proposé d'évaluer la stabilité d'une ligne potentielle de rupture en fonction du déplacement cumulé à la fin du séisme (réf. 26, 15). Le calcul du déplacement se base sur la définition d'une accélération critique qui déclenche le mouvement lorsqu'elle est dépassée. Plutôt que d'évaluer un coefficient sismique moyenné à partir des résultats d'un calcul dynamique, pour l'injecter ensuite dans un calcul de cercle de rupture, il paraît plus judicieux de calculer à chaque pas de temps le facteur de sécurité d'une ligne potentielle de rupture à partir des contraintes dynamiques, et des caractéristiques de résistance des matériaux. Cette méthode a été développée dans un calcul en post-traitement de calculs dynamiques (réf. 7). Dès que le moment moteur devient supérieur au moment résistant, le mouvement se déclenche (fig. 7). Les caractéristiques de résistance des matériaux peuvent évoluer en fonction du déplacement de la masse glissante, tel que cela a été préconisé par GOODMAN et SEED (réf. 15, 7).

En ce qui concerne le problème de la liquéfaction, les moyens d'analyse du problème dynamique couplé nous offre un large champ d'application. Jusqu'à présent, le

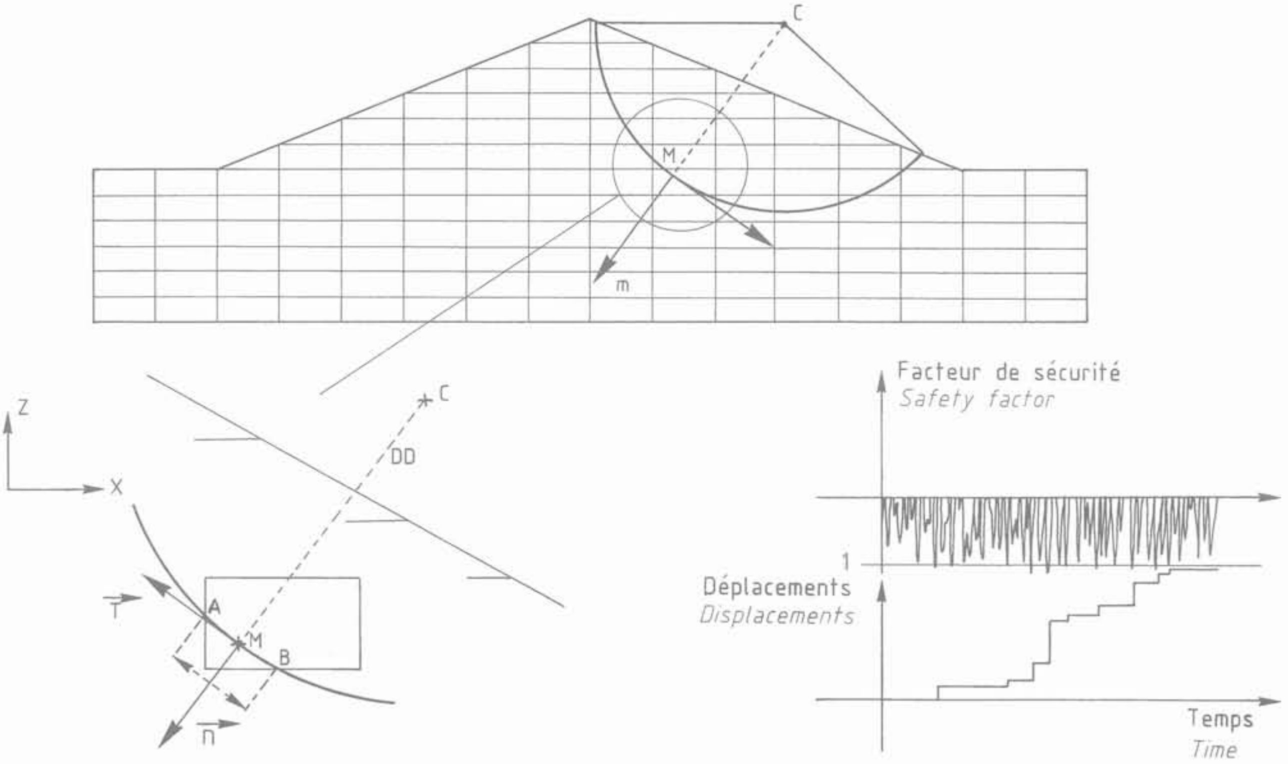
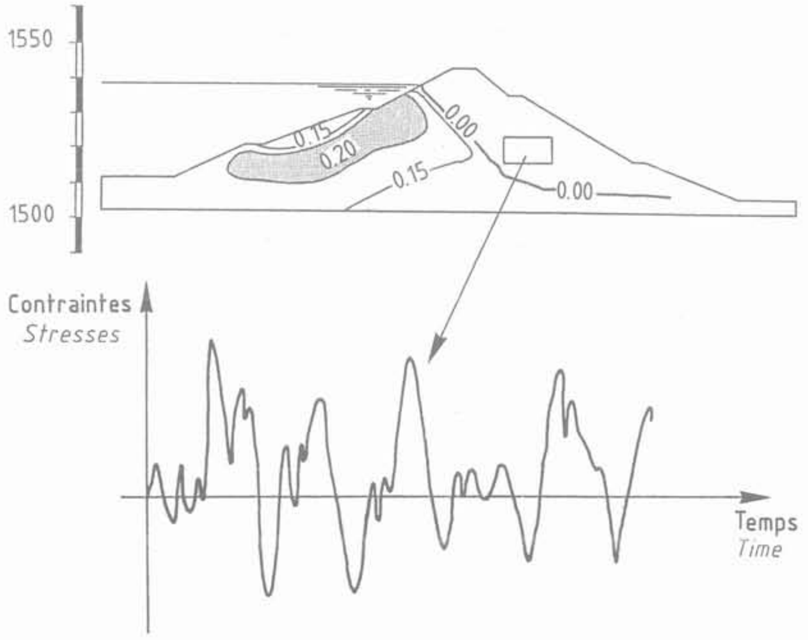


Fig. 7. — Principe du post-traitement par la méthode de Newmark.
Fig. 7. — Postreatment principle of Newmark method.



$$\Delta U_n^* = (1 - U_{n-1}^*) \frac{C_1 \, Neq}{Neq^{C_2} - C_3} \left(\frac{\tau_n}{\sigma'_{N-1}} \right)^{\alpha}$$

$$Neq = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\tau_i}{\tau_n} \right)^{\alpha}$$

Fig. 8. — Principe du calcul de la surpression interstitielle (MPa) à la fin du séisme dans le barrage de Matemale (réf. 8).
Fig. 8. — Principle of pore water pressure generation inside Matemale dam. (ref. 8).

problème a été traité de façon pragmatique, soit sur la base de la méthode proposée par SEED et LEE (réf. 32), soit à partir de lois calées sur des essais de laboratoire, et qui permettent de relier la génération de pression interstitielle au chemin de contrainte totale que l'on a calculé de manière indépendante (réf. 6). Le principe d'intégration proposé par SHERIF (réf. 33), a été utilisé en post-traitement de calculs dynamiques pour la détermination d'un champ de surpressions interstitielles en fin de séisme (réf. 8). Un exemple de résultat est indiqué à la figure 8. La loi qui est proposée par SHERIF intègre la variabilité du signal sismique, ainsi que l'influence du nombre et de l'amplitude des cycles. Cependant les paramètres de la loi sont déterminés à partir d'essais triaxiaux normalement consolidés, ce qui conduit à de fortes générations de pressions interstitielles. Une amélioration consiste à pondérer ces résultats en fonction de la distance du point représentatif des contraintes à la droite de rupture (réf. 6). Ces approches sont intéressantes, mais demandent un important support expérimental pour être validées.

5. CONCLUSIONS

La réponse dynamique des barrages en terre offre encore de nombreuses voies de recherche, en particulier dans le domaine de la dynamique des sols. Les moyens d'analyse sont aujourd'hui très complets, un effort dans le sens de l'allègement des calculs devrait faciliter l'utilisation des lois non linéaires. Les analyses équivalentes linéaires ne sont pas pour autant à rejeter puisqu'elles représentent correctement le comportement des sols dans une gamme de déformation de 10^{-6} à 10^{-3}. Les analyses en contraintes totales offrent des possibilités de post-traitements faciles à mettre en œuvre, et dont les résultats sont tout à fait intéressants dans le domaine du calcul à la rupture, ou dans l'évolution des effets irréversibles du séisme : tassements, génération de pressions interstitielles. Enfin, le plus gros effort doit être dirigé vers la meilleure connaissance du domaine de validité, ainsi que vers la détermination pratique, en laboratoire ou in situ, des paramètres de chaque modèle de comportement.

BIBLIOGRAPHIE

1. ABDEL-GHAFFAR A.M., ELGAMAL A.M. (1987), *Elasto-plastic - Seismic response of 3-D earth dams : theory*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 113, n° 11, novembre 1987, p. 1293.
2. ABDEL-GHAFFAR A.M., KOH A.S. (1981), *Longitudinal vibration engineering and structural dynamics*. ASCE, vol. 9, 1981, pp. 279-305.
3. AMBRASEYS N.M. (1960), *Consideration on the vibrational behaviour of earth dams*. Bull. n° 52, Disaster Prevention Research Inst., Kyoto Univ., Kyoto (Japon).
4. AZIMI, AVRIL T. (1987), *Mesures in situ des caractéristiques dynamiques des matériaux du barrage de Grand'Maison*. Journées EDF : « Calcul dynamique des barrages », juin 1987.
5. AVRIL T. (1987), *Analyse par plusieurs méthodes de l'interaction dynamique sol-structure dans un barrage*. Coll. « Utilisation de la méthode des éléments finis dans les projets de géotechnique », Paris, 1987.
6. AVRIL T. (1987), Programme Liquef. Note technique EDF, juin 1987.
7. AVRIL T. (1986), *Programme Newmark*. Note technique EDF, avril 1986.
8. AVRIL T., FRY J.J. (1987), *Evaluation of resilient and permanent deformations as well as pore pressure generation of earth and rock fill materials under cyclic loading*. International symposium on earthquakes and dams, 20th May 1987, Beijing (China).
9. CHOPRA A.K. (1967), *Earthquake response of earth dams*. Journal of soil mechanics and foundations division, ASCE, vol. n° 3, n° SM2, pp. 65-81.
10. DUPAS J.M., PECKER A., BOZETTO P., FRY J.J. (1986), *A 300 m diameter triaxial with a double measuring device*. Symposium of advanced triaxial testing of soil and rock, ASTM, juin 1986, Louisville (Kentuky).
11. ELGAMAL A.M., ABDEL-GHAFFAR A.M. (1987), *Elasto-plastic seismic response of 3-D earth dams : application*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 113, n° 11, novembre 1987, pp. 1309-1325.
12. ELGAMAL A.W.M., ABDEL-GHAFFAR A.M., PREVOST J.H. (1984), *Elasto-plastic earthquake shear response of 1-D non homogeneous earth dam models*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE.
13. ELGAMAL A.W.M., ABDEL-GHAFFAR A.M., PREVOST J.H. (1987 a), *2-D elasto-plastic seismic shear response of earth dams : I. theory*. J. Engrg. Mech., ASCE, 113 (5), pp. 689-701.
14. ELGAMAL A.M., ABDEL-GHAFFAR A.M., PREVOST J.H. (1987 b), *2-D elasto-plastic seismic shear response of earth dams : II. applications*. J. Engrg. Mech., ASCE, 113 (5), pp. 701-719.
15. GOODMAN R.E., SEED H.B. (1966), *Earthquake induced displacements in sand embankments*. Journal of the soil mechanics and foundation division, ASCE, vol. 92, n° SM2, pp. 125-146.
16. HATANAKA M. (1955), *Fundamental considerations on the earthquake resistant properties of the earth dam*. Bull. n° 11, Disaster Prevention Research Inst., Kyoto (Japon).
17. HERZOG A.M. (1985), *Closed formulae for induced deformations in dams*. Journal of water power an dam construction, janvier 1985, pp. 33-34.
18. ISHIZAKI H., HATAKEYAMA N. (1960), *Consideration on the vibrational behaviour of earth dams*. Bull n° 52, Disaster Prevention Research Inst., Kyoto Univ., Kyoto (Japon).
19. LAGINHA SERAFIM J. (1987), *Effects caused by earthquakes on dams*. Mai 1987, 55th Execution Meeting of ICOLD, Beijing.
20. LUONG M.-P. (1986), *Mesure des propriétés dynamiques des sols*. Revue Française de Géotechnique, n° 37, 4e trimestre 1986.

21. MAKDISI F.I., KAGAWA T., SEED H.B. (1982), *Seismic response of earth dams in triangular canyons.* Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. 108, n° 10, pp. 1328-1338.
22. MAKDISI F.I., SEED H.B. (1978), *Simplified procedure for estimating dam and embankment earthquake induced deformations.* Journal of the Geotechnical Engineering Division, vol. 104, n° GT7, juillet 1978.
23. MEJIA L.H., SEED H.B. (1983), *Comparison of 2-D and 3-D dynamic analysis of earth dams.* Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 109, n° 11, pp. 1383-1398.
24. MODARESSI H., AUBRY D., MOUROUX P. (1986), *Wave propagation in a saturated porous media.* Proc. of 8th Europear Conference on earthquake engineering, Analytical method in soil dynamics, Lisbonne 1986.
25. MONONOBE N., TAKATA A., MATUMURA M. (1936), *Seismic stability of an earth dam.* Trans., vol n° 4, 2nd Congress on Large Dams, Washington DC.
26. NEWMARK N.M. (1965), *Effects of earthquakes on dams and embankments.* 5th Rankine Lecture, Géotechnique, vol. 15, n° 2, pp. 139-160.
27. OKAMOTO E.S., TAMURA C., KATO K. et *al.* (1967), *Dynamic behaviour of earth dam during earthquake.* Proc. 9th, Congrès des Grands Barrages, Q 35, R 6, pp. 111-123.
28. PANDE G.N., PIETRUSZCKAK S. (1986), *A critical look at constitutive models for soils.* Geomecanical Modeling in Engineering Practice, Balkema, 1986.
29. PREVOST J.H., ABDEL-GHAFFAR A.M., LACY S.J. (1985 a), *Nonlinear dynamic analysis of an earth dam : a comparative study.* Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. 111, n° 7, pp. 882-898.
30. SEED H.B., MARTIN J.R. (1966), *The seismic coefficient in earth dam regions.* Journal of the Soil Mechanics and foundation division, ASCE, vol. 92, n° SM3, mai 1966, pp. 25-58.
31. SEED H.B., MAKDISI I.I., DE ALBA P. (1980), *The performance of earth dam during earthquakes.* Water Power and Dam construction, vol. 32, n° 8, August 1980, pp. 17-27.
32. SEED H.B., IDRISS I.M., LEE K.L. (1971), *Dynamic analysis of the slide in the lower San Fernando dam during the earthquake of February 9, 1971.* Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. 101, n° GT9, septembre 1975, pp. 889-911.
33. SHERIF M.A., ISHIBASHI I. et TSUSHIYA C. (1978), *Pore pressure prediction during earthquake loadings.* Journal of Soils and Foundations, Japanese Society of Soil Mechanic, vol. 18, n° 4, décembre 1978.
34. TARDIEU (1983), *Méthodes simplifiées pour le prédimensionnement d'un barrage fondé sur rocher soumis à un séisme.* Colloque technique du Comité Français des Grands Barrages, Paris, mars 1983.

effets non linéaires en dynamique des sols : essais in situ

non linear effects in soil dynamics in situ experiments

G. BONNET
J.-F. HEITZ
Institut de mécanique de Grenoble *

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 19-30 (janvier 1989)

Résumé

Devant le nombre croissant de codes de calcul d'ouvrages, un effort important est porté sur le développement d'essais de reconnaissance des sols in situ permettant de déterminer les paramètres dynamiques caractéristiques du comportement complexe des terrains de fondation. Dans cet article, l'essai de sismique harmonique de surface est présenté ainsi que le cheminement conduisant à interpréter au mieux cet essai. L'introduction d'une loi de comportenement non linéaire autorise une analyse harmonique de la réponse en accélération du sol sous sollicitations dynamiques. Un premier résultat fournit une estimation de la distorsion réalisée au cours de l'essai et montre la stabilité de la procédure de calcul.

Abstract

With the increasing number of computer programs for the simulation of foundations behaviour under seismic sollicitation, an important work is devoted to the development of in situ tests which allow to evaluate the parameters characterizing the dynamic behaviour of those foundations. In this paper, the surface harmonic seismic test and the progress leading to interpretate this test are presented. The introduction of non linear constitutive equations allows to analyse the harmonic spectrum of soil acceleration response under dynamic sollicitation. A first result gives an estimation of shear strain levels which occur during tests and shows the stability of the computation scheme.

* Domaine universitaire, B.P. 68, 38402 St-Martin-d'Hères.

NOTATIONS

a_n : fonction d'ordre n du second invariant du déviateur des déformations et du tenseur des déformations
D_n^m : coefficients de l'analyse de Fourier
e_{ij} : tenseur des déformations
$\bar{e}_{ij}$: déviateur du tenseur des déformations
e_v : dilatation volumique
F_i : terme de source de non linéarités
$\bar{F}_i$: terme F_i en approximation quasistatique
G_n : module de cisaillement d'ordre n
G_o : module de cisaillement aux faibles distorsions
I_2 : second invariant du déviateur des déformations
L : opérateur différentiel linéaire
u_{0_i} : déplacement du sol en approximation linéaire
u_{1_i} : correction non linéaire du déplacement du sol
$\ddot{u}_i$: accélération du sol
u_{ij}^* : fonction de Green en déplacement
X : point de mesure du déplacement résultant

α, α_1 : paramètre caractéristique du comportement non linéaire
β : coefficient d'amortissement du sol
γ : distorsion
δ : symbole de Kronecker
ϵ : petit paramètre
λ_n : coefficient de Lamé d'ordre n
λ_o : coefficient de Lamé aux faibles distorsions
ν : coefficient de Poisson
ρ : densité volumique du sol
σ_{ij} : tenseur des contraintes
ξ : point d'application de la force correspondant à F_i
Ω : domaine des non linéarités

1. INTRODUCTION

Devant le nombre croissant de codes de calcul d'ouvrages en terre sous sollicitations dynamiques, il s'avère nécessaire de réaliser des essais permettant de déterminer expérimentalement in situ les caractéristiques non linéaires des sols sous de telles sollicitations.

Des essais ont été conduits par SHANNON et al. (SHANNON et al., 1980) mais sont difficiles à réaliser car ils nécessitent le forage de puits très proches et par ailleurs des énergies importantes. Le travail décrit ci-après s'inscrit dans une logique qui doit conduire à la réalisation d'essais nécessitant de faibles énergies : l'effort est porté sur l'interprétation d'un effet secondaire de la réponse non linéaire qui est la modification du spectre entre l'excitation et la réponse. En particulier, l'excitation, étant de type sinusoïdal établi, va générer une réponse non linéaire comprenant toutes les harmoniques de la fréquence du signal d'excitation. Ces harmoniques sont caractéristiques de la réponse non linéaire du sol.

2. ESSAI DE SISMIQUE HARMONIQUE DE SURFACE (ESSAI S.H.S.)

2.1. Principe de l'essai

L'essai se définit par la génération d'une excitation harmonique en surface et par la réception à distance de l'accélération du sol en surface (fig. 1). Cet essai génère préférentiellement des ondes de Rayleigh se propageant dans une zone proche de la surface. Ces ondes sont atténuées rapidement en profondeur.

Ce principe correspond exactement à l'essai classique d'ondes de Rayleigh stationnaire (RICHART et al., 1970) pour lequel il est proposé une utilisation et une interprétation originales dans le but de déterminer des paramètres caractéristiques du comportement non linéaire du sol.

2.2. Description de l'essai

Une source harmonique est utilisée à l'excitation. Cette source est constituée d'un piston couplé à un pot vibrant (fig. 2) et pilotée par le générateur d'un analyseur de réponse en fréquence type SOLARTRON 1250 (Enertec-Schlumberger) au moyen duquel on fixe la fréquence d'excitation. Un amplificateur de puissance fournit l'amplitude de la force dynamique désirée. Cette force est contrôlée par un capteur de force dynamique (piézoélectrique). Pour assurer un bon couplage piston-sol, une charge statique, contrôlée par un capteur de force statique, est appliquée directement sur le piston par vérin pneumatique.

A la réception, deux accéléromètres (composante verticale) sont placés à la source et à distance. De plus, pour connaître la réponse du sol suivant les composantes radiale et verticale de façon simultanée, un vélocimètre est disponible pour la mesure. La réponse en accélération spectrale est obtenue grâce à l'analyseur qui permet d'obtenir le spectre d'harmoniques relatif à chacune de ces mesures.

Cet essai nécessite également des conditionneurs (ou amplificateurs de charge) associés à chacun des capteurs ainsi qu'un oscilloscope permettant de contrôler à tout moment la forme des signaux d'excitation et de réception. Un schéma du montage de l'essai est présenté sur la figure 3.

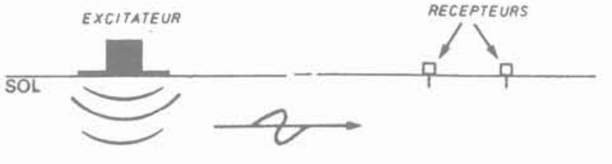


Fig. 1. — Principe de l'essai S.H.S.
Fig. 1. — Principle of S.H.S. experiment.

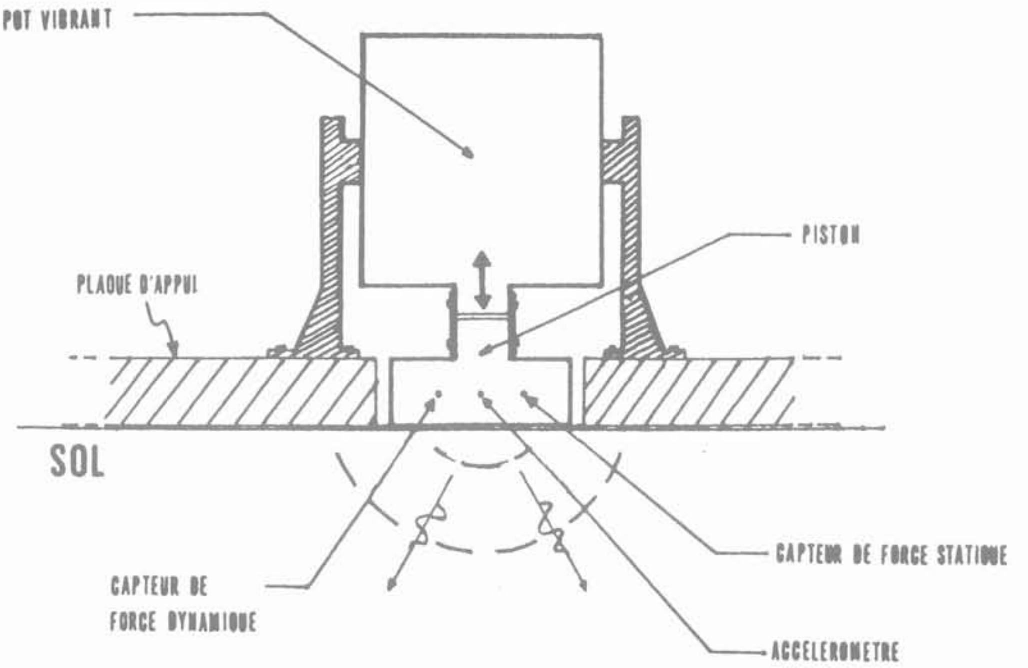


Fig. 2. — Tête d'excitation de l'essai S.H.S.
Fig. 2. — Loading part of S.H.S. experiment.

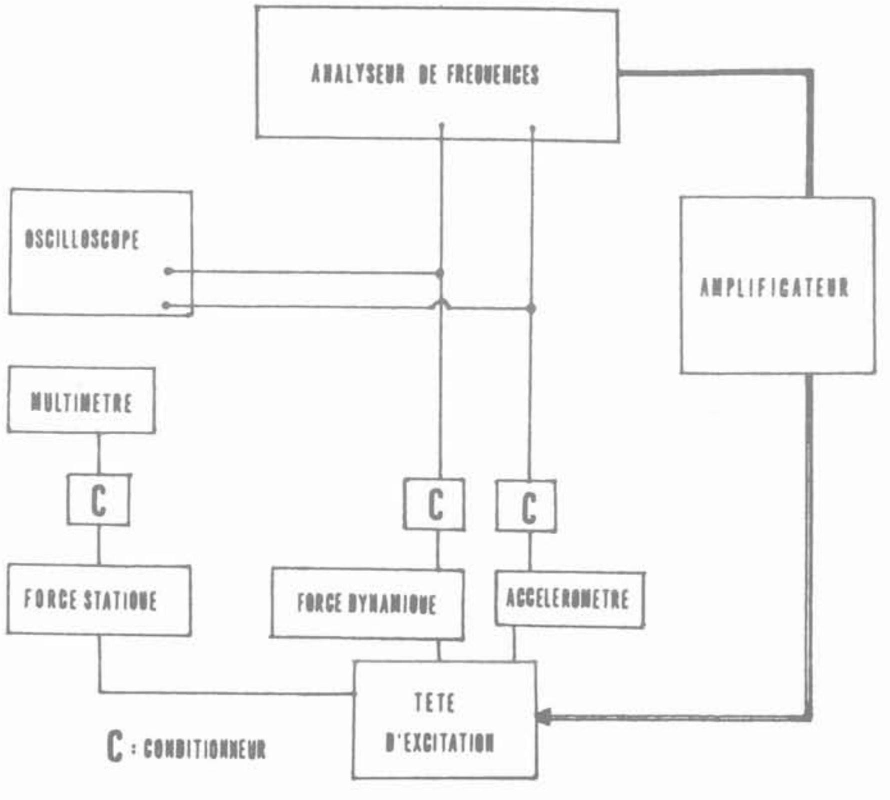


Fig. 3. — Chaîne instrumentale.
Fig. 3. — Experimental set-up.

2.3. Intérêt de l'essai

L'utilisation d'une source sismique harmonique présente l'avantage de pouvoir contrôler le contenu fréquentiel de l'excitation. Cet essai peut donc être mis en œuvre dans un environnement bruyant pourvu que le contenu spectral du bruit n'interfère pas avec le spectre du signal utile. Ceci garantit à la réception un enregistrement à bon rapport signal sur bruit.

Par ailleurs, l'émission d'un signal monofréquentiel (sinusoïdal) permet d'obtenir à la réception directement la fonction de transfert du sol sans traitement particulier et de ne mesurer finalement que des amplitudes et des phases.

Enfin, le caractère non destructif de l'essai autorise la reproduction des mesures.

2.4. Déroulement des essais

Un premier essai à faible niveau de distorsion ($\gamma < 10^{-5}$) permet à partir de la mesure des amplitudes et des phases d'évaluer les modules de cisaillement G et d'amortissement β du sol.

Les essais ultérieurs, à niveau croissant de distorsion, permettent d'obtenir les spectres de réponse en accélération à partir desquels les paramètres dynamiques non linéaires sont calculés.

2.5. Résultats expérimentaux

La figure 4 montre les résultats obtenus en surface d'un sol composé de limon argileux. On peut constater que le spectre d'accélération A comprend des harmoniques dont l'amplitude peut aller jusqu'à 80 % de l'amplitude obtenue à la fréquence fondamentale et ceci bien que la force d'excitation F soit parfaitement sinusoïdale, comme le montre le spectre de F reporté en figure 4. C'est la génération de ces harmoniques qu'il faut interpréter pour remonter aux caractéristiques du comportement non linéaire du sol. Cette interprétation fait l'objet des paragraphes suivants.

3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT NON LINÉAIRE DES SOLS

Des essais dynamiques au laboratoire ont permis à SEED et al. de tracer des courbes moyennes expérimentales de l'évolution du module de cisaillement G et du coefficient d'amortissement β en fonction du niveau de distorsion γ pour des sables pulvérulents et des argiles (SEED et al., 1973).

Ces résultats montrent que la rigidité décroît et que l'amortissement croît lorsque le niveau de distorsion augmente (fig. 5).

De nombreux auteurs ont proposé de formaliser ce comportement particulier : HARDIN et DRNEVICH, 1970 ; RAMBERG et OSGOOD (RICHART et al., 1975) mais le formalisme proposé est construit en configuration unidimensionnelle.

On se propose ci-après de généraliser ce comportement en configuration tridimensionnelle.

3.1. Choix de la variable

Pour obtenir une écriture indépendante du référentiel choisi, nous proposons d'exprimer que les coefficients élastiques ne dépendent que du second invariant du déviateur des déformations, noté I_2, dont l'expression est donnée ci-après :

$$I_2 = \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} (\tilde{e}_{ii}.\tilde{e}_{jj} - \tilde{e}_{ij})$$

avec $\tilde{e}_{ij}$ qui représente le déviateur des déformations et qui s'exprime en fonction du tenseur e_{ij} des déformations et de la dilatation volumique e_v, tel que :

$$\tilde{e}_{ij} = e_{ij} - e_v/3.\delta_{ij}$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker tel que $\delta_{ij} = 1$ pour $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ pour $i \neq j$.

Dans le cas particulier unidimensionnel de l'excitation d'un horizon de sol par une contrainte de cisaillement à sa base, seule la composante e_{xz} du tenseur des déformations est non nulle.

De ce fait, I_2 devient :

$$I_2 = -1/4.\gamma^2 \text{ où } \gamma = 2\, e_{xz}$$

On retrouve alors le schéma classique où G n'est fonction que de γ. Si nous admettons que la réponse du sol est identique en traction et compression, il est nécessaire d'utiliser dans le formalisme, le second invariant I_2 en module soit $|I_2|$.

3.2. Choix de la loi de comportement adoptée

La loi de Hardin-Drnevich (1970) stipule que $G/G_o = 1/(1 + \alpha\,|\gamma|)$. On peut envisager une généralisation de cette loi telle que :

$$G/G_o\ (I_2) = 1 / (1 + \alpha.|I_2|^{1/2}) \qquad (2.2.1.)$$

Toutefois, ce type de loi présente l'inconvénient suivant : lorsque l'on étudie la réponse spectrale du sol, il faut calculer le spectre d'une fonction de G/G_o (cf. ci-après). Avec une loi du type ci-dessus, il n'est pas possible de calculer analytiquement le spectre de la réponse, sur lequel repose toute l'interprétation.

On peut envisager d'utiliser le développement en série de l'expression (2.2.1.) mais ce développement a un rayon de convergence trop faible. Il est donc nécessaire d'utiliser une expression différente de G/G_o, pour laquelle le rayon de convergence soit plus important.

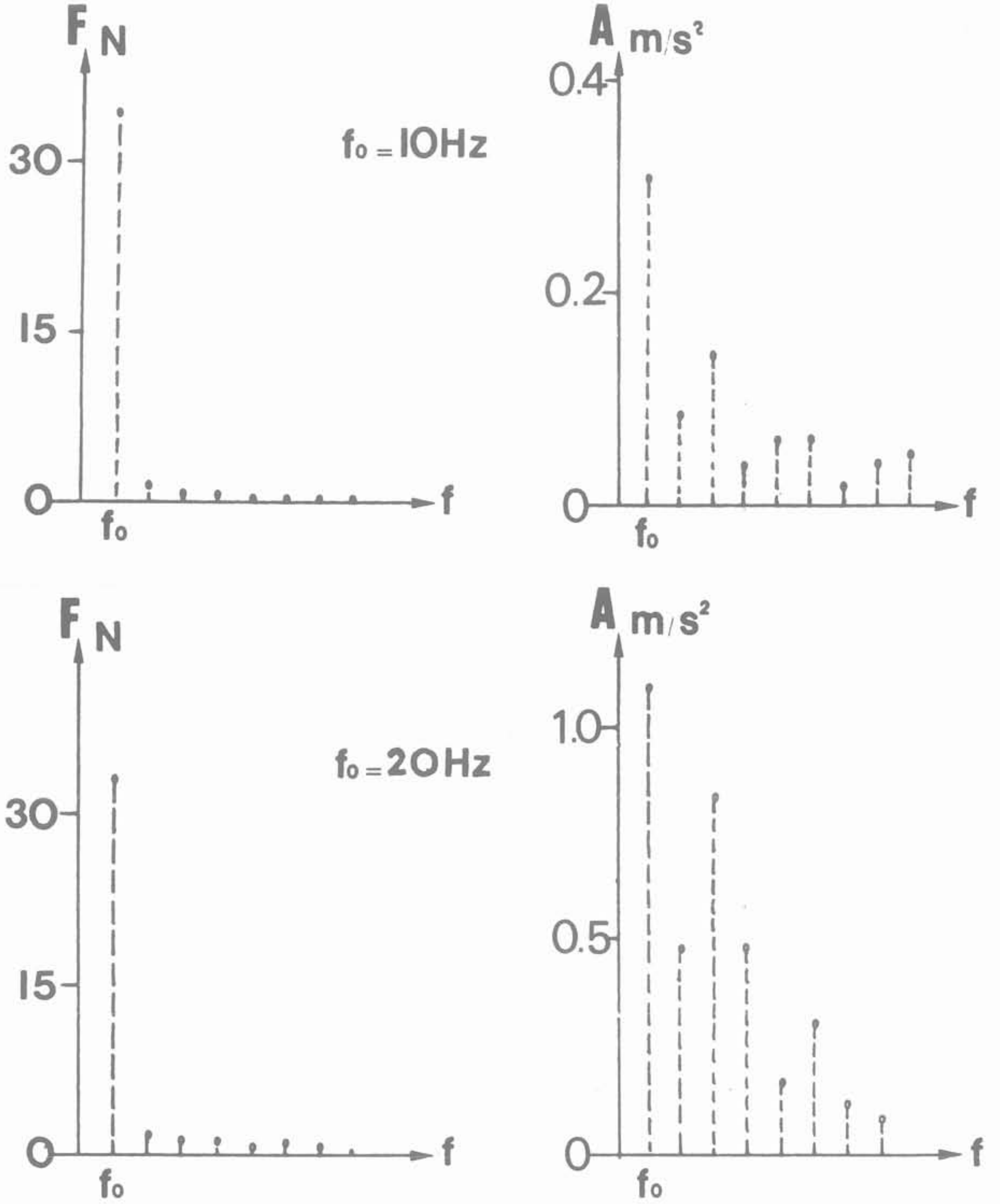


Fig. 4. — Résultats expérimentaux.
Fig. 4. — Experimental results.

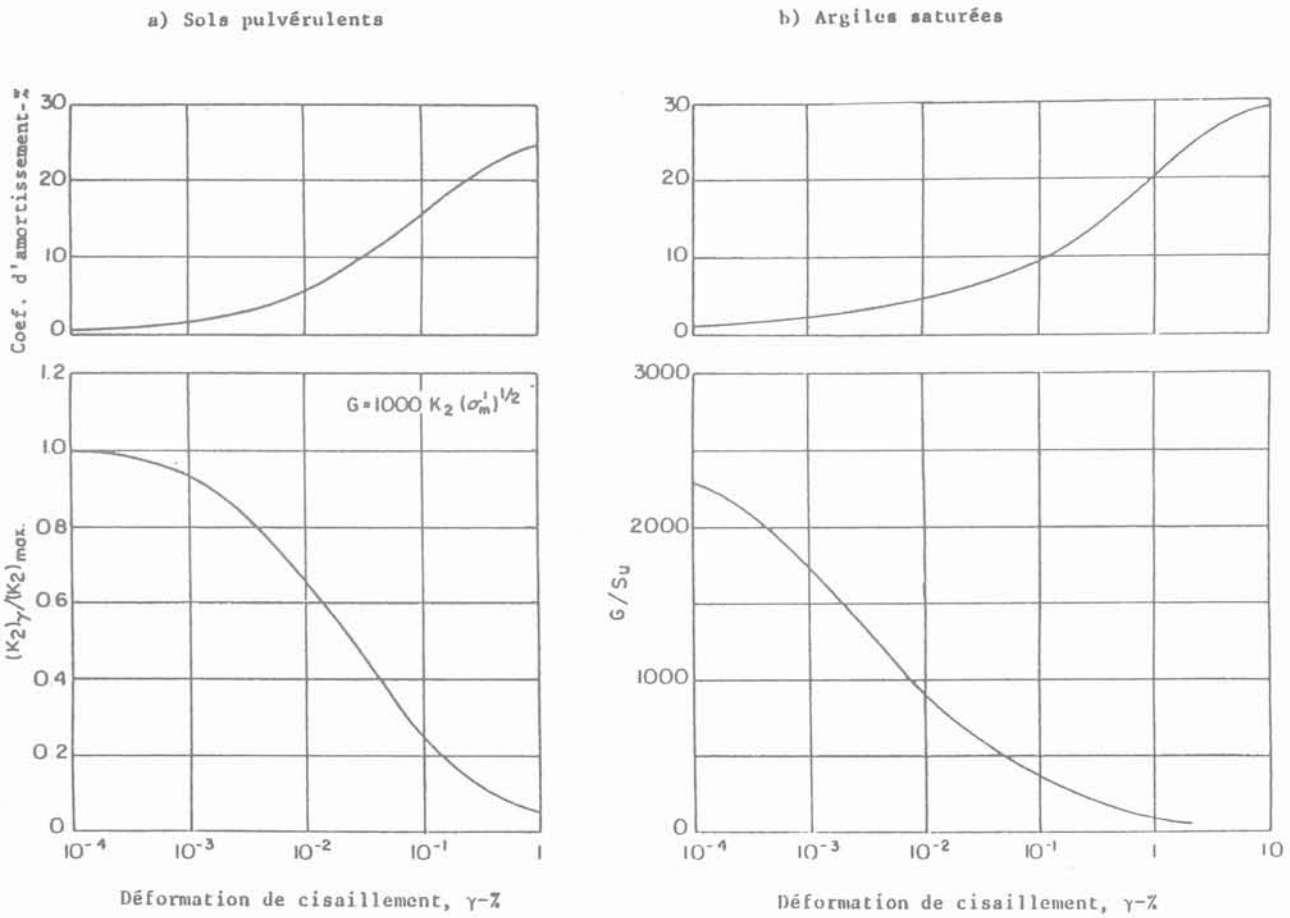


Fig. 5. — Courbes moyennes de SEED (d'après SEED et al., 1973).

Fig. 5. — Seed's mean curves (after SEED et al., 1973)

Notre choix s'est porté sur une fonction de type exponentiel :

$$G/G_o\ (I_2) = \exp\ (-\ \alpha_1 . |I_2|^{1/2}) \qquad (2.2.2)$$

qui présente un rayon de convergence infini en I_2 et dont le développement en série s'écrit :

$$G/G_o\ (I_2) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-\ 1)^n \frac{\alpha_1{}^n}{n!} |I_2|^{n/2} \qquad (2.2.3.)$$

La figure 6 montre la courbe G/G_o obtenue que l'on peut comparer aux différentes expressions classiques. La courbe obtenue est bien placée pour représenter les résultats expérimentaux. Cette expression sera donc utilisée dans la suite pour l'interprétation des essais.

4. INTERPRÉTATION DE L'ESSAI S.H.S

L'interprétation repose essentiellement sur deux points :

— calcul du spectre d'harmoniques générées au cours de l'essai ;

— utilisation d'une méthode de perturbation à partir de la réponse linéaire.

4.1. Calcul du champ d'ondes généré au cours de l'essai : principe du calcul

4.1.1. Equations du problème

Soit σ_{ij} le tenseur des contraintes développées dans le sol. Si ρ est la densité du sol et $\ddot{u}_i$, le champ d'accélération dans le sol dérivé du champ de déplacement u_i, la loi de la dynamique s'écrit :

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \qquad (3.1.1)$$

Le comportement adopté pour le sol s'exprime :

$$\sigma_{ij} = \lambda(I_2)\ e_v\ \delta_{ij} + 2\ G\ (I_2)\ e_{ij} \qquad (3.1.2)$$

avec

$$\lambda\ (I_2) = \lambda_o + \sum_{n=1}^{\infty} ((-\ 1)^n/n!)\ \lambda_n . |I_2|^{n/2} \qquad (3.1.3.)$$

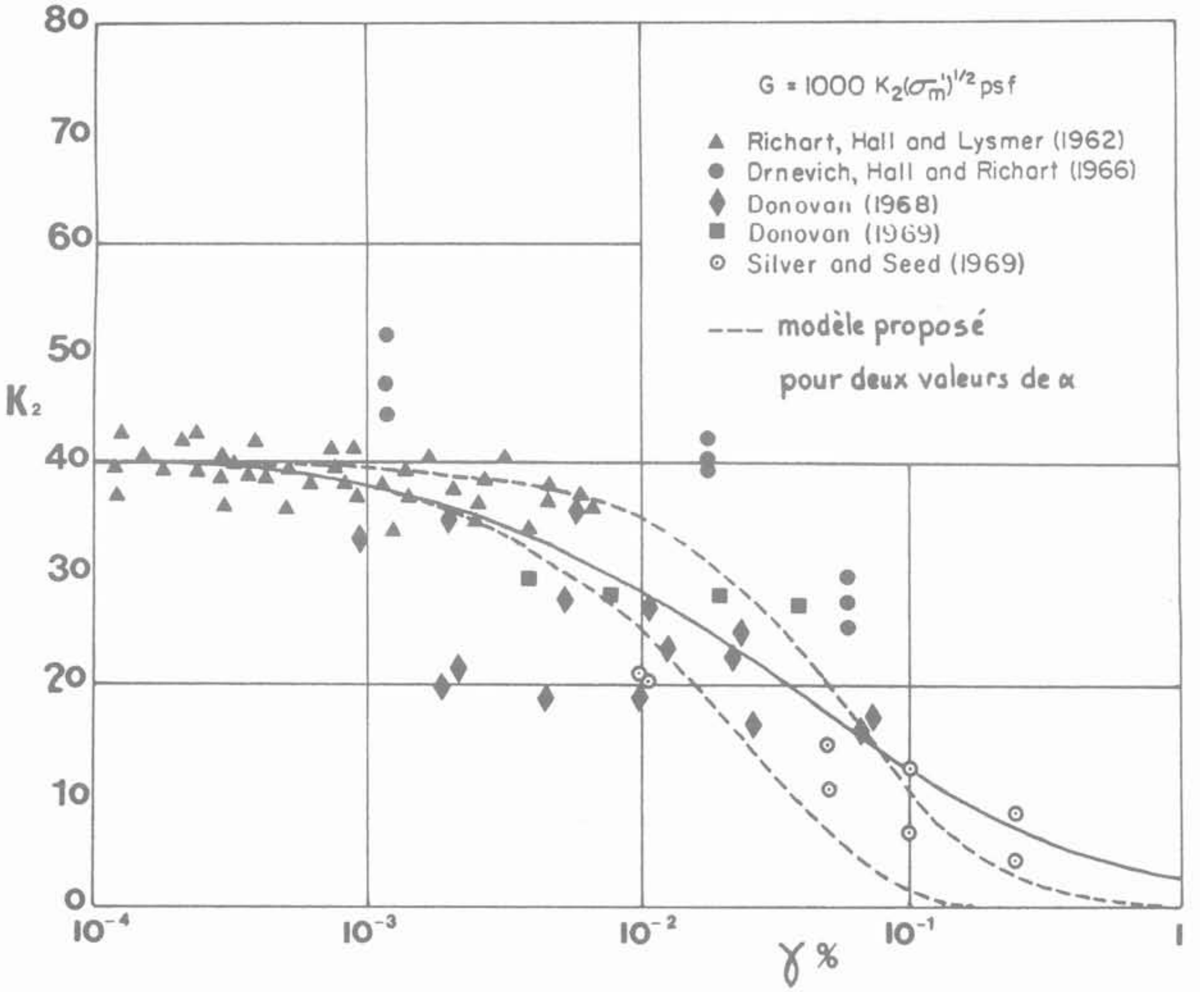


Fig. 6. — Résultats expérimentaux (d'après SEED et al., 1973) et modélisation proposée de la variation du module de cisaillement G en fonction de la distorsion.

Fig. 6. — Experimental results (after SEED et al., 1973) and proposed modelization of shear strain modulus G variation interns of shear strain level.

$$G\ (I_2) = G_o + \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n/n!)\ G_n.|I_2|^{n/2} \qquad (3.1.4.)$$

si : $\lambda_n = b\ (\nu).G_n$ et $G_n = \alpha_1{}^n.G_o$

alors : $\lambda_n = b\ (\nu)\ G_o\ \alpha_1{}^n$

mais : $\lambda_o = b\ (\nu).G_o$ d'où : $\lambda_n = \alpha_1{}^n.\lambda_o$

L'équation résultant des expressions (3.1.1) et (3.1.2) permettant le calcul du déplacement u_i est :

$$(\lambda\ (I_2)\ e_v\ \delta_{ij} + 2\ G\ (I_2)\ e_{ij})_{,j} - \rho\ \ddot{u}_i = 0 \qquad (3.1.5)$$

Le développement de cette équation nécessite de connaître les expressions $(\lambda\ (I_2))_{,j}$ et $(G\ (I_2))_{,j}$ décrites ci-après :

$$((\lambda\ (I_2))_{,j} = \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n\ \lambda_n/2\ (n-1)!).|I_2|^{n/2-1}.|I_2|_{,j} \qquad (3.1.6)$$

$$((G\ (I_2))_{,j} = \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n\ G_n/2\ (n-1)!).|I_2|^{n/2-1}.|I_2|_{,j} \qquad (3.1.7)$$

Etant donné que : $e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ (3.1.8)

L'équation du problème devient :

$$(\lambda_o + G_o)\ u_{j,ji} + G_o\ u_{i,jj} - \rho\ddot{u}_i = F_i \qquad (3.1.9)$$

où l'on a posé :

$$F_i = (\sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^{n+1}/n!).|I_2|^{n/2}(\lambda_n + G_n)\ u_{j,ij}$$
$$+ (\sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^{n+1}/n!).|I_2|^{n/2}\ G_n)\ u_{i,jj}$$
$$+ (\sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^{n+1}\ /\ 2(n-1)!).|I_2|^{n/2-1}\ (\lambda_n|I_2|,_i\ e_v$$
$$+ 2\ G_n\ |I_2|,_j\ e_{ij}) \qquad (3.1.10)$$

4.1.2. Méthode de résolution

La méthode de résolution adoptée pour calculer u_i est une méthode de perturbation qui repose sur l'hypothèse suivante : le terme F_i du second membre est petit devant chacun des termes du premier membre.

L'équation (3.1.9) peut s'écrir :

$$L(u_i) = F\ (u_i) = \epsilon F^*(u_i) \qquad (3.1.11)$$

où ϵ est petit devant l'unité et L, un opérateur différentiel linéaire apparaissant dans le premier membre de l'équation. $F(u_i)$ a pour composante F_i.

ϵ étant petit, on peut s'attendre à ce que la solution u_i de (3.1.11) soit proche de la solution U_{0_i} telle que :

$$L\ (U_{0_i}) = 0 \qquad (3.1.12)$$

u_0 est appelée solution génératrice (BLAQUIÈRE, 1966). La solution de l'équation (3.1.11) sécrit alors : $u = u_0 + u_1$, où u_1 est petit devant u_0. On doit donc vérifier :

$$L\ (u_0 + u_1) = F\ (u_O + u_1) \qquad (3.1.13)$$

Puisque u_1 est petit devant u_0, on peut poser $u_1 = \epsilon u_1{}^*$, où $u_1{}^*$ est du même ordre que u_0. En remplaçant dans l'équation ci-dessous, on obtient :

$$\epsilon L\ (u_1{}^*) = F\ (u_0 + \epsilon\ u_1{}^*) \simeq \epsilon\ F^*\ (u_O) \qquad (3.1.14)$$

La correction u_1 est donc solution de :

$$L\ (u_1) = F\ (u_0) \qquad (3.1.15)$$

La résolution de l'équation (3.1.15) se décompose donc en deux étapes :

a. obtention de l'approximation linéaire u_0, solution de : $L\ (u_0) = 0$

b. calcul de la correction u_1, solution de : $L\ (u_1 = F\ (u_0)$.

La méthode exposée est tout à fait générale et peut être simplifiée sous l'hypothèse suivante : le terme F_i apparaissant au second membre de (3.1.9) n'est à prendre en compte qu'au voisinage de la source dans un domaine Ω où les distorsions sont importantes. Dans ce cas, si l'extension de ce domaine de non linéarités Ω est faible devant la longueur d'onde, on peut supposer que la réponse du sol en approximation linéaire est en phase avec la sollicitation. Cette hypothèse revient donc à considérer que le champ peut être calculé à partir d'une approximation « quasi-statique » où les termes d'inertie peuvent être négligés. L'équation à résoudre s'écrit alors :

$$(\lambda_o + G_o)\ u_{j,ij} + G_o\ u_{\ i,jj} = \bar{F}_i \qquad (3.1.16)$$

où les F_i sont calculés à partir de l'approximation quasi-statique.

4.1.3. Sources de non linéarités

Les sources de non linarités F_i se calculent à partir de I_2 et e_{ij}. Par ailleurs si u_{0_i} est le champ en approximation linéaire, on a :

$u_{0_i} = \overline{u_{0_i}}.\cos wt$, $e_{ij} = \overline{e_{ij}}.\cos wt$ et $I_2 = \overline{I_2}.\cos^2 wt$. On obtient ainsi :

$$\bar{F}_i = \sum_{n=1}^{\infty} a_n\ (\overline{I_2}, \overline{e_{ij}})\ .\ |\cos^2 wt|^{n/2}.\cos wt \qquad (3.1.17)$$

avec :

$$a_n = ((-1)^{n+1}/2\ (n-1)!)\ .\ |\overline{I_2}|^{n/2-1}[\lambda_n\ |\overline{I_2}|,i\ \overline{u_{j,j}}$$
$$+ 2\ G_n\ |\overline{I_2}|,j\ .\ \overline{e_{ij}}] \qquad (3.1.18)$$

On suppose que ν est constant, il existe alors une relation simple entre

$a_{n+1}\ (\overline{I_2}, \overline{e_{ij}})$ et $a_n\ (\overline{I_2}, \overline{e_{ij}})$ telle que :

$$a_{n+1} = (-\alpha_1/n).|\overline{I_2}|^{1/2}.a_n \qquad (3.1.19)$$

Cette formule de récurrence permet de calculer tous les a_n en fonction de a_1 :

$$a_n = ((-\alpha_1.|\overline{I_2}|^{1/2})^{n-1}/(n-1)!)\ .a_1 \qquad (3.1.20)$$

avec :

$$a_1 = G_1\ |\overline{I_2}|^{-1/2}\ .\ [b(\nu)/2.|\overline{I_2}|,i.\overline{u_{j,j}} + |\overline{I_2}|,j\ .\overline{e_i}] \qquad (3.1.21)$$

Considérons maintenant la partie temporelle de I_2. On remarque immédiatement :

$$|\cos^2 wt|^{n/2}.\cos wt =$$
$$|\cos wt|^n.\cos wt = \sum_{n=1}^{\infty} D_n^m.\cos\ (2m-1)wt$$

Les coefficients D_n^m sont obtenus par analyse en série de Fourier. Leur calcul montre que :

— si $m = 2q$, $D_n^m = 0$, $\forall_n$
— si $m = 2q-1$,

et $n = 2p$,

$$D_{2p}^{2q-1} = ((2p-1)!\ /\ ((p-q)!\ (p+q-1)!))\ /\ 2^{p-1}$$

et $n = 2p-1$,

$$D_{2p-1}^{2q-1} = \sum_{s=1}^{p} D_{2(p-1)}^{S}.K_{2s-1}^{2q-1}$$

avec :

$$K^{2q-1}_{2s-1} = \frac{(-1)^{s+q+2}}{\pi} \cdot \frac{8m\ (2s-1)}{[m_2-4(s-1)^2][m^2-4s^2]}$$

Finalement l'expression complète du terme F_i, source de non linéarités, est donnée par :

$$\bar{F}_i = a_1 . \sum_{m=1}^{\infty} [\sum_{n=1}^{\infty} (-\alpha)^{n-1}/(n-1)!) \\ . |I_2|^{(n-1)/2} . D_n^m] . \mathrm{Cos}\ (2m-1)\ wt \qquad (3.1.22)$$

Le spectre de force correspondant est un spectre d'harmoniques impaires. C'est l'hypothèse d'une réponse identique du sol en traction et en compression qui conduit à ce résultat.

4.1.4. Calcul de la correction non linéaire

La correction non linéaire U_1 est solution de (3.1.15). La solution s'écrit alors :

$$u_{1i}\ (x) = \int_{\Omega\xi} u^*_{ij}\ (x\ ;\ \xi)\ .\ F_j(\xi)\ d\Omega_\xi \qquad (3.1.23)$$

où u^*_{ij} est la fonction de Green correspondant à un demi-espace et se définit comme le déplacement élémentaire au point X, dans la direction i, créé par une force unité sur un anneau passant par le point ξ, dans la direction j (fig. 7). Ω_ξ correspond au domaine sur lequel les distorsions sont suffisamment importantes pour que les termes non linéaires interviennent.

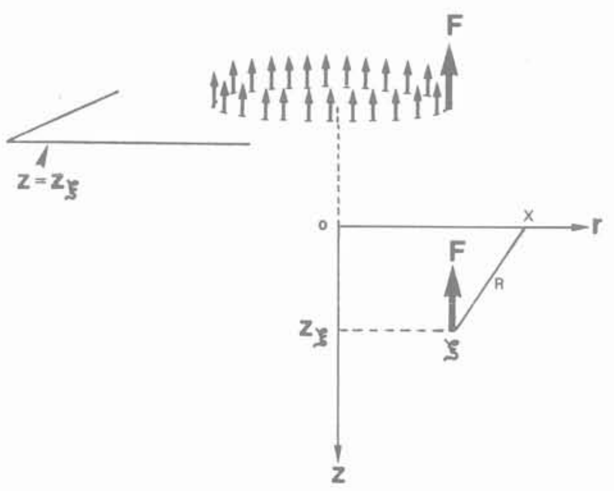


Fig. 7. — Force annulaire équivalente en représentation axisymétrique.
Fig. 7. — Force equivalent to a circular distribution with axisymmetry.

Notons que u^*_{ij} s'exprime sur la base des intégrales elliptiques complètes de 1_e, 2_e et 3_e espèces et que les composantes du déplacement u_i considérées ci-dessus permettent de déterminer l'amplitude d'une des composantes du spectre. Les autres composantes du spectre sont obtenues comme décrit au paragraphe 3.1.4.

En résumé, le calcul comprend quatre phases :
a. calcul de l'approximation linéaire (3.1.12) ;
b. calcul des termes de sources (3.1.22) ;
c. calcul des fonctions de Green, u^*_{ij} ;
d. calcul de la correction non linéaire (3.1.15).

4.2. Différentes phases du calcul

a. Calcul de l'approximation linéaire.

Le calcul de l'approximation linéaire dans l'hypothèse quasi-statique est fourni par les solutions de GERARD et HARRISSON rappelées dans l'ouvrage classique de DAVIS et POULOS 1974 dont on donne en annexe le détail.

b. Calcul des termes de source

Les termes de source sont obtenus en dérivant le déplacement u_{0_i} en approximation quasi-statique. Le programme de calcul symbolique « REDUCE » a été utilisé pour effectuer ces dérivations.

c. Calcul des fonctions de Green u^*_{ij} en représentation axisymétrique.

Ces fonctions de Green sont obtenues en intégrant les solutions classiques correspondant au demi-espace (BREBBIA et al., 1984).

d. Calcul de la correction non linéaire

La convolution correspondant à l'intégrale (3.1.23) est calculée numériquement en décomposant le volume d'intégration, rapporté à un domaine bidimensionnel par

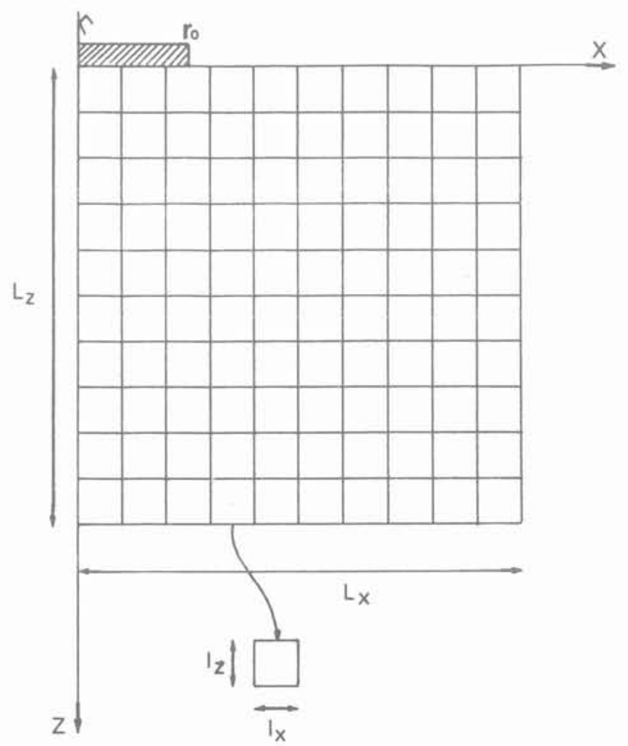


Fig. 8. — Maillage du domaine des non linéarités.
Fig. 8. — Mesh of the non linear domain.

propriété d'axisymétrie, sur un ensemble d'éléments rectangulaires (fig. 8). C'est la seule phase numérique du calcul.

4.3. Programme de calcul

Le programme de calcul utilisant la méthode décrite précédemment a été mis au point. L'intégration numérique nécessaire au calcul de l'intégrale (3.1.23) s'effectue par quadrature de Gauss, excepté pour l'élément tel que X = ξ qui nécessite une intégration singulière. Celle-ci est réalisée au moyen de la méthode de MANG (MANG et al., 1985) qui consiste essentiellement en une réduction de l'ordre de singularité en I/r par transformation géométrique.

5. PREMIERS RÉSULTATS NUMÉRIQUES

5.1. Calcul du champ des distorsions

On a effectué, pour le maillage reporté en figure 8, le calcul du champ des distorsions $|I_2|^{1/2}$ correspondant à l'essai décrit précédemment. Les résultat sont reportés en figure 9. Bien entendu, la distorsion diverge au voisinage du bord du piston excitateur mais le calcul donne la valeur de la distorsion moyenne sur l'élément correspondant. On peut constater que la distorsion moyenne maximale obtenue est de l'ordre de 10^{-4}. Cela permet de déterminer le nombre de termes à conserver dans le développement de G/G_o (2.2.4.) pour le calcul des termes de source.

5.2. Convergence du processus d'intégration

Un calcul de la correction non linéaire u_1 a été effectué pour une distorsion moyenne $\gamma = 10^{-5}$ pour laquelle on peut conserver un seul terme du développement, soit :

$$G/G_o\,(I_2) = \exp\,(-\alpha_1|I_2|^{1/2}) \simeq 1 - \alpha_1|I_2|^{1/2} \qquad (4.1)$$

Ce calcul a été effectué pour plusieurs types de maillage et plusieurs extensions de la zone d'intégration des termes non linéaires. Les tableaux 1 et 2 et la figure 10 permettent de constater que la convergence est assurée.

6. CONCLUSION

L'essai S.H.S. réalisé permet d'assurer des distorsions importantes. L'interprétation développée ci-dessus a permis de montrer que l'existence de telles distorsions conduit à un spectre de réponse comprenant toutes les harmoniques impaires de la fréquence du signal d'excitation. Par ailleurs cette interprétation permet d'obtenir les distorsions réalisées au cours de l'essai.

Le calcul effectué au § 5.2. qui a permis de conclure à la convergence du processus d'intégration ne permet pas l'interprétation de l'essai décrit § 2 car la distorsion réalisée expérimentalement sort du cadre de l'hypothèse (4.1.).

La prise en compte d'un nombre suffisant de termes dans le développement de $\exp(-\alpha_1\,|\overline{I_2}\,|^{1/2})$ doit permettre l'interprétation quantitative de cet essai.

La méthode d'interprétation de l'essai S.H.S. ainsi mise au point pourra ensuite être étendue à d'autres configurations en particulier à des essais harmoniques Crosshole effectués en forage, en cours de réalisation sur un principe similaire à l'essai de pompage harmonique

Tableau 1. — Déplacement vertical calculé fonction de l'extension L du maillage (lx/r_o = 0.4 et lz/r_o = 0.5)
Table 1. — Computed vertical displacement in terms of L extent (lx/r_o = 0.4 and lz/r_o = 0.5)

L_x/r_o	L_z/r_o	N	$\|U1_z\|$ (m)
4.0	8	170	$2.23\ 10^{-8}$
4.8	8	192	$2.72\ 10^{-8}$
4.0	10	200	$2.57\ 10^{-8}$
4.0	12	240	$2.78\ 10^{-8}$

N : nombre d'éléments du maillage.

Tableau 2. — Déplacement vertical calculé fonction de la taille lz du maillage (Lx/r_o = 4.8 et Lz/r_o = 8 et lx = 0.4)
Table 2. — Computed vertical displacement in terms of lz extent (Lx/r_o = 4.8, Lz/r_o = 8 and lx = 0.4)

l_z/r_o	N	$\|U1_z\|$ (m)	ΔU/U
1.0	96	$3.67\ 10^{-8}$	23 %
0.5	192	$2.72\ 10^{-8}$	7 %
0.4	240	$2.92\ 10^{-8}$	—

N : nombre d'éléments du maillage.

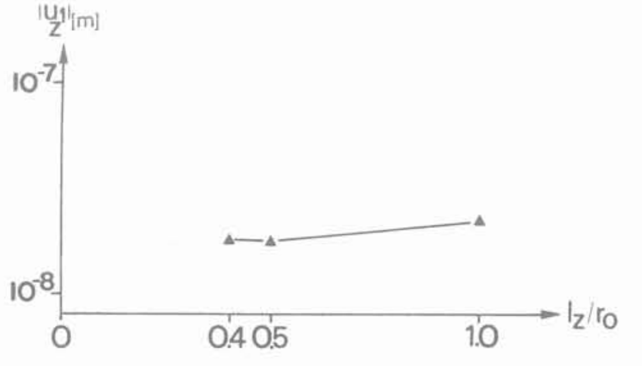


Fig. 10. — Stabilité du processus de calcul : variation du déplacement vertical calculé en fonction de la taille de la maille.
Stability of computation scheme : variation of computed vertical displacement in terms of element size.

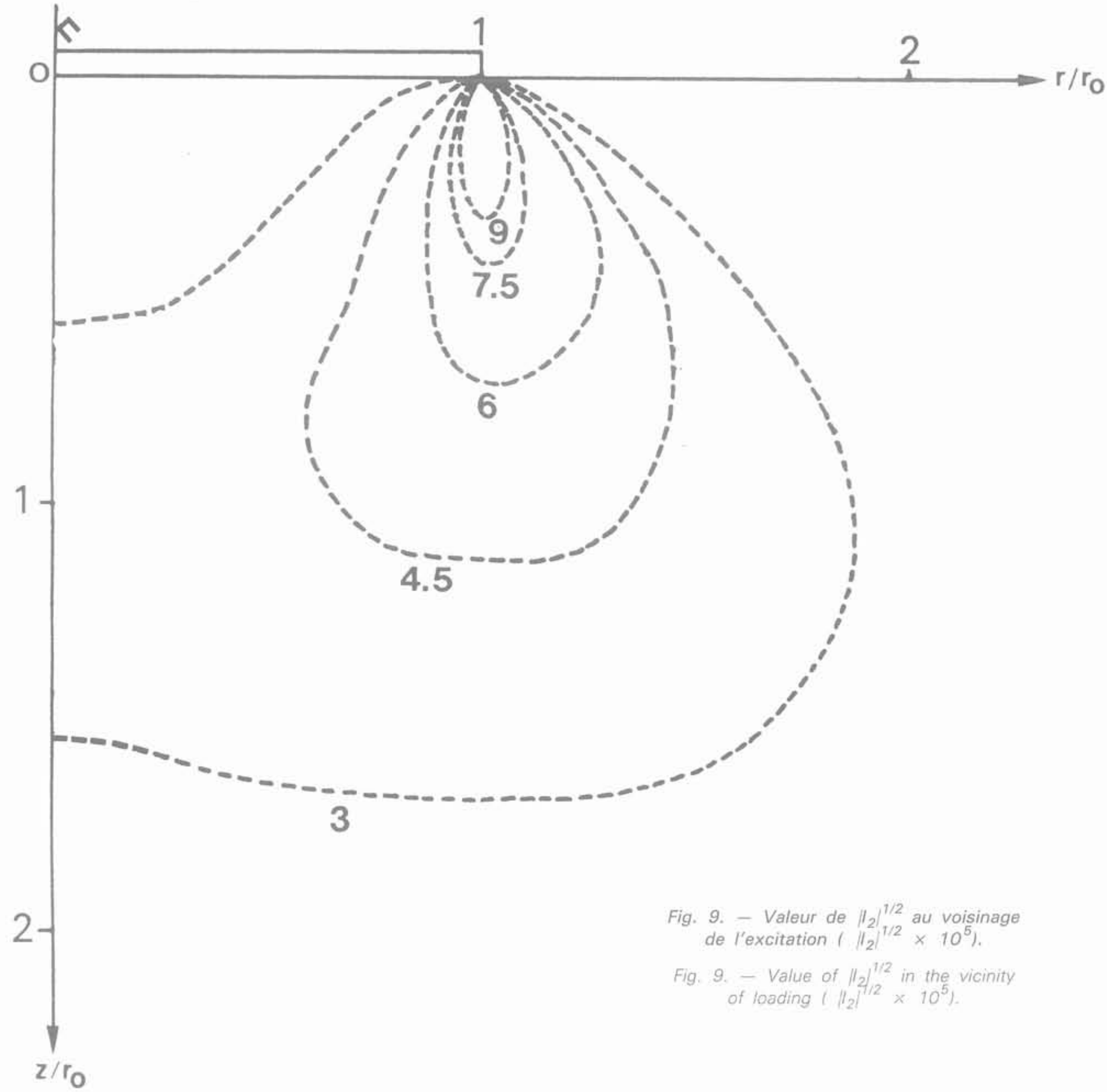


Fig. 9. — Valeur de $|I_2|^{1/2}$ au voisinage de l'excitation ($|I_2|^{1/2} \times 10^5$).

Fig. 9. — Value of $|I_2|^{1/2}$ in the vicinity of loading ($|I_2|^{1/2} \times 10^5$).

CROSNIER et al. (1983). On aboutira ainsi à une méthode expérimentale permettant d'obtenir les paramètres du comportement non linéaire à l'aide d'essais nécessitant une énergie modérée.

BIBLIOGRAPHIE

BLAQUIERE A. (1966), *Analyse des systèmes non linéaires.* Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires, I.N.S.T.N. (Saclay) P.U.F., 1966, p. 88-94.

BREBBIA C.A., TELLES J.C.F., WROBEL L.C. (1984), *Boundary Element Techniques. Theory and Applications in Engineering.* SpringerVerlag., Berlin, 1974.

CROSNIER B., PORTALES J.L., FRAS G., JOUANNA P. (1983), *Reconnaissance par pompage harmonique de milieux rocheux.* Matériaux et Constructions vol. 16, n° 92, pp. 71-83, 1983.

GERRARD C.M., HARRISON W.J. (1974), *Circular loads applied to a cross-anisotropic half-space* in *Elastic solutions for Soil and Rock Mechanics* (DAVID G. & POULOS E.), John Wiley and Sons Inc., 1974.

HARDINS B.O., DRNEVICH V.P. (1970), *Shear modulus and damping in soils I. Measurement and parameter effects, II. Design equations and curves.* Techn. Rep. Univ. Kentaky UKY, n° 26 and 27-70-CE2. Soil Mechanics series, 1970.

MANG H.A., HONG-BAO L.I., GUO-MING HAN (1985), *A new method for evaluating singular integrals in stress analysis of solids by the direct boundary element technique*. Int. J. for num. mech. in Eng., vol. 21, 1985, p. 2071-2098.

RICHART F.E., WOODS R.D. (1970), *Vibration of Soils and Foundations*. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1970, p. 111-120.

RICHART F.E., WYLIE E.B. (1975), *Influence of Dynamic soil properties on response soil masses*. Symp. Struct. and Geotech. Mech., Un. of Ill, Urbana, Oct., 1975.

SEED H.B., LEE K.L., IDRISS I.M., MAKDISIF F. (1973), *Analyses of the slides in the San Francisco Dams during the Earthquake of Feb. 9 1971*. EERC Rep. n° 73-2, Univ. Of California, Berkeley, 1973.

SHANNON, WILSON, AGABIAN (1980), *Evaluation of in situ damping characteristics*. NUREG/CR - 1938, sept. 1980, 170 p.

ANNEXE

Composantes du tenseur des déformations en représentation axisymétrique et en approximation linéaire élastique

Le calcul nécessite de connaître les expressions analystiques des composantes e_{rr}, e_{zz}, $e_{\theta\theta}$ et e_{rz} du tenseur des déformations associées au chargement circulaire uniforme T appliqué en surface d'un demi-espace. Chacune des coordonnées r et z, apparaissant dans les expressions qui suivent, est normalisée par r_o, rayon de charge.

Soit $A = f/2\pi r_o^2$ alors :

$$e_{rr} = A \left\{ [2(\lambda_o + G_o)]^{-1}. (f_1^{-1} \sin\frac{f_2}{2} - (1 - f_1 \sin\frac{f_2}{2})) \right.$$

$$- (Z/2\ G_o).(f_1^{-3}(Z \sin\frac{3F_2}{2} - \cos\frac{3F_2}{2})$$

$$\left. - F_1^{-1} (\cos\frac{F_2}{2} - Z \sin\frac{F_2}{2})) \right\}$$

$$e_{\theta\theta} = A \left\{ [2(\lambda_o + G_o)]^{-1}. (1 - f_1 \sin\frac{F_2}{2}) \right.$$

$$\left. - (Z/2\ G_o)\ F_1^{-1} (\cos\frac{f_2}{2} - Z \sin\frac{F_2}{2}) \right\}$$

$$e_{zz} = A \left\{ [2(\lambda_o + G_o)]^{-1}. (F_1^{-1} \sin\frac{F_2}{2} + (Z/2G_o)\ f_1^{-3} \right.$$

$$\left. (Z \sin\frac{3F_2}{2} - \cos\frac{3F_2}{2}) \right\}$$

$$e_{rz} = \frac{A}{G_o}\ rz\ f_1^{-3} \sin\frac{3f_2}{2}$$

avec :

$$f_1 = \left[(z^2 + r^2 - 1)^2 + 4\ z^2 \right]^{1/4}$$

$$f_2 = \text{Arctg} \left[2\ Z\ .\ (Z^2 + r^2 - 1)^{-1} \right]$$

détermination de caractéristiques dynamiques d'un sol à l'aide d'un essai pressiométrique cyclique

determination of dynamic characteristics of a soil based on a cyclic pressuremeter test

L. DORMIEUX
Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, CERMES *

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 31-41 (janvier 1989)

Résumé

On envisage l'emploi d'un essai pressiométrique cyclique consistant à faire varier sinusoïdalement le volume de la sonde pour déterminer les paramètres du modèle viscoélastique équivalent utilisé en Dynamique des Sols. En se limitant aux variations de volume de sonde de faibles amplitudes, on admet que la relation entre la pression de sonde et le volume correspondant se stabilise sur une boucle fermée. A l'aide d'une interprétation numérique de l'essai reposant sur un calcul viscoélastique équivalent, on montre que les données de la pente moyenne et de l'aire de la boucle pressiométrique expérimentale permettent d'identifier certains paramètres du modèle employé.

Abstract

The aim of this paper is to show that a cyclic pressuremeter test can lead to in-situ determination of some parameters required by the equivalent linear method which is currently used in soil dynamics. The test consists in cyclic variations of the cell volume. For small amplitudes of volume variations, the relationship between the cell pressure and the cell volume is assumed to be a closed loop. With the help of a numerical simulation of the test based on the equivalent linear method, some parameters of the soil can be determined from the mean slope and the area of the loop.

* La Courtine, 93167 Noisy-le-Grand Cedex.

1. INTRODUCTION

Pour l'évaluation de la réponse d'un massif de sol à une sollicitation sismique, la modélisation viscoélastique équivalente constitue un outil dont l'usage est très répandu. Sa mise en œuvre requiert la connaissance de paramètres quantifiant le comportement d'un sol soumis à un cisaillement cyclique. Plus précisément, il s'agit de décrire l'évolution du module de cisaillement et des propriétés dissipatives du matériau en fonction du niveau de distorsion cyclique auquel il est soumis. Les paramètres de cette modélisation sont en général fixés par des essais de laboratoire. On propose ici une contribution à leur détermination in-situ à l'aide d'un essai pressiométrique cyclique. Ce dernier consiste à faire varier cycliquement le volume de la sonde et à enregistrer les variations de la pression de sonde qui caractérisent la réponse du massif sollicité.

Après avoir rappelé le principe de la modélisation viscoélastique équivalente, on utilise celle-ci pour fournir une interprétation numérique de l'essai pressiométrique cyclique. En associant les résultats numériques et expérimentaux, on présente alors une méthode de détermination des paramètres requis par le calcul viscoélastique équivalent.

2. DESCRIPTION DE LA RÉPONSE DU SOL A UN CISAILLEMENT CYCLIQUE DE FAIBLE AMPLITUDE

La modélisation viscoélastique équivalente permet une prise en compte intéressante des non-linéarités du comportement d'un sol soumis à un cisaillement cyclique si celui-ci conduit à un état accomodé (pas d'accumulation de déformations irréversibles). Ce paragraphe rappelle quelques aspects de la description de la relation entre cisaillement et distorsion pour une telle sollicitation.

La relation entre le cisaillement τ et la distorsion γ, telle que l'on peut la mettre en évidence expérimentalement avec une boîte de cisaillement simple ou un appareil de torsion cylindrique, est schématisée à la figure 1 pour une distorsion cyclique alternée régulière.

Après une phase de premier chargement selon le trajet OA, les phases de décharge (A → B) et de recharge (B → A) correspondent en première approximation à des trajets stabilisés dans le plan (γ, τ).

On observe expérimentalement que les points A et B sont alignés avec l'origine, ce qui permet de définir la pente de la boucle. Elle s'identifie à un module de cisaillement sécant $G(\gamma_m)$, qui est une fonction décroissante de l'amplitude γ_m du cycle de distorsion. L'aire de la boucle représente la densité volumique d'énergie D dissipée sur un cycle. On la normalise classiquement par l'aire du triangle hachuré sur la figure 1 qui vaut :

$$W = \frac{1}{2} G(\gamma_m)\, \gamma_m^2$$

et représente l'énergie élastique stockée sur un quart de cycle par un matériau élastique de raideur $G(\gamma_m)$. On introduit alors le coefficient de perte, $\eta(\gamma_m)$ qui rend compte du comportement dissipatif du matériau :

$$\eta(\gamma_m) = \frac{D}{D\pi W}$$

$\eta(\gamma_m)$ est une fonction croissante de γ_m. G et η constituent deux caractéristiques essentielles de la relation $\tau(\gamma)$ sur lesquelles repose la modélisation viscoélastique linéaire équivalente.

De nombreux auteurs ont étudié les facteurs influant sur G et η. Une description détaillée des essais utilisés pour ces recherches, au laboratoire et in-situ, a été présentée par PECKER (1984).

HARDIN et DRNEVICH (1972 a, 1972 b) ont réalisé une étude paramètrique au laboratoire consacrée à G et η à l'aide de la colonne résonnante et de l'appareil de cisaillement en torsion. Ils ont mis en évidence le rôle essentiel joué par l'amplitude γ_m de la distorsion. Ils ont observé que G tend vers un maximum G_{max} pour des valeurs décroissantes de γ_m. Au contraire, η tend vers un maximum η_{max} pour des valeurs croissantes de γ_m. G_{max} et η_{max} dépendent tous deux de la densité et de la contrainte effective moyenne. De plus, ils ont établi une relation empirique très utile entre G et η :

$$\frac{G}{G_{max}} + \frac{\eta}{\eta_{max}} = 1$$

Diverses expressions empiriques ont été proposées pour relier

$\frac{G}{G_{max}}$ et γ_m. La synthèse d'IWASAKI et al. (1978)

montre qu'elles fournissent des résultats à peu près équivalents. Dans le cadre de cette étude, l'approche simplifiée de HARDIN et DRNEVICH (1972 a,b) a été rete-

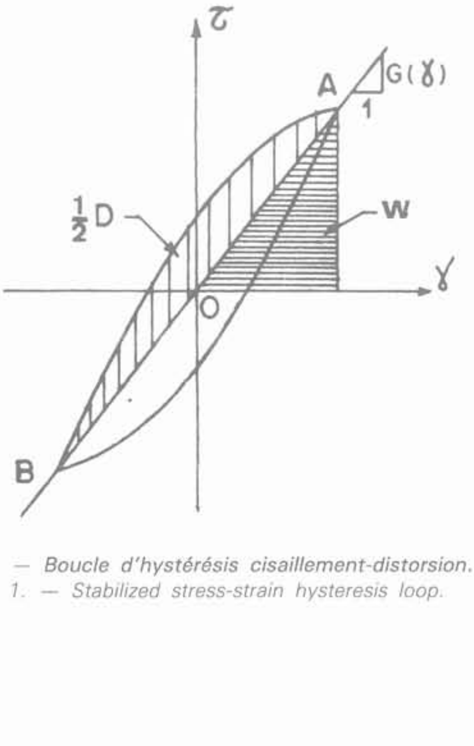


Fig. 1. — Boucle d'hystérésis cisaillement-distorsion.
Fig. 1. — Stabilized stress-strain hysteresis loop.

nue. Elle repose sur l'hypothèse d'une variation hyperbolique de

$\frac{G}{G_{max}}$ (et donc de $\frac{\eta}{\eta_{max}}$) en fonction de γ_m :

$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{1}{1 + \gamma_m/\gamma_r}$$

$$\frac{\eta}{\eta_{max}} = \frac{\gamma_m/\gamma_r}{1 + \gamma_m/\gamma_r}$$

γ_r est un paramètre de la modélisation appelé distorsion de référence. Il peut être défini expérimentalement comme le niveau de distorsion pour lequel

$G = \frac{1}{2} G_{max}$ et $\eta = \frac{1}{2} \eta_{max}$. Par la donnée des coefficients G_{max} ; η_{max} et γ_r, les caractéristiques $G(\gamma_m)$ et $\eta(\gamma_m)$ sont donc entièrement définies. Plusieurs méthodes de détermination in-situ de G_{max} sont disponibles. En revanche, il n'en est pas de même pour η_{max} et γ_r. L'objectif de ce travail est de montrer qu'un essai pressiométrique cyclique peut combler cette lacune.

3. RAPPEL DU PRINCIPE DE L'ÉQUIVALENCE

3.1. Matériau équivalent dans un essai homogène

Pour un matériau viscoélastique linéaire non vieillissant, la contrainte $\tau(t)$ est reliée à l'histoire de la déformation jusqu'à l'instant t, $(\gamma)^{t}_{-\infty}$, au moyen d'un produit de convolution au sens des distributions faisant intervenir la dérivée par rapport au temps de la fonction de relaxation μ du matériau :

$$\tau = \mu' * \gamma$$

Notant alors respectivement $M(\omega)$, $\hat{\tau}(\omega)$ et $\hat{\gamma}(\omega)$ les transformées de Fourier de μ', τ et γ, la relation précédente fournit :

$$\hat{\tau}(\omega) = M(\omega)\ \hat{\gamma}(\omega)$$

En particulier, pour une histoire harmonique de la déformation, du type $\gamma\ (t) = \gamma_m \cos(\omega_0 t)$, la réponse en contrainte est donnée par :

$$\tau(t) = \mathrm{Re}\ (\gamma_m M(\omega_0) e^{i\omega_0 t})$$

$M(\omega_0) \in \mathbb{C}$; il est appelé module complexe du matériau pour la pulsation ω_0. Cette expression de τ met en évidence un déphasage entre τ et γ, donné par :

$$\varphi = \mathrm{Arctg}\left\{\frac{\mathrm{Im}(M(\omega_0))}{\mathrm{Re}(M(\omega_0))}\right\}$$

Au cours d'un cycle de déformation harmonique d'amplitude γ_m à la pulsation ω_0, l'énergie dissipée $D_{vis}\ (\gamma_m,\omega_0)$ par le matériau viscoélastique est définie par l'intégrale :

$$D_{vis}\ (\gamma_m,\omega_0) = \int_0^{2\pi/\omega_0} \frac{d\gamma}{dt}\ \sigma(t)\ dt = \pi\ \mathrm{Im}\ (M(\omega_0))\ \gamma_m^2$$

A partir de la définition donnée précédemment pour $G(\gamma_m)$ et $\eta(\gamma_m)$, il est facile de voir que si un matériau viscoélastique vérifie :

$$\mathrm{Im}\ (M(\omega_0)) = G(\gamma_m)\eta(\gamma_m)$$

alors le matériau réel et le matériau viscoélastique dissiperont la même énergie sur un cycle de distorsion harmonique de pulsation ω_0 et d'amplitude γ_m. Géométriquement, cela signifie que l'aire de la boucle d'hystérésis réelle $D(\gamma_m)$ et celle de la boucle elliptique obtenue pour le matériau viscoélastique sont identiques. Pour cette raison, on dit qu'un tel matériau est équivalent au matériau réel. Cette équivalence repose donc sur l'identité des propriétés dissipatives des deux matériaux pour une expérience bien définie (pulsation ω_0, amplitude γ_m). Le matériau équivalent le plus classique est défini par son module complexe de la manière suivante :

$$M(\omega_0) = G(\gamma_m)\ \{1 + i\eta\ (\gamma_m)\}$$

La figure 2 représente un modèle rhéologique très simple équivalent au sol réel pour une sollicitation harmonique de pulsation ω_0 et d'amplitude γ_m. Son module complexe $M(\omega_0)$ est donné par la formule précédente.

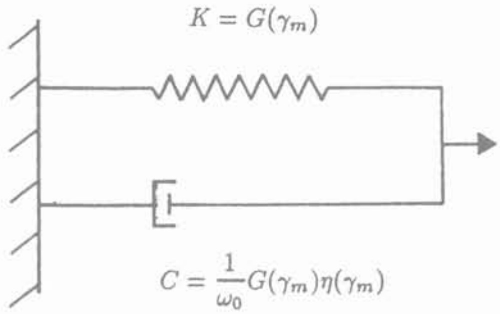


Fig. 2. — Modèle rhéologique de Kelvin-Voigt équivalent pour l'amplitude γ_m et de la pulsation ω_0.
Fig. 2. — The equivalent Kelvin-Voigt model for strain amplitude ω_m and frequency $\omega_0/2\pi$.

La quantité $|M(\omega_0)|$ fournit la pente du grand axe de l'ellipse représentant la relation $(\gamma(t),\tau(t))$ sur un cycle de chargement. Selon la définition précédente de $M(\omega_0)$, il vient :

$$|M(\omega_0)| = G\ \sqrt{1 + \eta^2}$$

Pour les valeurs usuelles de η, $|M(\omega_0)|/G$ est voisin de 1, ce qui signifie que les inclinaisons de la boucle elliptique et de la boucle effort-déformation du matériau réel sont égales au second ordre près. Outre l'équivalence des propriétés dissipatives, on dispose également d'une « équivalence approchée en raideur ». Ainsi, le modèle viscoélastique linéaire permet de reproduire deux paramètres essentiels dans la description de la relation effort-déformation du matériau réel.

3.2. Choix de l'expression du module complexe

Désignons par τ_m l'amplitude du cisaillement correspondant à un signal de distorsion d'amplitude γ_m, lorsque la boucle effort-déformation est stabilisée (voir fig. 1). Il est clair que, si l'on réalise un essai en imposant un signal de cisaillement d'amplitude τ_m, on obtiendra une réponse en distorsion d'amplitude γ_m. En effet, la relation $\tau_m(\gamma_m)$ entre les amplitudes du cisaillement et de la distorsion est indépendante du mode de pilotage de l'essai. Il en est de même de l'énergie D dissipée sur un cycle. Les caractéristiques G et η de la boucle d'hystérésis peuvent être données de façon équivalente en fonction de γ_m ou de τ_m. En revanche, pour le modèle viscoélastique défini par le module complexe G $(1 + i\eta)$, le mode de pilotage conditionne la réponse. Comme on l'a vu, si la sollicitation est définie par $\gamma(t) = \gamma_m \cos(\omega_0 t)$ la réponse en cisaillement est :

$$\tau(t) = \mathrm{Re}\,(\gamma_m M(\omega_0) e^{i\omega_0 t}) = \gamma_m G\sqrt{1 + \eta^2} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Par conséquence l'amplitude de la réponse en cisaillement est $\tau'_m = \tau_m\sqrt{1 + \eta^2}$. Et l'on a établi de plus que :

$$D_{vis}(\gamma_m, \omega_0) = D(\gamma_m)$$

Si la sollicitation est pilotée en contraintes par $\tau(t) = \tau_m \cos(\omega_0 t)$ alors :

$$\gamma(t) = \frac{\tau_m}{G\sqrt{1+\eta^2}} \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

Par conséquent, l'amplitude de la réponse en distorsion est $\gamma'_m = \gamma_m/\sqrt{1 + \eta^2}$. L'énergie dissipée par le modèle équivalent sur un cycle de la sollicitation pilotée en cisaillement est donc :

$$D_{vis}(\tau_m, \omega_0) = \frac{\pi G \eta \gamma^2_m}{1 + \eta^2} = \frac{D_{vis}(\gamma_m, \omega_0)}{1 + \eta^2}$$

Les propriétés dissipatives du modèle sont donc différentes sur deux expériences pour lesquelles la réponse du matériau réel est identique. Cela constitue une limite au concept d'équivalence énergétique, qui n'est assurée qu'au second ordre près, comme l'équivalence en raideur.

En réalité, cette difficulté est due au choix particulier du module complexe G $(1 + i\eta)$. D'autres choix sont naturellement possibles. Nous proposons ici une solution qui présente l'avantage de conduire à un matériau équivalent dont la réponse est indépendante du mode de pilotage.

Pour assurer l'équivalence énergétique dans un essai en déformation contrôlée d'amplitude γ_m de pulsation ω_0, il faut :

$$\mathrm{Im}\,(M(\omega_0)) = G(\gamma_m)\eta(\gamma_m)$$

Pour que l'inclinaison de la boucle elliptique soit identique à celle de la boucle réelle, il faut que :

$$|M(\omega_0)| = G(\gamma_m)$$

Par ces deux conditions, le module complexe $M(\omega_0)$ est entièrement défini. Le calcul donne :

$$M(\omega_0) = G(\sqrt{1 - \eta^2} + i\eta)$$

Pour le matériau équivalent défini de la sorte, les propriétés dissipatives et la raideur sont identiques à celles du matériau réel pour un cycle de cisaillement d'amplitude τ_m ou un cycle de distorsion d'amplitude γ_m. Dans la suite de notre étude, on utilisera cette définition du module complexe pour l'interprétation de l'essai pressiométrique cyclique.

3.3. Massif équivalent à un massif de sol réel

La notion de matériau équivalent peut être étendue au cas tridimensionnel. On considère tout d'abord la modélisation tridimensionnelle du matériau viscoélastique linéaire isotrope non vieillissant. Le tenseur des contraintes est relié à l'histoire $(\underline{\underline{\epsilon}})^{t}_{-\infty}$ du tenseur des déformations par la relation suivante, où $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ sont deux fonctions caractéristiques du matériau :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (\lambda' \circ \mathrm{tr}\underline{\underline{\epsilon}})\,\underline{\underline{I}} + 2\mu' \circ \underline{\underline{\epsilon}}$$

Si le matériau répond élastiquement à une sollicitation non déviatorique, il existe un coefficient de compressibilité scalaire K défini par la relation suivante :

$$3\lambda' + 2\mu' = 3K\delta_0$$

La loi de comportement peut alors être réécrite sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = K(\mathrm{tr}\underline{\underline{\epsilon}})\,\underline{\underline{I}} + 2\mu' \circ \underline{\underline{e}}$$

$\underline{\underline{e}}$ constituant la partie déviatorique du tenseur $\underline{\underline{\epsilon}}$ des déformations.

Lorsqu'un massif constitué d'un tel matériau est soumis à une sollicitation sinusoïdale, c'est-à-dire donnée par des conditions aux limites fonctions sinusoïdales du temps (pulsation ω_0), la réponse en déformations et en contraintes est elle-même sinusoïdale en tout point. Cette observation permet de fonder le calcul viscoélastique équivalent de la réponse du massif réel à cette sollicitation. Le procédé repose sur les deux hypothèses suivantes :

— la propriété de réponse sinusoïdale à une sollicitation sinusoïdale, vraie pour un matériau viscoélastique, est adoptée pour le matériau modélisant le sol réel. On peut donc définir en chaque point P l'amplitude $\gamma_{oct}(P)$ des variations dans le temps de la quantité

$$\sqrt{2}\,(e_{ij}e_{ij})^{1/2}\,;$$

— en un point P du massif soumis à une sollicitation sinusoïdale, on adopte la relation entre contraintes et déformations valable pour un matériau viscoélastique de compressibilité volumique K, équivalent au sol réel pour la pulsation ω_0 et l'amplitude $\gamma_{oct}(P)$ tel que ce concept a été défini précédemment :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = K(\mathrm{tr}\underline{\underline{\epsilon}})\,\underline{\underline{I}} + 2\mu'_p \circ \underline{\underline{e}}$$

où μ_p représente la fonction de relaxation du matériau équivalent au sol réel pour le point P. Puisque $\underline{\underline{e}}$ est en chaque point P du massif une fonction sinusoïdale du temps de pulsation ω_0, la donnée de $M_p(\omega_0)$ constitue l'unique information nécessaire sur μ_p. $M_p(\omega_0)$ est relié à γ_{oct} (P) par :

$$\mathrm{Re}\ (M_p(\omega_0)) = G\ (\gamma_{oct}(P))\ \sqrt{1 - \eta^2\ (\gamma_{oct}(P))}$$

$$\mathrm{Im}\ (M_p(\omega_0)) = G\ (\gamma_{oct}(P))\eta(\gamma_{oct}(P))$$

Lorsque l'on considère l'ensemble du massif, on constate que ce procédé définit un matériau équivalent hétérogène, en raison des variations dans l'espace de la quantité γ_{oct}. Plus précisément, les non linéarités du matériau, responsables des variations dans l'espace de G et η, sont prises en compte par cette hétérogénéité du matériau équivalent. Ce dernier doit être déterminé numériquement par itérations afin d'ajuster en tout point P la valeur de $M_p(\omega_0)$ au niveau de distorsion calculé au point P.

L'objet de ce travail n'est pas d'examiner la validité de la méthode viscoélastique équivalente. Ce point a été étudié par MARTIN (1975). Il est clair qu'il s'agit davantage d'une technique de calcul que d'une modélisation du comportement, dans la mesure où la notion d'équivalence est étroitement liée au type de sollicitation étudiée. Cependant, tout en restant conscient de son caractère approximatif et de ses limites, il faut souligner le « bon sens » physique de cette approche. Elle consiste en fait à admettre que chaque élément de sol constituant le massif s'accomode à la sollicitation et à remplacer la boucle cisaillement-distorsion réelle, spécifique du point considéré, par une boucle elliptique de mêmes aire et pente en prenant en compte l'effet du niveau de distorsion sur ces deux paramètres. On parvient ainsi à introduire simplement la non linéarité du comportement dans l'évaluation de la réponse du massif.

Le traitement numérique du problème pressiométrique proposé dans la suite constitue une application et une illustration de cette technique de calcul.

4. L'ESSAI PROPOSÉ, LE PRINCIPE DE SON EXPLOITATION

A partir de l'état initial d'équilibre après forage, l'essai étudié consiste à faire varier de manière sinusoïdale le volume V_s de la sonde. $V_{s,0}$ désignant le volume initial et ΔV l'amplitude des variations, l'essai est défini par la donnée de $V_s(t)$:

$$V_s(t) = V_{s,0} + \Delta V \sin(\omega_0 t)$$

Pour une amplitude non trop élevée des variations de volume de la sonde, on peut admettre que les champs de déplacements et de contraintes dans le massif de sol entourant la sonde deviennent périodiques après quelques cycles. En particulier, la pression de la sonde calibrée p(t) et les variations de volume $V_s(t)$ sont également périodiques. La pression p(t) constitue la grandeur duale de la donnée $V_s(t)$ et représente l'élément mesurable dans la réponse du massif à la sollicitation pres-

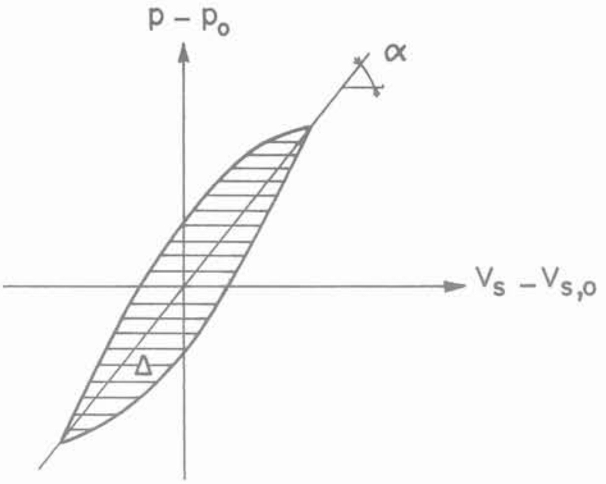


Fig. 3. — Définition géométrique de α et Δ.
Fig. 3. — Definition of α and Δ.

siométrique. L'exploitation de l'essai repose sur l'analogie de la boucle $p(V_s)$ avec une boucle effort-déformation $\tau(\gamma)$. De cette dernière, on tire classiquement une pente moyenne définissant le module sécant et une aire quantifiant les propriétés dissipatives du matériau. De même, il est possible de mesurer expérimentalement la pente α et l'aire Δ de la boucle $p(V_s)$, représentée sur la figure 3.

En admettant la validité des relations de HARDIN et DRNEVICH donnant G et η en fonction de γ le matériau réel est entièrement caractérisé par la donnée de K, coefficient de compressibilité volumique, de G_{max}, η_{max} et γ_r. Pour un jeu de caractéristiques du sol, c'est-à-dire le quadruplet (K, G_{max}, η_{max}, γ_r) noté symboliquement C, il est possible d'évaluer la réponse à la sollicitation pressiométrique du matériau équivalent. Il en résulte une détermination théorique de α et Δ en fonction du paramètre ΔV de la sollicitation et de C. On obtient alors un système de 2 équations :

$$\alpha_{exp} = \alpha_{th}(\Delta V, C)$$
$$\Delta_{exp} = \Delta_{th}(\Delta V, C)$$

Si K est un paramètre connu, et si de plus G_{max} a été déterminé in-situ, par exemple par des mesures de vitesses de propagation d'ondes de cisaillement, seuls η_{max} et γ_r restent encore à identifier. Par un essai pressiométrique, on dispose des deux équations précédentes, pour les 2 inconnues. Le problème est donc théoriquement résolu. L'essai en question achève de caractériser complétement in-situ les coefficients dans le modèle hyperbolique de HARDIN et DRNEVICH. La mise en œuvre pratique de ce procédé d'identification de paramètres est relativement simple. Elle sera détaillée dans la suite.

Dans le cas où K et G_{max} sont également des inconnues la réalisation d'un essai pressiométrique supplémentaire, c'est-à-dire pour une nouvelle valeur de ΔV fournit en principe 2 nouvelles équations. On dispose maintenant du système :

$$\alpha^1_{exp} = \alpha_{th}(\Delta V_1, C)$$
$$\alpha^2_{exp} = \alpha_{th}(\Delta V_2, C)$$
$$\Delta^1_{exp} = \Delta_{th}(\Delta V_1, C)$$
$$\Delta^2_{exp} = \Delta_{th}(\Delta V_2, C)$$

les indices 1 et 2 correspondant au numéro de l'essai. A priori, ces quatre équations devraient permettre d'identifier les 4 inconnues du quadruplet C. Cependant, la mise en œuvre pratique d'une résolution numérique est ici plus complexe que dans le cas précédent et n'a pas été réalisée.

En raison de la périodicité après quelques cycles des contraintes et des déplacements en tout point du sol, le travail des forces de pesanteur, comme celui des efforts à la surface du sol est nul sur un cycle de sollicitation. Le travail des forces extérieures sur un cycle se réduit donc à celui de la pression de cavité. En admettant que cette pression est uniformément répartie sur la surface de la sonde, ce travail n'est autre que Δ, aire de la boucle $p(V_s)$. En effet, on a par définition de l'aire :

$$\Delta = \int_T^{T+2\pi/\omega_0} p(t) \frac{dV_s}{dt} dt$$

Δ est donc égal au travail de déformation, c'est-à-dire à l'énergie dissipée dans le massif au cours d'un cycle. Le sens physique de Δ provient donc d'une interprétation énergétique de l'essai. Quant à celui de α, pente de la boucle pression-volume, il sera relié dans la suite aux caractéristiques de raideur du matériau réel. La suite de ce travail est consacrée à la détermination numérique des quantités α_{th} et Δ_{th} en fonction de ΔV et C.

5. INTERPRÉTATION DE L'ESSAI PRESSIOMÉTRIQUE

5.1. Cadre des hypothèses

Pour la modélisation de l'essai d'expansion pressiométrique, on formule classiquement l'hypothèse de déformations planes : $\epsilon_z = 0$, z désignant la direction verticale pour le sol en place. L'élancement de la sonde, c'est-à-dire le rapport entre sa hauteur et son diamètre étant fini, il s'agit d'une approximation. La validité en a été examinée par NAHRA et FRANK (1986). Cette hypothèse est utilisée dans les calculs qui suivent.

On admet que le chargement préalable, qui inclut en particulier les forces volumiques de pesanteur, et le chargement pressiométrique cyclique se superposent linéairement. Les tenseurs de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et de déformation $\underline{\underline{\epsilon}}$ utilisés dans la suite correspondent à la sollicitation pressiométrique pour un milieu non pesant. Toutefois, il est clair que les paramètres du modèle utilisé dépendent du niveau de consolidation.

Les deux hypothèses précédentes consistent en fait à se ramener au cas d'un milieu infini non pesant et d'une cavité pressiométrique de dimension infinie sur laquelle les efforts seraient répartis uniformément. Les paramètres viscoélastiques pour ce problème idéalisé sont donnés par ceux du milieu équivalent sous la contrainte moyenne correspondant à la profondeur de la sonde. Par conséquent, le problème a une symétrie de révolution autour de l'axe O_z de la cavité et toutes les grandeurs mises au jeu sont invariantes par translation le long de cet axe. On utilise les coordonnées cylindriques (r, θ, z). En tout point, les directions radiale et orthoradiale ainsi que la direction parallèle à la cavité sont principales pour les tenseurs $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\epsilon}}$. Le champ de déplacements $\underline{U}$ (M,t) est radial. On notera :

$$\underline{U}(M,t) = u(r,t)\, \underline{e}_r$$

Le chargement est effectué dans des conditions quasistatiques (basse fréquence), en sorte qu'il est possible de négliger les termes d'inertie des équations d'équilibre. Enfin, comme l'exige l'esprit de la méthode du milieu linéaire équivalent, on reste dans le domaine des petites déformations.

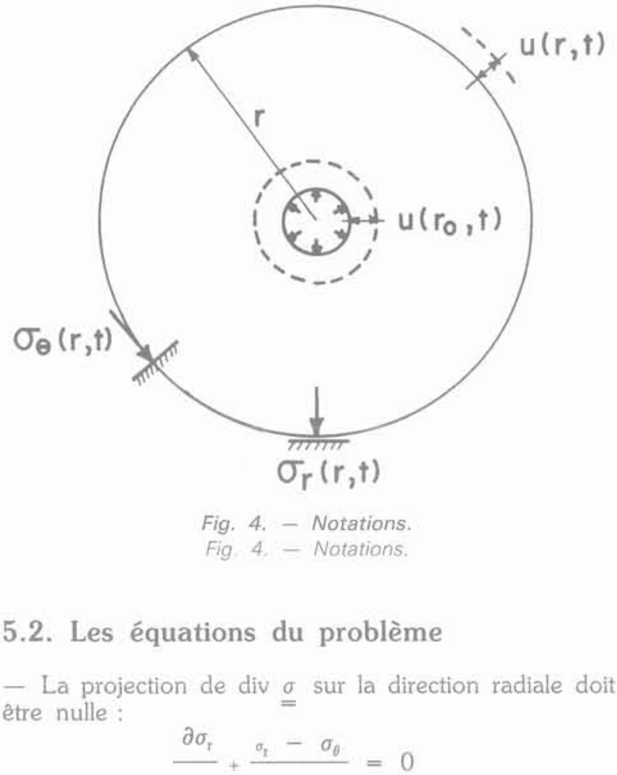


Fig. 4. — Notations.
Fig. 4. — Notations.

5.2. Les équations du problème

— La projection de div $\underline{\underline{\sigma}}$ sur la direction radiale doit être nulle :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Les deux autres projections respectivement sur les directions verticale et orthoradiale sont nécessairement nulles en raison des symétries du problème.

— Les conditions aux limites sont données en déplacements. En désignant par r_0 le rayon initial de la cavité :

$$u(r,t) = u_0 \cos(\omega_0 t)$$
$$\lim_{r \to \infty} u(r,t) = 0$$

Dans la résolution qui est présentée dans la suite, on a pris en compte une donnée en déplacements purement sinusoïdale, afin d'éviter la présence d'un terme transitoire dans la solution. En effet, seul le régime permanent dans la réponse du matériau équivalent revêt un sens physique clair par rapport à celle du matériau réel.

— La loi de comportement s'exprime sous la forme introduite précédemment par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = K(\mathrm{tr}\underline{\underline{\epsilon}})\,\underline{\underline{I}} + 2\mu' * \underline{\underline{e}}$$

— En raison des symétries, ϵ_r et ϵ_θ sont les seuls coefficients non nuls de $\underline{\underline{\epsilon}}$; ils sont reliés à u par :

$$\epsilon_\epsilon = \frac{\partial_u}{\partial r} \qquad \epsilon_\theta = \frac{u}{r}$$

5.3. Le problème posé en déplacements

La loi de comportement fournit σ_r et σ_θ en fonction de ϵ_r et ϵ_θ :

$$\sigma_r = K(\epsilon_r + \epsilon_\theta) + \frac{2}{3}\mu' * (2\epsilon_r - \epsilon_\theta)$$

$$\sigma_\theta = K(\epsilon_r + \epsilon_\theta) + \frac{2}{3}\mu' * (2\epsilon_\theta - \epsilon_r)$$

En utilisant ces relations dans l'équation d'équilibre on obtient une équation différentielle en u :

$$(3K\delta_0 + 4\,u') * \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1\partial u}{r\partial r} - \frac{u}{r^2}\right)$$

$$+ 2\,\frac{\partial u'}{\partial_r} * \left(2\,\frac{\partial u}{\partial_r} - \frac{u}{r}\right) = 0$$

δ_0 représentant classiquement la distribution de Dirac centrée en 0.

Cette équation fait apparaître une dérivée de u' par rapport à r, qui exprime l'hétérogénéité du milieu équivalent. Cela provient de ce que les paramètres du matériau viscoélastique équivalent dépendent, comme on l'a rappelé, du niveau de distorsion cyclique γ_{oct}, et que celui-ci dépend de la distance à la cavité. L'équation précédente jointe aux conditions aux limites à vérifier par u, définissent complétement le problème en déplacements.

A partir du problème dont u est solution, on obtient par transformée de Fourier un problème équivalent dont û, transformée de Fourier de u par rapport au temps t, est solution. On a donc :

$$\hat{u}(r,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u\,(r,t)\;e^{-i\omega t}\,dt$$

et û satisfait les équations suivantes :

$$\hat{u}\,(r_o,\omega) = \pi u_0\,[\delta_{\omega_0} + \delta_{-\omega_0}]$$

$$\lim_{r\to\infty} \hat{u}\,(r,\omega) = 0$$

$$(3K + 4M(\omega))\left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} + \frac{1\partial\hat{u}}{r\partial r} - \frac{\hat{u}}{r^2}\right)$$

$$+ 2\,\frac{\partial M}{\partial_r}(\omega)\left(2\,\frac{\partial\hat{u}}{\partial_r} - \frac{\hat{u}}{r}\right) = 0$$

où M(ω) représente la transformée de Fourier par rapport au temps de μ'.

On recherche a priori une expression de u (r,t) harmonique pour toute valeur du rayon, c'est-à-dire :

$$u(r,t) = \mathrm{Re}\,(U(r)e^{i\omega_0 t}$$

où U(r) est un nombre complexe, qui représente l'amplitude complexe du déplacement radial u (r,t) au rayon r. En notant classiquement $\overline{U(r)}$ le nombre complexe conjugué de U(r) on vérifie facilement que :

$$\hat{u}(r,\omega) = \pi(U(r)\delta_{\omega_0} + \overline{U(r)}\;\delta_{-\omega_0}$$

En introduisant cette dernière expression dans le problème différentiel à vérifier par û, on obtient un problème différentiel à vérifier par U, qui lui est équivalent :

$$U(r_0) = u_0$$

$$\lim_{r\to\infty} U\,(r) = 0$$

$$(3K + 4M(\omega_0))\left\{\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1dU}{rdr} - \frac{U}{r^2}\right\}$$

$$+ 2\,\frac{\partial M}{\partial_r}(\omega_0)\left\{2\,\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r}\right\} = 0$$

$$(3K + 4M\,(-\omega_0))\left\{\frac{d^2\bar{U}}{dr^2} + \frac{1d\bar{U}}{rdr} - \frac{\bar{U}}{r^2}\right\}$$

$$+ 2\,\frac{\partial M}{\partial_r}(-\omega_0)\left\{2\,\frac{d\bar{U}}{dr} - \frac{\bar{U}}{r}\right\} = 0$$

En observant que $M(\omega_0)$ et $M(-\omega_0)$ sont deux complexes conjugués, on constate que les deux dernières équations sont elles-mêmes conjuguées l'une de l'autre et donc sont équivalentes. En introduisant les deux opérateurs différentiels A et B définis par :

$$Ax = \frac{d^2x}{dr^2} + \frac{1dx}{rdr} - \frac{x}{r^2}$$

$$Bx = 2\,\frac{dx}{dr} - \frac{x}{r}$$

une forme plus compacte des équations à vérifier par U peut être donnée :

$$U(r_0) = u_0$$

$$\lim_{r\to\infty} U\,(r) = 0$$

$$(3K + 4M\,(\omega_0))\,AU + 2\,\frac{\partial M}{\partial r}\,BU = 0$$

Finalement, $u(r,t) = \mathrm{Re}(U(r)e^{i\omega_0 t})$ sera solution du problème posé en déplacements si et seulement si U est lui-même solution des trois équations précédentes.

5.4. Résolution numérique du problème différentiel en U

On désigne respectivement par a et b les parties réelle et imaginaire de U. On pose de plus :

$$y(U) = y_r(U) + iy_c(U) = \frac{2}{3K+4M(\omega_0)} \frac{\partial M}{\partial r} ; y_r, y_c \in \mathbb{R}$$

y est effectivement fonction de U par l'intermédiaire de M qui dépend du niveau de distorsion cyclique. Le problème différentiel en U peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} Aa + y^r(a,b)\,Ba - y_c(a,b)\,Bb &= 0 \\ Ab + y_c(a,b)\,Ba + y_r(a,b)\,Bb &= 0 \\ a(r_0) = u_0 \quad b(r_0) &= 0 \\ \lim_{r\to\infty} a = \lim_{r\to\infty} b &= 0 \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'un problème différentiel non linéaire dans lequel apparaît un couplage entre les parties réelle et imaginaire de U. Le couplage et la non linéarité sont traités numériquement par itération de l'algorithme suivant :

a. la solution du problème élastique homogène isotrope fournit la première estimation, notée U_0, de U. On a donc :

$$U_0(r) = u_0 \frac{r_0}{r}$$

b. les termes successifs $U_k(r) = a_k(r) + ib_k(r)$ sont calculés pour $k > 1$ en inversant l'opérateur A dans les relations suivantes :

$$Aa_k + y_r(a_{k-1}, b_{k-1})\,Ba_{k-1} - y_c(a_{k-1}, b_{k-1})\,Bb_{k-1} = 0$$

$$a_k(r_0) = u_0 \quad \lim_{r\to\infty} a_k(r) = 0$$

et

$$Ab_k + y_c(a_{k-1}, b_{k-1})\,Ba_{k-1} + y_r(a_{k-1}, b_{k-1})\,Bb_{k-1} = 0$$

$$b_k(r_0) = 0 \quad \lim_{r\to\infty} b_k(r) = 0$$

où le couplage entre a et b et la non linéarité ont été éliminés. La convergence de la suite (U_k) est obtenue rapidement (une dizaine d'itérations).

5.5. Calcul des contraintes

Une fois la solution en déplacements déterminée, les déformations correspondantes sont obtenues par dérivation. Les contraintes sont alors évaluées en utilisant la loi de comportement. On introduit $\Sigma_r(r)$ qui sont les amplitudes complexes de $\sigma_r(r,t)$ et $\sigma_\theta r,t)$, respectivement. On a donc :

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= \mathrm{Re}\,(\Sigma r(r) e^{i\omega_0 t}) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \mathrm{Re}\,(\Sigma_\theta r) e^{i\omega_0 t}) \end{aligned}$$

Il est utile de séparer Σ_r et Σ_θ selon leurs parties réelle et imaginaire :

$$\Sigma_r = \Sigma_r^r + \Sigma_r^e$$

$$\Sigma_\theta = \Sigma_\theta^r + \Sigma_\theta^e$$

Avec ces notations, $\sigma_r(r,t)$ et $\sigma_\theta(r,t)$ valent respectivement :

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t)(r) &= \Sigma_r^r(r)\cos(\omega_0 t) - \Sigma_r^e(r)\sin(\omega_0 t) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \Sigma_\theta^r(r)\cos(\omega_0 t) - \Sigma_\theta^e(r)\sin(\omega_0 t) \end{aligned}$$

Les transformées de Fourier $\hat{\sigma}_r$ et $\hat{\sigma}_\theta$ de σ_r et σ_θ par rapport au temps sont reliées à û par :

$$\hat{\sigma}_r(\omega) = K\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{\hat{u}}{r}\right) + \frac{2}{3} M(\omega) \left(2\frac{\partial \hat{u}}{\partial r} - \frac{\hat{u}}{r}\right)$$

$$\hat{\sigma}_\theta(\omega) = K\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{\hat{u}}{r}\right) + \frac{2}{3} M(\omega) \left(2\frac{\hat{u}}{r} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial r}\right)$$

Il en résulte les relations suivantes entre amplitudes des complexes :

$$\Sigma_r = K\left(\frac{dU}{dr} + \frac{U}{r}\right) + \frac{2}{3} M(\omega_0) \left(2\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r}\right)$$

$$\Sigma_\theta = K\left(\frac{dU}{dr} + \frac{U}{r}\right) + \frac{2}{3} M(\omega_0) \left(2\frac{U}{r} - \frac{dU}{dr}\right)$$

La donnée de $\Sigma_r^r\ \Sigma_r^e\ \Sigma_\theta^r\ \Sigma_\theta^c$ achève de résoudre le problème en contraintes :

$$\Sigma_r^r = \left(K + \frac{4}{3}M^r\right)\frac{da}{dr} + \left(K - \frac{2}{3}M^r\right)\frac{a}{r} - \frac{4}{3}M^c\frac{db}{dr} + \frac{2}{3}M^c\frac{b}{r}$$

$$\Sigma_r^c = \frac{4}{3}M^c\frac{da}{dr} - \frac{2}{3}M^c\frac{a}{r} + \left(K + \frac{4}{3}M^r\right)\frac{db}{dr} + \left(K - \frac{2}{3}M^r\right)\frac{b}{r}$$

$$\Sigma_\theta^r = \left(K - \frac{2}{3}M^r\right)\frac{da}{dr} + \left(K + \frac{4}{3}M^r\right)\frac{a}{r} + \frac{2}{3}M^c\frac{db}{dr} - \frac{4}{3}M^c\frac{b}{r}$$

$$\Sigma_\theta^c = -\frac{2}{3}M^c\frac{da}{dr} + \frac{4}{3}M^c\frac{a}{r} + \left(K - \frac{2}{3}M^r\right)\frac{db}{dr} + \left(K + \frac{4}{3}M^r\right)\frac{b}{r}$$

où M^r et M^c désignent respectivement les parties réelle et imaginaire de $M(\omega_0)$. Si l'on suit la définition traditionnelle du module complexe, on prendra :

$$\begin{aligned} M^r &= G(\gamma_{oct}) \\ M^c &= G(\gamma_{oct})\eta(\gamma_{oct}) \end{aligned}$$

En revanche, si l'on adopte la nouvelle définition introduite précédemment, on utilisera :

$$M^r = G\,(\gamma_{oct})\,\sqrt{1 - \eta^2(\gamma_{oct})}$$
$$M_c = G\,(\gamma_{oct})\,\eta(\gamma_{oct})$$

L'existence d'une partie imaginaire non nulle dans les modules complexes U, Σ_r et Σ_θ exprime physiquement un déphasage des grandeurs correspondantes, c'est-à-dire $u(r,t)$, $\sigma_r(r,t)$ et $\sigma_\theta(r,t)$ par rapport à la sollicitation, définie par $u(r_o,T)$.

5.6. Interprétation énergétique de l'essai

On note comme précédemment S l'aire de la paroi sur laquelle s'exerce la pression de la sonde. Par définition, l'énergie Δ dissipée au cours d'un cycle est donnée par l'intégrale :

$$\Delta = \int_0^{2\pi/\omega_0} dt \left(\int_s (\underline{\underline{\sigma}}.\underline{n}).\underline{V}\ dS\right)$$

où $\underline{n}$ représente la normale à la paroi (orientée vers le centre de la cavité) et $\underline{V}$ la vitesse de la paroi. Δ n'est autre que le travail sur un cycle de forces extérieures, c'est-à-dire de la pression de cavité.

Observant que :

$$\underline{V} = \frac{\partial u}{\partial t}(r_0,t)\ \underline{e}_r$$

Δ peut être réécrite de la manière suivante :

$$\Delta = -\int_0^{2\pi/\omega_0} dt \left(\int_s \sigma_r\,(r_0,t)\,\frac{\partial u}{\partial t}(r_0,t)dS\right)$$
$$= -S\left(\int_0^{2\pi/\omega_0} \sigma_r(r_0,t)\,\frac{\partial u}{\partial t}(r_0,t)dt\right)$$

conformément aux hypothèses de symétrie de révolution et d'invariance par translation selon O_z. La fonction $u(r_0,t)$ est une donnée du problème. $\sigma_r(r_0,t)$ peut être calculée à partir de $\Sigma_r(r_0)$:

$$\sigma_r(r_0,t) = \Sigma_r^r\,(r_0)\,\cos\,(\omega_0 t) - \Sigma_r^e\,(r_0)\,\sin\,(\omega_0 t)$$

En utilisant cette expression dans l'intégrale précédente, il vient :

$$\Delta = -\,2\pi V_{s.0}\,\Gamma_0\,\Sigma_r^e(r_0)$$

où $V_{s.0}$ représente le volume occupé par la sonde pressiométrique et où Γ_0 définit une déformation caractéristique de l'essai :

$$\Gamma_0 = \frac{u_0}{r_0}$$

Il s'agit de la déformation radiale mobilisée au niveau de la cavité dans un matériau élastique homogène isotrope pour le déplacement maximal u_0 de la paroi.

Il est intéressant de normaliser Δ par l'énergie élastique E^{el} emmagasinée sur un quart de cycle par un sol élastique homogène isotrope de module de cisaillement $G = G_{max}$:

$$E^{el} = -\,S\left(\int_{3\pi/2\omega_0}^{2\pi/\omega_0} \sigma_r^{el}(r_0,t)\,\frac{\partial u}{\partial t}(r_0,t)\ dt\right)$$

L'intervalle $\left[\frac{3\pi}{2\omega_0},\frac{2\pi}{\omega_0}\right]$ correspond à une phase de croissance de $u(r_0,t)$ de 0 jusqu'à u_0. Pour un tel matériau, on connaît analytiquement les champs de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}^{el}$ et de déplacements correspondants au chargement pressiométrique. On a :

$$u(r,t) = u\,(r_0,t)\,\frac{r_0}{r}$$

$$\sigma_r^{el}(r_0,t) = 2\,G_{max}\,\epsilon_r\,(r_0,t) = -\,2\,G_{max}\,\Gamma_0\,\cos\,(\omega_0 t)$$

Le calcul de l'intégrale donnant la valeur de E^{el} est donc immédiat. On trouve :

$$E^{el} = 2V_{s.0}\,G_{max}\,\Gamma_0^{\,2}$$

En s'inspirant de la définition traditionnelle du coefficient de perte η, on peut définir un coefficient de perte χ de l'essai à partir de Δ et E^{el} :

$$\chi = \frac{\Delta}{2\pi E^{el}}$$

il vient :

$$\chi = \frac{|\Sigma_r^c\,(r_0)|}{\begin{array}{c}2\\ G_{max}\Gamma_0\end{array}}$$

On remarquera que $2\,G_{max}\,\Gamma_0$ n'est autre que la contrainte radiale au niveau de la paroi (pression de la sonde calibrée) mobilisée dans le matériau élastique de référence ($G = G_{max}$) pour le déplacement maximal de la paroi. Cette pression de référence sera désormais notée p^*. On a :

$$\chi = \frac{|\Sigma_r^c(r_0)|}{p^*}$$

5.7. Pente de la boucle d'hystérésis pression-volume

Pour le matériau équivalent, l'équation de la boucle pression-volume est paramétrée par le temps :

$$V_s(t) = V_{s.0} + Su(r_0,t)$$
$$p(t) = \sigma_r\,(r_0,t) = |\Sigma r(r_0)|\,\cos\,(\omega_0 t + \varphi)$$

où

$$\varphi = \text{Arctg}\left\{\frac{\Sigma_r^c\,(r_0)}{\Sigma_r^r\,(r_0)}\right\}$$

Il est facile de vérifier que la boucle $(\Delta V(t),\ p(t))$ est une ellipse dont la pente du grand axe vaut :

$$tg\alpha = \frac{|\Sigma_r(r_0)|}{u_0 S}$$

Dans le cas d'un matériau purement élastique linéaire homogène et isotrope, dont le module de cisaillement vaut G =

G_{max}, la boucle se réduit à un segment dont la pente dans le plan (ΔV,p) vaut :

$$\mathrm{tg}\alpha^{el} = \frac{p^*}{u_0 S}$$

En normalisant la pente obtenue pour le matériau viscoélastique équivalent par celle correspondant au matériau élastique, on introduit le rapport R :

$$R = \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\alpha^{el}} = \frac{|\Sigma_r\ (r_0)|}{p^*}$$

5.8. Relation entre R et η_{max}

Puisque le coefficient R_{exp} représente la pente normalisée de la boucle réelle pression-volume, ce scalaire fournit une information intégrant les propriétés de raideur du matériau soumis à des niveaux de distorsion différents, mais n'est vraisemblablement pas affecté par ses propriétés dissipatives. On s'attend donc a priori à ce que sa valeur soit indépendante du coefficient de perte η_{max}.

Avec la définition $M = G(\sqrt{1 - \eta^2} + i\eta)$ la figure 5 représente la fonction $R_{th}(\gamma_r)$ pour les 4 valeurs de η_{max} = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4. On obtient une courbe unique, ce qui exprime l'indépendance R_{th} par rapport à η_{max} et confirme le résultat escompté.

5.9. Relation entre χ et η_{max}

Par définition, χ représente l'énergie dissipée sur un cycle, normalisée par une énergie élastique de référence. L'énergie dissipée par l'élément de volume unité soumis à un cycle de distorsion d'amplitude γ_m étant $\pi G \eta \gamma_m^2$, elle est proportionnelle au paramètre η_{max}. A priori, cette priorité ne peut pas être généralisée à l'énergie dissipée dans tout le massif, en raison de la dépendance du champ de distorsion $\gamma(r) = |\Gamma U(r)|$ par rapport à η_{max}.

Cependant, pour les valeurs usuelles de K, G_{max}, η_{max} et γ_r on constate que a (r) = Re(U(r)) varie très faiblement en fonction de η_{max} et qu'il y a proportionnalité de b(r) = Im(U(r)) par rapport à η_{max}. De plus, $b(r)/a(r) \ll 1$. En conséquence, la dépendance de $\gamma(r)$ par rapport à η_{max} peut être négligée et l'on peut s'attendre à ce que χ soit proportionnelle à η_{max}. Plus précisément, on sait que χ vaut $|\Sigma_r^c(r_0)|/p^*$ et que

$$\Sigma_r^c = \frac{1}{3}\left\{(K - 2M^c)\frac{b}{r} + (K + 4M^r)\frac{db}{dr} - 2M^c\frac{a}{r} + 4M^c\frac{da}{dr}\right\}$$

Pour $r = r_0$, $M^r/K \ll 1$. Il en résulte que $\Sigma_r^c(r_0)$ est proportionnel à η_{max}. Il est donc plus commode de représenter, non pas χ, mais χ/η_{max} en fonction de γ_r.

La figure 6 donne la représentation graphique de χ/η_{max} en fonction de γ_r pour les 4 valeurs précédentes de η_{max}. L'unicité de la courbe obtenue confirme la propriété annoncée.

5.10. Méthode pratique d'exploitation d'un essai pressiométrique cyclique

Après avoir réalisé un essai pressiométrique cyclique, caractérisé par un rayon de forage r_0 et une amplitude u_0 des déplacements de la paroi, l'exploitation de la boucle pressiométrique fournit les valeurs expérimentales R_{exp} et χ_{exp} de R et χ. On observera que la détermination de ces deux paramètres nécessite la donnée G_{max}. Il s'agit maintenant d'en déduire η_{max} et γ_r.

Pour y parvenir, la méthode pratique repose sur la construction des fonctions $R(\gamma_r)$ et χ_{max} (γ_r) à déterminer numériquement pour les valeurs appropriées de u_0, r_0, K et G_{max}. Elle utilise en particulier que ces deux fonctions sont indépendantes de η_{max}.

Partant de la valeur expérimentale R_{exp}, on détermine en premier lieu la distorsion caractéristique γ_r^* du matériau au moyen de la figure 7a. En utilisant alors la figure

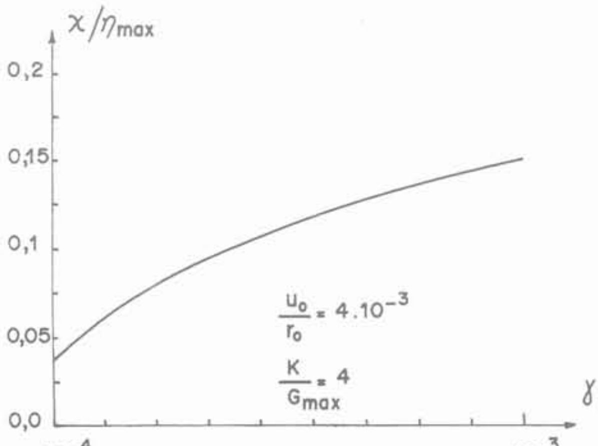


Fig. 5. — Relation entre R et γ_r pour 4 valeurs de η_{max}.
Fig. 5. — Relationship between R and γ_r for 4 values of η_{max}.

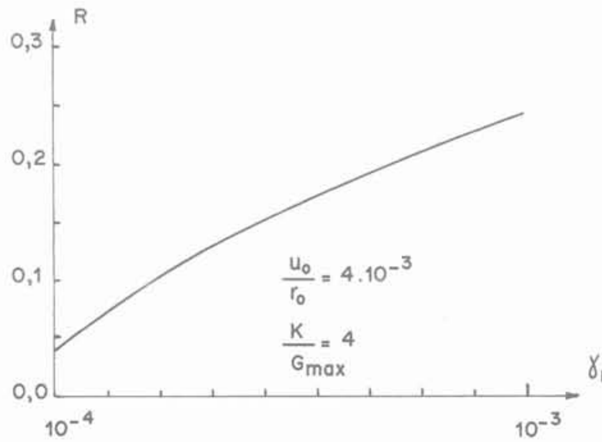


Fig. 6. — Relation entre χ/η_{max} et γ_r pour 4 valeurs de η_{max}.
Fig. 6. — Relationship between χ/η_{max} and γ_r for 4 values of η_{max}.

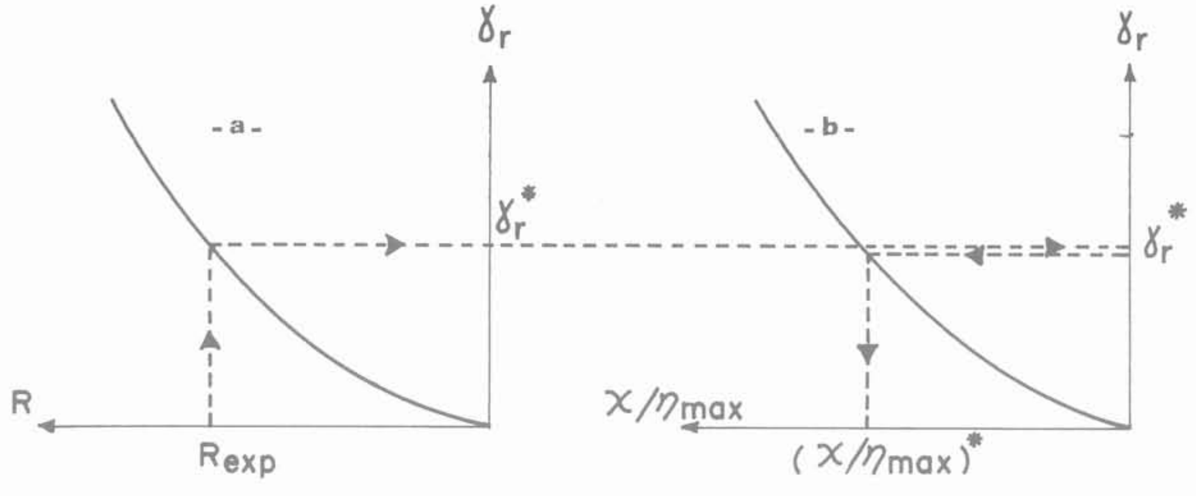


Fig. 7. — Méthode graphique de déterminaison de η^*_{max} et γ_r^*.
Fig. 7. — Graphical method for the determination of η^*_{max} and γ^*_r.

7b, la quantité $(\chi/\eta_{max})^*$ en résulte. Le coefficient de perte maximal du matériau η^*_{max} est alors donnée par la relation :

$$\eta^*_{max} = \frac{\chi_{exp}}{(\chi/\eta_{max})^*}$$

Les paramètres du modèle de HARDIN et DRNEVICH sont donc identifiés.

6. CONCLUSION

L'interprétation d'un essai pressiométrique cyclique à l'aide de la méthode viscoélastique équivalente a permis de mettre au point un procédé d'exploitation pratique des résultats expérimentaux.

En déterminant l'aire et la pente moyenne de la boucle pressiométrique expérimentale, les caractéristiques η_{max} et γ_r du modèle hyperbolique de HARDIN et DRNEVICH peuvent être déterminées, sous réserve que le module de cisaillement maximal G_{max} et le module de compressibilité volumique K soient connus. Ainsi, en associant l'essai pressiométrique cyclique à un essai in-situ de mesure de G_{max}, il est en théorie possible de déterminer complètement in-situ les paramètres nécessaires à la modélisation viscoélastique équivalente.

Pour l'avenir, l'existence d'une méthode d'interprétation de l'essai pressiométrique cyclique permet d'envisager et motive l'emploi du pressiomètre pour l'acquisition des paramètres dynamiques du sol. Cependant, l'amplitude de la distorsion cyclique devant rester limitée pour qu'une boucle pressiométrique stabilisée puisse être obtenue, il est nécessaire de travailler dans le domaine des petites variations du volume de la sonde. Ceci pose le problème technologique de la qualité de leur mesure. La modélisation présentée fournit l'éclairage nécessaire à la définition de l'outil expérimental apte à la mise en œuvre de l'essai pressiométrique cyclique.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été développé dans le cadre des recherches du groupe « Dynamique » du GRECO « Rhéologie des Géomatériaux ». Il a bénéficié du soutien du SEPTEN (EDF).

BIBLIOGRAPHIE

HARDIN B., DRNEVICH V. (1972a), *Shear modulus and damping in soils : Measurement and parameter effects.* Journal of the Soils Mechanics and Foundations Division, vol. 98, n° SM6.

HARDIN B., DRNEVICH V. (1972b), *Shear modulus and damping in soils : Design equations and curves.* Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 98, n° SM7.

IWASAKI J., TATSUOKA F., TAKAGI Y. (1978), Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading. Soils and Foundations, vol. 18, n° 1.

MARTIN P.P. (1975), Non linear methods for dynamic analysis of ground response. PhD Thesis, University of California, Berkeley.

NAHRA R., FRANK R. (1986), *Contributions numériques et analytiques à l'étude de la consolidation autour du pressiomètre.* Rapport de Recherche n° 137, LCPC.

PECKER A. (1984), *Dynamique des Sols.* Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

GROUND ENGINEERING

Contents Vol. 21, N° 5, July 1988

Published eight times a year by GEO Publication Ltd. - PO Box 370, Brentwood, Essex - CM 14 4AQ, England (Telephone : 0277-73456).

Price : £ 3.50 per copy post free (UK) - £ 22 per year, UK - 27 overseas (surface mail postage paid).

un modèle de sols saturés en dynamique non linéaire

a model for the non linear dynamic analysis of saturated soils

D. AUBRY
Ecole Centrale de Paris *
H. MODARESSI
Bureau de Recherches Géologiques et Minières **

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 43-75 (janvier 1989)

Résumé

Un modèle pour étudier l'influence des facteurs géologiques sur les réponses sismiques des sites constitués des sols déformables est présenté.

La première partie est consacrée à la formulation physique des milieux biphasiques saturés et à la modélisation du comportement élastoplastique des sols. Le comportement biphasique des sols est modélisé par une théorie de Biot affinée à l'aide des méthodes d'homogénéisation. Une formulation simplifiée permettant une analyse moins coûteuse et valable pour les phénomènes à basse fréquence est mise en œuvre. Le comportement élastoplastique des sols est décrit par une loi élastoplastique multimécanisme cyclique.

Dans la modélisation en éléments finis des problèmes de propagation des ondes, une attention particulière est portée sur les limites du maillage. Le développement d'éléments paraxiaux permet de construire de telles frontières absorbantes. Ils constituent également un moyen intéressant pour introduire le champ incident sismique généralisé.

La présentation est achevée par quelques exemples mono et bidimensionnels pour montrer l'intérêt de cette approche pour l'évaluation directe de la réponse sismique des sites.

Abstract

A methodology regarding the seismic response of sites and the influence of geological factors is presented.

The method combines a Biot's theory and an elastoplastic constitutive model for soils and a unified approach of the seismic incident field and absorbing boundaries.

A brief review of homogeneization methods applied to saturated porous media is given. The obtained formulae are compared with those derived from Biot's theory and the important aspects of an elastoplastic multimechanism cyclic model are outlined.

Finally, this methodology is applied to some one and two dimensional examples including site effects and the results are discussed.

* Grande voie des Vignes, 92295 Châtenay-Malabry Cedex.
** BP 6009, 45060 Orléans Cedex.

Bien que l'importance de l'eau en tant que fluide interstitiel soit toujours reconnue dans les présentations classiques de mécanique des sols, hormis le cas de la consolidation de Terzaghi et peut-être celui de l'estimation des pressions interstitielles grâce aux coefficients de Skempton, le comportement couplé des phases fluide et solide est très rarement modélisé, en particulier dans le cas de chargements dynamiques. Cependant, les progrès réalisés dans la description du comportement cyclique des sols en contraintes effectives et des variations de volume, alliés à des techniques numériques modernes donnent tous les éléments pour construire un modèle biphasique reproduisant l'essentiel des phénomènes observés : tassements irréversibles, liquéfaction pendant la sollicitation dynamique ou post-sismique.

Dans ce travail, les bases d'un tel modèle prenant réellement en compte le comportement du milieu poreux et du fluide interstitiel sont présentées. Des applications à l'estimation des effets sismiques de site sont discutées. Les détails des modèles, de la mise en œuvre numérique et des exemples sont donnés dans la thèse de H. MODARESSI (1987). Plus précisément plusieurs aspects d'une modélisation assez complète sont abordés : rôle couplé du fluide interstitiel et des déformations du milieu poreux en dynamique, comportement non élastique des sédiments, champ libre compatible avec les conditions locales de site, modélisation du domaine infini par rapport aux hétérogénéités locales.

1. Rôle couplé du fluide interstitiel et des déformations du milieu poreux en dynamique

La première formulation permettant d'étudier l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux déformable et saturé a été présentée par TERZAGHI (1930) dans sa théorie de la consolidation en introduisant la notation de contrainte effective. BIOT (1941) a généralisé cette théorie, en prenant en compte la compressibilité du fluide supposé parfait et de la matrice solide ayant un comportement élastique linéaire. Il a étendu ensuite cette formulation aux problèmes dynamiques et en particulier la propagation des ondes dans les milieux poreux saturés. L'existence d'une onde de compression supplémentaire dite « lente » a été mise en évidence par cette théorie (BIOT, 1956). A basses fréquences les termes de couplage visqueux, (autrement dit le tenseur de perméabilité dans la loi de Darcy) sont indépendants de la fréquence et prédominants par rapport aux forces inertielles. Le passage d'un comportement à l'autre est défini par une certaine fréquence caractéristique, fonction de la viscosité cinématique du fluide et de la géométrie des pores. La théorie des mélanges (BOWEN, 1976) est en bonne concordance avec la théorie de Biot en petite déformation pour un solide élastique et un fluide parfait. ZIENKIEWICZ et *al.* (1984) ont présenté une formulation simplifiée des équations de Biot en dynamique (formulation $u_s - p$), applicable aux problèmes en basses fréquences, où on néglige l'accélération de la phase fluide par rapport à l'accélération du squelette solide. Ce dernier modèle est très intéressant, car il permet de réduire le nombre de degrés de liberté dans un calcul numérique. Ces mêmes auteurs établissent pour un problème monodimensionnel, les limites d'application des différentes formulations.

L'eau joue trois rôles très importants sur les réponses sismiques dans un site constitué de sols déformables. Premièrement par l'intermédiaire de la pression interstitielle, elle modifie le comportement des sols en jouant sur l'état des contraintes effectives ; deuxièmement elle modifie le champ d'onde en particulier lorsque les ondes dites « lentes » sont créées et enfin, la nature dissipative du phénomène de filtration augmente l'amortissement global du système. L'interface entre les couches considérées biphasiques et les couches monophasiques a une influence importante sur les résultats. Pour une étude plus détaillée des conditions sur l'interface, nous renvoyons à GELI (1985).

2. Comportement non élastique des sédiments

La prise en compte des effets de non linéarité du comportement des sols sur la réponse sismique des sites dans les modélisations numériques date des années 1960. IDRISS et SEED (1968) ont proposé la méthode viscoélastique linéaire équivalente. Cette méthode très répandue depuis, dans les modélisations numériques, a été très souvent l'objet d'études de comparaison et largement détaillée dans la littérature (PECKER, 1985). Cette méthode est basée sur l'hypothèse que la réponse non linéaire du sol peut être approchée par un modèle linéaire ayant les mêmes propriétés dissipatives. Cette méthode s'avère insuffisante pour les mouvements sismiques forts et est mal adaptée lorsque des déformations irréversibles importantes sont produites dans les sols. En général pour les sollicitations élevées, la méthode équivalente linéaire sous-estime l'intensité des mouvements à la surface de sol pour les périodes allant de 0,1 à 0,5 secondes.

Une approche réellement non linéaire a été présentée par JOYNER et CHEN (1975), en utilisant un modèle de comportement composé d'une série de ressorts et de patins plastiques. Dans cette approche la dissipation d'énergie est due au comportement hystérétique du sol et il n'y a pas d'amortissement visqueux. Ils observent globalement que leur modèle reproduit correctement le champ des vitesses, qu'il sous-estime la valeur de l'accélération maximale produite pour les hautes fréquences et qu'il amplifie les accélérations dans le domaine des basses fréquences.

3. Champ libre compatible avec les hétérogénéités locales du site

L'influence des irrégularités géométriques et des hétérogénéités latérales ne peut pas être mise en évidence par les calculs monodimensionnels. Depuis longtemps il a été reconnu que les irrégularités souterraines, ainsi que le comportement anélastique des sols modifient les signaux sismiques. Les résultats théoriques présentés pour les vallées alluviales semi-circulaires montrent que la géométrie de ces irrégularités peut sensiblement modifier la réponse à la surface et un calcul monodimensionnel s'avère insuffisant pour modéliser le champ libre local. Les amplifications obtenues par les calculs bidimensionnels peuvent être plus grandes que celles obtenues par les calculs monodimensionnels.

Dans les problèmes sismiques, la fréquence est de l'ordre de 0,1 Hz à 30 Hz et la vitesse des ondes à proximité de la surface du sol est de 0,1 km/s à 3 km/s. Par conséquent, les longueurs d'onde varient de quelques dizaines de mètres à quelques dizaines de kilomètres. Les irrégularités géologiques ou topographiques, ayant des dimensions de cet ordre, ont des influences considérables sur la réponse sismique du sol. Les méthodes analytiques présentées dans la littérature pour résoudre des problèmes d'amplification dus aux irrégularités topographiques ne considèrent souvent que le cas des ondes SH. Lorsqu'on est en présence des ondes P et SV le problème est plus compliqué, car ces ondes restent couplées par les conditions de réflexion-transmission. BARD et BOUCHON (1980) et BARD (1982 et 1983) ont étendu la méthode de Aki et Larner dans le domaine transitoire, et ont mis en évidence l'importance des ondes diffractées par des irrégularités topographiques, donnant naissance à des ondes de surface locales, même lorsque l'onde incidente se propage verticalement. Par ailleurs, la méthode de différences finies a été utilisée par BOORE (1971) et en particulier par BOORE, HARMSEN et HARDING (1981) pour étudier la diffraction des ondes sur une falaise. La méthode des équations intégrales a été très souvent utilisée pour étudier l'influence des irrégularités géométriques (WONG, 1982 ; SANCHEZ-SEZMA, 1982 et DRAVINSKI (1982 et 1983). La méthode des éléments finis au contraire a été rarement utilisée pour déterminer l'influence de la topographie sur la diffraction des ondes. D'autre part, dans presque tous les travaux cités ci-dessus, le comportement du sol a été considéré linéaire. Seuls, JOYNER (1975) et JOYNER et CHEN (1975) ont effectué des calculs en ayant pris en compte un comportement anélastique très simplifié du sol.

Pour étudier la réponse d'un sol à une sollicitation sismique, il faut connaître l'évolution spatiale du champ incident sismique, et cela n'est possible que si la source est intégrée dans la modélisation du problème (BOUCHON, 1973). L'intégration de la source est théoriquement possible, mais impose des coûts de calcul prohibitifs surtout lorsque le foyer du séisme est loin de la zone étudiée. C'est pourquoi, en pratique, on suppose connu le champ seulement en quelques points appelés les points de contrôle. Cependant, sauf dans certains cas particuliers, la connaissance d'accélérogrammes en quelques points est insuffisante pour décrire complètement le champ incident sismique. On sera donc amené à imposer des conditions supplémentaires sur la nature du champ incident pour connaître les conditions aux limites sur la frontière du maillage dans un calcul en éléments finis.

Une méthode très couramment utilisée en génie parasismique, consiste à évaluer la réponse du sol soumis à une onde P ou SH à propagation verticale. Cette approche n'est valable que si le foyer est très profond et les caractéristiques des matériaux, constituant le trajet de l'onde montante vers la surface du sol sont de telle sorte, que la vitesse de propagation diminue progressivement en approchant la surface. Cette hypothèse simplificatrice conduit à un mouvement identique en chaque point de la surface de sol, dans le cas d'une stratigraphie horizontale. Il s'avère parfois indispensable de prendre en compte les ondes à propagation non verticale. LUCO (1980) propose pour cela, un modèle dans lequel le champ sismique incident est constitué de trois composantes de déplacement :

— un déplacement horizontal perpendiculaire à la direction épicentre-site, modélisé par une onde plane SH à propagation non verticale, représente la contribution des ondes SH et de Love ;

— une deuxième composante horizontale et une composante verticale modélisées par une onde plane SV et une onde plane P à propagation non verticale, représentent la contribution des ondes P, SV et de Rayleigh.

Pour connaître l'incidence de l'onde sismique, il faut évaluer la direction épicentre-site. L'amplitude des composantes du déplacement est proportionnelle aux moments sismiques qui modélisent la source, et il faut des hypothèses supplémentaires pour poursuivre son évolution. La présentation du champ sismique incident sous forme d'ondes proposée par LUCO, s'applique au champ lointain, pour lequel des vitesses de phase équivalentes peuvent être définies de façon approchée. Pour les champs proches on peut envisager suivant la nature du séisme une modélisation indépendante qui fournit les données nécessaires pour la modélisation du comportement des couches superficielles.

4. Frontières absorbantes

Très souvent en géotechnique, le domaine de sol à étudier au voisinage de la structure est de très grande dimension, par rapport à celle-ci, et doit être modélisé comme un milieu infini. Cela crée des difficultés numériques pour une méthode telle que la méthode des éléments finis car des réflexions d'ondes parasites se produisent à la frontière du maillage. Une technique de frontière absorbante, basée sur l'approximation paraxiale est présentée dans ce travail.

Moyennant une hypothèse de linéarité du comportement du sol, plusieurs méthodes ont été jusqu'à maintenant présentées dans la littérature pour modéliser le domaine extérieur non borné. Pour les problèmes stationnaires, les frontières consistantes permettent d'obtenir un opérateur impédance adapté pour toutes les ondes incidentes. Malheureusement les frontières ainsi conçues sont dépendantes de la fréquence et leur caractère non local conduirait à des calculs assez lourds dans le domaine transitoire.

Pour le cas transitoire, on peut construire des frontières absorbantes locales en espace et en temps à l'aide d'un certain nombre d'hypothèses. La première tentative pour construire ces frontières locales est due à LYSMER et KUHLEMEYER (1969) qui ont proposé des amortisseurs nodaux, très utilisés en pratique jusqu'à maintenant dans les modélisations numériques des problèmes dynamiques. Ces amortisseurs sont faciles à implanter dans un code de calcul, et ils fonctionnent très bien pour les ondes incidentes normales à la frontière mais ils présentent un certain nombre d'inconvénients si l'onde incidente est une onde de Rayleigh ou si l'onde sortante est légèrement inclinée.

L'approximation paraxiale ou parabolique (ENGQUIST et MAJDA, 1977, et CLAYTON et ENGQUIST, 1977), pour les ondes élastiques, présente un outil intéressant pour les modélisations dans le domaine transitoire et permet de construire une impédance dynamique sur l'interface Σ qui soit locale en espace et en temps. COHEN et JENNINGS (1983) proposent une modélisation numérique de cette approximation par la méthode des éléments finis. C'est cette méthode que nous présenterons rapidement plus loin.

Après cette rapide revue bibliographique, incomplète car les sujets abordés sont très vastes, il est possible de présenter les différents points qui seront abordés dans ce travail :

1. Quelques renseignements fournis par l'homogénéisation ;
2. Un modèle macroscopique de Biot ;
3. Aspects du comportement non élastique cyclique des sols ;
4. Modélisation numérique en dynamique des sols ;
5. Applications au génie parasismique.

1. QUELQUES RENSEIGNEMENTS FOURNIS PAR L'HOMOGÉNÉISATION DES MILIEUX POREUX BIPHASIQUES

Le comportement des milieux poreux, à l'échelle macroscopique ne peut pas être décrit sans difficulté par les concepts classiques de la mécanique des milieux continus, car il dépend de la structure microscopique du matériau. Depuis quelques années, il est le sujet de diverses études utilisant des approches différentes. Dans toutes les méthodes d'homogénéisation la démarche est la suivante : après avoir décrit le comportement du matériau qu'on désire étudier au niveau microscopique en supposant cette fois que la mécanique des milieux continus est applicable aux différents composants du milieu et à leurs interactions, on passe au niveau macroscopique, et c'est ce passage qui peut être différent d'une méthode à une autre.

Les deux méthodes d'homogénéisation les plus couramment utilisées sont la Méthode des Moyennes et la Méthode des Développements Asymptotiques, qui au prix d'une hypothèse supplémentaire de périodicité fournit les renseignements quantitatifs les plus précis. Elles utilisent toutes deux le concept de double échelle : l'échelle microscopique définie afin de représenter la structure interne du milieu poreux et l'échelle macroscopique définie au niveau de la structure que l'on souhaite modéliser. La notion de Volume Elémentaire Représentatif (VER) qui correspond à une échelle intermédiaire dans laquelle l'hétérogénéité du matériau est observable est un outil essentiel dans cette approche. La dimension du VER, au sein de la structure, doit être assez grande par rapport aux hétérogénéités locales du sol permettant de donner aux grandeurs moyennes (e.g. porosité, contraintes...) une signification sans ambiguïté, mais petite par rapport aux dimensions de la structure. Dans le calcul d'un ouvrage réel la dimension du VER peut être assimilée à la taille d'un échantillon de laboratoire. Dans les paragraphes qui vont suivre, seuls les aspects qualitatifs les plus importants seront rappelés renvoyant à la littérature pour plus de détails (BEAR, 1984 ; AURIAULT, 1984 ; MODARESSI, 1987).

Soient alors, σ le tenseur des contraintes, ϵ le tenseur des déformations, u le vecteur déplacement, D le tenseur d'élasticité, ρ la masse volumique microscopique, μ la viscosité du fluide, p la pression du fluide, n le vecteur unitaire normale extérieure. Les indices s et f se rapportent respectivement à la phase solide et la phase fluide. Les hypothèses suivantes sont retenues ; approximation des petites déformations pour la partie solide, le fluide considéré en écoulement lent et termes de convection négligés.

Le comportement de chaque phase au niveau microscopique est décrit à l'aide de la mécanique des milieux continus. On considère un solide élastique linéaire occupant dans le VER le domaine Ω_s et un fluide visqueux newtonien occupant le domaine Ω_f. Le passage micro-macro évoqué dans la section précédente se traduit en prenant les moyennes simples ou pondérées des quantités microscopiques (AURIAULT et SANCHEZ PALENCIA, 1977 ; BEAR, 1984). Ici seule la méthode des moyennes simple sans hypothèse de périodicité est présentée. Cette méthode n'est applicable que sur les milieux faiblement hétérogènes où les interactions entre les VER_s peuvent être négligées. La méthode des développements asymptotiques liée à une hypothèse de périodicité ne sera pas rappelée (BORNE, 1983).

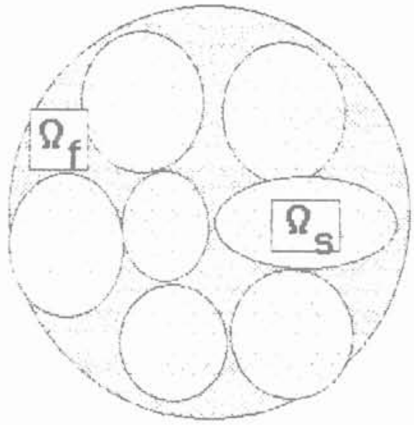


Fig. 1. — Schéma d'un Volume Elémentaire Représentatif.
Fig. 1. — Schematic presentation of a representative elementary volume.

Soit Ω le milieu microscopique, Ω_α (α = s, f) une des deux phases constituant ce milieu et $S_{\alpha\beta}$ l'interface entre les phases α et β, pour une fonction ϕ quelconque on définit respectivement, en notant $|\Omega|$ le volume microscopique et $|\Omega_\alpha|$ le volume de chaque composant, la moyenne, la moyenne apparente et la moyenne vraie :

$$<\phi> = 1 / |\Omega| \int_\Omega \phi \, dV$$
$$<\phi>_\alpha = 1 / |\Omega| \int_{\Omega_\alpha} \phi \, dV$$
$$<\phi>^\alpha = 1 / |\Omega_\alpha| \int_{\Omega_\alpha} \phi \, dV.$$

On définit également la fraction volumique par :

$\theta_\alpha = |\Omega_\alpha| \ / \ |\Omega|$.

Le passage des équations écrites au niveau microscopique aux équations macroscopiques nécessite les formules suivantes (BEAR et PINDER, 1978) :

$$<\mathrm{grad}\ \phi>_\alpha = \mathrm{grad} <\phi>_\alpha + (1 \ / \ |\Omega|) \int_{S_\alpha} \phi \ n_\alpha \ ds$$

$$<\partial_t \phi>_\alpha = \partial_t <\phi>_\alpha - (1 \ / \ |\Omega|) \int_{S_\alpha} \phi \ \partial_t \ u_\alpha \ . \ n_\alpha \ ds$$

avec :

$$S_\alpha = \cup_\beta \ \Gamma_{\alpha\beta} \qquad \alpha \neq \beta$$

1.1. Conservation de la quantité de mouvement macroscopique

La méthode des moyennes conduit au résultat suivant, où les crochets < > désignent des moyennes définies sur les phases solide ou fluide :

$$\mathrm{Div} <\sigma_s>_s + <\rho_s>_s g + 1 \ / \ \Omega \int_{S_s} \sigma_s \ . \ n_s = <\rho_s \partial_{tt} u_s>_s$$

$$\mathrm{Div} <\sigma_f>_f + <\rho_f>_f g + 1 \ / \ \Omega \int_{S_f} \sigma_f \ . \ n_f = <\rho_f \partial_{tt} u_f>_f$$

Si on appelle n la porosité du squelette solide, les fractions volumiques θ_s et θ_f s'écrivent :

$$\theta_s = (1 - n), \qquad \theta_f = n$$

La contrainte totale est alors donnée sous la forme suivante :

$$<\sigma> = <\sigma_s>_s + <\sigma_f>_f = \theta_s <\sigma>^s - \theta_f <p>^f I + \theta_f <\tau_f>^f$$

en décomposant les contraintes dans le fluide en partie isotrope et déviatoire. En mécanique des sols, la pression mesurée étant la pression p dans la phase fluide, nous posons :

$$p = <p>^f$$

Suivant le principe de la contrainte effective de Terzaghi, celle-ci est définie par :

$$<\sigma'> = <\sigma> + p \ I$$

Le terme correspondant à la contrainte effective s'exprime par la relation suivante :

$$<\sigma'> = <\sigma_s>_s + (1 - n) \ p \ I + n <\tau_f>^f$$

qui montre l'influence que la pression interstitielle peut avoir sur la phase solide, ainsi que la contrainte déviatoire, due à la viscosité de l'eau. En général, en mécanique des sols, ces deux termes sont négligés. Enfin, la masse volumique totale s'écrit en fonction des masses volumiques de chacune des phases :

$$<\rho> = <\rho_s>_s + <\rho_s>_f = (1 - n) <\rho_s>^s + n <\rho_f>^f.$$

On obtient alors l'équation d'équilibre macroscopique globale en contrainte totale en ajoutant les deux équations dynamiques :

$$\mathrm{Div} <\sigma> + <\rho> g = <\rho_s \partial_{tt} u_s> + <\rho_f \partial_{tt} u_f>.$$

Cette équation peut également s'écrire en fonction des contraintes effectives :

$$\mathrm{Div} <\sigma> - \mathrm{grad}\ p + <\rho> g = <\rho_s \partial_{tt} u_s> + <\rho_f \partial_{tt} u_f>.$$

On voit apparaître ici le rôle de l'eau dans le comportement dynamique, en particulier par la participation des pressions interstitielles à l'équilibre dynamique du milieu poreux.

1.2. Loi de Darcy généralisée

Pour obtenir la loi de Darcy généralisée, qui est une loi macroscopique, il faut connaître le terme :

$$R = 1 \ / \ \Omega \int_{S_f} \sigma_f \ . \ n_f$$

qui se manifeste dans l'équation de la dynamique de la phase fluide et le relier ensuite à la vitesse de filtration :

$$<\partial_t u_f - \partial_t u_s>_f.$$

A priori il n'y a pas de relation univoque entre ces deux quantités et il faut des hypothèses supplémentaires. On fait généralement l'hypothèse de linéarité entre la vitesse relative du fluide et le terme R en faisant apparaître la perméabilité microscopique k en tant qu'opérateur de localisation :

$$<\partial_t u_f - \partial_t u_s>_f = k \ . \ R$$

d'où grâce à l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la phase fluide :

$$R = <\rho_f \partial_{tt} u_f - \mathrm{Div} \ n <\sigma_f>^f - n <\rho_f>^f g.$$

Dans la littérature, le premier terme du membre de droite de cette dernière relation est approchée par :

$$<\rho_f \partial_{tt} u_f>_f \approx n <\rho_f>^f <\partial_{tt} u_f>_f.$$

Si bien que la vitesse moyenne relative du fluide par rapport au solide $\partial_t u_{rf}$ sera donnée par :

$$\begin{aligned} <\partial_t u_{rf}> &= <\partial_t u_f - \partial_t u_s>^f \\ &= k \ [\mathrm{grad} \ (p - <\rho_f>^f g \ x) \\ &\quad + <\rho^f>^f <\partial_{tt} u_f>_f - \mathrm{Div} <\tau_f>^f] \end{aligned}$$

1.3. Conservation de la masse globale

En moyennant les équations locales de conservation de la masse, on en déduit pour la phase solide :

$$(1 - n) \ \partial_t <\rho_s>^s / <\rho_s>_s + \mathrm{div} \ ((1 - n) <\partial_t u_s>^s) - \partial_t n = 0$$

et pour la phase fluide :

$$n \ \partial_t <\rho_f>^f / <\rho_f>^f + \mathrm{div} \ (n <\partial_t u_f>^f) + \partial_t n = 0.$$

L'équation de la conservation de masse pour l'ensemble des deux phases solide et fluide s'écrit alors :

$$(1 - n) \ \partial_t <\rho_s>^s / <\rho_s>^s + n \ \partial_t <\rho_f>^f / <\rho_f>^f + \mathrm{div} \ [(1 - n) <\partial_t u_s>^s + n <\partial_t u_f>^f] = 0.$$

K_s et K_f étant les modules de compressibilité de la matrice solide et du fluide interstitiel, on obtient la relation suivante exprimée en vitesse de filtration du fluide :

$$- (1 - n) \, Tr <\partial_t \sigma_s>^s / K_s - n \, Tr <\partial_t \sigma_f>^f / K_f + div (<\partial_t u_s> + <\partial_t u_{rf}>) = 0.$$

La dépendance fréquentielle de la perméabilité, lorsqu'on utilise la méthode des développements asymptotiques, permet de mettre en évidence le couplage inertiel fonction de la fréquence (BORNE, 1983) tandis que dans la méthode des moyennes si le couplage inertiel existe, il est indépendant de la fréquence. Ce dernier point est important lorsqu'on veut modéliser le comportement d'un milieu poreux dans le domaine des basses fréquences, car dans ce cas, le tenseur de perméabilité dans la méthode des développements asymptotiques pouvant être considéré indépendant de la fréquence, nous trouvons immédiatement une relation dans laquelle seulement l'inertie de la phase solide se présente. Dans la méthode des moyennes, on sera amené à éliminer l'accélération relative du fluide par rapport au squelette solide sachant a priori que ce terme ne joue un rôle faible à basse fréquence.

Enfin le terme Div $<\tau_f>^f$ dans l'équation de la dynamique représentant le comportement visqueux du fluide au niveau macroscopique peut être éliminé lorsque le fluide interstitiel est de l'eau. Dans la méthode des développements asymptotiques la viscosité du fluide interstitiel au niveau macroscopique est négligée dans le choix de l'ordre de grandeur de la contrainte visqueuse par rapport à la pression.

Dans le paragraphe suivant nous présenterons l'approche macroscopique de Biot pour modéliser les milieux poreux biphasiques et saturés. Nous comparerons ensuite les formulations présentes ici prenant en compte la structure microscopique du milieu avec celles de Biot fondée sur les observations purement macroscopiques.

2. UN MODÈLE MACROSCOPIQUE DE BIOT

Dans le présent article, seule la formulation dite simplifiée est présentée, renvoyant à la thèse de H. MODARESSI (1987) pour la présentation du modèle complet. La phase fluide au sein de laquelle se développe l'écoulement est continue, et la matrice est constituée d'une phase solide et éventuellement de pores occlus. L'influence des pores non connectés peut être éventuellement prise en compte dans la compressibilité du squelette solide, de la même façon le rôle de l'air dissous dans le fluide peut être introduit par augmentation de la compressibilité du fluide. La dernière hypothèse porte sur la longueur d'onde supposée grande, devant la dimension des pores. Si la longueur d'onde est grande devant le volume élémentaire, la perméabilité peut être considérée indépendante de la fréquence (modèle des basses fréquences de Biot). En supposant la perméabilité indépendante de la fréquence et en négligeant le couplage inertiel, on retrouve cette formulation simplifiée de l'équation hydraulique. Cette indépendance fréquentielle à basses fréquences a été également proposée par BIOT.

2.1. Conservation de la quantité de mouvement globale

La conservation de la quantité de mouvement globale en contrainte totale et en présence des forces de volume et inertielles s'écrit alors, en négligeant l'accélération relative du fluide :

$$Div \, \sigma'' + \rho g = \rho \partial_{tt} u_s$$

alors qu'en terme de contrainte intergranulaire, avec α désignant un coefficient fonction de la compressibilité de la matrice solide, on obtient :

$$Div \, \sigma'' - \alpha \, grad \, p + \rho g = \rho \partial_{tt} u_s$$

2.2. Loi de Darcy généralisée

La loi de Darcy généralisée, dans le cadre du modèle simplifié, est donnée par :

$$\partial_t u_{rf} = K (- grad \, p + \rho_f g - \rho_f \partial_{tt} u_s)$$

2.3. Conservation de la masse globale

Les équations de conservation de la masse, pour chaque phase, conduisent à l'équation suivante :

$$div \, \partial_t u_{rf} + \alpha \, div \, \partial_t u_s = - n \, \partial_t p / K_f - (\alpha - n) \, \partial_t p / K_s$$

Intégrant l'équation ci-dessus par rapport au temps seulement, il est alors possible d'éliminer $\partial_t u_{rf}$ dans l'équation de Darcy, ce qui permet d'écrire le problème en fonction des variables u_s et p, uniquement :

$$\alpha \, div \, \partial_t u_s - div \, (K \, grad \, (p - \rho_f g \, x)) = - \partial_t p / Q + div \, (K \rho_f \partial_{tt} u_s)$$

Dans l'équation le terme div $(K\rho_f \partial_{tt} u_s)$ introduit des matrices asymétriques et nous verrons dans les formulations numériques comment traiter ce problème. Le domaine d'applicabilité du modèle simplifié sera discuté plus loin.

2.4. Conditions aux limites

Les conditions aux limites macroscopiques sont rarement discutées dans les articles traitant de l'homogénéisation. Il va sans dire qu'elles sont indispensables à la modélisation numérique. Les conditions aux limites, particulières à la prise en compte du champ sismique libre seront discutées dans la section 5. Il convient de distinguer les conditions aux limites mécaniques et hydrauliques.

a. Conditions aux limites mécaniques

Les conditions aux limites mécaniques du modèle simplifié, sont de deux types : soit en déplacements, soit en forces. On écrit les conditions aux limites, pour l'équilibre global, en partitionnant la frontière Γ du domaine Ω en deux parties complémentaires :

$$\Gamma = \Gamma_\sigma \cup \Gamma_{us}$$

Sur la partie Γ_{us} de la frontière, une condition aux limites en déplacements est imposée :

$$u_s = u_s^*, \qquad x \in \Gamma_{us}$$

Le déplacement impose u_s^* est souvent nul en pratique, par exemple à l'interface avec le substratum rocheux. Sur la partie Γ_σ de la frontière, des forces de surface T imposées au vecteur des contraintes totales et non au vecteur des contraintes intergranulaires ou effectives sont imposées :

$$\sigma \cdot n = T, \qquad x \in \Gamma_\sigma$$

Ceci est important du point de vue de la formulation variationnelle correcte, en vue de l'approximation numérique.

b. Conditions aux limites hydrauliques

Les conditions aux limites hydrauliques sont également de deux types : flux imposés ou pressions imposées et de même, elles s'écrivent respectivement en considérant une autre partition de la frontière Γ :

$$\Gamma = \Gamma_p \cup \Gamma_\varphi$$

$$p = p^*, \quad x \in \Gamma_p$$

$$\partial_t u_{rf} \cdot n = \varphi, \quad x \in \Gamma_\varphi.$$

Là encore, les conditions aux limites sont adaptées à la bonne formulation variationnelle du problème numérique.

2.5. Loi de comportement élastoplastique en contraintes effectives

Celle-ci sera détaillée plus loin, dans la section portant sur le comportement cyclique des sols, mais nous en retiendrons la forme symbolique suivante, qui dans le cadre de toute formulation élastoplastique donne le taux de contraintes effectives et de variables d'écrouissage α en fonction du taux de déformation :

$$\partial_t \sigma'' = D^{ep} \partial_t \epsilon$$

$$\partial_t \alpha = L \partial_t \epsilon$$

par l'intermédiaire de la matrice élastoplastique D^{ep} et de la loi d'évolution L.

Outre les conditions aux limites, des conditions initiales doivent porter sur les déplacements, contraintes effectives, variables d'écrouissage et pression interstitielle.

On peut finalement résumer le problème à résoudre, dans le cas du modèle simplifié, de la manière suivante :

Problème couplé dynamique : chercher des champs de déplacement u_s (x,t), de pression p (x,t) et de contraintes et variables d'écrouissage (σ'' (x,t), α (x,t)) qui satisfont aux équations précédentes et qui vérifient les conditions aux limites ; les conditions initiales u_s (x,0), p (x,0), $\partial_t u_s$ (x,0), (σ'' (x,0), α (x,0)) étant connues.

2.6. Domaine d'application du modèle

Dans la formulation simplifiée, l'accélération relative du fluide devant l'accélération du squelette pour les problèmes à basses fréquences est négligée. Il faut noter que cette hypothèse est vérifiée pour l'équation hydraulique dans la méthode d'homogénéisation bâtie à partir des développements asymptotiques. Pour les problèmes à fréquences plus élevées, par l'approche par homogénéisation et hypothèse de périodicité, intervient une dépendance fréquentielle des termes de couplages visqueux et inertiels alors que BIOT prend en compte seulement la dépendance fréquentielle des termes visqueux (BORNE, 1983).

Une fréquence dite caractéristique sépare les deux domaines de basses et hautes fréquences. La définition de cette fréquence caractéristique ne peut se faire qu'à partir de la physique du problème et correspond à la limite de l'écoulement du type Poiseuille. Une approche (GELI, 1985) consiste à supposer les forces inertielles négligeables devant les forces de couplage visqueuses, ce qui permet d'obtenir l'expression suivante :

$$f_c \approx g \,/\, (2\pi k)$$

avec k la perméabilité cinématique ($k = g\,k^* / V^*$, k^* la perméabilité géométrique et V^* la viscosité cinématique du fluide). La fréquence caractéristique peut être également déterminée en fonction de la taille des pores. On cherche alors la taille maximale (d) à partir de laquelle l'écoulement à l'intérieur du pore ne peut pas être considéré comme un écoulement du type Poiseuille. Il faut rappeler que dans la formulation simplifiée (u_s − p) l'hypothèse prise est plus forte que celle des basses fréquences, car on néglige en outre, l'accélération relative du fluide dans l'équation d'équilibre global.

Pour évaluer le domaine d'application de chacune des formulations, ZIENKIEWICZ et *al.* (1984) ont effectué une étude monodimensionnelle dans laquelle une charge périodique est appliquée sur la surface. On permet le drainage seulement en haut de la colonne. La perméabilité est supposée constante. Le fluide est parfait et le comportement du squelette est supposé élastique linéaire, ce qui permet de résoudre facilement le problème en effectuant une transformation de Fourier par rapport au temps. En négligeant la compressibilité des grains, ces auteurs aboutissent à délimiter les domaines d'application de chaque formulation présentés dans la figure 2 à l'aide des paramètres adimensionnels Π_1 et Π_2 :

$$\Pi_1 = c_v T \,/\, 2\pi L^2 \qquad \Pi_2 = \omega L \,/\, c_p = a_0$$

où, L représente la hauteur de la colonne, c_p la vitesse de propagation des ondes P dans le milieu homogène équivalent, ω la fréquence angulaire de la charge appliquée, T la période correspondante, et K la perméabilité($= k / \rho_f\, g$). Les termes c_v et a_0 sont respectivement les coefficients de consolidation classiques de la mécanique des sols et la fréquence adimensionnelle utilisée en interaction dynamique sol-structure. Le terme Π_1 est donc (à 2π près) le *temps réduit* de la théorie de la consolidation classique et Π_2 exactement la *fréquence réduite*. Par conséquent Π_1 caractérise globalement l'aspect mono ou biphasique du mélange : si Π_1 est petit (cas dit « non drainé » en mécanique des sols) le mélange se comporte essentiellement comme un milieu monophasique. Π_2 est plutôt relatif à la longueur d'onde caractéristique par rapport à la taille du domaine. Dans cette figure (fig. 2), on distinguera :

— la zone 1 : phénomène lent (accélérations des deux phases négligeables) ;

— la zone 2 : vitesse modérée (accélération relative de la phase fluide négligeable) ;

— la zone 3 : phénomène rapide (modèle complet).

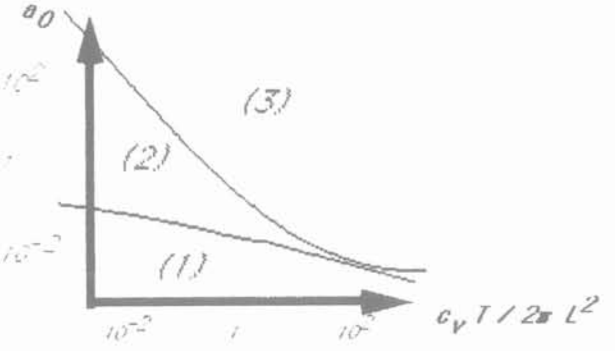


Fig. 2. — Domaine d'application de chaque modèle (d'après Zienkeiwicz et al. (1980)).
Fig. 2. — Domain of application of each model (following Z...).

On peut constater que le produit $\Pi_1 \cdot (\Pi_2)^2$ correspondant à la limite d'applicabilité de la formulation simplifiée est approximativement égal à l'unité ; or si nous calculons la valeur de la fréquence correspondante nous obtenons :

$$f \approx \rho_f g / (2\pi \rho k)$$

On s'aperçoit alors que la fréquence caractéristique semble une expression acceptable (dans le cadre des hypothèses faites) donnant la limite supérieure de l'applicabilité de la formulation simplifiée. Dans certains sols très perméables ($k = 10^{-1}$ à 10^{-2} m/sec), la fréquence caractéristique peut être dans la plage habituelle des fréquences sismiques (inférieures à environ 20 Hertz). Pour les valeurs de Π_1 supérieures à 10^2, le problème peut être considéré drainé, car le chargement est très lent et la pression interstitielle dans le fluide a le temps de se dissiper. Pour les chargements rapides (Π_1 très faible et Π_2 grand) le comportement du sol est un comportement non drainé. On peut alors éventuellement envisager des calculs monophasiques mais en prenant en compte des paramètres non drainés pour définir le comportement de l'ensemble. Le problème qui se pose est qu'au voisinage des endroits où un drainage peut s'effectuer se développe une couche limite dans laquelle, quelle que soit la fréquence de chargement, une dissipation de la pression interstitielle s'effectue.

3. COMPORTEMENT ÉLASTOPLASTIQUE CYCLIQUE DES SOLS

Le sol a un comportement fortement non linéaire et cette non-linéarité se manifeste dès le début du chargement déviatoire ou isotrope. Les aspects qualitatifs suivants sont importants, du point de vue de la modélisation, dès lors que dans un calcul de propagation d'ondes existeront des zones subissant des déformations couvrant une large gamme :

— les résultats expérimentaux sur les sols (ISHIHARA, 1982 ; HUJEUX, 1985 et HICHER, 1985) montrent que, lorsque l'amplitude des déformations cycliques de cisaillement γ_c *est inférieur à* 10^{-5}, le comportement des sols reste *élastique* mais *non linéaire* car dépendant de la pression moyenne ;

— lorsque γ_c *varie entre* 10^{-5} *et* 10^{-4}, le sol est dans un domaine *hystérétique stabilisé*, c'est-à-dire que la forme des cycles ne varie pas, si on continue le chargement cyclique. L'aire du cycle correspond à l'énergie dissipée pour créer la déformation plastique. L'analyse linéaire-équivalente (SEED et IDRISS, 1969) est applicable dans ce domaine. Rappelons que dans cette méthode on remplace le sol par un matériau linéaire avec amortissement de telle sorte que la rigidité et l'énergie dissipée entre les deux systèmes soient équivalentes. Il faut noter que la limite 10^{-4} est une limite approximative et sert seulement dans la modélisation numérique d'un problème particulier ;

— pour les amplitudes de cycle γ_c *supérieures à* 10^{-4} pour les sables on observe une modification de la forme des cycles, due à un réarrangement des grains qui, dans le cas drainé, provoque la densification du sol et dans le cas non drainé, augmente la pression interstitielle. Dans ce dernier cas cette augmentation entraîne la diminution de la contrainte effective et le phénomène de liquéfaction. L'évaluation de la pression interstitielle et de la déformation permanente, à ce niveau de déformation, ne peut se faire qu'à l'aide d'une loi de comportement incrémentale, c'est-à-dire, qui tienne compte de l'histoire du chargement, de l'état actuel de contraintes effectives et qui relie à chaque instant le tenseur des taux de contraintes effectives au tenseur des taux de déformations.

HUJEUX a présenté une loi de comportement élastoplastique multimécanisme avec écrouissage cinématique qui décrit le comportement des sols sous les chargements cycliques (AUBRY et *al.*, 1982 ; HUJEUX, 1985). Trois mécanismes de déformations plastiques déviatoires en déformation plane dans trois plans orthogonaux sont introduits, ainsi qu'un mécanisme de consolidation purement volumique. Ces quatre mécanismes sont actifs aussi bien pendant les chargements primaires que cycliques. La décomposition se fait dans un repère fixe, et chaque mécanisme déviatoire sera équivalent à un critère de Mohr-Coulomb, relativement au plan correspondant. Les équations sont succinctement présentées dans les deux paragraphes suivants. La signification des paramètres est présentée ensuite.

3.1. Modélisation du domaine élastique

Les déformations élastiques sont définies par une loi incrémentale isotrope non linéaire. Le modèle choisi s'écrit pour la partie isotrope :

$$\partial_t \epsilon_V^e = (1 / K)\, \partial_t p'$$

avec :

$$K = K_{réf}\, (p' / p_{réf})^n$$

et $p_{réf}$ pression de référence, $K_{réf}$ module volumique élastique de référence, n exposant élastique, p' pression moyenne effective, ϵ_v^e déformation volumique élastique, K module volumique élastique. Une expression similaire est utilisée pour la partie déviatoire. Les paramètres K et n sont fonctions de la géométrie de l'assemblage, c'est-à-dire des variables d'écrouissage. Une analyse thermodynamique montre qu'en fait, il y a un couplage entre les parties isotrope et déviatoire, qui a été négligé ici.

3.2. Modélisation du domaine plastique - chargement monotone

Chaque mécanisme ou fonction de charge a une variable d'écrouissage, liée à la mobilisation du frottement, qui lui est propre alors que l'écrouissage en densité est commun. Dans les formules ci-dessous, l'indice M se rapporte au chargement Monotone (soit le chargement primaire, soit un chargement à une intensité suffisante pour effacer l'histoire du chargement) et l'indice C se rapporte au chargement cyclique.

a. Fonction de charge monotone

Elle est essentiellement représentée par le critère de Mohr-Coulomb, auquel on a ajouté un terme d'écrouissage r_a appelé le taux de frottement mobilisé et une fonction F appelée fonction d'enchevêtrement :

$$f^M a\ (\sigma', n_p, r_a) =$$

$$\sigma'_b - \sigma'_c + [F\ (\sigma'_b + \sigma'_c, n_p)\ r_a]\ (\sigma'_b + \sigma'_c) \sin \phi$$

où σ'_b représente la contrainte principale effective numéro « b », ϕ l'angle de frottement de palier. La fonction F dépend du rapport : contrainte normale actuelle, contrainte d'enchevêtrement, sur ce plan, liée à la porosité plastique n_p et est donnée par :

$$F\ (\sigma'_b + \sigma'_c, n_p) = 1 - b \operatorname{Log}\ (\sigma'_b + \sigma'_c / p_c\ (n_p))$$

où b est une constante du matériau et $p_c\ (n_p)$ représente la pression de consolidation donnée par :

$$p_c\ (n_p) = p_{co} \exp\ (- \beta\ n_p)$$

L'intervention de la fonction F dans le critère de Mohr-Coulomb permet d'incorporer le concept d'état critique dans la description du comportement. On en déduit le taux de variation de la fonction F, influencé à la fois par le taux de pression effective et de porosité :

$$d_t F = - b\ [(1 / (\sigma'_b + \sigma'_c))\ d_t\ (\sigma'_b + \sigma'_c) + \beta\ d_t n_p]$$

De la même manière, on peut mettre en évidence, dans le taux de la fonction de charge f_a, c'est-à-dire la résistance instantanée du matériau, les termes dus au frottement et les termes dus à l'évolution des variables d'écrouissage :

$$d_t f_a = [\partial_\sigma\ (\sigma'_b + \sigma'_c) + (F_a - b)\ r_a \sin \phi\ \partial_\sigma\ (\sigma'_b + \sigma'_c)]$$

$$d_t\ \sigma + (\sigma'_b + \sigma'_c)\ (- b\beta r_a\ d_t n_p + F_a d_t r_a) \sin \phi$$

b. Loi d'écoulement

La loi d'écoulement relative à chaque mécanisme repose sur l'associativité par rapport à la différence des contraintes principales tout en respectant la loi de dilatance de Roscoe et l'état caractéristique défini par l'angle ψ. On en déduit que la direction des taux de déformations plastiques relatives au mécanisme « a » est donnée par :

$$\psi_a = \partial_\sigma\ (\sigma_b - \sigma_c)$$

$$+ (1/3)\ (\sin \psi + (\sigma_b - \sigma_c) / (\sigma_b + \sigma_c))\ I$$

La vitesse de déformation plastique totale est obtenue à partir de la contribution de chaque mécanisme pondérée par les multiplicateurs plastiques λ^{pa} correspondants :

$$D^p = \Sigma_a\ \lambda^{pa}\ \psi_a$$

c. Loi d'évolution des variables d'écrouissage

L'évolution de la porosité plastique est obtenue, en utilisant la conservation de la masse à partir de la variation de volume plastique :

$$d_t n_p = \Sigma_b\ \lambda^{pb} \operatorname{Tr}\ (D^{pb})$$

L'évolution du frottement mobilisé r_a est donnée par une relation empirique très simple, où le paramètre a est supposé être une constante du matériau :

$$d_t r_a = \lambda_{pa}\ (1 - r_a)^2 / a$$

d. Formulation élastoplastique

Elle est tout à fait classique et permet de relier le taux de contraintes effectives au taux de déformations élastiques :

$$d_t \sigma' = \lambda \operatorname{tr}\ (D)\ I + 2\mu\ D - \Sigma_b\ \lambda^{pb}\ [\lambda \operatorname{tr}\ (D^{pb})\ I + 2\mu\ D^{pb}]$$

où λ et μ sont les paramètres élastiques de Lamé, obtenus à partir des modules définis dans le paragraphe précédent.

3.3. Cas des chargements cycliques

Le manque de place ne nous permet pas de développer les équations relatives au comportement cyclique et on reportera le lecteur à HUJEUX (1985). D'un point de vue qualitatif, celui-ci est caractérisé par une surface de charge relative à chaque mécanisme, possédant ses propres variables d'écrouissage évoluant continûment entre deux charge-décharge ou décharge-charge consécutives, et remises à jour de manière discontinue lorsque de telles séquences se manifestent. Mises à part ces différences, les fonctions de charge cyclique sont semblables aux fonctions de charges monotones définies plus haut. La figure 3 donne une idée schématique de la configuration possible à un instant donné des surfaces de charge cycliques et monotones.

En outre la loi d'écoulement plastique cyclique tente de respecter les aspects expérimentaux qui ont été mentionnés plus haut, de la manière suivante. Dans le domaine cyclique-plastique, la loi de dilatance obtenue à partir de l'angle caractéristique est plus ou moins mobilisée suivant la valeur de la variable d'écrouissage r_a : si r_a est nul, il n'y a pas de variation de volume plastique et donc sur des chemins non drainés pas de variation de pression interstitielle ; ce qui sera le cas évidemment dans le domaine élastique, mais aussi dans le domaine hysté-

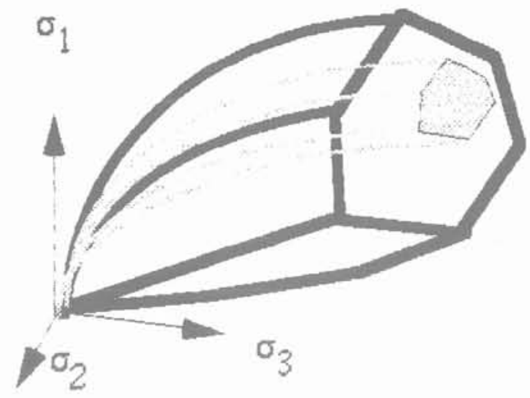


Fig. 3. — Surfaces de charge monotone et cyclique.
Fig. 3. — Monotonic and cyclic yield surface.

rétique. Si r_a est plus important, la loi de dilatance de Roscoe généralisée est prise en compte, ce qui sera le cas au-delà du domaine mobilisé.

3.4. Détermination des paramètres de la loi de comportement

Le comportement des sols sous chargements cycliques est complexe et ne peut être mis en équation qu'à partir d'un nombre malheureusement assez grand de paramètres. La loi de Hujeux n'échappe pas à cette règle. Deux familles de paramètres interviennent : les paramètres physiques qui sont déterminés par les essais de laboratoire et les paramètres numériques propres à la formulation de la loi et qui servent à caler les courbes numériques et expérimentales. HUJEUX (1985) et HAJAL (1984) donnent un certain nombre de fourchettes des valeurs pour ces paramètres. Un effort est encore nécessaire pour compléter ces travaux pour définir des paramètres sur un plus grand nombre de sols. En outre, ces paramètres peuvent être classés en fonction de leurs natures et leurs domaines d'application : paramètres élastiques, d'état critique, d'écrouissage, et de limites de comportement.

La détermination des paramètres élastiques nécessite des mesures très précises, car situées dans le domaine de très petites déformations. Les essais cycliques spéciaux tels que ceux développés par ELHOSRI (1984) ou la colonne résonnante (BOELLE, 1983) permettent d'arriver à cette fin. D'une manière générale, dans les essais drainés, et si la vitesse de déformations est faible les déformations élastiques seront négligeables devant les déformations plastiques pour des déformations totales supérieures à 0,005. Dans ces conditions, la détermination précise des paramètres élastiques n'est pas pertinente. Dans les essais non drainés au contraire la décomposition théorique de la déformation en partie élastique et plastique, ainsi que l'incompressibilité relative de l'eau imposent la condition suivante :

$$\partial_t \epsilon_V{}^e = - \partial_t \epsilon_V{}^p$$

On en déduit la variation de pression effective :

$$\partial_t p' = - K \partial_t \epsilon_V{}^p$$

Si les paramètres plastiques ont été calés sur des essais drainés et que l'on manque d'informations sur les paramètres élastiques, il est possible à ce niveau de jouer sur les paramètres élastiques.

L'angle de frottement ϕ dans la description de la loi est l'angle de frottement sur le palier de plasticité parfaite à l'état critique. Des essais triaxiaux drainés (avec mesure des variations de volume) ou non drainés (avec mesure des pressions interstitielles) à des contraintes effectives de confinement différentes conviennent. Le module de compressibilité plastique β est obtenu par le concept d'état critique. On remarque que, par exemple, le paramètre d'écrouissage déviatoire a joué surtout sur la pente initiale de la surface de charges dans le plan (p − q) et que le paramètre b (également p_{c^o}) joue plutôt sur l'abscisse des pics. D'une manière générale des procédés relativement systématiques (HAJAL, 1984) et des plages de valeur des paramètres suivant les types de matériau ont été élaborés. Plus récemment, un logiciel d'identification automatique des paramètres *PARASOL*, a été développé, couplé à une base de données.

Afin d'illustrer rapidement les possibilités de la loi de comportement depuis les petites jusqu'aux moyennes déformations, les exemples ci-dessous (fig. 6, 7), tirés de HUJEUX (1985) montrent un fonctionnement convenable de la loi, aussi bien pour les essais monotones que cycliques, drainés ou non drainés et permettent d'apprécier si les principaux aspects mentionnés en début de cette section sont bien pris en compte. Ceux-ci sont évidemment essentiels à une modélisation correcte du problème numérique, qui sera développée dans la section suivante.

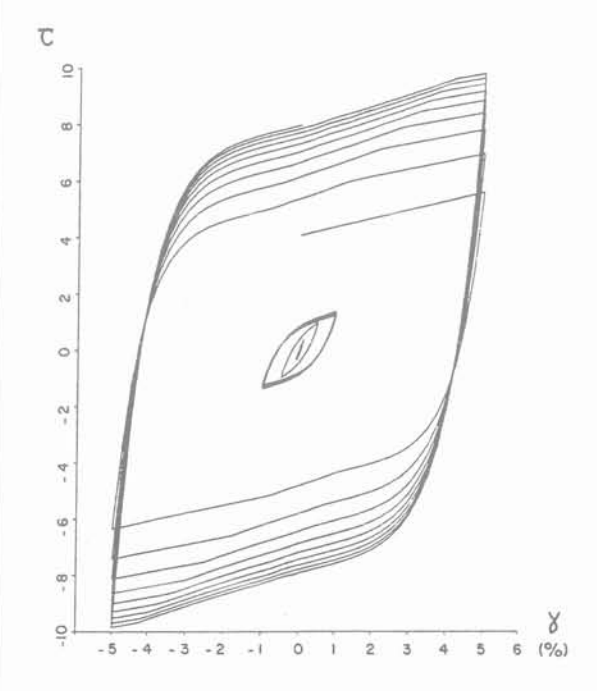


Fig. 4. — Simulation du comportement cyclique depuis les très petites (10^{-5}) jusqu'aux moyennes déformations (10^{-2}).
Fig. 4. — Cyclic behaviour simulation from very small (10^{-5}) to small (10^{-2}) stains.

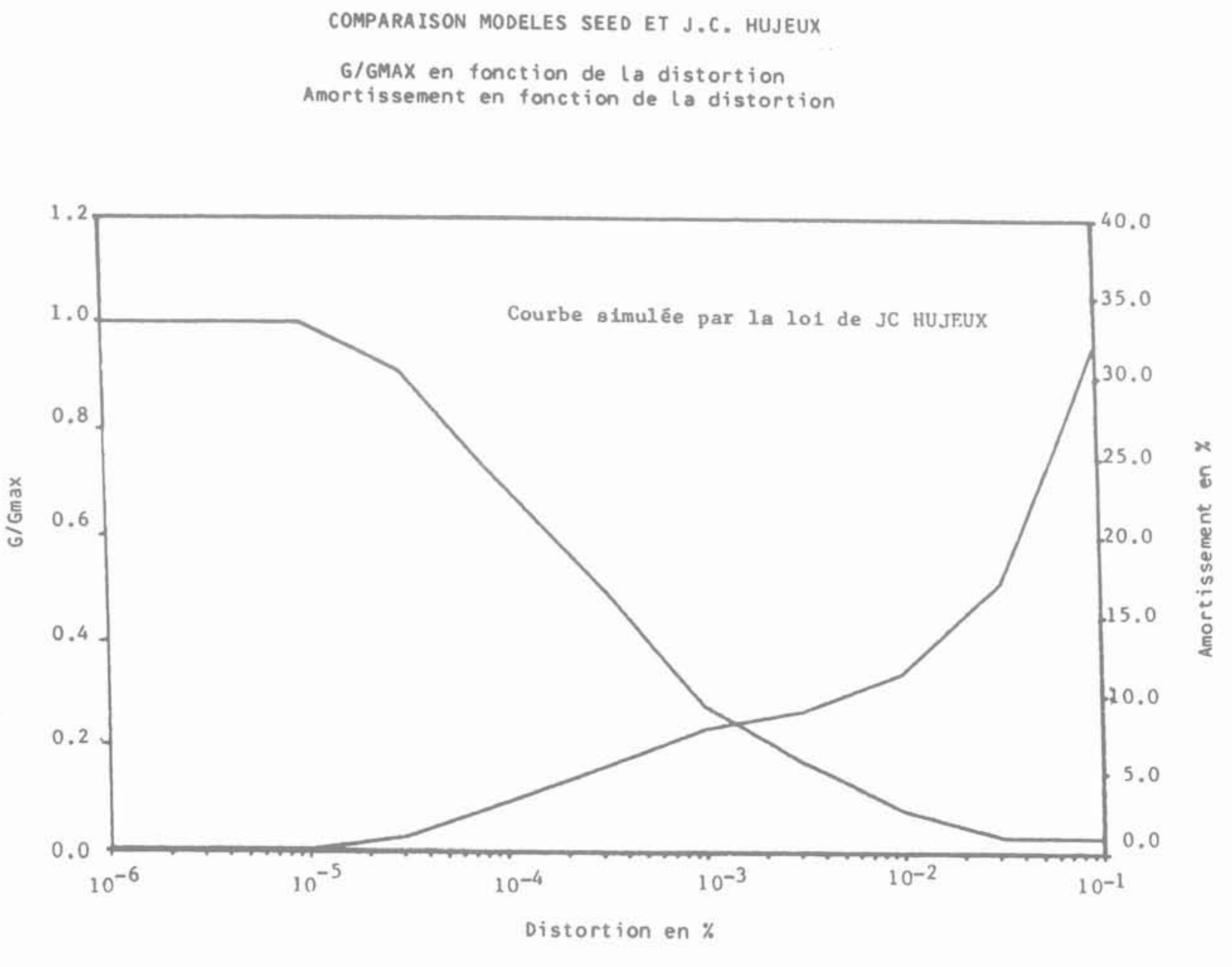


Fig. 5. — Courbes $(G-\gamma)$ et $(\xi-\gamma)$ simulées par la loi des comportements.
Fig. 5. — $(G-\gamma)$ and $(\xi-\gamma)$ curves simulated by the constitutive model.

4. MODÉLISATION NUMÉRIQUE EN DYNAMIQUE DES SOLS TRANSITOIRE NON LINÉAIRE

Après avoir établi la formulation variationnelle du problème, les différentes équations sont discrétisées, par rapport à l'espace en éléments finis et au temps par un schéma de Newmark mixte implicite-explicite. La discrétisation totale est alors mise en œuvre directement du point de vue informatique. Il faut noter que la résolution numérique du système d'équations présentées nécessite des méthodes performantes et rapides. Le choix des algorithmes de résolution et d'intégration est discuté et la stabilité du schéma numérique est présenté dans ce chapitre. Enfin, si la discrétisation d'un milieu continu nous permet de trouver une solution approchée acceptable pour le problème posé, elle est toujours entachée d'effets parasites qui peuvent perturber complètement la solution obtenue, en particulier dans le cas dynamique tels que par exemple des diffractions sur des éléments de tailles différentes, des dispersions numériques ou une propagation anisotrope due au maillage.

Dans ce qui suit, pour alléger la présentation, nous utiliserons les notations suivantes, pour deux champs de vecteurs (v_1, v_2), ou de tenseurs (τ_1, τ_2), définis sur le domaine Ω, ou sur sa frontière Γ :

$$(\tau_1, \tau_2)_\Omega = \int_\Omega \tau_1 \cdot \tau_2 d\Omega = \Sigma_{ij} \int_\Omega \tau_{1ij} \cdot \tau_{2ij} \, d\Omega$$

$$(v_1, v_2)_\Omega = \int_\Omega v_1 \cdot v_2 d\Omega = \Sigma_i \int_\Omega v_{1i} \cdot v_{2i} \, d\Omega$$

$$< v_1, v_2 >_\Gamma = \int_\Gamma v_1 \cdot v_2 d\Gamma = \Sigma_i \int_\Gamma v_{1i} \cdot v_{2i} \, d\Omega$$

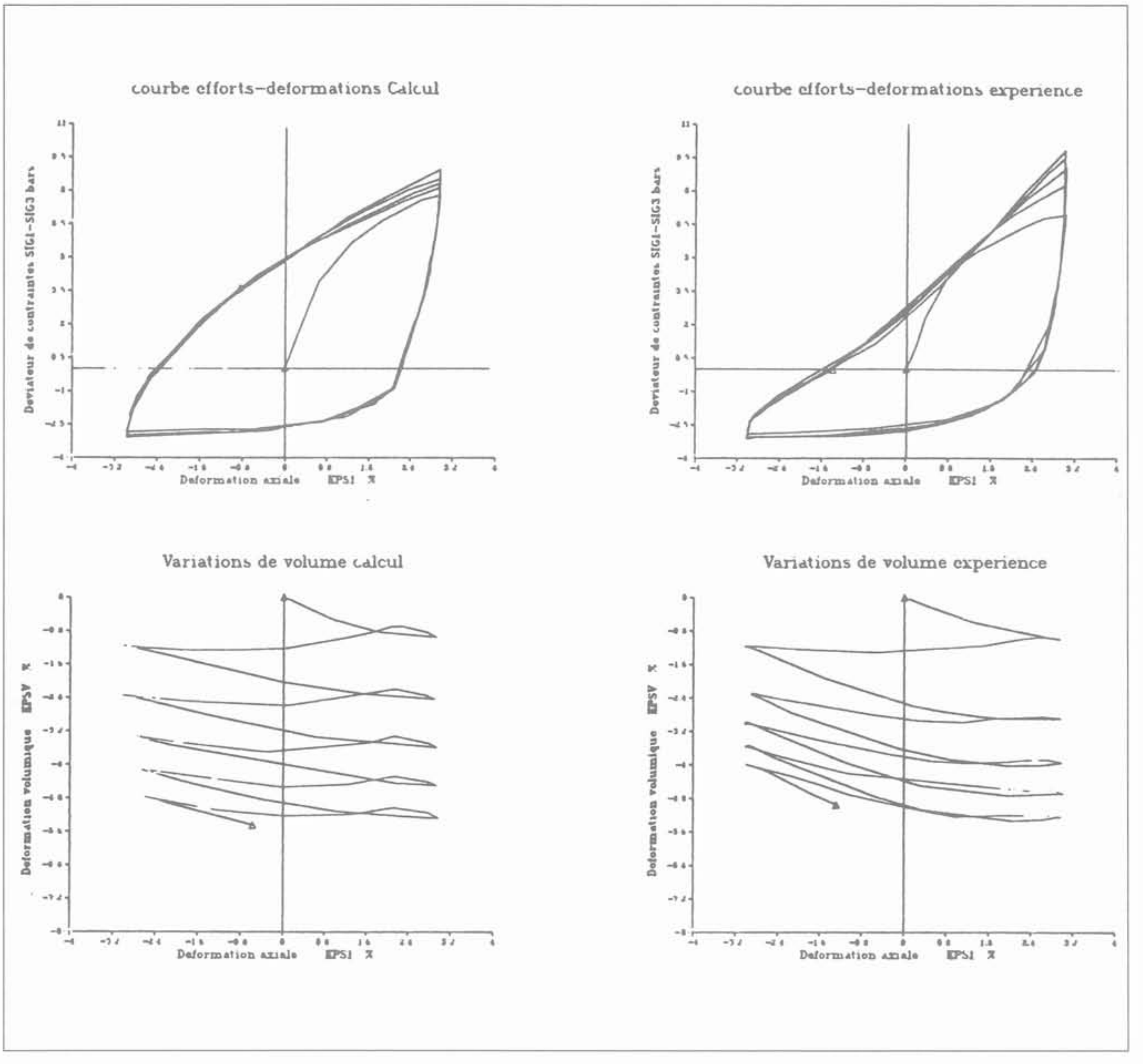


Fig. 6. — Simulation du comportement cyclique drainé du sable d'Hostun.
Fig. 6. — Cyclic drained behaviour of Hostun sand.

4.1. Principe des travaux virtuels ou formulation variationnelle

En conservant la même définition pour la loi de comportement, on écrit la formulation variationnelle du problème. Soit V_s le champ de déplacements virtuels cinématiquement admissibles :

$$V_s = \{w_s \;/\; w_s \text{ régulier sur } \Omega \;/\; w_s = 0 \text{ sur } \Gamma_{us}\}$$

Soit Q le champ de pressions virtuelles admissibles, c'est-à-dire définies par :

$$Q = \{q \;/\; q \text{ régulière sur } \Omega \;/\; q = 0 \text{ sur } \Gamma_p\}$$

alors la formulation variationnelle du modèle (u − p) s'écrit (MODARESSI, 1987) :

$$(\rho\partial_{tt}u_s,\ w_s)_\Omega + (\sigma'',\ \epsilon(w_s))_\Omega - (\alpha p,\ \text{div}\ w_s)_\Omega$$
$$= (\rho\ g,\ w_s)_\Omega + <T,\ w_s>_{\Gamma_\sigma}$$
$$- (\rho_f\ K\ \text{div}\ \partial_{tt}u_s,\ q)_\Omega - (\alpha\ \text{div}\ \partial_t u_s,\ q)_\Omega$$
$$- (\partial_t p\ /\ Q,\ q)_\Omega - (K\ \text{grad}\ p,\ \text{grad}\ q)_\Omega$$
$$= <\varphi,\ q>_{\Gamma_\varphi} - (K\ \text{grad}\ (\rho_f g\ X),\ \text{grad}\ q)_\Omega$$

Le problème initial peut se formuler de la manière suivante :

Problème variationnel : chercher $u_s(t) \in V_s$, $p(t) \in Q$ et $(\sigma''(t),\ \alpha(t))$ vérifiant la formulation variationnelle, la loi de comportement et les conditions initiales.

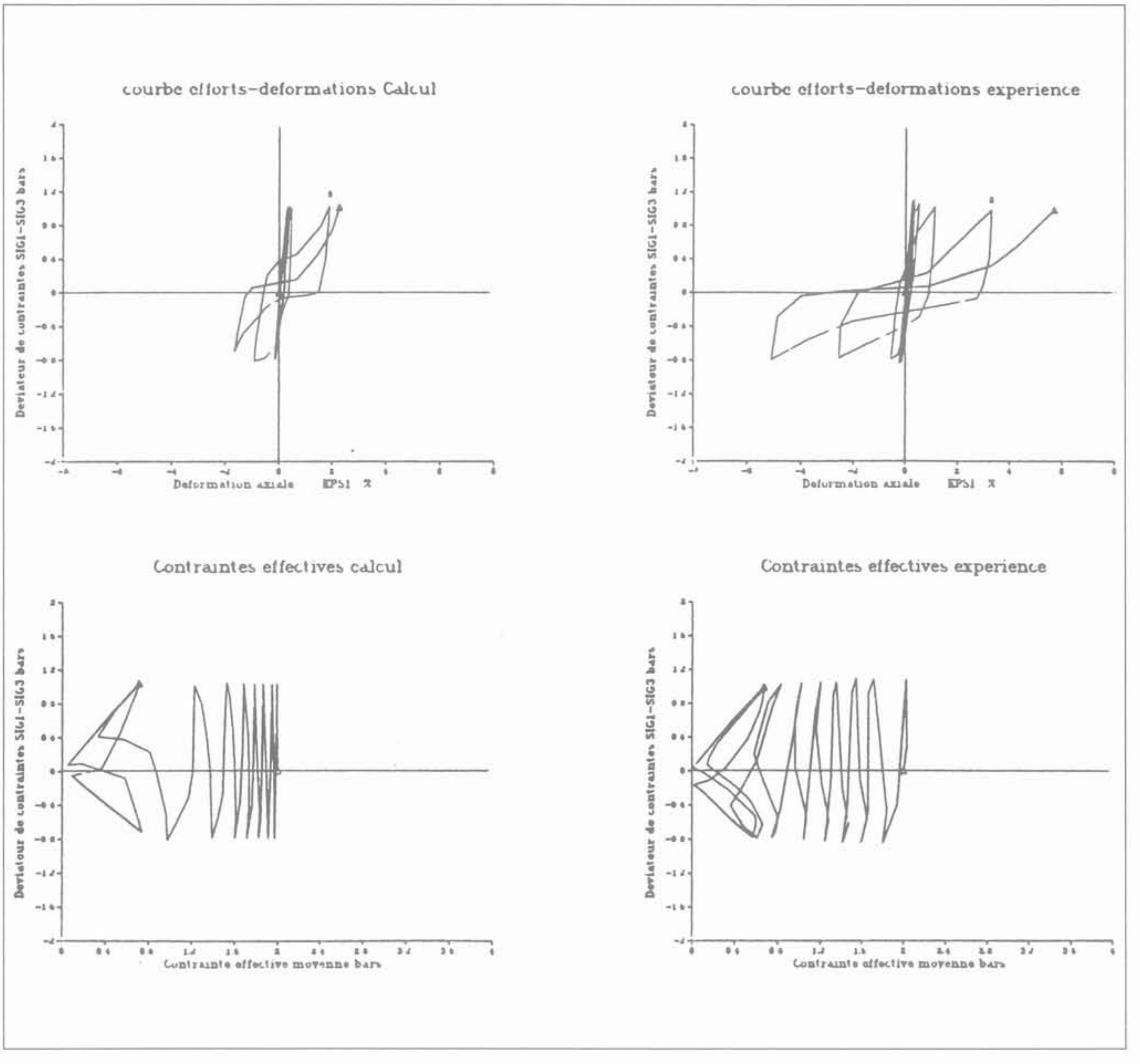


Fig. 7. — Simulation du comportement cyclique non drainé du sable d'Hostun.
Fig. 7. — Cyclic undrained behaviour of Hostun sand.

On vérifie, comme cela avait été mentionné dans le choix retenu des conditions aux limites, que cette formulation est bien adaptée aux conditions aux limites en contraintes totales sur Γ_σ et en flux sur Γ_φ. Cela servira ultérieurement, pour raccorder des zones mono et biphasiques.

4.2. Approximation en espace par éléments finis

Une formulation isoparamétrique classique est employée pour discrétiser le problème ci-dessus par la méthode des éléments finis. Les champs de déplacements $u_s(t)$ et de pression $p(t)$, définis dans les espaces de dimensions infinies, seront approchés par des champs $u_{sh}(t)$ et $p_h(t)$ définis dans les espaces V_{sh} et Q_h de dimensions finies, construits à partir des fonctions de base générées par la méthode des éléments finis. Pour chercher les approximations des autres inconnues $\sigma''(t)$ et $\alpha(t)$ il faut approcher ces inconnues par des fonctions constantes sur chaque sous-élément défini par l'intégration numérique choisie et égales à leurs valeurs aux points d'intégration.

La formulation variationnelle approchée s'écrit alors :

Problème variationnel approché : chercher $u_{sh}(t) \in V_{sh}$, $p_h(t) \in Q_h$ et $(\sigma''_h(t), \alpha_h(t))$ vérifiant les équations précédentes et les conditions initiales ; $\forall\, w_{sh} \in V_{sh}$, $\forall\, q_h \in Q_h$.

Remarque : La discrétisation en espace étant classique, nous renvoyons aux ouvrages sur la méthode des éléments finis où les fonctions de base relatives à ces éléments sont définies.

Mise en œuvre numérique

A chaque nœud du maillage, on associe une fonction de base w_J polynomiale sur chaque élément, égale au nœud J, nulle sur les autres. En introduisant des sommations sur les directions de l'espace et sur les nœuds libres, on pose :

$$u_{sh} = \Sigma\, u_{slI} \,.\, w_{sI}\, e_i$$

$$p_h = \Sigma p_I \,.\, w_{fI}$$

$$w_{sh} = w_{sJ} \,.\, e_j$$

$$q_h = w_{fJ}$$

Pour simplifier la présentation, les mêmes fonctions de base pour le déplacement du squelette solide et la pression interstitielle dans le fluide sont utilisées. Cependant il semble intéressant de prendre pour la pression des fonctions de base d'ordre inférieur par rapport au déplacement du squelette solide, en particulier lorsque l'eau est considérée comme étant très faiblement compressible. L'introduction des développements précédents dans les équations variationnelles approchées donnent finalement :

$$\Sigma\, \partial_{tt}u_{slI}\, \delta_{ij}\, (\rho\, w_I \,,\, w_J) + (\sigma'' \,,\, \epsilon(w_J \,.\, e_j))_\Omega$$

$$- \alpha\, \Sigma\, p_I(w_I \,,\, \mathrm{div}\, w_J e_j) = (\rho\, g, w_J \,.\, e_j)_\Omega + < T, w_J \,.\, e_j >_{\Gamma\sigma}$$

$$- \Sigma\, \partial_{tt}u_{slI}\, (\mathrm{div}\, \rho_f K\, w_I e_i, w_J) - \alpha\, \Sigma\, \partial_t u_{slI}\, (\mathrm{div}\, w_I e_i, w_J)$$

$$- \Sigma\, \partial_t p_I\, (1/Q w_I, w_J) - \Sigma\, p_I\, (K \,.\, \mathrm{grad}\, w_I \,,\, \mathrm{grad}\, w_J)$$

$$= < \varphi, w_J >_{\Gamma\varphi} - (K\, \mathrm{grad}\, (\rho_f\, g\, X), \mathrm{grad}\, w_J)_\Omega$$

Le caractère couplé des équations mécanique et hydraulique apparaît à l'évidence dans le système différentiel en temps, ci-dessus, puisque les déplacements du squelette, ainsi que les pressions interstitielles figurent simultanément dans les deux équations.

4.3. Discrétisation en temps

La semi-discrétisation en espace a permis de transformer les équations aux dérivées partielles en système d'équations différentielles ordinaires. L'évolution des inconnues dans le temps est donnée grâce à la discrétisation en temps. Ici nous utilisons la méthode d'intégration pas à pas et en particulier un *schéma mixte Implicite-Explicite* qui a été proposé par HUGHES et LIU (1978). L'avantage de ce genre de technique mixte est de pouvoir traiter des zones où les vitesses de propagation peuvent être très différentes, en tirant avantage des aspects complémentaires d'un schéma implicite et explicite. L'algorithme Implicite-Explicite est composé de l'algorithme implicite de Newmark et un algorithme explicite prédicteur-correcteur. Le domaine Ω est partitionné en deux sous-domaines Ω_I et Ω_E correspondant aux zones implicite et explicite.

Soit alors]0, T[l'intervalle en temps de l'analyse. On découpe cet intervalle en pas de temps Δt non nécessairement égaux. Cependant, pour une plus grande simplicité des équations, nous supposerons ces pas de temps égaux, si bien qu'à l'étape n, on essaye d'approcher u_{sh} (n Δt), σ''_{sh} (n Δt), p_h (n Δt)..., par une suite : u_{shn}, σ''_{shn}, p_{hn}. Comme, dorénavant, dans cette étude, il ne sera plus question que de la discrétisation en temps des approximations par éléments finis de $u_{sh}(t)$, $\sigma''_{sh}(t)$, $u_{rfh}(t)$), $p_h(t)$..., nous supprimerons dans la suite l'indice h.

Cette notation étant retenue, l'algorithme en temps se définit à partir d'un algorithme standard de Newmark, muni des paramètres classiques (β, γ), mais en introduisant, en outre les notions de prédicteur et de correcteur suivants : soit (u_{sn}, σ'_{sn}, v_{sn}, a_{sn}), une suite censée approcher les déplacements, contraintes, vitesses et accélérations de la partie solide, et soit une suite semblable pour la partie pression interstitielle. On définit alors, dans le cadre de la méthode mixte :

Le prédicteur de Newmark :

$$u_{n+1^*} = u_n + \Delta t\, v_n + \Delta t^2\, (1 - \beta / 2)\, a_n$$

$$v_{n+1^*} = v_n + \Delta t\, (1 - \gamma)\, a_n$$

$$\sigma''_{sn+1^*} = \sigma''_{sn} + \Delta t\, D^{ep}\, ;\, \epsilon\, (u_{n+1^*} - u_n).$$

Le correcteur de Newmark :

$$u_{n+1} = u_{n+1^*} + \Delta t^2\, \beta\, a_{n+1}$$

$$v_{n+1} = v_{n+1^*} + \Delta t\, \gamma\, a_{n+1}$$

$$\sigma''_{sn+1} = \sigma''_{sn} + \Delta t\, D_{ep}\, ;\, \epsilon\, (u_{n+1} - u_n)$$

des expressions similaires étant déduites pour les pressions interstitielles.

En injectant ces expressions dans les équations obtenues précédemment, on aboutit à la résolution d'un système non linéaire en u_{n+1} pour la partie implicite et linéaire trivial en u_{n+1^*} pour la partie explicite. Les itérations ne porteront au cours de l'étape (n + 1) que sur les premiers termes.

Remarque :

Dans le cadre de la loi élastoplastique retenue, la méthode d'intégration de la loi de comportement doit être très précise, vu les très fortes non linéarités. Néanmoins, là encore, la forme envisagée ici permet d'exposer convenablement l'algorithme implicite-explicite, sans lourdeur excessive de notations. L'intégration précise de la loi de comportement est discutée plus loin.

Remarque :

Dans cette approche, ce sont les éléments finis qui sont déclarés implicites ou explicites, et non leurs nœuds, ce qui fait qu'il n'y a pas des déplacements de nœuds qui sont « en avance » ou « en retard » par rapport à d'autres ; ce sont seulement *des contributions énergétiques qui sont prédites et corrigées*. La conséquence essentielle est que l'interface entre les deux zones est traitée sans ambiguïté.

4.4. Frontières absorbantes et conditions aux limites à l'infini

Comme cela a été rappelé dans l'introduction, très souvent en géotechnique et en génie parasismique, le domaine de sol à étudier au voisinage des hétérogénéités locales est de très grande dimension, par rapport à celles-ci, et doit être modélisé comme un milieu infini. Cela est la source de difficultés numériques pour une méthode telle que la méthode des éléments finis car des réflexions d'ondes parasites se produisent à la frontière du maillage. Une technique de frontière absorbante, basée sur l'approximation paraxiale est présentée dans ce paragraphe, ainsi que *la mise en œuvre d'un élément de frontière* qui permet d'utiliser la méthode des éléments finis même dans le cas d'un domaine non borné. Cependant, il faut noter que si du point de vue de coût de calcul cette méthode n'est pas comparable avec les méthodes semi-analytiques comme la méthode d'Aki-Larner, c'est la seule méthode qui permette de travailler directement dans le domaine temporel, pour des ondes incidentes sur le maillage non nécessairement normales.

4.5. Partition du domaine infini de sol

Pour étudier le problème, lorsqu'on est en présence d'un sol élastoplastique, nous partageons le domaine infini en deux parties Ω_s et $\Omega_{s'}$ (fig. 8). D'une manière générale, les hétérogénéités quelconques sont dans le domaine Ω_s, alors que le domaine extérieur $\Omega_{s'}$ est relativement régulier et homogène. Les hypothèses suivantes sont retenues.

Le domaine Ω_s lui-même est décomposé en deux parties :

— le domaine Ω_{sb} constitué de *sédiments poreux, anélastiques* et modélisé par les équations des précédents chapitres. Ces sédiments sont situés à proximité de la surface libre. Ce domaine est borné, mais de géométrie quelconque ;

— le domaine Ω_{sm}, constitué de *sédiments non élastiques et monophasiques*. Ce domaine réalise une zone de transition éventuelle entre Ω_{sb} et $\Omega_{s'}$, et est borné.

Le comportement du sol dans le domaine $\Omega_{s'}$ est *élastique, monophasique*. Ce domaine est non borné. Le comportement de ce domaine sera modélisé par l'approximation paraxiale des équations de l'élastodynamique. La stratigraphie dans $\Omega_{s'}$ est suffisamment simple, de telle manière que le champ sismique incident se propageant dans celle-ci, puisse être calculé soit analytiquement, soit par une méthode du type Thomson-Haskell. Pour fixer les idées, on pourra se contenter du cas d'un matériau homogène.

L'ensemble des équations traduisant la modélisation s'écrit de la manière suivante.

Dans $\Omega_{s'}$

Le champ de déplacement $u_{s'}$ vérifie les équations de l'élastodynamique transitoire, c'est-à-dire en supposant, en outre que le matériau est homogène isotrope. A l'infini, le champ $u_{s'}$ doit tendre vers le champ sismique incident u_i qui, pour fixer les idées, peut être pris sous forme d'ondes planes, compatibles avec la stratigraphie horizontale de $\Omega_{s'}$. On a donc :

$$\lim u_{s'} = u_i \text{ lorsque } |x| \to \infty$$

Le tenseur des contraintes dans $\Omega_{s'}$ s'écrit comme la somme des contraintes statiques $\sigma_{s'}{}^0$ (présismique) et des contraintes dynamiques.

$$\sigma_{s'} = \sigma_{s'}{}^0 + \sigma_{s'}(u_{s'})$$

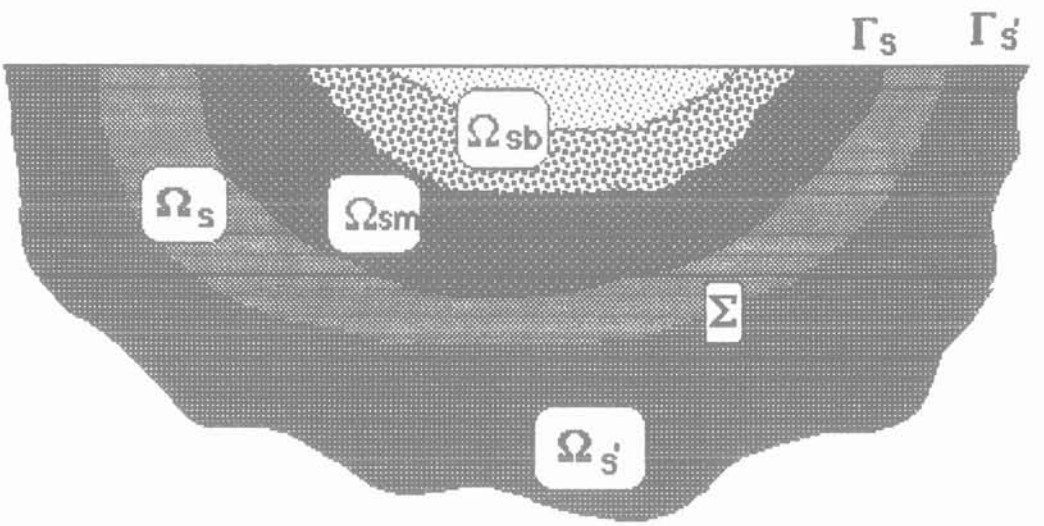


Fig. 8. — Partition du domaine du sol.
Fig. 8. — Soil domain decomposition.

Interface Σ entre Ω_s et $\Omega_{s'}$

A l'interface Σ entre Ω_s et $\Omega_{s'}$ on doit écrire la continuité des déplacements et des vecteurs contraintes :

$$u_s = u_{s'}$$

$$t_s + t_{s'}(u_{s'}) = 0.$$

Rappelons que le comportement est supposé élastique dans un voisinage de Σ, si bien que la notation $t_{s'}(u_{s'})$, a bien un sens :

$$t_{s'}(u_{s'}) = \sigma_{s'}(u_{s'}) \cdot n_{s'} = \lambda (\mathrm{div}\, u_{s'})\, n_{s'} + 2\mu\, \epsilon(u_{s'}) \cdot n_{s'}$$

Dans Ω_{sm}

Le comportement élastoplastique des sédiments est régi par les équations classiques de l'élastoplasticité dynamique. Le champ de contraintes dans Ω_s doit satisfaire des conditions de surface libre sur Γ_s.

Dans Ω_{sb}

Le comportement des sédiments dans ce domaine est décrit par le modèle biphasique présenté plus haut. Nous ne réécrivons pas ces équations, cependant, il est important de décrire les conditions de raccord entre Ω_{sm} et Ω_{sb}.

Raccord entre Ω_{sb} (u – p) et Ω_{sm}

A l'interface, on doit écrire la continuité du déplacement de la phase solide, la continuité du vecteur contrainte totale, et la nullité de la vitesse d'écoulement :

$$u_{sb} = u_{sm},\ K \cdot \mathrm{grad}\ p \cdot n_{sb} = 0$$

$$t_{sb} + t_{sm} = 0.$$

Les mêmes remarques que précédemment s'appliquent dans le cas du raccord avec un milieu poreux quasiment imperméable, ou au contraire quasiment perméable. On notera ici une nouvelle fois que les conditions aux limites retenues au départ et la formulation variationnelle qui en découle sont également bien adaptées aux conditions de raccord entre une zone biphasique et une zone monophasique. Dans la pratique, il s'avère que la possibilité de mixer de telles zones est particulièrement intéressante.

Conditions initiales

On a donc maintenant écrit toutes les équations à notre disposition à chaque instant t successivement dans le domaine extérieur élastique $\Omega_{s'}$ et dans le domaine intérieur élastoplastique Ω_s. Il faut en outre adjoindre des conditions initiales qui sont du type de celles qui avaient été développées dans la section précédente.

4.6. Approximation paraxiale

Nous présentons ici les principales étapes de la construction de frontières absorbantes, basées sur l'approximation paraxiale des ondes diffractées vers l'infini. Pour les détails nous renvoyons à COHEN (1984) et MODARESSI (1987).

a. Impédance spectrale de l'interface Σ

Pour construire systématiquement l'approximation paraxiale, on procède à une transformée de Fourier des équations de l'élastodynamique par rapport au temps, ainsi qu'aux deux variables d'espace dans le plan tangent à la frontière Σ. Ici nous nous limiterons au cas où Σ est une surface plane. D'autre part, nous n'examinerons pas non plus le cas de frontière avec coin pour lequel nous renvoyons à ENGQUIST et MAJDA (1979).

Pour évaluer l'impédance de la frontière Σ, il faut calculer le vecteur contrainte t_0 sur la facette de normale e_3 en $x_3 = 0$. On peut faire subir à $t(x', x_3)$ la même transformée de Fourier, si bien que dans le domaine de Fourier, on obtient *l'impédance spectrale de la frontière Σ* sous la forme :

$$\hat{t}_0 = A(|\xi'|, \omega)\, \hat{u}'_0 (\xi', \omega)$$

où A désigne l'opérateur impédance spectrale globale, ω la pulsation, ξ' le vecteur d'ondes. Revenant à l'espace physique, par la transformée de Fourier inverse, on obtient :

$$t_0 (x', t) =$$

$$(2\pi)^{-3/2} \int A\, |\xi'|, \omega)\, \hat{u}_0 (\xi', \omega) \exp [I (\xi' x' + \omega t)]\, d\xi'\, d\omega$$

b. Approximation paraxiale de l'impédance

La relation précédente représente l'action spectrale exercée par le domaine extérieur $\Omega_{s'}$ sur le domaine intérieur $\Omega_{s'}$ lorsque $\Omega_{s'}$ est le siège d'ondes rayonnant à partir de Σ vers l'extérieur. Cette impédance n'est pas locale puisqu'elle fait intervenir $\hat{u}'_0 (\xi', \omega)$ transformée de Fourier de $\hat{u}_0 (x', t)$ pour tout x' et t. L'idée est alors de développer les nombres d'ondes relatifs aux ondes P et S, ξ_s et ξ_p selon les puissances de $|\xi'| / \omega$ (ENGQUIST et MAJDA, 1977). Cette approximation sera bonne soit à haute fréquence, soit pour $|\xi'|$ petit. On voit ainsi que, pour $|\xi'|$ petit, on aura des ondes se propageant selon des directions voisines de e_3, comme cela est indiqué sur la figure 9.

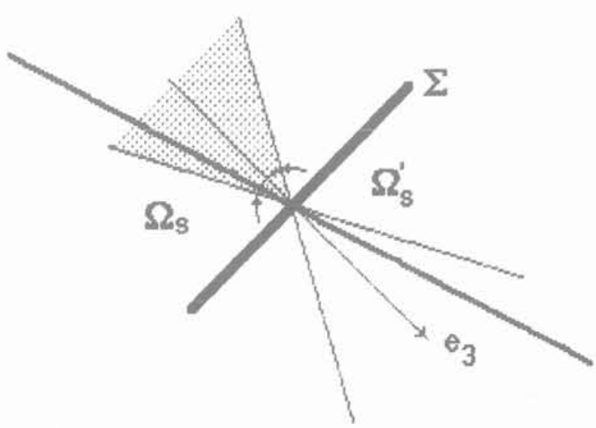


Fig. 9. — Frontière absorbante et interface entre le domaine extérieur et intérieur.
Fig. 9. — Absording boundary and the interface between outer and inner domains.

Si on utilise des développements limites pour ξ_p et ξ_s, en multipliant par une puissance convenable de ω, de manière à supprimer cette quantité au dénominateur, on obtiendra :

$$A_0\ (\xi',\ \omega)\ t_0\ =\ A_1\ (\xi',\ \omega)\ \hat{u}_0$$

où A_i est une fonction polynômiale de ξ' et de ω. On pourra se reporter à ENGQUIST et MAJDA (1979) pour un calcul détaillé des A_i. Par exemple *à l'ordre zéro* on obtient :

$$t_{s'}\ =\ \rho c_p \partial_t u_3 e_3\ +\ \rho c_s \partial_t u_s$$

qui est précisément l'impédance transitoire d'amortisseurs distribués le long de la frontière Σ très souvent utilisés en pratique. *A l'ordre un*, on obtient une expression plus compliquée, où on voit apparaître la dérivée par rapport au temps du vecteur contrainte.

La conclusion essentielle de cette section est que l'approximation paraxiale dans le domaine extérieur $\Omega_{s'}$ permet d'obtenir une *impédance locale transitoire* ne faisant intervenir que les dérivées intérieures, à la frontière Σ de raccordement. On retiendra sous forme symbolique les expressions suivantes à l'ordre zéro et un, respectivement :

$t_{s'}\ =\ A_0\ (\partial_t u_s)$

$\partial_t t_{s'}\ =\ A_1\ (\partial_{tt} u_{s'} \partial_t u_{s'} u_s)$

pour le champ rayonnant vers l'extérieur de $\Omega_{s'}$.

c. Formulation variationnelle du raccord sur Σ

On rappelle que le voisinage de l'interface Σ appartenant à Ω_s a un comportement supposé élastique linéaire. A l'infini le champ total $u_{s'}$ doit être égal au champ sismique incident u'_i généré par le mécanisme au foyer ; on a donc :

$(u_{s'}\ -\ u'_i)$ vérifie les conditions de radiation à l'infini.

En pratique on décompose le champ total u'_s en champ incident et champ diffraction-rayonnement u'_r sur l'interface Σ :

$$u'_s\ =\ u'_i\ +\ u'_r$$

Sur l'interface Σ on aura pour le champ rayonnant dans Ω'_s due à la diffraction sur Σ, et pour l'approximation d'ordre zéro :

$$t_{s'}\ (u'_r)\ =\ A_0\ (\partial_t u'_r)$$

Ce champ rayonné obéissant à l'équation paraxiale vérifie donc la condition de radiation approximativement. La continuité du vecteur contrainte sur l'interface Σ et l'hypothèse de linéarité au voisinage de Σ permettent d'écrire, dans le cas de l'approximation paraxiale d'ordre zéro :

$$\begin{aligned} t_s &= -\ t_{s'}\ (u_{s'})\ =\ -\ t_{s'}\ (u'_i)\ -\ t_{s'}\ (u'_r) \\ &= -\ t_{s'}\ (u'_i)\ -\ A_0\ (\partial_t u'_r) \\ &= -\ t_{s'}\ (u'_i)\ -\ A_0\ (\partial_t u_s)\ +\ A_0\ (\partial_t u'_i) \end{aligned}$$

qui donne explicitement la sollicitation due au champ sismique libre, c'est-à-dire sans la présence des hétérogénéités locales que l'on souhaite étudier.

Dans le domaine Ω_{sb} contenant le matériau poreux biphasique, la formulation variationnelle est celle présentée précédemment. Les conditions aux limites envisagées alors, permettent de traiter directement les conditions de raccord entre une telle zone et la zone de matériau monophasique, que nous avons mentionnées au début de ce chapitre. Par conséquent, nous nous limitons maintenant à la formulation variationnelle permettant de raccorder les zones Ω_{sm} correspondant à un domaine borné constitué de matériau monophasique (éventuellement anélastique) au domaine $\Omega_{s'}$ non borné, constitué d'un matériau élastique et dont la propagation des ondes est approchée par l'équation paraxiale.

Soit alors, w un champ de déplacements virtuels cinématiquement admissibles dans Ω_{sm}, on écrit à partir du principe des travaux virtuels pour tout w :

$$(\rho\ \partial_{tt} u_s,\ w)_{\Omega_{sm}}\ +\ (\sigma_s,\ \epsilon\ (w))_{\Omega_{sm}}\ -\ <t_s,\ w>_\Sigma\ =\ (\rho g,\ w)_{\Omega_{sm}}$$

La loi de comportement est celle que nous avons présentée plus haut. Si on prend en compte l'expression obtenue plus haut du vecteur contrainte à l'interface, on en déduit :

$$\begin{aligned} (\rho\ \partial_{tt} u_s,\ w)_{\Omega_{sm}}\ &+\ (\sigma_s,\ \epsilon\ (w))_{\Omega_{sm}}\ +\ <A_0\ (\partial_t u_s),\ w>_\Sigma \\ &=\ (\rho\ g,\ w)_{\Omega_{sm}}\ +\ <-\ t_{s'}\ (u'_i)\ +\ A_0\ (\partial_t u'_i),\ w>_\Sigma \end{aligned}$$

Ce qui constitue la forme finale des termes à mettre en œuvre dans les calculs. Dans le cas de l'équation d'ordre supérieur, on obtient des équations qui font intervenir la vitesse du vecteur contrainte, qui sera discrétisée ensuite en temps. Nous rappelons simplement que nous utilisons le schéma mixte de Newmark que nous avons présenté en détail dans le chapitre précédent.

5. APPLICATIONS AU GÉNIE PARASISMIQUE

Après avoir donné, dans les sections précédentes, les éléments d'une modélisation mécanique et numérique des sédiments saturés, soumis à des sollicitations dynamiques, nous proposons maintenant de montrer comment les différents aspects interviennent d'une manière très couplée dans l'application à deux problèmes aux limites. Tout d'abord, une colonne de sol sera soumise à des ondes SV ou P à propagation verticale ; cet exemple simple permettra d'appréhender clairement le rôle respectif de la loi de comportement et des variations de volume, ainsi que l'influence des pressions interstitielles. Le deuxième exemple, plus complexe, traitera de l'influence du rôle de l'eau et du comportement non élastique des sédiments sur les effets locaux de site en génie parasismique.

Champ incident

Le champ incident sous la forme d'onde plane peut contenir différents types de signaux. Pour les tests, nous avons choisi le signal de Ricker utilisé très souvent dans la littérature (RICKER, 1960).

Ce signal est défini de la façon suivante dans le domaine transitoire :

$$f(t)\ =\ 0{,}5\ \pi^{1/2}\ (a\ -\ 0{,}5)\ \exp\ (-\ a)\ \text{avec}\ a\ =\ [\pi\ (t\ -\ t_s\ /\ t_p]^2$$

où t_s est le temps d'amplitude maximale et t_p est la période caractéristique. Dans le domaine de Fourier, ce signal s'écrit :

$$F(\omega)\ =\ \frac{-\ 10^2\ t_p^3\ \sqrt{2\pi}}{16\ \pi^3}\ e^{\frac{-\ \omega^2\ t_p^2}{4\ \pi^2}}\ e^{-\,i\omega t_s}$$

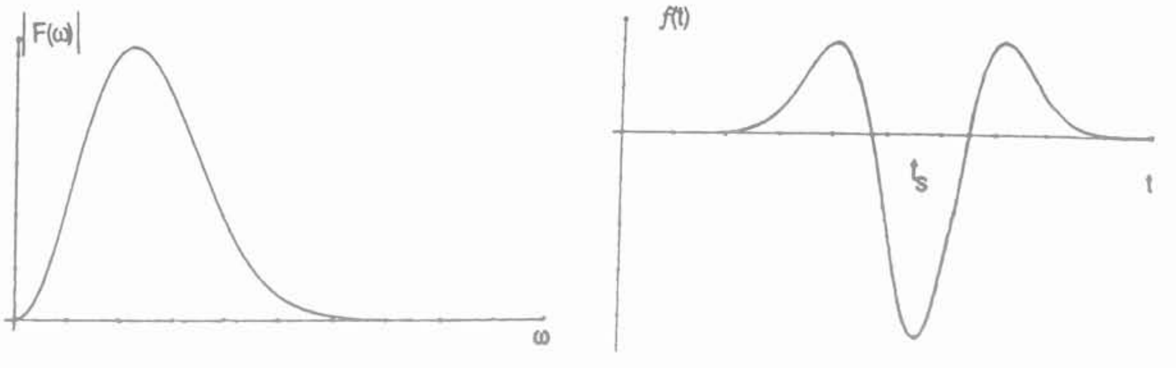


Fig. 10. — Signal de Ricker dans les domaines de fréquence et de temps.
Fig. 10. — Ricker wavelet in time and frequency domains.

la fréquence de pic (ω_0) est égale à 2π / t_p. Ce signal a l'intérêt d'être simple aussi bien dans le domaine transitoire que dans le domaine de fréquence (fig. 10) et surtout la chute rapide de $F(\omega)$ pour $\omega > \omega_0$ ne crée pas d'oscillations de haute fréquence dues à la fréquence de coupure (BARD et BOUCHON, 1980).

Dans le cas réel on peut utiliser les accélérogrammes enregistrés pendant les séismes ou les diagrammes synthétiques obtenus par un calcul préalable sans aucune difficulté. Il convient de noter que dans les résultats présentés plus loin, c'est toujours le déplacement du champ libre qui est imposé, et non l'accélération. Lorsque la fréquence caractéristique du signal de Ricker varie, pour une même amplitude de déplacement imposé, l'accélération du champ libre sera nécessairement différente.

5.1. Colonne de sable lâche (ou moyen ou dense) soumise à une onde P et SV

Nous considérons un problème monodimensionnel, représentant une colonne de sol de 10 m de hauteur, sollicitée par une onde P ou SV verticalement incidente en forme d'un signal de Ricker. Afin d'étudier l'influence du comportement anélastique des sols sur la réponse enregistrée sur la surface libre nous considérons successivement un sable lâche, moyen et dense dans les 5 premiers mètres de la surface. Le sable choisi est le sable d'Hostun pour lequel les paramètres de la loi de comportement élastoplastique de Hujeux ont été déterminés par ailleurs (HUJEUX, 1985). Les caractéristiques du champ incident sont données dans le tableau 1.

Tableau 1 — Caractéristiques du signal de Ricker.
Table 1 — Ricker wavelet characteristics.

Fréquences		2,5	5	Hz
Période caractéristique	t_p	0,04	0,2	sec
Temps de l'amplitude maximale	t_s	0,04	0,20	sec
Amplitude du signal		0,0005	0,0005	m
Pas de temps de calcul	Δt	0,001	0,001	sec

Pour chaque densité, les profils des déplacements, des vitesses et des accélérations, à la surface, sont présentés pour les ondes incidentes P et SV sur les figures 11 et 12 à moyenne fréquence (25 Hz) et sur les figures 13 et 14 à basse fréquence (5 Hz). Le cas élastique sert de référence.

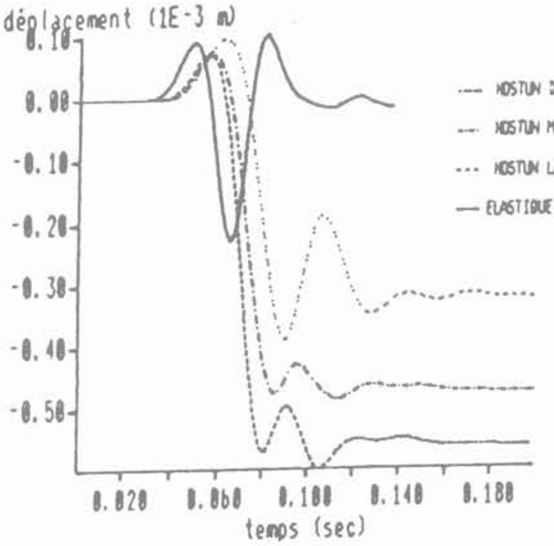
a. Cas monophasique

On peut constater que les déplacements sont toujours amplifiés indépendamment du type ou de la période de l'onde incidente, lorsqu'on est en présence de matériaux anélastiques. Cette amplification est nettement plus importante pour les fréquences élevées lorsque le champ incident est sous la forme d'une onde P. Quant aux ondes SV, ce sont les basses fréquences qui créent l'amplification la plus importante. Dans tous les cas le phénomène est presque toujours accompagné par des déformations irréversibles correspondant à des déplacements horizontaux dans le cas de l'onde SV, et à un tassement dans le cas de l'onde P.

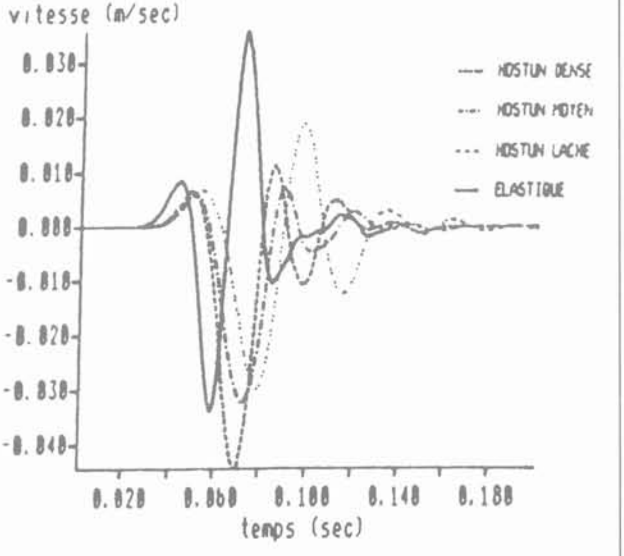
On constate également que les sables moyen et dense se comportent sensiblement de la même façon et le sable lâche se distingue en montrant très souvent des valeurs d'amplification relativement plus élevées surtout à basses fréquences. Lorsque la fréquence est élevée, le comportement anélastique a pour effet de diminuer l'intensité de l'accélération pour les ondes SV. MOHAMMADIOUN et PECKER (1984) expliquent ce phénomène par le fait que la plastification du matériau plus importante en moyenne sur des chemins déviatoires (cas de l'onde SV) que sur des chemins oedométriques (cas de l'onde P), au moins après les premiers cycles, empêche l'énergie due aux fréquences élevées d'arriver à la surface.

b. Cas biphasique

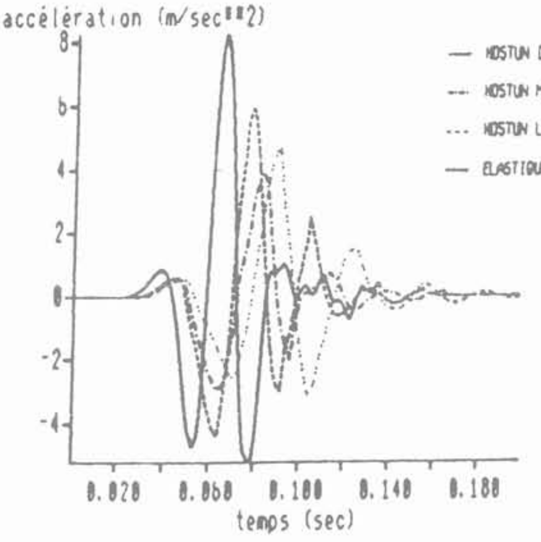
Nous considérons maintenant une colonne de sol élastoplastique saturée d'eau soumise à une excitation harmonique à la base sous la forme d'onde SV. Le matériau est un sable lâche dont les caractéristiques sont présentes dans la thèse de H. MODARESSI (1987). Le



(a) déplacements
(a) displacement

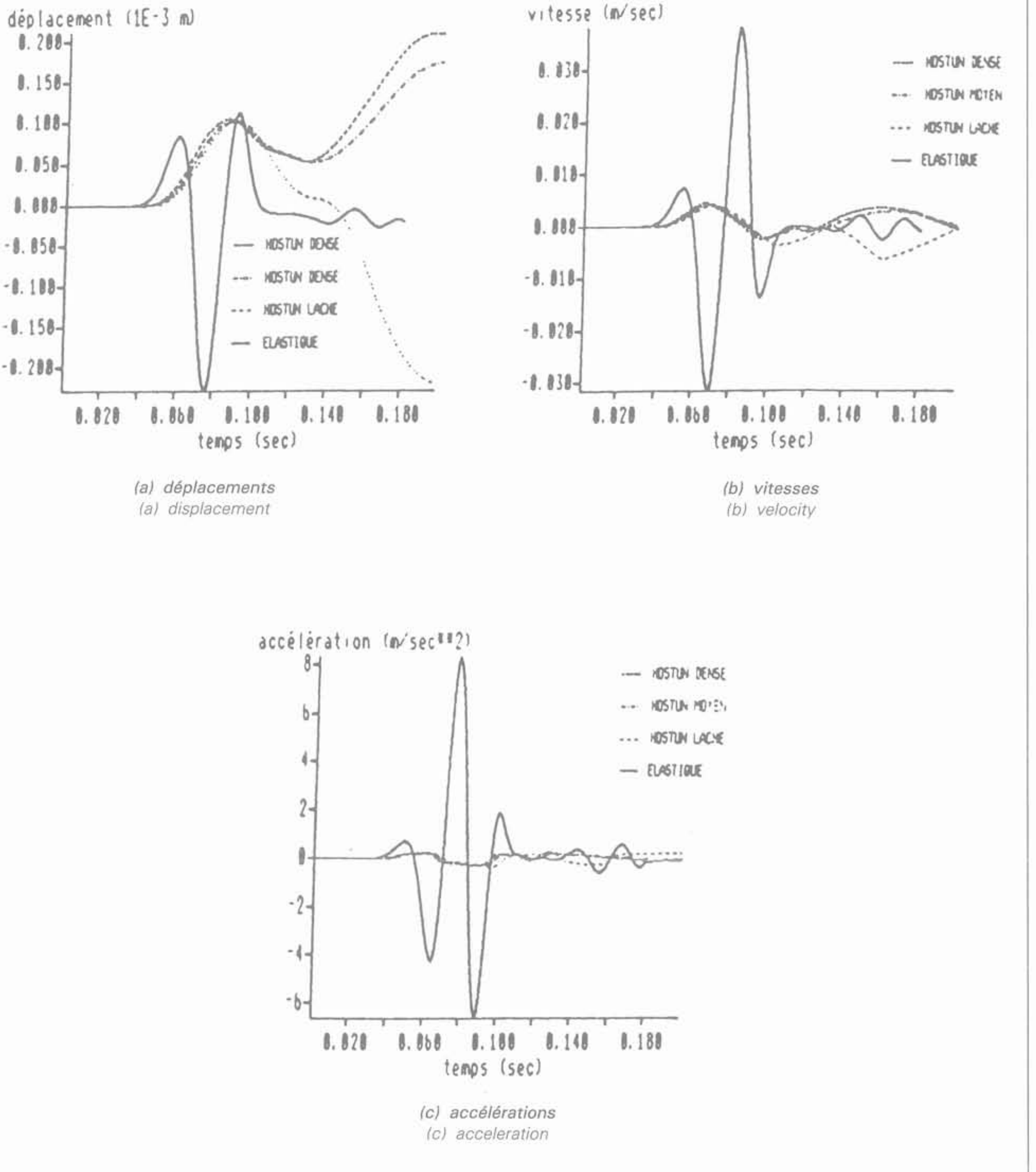


(b) vitesses
(b) velocity



(c) accélérations
(c) acceleration

Fig. 11. — Déplacements, vitesses, accélérations (onde P/fréquence 25 Hz).
Fig. 11. — Displacement, velocity, acceleration (P wave frequency 25 Hz).

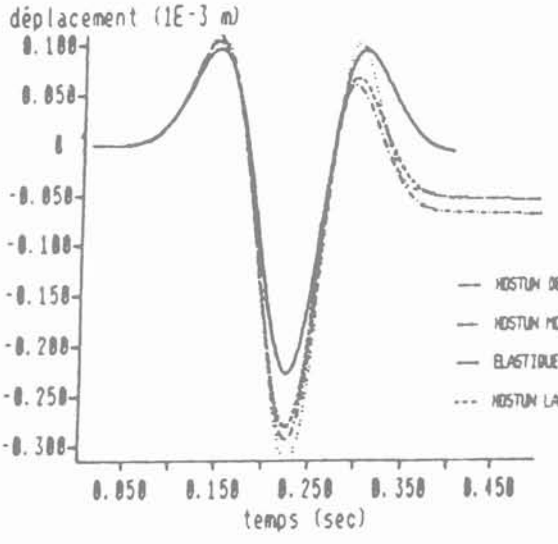


(a) déplacements
(a) displacement

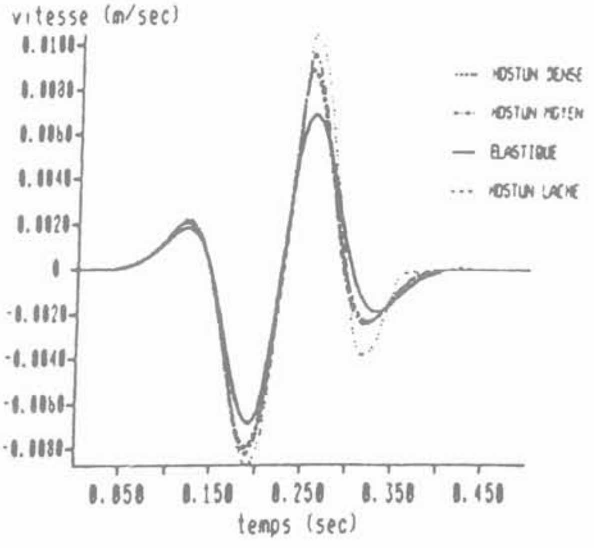
(b) vitesses
(b) velocity

(c) accélérations
(c) acceleration

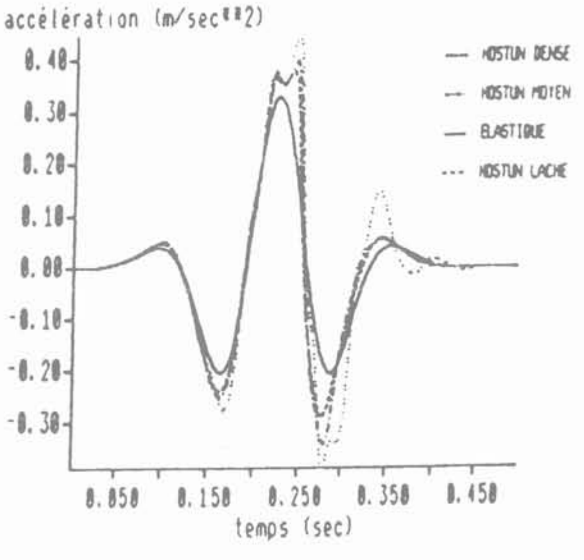
Fig. 12. — Déplacements, vitesses, accélérations (onde SV/fréquence 25 Hz).
Fig. 12. — Displacement, velocity, acceleration (SV wave frequency 25 Hz).



(a) déplacements
(a) displacement

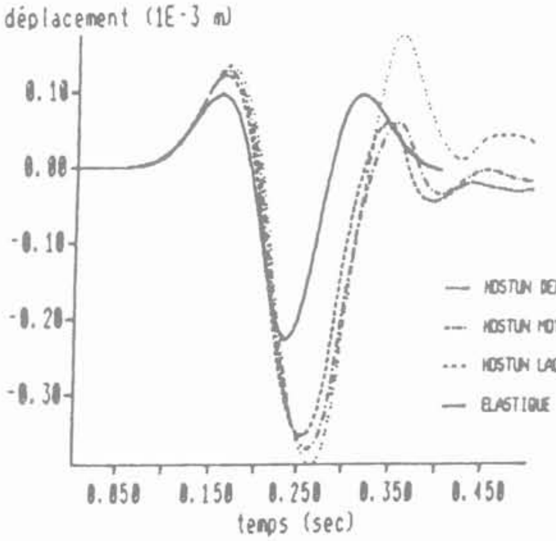


(b) vitesses
(b) velocity

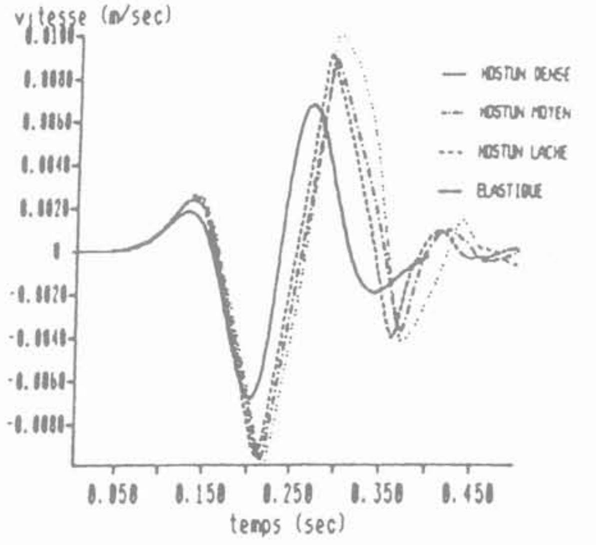


(c) accélérations
(c) acceleration

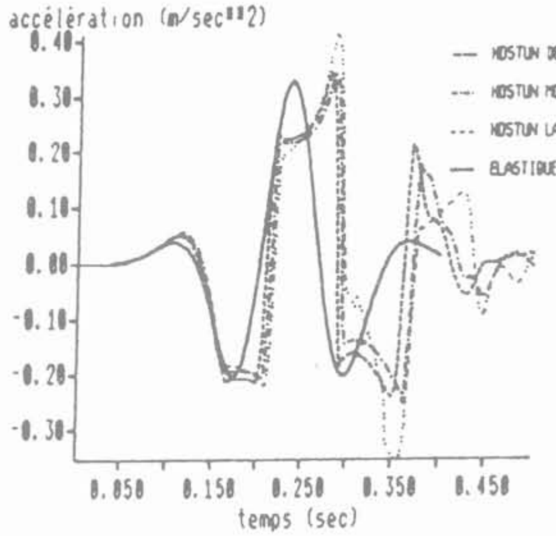
Fig. 13. — Déplacements, vitesses, accélérations (onde P/fréquence 5 Hz).
Fig. 13. — Displacement, velocity, acceleration (P wave frequency 5 Hz).



(a) déplacements
(a) displacement



(b) vitesses
(b) velocity



(c) accélérations
(c) acceleration

Fig. 14. — Déplacements, vitesses, accélérations (onde SV/fréquence 5 Hz).
Fig. 14. — Displacement, velocity, acceleration (P wave frequency 5 Hz).

tableau 2 donne les paramètres supplémentaires nécessaires pour cette analyse. Les paramètres du schéma de Newmark γ et β sont choisis respectivement 0,5 et 0,25, le pas de temps de calcul est de 0,005 secondes et les éléments sont traités implicitement. Le maillage et le champ de contraintes initiales sont présentés sur la figure 15.

Tableau 2 — Caractéristiques du matériau.
Table 2 — Material characteristics.

Masse volumique du solide	ρ_s	2 650	kg/m^3
Masse volumique du fluide	ρ_f	1 000	kg/m^3
Porosité	n	0,429	
Module de compressibilité du fluide	K_f	2 140	MPa
Module de compressibilité du solide	K_s	∞	MPa
Perméabilité	K	0,001	cm/s
Amplitude d'onde incidente		0,03	m
Fréquence angulaire	ω	4π	Hz

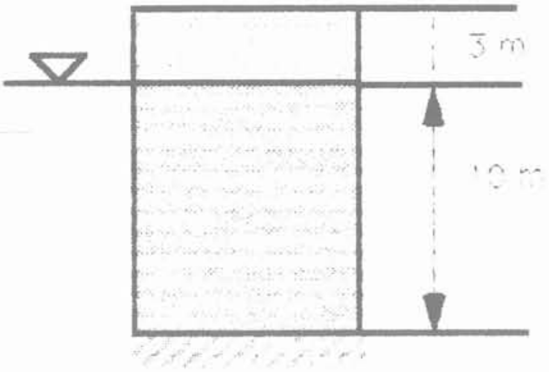


Fig. 15. — Colonne de sol saturé soumise à une onde SV.
Fig. 15. — Satured soil column subjected to a SW wave.

L'évolution de la pression interstitielle dynamique dans le temps est donnée pour trois points situés au voisinage de la surface libre de la nappe, à la base et approximativement au milieu de la colonne (fig. 16). On note qu'au sommet la pression interstitielle reste quasiment nulle à cause des conditions aux limites de drainage. Dans un premier temps, les pressions à la base et au milieu sont quasiment identiques, alors que dû aux niveaux de déformations différentes en ces deux points, elles commencent à diverger ultérieurement. Ce résultat est une manifestation évidente du rôle couplé des variations de volume liées à la dilatance/contractance et de la loi de filtration dynamique. Aucune analyse simplifiée, par exemple non drainée en contraintes totales ne permettrait de reproduire ces phénomènes.

Sur la figure 17, nous avons tracé le profil de la pression interstitielle dynamique sur la hauteur de la colonne, pour quelques étapes du calcul. L'approche et la modélisation de la liquéfaction sont clairement mises en évidence et on voit nettement l'augmentation de la pression interstitielle en profondeur. La courbe représentant la contrainte effective initiale sert de référence, puisque

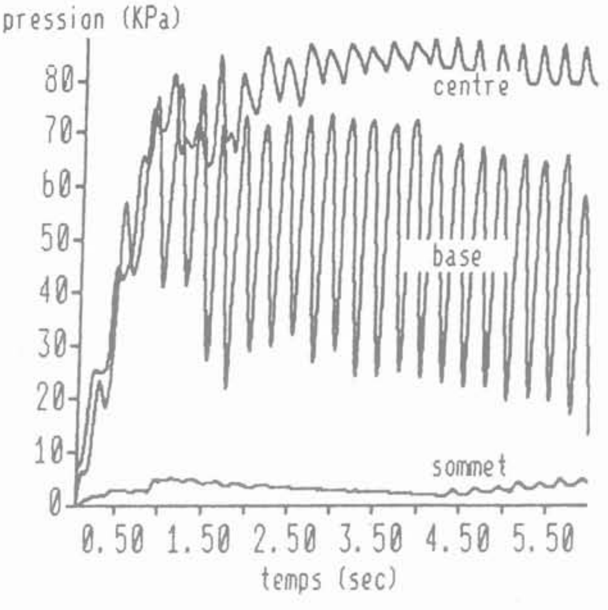


Fig. 16. — Evolution de la pression interstitielle dans le temps.
Fig. 16. — Variation of pore pressure with time.

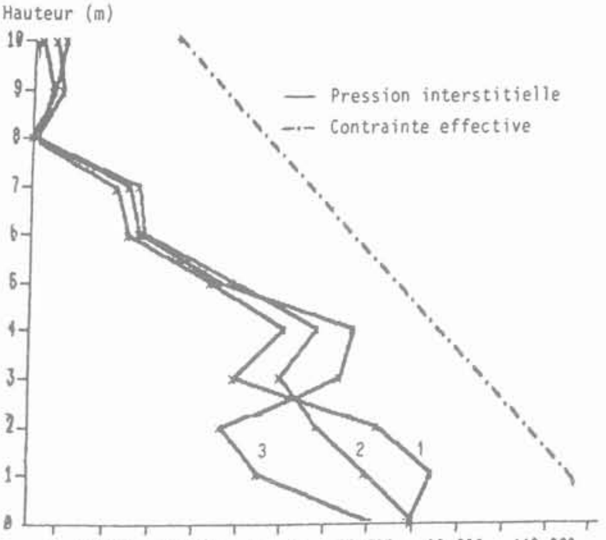
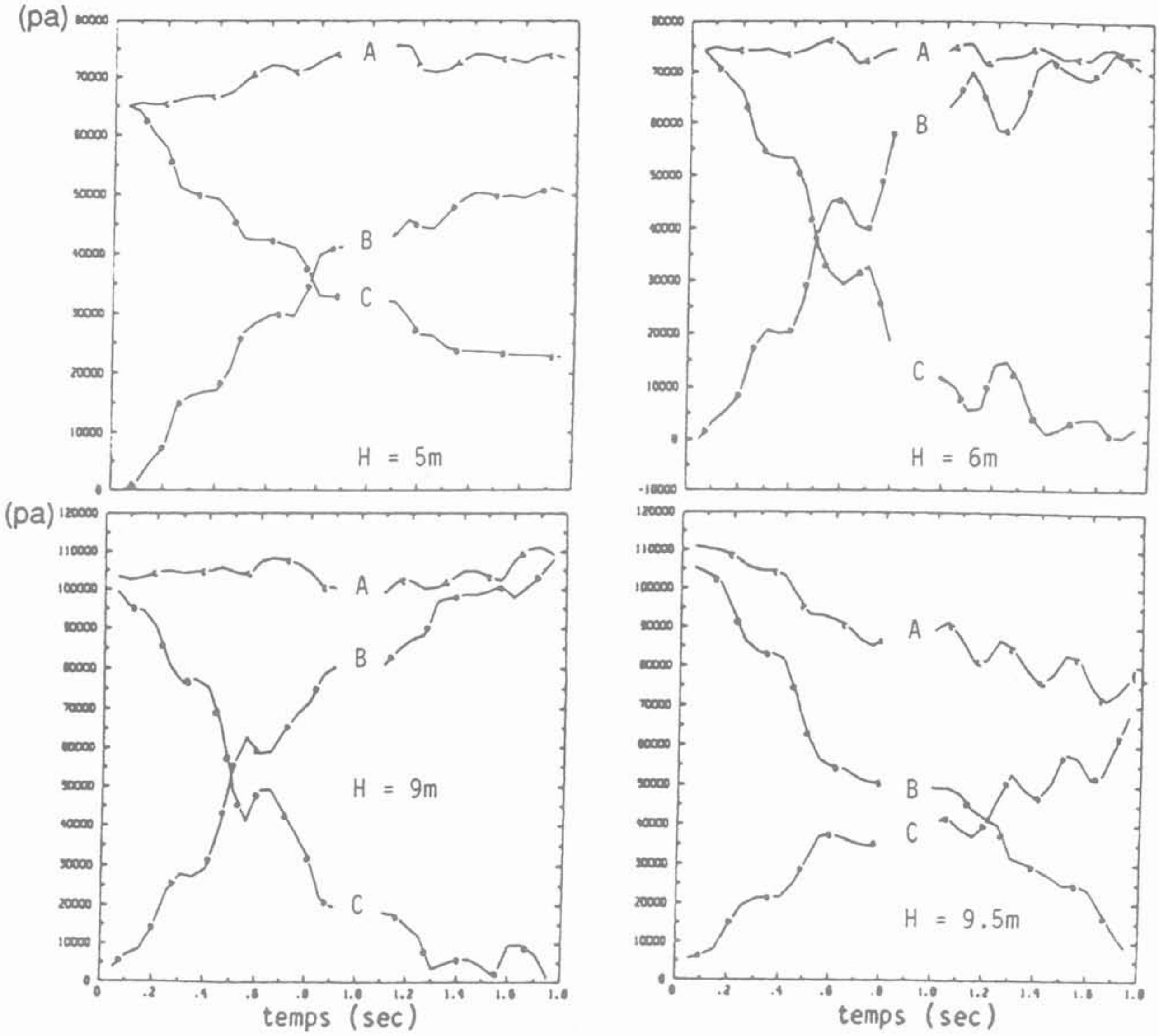


Fig. 17. — Profil de la pression interstitielle sur la hauteur de la colonne.
Fig. 17. — Pore pressure distribution (with the column height versus).

lorsque la liquéfaction est atteinte, si la contrainte totale varie peu, les deux courbes doivent se croiser. Cette dernière hypothèse est assez bien vérifiée en première approximation.

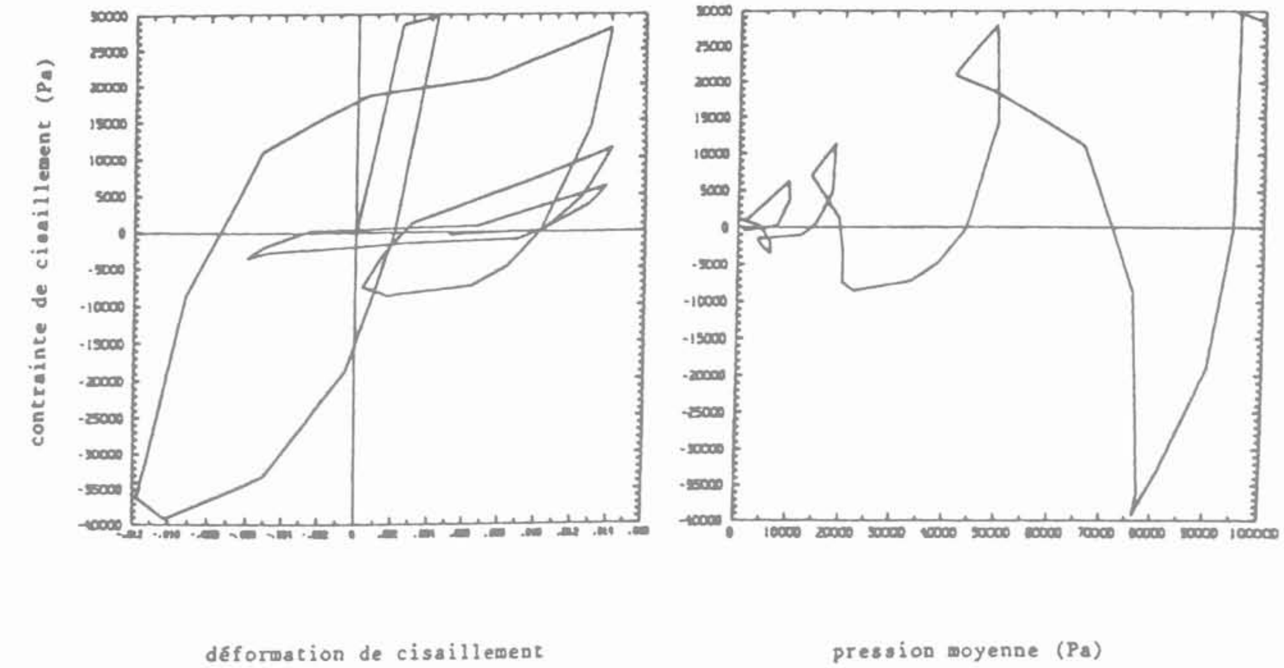


« A » : contrainte « totale » ($\sigma' - \Delta_p$) « B » : pression interstitielle dynamique (ΔP) « C » : contrainte effective (σ')

Fig. 18. — Contrainte totale, pression interstitielle, contrainte effective à différentes profondeurs.
Fig. 18. — Total stress, pore pressure and effective stress at various depths.

Pour la valeur retenue de la perméabilité (tableau 2), l'augmentation de la pression interstitielle au voisinage de la surface est très faible, au contraire en un point à l'intérieur du massif la pression interstitielle augmente mais la liquéfaction du sol ne se produit pas. Par contre, en diminuant la perméabilité à 5×10^{-6} cm/s, la liquéfaction survient, comme on peut le voir sur la figure 18. En effet le rôle de la perméabilité sur l'augmentation de la pression interstitielle est indiscutable et cela a été souvent évoqué dans la littérature. La nécessité d'une évaluation précise de la perméabilité des sites constitués du sol saturé et exposés aux mouvements sismiques est très importante pour déterminer les risques de liquéfaction, même si de telles mesures sont bien connues pour leurs difficultés de réalisation.

Nous traçons par la suite pour un point où la liquéfaction se produit, les variations des contraintes de cisaillement en fonction des déformations de cisaillement et de la pression effective moyenne et les variations de la déformation volumique en fonction des déformations de cisaillement (fig. 19). On voit clairement qu'à partir du quatrième cycle la pression effective moyenne tend vers zéro et le sol ne montre plus aucune résistance au cisaillement. On voit également que pendant le chargement la forme des boucles d'hystérésis varie. La nécessité d'une loi de comportement fiable simulant des essais cycliques de contraintes ou déformations à valeurs imposées variables pour évaluer la réponse des sols sous l'effet du chargement sismique est mise en évidence sur des chemins aussi complexes.



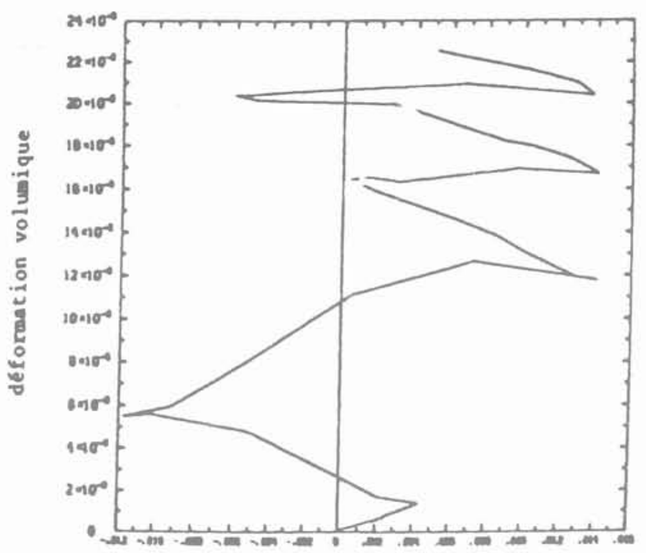


Fig. 19. — Chemins contraintes-déformations.
Fig. 19. — Strain-stress relations.

5.2. Vallée alluviale

Nous abordons maintenant les effets de site et les amplifications locales dues à la géométrie des vallées alluviales, c'est-à-dire essentiellement les effets bidimensionnels sur le champ libre. L'onde incidente est une onde plane se propageant verticalement sous la forme d'une onde de cisaillement (SV). Notre code de calcul par l'intermédiaire des éléments de frontières nous permet la prise en compte des incidences non nulles, mais ici nous reprenons l'exemple présenté par BARD et BOUCHON (1980), qui nous servira de référence, pour comparer les résultats obtenus dans le cadre d'un comportement élastique linéaire pour l'ensemble de la vallée. Il s'agit d'une vallée alluviale dont la forme et le maillage choisis sont présentés sur la figure 20.

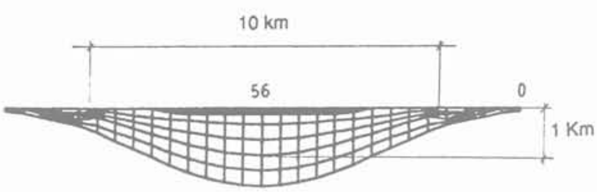


Fig. 20. — Maillage de la vallée.
Fig. 20. — Finite element mesh of the valley.

a. Cas élastique monophasique

Les caractéristiques des matériaux sont données dans le tableau 3. Les matériaux sont supposés élastiques linéaires. Le pas de temps du calcul, la période caractérisitque du signal incident (t_p) et le temps de l'amplitude maximale (t_s) sont choisis respectivement égaux à 0,005, 2,80 et 4,0 secondes et tous les éléments sont traités explicitement.

Tableau 3 — Caractéristiques des matériaux.
Table 3 — Material characteristics.

	Bassin élastique	Substratum rocheux	
Masse volumique ρ	2 000	3 300	kg/m^3
Module de Young E	2,61 10^3	1,01 10^5	MPa
Coefficient de Poisson ν	0,33	0,25	

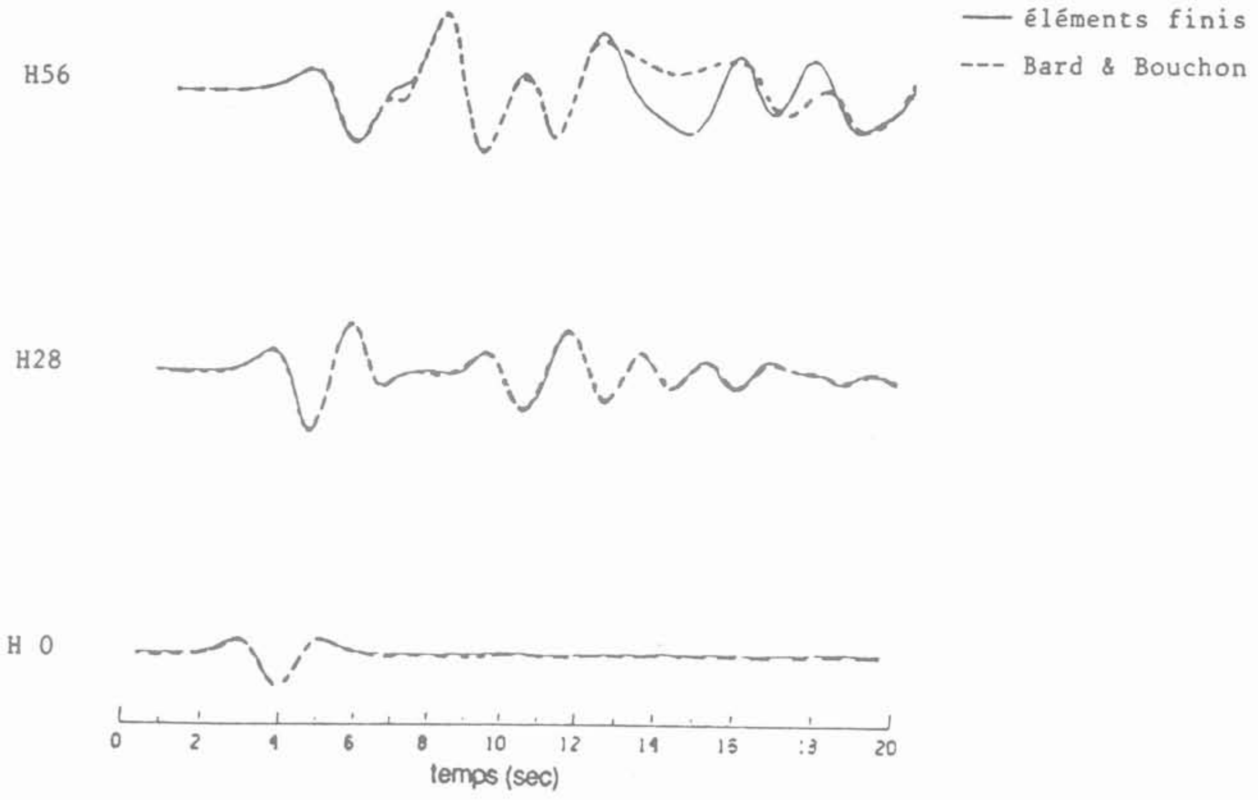


Fig. 21. — Comparaison avec Bard & Bouchon.
Fig. 21. — Comparaison of finite of element solution with Bard and Bouchon.

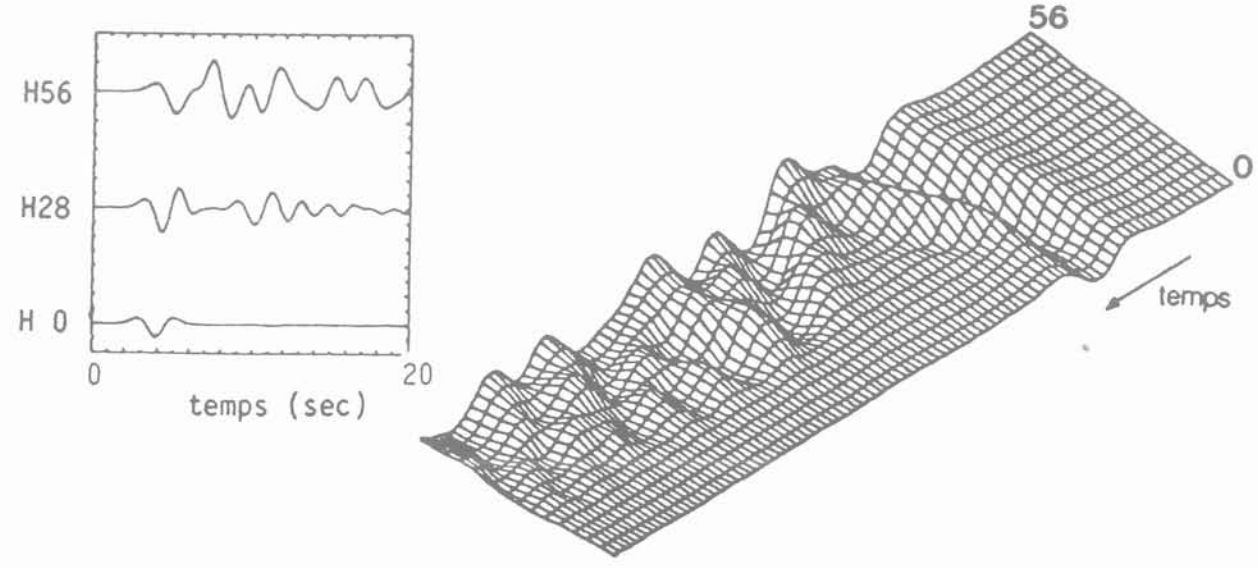


Fig. 22. — Déplacements horizontaux en surface (onde SV verticalement incidente).
Fig. 22. — Surface horizontal displacement time history (for a vertically incident SV wave).

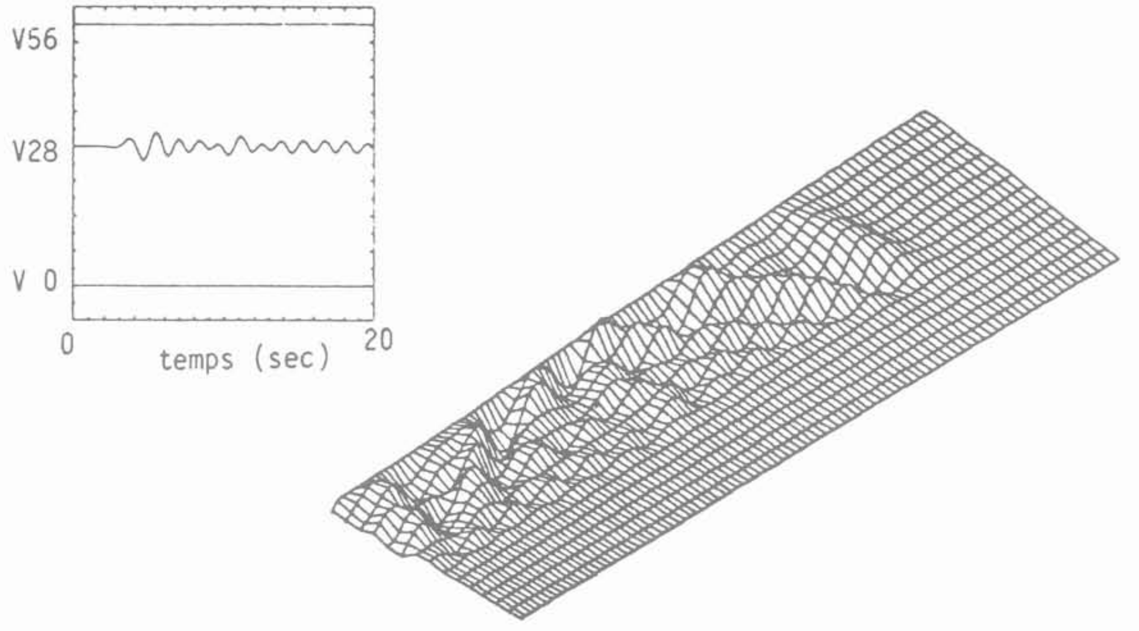


Fig. 23. — Déplacements verticaux en surface (onde SV verticalement incidente).
Fig. 23. — Surface vertical displacement time history (for a vertically incident SV wave).

Sur la figure 21, nous présentons la comparaison entre les résultats obtenus pour trois points de la surface libre respectivement au milieu, à l'extrémité et à mi-distance entre ces deux points avec ceux présentés par BOUCHON et BARD. On peut constater que la concordance des résultats pour le point au centre de la vallée est moins bonne que pour les deux autres points. Cependant on observe le même nombre de pics et la même valeur maximale suivant les deux méthodes.

Les résultats obtenus pour les champs de déplacements à proximité de la surface sont présentés sur les figures 22 et 23. On peut observer que l'onde SV incidente arrivant à la surface crée des ondes de surface (en particulier les ondes de Rayleigh) dans les coins de la vallée qui, se propageant sur la surface, amplifient les déplacements qui persistent quelques temps après le passage du signal. La création de déplacements verticaux n'aurait pu être mise en évidence avec une modélisation monodimensionnelle. L'amplification maximale des déplacements horizontaux se produit au centre de la vallée où les ondes de surface créées aux deux coins de la vallée se rencontrent et elle est approximativement 4 à 5 fois plus grande par rapport à ce qu'on pouvait avoir en l'absence d'irrégularité géométrique. Cela confirme la nécessité des calculs bi- voire tri-dimensionnels.

On observe à la surface l'apparition d'une onde de Rayleigh associée à un mouvement elliptique rétrograde à prédominance horizontale qui s'amortit rapidement avec la profondeur (fig. 24).

L'influence de l'amplitude et la durée du mouvement, ainsi que le contenu fréquentiel sont bien présentés par le spectre de réponse. On peut observer que les accélérations verticales sont négligeables au centre et à l'extrémité de la vallée, que l'accélération maximale horizontale est presque trois fois plus grande au centre de la vallée par rapport à l'extrémité tandis que la fréquence de pic reste sensiblement la même.

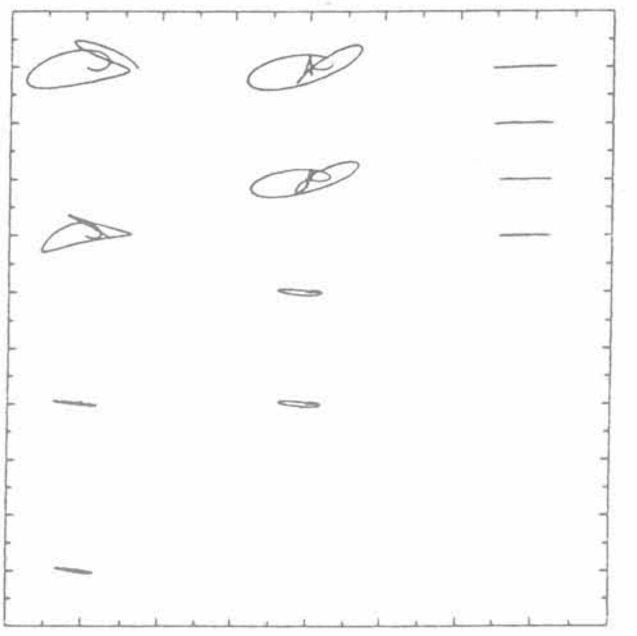


Fig. 24. — Trajectoires en surface et en profondeur.
Fig. 24. — Particle motion at a given time for differents points on the surface and their evolution with depth.

Enfin les maillages déformés de la partie droite de la vallée alluviale sont présentés dans la figure 25 et montrent que le mouvement se prolonge essentiellement à l'intérieur de la vallée et s'amplifie à proximité de la surface libre.

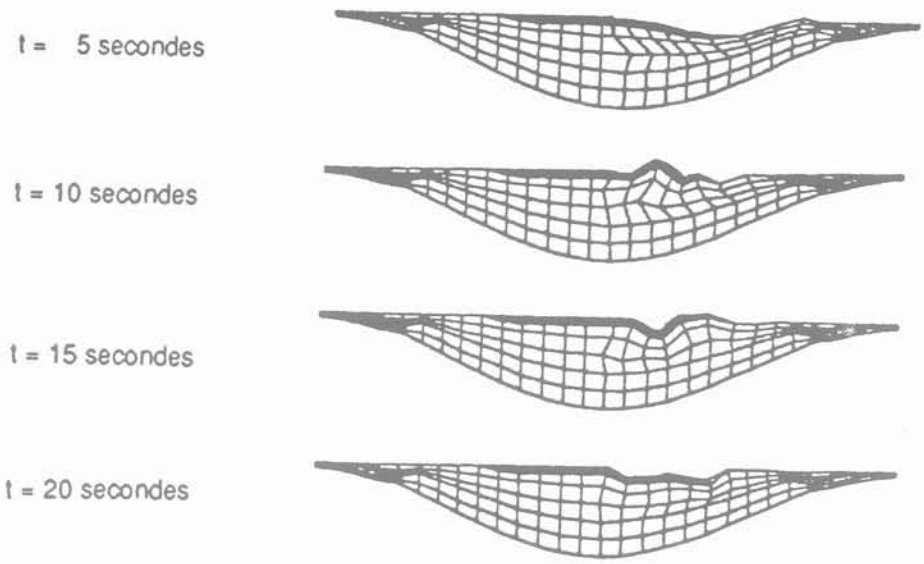


Fig. 25. — Maillage déformé de la partie droite de la vallée.
Deformed mesh of the right hand side of the valley.

Ces tests montrent l'importance de la prise en compte des hétérogénéités latérales. On peut constater que le mouvement n'est pas seulement amplifié mais également prolongé dans le temps. Ceci est très important dans le comportement des ouvrages construits sur ces sites et également dans le comportement des sols constituant les couches superficielles, car par exemple dans les conditions non drainées l'augmentation du nombre de cycles ainsi créés peut les amener jusqu'à la liquéfaction.

b. Cas anélastique monophasique

Dans cette section nous présentons les résultats numériques obtenus pour la même vallée alluviale en tenant compte du comportement réel, élastoplastique des sols constituant les couches superficielles de la vallée. Nous étudions la réponse de la vallée soumise à une onde de cisaillement SV verticalement incidente et sous la forme d'un signal de Ricker. La forme et les dimensions de la vallée, ainsi que les caractéristiques du champ incident sont celles présentées précédemment.

La forme de la vallée, le contraste d'impédance entre la vallée et le milieu avoisinant sont des facteurs prédominant sur les mouvements sismiques à la surface de celle-ci. Ici, pour mettre l'accent sur l'influence du comportement du sol, nous maintenons ces deux paramètres ainsi que les caractéristiques du champ incident constants et nous renvoyons à BARD (1983) pour une étude paramétrique sur l'influence des divers paramètres. Le matériau choisi est le sable lâche d'Hostun déjà étudié précédemment. Les ondes rayonnées vers l'extérieur sont évacuées par l'intermédiaire des éléments paraxiaux et le seul amortissement existant dans le milieu est dû au comportement plastique du matériau pris en compte par la loi de comportement. Les paramètres du schéma de Newmark γ et β sont chosis respectivement 0,5 et 0,25, le pas de temps de calcul est de 0,005 secondes et les éléments sont traités implicitement dans le domaine anélastique et explicitement partout ailleurs.

Les déplacements sont présentés sur la figure 26. On peut constater que dans la partie anélastique les résultats sont nettement différents par rapport aux calculs précédents. On observe une nette amplification des mouvements horizontaux et verticaux et accompagnés par des déformations irréversibles. On constate en particulier l'apparition d'un tassement important dans ces matériaux. Le sable lâche sous la vibration produite par le mouvement prolongé des ondes prises en piège dans la vallée se *densifie*.

Les ondes réfléchies sur les bords de la vallée créent encore des ondes de surface ayant un mouvement elliptique rétrograde ressemblant aux ondes de Rayleigh. Cependant il faut noter que la propagation des ondes dans les milieux non linéaires est très complexe. On peut néanmoins préciser que par rapport au calcul élastique, on constate que les mouvements verticaux sont accentués. On remarque néanmoins que l'existence du bassin anélastique ne modifie pas les mouvements des zones voisines de manière significative.

Les spectres de réponse montrent qu'à part l'amplification importante en particulier pour les mouvements verticaux, il y a des accélérations très marquées qui se produisent dans les domaines de longues périodes et qui étaient absentes dans les spectres obtenus par une analyse élastique. Ceci montre l'intérêt d'une modélisation précise du comportement des sols pour ce genre de calcul. Traditionnellement, dans les spectres proposés pour le dimensionnement des structures, on tient compte de l'influence des sols mous sur la prolongation du mouvement sur les périodes plus grandes (SEED et IDRISS, 1982), mais en général les amplifications dues à ces matériaux sont plus ou moins sous-estimées. Ceci peut être tout à fait acceptable pour les mouvements

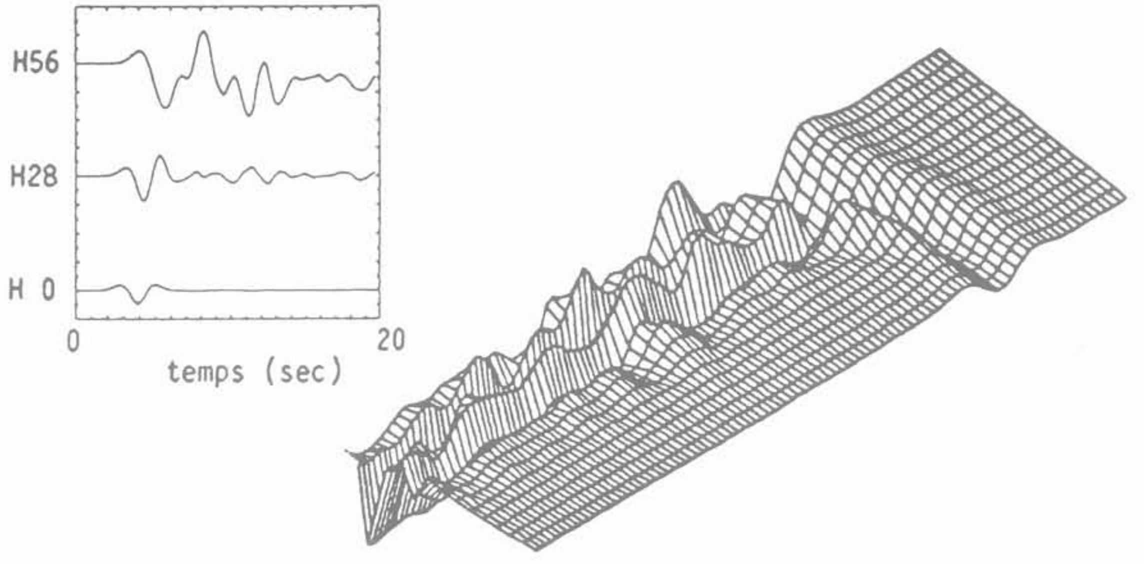


Fig. 26. — Déplacements horizontaux à la surface (sable lâche sec).
Fig. 26. — Surface horizontal displacement time history (for a dry loose sand).

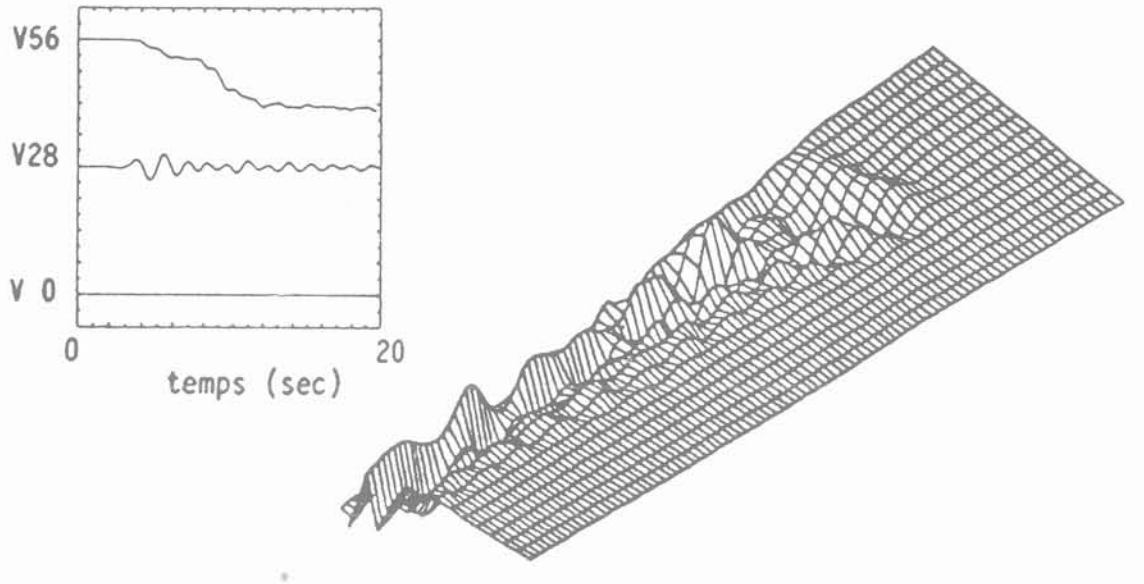


Fig. 27. — Déplacements verticaux à la surface (sable lâche sec).
Fig. 27. — Surface vertical displacement time history (for a dry loose sand).

relativement faibles, mais semble sujet à caution pour les séismes d'intensité très forte.

Pour voir l'influence de la densité sur le comportement du sable pendant le séisme nous avons effectué la même analyse que précédemment avec cette fois un sable dense avec une porosité de 0,36. Les résultats (MODARESSI, 1987) montrent que, vue l'intensité du champ sismique, une densification se produit malgré la nature dense du sable choisi, évidemment plus faible que dans le cas précédent. Les déformations permanentes sont plus petites en ce qui concerne les mouvements horizontaux et l'accélération horizontale maximale est légèrement plus forte. En quelque sorte, le matériau étant plus raide, son comportement s'approche d'avantage d'un comportement élastique.

c. *Cas anélastique biphasique*

Dans les exemples précédents les matériaux étudiés étaient secs. Nous procédons maintenant à une étude sismique complète d'une vallée alluviale constituée d'un bassin de sable lâche saturé d'eau. La zone élastique qui entoure ce bassin est aussi considérée saturée et l'ensemble repose sur un substratum élastique sec. A l'interface entre cette zone et le substratum, un drainage parfait est permis. On notera ici, l'intérêt du choix retenu des conditions aux limites et de la formulation variationnelle, per-

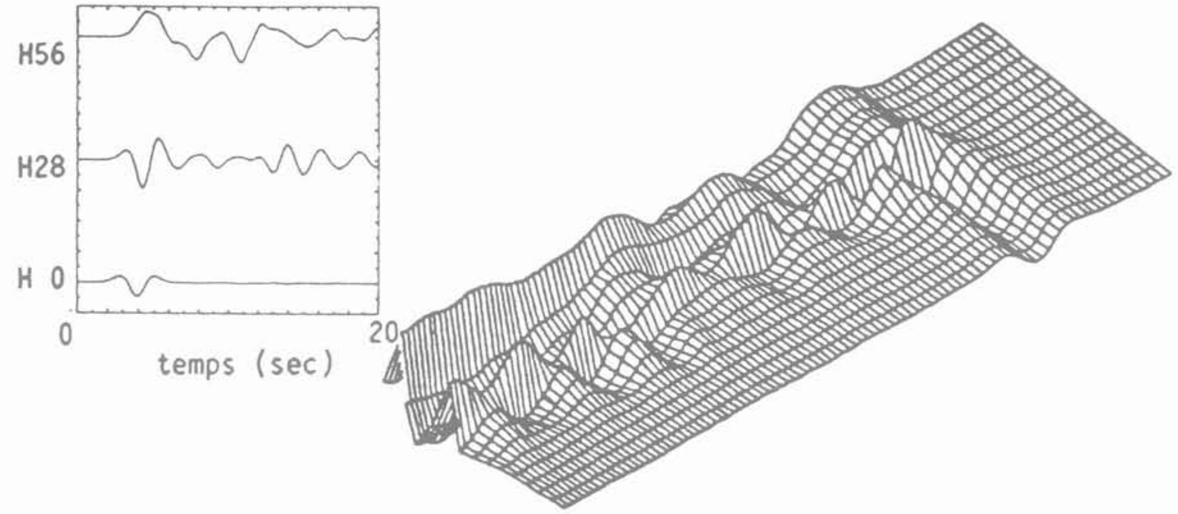


Fig. 28. — Déplacements horizontaux en surface (sable lâche saturé).
Fig. 28. — Surface horizontal displacement (for a saturated loose sand).

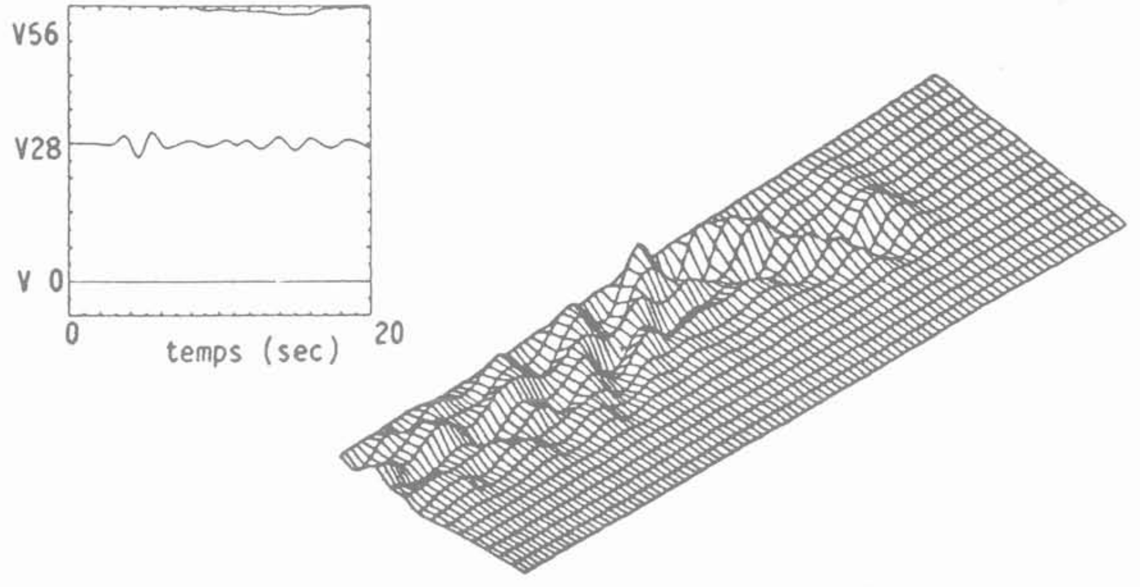


Fig. 29. — Déplacements verticaux en surface (sable lâche saturé).
Fig. 29. — Surface vertical displacement (for a saturated loose sand).

mettant de juxtaposer des zones biphasiques et monophasiques.

La géométrie de la vallée, les caractéristiques du champ incident et les propriétés des sols sont celles utilisées dans les exemples précédents. La porosité du sable est de 0,43. Les paramètres du schéma de Newmark γ et β sont choisis respectivement 0,5 et 0,25, le pas de temps de calcul est de 0,005 secondes et les éléments sont traités implicitement dans les domaines biphasiques et explicitement dans les autres zones du maillage.

Les figures 28 et 29 montrent les champs des déplacements à la surface de la vallée. On peut constater que les mouvements, en particulier les accélérations sont amorties par rapport au calcul monophasique équivalent. Le tassement vertical empêché par la condition quasi non drainée, due au chargement très rapide du champ sismique est substitué par une liquéfaction locale d'un certain nombre de points se situant de 20 à 40 mètres de profondeur qui se généralise petit à petit jusqu'à la liquéfaction d'une zone à environ 120 mètres de profondeur. Les profils de la variation de la pression interstitielle sur l'axe vertical passant par le centre de la vallée sont présentés sur la figure 30. On constate que vers 14 secondes après le début du chargement sismique il y a une montée très nette de la pression interstitielle dans les points situés à 120 mètres de la surface libre.

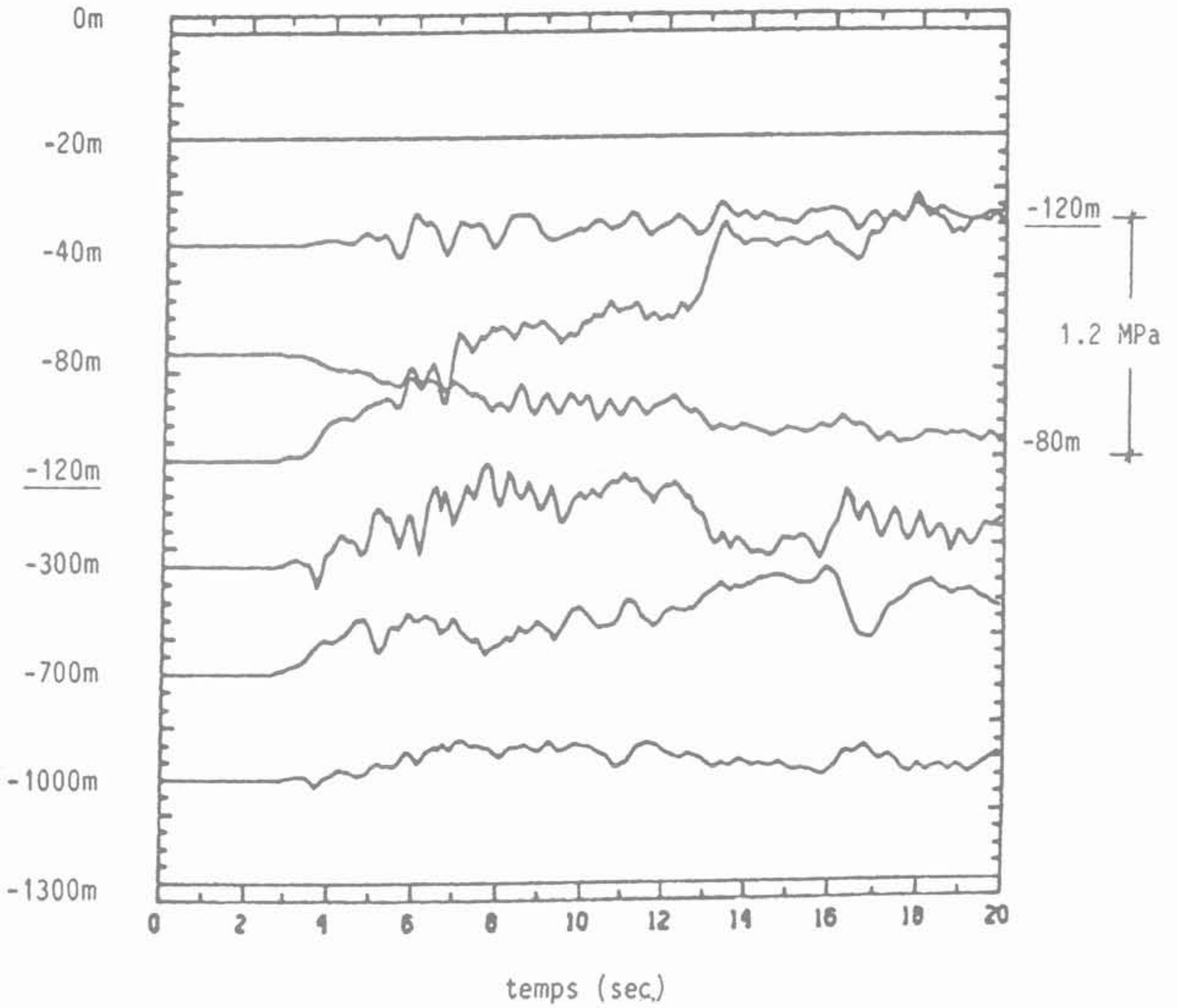


Fig. 30. — Pression interstitielle sur un axe vertical au centre de la vallée.
Fig. 30. — Excess pore pressure at various depths along the axis of the valley.

Il faut souligner que dans l'exemple traité nous avons supposé que le sol constituant le bassin anélastique a les mêmes propriétés sur toute la profondeur de bassin. En pratique dans les sites alluviaux on observe que la densité du sol augmente avec la profondeur, et que les zones liquéfiables dépassent rarement une profondeur supérieure à 50 mètres. Des courbes typiques contraintes-déformations prennent une allure peu habituelle (MODARESSI, 1987). On constate néanmoins que malgré le chemin de chargement très complexe, le sol progresse vers un état de liquéfaction, où les contraintes effectives s'annulent.

Le calcul des spectres de réponse montrent à quel degré la réponse du sol a été modifiée par la présence de l'eau. Nous avons indiqué ci-dessus la diminution importante de l'amplitude des accélérations obtenues à la surface du sol et cela change évidemment la valeur maximale de l'accélération dans le spectre de réponse. Par ailleurs le contenu fréquentiel a été largement modifié. En ce qui concerne les composantes horizontales, le mouvement s'étale sur une gamme large de fréquence par rapport au cas monophasique, et donne lieu à plusieurs pics successifs regroupés autour de la fréquence de pic du champ incident. Pour les composantes verticales, on constate toujours des valeurs plus faibles que dans le cas monophasique, mais cette fois le contenu fréquentiel est encore plus affecté par la présence de l'eau, car les pics sont translatés à des fréquences plus élevées. Des ondes de surface se produisent comme dans les exemples précédents et prolongent le mouvement entraînant la liquéfaction du sol.

BIBLIOGRAPHIE

AUBRY D., HUJEUX J.C., LASSOUDIERE F., MEIMON Y. (1982), *A double memory model with multiple mechanisms for cyclic soil behaviour.* Int. Symp. Num. Mod. Geomech., Balkema, 3-13.

AUBRY D., CHOUVET D., MODARESSI H., MOUROUX P. (1985), *Local amplification of a seismic incident field through an elastoplastic sedimentary valley.* Numerical Methods in Geomechanics, (Ed. Kawamoto, Ichikawa), Balkema, 421-428.

AUBRY D., CHOUVET D., MODARESSI A., MODARESSI H. (1985), *GEYDYN : Logiciel d'analyse du comportement mécanique des sols par éléments finis avec prise en compte du couplage sol-eau-air*. Rapport EdF/Région d'équipement Chambéry.

AURIAULT J.L. (1984), *Relations entre les comportements Micros et Macros structuraux*. Ecole d'hiver de Rhéologie des Géomatériaux. Aussois France.

BARD P.Y, BOUCHON M. (1980), *The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1 : The case of incident SH waves*. B.S.S.A., vol. 70, n° 4, 1263-1286.

BARD P.Y, BOUCHON M. (1980), *The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2 : The case of incident P and SV waves*. B.S.S.A., vol. 70, n° 5, 1921-1941.

BARD P.Y. (1982), *Diffracted waves and displacement field over two-dimensional elevated topographies*. Geophys. J.R. Soc., 731-760.

BARD P.Y. (1983), *Les effets de site d'origine structurale en sismologie ; Modélisation et interprétation. Application au risque sismique*. Thèse d'état. Université de Grenoble.

BARD P.Y. (1985), *Les effets de site d'origine structurale : Principaux résultats expérimentaux et théoriques*. Génie para-sismique (V. Davidovici ed.), Presses ENPC, 224-238.

BEAR J. (1984), *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*. Martinus Nijhoff Publishers.

BELYTSCHKO T., SCHOEBERLE D.F. (1975), *On the unconditional stability of an implicit algorithm for nonlinear structural dynamics*. Jou. of Appl. Mech., vol. 42, n° 4, 865-869.

BIOT M.A. (1941), *General theory of three-dimensional consolidation*. Journal of Applied Physics, vol. 12, 155-164.

BIOT M.A. (1956), *Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid*. Journal of Applied Physics, vol. 27, n° 5, 459-467.

BIOT M.A. (1962), *Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media*. Journal of Applied Physics, vol. 33, n° 4, 1482-1498.

BIOT M.A. (1962), *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid I-Low frequency range*. The journal of Acoustical Society of America, vol. 28, n° 2, 168-178.

BIOT M.A. (1962), *Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid II-Higher frequency range*. The Journal of Acoustical Society of America, vol. 28, n° 2, 179-191.

BOELLE J.L. (1983), *Mesure en régime dynamique des propriétés mécaniques des sols aux faibles déformations*. Thèse DDI, Ecole Centrale des Arts et Manufactures.

BOORE D.M., HARMSEN S.C., HARDING S.T. (1981), *Wave scattering from a step change in surface topography*. B.S.S.A., vol. 71, N° 1, 117-125.

BOORE D.M., JOYNER W.B. (1982), *The emprical prediction of ground motion*. B.S.S.A, vol. 72, n° 6, S43-S60.

BORNE L. (1983), *Contribution à l'étude du comportement dynamique des milieux poreux saturés déformables. Etude de la loi de filtration dynamique*. Thèse DDI, Université de Grenoble.

BOUCHON M. (1973), *Effect of topography on surface motion*. B.S.S.A., vol. 63, n° 3, 615-632.

BOWEN R.M. (1976), *Theory of mixtures. Continuum Physics*. (Ed. A.C. Eringen), vol. 3, Academic Press.

CLAYTON R., ENGQUIST B. (1977), *Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations*. B.S.S.A., vol. 67, n° 6, 1529-1540.

CHOUVET D. (1983), *Calcul élastoplastique d'interaction dynamique sols-structure : Application aux ouvrages de soutènement*. Thèse DDI. Ecole Centrale des Arts et Manufactures.

COHEN M., JENNINGS P.C. (1983), *Silent boundary methods for transient analysis.Computational methods for transient analysis*. (Ed. Belytschko, Hugues) Elsevier.

DRAVINSKI M. (1982), *Influence of interface depth upon strong ground motion*. B.S.S.A., vol. 72, n° 2, 597-614.

DRAVINSKI M. (1983), *Amplification of P SV and Rayleigh waves by two alluvial valleys*. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, vol. 2, 66-77.

ELGAMAL A.W.M., ABDEL-GHAFFAR A.M., PREVOST J.H. (1985), *Elasto-plastic earthquake-shear response of one-dimensional earth dam models*. Earthquake Eng. & Struc. Dyn., vol. 13, 617-633.

EL HOSRI M.S. (1984), Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des matériaux. Thèse d'état - Université Paris VI.

ENGQUIST B., MAJDA A. (1977), *Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves*, Mathematics of Computation, vol. 31, n° 139, 629-651.

ENGQUIST B., MAJDA A. (1979), *Radiation boundary conditions for acoustic and elastic wave calculations*. Communications on pure and applied Mathematics, vol. XXXII, n° 3, 313-357.

GELI L. (1985), *Propagation d'ondes sismiques dans les formations superficielles : effet d'un arrangement géométrique complexe et influence de la saturation en eau*. Thèse de Doctorat. Université de Grenoble.

HAJAL T. (1984), *Modélisation élastoplastique des sols par une loi multimécanisme : Application au calcul pressiométrique*. Thèse DDI. Ecole Centrale des Arts et Manufactures.

HARMSEN S., HARDING S. (1981), *Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves*. B.S.S.A., vol. 71, n° 3, 665-670.

HICHER P.Y. (1985), *Comportement des argiles saturées sur divers chemins de sollicitations monotones et cycliques. Application à une modélisation élastoplastique et viscoplastique*. Thèse d'état -Université Paris VI.

HUGHES T.J.R., LIU W.K. (1978), *Implicit - explicit finite elements in transient analysis : Stability theory*. Journal of Applied Mechanics, vol. 45, 371-375.

HUGHES T.J.R., LIU W.K. (1978), *Implicit -explicit finite elements in transient analysis : Implementation and numerical examples.* Journal of Applied Mechanics, vol. 45, 375-378.

HUJEUX J.C. (1985), *Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols.* Génie parasismique (V. Davidovici ed.). Presses ENPC, 287-302.

IDRISS I.M., SEED H.B. (1968), *Seismic response of horizontal soil layers.* J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, vol. 94.

ISHIHARA K. (1982), *Evaluation of soil properties for use in earthquake response analysis.* Int. Symp. on Num. Mod. in Goemech., Zurich, 237-259.

JOHNSON L.R., SILVA W. (1981), *The effects of unconsolidated sediments upon the ground motion local earthquakes,* B.S.S.A., vol. 71, n° 1, 127-142.

JOYNER W.B., CHEN A.T.F. (1975), *Calculation of nonlinear ground response in earthquakes.* B.S.S.A., vol. 65, n° 5, 1315-1336.

JOYNER W.B. (1975), *A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions.* B.S.S.A., vol. 65, n° 5, 1337-1357.

JOYNER W.B., WARRICK R.E., FUMAL T.E. (1981), *The effects of quaternary alluvium on strong ground motion in the Coyote lake.* California earthquake of 1979. B.S.S.A., vol. 71, n° 4, 1333-1349.

KING J.L., BRUNE J.N. (1981), *Modeling the seismic response of sedimentary basins.* B.S.S.A., vol. 71, n° 5, 1469-1487.

KUHLEMEYER R.L., LYSMER J. (1973), *Finite element method accuracy for wave propagation problems.* Jou. of Soil Mech. and Found. Div. ASCE, 421-426.

LUCO J.E. (1980), *Linear soil-structure interaction.* Report UCRL-15272. Lawrence Livermore National Laboratory.

MOHAMMADIOUM B., PECKER A. (1984), *Low-frequency transfer of seismic energy by superfacial soil deposits and soft rocks.* Earthquake Eng. & Struc. Dyn., vol. 12, 537-564.

MODARESSI H. (1987), *Modélisation numérique de la propagation des ondes dans les milieux poreux anélastiques.* Thèse de Doctorat. Ecole Centrale de Paris.

OHTSUKI A., HARUMI K. (1983), *Effects of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves.* Earthquake Eng. & Struc. Dyn., vol. 11, 441-462.

OHTSUKI A., YAMAHARA H., HARUMI K. (1984), *Effects of topography and subsurface inhomogeneities on seismic Rayleigh waves.* Earthquake Eng. & Struc. Dyn., vol. 11, 37-58.

OHTSUKI A., YAMAHARA H., TAZOH T. (1984), *Effects of lateral inhomogeneities on seismic waves. II : Observation and analysis.* Earthquake Eng. & Struc. Dyn., vol. 12, 795-816.

PECKER A. (1985), *Comportement des sols sous chargement cyclique.* Génie para-sismique (V. Davidovici ed.), Presses ENPC, 275-285.

PECKER A. (1985), *Réponse d'un profil de sol en champ libre.* Génie para-sismique (V. Davidovici ed.). Presses ENPC, 313-322.

RICKER N. (1960), *The form and laws of propagation of seismic wavelets.* Geophysics, vol. 18, 10,40.

TOKI K., SATO T. (1977), *Seismic response analysis of surface layer with irregular boundaries.* Proc. 6th World Conf. on Earthquake Eng., vol. 2, 81-86. Newdelhi, India.

ZIENKIEWICZ O.C., SHIOMI T. (1984), *Dynamic behaviour of saturated porous media : The generalized Biot formulation and its numerical solution.* Int. JOU. Num. and Anal. Meth. Geomech., vol. 8, 71-96.

ZIENKIEWICZ O.C. (1985), *The coupled problems of soil-pore fluid-external flluid interaction basis for a general geomechanics code.* Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Nagoya, 1731-1740.

ACHEVÉ D'IMPRIMER
SUR LES PRESSES DE
L'IMPRIMERIE CHIRAT
42540 ST-JUST-LA-PENDUE
EN JANVIER 1989
DÉPOT LÉGAL 1988 N° 4133

IMPRIMÉ EN FRANCE