# REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

AVEC LA PARTICIPATION DES COMITÉS FRANÇAIS DE MÉCANIQUE DES SOLS MÉCANIQUE DES ROCHES GÉOLOGIE DE L'INGÉNIEUR



1<sup>er</sup> TRIMESTRE 1988



# REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

Directeur de la Publication : P. Habib Président du Comité de Direction : B. Hirsch Comité de Direction : J. Salençon — M. Panet — M. Rat — C. Azam Comité de Rédaction : E. Absi — F. Bonnechère — C. Bordet — P. Duffaut — J. Kérisel — P. La Rochelle — G. L'Hériteau — P. Londe — L. Parez — F. Schlosser

Commission paritaire nº 60855

ISSN 0181 - 0529

Revue trimestrielle

Abonnement 1988 (numéros 42 à 45) franco : 450 F

Prix au numéro franco : 130 F (valable également pour les numéros anciens)

Sommaires des numéros anciens sur demande.

La revue est expédiée par avion dans les D.O.M.-T.O.M. et à l'étranger.

Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées 28, rue des Saints-Pères, 75007 Paris

Les articles publiés dans cette revue n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs. Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.



# REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

N° 42 1er TRIMESTRE 1988

# sommaire

études expérimentale et théorique du comportement de la grave non traitée M. Bouassida	5
micromécanique des milieux granulaires, approche expérimentale utilisant le modèle de Schneebeli <b>R. Gourves</b>	23
contraction du tube épais circulaire : remarques sur l'influence d'une non linéarité élastique D. Nguyen Minh, N. Schmidt	35
béton compacté au rouleau A. Goudet	47
réflexion sur le béton compacté au rouleau <b>P. Londe</b>	55
gonflement d'un sol contenant des sulfates et traité à la chaux et au ciment P. Habib, D. Aversenc	61

# études expérimentale et théorique du comportement de la grave non traitée

# on the behaviour of non treated gravel, experimental and numerical aspects

#### M. BOUASSIDA

École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Département Génie Civil\*

#### Résumé

La grave non traitée est couramment utilisée en construction routière. Pour ce matériau on justifie le choix d'un modèle de comportement du type élastoplastique avec écrouissage isotrope à partir d'observations réalisées à l'appareil triaxial. Lors d'une étude expérimentale sur une grave non traitée 0/14, un bon calage des paramètres du modèle est obtenu. La simulation des essais triaxiaux réalisés montre que ce modèle décrit assez bien le comportement du matériau testé surtout pour les petites déformations. La mise en œuvre numérique du modèle retenu est faite par éléments finis. Le calcul d'une chaussée souple montre que le modèle est plus réaliste que celui de l'élasticité linéaire qui conduit à des résultats incompatibles avec les caractéristiques du matériau. En considérant deux modes de chargement différents (contrainte imposée, déplacement imposé), on montre que le modèle permet d'obtenir une charge maximale pour un massif homogène constitué par la grave. Une étude comparative des deux modes de chargement est entreprise.

#### Abstract

Non treated gravel is currently used in road construction. For this material an elastoplastic model, with isotropic hardening, has been adopted following the experimental behaviour observed from experiments. An experimental study on a 0/14 non treated gravel has been carried out. The parameters of the model being derived from the experimental results. The simulation of the tests showed up that the retained model gave a good description especially for small strains. The numerical computations were made by the finite element method. The design of a flexible pavement gave more realistic results than those obtained by the linear elasticity assumption. By considering two load conditions (imposed stress, imposed displacement), the calculation with the model gave a maximum load for an homogeneous half space constituted with the 0/14 non treated gravel. A comparison between the two load conditions was also investigated.

#### CONVENTIONS

5 e 35

On utilise la convention d'Einstein sur les indices muets.

Les contraintes sont comptées positives en compression.

Le produit deux fois contracté des tenseurs a et b est noté a.b.

La dérivée par rapport au temps (ou l'incrément infinitésimal) de la grandeur a est notée à.

(a)  $^{+}$  = a si a > 0; (a)  $^{+}$  = 0 si non.

#### PRINCIPALES NOTATIONS

'a : la transposée de la matrice représentative du tenseur a.

 $\sigma$ : tenseur des contraintes;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ : valeurs principales.

s : déviateur de  $\sigma$ .

- $\mathcal{E}_{1}^{(p)}$ : tenseur des déformations (plastiques);  $\mathcal{E}_{1}^{(p)}$ ,  $\mathcal{E}_{2}^{(p)}$ ,  $\mathcal{E}_{3}^{(p)}$  : valeurs principales.
- m : déviateur de 8<sup>p</sup>.

 $\mathbb{E}$  : module d'élasticité ;  $\nu$  : coefficient de Poisson.

- $k = (1 2\nu)/E$  : module de compressibilité.
- C : cohésion ;  $\varphi$  : angle de frottement.

n : normale sortante au domaine  $(\Omega)$ .

Essai triaxial

 $\sigma_1, \sigma_3$  sont les contraintes principales maximale et minimale.

q =  $\sigma_1 - \sigma_3$ : contrainte déviatorique. p =  $(\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ : contrainte moyenne.

#### 1. INTRODUCTION

La plasticité appliquée aux sols date de très longtemps avec, en premier lieu, le critère de rupture de COU-LOMB (1773). Ensuite, d'autres modèles ont été proposés, ils admettent un domaine d'élasticité non fermé dans l'espace des contraintes (par exemple DRUCKER et al., 1951). Cette hypothèse, qui est discutable, a été éliminée avec l'apparition de modélisations à domaines d'élasticité fermés ; la première est celle proposée par DRUCKER et al. (1957). Les modèles qui l'ont suivie considèrent les résultats d'essais à trajets de charge imposés (en particulier l'essai triaxial).

Pour mieux simuler le comportement des sols, ces modèles, de plus en plus nombreux, se compliquent davantage avec l'introduction de nouvelles hypothèses (plasticité non associée, écrouissage cinématique, etc.) ; (MROZ et al., 1982). Cependant l'usage de ces modèles reste réduit pour des applications réelles en génie civil. Généralement on se limite à simuler les résultats expérimentaux par des calculs analytiques ou numériques obtenus par le modèle pour justifier son choix. Parmi les modèles ayant fait l'objet de calcul d'ouvrages, on cite ceux du CAM-CLAY qui ont été appliqués pour les remblais de KINGS LYNN (1972). Le but de ce travail est l'étude du comportement de la grave, en vue de l'appliquer au calcul de structures constituées par ce matériau.

Le modèle élastique linéaire appliqué au calcul des structures de chaussées souples à base de ce matériau conduit à des résultats aberrants (contraintes de traction inadmissibles pour la grave) (FRIÂA et al., 1983).

Pour établir un dimensionnement plus rationnel des chaussées souples, on utilise un modèle élastoplastique avec écrouissage isotrope pour la grave.

On justifie, en premier lieu, le choix du modèle retenu à partir d'une étude expérimentale réalisée à l'appareil triaxial classique sur une grave non traitée 0/14. En second lieu, nous donnons les résultats de calage des paramètres du modèle. On présente ensuite les types de sollicitations retenus pour le calcul des structures (massif en grave, chaussée souple) : chargement avec contrainte imposée et chargement avec déplacement imposé. On écrit la formulation variationnelle du problème en considérant le modèle «déplacement». La mise en œuvre numérique est faite par la méthode des éléments finis. On donne les principaux résultats de simulation des essais triaxiaux et des calculs de structures. Une étude comparative entre les deux modes de chargement est donnée à la fin.

#### 2. COMPORTEMENT OBSERVÉ DE LA GRAVE

La grave a fait l'objet d'études expérimentales réalisées au moyen de l'appareil triaxial classique, sous l'action de sollicitations quasi statique et dynamique [3], [20]. On donne ci-dessous quelques résultats relatifs au comportement observé de ce matériau.

#### Déformation volumique plastique

Au cours d'un cycle charge-décharge en consolidation isotrope on observe ce type de déformation (fig. 1) ; pour un nouveau chargement on constate la présence de points anguleux sur le cycle (fig. 1). Cette déformation n'est pas alors affectée par la viscosité (MANDEL, 1978). En outre, comme elle évolue au cours du chargement, cette déformation constitue un paramètre d'écrouissage. Suivant son signe, on dira que le matériau est contractant ( $e^{p_1} < 0$ ) ou dilatant ( $e^{p_1} > 0$ ).

#### État caractéristique

Ce nouveau concept, qui a été formulé sur la base des travaux de KIRKPATRICK (1961), HABIB et LUONG (1978), est observé sur la grave. Lors d'un cisaillement à contrainte latérale constante, le matériau subit une diminution de volume (contractance) jusqu'à une valeur minimum qui correspond à l'état caractéristique, à partir de laquelle le volume augmente (dilatance) jusqu'à l'écoulement (fig. 2).

#### Variation de volume à l'écoulement (état critique)

L'état critique, comme il a été formulé par WROTH et al. (1968), n'est pas observé sur la grave. L'écoulement du matériau lors d'un cisaillement n'est pas parfait, il a lieu avec variation de volume (fig. 3). La déformation volumique plastique de cisaillement  $\sqrt{N}$  constitue donc un paramètre d'écrouissage.

#### Cohésion — angle de frottement

La représentation, dans le diagramme de MOHR-COULOMB, des résultats d'essais triaxiaux obtenus sur la grave (fig. 4) montre qu'il s'agit d'un matériau à cohésion non négligeable, avec un angle de frottement élevé.

#### 3. MODÉLISATION DE LA GRAVE NON TRAITÉE

Afin de rendre compte des phénomènes expérimentaux, observés, à partir de l'essai triaxial classique, une modélisation adéquate du comportement de la grave peut être conçue à l'aide d'un modèle élastoplastique.



TR2- SIGMA 3 (100KPa)

Fig. 1. — Évolution de la déformation volumique dans une consolidation isotrope (charge - décharge - recharge). Fig. 1. — Variation of volumic strain with stress in isotropic consolidation.



Fig. 2. – Évolution de la déformation volumique dans un cisaillement à contrainte latérale constante. Fig. 2. – Variation of volumic strain with axial strain in triaxial shear.

Différents modèles ont été proposés pour décrire le comportement des sols d'une manière générale et en particulier celui des matériaux granulaires. Une présentation des modèles est donnée dans [2]; nous citons quelques-uns sans chercher à les décrire en détail.

#### Les modèles Cam-Clay

Ces modèles, qui découlent de la théorie de l'état critique, ont été développés à l'université de Cambridge par ROSCOE et al. (1963), puis BURLAND (1967); ils sont destinés à décrire le comportement des argiles. La plasticité associée avec l'hypothèse d'écrouissage isotrope constitue le cadre de ces modèles [17], pour lesquels deux versions ont été proposées : le Cam-Clay initial et le Cam-Clay modifié. Ils ont été développés aussi par d'autres auteurs PENDER (1977), PRÉVOST et al. (1975), etc.

#### Modèle de LADE et DUNCAN

Proposé par LADE et al. (1975), ce modèle est placé dans le cadre de la plasticité non associée. Il a été vérifié par des essais triaxiaux cubiques et de torsion-cisaillement sur du sable. Une étude par LADE (1977) a permis d'améliorer le modèle pour tenir compte des déformations plastiques de cisaillement pouvant apparaître dans une consolidation isotrope. Une vérification expérimentale a été faite sur trois matériaux non cohérents. Le modèle simulant bien les résultats expérimentaux obtenus, AUBRY et al. (1979) en font un algorithme par éléments finis.

#### Modèle de VERMEER

C'est un modèle à écrouissage double, proposé dans le cadre de la plasticité non associée ; en particulier on y fait intervenir l'équation de contrainte-dilatance de ROWE pour prendre en compte le cisaillement. Il a été proposé au début pour les sols pulvérulents sollicités par un chargement initial suivi d'un déchargementrechargement (1978). Puis il a été généralisé pour les matériaux granulaires lâches et cohérents (1984) en faisant intervenir la cohésion et l'angle de frottement.



 Fig. 3. – Évolution de la contrainte déviatorique en fonction de la variation du volume.
 Fig. 3. – Variation of volumic strain with deviatoric stress in triaxial shear.



Fig. 4. — Courbe intrinsèque de la G.N.T. 0/14. Fig. 4. — Failure envelope for drained tests on non treated gravel samples.

#### Modèles à écrouissage anisotrope

L'hypothèse d'écrouissage isotrope est souvent considérée dans les modèles élastoplastiques pour raison de simplicité. Afin de rendre compte de l'anisotropie des sols, des modèles à écrouissage anisotrope ont été proposés, on cite PRÉVOST (1977, 1979) ; MROZ et al. (1982), etc.

#### Modèle retenu pour la grave

Il est obtenu par la combinaison de deux modèles proposés par WILDE (1977, 1979) pour les matériaux granulaires dans le cadre de la plasticité associée avec écrouissage isotrope. Une présentation détaillée de ces modèles est donnée dans [34]. Le critère de plasticité, représenté sur la figure 5, est donné par l'équation (1).

$$F = \sqrt{J_2} + (MI_1 + c) (Ln (MI_1 + c) / (MI_1^* + c) - (K/M) (e_1^p - 6 (M^* - M)) \sqrt{N})$$
(1)

On fait intervenir cinq paramètres dans ce modèle, qui sont :

 $I_1^*$  : la trace du tenseur  $\sigma$  correspondant à la première surface de charge.

M : pente de la ligne « critique » : le taux de déformation volumique plastique est nul.

K : une constante adimensionnelle relative à l'écrouissage.

 $M^\ast$  : pente de la ligne d'écoulement : l'écrouissage en contraintes est nul.

c : une constante qui est fonction de la cohésion et l'angle du frottement du matériau, on établit dans [3] que :

$$c = (m_c C \cot g \varphi) / \sqrt{3}^{(*)}$$

Dans ce modèle on fait intervenir les invariants  $I_1$  et  $\sqrt{J_2}$ , qui sont indépendants dans l'essai triaxial classique, et les invariants  $e_1^p$  et  $\sqrt{N}$  (similaires aux précédents) afin de prendre en compte l'écrouissage du matériau en termes des déformations plastiques. L'hypothèse de WILDE (1979) postulant que l'introduction de l'invariant  $\sqrt{N}$  dans ce critère a pour but la prise en compte de la variation de volume à l'écoulement, peut être montrée à partir des équations du modèle. La règle de normalité s'écrit :

$$\hat{\varepsilon}_{ij}^{\ p} = \lambda \, \delta F / \delta \sigma_{ij} \tag{2}$$

on fait l'hypothèse de la charge plastique qui se traduit par les conditions :

- F = 0 (3a)
- $\dot{F} = 0$  (3b)
- $\dot{\lambda} > 0$  (3c)

(\*) m<sub>c</sub> est la pente de la ligne critique dans le plan p-q, pour l'essai triaxial en compression ; on a : m<sub>c</sub> = 6 sin  $\varphi/(3-\sin\varphi)$ .

l'écriture de la loi incrémentale en élastoplasticité, d'après [3], permet la détermination du multiplicateur de plasticité qui s'écrit :

- en contraintes : 
$$\lambda = ((\delta F/\delta \sigma) \cdot \sigma))/h_{\sigma}$$
 (4a)

avec :

$$h_{\sigma} = - \left( {}^{t} \delta F / \delta \sigma \right) \cdot \left( \delta F / \delta \epsilon^{p} \right)$$
(4b)

- en déformations :  $\dot{\lambda} = (({}^{t}\delta F/\delta\sigma) \cdot \mathbb{E} \cdot \dot{\varepsilon})^{+}/h_{\varepsilon}$  (5a)

avec : 
$$h_{\varepsilon} = h_{\sigma} + ({}^{\dagger}\delta F/\delta\sigma)$$
. E.  $(\delta F/\delta\sigma)$  (5b)

 $h_\sigma$  et  $h_\epsilon$  sont les termes d'écrouissage en contraintes et en déformations.

La différentielle totale du critère s'écrit :

$$\dot{\mathbf{F}} = (\delta \mathbf{F} / \delta \sqrt{\mathbf{J}_2}) \sqrt{\mathbf{J}_2} + (\delta \mathbf{F} / \delta \mathbf{I}_1) \dot{\mathbf{I}}_1 + (\delta \mathbf{F} / \delta \mathbf{e}_1^n) \dot{\mathbf{e}}_1^n + (\delta \mathbf{F} / \delta \mathbf{e}_1^n) / (\delta \mathbf{F} / \delta \sqrt{N})$$
(6)

Dans la phase d'écoulement pour le cas du cisaillement triaxial à contrainte latérale constante, le déviateur des contraintes et la trace de  $\sigma$  sont constants, d'où :

$$\sqrt{J_2} = \dot{q} = 0$$
 (7a)

$$I_1 = 0.$$
 (7b)

D'après la règle de normalité (2), et tenant compte des conditions (3a), (7a) et (7b), on peut écrire à partir de (6) :

$$(\delta F)/(\delta \sqrt{N}) = -3(\delta F/\delta I_1).(\delta F/\delta e_1^2)/\cos x$$
 (8)

avec :

$$\cos x = s_{ij} m_{ij} / (2\sqrt{J_2}\sqrt{N})^{(')}$$
 (9)



Fig. 5. — Représentation du critère de plasticité pour le modèle; d'après Bouassida et al. (1984). Fig. 5. — The yield surface for the retained model; from Bouassida and al.

(\*) Pour l'essai triaxial classique, on a  $\cos x = 1$ .

A partir de (2) l'équation (8), d'après (9) s'écrit :

$$\delta F/\delta \sqrt{N} = -\dot{e}_{1}^{\alpha} (\delta F/\delta e_{1}^{\alpha})/(\lambda \cos x)$$
 (10)

les termes  $\delta F/\delta e_1^p$ ,  $\lambda$ , et cos x sont indépendants de  $\dot{e}_1^p$ [3]; à partir de (10) on voit que la dépendance du critère en  $\sqrt{N}$  traduit bien la variation de volume du matériau à l'écoulement.

Sur la figure 5, où on représente le critère de plasticité, on distingue :

- la zone de contractance :  $e_1^p < 0$ ;

- la zone de dilatance :  $e_1^p > 0$ ;

les deux zones précédentes sont séparées par l'état « critique » (qui est similaire à l'état critique classique) pour lequel le taux de déformation volumique plastique s'annule, mais il n'y a pas d'écoulement (au sens global) du matériau. Pour l'essai triaxial classique on montre que l'état caractéristique, défini par LUONG (1978), a lieu à un niveau de contraintes supérieur à celui de l'état « critique » [3].

La zone d'écrouissage négatif en contraintes correspond à un état instable du matériau. Sur la ligne de pente M\* a lieu l'écoulement (au sens global) du matériau où l'écrouissage en contraintes est nul.

#### Solutions analytiques obtenus par le modèle

En considérant des trajets de charge où les contraintes sont imposées dans une direction, on établit des solutions analytiques pour les cas des matériaux cohérent et non cohérent [3]. Sur la figure 6, on voit l'influence de la cohésion qui fait diminuer la déformation plastique.



 Fig. 6. — Influence de la cohésion sur l'évolution de la déformation dans une consolidation isotrope.
 Fig. 6. — Cohesion influence on strain evolution in isotropic consolidation.

Le modèle ainsi construit, rend compte qualitativement des phénomènes expérimentaux observés sur la grave. En outre, on y fait intervenir un petit nombre de paramètres, et leur détermination expérimentale est facile. Elle se fait à partir d'un essai triaxial classique, dans lequel on réalise une charge-décharge-recharge en consolidation isotrope suivie par un cisaillement à contrainte latérale constante. La méthode de détermination des paramètres, décrite dans [3], peut être résumée comme suit :

— en consolidation isotrope on détermine le module de compressibilité k dans la décharge. En charge, on déduit la déformation volumique plastique à partir de la déformation volumique totale mesurée (la déformation volumique élastique est calculée par le module k) ; ce qui permet d'obtenir les valeurs du paramètre  $I_1^*$  et de M/K;

— dans la phase de cisaillement, au début, on considère l'état « critique » où le taux de déformation volumique plastique est nul, on détermine la pente M. En considérant l'état de contraintes correspondant à un écrouissage nul en contraintes, on détermine M\* : pente de la ligne d'écoulement et son ordonné à l'origine duquel on déduit le paramètre c/M.

Par le petit nombre de ses paramètres et l'hypothèse de plasticité associée, le modèle retenu se prête bien aux calculs numériques. Pour un modèle avec plasticité non associée, le choix d'un potentiel plastique conduit à faire intervenir d'autres paramètres, et les calculs numériques sont plus coûteux <sup>(\*)</sup>.

#### 4. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR LA GRAVE NON TRAITÉE 0/14

Le comportement de ce matériau a fait l'objet d'une étude (``) réalisée au moyen de l'équipement triaxial [3]. Les essais (consolidés-drainés) sont réalisés sur des échantillons cylindriques de diamètre égal à 10 cm, et d'élancement égal à deux. A partir des résultats expérimentaux obtenus un bon calage des paramètres a été fait. Dans le tableau 1, (où r désigne le coefficient de corrélation obtenu par une régression linéaire), on présente les valeurs obtenues sur trois échantillons. Par ailleurs, l'influence de différents types de trajets de charge sur les valeurs des paramètres a été testée. Ce qui a permis de vérifier le caractère intrinsèque des paramètres M\* et c/M qui sont relatifs à l'écoulement de la grave. Leurs valeurs sont :

$$M^* = 0.44$$
; c/M = 0.05 MPa

# 5. SOLLICITATIONS ÉTUDIÉES

Deux modes de chargement sont considérés. Pour une structure donnée et sur une partie de sa frontière, le premier mode consiste à imposer une contrainte (ou force) Q qui schématise, par exemple, la surcharge d'un remblai sur le sol. Le deuxième mode consiste à imposer un déplacement U, qui peut simuler le cisaillement triaxial classique (en termes de vitesses), où on impose une vitesse de montée à l'échantillon. Il est à noter que le calcul avec déplacement imposé permet de suivre le comportement du matériau après la phase d'écrouissage positif [22];

#### La formulation variationnelle avec le modèle « déplacement »

Soit la structure ( $\Omega$ ), représentée sur la figure 7, constituée par un matériau linéairement élastique. Sur sa frontière  $\Gamma_r$  on impose soit le déplacement U, soit la contrainte Q. Les forces de volume sont négligées. La formulation variationnelle, dans le cas déplacement imposé, s'obtient à partir des équations d'équilibre et des conditions aux limites. Soit l'espace des déplacements cinématiquement admissibles défini par :

Essais Paramètres	TR1	TR2	TR4		
σ <sub>3</sub> (MPa)	0,123	0,092	0,062		
k (MPa) -1	$0,75 \ 10^{-4} \ r = 0,96$	$0,6 \ 10^{-4} \ r = 0,96$			
M/K	$0,35 \ 10^{-2} \ r = 0,99$	$0,72 \ 10^{-2} \ r = 1,00$			
E (MPa)	75,1 r = 0,99	64,5 r = 0,99	39,0 r = 0,97		
ν	0,22	0,29	0,14		
I <sub>1</sub> *(MPa)	0,072	0,062			
M	0,18	0,17	0,17		
К	52 24				

Tableau I. - Résultats de calage des paramètres du modèle

à partir des essais triaxiaux réalisés.

Tableau I. - Values of the model parameters derived

from consolidated-drained triaxial tests.

(\*) Le calcul des structures élastoplastiques avec l'hypothèse de plasticité non associée amène à la résolution de systèmes linéaires avec des matrices non symétriques. En plasticité associée ces matrices sont symétriques donc elles sont plus faciles à manipuler.  $V = \{v \text{ assez régulier } v \mid r_r = U, \text{ et } v \mid r_2 = 0\}.$ 

Cette formulation, d'après [10], aboutit à l'équation (11) qui traduit le principe des puissances virtuelles

 $(\space{1.5}\space{1.5})$  Cette étude a été faite à l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes (France).

appliqué à  $(\Omega)$ .

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \mathcal{E}_{ij}(\mathbf{v}) d\Omega = \mathbf{U} < \mathbf{q} > \tag{11}$$

où < q > est la contrainte moyenne définie par :

$$\langle q \rangle = \int_{\Gamma_r \sigma_{ij}} n_j d\Gamma$$
 (12)

D'une manière analogue à la précédente on obtient pour le cas contrainte imposée la formulation variationnelle qui se traduit par l'équation :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}(v) d\Omega = Q < u >$$
(13)

où < u> représente le déplacement moyen, qui est donné par :

$$\langle u \rangle = \int_{\Gamma_r} v_j d\Gamma$$
 (14)

L'étude de ce problème par la méthode des éléments finis, pour le cas contrainte imposée ou déplacement imposé, se ramène à résoudre le système linéaire [10] :

$$AU = L \tag{15}$$

où :

A est la matrice de rigidité globale de la structure,

L est le vecteur forces généralisées aux nœuds chargés, U est le vecteur déplacements aux nœuds de la structure.

#### 6. RÉSULTATS NUMÉRIQUES OBTENUS

#### 6.1. Mise en œuvre numérique du modèle retenu

Elle a été faite par la méthode des éléments finis avec le modèle « déplacement ». Deux buts sont recherchés :



Fig. 7. — La structure (Ω) avec ses frontières et conditions aux limites.
Fig. 7. — Boundary conditions for the structure (Ω).

la simulation des essais réalisés moyennant les valeurs des paramètres obtenues après calage; et le calcul de structures en élastoplasticité où deux exemples sont traités.

La formulation variationnelle du problème d'évolution d'une structure élastoplastique, avec l'hypothèse de charge <sup>(\*)</sup>, conduit à la résolution d'un système non linéaire [3], qui est ramené à résoudre une suite de problèmes linéaires qui s'écrivent sous la forme suivante :

$$(A - A^* (U^{(n-1)})) U^{(n)} = L^{(n)}$$
(16)

où A est la même matrice de rigidité globale utilisée dans (15), A<sup>\*</sup> est la matrice déterminée en fonction des termes du tenseur d'élastoplasticité  $\mathbb{E}^{p(*)}$  à partir des matrices de rigidité élémentaire des éléments plastifiés; pour ces derniers l'état de contraintes vérifie les conditions (3a), (3b), et (3c).

Ú<sup>(n)</sup> et L<sup>(n)</sup> sont respectivement les vecteurs incréments des déplacements et des forces généralisées aux nœuds obtenus à l'incrément (n) de la charge.

#### 6.2. Simulation des essais

Un programme de calcul a été élaboré pour la simulation des essais triaxiaux où divers types de trajets de charge peuvent être envisagés [3]. On donne quelques résultats relatifs à l'essai triaxial classique.

Sur les figures 8 et 9 on note une concordance parfaite entre les résultats expérimentaux et numériques pour les déformations volumiques plastique et totale. En effet, en consolidation isotrope le calage des paramètres est obtenu avec de bons coefficients de corrélation (tableau 1). Dans la phase de cisaillement, pour les déformations volumiques totale (fig. 10) et plastique (fig. 11), la concordance est acceptable pour les petites déformations. Les résultats numériques surestiment la dilatance en grandes déformations. La comparaison entre la figure 10 et la figure 11 montre que l'état « critique » ( $\dot{e}_1^p = 0$ ) a lieu à un niveau de contraintes inférieur à celui de l'état caractéristique ( $\dot{e}_1 = 0$ ). On remarque sur la figure 12 que les calculs numériques permettent d'atteindre le déviateur maximum, obtenu par l'essai, avec une concordance assez bonne. On note, en plus, que le calcul avec déplacement imposé permet de bien simuler le palier de la courbe effortdéformation mieux que le calcul avec contrainte imposée. Cependant la partie décroissante de la courbe (qui correspond à l'écrouissage négatif) n'a pu être obtenue avec l'algorithme utilisé. Concernant ce point, un tra-vail intéressant a été fait par KALTEZIOTIS et al. (1984) sur la correction de la capacité portante des argiles saturées, en se basant sur la technique proposée par TANZI et al. (1982).

Du point de vue numérique les calculs avec contrainte et déplacement imposés sont identiques, sauf en grandes déformations, et avec déplacement imposé, on peut mieux suivre le comportement du matériau. A la lumière de ces résultats, le modèle retenu simule bien le comportement observé surtout en petites déformations où la majorité des paramètres sont calés.

(\*)  $\mathbb{E}^{p} = (\mathbb{E}.(\delta F(\delta \sigma)^{\dagger}.(\delta F/\delta \sigma).\mathbb{E})/h_{F}.$ 

(\*\*) Le cas de la décharge n'est pas considéré.



 Fig. 8. – Évolution de la déformation volumique plastique dans une consolidation isotrope.
 Fig. 8. – Variation of plastic volumic strain with stress in isotropic consolidation.



 Fig. 11. — Évolution de la déformation volumique plastique dans un cisaillement triaxial.
 Fig. 11. — Variation of plastic volumic strain with stress in triaxial shear.



 Fig. 9. – Évolution de la déformation volumique totale dans une consolidation isotrope.
 Fig. 9. – Variation of total volumic strain with stress in isotropic consolidation.



 Fig. 12. — Évolution de la déformation axiale dans un cisaillement triaxial.
 Fig. 12. — Variation of axial strain with stress in triaxial shear.

#### 7. CALCUL DES STRUCTURES

Deux exemples de structures axisymétriques sont traités : le premier est celui d'un massif homogène en grave, le second est celui d'une chaussée souple à base du même matériau (fig. 13). Pour ces deux cas on utilise la même schématisation représentée sur la figure 7 ; avec :

$$R = 70 \text{ cm}, H = 80 \text{ cm}, d = 12 \text{ cm}.$$

Le maillage est constitué de 132 éléments rectangulaires à 4 nœuds.

Le comportement de la grave est régi par le modèle retenu, avec les caractéristiques suivantes :

en élasticité :

$$E_2 = 75,1 \text{ MPa}; v_2 = 0,22;$$



 Fig. 10. – Évolution de la déformation volumique totale dans un cisaillement triaxial.
 Fig. 10. – Variation of total volumic strain with deviatoric stress in triaxial shear.



Fig. 13. – Un exemple de chaussée souple. Fig. 13. – An example of flexible pavement.

Le béton bitumineux et le sol de fondation (fig. 14) sont considérés comme étant linéairement élastiques. Leurs caractéristiques sont :

$$E_1 = 5\,000 \text{ MPa}; v_1 = 0.33;$$
  
 $E_3 = 40 \text{ MPa}; v_3 = 0.33.$ 

La résolution est faite par intégration numérique [7]. Le chargement (avec contrainte ou déplacement imposé) est fait par incréments, qui sont calculés de manière que la structure se plastifie élément par élément. Les conditions de la charge plastique sont vérifiées à chaque incrément [3].

#### 7.1. Cas du massif en grave non traitée

On cherche à déterminer la valeur de la charge Q qu'on peut appliquer sur le massif, avec un chargement en contrainte ou déplacement imposé. Les calculs sont conduits jusqu'à ce que l'hypothèse de la charge plastique ne soit plus vérifiée : le multiplicateur  $\lambda$  (en déformations) est négatif. En utilisant la méthode de résolution décrite dans 6.1, et les hypothèses précédentes, on détermine deux valeurs maximales de la charge. Elles sont respectivement égales avec contrainte imposée et déplacement imposé :

$$q_{max}^{Q} = 0,158 \text{ MPa}; q_{max}^{U} = 0,048 \text{ MPa}.$$

Ces valeurs peuvent être améliorées en envisageant le cas de décharge, dans l'algorithme utilisé. Avec déplacement imposé la charge maximale représente 30 % de la valeur obtenue avec contrainte imposée.

L'évolution de la zone plastifiée se ressemble pour les deux modes de chargement (fig. 14 et 15). Ce n'est pas le cas pour la zone de dilatance (fig. 16 et 17), avec déplacement imposé cette zone ne concerne que la verticale au bord du disque de chargement; avec contrainte imposée cette zone atteint l'axe de la charge. On



Fig. 14. – Évolution de la zone plastifiée en fonction du chargement avec contrainte imposée (MPa).
Fig. 14. – Evolution of the plastified area for an imposed stress loading.

#### Masslf en grave



 Fig. 15. – Évolution de la zone plastifiée en fonction du chargement avec déplacement imposé (10<sup>-2</sup> cm).
 Fig. 15. – Evolution of the plastified area for an imposed displacement loading.



Fig. 16. — Évolution de la zone de dilatance en fonction du chargement (contrainte imposée en MPa).
Fig. 16. — Evolution of the dilatancy area for an imposed stress loading.



 Fig. 17. — Évolution de la zone de dilatance en fonction du chargement avec déplacement imposé (10<sup>-2</sup> cm).
 Fig. 17. — Evolution of the dilatancy area for an imposed displacement loading.

note que les zones de comportement obtenues avec déplacement imposé sont plus restreintes que celles obtenues avec contrainte imposée (fig. 18 et 19). Elles sont situées au bord du disque de chargement.

Les répartitions de contraintes montrent dans ce cas :

 pour la contrainte radiale (fig. 20 et 21), le modèle retenu donne des contraintes en compression, or qu'en élasticité linéaire des contraintes de traction apparaissent; elles sont plus marquées avec déplacement imposé;

 pour la contrainte verticale (fig. 22 et 23), les répartitions diffèrent. Avec contrainte imposée la différence entre les deux modèles est petite en surface; avec déplacement imposé les valeurs sont faibles en élasticité;

— pour la contrainte de cisaillement (fig. 24 et 25), avec contrainte ou déplacement imposé, le modèle donne de très grandes valeurs au bord du disque de chargement. Elles sont à l'origine de la « ruine » des éléments en état d'écrouissage négatif qui est développé dans la même zone.

ll est à noter qu'avec déplacement imposé, les contraintes dépassent la charge maximale, ce qui n'est pas vrai avec contrainte imposée.



Massif en grave

Fig. 18. — Limites des différentes zones de comportement obtenues pour la charge maximale (calcul avec contrainte imposée).

Fig. 18. — Limits of the differents behaviour areas obtained at the maximum load (imposed stress computation).











 Fig. 23. — Evolution de la contrainte verticale sous l'axe de la charge (calcul avec contrainte imposée).
 Fig. 23. — Variation of vertical stress, under the load axis, with depth (imposed stress computation).



 Fig. 24. — Évolution de la contrainte de cisaillement au bord du disque de chargement (calcul avec déplacement imposé).
 Fig. 24. — Variation of shear stress, at the load edge, with depth (imposed displacement computation).



# 7.2. Cas de la chaussée souple

Pour simuler l'action de la roue d'un véhicule sur la chaussée le chargement avec contrainte imposée a été retenu ; pour lequel les calculs ont été conduits jusqu'à la valeur Q = 0,9 MPa. L'écrouissage négatif n'apparaît pas dans la couche de la grave. La couche de béton bitumineux joue le rôle d'une dalle de répartition de la charge, qu'on peut voir par l'évolution de la zone plastifiée (fig. 26). La zone de dilatance (fig. 27) prend naissance au bord du disque de chargement sans atteindre l'axe de la charge. Pour la contrainte radiale, le modèle ne donne pas de contraintes de traction comme en élasticité linéaire (fig. 28). L'augmentation en profondeur, de cette contrainte, pourrait être attribuée à l'état de dilatance dans les éléments situés au niveau du bord du disque de chargement. Ces derniers exercent une compression sur les éléments (en état contractant) situés sous l'axe de la charge. L'évolution du déplacement vertical en surface (fig. 29), montre qu'avec le modèle retenu les valeurs obtenues sont élevées : cela est dû à la plastification des éléments en grave sous le béton bitumineux.

#### 7.3. Étude comparative des méthodes de calcul

Elle a pour but de comparer, sur le cas du massif homogène en grave, les méthodes de calculs au niveau des résultats, et leur donner les conditions nécessaires pour une mise en application correcte concernant le choix de la valeur de l'incrément de la charge.

La détermination de la charge maximale par les deux méthodes a été étudiée d'une part en faisant varier



 Fig. 26. — Évolution de la zone plastifiée en fonction du chargement (contrainte imposée en MPa).
 Fig. 26. — Variation of the plastified area with an imposed stress loading.



 Fig. 27. – Évolution de la zone de dilatance en fonction du chargement (contrainte imposée en MPa).
 Fig. 27. – Variation of the dilatancy area with an imposed stress loading.



 Fig. 28. – Évolution de la contrainte radiale sous l'axe de la charge (calcul avec contrainte imposée).
 Fig. 28. – Variation of radial stress, under the load axis, with depth (imposed stress computation).

l'incrément maximum de la charge, d'autre part en considérant un deuxième maillage n° 2, plus raffiné que le premier n° 1, au bord du disque de chargement. Cette façon permet d'avoir des valeurs plus précises sur les contraintes qui sont élevées dans cette zone ; et par suite une meilleure estimation de la charge maximale.

Les résultats obtenus (voir tableaux 2 et 3), permettent de noter :

 avec le maillage n° 1, en doublant la valeur de l'incrément maximum on aboutit à une légère augmentation de la charge maximale (7 % au plus);

— avec le maillage n° 2 avec déplacement imposé, en doublant l'incrément maximum on obtient une nette amélioration de la charge maximale (39,4 %). Mais sa valeur est inférieure à celle obtenue par le maillage n° 1;

 avec contrainte imposée, l'augmentation de l'incrément maximum n'est pas avantageuse, elle aboutit à une diminution de la charge maximale;

 — l'augmentation de l'incrément maximum, au-delà du double, entraîne une diminution du nombre d'itérations de calcul; mais l'hypothèse de la charge plastique



n'est plus vérifiée. Les résultats trouvés sont traduits sur les figures 30 et 31. L'incrément maximum de la charge ne doit pas dépasser les valeurs suivantes pour les chargements avec contrainte imposée et avec déplacement imposé :

$$\Delta Q = 0.02 \text{ MPa}; \Delta U = 0.002 \text{ cm}.$$



 Fig. 30. — Contrainte moyenne obtenue avec le maillage n° 1 (incrément maximum unitaire).
 Fig. 30. — The mean stress determined with mesh n° 1 (unitary maximum load).

#### 8. CONCLUSION

A partir des phénomènes expérimentaux observés sur la grave, on justifie le choix d'un modèle élastoplastique avec écrouissage pour ce matériau.

Ce modèle tient compte de la variation de volume avant et au cours de l'écoulement. On y fait intervenir



Fig. 31. — Contrainte moyenne obtenue avec le maillage n° 2 (incrément maximum unitaire).
Fig. 31. — The mean stress determined with mesh n° 2 (unitary maximum load).

cinq paramètres qu'on détermine par un essai triaxial classique.

Lors d'une étude expérimentale sur une grave non traitée 0/14, un calage des paramètres a permis de simuler les essais réalisés. On vérifie que le modèle décrit bien les phénomènes observés en petites déformations.

En considérant les chargements contrainte imposée et déplacement imposé, on vérifie que le deuxième mode de chargement permet de mieux simuler le comportement du matériau en grandes déformations. Le problème de simulation de l'écrouissage négatif qui régit le comportement du matériau après écoulement reste encore ouvert.

Deux exemples d'application ont été traités avec le modèle retenu. Le calcul d'un massif homogène en grave a permis de déterminer une valeur maximale de la charge. Le calcul d'une chaussée souple, à base de

Incrém ma Maillag	nent ax. (MPa) ge	0,	01	0,	02	0,04	1	0,08	3
1	Contrainte moyenne (Mpa.cm <sup>2</sup> )	86,9	(32)	93,2	(24)		*		*
	déplacement moyen (cm.cm²)	36,7	(32)	38,6	(24)		*		*
2	contrainte moyenne (MPa.cm²)	86,7	(33)	17,2	*	17,2	*	11,2	*
	déplacement moyen (cm.cm²)	38,4	(33)	7,8	*	7,8	*	2,73	*

Tableau II. — Contrainte et déplacement moyens obtenus pour la charge maximale; calcul avec contrainte imposée. Tableau II. — The mean values of stress and displacement obtained at the maximum load; imposed stress computation.

Incrém ma Maillag	nent ax. (cm) ge	0,0	001	0,0	002	0,00	)4	0,008
1	Contrainte moyenne (Mpa.cm <sup>2</sup> )	25,1	(50)	26,7	(35)		*	*
	déplacement moyen (cm.cm <sup>2</sup> )	16,7	(50)	17,3	(35)		ж	*
2	contrainte moyenne (MPa.cm <sup>2</sup> )	17,0	(29)	23,6	(31)	20,3	*	5 <del>%</del> :
	déplacement moyen (cm.cm²)	8,5	(29)	15,2	(31)	9,1	*	*

Tableau III. — Contrainte et déplacement moyens obtenus pour la charge maximale; calcul avec déplacement imposé. Tableau III. — The mean values of stress and displacement obtained at the maximum load; imposed displacement computation.

 $\left(N\right)$  : La valeur N est le nombre d'incréments de calcul pour atteindre la charge maximale.

Les valeurs suivies d'une astérisque ne sont pas à considérer, les conditions de la charge plastique ne sont pas vérifiées.

la grave, a permis d'obtenir une répartition de contraintes compatible avec le comportement du matériau. Le modèle retenu est plus réaliste que celui de l'élasticité linéaire, qui est considéré en dimensionnement des chaussées et tient compte de contraintes de traction fictives.

Une étude comparative montre que le chargement avec déplacement imposé est plus « dur » que celui réalisé avec contrainte imposée. Il entraîne des contraintes de cisaillement élevées, et conduit à une charge maximale plus petite que celle obtenue avec contrainte imposée.

**Remerciements.** L'auteur tient à remercier M. S. Andrieux pour ses conseils, et ses suggestions pour la publication de cet article.

#### BIBLIOGRAPHIE

- AUBRY D., DES CROIX P. (1979), «Numerical algorithm for an elastoplastic constitutive equation with two yield surfaces». 3<sup>rd</sup> Inter. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, vol. 1, pp. 283-288.
- BARBAS A., FRANK R. (1982), « Utilisation de la méthode des éléments finis en mécanique des sols dans le domaine de l'élastoplasticité ». Rapport de recherche, 116, L.C.P.C., Paris.
- BOUASSIDA M. (1985), « Sur un modèle élastoplastique avec écrouissage pour le calcul des chaussées souples ». Thèse de 3<sup>e</sup> cycle, E.N.I.T.
- BOUASSIDA M., VUEZ A. (1984), «An elastoplastic model for the design of flexible pavements». Proc. VII Congresso Nazionale, AIMETA. Trieste 2-5 ottobre, V-13, pp. 133-144.
- BURLAND J. (1967), "Deformation of soft clay". Ph. D. Thesis, Cambridge.
- COULOMB C.A. (1773), «Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture ». Acad. Sc. Mem. Math. et Phys., 7, pp. 343-382.
- DHATT G., TOUZOT H. (1981), « Une présentation de la méthode des éléments finis ». Maloine S.A., édit. Paris, les presses de l'université Laval-Québec.
- DRUCKER D.C., PRAGER W. (1951), «Soil Mechanics and plastic analysis of limit design». Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, pp. 157-175.
- DRUCKER D.C., GIBSON R.E., HENKEL D.J. (1957), «Soil Mechanics and workhardening theories of plasticity». A.S.C.E., vol. 122, pp. 338-346.
- FRÉMOND M. (1982), « Méthodes variationnelles en calcul des structures ». Cours de D.E.A., E.N.P.C. de Paris.
- FRIÂA A., MARCHAND J.P., BOUASSIDA M. (1983), « Un modèle de chaussée souple. Application de la méthode des éléments finis ». Annales des Ponts et Chaussées, 2<sup>e</sup> trimestre n° 26, pp. 23-31.

- HABIB P., LUONG M.P. (1978), « Sols pulvérulents sous chargements cycliques ». Séminaire « Matériaux et structures sous chargements cycliques ». École Polytechnique, Paris, 28-29 septembre, pp. 39-63.
- KALTEZIOTIS N.A., MENZIES B.K., TANZI A.I. (1984), «A bearing capacity correction for strainsoftening saturated clays». Ground Engineering, pp. 30-31.
- KIRKPATRICK W.M. (1961), "Discussion of soil properties and their measurements". Proc. of the 5<sup>th</sup> Int. Conf., Soil Mech. Found. Eng., Paris, pp. 131-133.
- LADE P.V., DUNCAN J.M. (1975), «Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil». Journal of the Geotechnical Engineering Division. Proc. of the A.S.C.E., 102, GT 1, pp. 51-68.
- LADE P.V. (1977), "Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces". Int. Jour. Solids Structures, vol. 13, n° 11, pp. 1019-1035.
- LORET B. (1981), «Formulation d'une loi de comportement élastoplastique des matériaux granulaires ». Thèse Dr. Ing., E.N.P.C. Paris.
- LUONG M.P. (1978), "État caractéristique du sol.». C.R. Acad. Sc., Paris, t. 287, B, pp. 305-307.
- 19. MANDEL J. (1978), «Propriétés mécaniques des matériaux ». Édition Eyrolles, Paris.
- MARTINEZ J. (1980), « Contribution au dimensionnement des chaussées souples; comportement des matériaux et méthode de calcul ». Thèse Dr. Ing., I.N.S.A. de Rennes.
- MROZ Z., NORRIS V.A. (1982), «Elastoplastic and viscoplastic constitutive models for soils with application to cyclic loading». Soil Mechanics, transient and cyclic loads, edit. G.N. Pand and O.C. Zienkiewicz; chap. 8, pp. 173-217.
- NGUYEN Q.S., BUI H.D. (1974), « Sur les matériaux élastoplastiques à écrouissage positif ou négatif ». J.M.T.A., vol. 13, n° 2, pp. 321-342.
- PENDER M.Z. (1977), «A unified model for soil stress-strain behaviour». I.C.S.M.F.E., Tokyo.
- PRÉVOST J.H., HOËG K. (1975), «Effective stress-strain strenthg model for soils». Journal of the Geotechnical Engineering Division of the A.S.C.E., 101, GT 3.
- PRÉVOST J.H. (1977), «Mathematical modeling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour». Int. Jour. of Num. and Anal. Meth. in Geom., vol. 1, n° 2, pp. 159-216.
- PRÉVOST J.H. (1979), «Mathematical modeling of soil stress-strain strength behaviour». 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Num. Meth. in Geom., Aachen, vol. 1, pp. 347-361.
- ROSCOE K.H., SCHOFIELD A.N., WROTH C.P. (1958), « On the yielding of soils ». Géotechnique, 9, pp. 71-83.

- ROSCOE K.H., SCHOFIELD A.N., THURAI-RAJAH (1963), « Yielding of clays in states wetter than critical». Géotechnique, vol. 13, n° 3, pp. 211-240.
- ROSCOE K.H., BURLAND J.B. (1968), « On the generalized stress-strain behaviour of wet clayengineering plasticity ». Cambridge-Heyman-Leckye editors.
- TANZI A.I., KALTEZIOTIS N.A., MENZIES B.K. (1982), « Finite element analysis of strip footing on strain-softening clay ». Proc. Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics. Balkema, Rotterdam.
- VERMEER P.A. (1978), «A double hardening model for sand». Géotechnique, 28, 4, pp. 413-433.

- VERMEER P.A., DE BROST R. (1984), «Non associated plasticity for soils, concrete and rocks ». Journal Heron, vol. 29, n° 3, pp. 1-64.
- 33. WILDE P. (1977), «Simple model of granular material in finite element solutions». Arch. Hydrot., 24, z1, pp. 175-187.
- WILDE P. (1979), «Mathematical and physical foundations of elastoplastic models for granular media». Colloque Franco-Polonais, Paris 25-30 mars (traduction française), L.C.P.C., pp. 5-27.
- 35. WROTH P., SCHOFIELD A. (1968), « Critical state soils mechanics ». Mac Graw Hill Editor.

# ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES FORMATION CONTINUE

Sessions de formation - 1<sup>er</sup> semestre 1988 Géotechnique, matériaux, structures

La pratique de l'injection et des écrans d'étanchéité	8 au 11 mars	Paris
Automatisation des carrières : démarches et méthodes	21 au 24 mars	Nantes
Stockage en souterrain	22 au 24 mars	Paris
Stabilité des pentes	3 au 6 mai	Grenoble
Logiciels pour les calculs BAEL et BPEL	8 au 9 juin	Paris
Journées d'études : L'évaluation des risques naturels	1 et 2 mars	Paris
Les enseignements à tirer des accidents survenus aux ouvrages de génie civil	27 et 28 avril	Paris
Pour toute information, s'adresser à l'E.N.P.C./DFCAI, 28, rue des Saints- Tél. 16 (1) 42.60.34.13 (Christine ROSE).	Pères, 75007 PARIS.	

# micromécanique des milieux granulaires approche expérimentale utilisant le modèle de Schneebeli

micromechanic of the granular media experimental approach using the model of Schneebeli

> GOURVES Roland Maître de Conférences MEZGHANI Fathi

Chercheur Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand\*

#### Résumé

La complexité des relations contrainte-déformation dans les milieux granulaires, qui est la conséquence de leur nature particulière, conduit à étudier leur comportement au niveau microstructural, c'est-à-dire à analyser les phénomènes discrets au niveau du grain ou d'un nombre restreint de grains.

Cette étude se situe dans ce contexte et a été menée sur un modèle bidimensionnel (petits rouleaux). Nous utilisons notamment une méthode expérimentale originale pour la mesure des forces de contact dans un tel milieu. L'étude de ces forces permet le calcul des contraintes.

Outre la caractérisation de la nature aléatoire de la contrainte au sein d'un milieu granulaire, cet article met en évidence l'influence de plusieurs paramètres sur les caractéristiques statistiques de cette dernière et permet une approche quantitative du passage entre le milieu discontinu et le milieu continu.

#### Abstract

Complexity of the stress-strain relationships of the granular media, which is the consequence of their discrete nature, leads to study their behaviour microstructurally or more precisely to analyse the discrete phenomenons considering one single particle or a restricted number of particles.

This work is placed in this context and is carried out upon a SCHNEEBELI'S bi-dimensional model. An original experiment method has been especially used for measuring the contact forces in such a medium. This method also makes possible the calculation of stresses.

In addition to the characterization of the random nature of the stress within the granular medium, this paper shows the influence of several parameters upon its statistical characteristics and permits a quantitative approach about the passage from non-continuous to continuous media.

#### 1. INTRODUCTION

Les travaux présentés dans cet article entrent dans le cadre de la mécanique des milieux granulaires et concernent plus particulièrement l'analyse statistique des contraintes macroscopiques au sein de tels matériaux.

En effet, en mécanique des sols les modèles de calcul s'appuient souvent sur les théories développées pour les milieux continus et permettent une prévision assez satisfaisante dans la plupart des cas. Toutefois, il est évident que les milieux granulaires formés de particules discernables à l'œil nu, voire même de dimensions importantes (sables, graviers, ...) ne peuvent répondre strictement aux hypothèses des milieux continus et il est donc nécessaire de leur appliquer une homogénéisation.

Nous tentons par le biais de ces études d'apporter une contribution à l'amélioration des modélisations de ces milieux en tenant compte de leur nature discrète. Après avoir étudié les principales théories qui décrivent le comportement rhéologique des sols, nous nous sommes intéressés à l'analyse des phénomènes discrets au niveau du grain ou tout au moins d'un nombre relativement restreint de grains. Il s'agit en fait d'établir le lien entre les phénomènes discrets se produisant au niveau des particules et les propriétés rhéologiques du milieu considéré comme continu.

Les analyses effectuées sont essentiellement expérimentales et le matériau de SCHNEEBELI nous semble intéressant sur ce plan. Il permet en effet d'avoir plusieurs renseignements tant au plan des déplacements qu'au plan des efforts. Dans ce dernier cas une technique de mesure des forces de contact a été mise au point à Clermont-Ferrand; elle est fondée sur l'étude du frottement longitudinal des rouleaux et permet de déterminer l'état de contrainte dans un tel milieu. Cette technique a été retenue pour notre étude.

#### 2. MODÉLISATION DES MILIEUX GRANULAIRES

Le comportement mécanique des milieux granulaires a été le plus souvent schématisé tantôt comme élastique linéaire isotrope, tantôt comme parfaitement plastique avec critère de MOHR-COULOMB. Mais l'on s'est aperçu assez rapidement des limites de ces modèles qui ne correspondent qu'imparfaitement au comportement réel de ces milieux. Celui-ci n'est à aucun instant ni entièrement réversible, ni entièrement irréversible et répond bien plus à une loi continue de déformation associant à tout moment réversibilité et irréversibilité ; il est par conséquent beaucoup plus complexe.

Cependant, la mise en œuvre de puissantes méthodes numériques, en particulier la méthode des éléments finis, permet de prendre en compte des lois de comportement de plus en plus affinées. Dès lors, plusieurs recherches concernant la loi rhéologique à prendre en compte pour ces milieux granulaires ont été effectuées. Nous pouvons citer comme exemple les lois rhéologiques incrémentales telles qu'elles ont été décrites par DARVE à plusieurs reprises (8, 9, 10, 11).

Ces lois s'affranchissent de tout schéma de comportement et cherchent à suivre la nature pas à pas. La loi octolinéaire présente l'avantage de mieux décrire la non-linéarité du comportement des milieux granulaires et permet, grâce à l'hypothèse d'orthotropie, de prendre en compte une anisotropie généralement considérée comme suffisante pour un sol. Toutefois, ces modèles incrémentaux ne cernent pas la réalité ; ils supposent que toutes les directions principales restent fixes et confondues. De plus, ils ne sont pas commodes à expliciter dès qu'il s'agit de préciser sur un trajet de chargement complexe les paramètres dont dépend la loi.

Néanmoins, dans toutes les modélisations utilisées, on considère les matériaux comme parfaitement continus. Il est évident que cette hypothèse ne correspond pas aux milieux granulaires formés de particules en contact les unes avec les autres et qui sont de formes, de dimensions et d'orientations diverses. La complexité des relations contraintes-déformations de ces milieux est en partie la conséquence de leur nature discrète dont il faut tenir compte.

#### 2.1. Description discrète des matériaux granulaires

Il s'agit du développement d'une caractérisation statique qui consiste à définir le lien entre le tenseur des contraintes  $\sigma$  et les forces de contact intergranulaires  $F^k$ (figure 1). Cette relation a été établie par WEBER (21) :

$$\sigma = V^{-1}\Sigma \mathbf{1}^{k} \otimes F^{k} \tag{1}$$

V étant le volume analysé supposé suffisamment grand.



Fig. 1. – Contact et force intergranulaires. Fig. 1. – Intergranular contact and force.

En partant de cette relation CAMBOU et Coll. (5, 6, 7) ont défini un ensemble de variables internes  $\lambda_{ag}$  susceptibles de représenter macroscopiquement l'état du matériau granulaire.

Pour un matériau bidimensionnel et dans une sollicitation à directions principales fixes, on obtient un état orthotrope caractérisé par  $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 0$ ; deux variables  $\lambda_{11}$  et  $\lambda_{22}$  suffisent alors pour décrire l'état interne.

Ces variables d'état traduisent bien l'évolution de l'orientation des forces de contact dans le milieu (figure 2). Par ailleurs, les résultats de cette caractérisation statique montrent que l'évolution des variables  $\lambda_{\alpha\beta}$  traduit l'adaptation de la structure de façon que le déviateur soit supporté pour une plus grande part par les composantes normales des forces de contact (figure 3).









#### 2.2. Modèle analogique de SCHNEEBELI

Parallèlement à ces analyses théoriques du comportement mécanique des milieux granulaires, se développe une voie expérimentale utilisant le modèle analogique bidimensionnel de SCHNEEBELI. En effet, ce dernier a montré en 1956 la possibilité de réaliser un milieu pulvérulent, homogène, bidimensionnel et obéissant à la loi de COULOMB, par l'empilement de cylindres horizontaux, de plusieurs diamètres et de même longueur.

Un tel modèle permet l'étude de problème à deux dimensions et de nombreux auteurs (3, 18, 19) l'ont utilisé notamment pour mieux comprendre les schémas de rupture du sol de fondation, l'équilibre limite des coins de poussée et de butée, etc. Il ne permettait que de visualiser les différents phénomènes et les résultats obtenus n'étaient donc que qualitatifs. Mais depuis quelques temps, cette technique connaît un renouveau avec le développement des calculs par la méthode des éléments finis d'une part ; le modèle n'est plus considéré comme un modèle réduit du problème étudié mais plutôt comme un objet particulier que l'on peut simuler par le calcul. Nous citerons dans ce cadre les travaux de TRATAPEL (20), BOULON et Coll. (4) et MONNET et Coll. (17). D'autre part, grâce à une technique originale de mesure des forces de contact (12, 13), il est possible d'obtenir l'état de contrainte en tous points du massif analogique. Nous verrons plus tard le principe de cette méthode.

Toutefois, les résultats obtenus tant qualitatifs que quantitatifs sont cependant limités par le danger qu'il y aurait d'extrapoler aux ouvrages réels en raison du non-respect des règles de similitude.

#### 2.3. Approche statistique

Nous avons vu comment les méthodes numériques ont contribué à l'élaboration des modélisations des milieux granulaires mais il existe un autre moyen non moins important qui réside en l'utilisation des théories probabilistes et des méthodes statistiques.

En effet, un milieu granulaire présente des diversités de formes, de dimensions et d'orientations des contacts entre les grains. Il présente aussi des diversités de la minéralogie et donc de la loi de comportement propre à chaque particule. Tout ceci nous conduit alors à faire appel aux lois statistiques pour caractériser ce milieu.

C'est dans cette dernière catégorie que peuvent se situer les travaux présentés ici. Nous analysons plus particulièrement les phénomènes se rapportant à la notion de contrainte. Cette dernière, définie en un point dans les théories des milieux continus, doit se traduire par d'autres concepts dans un milieu granulaire.

#### 2.4. Contrainte macroscopique dans un milieu granulaire

La contrainte macroscopique en un point d'un milieu granulaire est définie comme le rapport  $\Delta F/\Delta S$ , où  $\Delta S$ est une surface entourant le point et  $\Delta F$  la résultante de toutes les forces appliquées sur cette surface. La valeur de  $\Delta S$  est finie et doit être suffisamment petite pour pouvoir l'assimiler à l'élément différentiel dans les traitements mathématiques, mais suffisamment grande de façon à ce que les discontinuités soient négligeables par rapport à sa taille. Ceci inclut donc l'idée d'homogénéisation locale du matériau. Considérons un matériau granulaire soumis à un système de forces extérieures : à celui-ci correspond, d'un point de vue déterministe, un état de contrainte équivalent qui est celui de la mécanique des milieux continus. Dans une approche probabiliste, la valeur de la contrainte macroscopique en un point ne sera pas unique mais sera une variable aléatoire dont la valeur moyenne  $\sigma$  est égale à la contrainte du milieu continu équivalent.

### 3. ÉTUDE À L'ÉCHELLE GLOBALE

Avant de détailler les étapes ainsi que les résultats de l'analyse statistique effectuée nous exposons brièvement l'appareillage expérimental dont nous nous sommes servis ainsi que les résultats d'une étude portant sur le comportement mécanique global du milieu de SCHNEEBELI.

#### 3.1. Dispositif expérimental utilisé

#### 3.1.1. Matériau de SCHNEEBELI

Nous avons choisi d'utiliser des rouleaux en P.V.C. en raison du faible prix de revient, de leur légèreté et élasticité. Ces rouleaux sont de trois diamètres différents (2, 3 et 4 mm) également répartis en poids, leur longueur est de 6 cm. Le poids volumique du P.V.C. est de 1,3 daN/dm<sup>3</sup>, la densité moyenne du matériau en place évaluée par comptage sur photographie est de 1,1, quant à l'angle de frottement interne mesuré à l'appareil biaxial, il est de l'ordre de 26°.

#### 3.1.2. Appareil de compression biaxiale

Le schéma de principe de cet appareil est indiqué sur la figure 4. Il est constitué d'un moule carré, de 21,5 cm de côté, composé de quatre éléments rectifiés (mors) mobiles les uns par rapport aux autres. Deux cadres métalliques indépendants et articulés assurent la mise en charge du milieu selon deux directions perpendiculaires par un système vis-écrou. L'ensemble repose sur un plan lisse horizontal.

Les rouleaux sont disposés verticalement. Les efforts appliqués à l'aide du système de mise en charge se trouvent dans un plan horizontal et par conséquent le modèle est non pesant. Les efforts appliqués sont mesurés par deux anneaux dynamométriques; les déplacements respectifs des différentes parties du moule sont mesurés à l'aide de comparateurs.

L'abaissement d'une trappe située sous le moule permet d'éviter le frottement des rouleaux sur le fond et permet aussi leur déplacement longitudinal afin, comme nous le verrons plus loin, d'effectuer la mesure des contraintes.

Avant chaque essai, nous intercalons un lubrifiant à sec (téflon) entre les mors et les rouleaux de sorte qu'il n'y ait pas de frottement ou tout au moins qu'il soit négligeable. Nous évitons ainsi la création de voûtes de charge et les contraintes extérieures appliquées au milieu sont à tout instant de l'essai des contraintes principales.



Fig. 4. — Appareil biaxial. Fig. 4. — Biaxial apparatus.

#### 3.2. Comportement mécanique global du matériau de SCHNEEBELI

Cette étude a été effectuée sur des chemins de contraintes monotones croissants à rapport de contraintes R =  $\sigma_1/\sigma_2$  variable. Les essais suivent un chemin isotrope ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) jusqu'à une certaine valeur, puis nous maintenons la contrainte dans la direction 2 constante tandis que la contrainte  $\sigma_1$  continue à croître. Plusieurs valeurs de la contrainte latérale  $\sigma_2$  ont été utilisées (figure 5).

Les mesures tirées de l'essai de compression biaxiale nous permettent la détermination des déformations  $\varepsilon_1$ et  $\varepsilon_2$  ainsi que le déviateur  $(\sigma_1 - \sigma_2)/2$ . Nous nous sommes aussi intéressés à l'étude des courbes reliant ces grandeurs physiques ; ceci apparaît sur la figure 6.



Fig. 5. — Chemins de contrainte étudiés. Fig. 5. — The studied stress-paths.



Fig. 6. — Comportement mécanique global -Influence de la contrainte latérale.

Fig. 6. – Global mechanical behaviour - Influence of the lateral stress.



Fig. 7. – Lois hyperboliques - Transformations des courbes efforts - Déformation.
Fig. 7. – Hyperbolic laws - Stress -Strain transformed curves. Les courbes effort-déformation de la figure 6a nous montrent la sensibilité de la résistance du milieu de SCHNEEBELI à la valeur de la contrainte latérale  $\sigma_2$ . Le matériau ne présente pas véritablement de pic de contrainte.

Les courbes de variation de volume de la figure 6b mettent en évidence le phénomène de dilatance qui apparaît très nettement pour une valeur de la déformation latérale de l'ordre de 0,5 %.

A partir de ces courbes, il apparaît évident que le comportement du matériau de SCHNEEBELI lors d'un essai de compression biaxiale est analogue à celui d'un sable dense lors de l'essai de compression triaxiale conventionnelle.

Nous pouvons distinguer trois phases principales :

1. Phase de contraction (0 - 0.5 %) : réarrangement des rouleaux, compression du squelette, c'est le domaine de déformation homogène.

2. Phase de dilatance (0,5 - 4%): désenchevêtrement des particules, dilatance, pic en contrainte.

3. Phase d'état critique (au-delà de 4 %) : stabilisation des efforts, c'est le domaine d'écoulement plastique.

Par ailleurs, nous avons pu vérifier que pour le type de chemin de contraintes étudié, il est possible de décrire le comportement du milieu analogique par des formulations de type hyperbolique (figure 7).

#### 4. ANALYSE STATISTIQUE DES PHÉNOMÈNES DISCRETS

Nous nous sommes limités à l'étude des problèmes se rapportant aux contraintes dans un milieu analogique en utilisant la méthode expérimentale due à FAUGE-RAS (12) et déjà évoquée (cf. § 2.3.).

#### 4.1. Principe de la méthode

Le principe de cette méthode a déjà fait l'objet de plusieurs publications (1, 12, 13, 15), aussi nous ne rappelons ici que les principes essentiels. Cette méthode est fondée sur l'étude du frottement longitudinal des rouleaux constituant le massif. Elle consiste à mesurer la force nécessaire pour déplacer un ensemble de rouleaux selon leur axe longitudinal. Cette force est fonction du champ de contrainte au point de mesure (12, 13).

Dans le cas du biaxial et en adoptant les notations de la figure 8, la relation entre la force mesurée et le champ de contrainte peut s'écrire :

$$F_1 = \lambda \sigma_1 + \mu \sigma_2 \qquad (2)$$
  

$$F_2 = \lambda \sigma_2 + \mu \sigma_1$$

Le fait que nous nous intéressons à un nombre important de rouleaux tient à ce que nous sommes en présence d'un milieu granulaire. Dans ce cas il est



Fig. 8. — Notations et mesures des forces dans le biaxial. Fig. 8. — Notations and measurement of forces in the biaxial.

nécessaire d'introduire la notion de contrainte macroscopique qui ne peut être utilisée qu'en considérant un élément assez représentatif du milieu.

Si nous appelons « découpe » la limite de l'empreinte créée dans le milieu par le déplacement d'un ensemble de cylindres, FAUGERAS (12) a mis en évidence les avantages de l'utilisation d'une découpe obtenue par l'intermédiaire d'une plaque d'épaisseur très faible par rapport à sa largeur.

Dans la relation (2)  $F_1$  et  $F_2$  sont mesurées à l'aide d'un capteur de force.  $\lambda$  et  $\mu$  sont deux coefficients, homogènes à une surface, qui dépendent des caractéristiques géométriques de l'empreinte et de la nature des matériaux. Des travaux plus récents (16) montrent que  $\lambda$  et  $\mu$  dépendent aussi de la géométrie de l'assemblage.

#### 4.2. Champ de contrainte macroscopique

Il est inutile de rappeler que pour cette étude nous avons été amenés à abandonner le modèle déterministe pour une formulation probabiliste faisant intervenir les incertitudes affectant les matériaux réels. L'étude a été effectuée dans les deux domaines avant et après dilatance mis en évidence lors de l'étude à l'échelle globale.

#### 4.2.1. Mise en œuvre des essais

Les essais au biaxial se déroulent de la façon suivante :

— application d'un champ de contraintes théoriques constant ( $\sigma_1,\,\sigma_2)$  ;

— mesure des forces  $F_1$  en n points différents (figure 8) ;

déchargement du système et réarrangement des rouleaux ;

— application du même champ de contraintes théoriques ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ );

mesure des forces F<sub>2</sub> en n points différents ;

nouveau déchargement et régénération du milieu.

Ces opérations sont répétées un certain nombre de fois afin d'avoir un nombre de mesures permettant une exploitation statistique convenable. Nous avons suivi le même type de chemin de contraintes que lors de l'étude du comportement global. Les contraintes macroscopiques se déterminent à partir de ces mesures à l'aide des relations suivantes :

$$\sigma_{1} = (\lambda F_{1} - \mu F_{2}) (\lambda^{2} - \mu^{2})^{-1}$$
(3)  
$$\sigma_{2} = (\lambda F_{2} - \mu F_{1}) (\lambda^{2} - \mu^{2})^{-1}$$

#### 4.2.2. Influence du nombre de mesures

Le nombre de mesures nécessaires pour obtenir un point expérimental dans l'espace des contraintes principales ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) est un facteur très important dans le contexte qui nous intéresse, dans la mesure où tous les résultats que nous obtiendrons par la suite découleront d'une analyse statistique. ASTIER (1) et LEBROU (15) ont montré que des échantillons comportant une cinquantaine d'éléments permettent d'obtenir un ensemble de valeurs statistiquement fiable (figure 9).



expérimental (d'après Astier). Fig. 9. – Influence of the measurements number upon the validity of the experimental stress-path (according to Astier).

#### 4.2.3. Influence de la position du point de mesure

Dans toutes nos expérimentations le biaxial se trouve soumis à un champ de contrainte globalement homogène. Dans une approche probabiliste cela se traduit par une même probabilité sur la valeur du champ de contraintes macroscopiques pour tous les points situés à l'intérieur du milieu. D'autres travaux (1, 2, 15) montrent que l'on peut admettre que les contraintes mesurées sont indépendantes du point de mesure dans le biaxial (figure 10). Les variations qu'on peut enregistrer d'un point à l'autre sont en fait dues au milieu lui-même et à sa nature granulaire.





# 4.2.4. Aspect aléatoire de la contrainte macroscopique

La figure 11 présente un exemple type des résultats tirés à partir de nos mesures à l'aide d'une plaque de 2 cm de large. Sur ces graphiques nous avons porté dans le plan (p, q) la comparaison entre le chemin des contraintes théoriques et celui des contraintes moyennes expérimentales. Celle-ci fait apparaître une différence relativement faible entre les deux courbes. Mais cette comparaison ne porte que sur une valeur caractéristique des échantillons de mesures qui eux présentent, comme on peut s'y attendre et comme l'indique la figure 12, un nuage autour de cette valeur moyenne ne présentant aucune corrélation particulière entre les deux variables statistiques p et q.

Il importe de souligner qu'avec notre technique expérimentale nous pouvons déterminer la valeur du déviateur q, bien que nous ne fassions intervenir que les composantes normales des forces de contact. Ce résultat vient confirmer les résultats des analyses théoriques de CAMBOU (7) qui montrent que le déviateur est supporté pour une plus grande part par les composantes normales des forces de contact.

Les deux résultats exposés ci-dessus traduisent bien le caractère aléatoire de la contrainte macroscopique au sein du milieu analogique. Celle-ci est définie comme étant égale à la somme des composantes normales des forces s'exerçant sur les particules divisée par l'aire de la facette macroscopique considérée. Dans notre cas, la taille de la plaque utilisée correspond à celle de la facette macroscopique. Il est donc évident que la dispersion des mesures est d'autant plus importante que la taille de la facette macroscopique prise en compte est petite par rapport à la taille moyenne des grains. Ceci a été confirmé lors des études de MEZGHANI (16) dont nous présentons quelques exemples de résultats ci-après.

# 4.2.5. Passage du milieu discontinu au milieu continu

Le passage du milieu discontinu au milieu continu peut se traduire par le rapport de la taille moyenne des grains à la taille des plaques. En effet plus la taille de la plaque est petite moins la facette est représentative du milieu donc plus on tend vers le milieu discontinu alors que dans le cas contraire on aura tendance à aller vers le milieu continu.

Ceci apparaît nettement sur les histogrammes de la figure 13, ces derniers ne font que confirmer toutes les considérations précédentes. Plus la taille de la plaque est grande, plus la distribution est serrée et les histogrammes de fréquence en nombre des échantillons des valeurs obtenues se réduisent à quelques intervalles et admettent un maximum correspondant à la valeur moyenne. Pour les plaques de petite taille la distribution a tendance à s'étaler et nous avons des maximums beaucoup moins marqués. Toutefois, il est à remarquer que les histogrammes obtenus sont toujours compris dans des bornes bien nettes quelle que soit la taille de la plaque. FAUGERAS et GOURVES (14) ont effectué des essais au niveau des grains et ont alors proposé dans ce cas une loi de répartition uniforme des forces intergranulaires. Nous pouvons effectivement



Fig. 11. — Chemins de contrainte en p. q -Résultats obtenus à la plaque de 2 cm. Fig. 11. — Stress-paths in p. q - Results obtained with the 2 cm plate.







Fig. 13. — Histogrammes des échantillons de valeurs relatifs à l'état de contrainte  $\sigma_1 = 40 \text{ kPa}, \sigma_2 = 30 \text{ kPa}.$ 

Fig. 13. – Histograms of the value samples related to the stress state  $\sigma_1 = 40$  kPa,  $\sigma_2 = 30$  kPa.

supposer qu'une telle loi est acceptable. Puisqu'il ne peut y avoir de forces de traction entre les grains, la conséquence en serait que la force intergranulaire est limitée au double de la valeur moyenne. Cette considération conduit alors à dire que les effets de concentration de contraintes seraient nécessairement limités.

Le passage du milieu discontinu au milieu continu se traduit aussi très bien par le graphique de la figure 14 qui nous donne en quelque sorte une certaine mesure de ce passage. En effet, le milieu continu a par définition un coefficient de variation nul (à une erreur expérimentale près). Nous pouvons donc admettre que le matériau granulaire est assimilable à un milieu continu tant que ce coefficient est faible. Il est d'usage courant d'admettre que tel est le cas dès qu'on s'intéresse à une dizaine de particules ce qui correspond dans notre cas à la plaque de 2 cm.





Fig. 14. — The mean coefficient of variation of the isotropic stress p in terms of the plate size.

#### 4.2.6. Influence de la dilatance

L'étude dans le domaine après dilatance a été beaucoup moins approfondie que dans le domaine des déformations homogènes pour une raison purement technique liée à l'appareil de compression biaxiale luimême. En effet, ce dernier risque d'être une source d'erreur non négligeable dans ce domaine et il faudrait lui faire subir quelques modifications pour que l'on puisse étudier correctement l'influence de la dilatance.

Toutefois, les premiers résultats obtenus montrent que les coefficients  $\lambda$  et  $\mu$ , qui gardent des valeurs constantes avant le seuil de dilatance, présentent, dès que ce seuil est dépassé, une évolution pouvant être due à une variation de l'état interne. De plus, nous aurions pu penser que l'atteinte du seuil de dilatance provoquerait une redistribution des efforts. Les résultats obtenus (16) ne nous permettent pas de conclure en ce sens et tendraient au contraire à prouver que les caractéristiques de dispersion sont les mêmes avant et après dilatance.

#### CONCLUSION

L'approche présentée ici montre bien la nécessité de l'analyse au niveau de la particule. Le modèle de SCHNEEBELI est à notre sens un outil très intéressant sur ce plan.

En effet ce dernier, dont le caractère analogique a été vérifié lors de notre étude à l'échelle globale, présente l'avantage d'être aisé à mettre en œuvre et permet donc d'effectuer des analyses statistiques dont l'intérêt ne cesse d'être prouvé.

Cette étude nous permet d'affirmer le caractère aléatoire de la contrainte au sein d'un milieu granulaire. Celle-ci est une variable aléatoire qui suit donc une loi de distribution statistique donnée pouvant être, dans un premier temps, approchée par deux paramètres :

— une caractéristique de position (moyenne  $\sigma$ ) égale à la contrainte dans le milieu continu équivalent ;

— une caractéristique de dispersion (écart-type) fonction de la taille de la facette macroscopique prise en compte ainsi que de la nature du milieu.

Par ailleurs, si la nature aléatoire des milieux granulaires a été bien caractérisée, d'autres points le sont beaucoup moins. Il conviendrait d'analyser notamment le phénomène de dilatance et l'évolution d'état qui en découle, ainsi que la concentration de contrainte ne pouvant se produire de la même façon que dans les milieux continus qui admettent une certaine résistance à la traction.

#### BIBLIOGRAPHIE

- ASTIER R. (1983), Milieux granulaires : approche probabiliste des états de contraintes et de déformations sur modèle analogique. Thèse présentée à l'Université de Clermont II, soutenue le 14 décembre 1983, pour obtenir le grade de Docteur-Ingénieur.
- ASTIER R., FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1984), A statistical analysis of the states of stress within a bidimensional model. Octobre 1984, Advances in Rheology. 1. Theory. Edited by B. MENA, A. GARCIA-REJON, C. RANGEL-NAFAILE. Universidad Nacional Autonoma de Mexico.
- BIAREZ J. (1962), Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents. Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble, soutenue en 1962 pour obtenir le titre de Docteur ès Sciences.

- BOULON M. et al. (1977), Comportement d'un écran et d'un pieu - essai, calculs. 1977, IX<sup>e</sup> Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations. Tokyo, vol. 1.
- CAMBOU B. (1984), Mécanique des matériaux granulaires, l'approche microstructurale. Décembre 1984. Cours de l'École d'Hiver des Géomatériaux, C.N.R.S., I.M.G., Aussois.
- CAMBOU B., SIDOROFF F. (1985), Description de l'état d'un matériau granulaire par variables internes statiques à partir d'une approche discrète. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, 1985.
- CAMBOU B. (1985), Les micromécanismes de déformations plastiques dans les sols granulaires. Revue Française de Géotechnique, n° 31, 2<sup>e</sup> trimestre 1985, pp. 39-51.
- DARVE F. (1974), Contribution à la détermination de la loi rhéologique incrémentale des sols. Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, soutenue le 24 juin 1974 pour obtenir le grade de Docteur-Ingénieur.
- DARVE F., LABANIEH S. (1980), Comportement mécanique des milieux granulaires en liaison avec leur structure. Décembre 1980, Comportements Rhéologiques et Structures des Matériaux, XV<sup>e</sup> Colloque Annuel du Groupe Français de Rhéologie, Paris.
- DARVE F., LABANIEH S. (1982), Incremental constitutive law for sands and clays : simulations of monotonic and cyclic tests. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 6, 1982, pp. 243-275.
- DARVE F., LABANIEH S. (1982), An incremental non-linear constitutive law and cyclic behaviour of sands. Septembre 1982, International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich.
- FAUGERAS J.C. (1979), L'essai de compressibilité des sols au pénétromètre statique et son interprétation sur modèle analogique. Thèse présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, soutenue le 25 septembre 1979 pour obtenir le grade de Docteur de 3<sup>e</sup> cycle.
- FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1980), Mesure des contraintes au sein d'un massif analogique de SCHNEEBELI. Revue Française de Géotechnique, n° 11, mai 1980, pp. 5-16.

- FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1980), Distribution des efforts sur les particules d'un milieu granulaire soumis à un champ isotrope. Décembre 1980, Comportements Rhéologiques et Structures des Matériaux, Groupe Français de Rhéologie, XV<sup>e</sup> Colloque Annuel, Paris.
- 15. LEBROU Ph. (1983), Contribution à l'étude des champs de contraintes et de déformations au sein d'un milieu granulaire. Mémoire présenté au Centre Universitaire des Sciences et Techniques de Clermont II, soutenue en juin 1983 pour obtenir le diplôme d'ingénieur.
- 16. MEZGHANI F. (1987), Milieux granulaires -analyse statistique de l'état de contrainte macroscopique au sein d'un milieu analogique. Thèse présentée à l'Université de Clermont II, soutenue le 5 février 1987 pour obtenir le titre de Docteur de l'Université de Clermont II.
- MONNET J., KASTNER R., COULET C. (1980), Détermination d'une loi de comportement contrainte-déformation du matériau de SCHNEE-BELI. Octobre 1980, Mécanique des Sols Appliquées, Communications présentées aux Journées Universitaires « Génie Civil » à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- NHIEM T.V. (1971), Observations cinématiques et statiques du phénomène de soulèvement oblique des fondations d'ancrage en milieu pulvérulent bidimensionnel. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, numéro spécial «Le comportement des sols avant la rupture», mai 1971, pp. 127-137.
- ORTHOLARY M. (1979), Étude du schéma de rupture sous une fondation superficielle rigide. Mémoire présenté au Centre Universitaire des Sciences et Techniques de Clermont II, soutenu en juin 1979 pour obtenir le diplôme d'ingénieur.
- TRATAPEL G. (1977), Contribution à l'étude du comportement mécanique d'un milieu analogique bidimensionnel. Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale et l'Institut National Polytechnique de Grenoble, soutenue le 18 juillet 1977 pour obtenir le grade de Docteur-Ingénieur.
- WEBER J. (1966), Recherches concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, n° 20, juillet-août 1966, pp. 3.1-3.20.

# contraction du tube épais circulaire : remarques sur l'influence d'une non linéarité élastique

closure of a thick-walled circular tube : remarks on the influence of non linear elasticity

#### NGUYEN MINH D. - SCHMITT N.

Laboratoire de mécanique des solides\* (E.P.-E.N.S.M. Paris, E.N.P.C., Unité associée au C.N.R.S.)

#### Résumé

On étudie la contraction d'un tube épais, dont le comportement élastique non linéaire est décrit par une loi de Hooke avec module d'Young fonction des invariants des contraintes.

Selon la loi de variation choisie, on met en évidence deux types de répartition de contraintes se traduisant, soit par un durcissement du matériau vers la paroi intérieure, soit par un amollissement accompagné d'un effet de décompression en paroi, comme en plasticité.

Lorsque le module d'Young n'est fonction que de la contrainte moyenne, la répartition des contraintes s'identifie à celle de la solution classique de l'élasticité linéaire.

Ces résultats sont liés au sens de la concavité des courbes effort-déformation obtenues pour des trajets de charge particuliers en compression triaxiale. Ils se reflètent également sur la courbe de convergence du tube, à condition de piloter l'essai par la pression intérieure.

#### Abstract

We study the closure of a non linear elastic thick-walled tube, which behavior is described by a Hooke's law with a Young's Modulus function of the stress invariants.

Depending on the chosen function, two different kinds of stress fields are found out, associated either with a stiffening of the material towards the inner wall of the tube, or with a softening of the material and stress release at the wall, like in plasticity.

When the Young's modulus is but a function of the mean stress, the stress field is identical to the usual linear elastic one.

These results are depending on the concavity sign of stress-strain curves obtained for particular loading pathes in triaxial compression tests. They also can be detected on the closure curves of the tube test, provided that the inner pressure be controlled.

<sup>\*</sup> École Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex.

#### 1. INTRODUCTION

En mécanique des roches, on a l'habitude, pour simplifier, d'assimiler la phase du comportement précédent la rupture à de l'élasticité linéaire. Mais il est bien connu que le serrage des *fissures préexistantes* peut conférer aux courbes de réponse du matériau un caractère non linéaire plus ou moins accentué.

Ainsi, dans l'essai de compressibilité (fig. 1.a), ce n'est qu'à partir d'une pression de fermeture des fissures qu'on obtient une réponse linéaire. Cet essai sert ainsi à définir le « volume fissural » (P. HABIB, 1973).

Ce phénomène se retrouve également dans les essais triaxiaux classiques de compression (fig. 1.b). On constate que les courbes « effort-déformation » présentent une concavité tournée « vers le haut », ainsi qu'un raidissement du module de déformation moyen avec l'augmentation du confinement. Par contre, le fait que la concavité des courbes soit tournée « vers le bas » au voisinage de la rupture doit plutôt être attribué à des irréversibilités de type « endommagement » ou « plasticité ».

Dans quelle mesure ces phénomènes, souvent négligés, peuvent-ils affecter l'état de contrainte et de défor-



Nous allons essayer de discuter de cette question dans le cas particulier d'un tube circulaire épais en contraction, soumis à une pression extérieure uniforme  $P_e$  et une pression intérieure  $P_i < P_e$ .

Le problème avait été abordé par J. MANDEL (1962), dans le cadre de l'élasticité non linéaire du second ordre ; en exprimant que les courbes effortdéformation présentent une concavité tournée « vers le haut » (fig. 1.b), J. MANDEL montrait que l'intensité de la contrainte tangentielle  $\sigma_{\theta}$ , en paroi, devait être plus importante que celle qui est obtenue par la solution classique de Kirsch.

Par contre, en exprimant que le « module d'Young » augmente avec le confinement, ou, plus exactement, avec la plus petite contrainte principale en valeur absolue, tout en restant dans le cadre formel de la loi de Hooke, SANTARELLI et al. (1986, 1987) arrivent à un résultat opposé. L'intensité de la contrainte  $\sigma_{\theta}$  est plus faible en paroi (jusqu'à plus de 50 %), et le maximum peut être atteint à l'intérieur du massif. Ces résultats contradictoires, obtenus par deux modèles de comportement différents, susceptibles de rendre compte d'un même phénomène physique, soulèvent un paradoxe qu'il s'agit de lever.



 $\sigma_{1} - \sigma_{3}$   $\sigma_{3}$   $\sigma_{3}$   $\sigma_{1} - \sigma_{1}$   $\sigma_{1} - \sigma_{1}$   $\sigma_{1} - \sigma_{1}$   $\sigma_{1} - \sigma_{1}$   $\Delta L$ 

– a –

– b –

Fig. 1. — Courbes effort-déformation : a) Compressibilité, b) Compression triaxiale. Fig. 1. — Stress-strain curves : a) Compressibility test, b) Triaxial compression test.

#### 2. MODÈLE DE COMPORTEMENT

#### 2.1. Choix du modèle

Le modèle adopté par J. MANDEL peut être plus généralement étendu aux termes de déformation d'ordre supérieur. Les calculs sont cependant peu commodes et ne peuvent être qu'approchés. On gardera donc le cadre formel de la loi de Hooke, avec module d'Young variable, adopté par SANTARELLI, et qui avait déjà été utilisé dans un contexte plus large des déformations finies, où il avait été qualifié de « modèle quasi-linéaire » (FEHRST, 1964).

Comme on considère un matériau isotrope, le « module d'Young E », fonction des contraintes, doit l'être plus précisément des invariants. Les contraintes étant supposées ordonnées :

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$
 (compression négative),

on admettra, pour simplifier, que la contrainte intermédiaire n'intervient pas. De ce fait, on doit avoir (J. MANDEL, 1978) :

$$E = E \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)$$
(1)

On ne dispose pas d'essais permettant de préciser la forme (1). Notre analyse étant essentiellement qualita-



tive, on se limitera à priori à des formes linéaires pour représenter les tendances observées expérimentalement dans les essais triaxiaux de compression, à savoir, un raidissement du matériau au cours du chargement :

$$E(\sigma) = E_0 \cdot (1 + \frac{\alpha}{\sigma_0} \cdot \sigma)$$
(2)

E<sub>0</sub> étant le modèle d'Young « initial »,

 $\alpha > 0$  : paramètre sans dimension,

 $\sigma_0 < 0$  : contrainte caractéristique de compression,  $\sigma < 0$  : contrainte équivalente de compression,

fonction des invariants.

On se propose de considérer  $\sigma$  sous une des formes suivantes :

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \qquad (contrainte moyenne),$$

$$\sigma = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \qquad (contrainte déviatorique)$$

$$\sigma = \sigma_1$$
 (hypothèse de Santarelli),

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + m \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} (cas «général»).$$



– a –

- b -

- Fig. 2. Courbes effort-déformation données par le modèle : a) Compression triaxiale avec  $(\sigma_1 + \sigma_3 = C^{te})$ , b) Compression triaxiale classique  $(\sigma_1 = C^{te})$ .
  - Fig. 2. Stress-strain curves obtained by the model :

a) Triaxial compression with  $(\sigma_1 + \sigma_3 = C^{te})$ ,

b) Classical triaxial compression ( $\sigma_1 = C^{te}$ ).

Le modèle général contient tous les autres modèles ; l'hypothèse de SANTARELLI apparaît ici comme très particulière (m = -1).

Il convient de remarquer qu'avec la loi (2), la courbe effort-déformation dans un essai triaxial n'est pas linéaire en général, et sa pente est alors différente de  $E(\sigma)$ . Ce paramètre, qu'on continue d'appeler module d'Young dans la mesure où il exprime la proportionnalité entre les tenseurs de contrainte et de déformation, n'a donc plus la signification physique qu'on lui attribue classiquement ; il représente en fait un module sécant.

Par ailleurs, il est bien connu que le coefficient de Poisson joue en général un rôle secondaire dans les problèmes élastiques ou élastoplastiques. Sans vouloir sous estimer l'influence d'une variation de ce coefficient avec l'état des contraintes, nous admettrons donc qu'il garde une valeur constante, qu'on choisit égale à  $\nu = 0,5$ . Cette hypothèse d'incompressibilité ne doit pas ôter pour autant à la généralité des phénomènes qualitatifs étudiés.

#### 2.2. Allure des courbes « effort-déformation »

Dans un essai triaxial où  $\sigma_1 = \sigma_2$ , la loi de comportement s'écrit :

$$E(\sigma) \cdot \varepsilon_3 = \sigma_3 - \sigma_1 \tag{4}$$

On distingue deux trajets de charge différents (fig. 2) :

1. Dans l'essai triaxial classique ( $\sigma_1$  = Cte), la courbe effort-déformation est une droite pour m = -1 (Hypothèse de SANTARELLI); si m est supérieur à cette valeur, la concavité de la courbe se tourne « vers le haut », et « vers le bas » si m est inférieur.

2. Dans un essai à contrainte moyenne constante  $(\sigma_1 + \sigma_3)/2 =$ Cte, la courbe de réponse est une droite pour m = 0; si m est positif, la concavité se tourne « vers le haut », alors que dans le cas contraire, elle se tourne « vers le bas ». Nous utiliserons ici une termino-logie particulière en disant dans le premier cas, qu'il y a « *durcissement* » du matériau et dans le second cas qu'il y a « *amollissement* ».

En l'absence de résultats d'essais spécifiques permettant de préciser le paramètre m du modèle «général », on considère pour l'instant que le paramètre m est de signe arbitraire et varie de  $-\infty a + \infty$ .

Remarque : La relation (2) implique une augmentation de E avec  $|\sigma|$ . On peut envisager d'écrêter le paramètre E à la valeur  $E_0(1 + \alpha)$ , par exemple, lorsque  $\sigma/\sigma_0 = 1$ , ou utiliser entre autre une exponentielle amortie à la place de (2). Cependant, (4) montre que les courbes tendent asymptotiquement vers une droite passant par l'origine; la concavité des courbes doit donc s'inverser à partir d'un certain niveau de chargement, qui se fait d'ailleurs brutalement avec le modèle de E linéaire par morceaux. La simplicité du modèle (4) se heurte à ces inconvénients, qui en montrent les limites. En définitive, on admet que les solutions obtenues avec (2) sont valables dans une certaine plage de variation de  $\sigma$ .

#### 3. CALCUL DE LA CONTRACTION DU TUBE CIRCULAIRE ÉPAIS

La géométrie de ce problème classique à symétrie circulaire est précisée sur la figure 3. Le tube a un rayon intérieur unité, extérieur  $\rho$ .



Fig. 3. — Geometrie du probleme. Fig. 3. — Geometry of problem.

Les déformations sont planes, l'état de contraintes initial est isotrope, avec  $\sigma_i = \sigma_e$ ; la contraction du tube est envisagée soit sous l'action d'une contrainte intérieure  $\sigma_i$  croissante (algébriquement), soit sous l'action d'une contrainte extérieure  $\sigma_e$  décroissante. On se place dans le cadre des petites transformations.

u étant le déplacement radial d'un point matériel, les équations du problème sont :

$$\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \qquad \qquad Incompressibilité,$$

$$E'(\sigma) = \frac{u}{r} = \sigma_{\theta} - \sigma_{r}$$
 Loi de Hooke,  
où  $E'(\sigma) = \frac{4}{3}E(\sigma)$ 

$$\frac{\partial \sigma_{\rm r}}{\partial \rm r} = \frac{\sigma_{\theta} - \sigma_{\rm r}}{\rm r}$$

Équilibre.

De la première on tire :

$$\frac{u}{r} = \frac{u_i}{r^2},$$

où  $u_i < 0$  est le déplacement en paroi, inconnu.

Compte tenu des deux autres équations, on obtient la relation générale :

$$\frac{\partial \sigma_{\rm r}}{\partial r} = E'(\sigma) \frac{u_{\rm i}}{r^3}, \tag{5}$$

(6)

(7)

qui conduit, en fonction du choix de  $E(\sigma)$ , aux équations différentielles suivantes, à variables séparées en  $\sigma_r$ etr:

a) σ cas général

$$\frac{\frac{\alpha}{\sigma_0} d \sigma_r}{1 + \frac{\alpha}{\sigma_0} \sigma_r} = \frac{2 \frac{A}{r^3} dr}{1 - (1 + m) \frac{A}{r^2}}$$
  
b)  $\sigma = (\sigma_\theta + \sigma_r)/2$   
$$\frac{\frac{\alpha}{\sigma_0} d \sigma_r}{1 + \frac{\alpha}{\sigma_0} \sigma_r} = \frac{2 \frac{A}{r^3} dr}{1 - \frac{A}{r^2}}$$

c) 
$$\sigma = (\sigma_{\theta} - \sigma_{y})/2$$

$$\frac{\alpha}{\sigma_0} d \sigma_r = \frac{2 \frac{A}{r^3} dr}{1 - \frac{A}{r^2}}$$

d)  $\sigma = \sigma$ .

$$\frac{\frac{\alpha}{\sigma_0} d \sigma_r}{1 + \frac{\alpha}{\sigma_0} \sigma_r} = 2 \frac{A}{r^3}$$
avec : 
$$A = \frac{2 \alpha}{3} \frac{E_0}{\sigma_0} u_i$$

avec :

où A est une inconnue positive proportionnelle à u<sub>i</sub>.

L'intégration de ces équations entre 1 et r donne  $\sigma_r$ ;  $\sigma_{\theta}$ se déduit de l'équation d'équilibre ; l'inconnue A se détermine par la condition à la limite  $\sigma_r(\rho) = \sigma_e$ , d'où on déduit u, par (7).

Dans le cas « général », (eq. (6.a)), on obtient la solution :

$$1 + \alpha - \frac{\sigma_{r}}{\sigma_{0}} = \left(1 + \alpha \frac{\sigma_{i}}{\sigma_{0}}\right) \left(1 + \frac{(1 + m) A (1 - 1/r^{2})}{1 - (1 + m) A}\right)^{\frac{1}{1 + m}}$$
(8)

$$1 + \alpha \frac{\sigma_0}{\sigma_0} = \left(1 + \alpha \frac{\sigma_r}{\sigma_0}\right) \quad \left(1 + \frac{2 \text{ A/r}^2}{1 - (1 + \text{m}) \text{ A/r}^2}\right)$$

$$1 \quad (1 + \beta)^{1 + m} - 1$$

où

A = --

avec 
$$1 + m (1 + \beta)^{1 + m} - 1/\rho^2$$
$$\beta = \frac{\alpha}{\sigma_0} \cdot \frac{\sigma_e - \sigma_i}{(1 + \alpha \sigma_i / \sigma_0)}$$

Le modèle correspondant est bien représentatif de tous les modèles considérés, puisque toutes les autres solutions s'en déduisent (cf. annexe 1).

39

Remarques :

— Le paramètre  $\beta$ , positif, apparaît comme un paramètre de chargement : nul initialement ( $\sigma_e = \sigma_i$ ), il augmente au cours du chargement, que  $\sigma_e$  soit la variable commandée ( $\sigma_e$  décroît), ou  $\sigma_i$  ( $\sigma_i$  croît).

- Dans le cas où E( $\sigma$ ) serait borné à partir de  $\sigma = \sigma_0$ (voir remarque du § 2), la solution s'obtient par raccord aux solutions précédentes de la solution classique de Kirsch le long d'une frontière éventuelle ( $\sigma = \sigma_0$ ).

#### 4. DISCUSSION

La solution générale (8) va permettre de discuter, en fonction de m (positif ou négatif), de l'évolution de la forme de la solution, tant du point de vue de l'allure des courbes de convergence que de la répartition des contraintes.

#### 4.1. Courbes de convergence (fig. 4 et 5) :

Le déplacement en paroi u, proportionnel à A, dépend du paramètre de chargement  $\beta$ . L'expression de  $\beta$  en fonction des paramètres  $\sigma_e$  et  $\sigma_i$  montre que dans un plan  $|(\sigma_i - \sigma_e), | u_i ||$ , la courbe de convergence dépendra du trajet de chargement, c'est-à-dire selon que  $\sigma_{e}$  ou  $\sigma_{i}$  est la variable commandée.

La discussion portant sur le sens de la concavité de cette courbe est détaillée en annexe 2.

Lorsque le milieu est infini ( $\rho = \infty$ ), on trouve :

a) Si  $\sigma_i$  est variable :

pour m = 0, la convergence est linéaire ;

- pour m > 0, la concavité de la courbe est tournée « vers le haut », il y a « raidissement » du tube au cours de la contraction ;

- pour m < 0, on obtient l'effet inverse, le tube « s'amollit ».

Dans ce cas, on voit que l'allure des courbes de convergence suivant les valeurs de m reflète celle des courbes effort-déformation du modèle sous compression triaxiale lorsque la contrainte moyenne est maintenue constante.

b) Si  $\sigma_{e}$  est variable :

- pour m = -2, la convergence est linéaire ;

- pour m > -2, il y a concavité de la courbe « vers le haut », c'est-à-dire raidissement du tube, et on obtient bien sûr l'effet inverse pour m < -2.

Néanmoins, les valeurs de m  $\leq -2$  semblent irréalistes, si bien que c'est l'essai avec pression intérieure



Fig. 4. — Contraction du tube par pilotage de la contrainte intérieure  $\sigma_i (\rho = \infty)$ . Fig. 4. — Closure of the tube controlled by internal stress  $\sigma_i (\rho = \infty)$ .

variable qui peut être intéressant pour préciser le modèle ou indiquer le signe de m.

Évidemment, lorsque  $\rho$  est fini, les résultats précédents restent vrais dans leur ensemble, sous réserve, pour certaines valeurs de m, de conditions sur l'épaisseur du tube ou le niveau de chargement (annexe 2).

D'après l'expression de A (eq. (8)), il est intéressant de remarquer que pour m < -1, le paramètre A tend vers l'infini lorsque  $\beta$  tend vers une valeur limite  $\beta_0$ , annulant le dénominateur :

$$(1 + \beta_0)^{1 + m} = \frac{1}{\rho^2}$$

 $\beta_0$  apparaît ainsi comme une charge limite.

#### 4.2. Répartition des contraintes (fig. 6)

La contrainte radiale  $\sigma_r$  est évidemment une fonction décroissante de r, puisque, s'agissant d'une contraction du tube,  $u_i < 0$ , donc par (5), d  $\sigma_r/dr < 0$ .

La discussion, détaillée en annexe 3, porte sur l'existence d'un extremum pour  $\sigma_{\theta}$  à l'intérieur du massif. On distingue :

a) Le cas m = 0 est remarquable car la distribution de contraintes est celle de l'élasticité linéaire (solution de Kirsch). <u>Ce résultat reste valable dans un cadre plus</u> général où le matériau est compressible avec des caractéristiques élastiques fonctions quelconques de la contrainte moyenne (annexe 4).

b) m > 0. La contrainte  $\sigma_{\theta}$  conserve la même allure que précédemment : l'intensité maximale est atteinte en paroi, où elle est supérieure à celle de la solution classique ; parallèlement, il y a durcissement du matériau vers la paroi intérieure, car E'( $\sigma$ ) est fonction décroissante de r (annexe 2).

c) m < 0. Au cours du chargement, la contrainte  $\sigma_{\theta}$  a d'abord la même allure que dans les cas précédents ; si le chargement se poursuit, il apparaît un extremum de  $\sigma_{\theta}$  se déplaçant vers l'intérieur du massif au point  $r_1^2 = (1 - m) A$ ; si le tube a une épaisseur finie, l'extremum peut même « sortir » du tube ( $r_1^2 > \rho^2$ ), de sorte que  $\sigma_{\theta}$  devienne une fonction strictement décroissante de r.



Fig. 5. — Contraction du tube par pilotage de la contrainte extérieure  $\sigma_{e} (\rho = \infty)$ . Fig. 5. — Closure of the tube controlled by external stress  $\sigma_{e} (\rho = \infty)$ .

La contrainte en paroi est ici inférieure en intensité à celle de la solution classique; parallèlement, il y a amollissement du matériau vers la paroi intérieure,  $E'(\sigma)$  étant ici fonction croissante de r.

Ces différents aspects indiquent certaines analogies de comportement avec l'élastoplasticité.

Des résultats similaires avaient d'ailleurs été mis en évidence dans un contexte tout à fait différent par SCHMITT (1987). Celui-ci avait étudié l'équilibre d'une galerie circulaire chauffée dans un massif élastique dont le module d'Young était fonction décroissante de la température, donc fonction croissante du rayon.

Il est intéressant de noter dans le cas où  $\rho = \infty$  que l'intensité du pic de  $\sigma_{\theta}$  reste constante si  $\sigma_{i}$  est la variable commandée alors qu'elle augmente avec le chargement dans le cas contraire ; en effet :

$$(1 + \alpha.\sigma^{M}/\sigma_{0}) = \frac{1 + \alpha.\sigma_{e}/\sigma_{0}}{1 + \alpha.\sigma_{e}^{*}/\sigma_{0}}$$
$$(1 + \alpha.\sigma_{i}^{*}/\sigma_{0}).(1 - 1/m)$$

où  $\sigma_{\theta}^{M}$  est la valeur de l'extremum, et (\*) se rapporte au paramètre de charge relatif à l'apparition de l'extremum en paroi.

Comme par ailleurs, la valeur absolue de la contrainte moyenne croît avec le rayon (annexe 3, § 2), ceci implique qu'avec un critère de rupture ou de plasticité de type « courbe intrinsèque », la limite élastique est toujours atteinte en paroi lorsque  $|\sigma_i|$  décroît, alors que si  $|\sigma_e|$  croît, elle peut être atteinte soit en paroi, soit, éventuellement, à l'intérieur du massif dans la zone  $1 < r \leq r_1$ .

#### 5. CONCLUSION

En utilisant un modèle de comportement assez simple, basé sur la relation de HOOKE avec un « module d'Young » variable, fonction de l'état de contraintes, nous avons discuté de l'influence de la non-linéarité élastique sur l'état d'équilibre dans un tube circulaire épais en contraction.

41

![](_page_43_Figure_2.jpeg)

Fig. 6. — Répartition des contraintes pour le cylindre infini. Fig. 6. — Stress distribution for infinite hollow cylinder.

A condition de se référer à des essais triaxiaux de compression à contrainte moyenne imposée ( $\sigma_1 + \sigma_3 =$ Cte), on met en évidence la corrélation étroite entre l'allure des courbes effort-déformation correspondant à ces essais et la distribution des contraintes dans le tube : — Si la concavité des courbes est tournée vers le haut (m > 0), c'est-à-dire si la raideur du matériau augmente en cours de compression, il résulte, pour le tube, un durcissement du matériau vers la paroi interne, où la contrainte tangentielle atteint son intensité maximale, supérieure à celle de la solution de KIRSCH. Ce résultat rejoint celui de J. MANDEL.

— A l'inverse, si la raideur du matériau diminue au cours de la compression (m < 0), comme dans le cas particulier de l'hypothèse de SANTARELLI (m = -1), il résulte pour le tube un amollissement du matériau vers la paroi interne, où la contrainte tangentielle devient inférieure en intensité à celle de la solution classique. Parallèlement, l'extremum de la contrainte tangentielle est rejeté à l'intérieur du massif, traduisant un effet de décompression en paroi. La similitude avec l'élastoplasticité s'étend à la notion de charge limite, lorsque la concavité « vers le bas » des courbes effort-déformation des essais triaxiaux à contrainte moyenne constante est très marquée.

— Enfin, lorsque les courbes efforts-déformation sont linéaires (m = 0), la distribution des contraintes dans le tube s'identifie avec celle de la solution classique de l'élasticité linaire. Le module d'Young, fonction de la contrainte moyenne, est alors constant dans le tube. La non-linéarité élastique se manifeste ici par une réponse différente au niveau de la convergence du tube suivant le trajet de charge adopté : ainsi, si la pression intérieure est la variable commandée, la convergence évolue de façon presque linéaire; par contre, si c'est la pression extérieure qui est la variable commandée, la convergence est non linéaire, par suite de l'augmentation du module d'Young.

Il apparaît ainsi, que pour des roches avec une élasticité non linéaire marquée, il est nécessaire de prévoir un ensemble de procédures expérimentales adaptées, pour identifier la loi de variation du module d'Young.

Pour les sols, les essais triaxiaux à pression moyenne constante montrent des déformations pratiquement linéaires au début du chargement (ou du déchargement) (LUONG, 1980), c'est-à-dire dans le cas présent que la solution de KIRSCH resterait valable pour un trou circulaire dans un sol.

Ne disposant pas encore suffisamment de résultats expérimentaux pour les roches, il est difficile d'émettre à ce sujet autre chose que des conjectures. Il semble raisonnable d'attribuer l'essentiel du phénomène de serrage des roches à l'effet de la contrainte moyenne, ce qui revient à se limiter à des faibles valeurs de m, quel que soit son signe. Mais, il ne faut pas exclure la possibilité d'une plus forte influence du déviateur des contraintes pour certains types de matériaux.

#### RÉFÉRENCES

FEHRST S. (1964), Examination of quasi-linear elasticity, pp. 252-260. Second order effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics, Int. Symp. Haïfa, Israël, 1962. Pergamon Press Book, Mc Dilan Comp., N.Y. HABIB P. (1973), Précis de Géotechnique, Dunod Éd.

LUONG M.P. (1980), Stress-strain aspects of cohesionless soils under cyclic and transient loading, Proc. Int. Symp. on Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, 7-11 Jan.

MANDEL J. (1959), Les calculs en matière de pression des terrains, revue de l'Industrie minérale, pp. 78-92.

MANDEL J. (1978), Propriétés mécaniques des matériaux, Eyrolles Éd., Paris.

SANTARELLI F.J., BROWN E.T., MAURY V. (1986), Analysis of borehole stresses using pressure dependent, linear elasticity. Technical Note, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geom. Abstr., vol. 23, n° 6, pp. 445-449.

SANTARELLI F.J., BROWN E.T. (1987), Performance of deep wellbores in rock with a confining pressure-dependent elastic modulus, 6th Cong. Int. SMIR, Montréal, 1987, Proceedings.

SCHMITT N. (1987), Étude du comportement thermomécanique du charbon dans le cadre de la gazéification souterraine - Analyse de la stabilité de la liaison de gazéification, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 10 juillet 1987.

# Annexe 1 : solutions obtenues selon le choix particulier du paramètre $\sigma$

La solution du « cas général » où  $\sigma$  est fonction du paramètre m est donnée en (8). Pour les autres cas envisagés en (7), nous donnons, ci-après, les solutions qui s'obtiennent aussi par (8) pour des valeurs particulières de m, éventuellement par passage à la limite.

1. Cas m = 0 ou  $\sigma = (\sigma_{\theta} + \sigma_{\tau})/2$  (contrainte moyenne):

La distribution des contraintes est identique à celle de l'élasticité linéaire (solution de KIRSCH). Ce résultat reste valable quelle que soit la forme  $E(\sigma)$  (annexe 4).

$$\sigma_{r} = \sigma_{i} + (\sigma_{e} - \sigma_{i}) \frac{1 - 1/r^{2}}{1 - 1/\rho^{2}}$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{i} + (\sigma_{e} - \sigma_{i}) \frac{1 + 1/r^{2}}{1 - 1/\rho^{2}}$$
(A.1)
$$A = \frac{\alpha}{\sigma_{0}} \cdot \frac{(\sigma_{e} - \sigma_{i})}{1 + \alpha \frac{\sigma_{e}}{\sigma_{0}} - (1 + \alpha \frac{\sigma_{i}}{\sigma_{0}}) / \rho^{2}}$$

On remarquera que dans ce cas, la contrainte moyenne est constante à l'intérieur du tube :

$$\sigma = \frac{(\sigma_{\theta} + \sigma_{r})}{2} = \frac{\sigma_{e} - \sigma_{i}/\rho^{2}}{1 - 1/\rho^{2}}$$

2. Cas  $\sigma = (\sigma_{\theta} - \sigma_{r})/2$  (contrainte déviatorique) :

$$\sigma_{r} = \sigma_{i} + \frac{\sigma_{0}}{\alpha} \operatorname{Log} \left( \frac{1 - A/r^{2}}{1 - A} \right)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{i} + \frac{\sigma_{0}}{\alpha} \left\{ \operatorname{Log} \left( \frac{1 - A/r^{2}}{1 - A} \right) + \frac{2 A/r^{2}}{1 - A/r^{2}} \right\}$$

$$A = \frac{\exp \left( \frac{\alpha \left( \sigma_{e} - \sigma_{i} \right)}{\sigma_{0}} \right) - 1}{\exp \left( \frac{\alpha \left( \sigma_{e} - \sigma_{i} \right)}{\sigma_{0}} \right) - \frac{1}{\rho^{2}}}$$
(A.2)

Cette solution s'obtient aussi par la solution générale, par passage à la limite  $m \rightarrow +\infty$ , à condition de remplacer le paramètre  $\sigma_0$  par m  $\sigma_0$ . Ainsi, dans l'expression de A de la solution générale (8), le terme  $(1 + \beta)^{1+m}$  tend vers exp  $[\alpha(\sigma_e - \sigma_i)/\sigma_0]$ . Remarquons que le cas  $m \rightarrow -\infty$  correspondrait à  $\sigma = (\sigma_r - \sigma_\theta)/2$ .

3. Cas 
$$\sigma = \sigma$$
, ou  $m \rightarrow -1$ :

$$1 + \alpha \frac{\sigma_{\rm r}}{\sigma_0} = \left(1 + \alpha \frac{\sigma_{\rm i}}{\sigma_0}\right) \exp\left[A\left(1 - \frac{1}{r^2}\right)\right]$$
(A.3)

$$1 + \alpha \frac{\sigma_0}{\sigma_0} = \left(1 + \alpha \frac{\sigma_i}{\sigma_0}\right) \left(1 + \frac{2A}{r^2}\right) \exp \left[A \left(1 - \frac{1}{r^2}\right)\right]$$
$$A = \frac{1}{1 - \frac{1}{\rho^2}} \log \left(1 + \beta\right)$$

Cette solution peut s'obtenir à partir de la solution générale par passage à la limite m  $\rightarrow -1$ . Ainsi,

dans l'expression de A de la solution (8), le terme  $(1 + \beta)^{1 + m}$  est équivalent à (1 + m) Log  $(1 + \beta)$ ; dans l'expression de  $\sigma_r$  dans (8), le terme affecté de l'exposant 1/(1 + m) (infiniment grand) équivaut à : exp (A  $(1 - 1/r^2)$ ).

#### Annexe 2 : concavité des courbes de convergence

On discute, en fonction du paramètre m de la solution générale (8), de la concavité de la courbe de convergence dans le plan ( $\sigma_i - \sigma_{e}$ ),  $|u_i|$ . Il est équivalent de considérer, à la place de  $|u_i|$ , le paramètre A positif, qui lui est proportionnel.

On distingue le cas où  $\sigma_i$  est variable ( $\sigma_i$  croît à partir de  $\sigma_e$ ), du cas où  $\sigma_e$  est variable ( $\sigma_e$  décroît à partir de  $\sigma_i$ ).

#### 1. Remarque préliminaire :

Dans l'expression de A (eq (8)), le dénominateur doit rester positif, d'où :

$$(1 + \beta)^{1 + m} > \frac{1}{\rho^2}.$$
 (A.4)

Cette inégalité est triviale si m + 1 > 0, mais dans le cas contraire, elle donne une borne supérieure  $\beta_0$  au paramètre de charge  $\beta$ , pour laquelle A tend vers l'infini : cette valeur  $\beta_0$  équivaut alors à une charge limite pour la structure.

#### 2. $\sigma_i$ est la variable commandée :

 $\sigma_{\rm e}$  étant constante, la concavité de la courbe de convergence dépend du signe de :

$$\frac{1}{C} \frac{d^2 A}{d \sigma_i^2} = -m \left\{ (1+\beta)^{1+m} - \frac{\omega}{\rho^2} \right\}$$
(A.5)  
où  $\omega = -\frac{m+2}{m}$ 

et C est une quantité strictement positive :

$$C = \frac{\frac{\alpha^2}{\sigma_0^2} \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) (1 + \beta)^{1+m} \left(1 + \frac{\alpha \sigma_i}{\sigma_0}\right)^{-2}}{\left((1 + \beta)^{1+m} - \frac{1}{\rho^2}\right)^{-3}}$$

d'où l'on déduit :

a)  $\rho = \infty$  le signe de d<sup>2</sup> A/d  $\sigma_i^2$  est l'inverse de celui de m :

• si m = 0, la convergence est linéaire ;

 m > 0, la concavité est tournée « vers le haut », le tube se « rigidifie » au cours de sa convergence ;

 m < 0, la concavité se tourne « vers le bas », le tube « s'amollit » au cours de sa convergence. b)  $\rho$  fini : on vérifie que les propriétés précédentes restent conservées dans leur ensemble, sauf pour -1 < m < 0, où elles le sont sous certaines conditions.

Dans ce cas, en effet, on a  $\omega > 1$ ; d'après (A.5), la concavité n'est tournée « vers le bas », comme pour  $\rho = \infty$ , que si  $\rho^2 > \omega$ , c'est-à-dire, si l'épaisseur du tube est suffisante ; s'il n'en est pas ainsi ( $\rho^2 < \omega$ ), la concavité initiale de la courbe de convergence est tournée « vers le haut », mais peut changer de sens si le chargement est suffisant ; c'est-à-dire si :

$$(1 + \beta)^{1 + m} > \frac{\omega}{\rho^2}$$
 (A.6)

Par ailleurs, pour m = 0, la concavité se tourne vers le bas, mais reste faible, car le rayon de courbure est proportionnel à  $\rho^2$  (eq. (A.5)).

#### *3.* $\sigma_e$ est la variable commandée :

 $\sigma_i$  étant constante, la concavité de la courbe de convergence dépend du signe de :

$$\frac{1}{C'} \frac{d^2 A}{d \sigma_e^2} = -m \left\{ \frac{1}{\rho^2} - \omega \left( 1 + \beta \right)^{1-m} \right\}$$
(A.7)  
où  $\omega = -\frac{m+2}{m}$ 

et C' une quantité strictement positive :

$$C' = C/(1 + \beta)^2$$
 (eq. (A.5)).

D'où l'on déduit, de la même façon que précédemment :

a) 
$$\rho = \infty$$
:

• si m = -2, la courbe de convergence est linéaire ;

• si m > -2, sa concavité est tournée « vers le haut »;

si m < −2, sa concavité est tournée « vers le bas ».</li>

b) Si  $\rho$  est fini : les propriétés précédentes restent vraies, sauf lorsque -2 < m < -1, pour laquelle la concavité de la courbe ne reste tournée « vers le haut » que si l'épaisseur du tube est suffisante :

$$\rho^2 > \frac{1}{\omega}$$
 où  $\omega \in ]0,1[$  (A.8)

et à condition que le chargement ne soit pas trop important :

$$(1 + \beta)^{1 + m} < \frac{1}{\rho^2 \omega}.$$
 (A.9)

Si le chargement dépasse la valeur limite correspondante, ce qui est possible puisque (A.9) n'est pas en contradiction avec (A.4), la concavité change de sens et se tourne « vers le bas ».

Enfin, si (A.8) n'est pas vérifiée, c'est-à-dire si l'épaisseur du tube est insuffisante, la concavité est toujours tournée « vers le bas ».

#### Annexe 3 : état des contraintes dans le massif

On se reporte, comme précédemment, à la solution générale. Rappelons que  $\beta$  (eq. (8)) joue le rôle d'un paramètre de chargement.

1. Existence d'un extremum pour la contrainte tangentielle  $\sigma_{\theta}$ :

D'après (8), la dérivée de la contrainte s'écrit :

$$\frac{1}{D} \frac{d\sigma_{\theta}}{dr} = \frac{\sigma_0}{\alpha} \quad \left( -1 + (1 - m) \frac{A}{r^2} \right)$$
(A.10)  
où  $D = \frac{2 A/r^3 (1 + \alpha \sigma_r/\sigma_0)}{(1 - (1 + m) A/r^2)^2}$ 

D étant une quantité positive au départ du chargement (A proche de zéro),  $d\sigma_{\theta}/dr > 0$ : c'est l'allure classique de la contrainte tangentielle  $\sigma_{\theta}$  dans la solution élastique linéaire; le maximum d'intensité est alors atteint en paroi.

L'extremum de  $\sigma_{\theta}$  peut avoir lieu à l'intérieur du massif si la valeur de r<sup>2</sup> annulant (A.10) est supérieure à 1 :

$$r_1^2 = (1 - m) A > 1$$
 (A.11)

r<sup>2</sup> peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned} r_1^2 &= \lambda(m) \ g_m(\beta) & \text{où} \quad \lambda(m) \ = \ \frac{1 - m}{1 + m} \\ \text{et} & g_m(\beta) \ = \ \frac{(1 + \beta)^{1 + m} - 1}{(1 + \beta)^{1 + m} - \frac{1}{\rho^2}} \end{aligned}$$

alors :

- a) Si m  $\geq 0$  :
- $r_1^2 < 0 \operatorname{car} \lambda(m) \leq 1 \operatorname{et} g_m(\beta) < 1$

Il ne peut y avoir d'extremum pour  $\sigma_{\theta}$  à l'intérieur du massif.

- b) Si m < 0 :
- $\Diamond$  m  $\in$  ] 1, 0 [; alors  $\lambda$ (m)  $\in$  [ 1, +  $\infty$  [

 $g_m(\beta)$ , initialement nulle, croît avec  $\beta$  et tend vers 1 pour  $\beta \rightarrow \infty$ . Il existe donc un chargement  $\beta_1$ , fini, pour lequel  $r_1^2 = 1$ , et à partir duquel  $r_1^2$  augmente jusqu'à la valeur limite  $\lambda(m)$ .

$$(m \in ] - \infty, -1$$
; alors  $\lambda(m) \in ] - \infty, -1$ 

 $g_m(\beta)$ , initialement nulle, est une fonction décroissante de  $\beta$ , et tend vers  $-\infty$  lorsque  $\beta$  tend vers la «charge limite»  $\beta_0$ :  $(1 + \beta_0)^{1 + m} = 1/\rho^2$ ; on peut donc toujours trouver une valeur du chargement  $\beta_1 < \beta_0$ , pour laquelle  $r_1^2$  augmente indéfiniment.

En résumé, quel que soit m < 0, on peut trouver une charge  $\beta_1$  au-delà de laquelle  $\sigma_{\theta}$  admet un extremum se déplaçant vers l'intérieur du tube lorsque le chargement se poursuit. Lorsque le rayon extérieur  $\rho$  est fini, il peut arriver, pour certaines valeurs de m, et pour des chargements suffisants, que  $r_1 > \rho$ : la contrainte  $\sigma_{\theta}$ devient alors une fonction strictement croissante de r. 2. Sens de variation du « module d'Young »  $E(\sigma)$  avec r :

On obtient, par (6) et (8) :

$$\frac{\alpha}{\sigma_0} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dr}} \left( \frac{\sigma_{\mathrm{r}} + \sigma_{\ell}}{2} \right) = \frac{-\mathrm{m} \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{r}^2} \mathrm{D}}{1 - (1 + \mathrm{m}) \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{r}^2}}$$

$$\frac{\alpha}{\sigma_0} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dr}} \left( \frac{\sigma_{\theta} - \sigma_{\mathrm{r}}}{2} \right) = \frac{\left( -1 + \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{r}^2} \right) \mathrm{D}}{1 - (1 + \mathrm{m}) \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{r}^2}}$$
(A.12)

où D est strictement positif (eq. (A.10)); d'où :

$$\frac{d E'(\sigma)}{dr} = \frac{-m D}{1 - (1 + m) \frac{A}{r^2}}$$
(A.13)

Le dénominateur étant strictement positif, le signe de cette dérivée est l'inverse de celui de m.

Lorsque m est positif, E est donc maximal en paroi et décroît vers l'intérieur du massif. On a le contraire lorsque m < 0.

Remarquons, d'après (A.12), qu'il en est de même pour la valeur absolue de la contrainte moyenne  $(\sigma_r + \sigma_{\theta})/2$ .

#### 3. Contrainte tangentielle en paroi :

D'après (8) :

$$\sigma_{\theta}(1) = \sigma_{i} + \frac{2\left(1 + \alpha \frac{\sigma_{i}}{\sigma_{0}}\right)\left[(1 + \beta)^{1+m} - 1\right]}{\left(1 - \frac{1}{\sigma_{2}}\right) \alpha (1 + m)}$$
(A.14)

On vérifie que cette quantité est fonction décroissante de m.

Comme la solution en contraintes s'identifie à celle de KIRSCH pour m = 0, l'intensité de  $\sigma_{\theta}$  (1) est donc supérieure à la valeur classique si m est positif, et lui est inférieure si m est négatif.

Annexe 4 : solution dans le cas ou  $\sigma$  est la contrainte moyenne et  $E(\sigma)$  une fonction quelconque. Cas du matériau compressible

Nous allons montrer que la solution en contraintes, identique à celle de KIRSCH dans le cas où  $E(\sigma)$  est une fonction linéaire, l'est aussi dans le cas où  $E(\sigma)$  est quelconque. Pour cela, il suffit de montrer que  $\sigma$  est constante. Compte tenu de l'équation d'équilibre :

$$\sigma = \sigma_r + \frac{1}{2} r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r}$$

soit :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}r} = \frac{3}{2} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{2} r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2}$$

or :

$$\frac{\partial \sigma_{r}}{\partial r} = E'(\sigma) \frac{u_{i}}{r^{3}} (eq. (5))$$

et :

$$r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} = -3 E'(\sigma) \frac{u_i}{r^3} + \frac{dE'}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dr} \frac{u_i}{r^2}$$

Les trois dernières équations donnent alors

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}r} \quad . \quad \left(2 \ - \ \frac{\mathrm{u_i}}{\mathrm{r}^2} \ \frac{\mathrm{d} \ \mathrm{E}'(\sigma)}{\mathrm{d}\sigma}\right) \quad = \ 0 \qquad (A.15)$$

Or, d E'( $\sigma$ )/d $\sigma$  est une fonction donnée de  $\sigma$ , essentiellement bornée.

Par ailleurs,  $u_i/r^2$ , fonction des conditions aux limites, doit être nulle à l'état initial et, éventuellement, à l'infini, si on considère  $\rho \rightarrow +\infty$ .

Le terme entre parenthèses ne pouvant s'annuler on doit donc avoir :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}r} = 0 \qquad \mathrm{C.Q.F.D.}$$

Plus généralement encore, on démontre de la même façon que cette propriété reste vraie même si on ne suppose plus le matériau incompressible. E'( $\sigma$ ) et  $\nu'(\sigma)$ étant les coefficients élastiques en déformation plane, fonctions quelconques de  $\sigma$ , on a à la place de (A.15) :

$$0 = \frac{d\sigma}{dr} \left\{ 2 - \frac{u}{r} \frac{d E'(\sigma)}{d\sigma} + \frac{d v'(\sigma)}{d\sigma} (\sigma_r - \sigma_e) - \sigma_e \Phi(\sigma) \right\}$$
(A.16)

où  $\Phi(\sigma)$  est une fonction donnée, caractéristique du matériau :

$$\Phi(\sigma) = \frac{1 - 2\nu(\sigma_e)}{E(\sigma_e)} \frac{d}{d\sigma} \left(\frac{E(\sigma)}{1 - \nu(\sigma)}\right) + \frac{d\nu'(\sigma)}{d\sigma}$$

A l'état initial u/r = 0 et  $\sigma_r = \sigma = \sigma_e$ ; l'expression entre crochets de (A.16) ne peut s'annuler, sauf pour une valeur très particulière de  $\sigma_e = \sigma_e^*$ :

$$0 = 2 - \sigma_e^* \Phi(\sigma_e^*)$$

on doit donc avoir  $d\sigma/dr = 0$ , pour tout chargement  $\sigma_e \neq \sigma_e^*$ .

Cette propriété reste vraie pour  $\sigma_e = \sigma_e^*$  si on admet que  $\sigma$  est une fonction continue du paramètre de chargement  $\sigma_e$ .

# béton compacté au rouleau

roller compacted concrete

# par André GOUBET\* Ingénieur Général des Ponts et Chaussées Président du Comité Technique Permanent des Barrages

#### Résumé

Cet article rappelle la façon dont a pris naissance et s'est développée la technique du Béton Compacté au Rouleau (B.C.R.) et analyse tout particulièrement les divergences constatées jusqu'à présent sur de nombreux points dans ses modalités de mise en œuvre dans les barrages (agrégats, liants, épaisseur des couches, traitement des joints de reprise, obtention de l'imperméabilité). Cette diversité prouve la nécessité de réflexions complémentaires approfondies susceptibles de déboucher sur des barrages d'une conception sensiblement différente de celle des barrages-poids classiques.

#### Abstract

This article recalls the beginnings and the way the technique of Roller Compacted Concrete was developed. It especially analyses the differences that have been noted up till now on many points concerning its application in dam works (aggregates, pastes, lifts, lift lines, waterproofing). This diversity proves that it is necessary to reflect seriously about complementary methods in order to arrive at a conception of a dam that is hardly different from a conventional gravity dam.

\* Ministère de l'industrie des P.-et-T. et du Tourisme. Direction du gaz, de l'électricité et du charbon, 120, rue du Cherche-Midi, 75006 Paris.

#### 1. INTRODUCTION

L'expression « Béton Compacté au Rouleau » et le sigle correspondant « B.C.R. » se sont imposés dans la langue française pour désigner un ensemble de produits ou de techniques désignés par des expressions variées dans la littérature anglaise : « Rolled concrete in dam » (R.C.D.) utilisé par les Japonais, « Dry lean concrete » (D.L.C.), « Roller compacted concrete » (R.C.C.), « Rollcrete », utilisés par les auteurs de langue anglaise avec des significations parfois divergentes (1).

Nous allons tenter successivement de définir le B.C.R.; d'exposer les différentes démarches ou recherches, parfois contradictoires, qui se sont développées entre 1960 et 1980 pour aboutir à un premier ensemble de réalisations au début des années 80; de préciser, à partir de ces réalisations, les points communs et les variantes importantes; puis enfin d'esquisser quelques perspectives d'avenir.

#### 2. DÉFINITION

Le B.C.R. est un béton essentiellement mis en œuvre à l'aide des matériels classiques de terrassement, à l'exclusion des matériels spécifiques aux chantiers de barrage en béton classique : blondins, grues tours, aiguilles de vibration, souvent coûteux d'installation et difficiles à amortir sur plusieurs chantiers. Le béton (2) est amené en vrac, à son point d'utilisation par camions ou par tapis, étendu en couches minces par bulldozer puis compacté au rouleau lourd, en général vibrant. Ces éléments, communs à tous les barrages en B.C.R., induisent un certain nombre d'autres caractères identiques mentionnés plus loin.

#### 3. APPARITION PROGRESSIVE DU B.C.R.

Avant-guerre, et même dans les premières années qui l'ont suivie, une proportion importante des barrages était réalisée en béton. Les progrès enregistrés en matière d'engins de terrassement et de mécanique des sols ont provoqué une régression importante des ouvrages en béton (3). Aiguillonnés par cette concurrence, à partir des années 1960, plusieurs spécialistes du béton s'efforcèrent d'imaginer des procédés qui permettraient des économies substantielles.

Une première idée est de s'affranchir des plots coffrés : le barrage d'Alpe Gera (4), réalisé en 1964 en Italie, est parfois considéré comme l'ancêtre des barrages en B.C.R... à ceci près que l'on n'a pas utilisé de rouleau ! Mais les autres éléments du B.C.R. sont déjà rassemblés : amenée par dumper, régalage au bulldozer sur toute la surface du barrage. Les vibrateurs à aiguilles restent toutefois utilisés et les joints de contraction sont découpés dans le béton fraîchement répandu. Quatre ans plus tard le même constructeur récidive avec le barrage de Quourra della Miniera, toujours en Italie... et la lignée semble s'éteindre (au moins dans ce pays).

A la fin des années 1960 Hydro Quebec propose de distinguer nettement dans les barrages-poids le parement amont chargé d'assurer l'étanchéité, riche en liant, muni de waterstops et réalisé dans une première phase à l'aide de coffrages glissants, le parement aval constitué par des blocs préfabriqués et un cœur intermédiaire constitué par un béton très pauvre (120 kg de liant dont moitié de cendres volantes ou de pouzzolane) mis en place par couches minces continues sur toute l'étendue du barrage, sans aucune précaution particulière entre couches.

Contrairement à Alpe Gera, il n'y a plus aucune vibration de la partie centrale mais on ne parle pas encore de rouleau (5). Un prototype est réalisé à l'aménagement de Manicouagan I (2 barrages latéraux de 18 m de haut).

La première allusion à l'emploi du rouleau pour compacter le béton de barrages-poids semble avoir été présentée par PATON (Grande-Bretagne) au congrès de la C.I.G.B. de Montréal en 1970. PATON se référait à son expérience d'ingénieur routier ayant souvent mis en œuvre, pour réaliser des chaussées (et non des sous-couches), un béton pauvre et sec (dry lean concrete) fortement compacté au rouleau vibrant et acquérant une densité élevée. Mais il signale lui-même le manque de connaissance sur la perméabilité des contacts entre couches.

Par ailleurs, dès 1960, le noyau étanche du batardeau du barrage de Shimen à Formose, est réalisé avec un sol amélioré au ciment, le matériau disponible localement étant trop humide pour permettre une réalisation classique dans les délais souhaités. Mais cette réalisation, demeurée isolée, s'inspire davantage du solciment précédemment utilisé pour les revêtements amont des digues en terre que d'un souci de minorer le coût des barrages-poids en béton.

De son côté, en 1970, aux U.S.A., RAPHAËL propose comme un optimum entre les barrages en terre et les barrages-poids classiques, un barrage à profil épais constitué par des matériaux bruts d'extraction et enrichis au ciment.

On constate donc dès 1970 l'affirmation de deux tendances, l'une relative à un béton roulé à agrégats classiques, l'autre à un béton plus proche des «gravesciments».

<sup>(1)</sup> Dans le numéro de janvier 1986 de Water Power and Dam Construction, le terme «rollcrete» est utilisé par un auteur sudafricain pour désigner l'ensemble des B.C.R. tandis que les Américains réservent plutôt cette expression aux bétons roulés de type grave-ciment.

<sup>(2)</sup> Je continue à utiliser ce terme dont nous verrons plus loin qu'il peut prêter à confusion.

<sup>(3)</sup> Entre 1945 et 1964, 40 % des grands barrages construits dans le monde étaient en béton (dont 60 % de barrages-poids) ; depuis 1968, cette proportion est tombée aux environs de 17 %.

<sup>(4) 178</sup> m de haut - 1730 000 m³ de béton, situé à une altitude de 2100 m.

<sup>(5)</sup> Il est vrai que le réglage en couche mince par les bulldozers introduit déjà un compactage efficace.

Cette dernière approche va donner lieu à une réalisation spectaculaire entre 1974 et 1979 à Tarbela où 2,3 millions de m<sup>3</sup> de rochers arrachés par l'érosion sont remplacés par du «rollcrete». Toutefois, ce travail n'intéresse pas le barrage proprement dit.

Mais pendant les années 70, on en demeure essentiellement au stade des réflexions et d'essais plus ou moins importants aux U.S.A., en Grande-Bretagne et surtout au Japon.

C'est dans ce pays que les études sont menées le plus systématiquement car une commission spéciale est officiellement mise en place par le Gouvernement en 1974. Une « technique japonaise » est ainsi officiellement établie, et baptisée en anglais R.C.D. (rolled compacted dam), technique qui a légèrement évolué au cours des années mais qui se caractérise essentiellement par la réalisation d'un béton de très bonne qualité utilisé pour réaliser des barrages-poids de profil classique à plots indépendants. L'économie de prix par rapport aux barrages-poids classiques n'est que de 10 à 15 %.

Après un essai au cours duquel 13000 m<sup>3</sup> sont coulés pour constituer la protection de la vallée à l'aval du barrage de Shin-Nakano (1980), le Japon construit les barrages de Shimajigawa (89 m de haut, 1980), Ohkawa (75 m, 1980) (1), Tamagawa (103 m, 1986, 1100000 (2)) et Pirika (34 m, en construction en 1986).

Aux U.S.A. ou en Grande-Bretagne, pour supplanter les barrages en remblais, on recherche des gains plus substantiels de prix par rapport aux barrages-poids classiques. Différents ingénieurs élaborent, toujours au cours des années 1970, des projets de conception variée qui devaient aboutir à des réalisations dans le début des années 80.

En Grande-Bretagne, le barrage de Holbeam Wood est achevé en 1982. De caractéristiques modestes, ce barrage écrêteur de crue, qui ne devrait être rempli que quelques jours par siècle, est constitué par un profil poids encadré à l'amont et à l'aval de recharges en terre jugées plus esthétiques. Par ailleurs, le barrage de Milton Brook, qui a fait l'objet de longues études, semble avoir été construit vers 1985.

Aux États-Unis, début 1986, 4 barrages importants sont terminés : Willow Creek (52 m, 1982, 331000), Winchester (21 m, 1984, 24500), Middle Fork (38 m, 1984, 42000) et Galesville (51 m, 1985, 17000) et 4 en construction : Upper Stillwater, (82 m, 1987, 1070000), Monksville (46 m, 1986, 221000), Grindstone Canyon (42 m, 1986, 87500) et Elk Creek (76 m, 1988, 796000).

A partir de 1980 les conceptions américaines commencent à se répandre à travers le monde. C'est ainsi que l'on peut par ailleurs signaler des réalisations récentes en Australie (Kidston, 40 m, 1984), au Brésil (Saco de Nova Olinda, 57 m, dont le bétonnage s'est terminé en 1986, et Varzea Grande, 33 m, qui devait être terminé pour la fin de 1986), en Afrique du Sud (Mistkroal Weir, 30 m, 60 000 m<sup>3</sup> et Zaaihoek, 50 m, 120 000 m<sup>3</sup> étaient en construction en 1985), en Espagne (Castilblanco de los Arroyos, 25 m, 18 000 m<sup>3</sup>).

De nombreux projets sont par ailleurs en cours ou sur le point de démarrer, dont, parmi les plus importants, Trigomil, au Mexique, qui avec ses 99 m de haut battrait le record d'Amérique (début de bétonnage à l'automne 86) et Urugua-i, en Argentine (77 m de haut, début de bétonnage en juillet 1987).

En France le barrage des Olivettes, en voie d'achèvement, constitue la première réalisation importante. Avec ses 36 m et ses 80 000 m<sup>3</sup> de béton il occupe une place honorable parmi les diverses réalisations mondiales. Diverses solutions originales ont été mises en œuvre lors de sa réalisation et nous en reparlerons donc ultérieurement. Il avait été précédé par la construction d'une petite digue à Saint-Martin-de-Londres et du batardeau du barrage de Pont-de-Veyrière.

Notons dès à présent que presque tous ces ouvrages appartiennent à la catégorie « béton à agrégats classiques ».

Cet aperçu ne serait pas complet si l'on ne signalait pas l'utilisation du B.C.R. dans les réalisations pour lesquelles les qualités exigées peuvent être très différentes de celles requises pour les barrages-poids : au noyau du batardeau du barrage de Shimen, cité ci-dessus, on peut associer ceux des batardeaux des barrages de Karun (Iran) et d'Al Massira (Maroc). Le batardeau du barrage de Veyrière (France) a été réalisé uniquement en B.C.R., à titre de test. Plusieurs barrages en terre aux U.S.A. ont été renforcés par un revêtement aval en B.C.R., ce qui améliore notamment très sensiblement la résistance aux submersions éventuelles. Par ailleurs, le B.C.R. a été utilisé sur certains sites de barrages-poids pour remplacer ou compléter un rocher de qualité médiocre dans les fondations ou à l'aval, sans pour autant constituer le barrage proprement dit : ce fut le cas non seulement pour le barrage de Shin-Nakano (Japon) cité ci-dessus, mais aussi pour le Saddam dam (Irak) où un million de mètres cubes de B.C.R. a été mis en place.

Enfin des aires de stockage, des parkings et même des routes à fort trafic ont été réalisés en B.C.R.

#### 4. CARACTÈRES COMMUNS AUX DIVERSES RÉALISATIONS EN B.C.R.

Les B.C.R. sont essentiellement des bétons étalés en couches minces (en pratique toujours par des bulldozers) et compactés plus énergiquement par des rouleaux vibrants que par les aiguilles de vibration classiques. Par ailleurs, le passage des rouleaux ne peut s'effectuer que sur un produit très sec. Ces deux éléments permettent d'obtenir un béton qui, à qualité et

<sup>(1)</sup> En fait seule est réalisée en B.C.R. une couche de fondation de 25 m d'épaisseur environ qui s'étend à la fois sous le barrage et sous le bassin de dissipation.

<sup>(2)</sup> La valeur éventuellement mentionnée après la date de mise en service est le volume de B.C.R.

quantité égales d'agrégats et de liants a de meilleures caractéristiques mécaniques, est plus étanche dans la masse et présente moins de retrait.

D'un béton à l'autre, on peut utiliser des agrégats et des liants très divers et obtenir, comme d'ailleurs pour le béton classique, des résultats également très divers.

Par exemple le B.C.R. permet de réaliser des chaussées routières sans joints transversaux (faible retrait) ou de remplacer du béton classique armé pour des aires de stockages.

Par contre, il présente un inconvénient grave dès que l'on veut réaliser un ouvrage de plus de 50 à 100 cm d'épaisseur : l'étanchéité du contact entre deux couches successives est médiocre et la perméabilité moyenne d'un massif important, tel un barrage, laisse à désirer.

Les causes de cette perméabilité, et donc la manière de la réduire, sont mal élucidées : on met le plus souvent en avant le fait que la couche inférieure a déjà partiellement fait prise avant d'être recouverte. Mais il semble que la différence de granulométrie entre la partie supérieure d'une couche, dans laquelle la laitance a tendance à remonter, et la partie inférieure de la couche suivante joue également un rôle. La plus ou moins grande richesse en liant aurait aussi des conséquences sensibles.

On considère parfois le B.C.R. comme un produit intermédiaire en béton classique et terre. Une telle analyse est ambiguë et peut prêter à confusion. Ce n'est pas parce que le béton est vibré au rouleau plutôt qu'à l'aiguille, transporté au camion benne plutôt que manutentionné au blondin et étalé au bulldozer plutôt qu'à la main, qu'il cesse d'être du béton, c'est-à-dire un matériau doué d'une cohésion importante et constituant des barrages rigides.

Par contre le coût du mètre cube de B.C.R. mis en œuvre dans un barrage-poids peut être 2 à 3 fois inférieur (1) à celui du béton classique et la solution optimale convenant à chaque barrage pourrait s'écarter sensiblement de celle correspondant au volume minimal de béton ; elle peut correspondre à un ouvrage dont le volume est intermédiaire entre ceux d'un barrage en terre et en béton classique et dont les dispositions constructives sont assez éloignées de celles d'un tel barrage en béton.

Or, on constate qu'actuellement tous les barrages réalisés s'inspirent très directement des solutions adaptées antérieurement pour les barrages-poids et retiennent des profils très voisins des profils classiques.

Plusieurs éléments sont communs à la totalité ou à la quasi-totalité des réalisations actuelles :

1. L'intérieur du barrage doit avoir un dessin aussi simple que possible, car tous les obstacles aux déplacements des engins de terrassement (galeries, conduites diverses) entraînent des sujétions importantes. 2. Les liants contiennent toujours une proportion élevée de cendres volantes ou de pouzzolane (2). On a toujours cherché à réduire l'élévation de température provoquée par la prise du béton des barrages-poids et l'emploi de cendres volantes est bien antérieur au B.C.R. Toutefois, dans les barrages en B.C.R. le recours aux liants à prise lente est encore plus indiqué car :

 on s'efforce souvent de réaliser des barrages monolithiques d'une rive à l'autre;

 on souhaite souvent que la couche inférieure ait à peine amorcé sa prise avant mise en place de la couche suivante.

Bien entendu, dans certaines régions (Moyen Orient) on ne pourrait trouver de cendres volantes à un prix acceptable et force serait de faire sans.

3. Les cadences de bétonnage sont presque toujours très élevées et nécessitent pratiquement toujours des stations de bétonnage en continu dérivées des installations routières. Ces cadences élevées, analogues à celles observées dans les barrages en remblai, constituent d'ailleurs l'un des avantages économiques importants du B.C.R. C'est ainsi que l'on a atteint des productions journalières de 4460 m<sup>3</sup> à Willow Creek, près de 5700 à Galesville, 5800 à Tamagawa, et que l'on prévoyait 7650 à Upper Stillwater et 9550 à Elk Creek.

4. On annonce souvent des économies spectaculaires par rapport aux réalisations classiques. Mais peut-être faudrait-il attendre, pour se faire une opinion définitive en la matière, que soient soldées certaines réclamations d'entreprises, également spectaculaires.

#### 5. DIVERGENCES ENTRE LES DIVERSES RÉALISATIONS EN B.C.R.

Dans le rapport général de la question 57 du congrès de la C.I.G.B. à Lausanne (1985) le Rapporteur passait en revue 10 points à propos desquels de larges divergences étaient constatées entre les réalisations existantes.

Cela ne doit pas surprendre ; même en ce qui concerne les barrages-poids classiques, on note des différences importantes par exemple quant aux dimensions, en surface ou en épaisseur des plots et des levées successives.

Ces divergences peuvent aussi résulter des objectifs des barrages, de leur situation géographique (climat plus ou moins froid), de leur taille (et donc du rapport volume du noyau central/surface des parements), ou tout simplement de la hardiesse des projeteurs plus ou moins ambitieux dans l'utilisation d'un procédé de construction nouveau. Mais elles sont imputables pour l'essentiel au niveau d'étanchéité global recherché pour le barrage et au moyen d'assurer cette étanchéité, soit par un élément amont, soit par le B.C.R. lui-même.

Ce rapport varie évidemment avec les quantités mises en place et s'entend pour un B.C.R. dont les contacts entre couches n'ont pas fait l'objet d'un traitement particulier.

<sup>(2)</sup> En France, pour les barrages de Saint-Martin de Londres et des Olivettes, on utilise même un mélange sans clinker, composé uniquement de laitier de haut fourneau et de cendres volantes de Gardanne.

Présentons une revue rapide de l'éventail des solutions adoptées :

- Réalisation de l'étanchéité : nous avons vu que la faiblesse du B.C.R. est sa perméabilité au contact de deux couches successives, perméabilité qui semble d'ailleurs s'atténuer rapidement si les eaux de la retenue sont chargées. Dans certains cas, rares il est vrai, cette perméabilité est acceptable moyennant éventuellement quelques précautions dans la formulation du béton (plus riche en liant) ou sa mise en œuvre : barrages de lutte contre les crues (Willow Creek, Holbeam Wood), batardeau du Pont de Veyrière, noyau des batardeaux de Shimen, Karun (50 m, 1971), Al Massira (20 m, 1978).

Dans la plupart des cas, il faut réduire la perméabilité soit en créant une étanchéité amont (béton classique, membrane de P.V.C., enduit plastique) soit en améliorant l'étanchéité dans la masse en étalant une couche de quelques centimètres de mortier sur une plus ou moins grande surface sous chaque couche de B.C.R.; ces dispositions sont évidemment coûteuses.

De cette multiplicité de solutions possibles découle une bonne partie des options très diverses constatées par ailleurs ; par exemple une excellente et coûteuse étanchéité amont permet ensuite d'adopter un B.C.R. moins riche en liant, donc moins susceptible de se fissurer, ...

Notons que l'on a constaté que certains barrages en B.C.R., qui présentaient initialement quelques fuites, ont vu ensuite leur étanchéité évoluer très favorablement.

- Teneur en liant : les cendres volantes, presque toujours présentes, jouent un rôle dans le mécanisme de prise du liant (rôle éventuellement variable d'ailleurs avec l'origine du charbon), mais peuvent également être utilisées pour augmenter la teneur en fine d'agrégats qui en seraient naturellement dépourvus. Ceci peut expliquer les pourcentages très différents constatés d'une réalisation à l'autre (20 à 80 %); une autre cause de variation, rarement signalée de façon explicite, est le rapport des coût du ciment et des cendres volantes.

Mais par ailleurs, les teneurs en liant sont également très différentes, certains barrages ayant été réalisés avec des B.C.R. de richesse différente au centre et pour les parements.

On peut comparer les valeurs suivantes (en kg/m<sup>3</sup>) :

Shimajigawa	ciment 84	Cendres volantes	36	(cœur)
Willow Creek	175 80 104		0 19 47	(amont) (cœur) (aval)
Upper Stillwater	187 92 77		80 205 170	(déversoir, (amont) (cœur)

Par ailleurs, à Monksville, on n'utilise pas de cendres volantes, les agrégats non lavés étant jugés assez riches en fines. Middle Fork n'utilise également que du ciment.

— Nature et dimension des agrégats : les agrégats sont parfois constitués par du tout venant de carrière (Tarbela) ou par les matériaux extraits des fondations du barrage, non lavés et simplement écrêtés (Galesville) ou enrichis en éléments moyens (Monksville). Mais souvent on retient des agrégats lavés respectant un fuseau granulométrique strict.

Les différences sont également considérables en ce qui concerne la taille de l'agrégat maximum : tous les experts sont d'accord pour admettre que l'introduction de gros éléments permet de diminuer la teneur en liant et donc, indépendamment des coûts, de diminuer le dégagement de chaleur. Mais, par ailleurs, de trop gros agrégats pourraient être cause d'une ségrégation que tous veulent éviter ; toutefois, la taille maximum varie de 40 mm à Upper Stillwater à 150 mm à Tamagawa ; la valeur la plus communément admise semblant être de l'ordre de 70 mm. En fait, il semble que la lutte contre la ségrégation nécessite essentiellement quelques précautions simples lors du chargement et du déchargement du béton dans les dumpers ainsi que lors du régalage. Par ailleurs, je n'ai jamais vu d'étude sur les inconvénients d'une certaine ségrégation dans le cœur des barrages-poids.

La diversité de la taille maximum d'un projet à l'autre peut également être liée à la diversité des épaisseurs de couches.

— *Épaisseur des couches* : ici aussi la diversité est grande : de 30 à 100 cm, chaque expert invoquant, pour limiter l'épaisseur, la nécessité de compacter efficacement la partie inférieure de chaque couche.

D'autres motifs me paraissent peser d'un poids au moins équivalent et nécessitent quelques explications détaillées.

Pour éviter un début de prise trop important de la couche supérieure, certains projets prévoient des délais de mise en place de 7 à 8 heures entre 2 couches successives, soit 3 à 4 couches par jour sur toute la surface du barrage. Ceci conduit à travailler 7 jours par semaine et 20 h par jour et à réaliser 95 % du volume total d'un barrage de 51 m en 7 semaines (Galesville) ou à mettre en place le R.C.C. d'un barrage de 38 m en 5 semaines (Middle Fork). Une épaisseur de couche supérieure à 30 cm, associée au choix d'un délai de recouvrement court, imposerait des installations de chantiers manifestement déraisonnables.

A l'opposé les Japonais n'admettent pas le point faible que constitue le contact entre couche : chaque couche est laissée à l'air libre pendant plusieurs jours (2 en général) pendant lesquels elle subit des soins attentifs (arrosage), la couche suivante étant mise en place après lavage soigné et répandage d'une couche de mortier de liaison. On travaille par tiers de barrage ce qui permet un rythme de bétonnage continu, et l'on s'efforce évidemment de mettre en place des couches aussi épaisses que possible pour limiter l'ensemble des tâches liées à chaque reprise. Mais, ces couches épaisses (100 cm prévus pour la moitié supérieure à Tamagawa) sont constituées par 3 (ou parfois 4) souscouches étalées successivement au bulldozer, or on constate que le régalage au bulldozer introduit en fait un compactage important.

Toutes les premières réalisations aux U.S.A. ont été faites avec des épaisseurs de l'ordre de 30 cm (1 pied) mais il est prévu 2 pieds pour le barrage d'Elk Creek :

- Parement amont : Les réalisations divergent très largement selon que le parement amont, toujours vertical, doit seulement jouer un rôle mécanique (maintenir le B.C.R. lors du compactage) ou assurer en outre l'étanchéité du barrage (ce choix étant bien entendu lié à celui retenu pour l'étanchéité entre couches de B.C.R.); quelques exemples : à Manicouagan on avait réalisé avant mise en place du B.C.R. une paroi amont autostable, en béton classique riche, assurant l'étanchéité. Au Japon, une zone de 3 mètres environ est réalisée de façon classique avec du béton vibré à l'aiquille, elle est montée en même temps que le B.C.R. et l'on s'efforce de solidariser les deux bétons le mieux possible. Au barrage de Winchester le parement amont est constitué de panneaux préfabriqués incorpo-rant une couche de P.V.C. de 1,7 mm (ce qui impose évidemment de raccorder les bords de cette membrane imperméable d'un panneau à l'autre).

On trouve aussi des éléments préfabriqués autostables (donc assez épais) à Willow Creek ou beaucoup plus minces (et se comportant comme les panneaux des ouvrages en terre armée) à Broom Raubenheimer (petit barrage expérimental réalisé en Afrique du Sud). Enfin, on peut réaliser des murets superposés de forme variable en béton riche, réalisés avec des extrudeuses dérivées des machines utilisées pour construire les séparateurs autoroutiers, ce qui implique évidemment l'absence de joints transversaux (dans ces 2 derniers cas le parement amont n'assure évidemment pas l'étanchéité). Enfin l'étanchéité peut être constituée (ou améliorée) par un enduit plastique appliqué après bétonnage sur le parement amont (Galesville).

— Parement aval : il peut être en B.C.R. ou en béton classique avec plusieurs variantes dans chaque cas. Si le B.C.R. n'est pas coffré (Willow Creek, Galesville, Monkesville) le fruit aval est un peu supérieur à ce qu'exige la stabilité du barrage ; le B.C.R. brut présente une apparence inesthétique qui peut être aisément corrigée en tassant légèrement le matériau en surface ; mais, même dans ce cas, les qualités mécaniques en surface laissent à désirer et il faut craindre l'effet du gel et la disparition à terme d'une certaine épaisseur de béton.

Généralement le barrage comporte un parement aval de béton ordinaire, épais et mis en place de façon classique (au Japon), ou constitué par des éléments préfabriqués ou par des profils extrudés d'une rive à l'autre (Upper Stillwater aux États-Unis).

— Joints transversaux : les Japonais conservent intacts les usages en vigueur pour les barrages-poids classiques : la zone amont en béton vibré comporte tous les 15 m environ des joints transversaux équipés de waterstop et d'un drain vertical ; dans le prolongement, le B.C.R. est scié juste après sa mise en place par une lame vibrante de manière à reconstituer des plots indépendants.

A l'opposé les Américains réalisent généralement des structures monoblocs d'une rive à l'autre après avoir vérifié, à l'aide de modèle mathématique, que les contraintes thermiques n'étaient pas susceptibles de provoquer des tensions excessives. Ce résultat peut éventuellement n'être obtenu que grâce à des précautions particulières : à Monksville (46 m de haut) les 230 000 m<sup>3</sup> devaient être mis en place du 25 mars au 9 juillet (entre la fin de période de gel et le début des grosses chaleurs) en utilisant des agrégats préparés avant l'hiver et donc à basse température. Notons que pour aucune des réalisations américaines on ne semble avoir pris en considération les possibilités de fissures imputables aux tassements différentiels de la fondation; peut-être n'étaient-elles pas à craindre. Mais à Galesville, 4 fissures sont apparues en septembre 85, un mois après la fin des travaux ; la plus importante, de l'ordre de 0,5 cm, sans être traversante, intéressait à la fois les parements amont et aval (elle ne mettait toutefois pas en cause la stabilité de l'ouvrage).

Un tel mécompte justifie sans doute les solutions intermédiaires retenues sur plusieurs barrages (Manicouagan, les Olivettes) : la paroi amont, en béton classique, comporte de place en place des joints verticaux équipés de waterstops, le B.C.R. étant lui continu. On peut espérer que les fissures éventuelles se produiront au droit de ces joints, constitueront naturellement des plots et n'auront aucune conséquence néfaste.

— Drainage : la plupart des barrages sont drainés de façon classique à l'aide de drains verticaux débouchant dans une galerie horizontale. Ces drains sont parfois des tuyaux mis en place au moment de la construction du parement amont (Japon) mais ils sont la plupart du temps forés a posteriori dans le B.C.R. Toutefois, le barrage de Monksville n'est drainé que dans sa partie déversante : l'épaisseur supplémentaire du profil résultant de l'absence de coffrage permet d'assurer la stabilité en présence d'eau ; une seule précaution est prise : la mise en place d'agrégats non cimentés à peu de distance du parement aval permet d'intercepter les fuites dont le gel pourrait dégrader ce parement.

#### 6. L'AVENIR

En présence de réalisations aussi diverses, comment envisager l'avenir? La lecture des œuvres des prix Nobel, et les erreurs de pronostics manifestes dont certains furent victimes, ne peuvent qu'inciter à la plus grande prudence.

Mais on peut observer que les premiers temples de pierre d'Égypte ou de Grèce n'étaient que la copie des ouvrages en bois antérieurs, que les premières églises de béton n'étaient guère que le moulage des bâtiments de pierre. L'homme a mis des siècles pour inventer la voûte, quelques dizaines d'années pour utiliser le voile mince. Seul l'avenir dira si le B.C.R. permettra une mutation de cette nature et conduira à des ouvrages fondamentalement différents des barrages mentionnés ci-dessus qui, au-delà de leurs diversités, s'inspirent tous très directement du barrage-poids.

Ne pourrait-on envisager des barrages en B.C.R. à parement amont incliné et revêtus d'une étanchéité analogue à celle des barrages en enrochement : la perméabilité du corps de l'ouvrage, en béton de qualité réduite, serait alors plutôt bénéfique? Ne pourrait-on étudier des barrages voûte épais, en B.C.R. de bonne qualité, la compression permettant de limiter la tendance à la fissuration du béton?

Certains supporters enthousiastes n'hésitent pas à prévoir que 60 % des futurs barrages seront réalisés en B.C.R. Partant des 1 ou 2 % actuels, la route est longue et l'objectif peut paraître irréaliste si l'on songe que l'ouvrage en B.C.R. ne peut s'envisager que sur une fondation «rigide». Mais il me paraît évident qu'un développement aussi spectaculaire ne sera atteint qu'en ajoutant quelques grammes de matière grise à chaque mètre cube de béton. Comme le disait un ingénieur du Bureau of Reclamation americain «tout ouvrage en B.C.R. réalisé dans les 10 prochaines années apportera vraisemblablement une innovation et constituera une approche nouvelle ».

Je ne me permettrais qu'un conseil aux projeteurs qui envisagent leur première réalisation : lisez le plus possible, visitez le plus possible, essayez de comprendre, et surtout n'imitez pas mais concevez un ouvrage adapté à son objet, au site, aux agrégats et aux liants disponibles, aux moyens des entreprises... et aux habitudes sociales.

Ou pour reprendre une conclusion plus lapidaire de Dunstan « let's roll !», « allons-y, roulons !».

# COMMISSION INTERNATIONALE DES GRANDS BARRAGES

Le 16<sup>e</sup> Congrès de la Commission Internationale des Grands Barrages se tiendra à San Francisco du 13 au 17 juin 1988. La 56<sup>e</sup> réunion exécutive aura lieu à l'Hôtel Fairmont avant le congrès le vendredi 10 juin et le samedi 11 juin. Toutes les sessions du congrès prendront place à l'Auditorium.

Quatre questions ont été choisies :

- Retenues et environnement ; expériences de gestion et de mesure d'impact.
- Barrages en remblai : organes d'étanchéité autres que les noyaux en terre.
- Progrès récents dans la construction des barrages en béton.
- Crue de projet et maîtrise des crues après mise en service du barrage.

Des visites techniques et des excursions sont également organisées.

Renseignements et inscriptions : ICOLD'88 Organizing Committee H.L. Blohm, Secretary Bechtel Civil, Inc. P.O. Box 3965 San Francisco, CA 94119 USA

### L.C.P.C. INFORMATIONS

Le L.C.P.C. vient de publier un numéro double du Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées consacré aux risques naturels.

Les différents articles qui le composent offrent des approches diverses : les uns se situent à la pointe de la recherche, d'autres permettent aux non-spécialistes d'avoir une vue générale d'un type de risques, certains relatent des cas particuliers riches d'enseignements, d'autres encore sont consacrés à des méthodologies de portée générale. Ils peuvent être regroupés en quatre thèmes :

- les deux premiers articles concernent les mouvements de terrain (glissements, éboulements rocheux, coulées boueuses, effondrements de cavités, érosion des sols);
- trois articles traitent de l'aléa sismique, dans sa composante locale;
- deux articles abordent le domaine des risques hydrauliques;
- les deux derniers articles présentent deux exemples d'études de vulnérabilité d'ouvrages à certains types d'aléas.

L.C.P.C., 58, boulevard Lefebvre, 75732 PARIS CEDEX 15. Tél. 48.56.50.00.

# réflexion sur le béton compacté au rouleau

# reflection on roller compacted contrete

#### P. LONDE\*

Président honoraire de la Commission internationale des grands barrages Ingénieur Conseil — Pierre Londe et Associés<sup>\*\*</sup>

#### Résumé

Le B.C.R. est un nouveau béton faisant appel aux techniques de remblai pour sa mise en place.

Les utilisations faites à ce jour par les Américains et surtout les Japonais exploitent son caractère de béton et construisent avec le B.C.R. d'authentiques barrages-poids.

Dans d'autres utilisations, on se rapproche des remblais pour mettre en place des massifs ayant les propriétés d'un massif rocheux de qualité suffisante pour servir de fondation ou de parties d'ouvrage, comme à Tarbela, à Mosul ou à Kalabagh.

Il semble que l'avenir du B.C.R. soit autre. Il faut centrer la réflexion sur les formes nouvelles qu'il permettrait de réaliser et sur les possibilités offertes par l'association du B.C.R. avec des remblais ordinaires.

#### Abstract

The R.C.C. is a new material with the properties of concrete, but using the embankment techniques for placement.

The American and particularly the Japanese engineers use R.C.C. taking advantage of its ''concrete'' characteristics for construction of conventional gravity dams.

In other cases, the ''embankment'' aspects are emphazised for building man-made foundations or structures with the properties of a rock mass, such as at Tarbela, Mosul and Kalabagh.

It seems however that the future of R.C.C. could be contemplated in other directions. Consideration and thought should be given to the new dam design concepts that R.C.C. could make possible and to the feasibility of combining it with conventional earth and rock fills.

\* Contribution à la journée d'étude E.D.F., Marseille, 26 novembre 1986.

\*\* Pierre Londe et Associés, Tour Horizon, 52, quai de Dion-Bouton, 92806 Puteaux Cedex.

1. Les deux techniques actuelles Roller Compacted Concrete (États-Unis) et Rolled Concrete for Dams (Japon) sont toutes deux appliquées au *barrage-poids* classique.

André COYNE disait, dès 1950, que le problème majeur du béton était sa bonne vibration, une grande partie du ciment pouvant être économisée si l'on vibrait bien (problèmes de densité, ségrégation, ressuage...).

L'idée d'utiliser des rouleaux vibrants lourds, avec une énergie beaucoup plus élevée que celle des aiguilles traditionnelles, est à la base du **Béton Compacté au Rouleau** (B.C.R.).

A partir du moment où l'on emploie les rouleaux lourds, on est tenté d'introduire *toute la technologie* des remblais,

D'ailleurs, les premiers usages, par John LOWE III, étaient d'abord à Shimen (Taiwan), vers 1960, pour le noyau d'un batardeau en terre (manque d'argile, ajout de ciment dans du gravier sableux), puis à Tarbela (Pakistan), en 1975, pour des remplissages de fondation ou des remplacements de massifs rocheux défectueux. C'est encore pour constituer des fondations d'ouvrages annexes (prise d'eau, conduites forcées, évacuateur de crues, déversoir fusible) qu'on a eu recours, en 1983, à près d'un million de mètres cubes de B.C.R. au barrage de Mosul (Irak). Au barrage de Kalabagh (Pakistan), le projet actuel prévoit la mise en place de 1,5 million de mètres cubes de B.C.R. pour fonder les 12 conduites forcées de 11 m de diamètre.

C'est au Japon qu'a été fait, en 1980, le premier barrage-poids en B.C.R. (appelé là-bas R.C.D.) : le barrage de Shimajigawa (1655000 m<sup>3</sup>). Tous les critères classiques du barrage-poids étaient respectés. Une économie de coût d'environ 10 % a pu être dégagée.

A peu près simultanément, les Américains achevaient en 1983 le barrage-poids de Willow Creek en B.C.R. (appelé là-bas R.C.C.), mais avec un très faible dosage en ciment (50 kg/m<sup>3</sup>) et la suppression des joints de contraction. Le profil du barrage restait celui du barrage-poids mais la mise en place du béton était très proche des techniques utilisées pour les barrages en terre. L'économie du coût était spectaculaire (environ 60 %) et la rapidité d'exécution sans précédent (315 000 m<sup>3</sup> en 4 mois). Cette belle première mondiale a toutefois souffert, pour que le mouvement soit largement suivi, du défaut d'étanchéité du barrage.

**2.** Depuis, on a beaucoup parlé de ces réalisations hardies, à la fois critiquées et enviées. Aujourd'hui, près d'une trentaine de barrages en B.C.R. sont en construction ou en projet dans le monde.

Le modèle japonais (R.C.D.) ne paraît pas faire autant école que le modèle américain (R.C.C.), si ce n'est qu'il rallie volontiers les timides, disons les prudents pour ne fâcher personne. En effet, il permet de ne pas se départir des critères caractérisant le barrage-poids. Mais il paraît évident que l'avenir est du côté du R.C.C., c'est-à-dire un nouveau matériau de remblai, nouveau en ce qu'il a, grâce au ciment, une cohésion inconnue jusqu'à maintenant dans les matériaux de remblai appelant un nouveau type de barrage.

Ce type de barrage pourrait être déduit de l'étude faite, il y a plus de 15 ans, par Jerry RAPHAËL et présentée par lui à la conférence d'Asilomar, 1970 (U.S.A.). Considérant le sol-ciment et son prix de l'époque, il a montré que le coût minimal était obtenu pour des fruits sensiblement plus plats que ceux du barrage-poids. Il serait très intéressant de reprendre cette étude avec les prix actuels du B.C.R., en introduisant de très faibles dosages en ciment. La hauteur du barrage (ou la valeur des contraintes) est un des paramètres de l'étude.

3. Un problème majeur se pose alors. Si l'on veut tirer le meilleur parti du faible coût du massif en B.C.R., en optimisant la section à un profil intermédiaire entre celui du barrage-poids et celui d'un remblai, on est nécessairement conduit à traiter l'étanchéité de l'ouvrage d'une manière séparée. En effet, une part importante du prix du B.C.R. actuel tient au soin coûteux avec lequel on traite les joints entre reprises pour les rendre aussi peu perméables que possible. En outre le parement amont vertical du barrage-poids impose des coffrages et on en vient tout naturellement à placer du béton vibré classique contre ces coffrages.

L'adoption d'un fruit amont au moins égal à 0,75 (H)/1 (V) dispense des coffrages et du béton associé. On en arrive tout naturellement à construire un barrage en B.C.R. sans coffrages et sans joints, protégé à l'amont par un masque en béton armé, identique à celui qu'on pose sur la face amont des barrages en enrochement. Cette solution libère complètement de la recherche d'un B C.R. étanche, exactement comme pour les massifs en enrochement qu'on veut aussi perméables que possible. La figure 1 montre ce que pourrait être un tel barrage, avec déversement sur le parement aval. La partie déversante cependant peut être inspirée d'une solution souvent adoptée pour les barrages voûtes, en laissant l'eau tomber en chute libre. La figure 2 schématise les dispositions, cette fois avec un coffrage aval, mais qui peut être sommaire et qui ne doit pas être étanche. Le fruit amont doit alors être à 1/1 ou légèrement plus plat.

![](_page_57_Figure_15.jpeg)

Fig. 1. – Barrage en BCR à profil symétrique. Fig. 1. – RCC dam with symmetrical section.

![](_page_58_Figure_1.jpeg)

Fig. 2. — Barrage en BCR à déversoir en chute libre. Fig. 2. — RCC dam with free jump spillway.

4. Il est une autre voie de recherche. C'est celle des barrages composites dans lesquels on demande à une partie seulement, faite en B.C.R., de jouer son rôle de constituant à forte cohésion. L'adjonction de B.C.R. à un barrage en remblai classique permet de traiter élégamment les problèmes de protection pendant la construction et l'aménagement des déversoirs, car il résiste à l'érosion. L'adjonction de remblai classique à un barrage en B.C.R. résoud les problèmes de coffrage, ainsi que les sujétions d'accès. Elle permet aussi de traiter correctement l'étanchéité. Il semble que les projeteurs et les constructeurs n'aient pas encore compris tout ce que le B.C.R. permettra de faire, tant pour l'économie que pour la sécurité.

5. C'est dans cet esprit que travaille le Comité de la technologie des barrages de la C.I.G.B. (Commission internationale des grands barrages). Les solutions qui suivent sont prises parmi celles proposées par François Lempérière, membre du Comité. Elles méritent une réflexion approfondie.

#### Solution I :

Le B.C.R. est à l'aval, le remblai à l'amont.

![](_page_58_Figure_7.jpeg)

SOLUTION I

L'ensemble est déversant, il est construit sans coffrage. Le remblai stabilise l'ensemble, qui peut être construit sur une fondation à faible résistance au cisaillement. Le remblai donne un accès au B.C.R. à tous les niveaux. On peut disposer une couche étanche à l'interface des deux matériaux.

#### Solution II :

Variante de la précédente, pour les faibles hauteurs.

Le déversement est libre mais il faut coffrer la face aval verticale.

![](_page_58_Picture_13.jpeg)

SOLUTION I

#### Solution III :

Inspirée du barrage de Zhaoshuge (Chine).

De nombreuses réalisations en Chine depuis 1958 : hauteur maximale de 32 m, barrage courbe en plan, déversant sur un mur aval en maçonnerie, cœur en enrochement, face amont en argile.

Ici on propose un mur aval en B.C.R. et un masque amont en béton armé (le problème du raccord entre masque et mur en B.C.R. est à étudier). Le cœur de l'ouvrage est un remblai en enrochement perméable. Cette solution est plus satisfaisante que les solutions I ou II.

![](_page_58_Figure_19.jpeg)

SOLUTION III

Solution IV :

C'est un barrage à deux zones (enrochement à l'aval, terre à l'amont) avec un déversoir en B.C.R., pour les faibles hauteurs.

Un rideau de palplanches peut être nécessaire, mais surtout pour la fondation dans le cas de terrain alluvial. Il faut autant de béton que dans une solution déversante classique, mais il est moins cher, sans coffrages, et l'accès est facile.

![](_page_59_Figure_4.jpeg)

SOLUTION IV

#### SECTION A-A

![](_page_59_Figure_7.jpeg)

![](_page_59_Figure_8.jpeg)

#### Solution VI :

A rapprocher du barrage à contreforts classique mais fait en B.C.R., sans coffrage, sauf à l'amont.

![](_page_59_Figure_11.jpeg)

#### Solution V :

Cette solution est à rapprocher de la solution II mais avec des économies de ciment obtenues par la forme alvéolaire du B.C.R.

C'est un barrage à contreforts en B.C.R. dont les alvéoles sont remplis de remblai sans ciment. Il n'y a pas de coffrage, sauf au parement aval. Le volume de béton est moitié de celui du barrage-poids. Le déversement est facile et le passage de la crue de chantier est aisé. Cette variante n'est justifiée que pour les grandes hauteurs.

![](_page_59_Figure_15.jpeg)

SECTION A-A

![](_page_59_Figure_17.jpeg)

SOLUTION VI

#### Solution VII :

A rapprocher de la solution VI mais le coffrage amont est en voûtes minces armées.

Le remblai développe sur les parois un effet de silo stabilisateur.

Cette énumération de barrages composites, tirant parti des qualités du B.C.R., ne se prétend pas exhaustive. Elle montre simplement que le mariage du B.C.R. et du remblai classique peut offrir des solutions très intéressantes et tout à fait dans la logique du B.C.R. qui se met en place comme un remblai.

![](_page_60_Figure_4.jpeg)

Il y a là matière à recherche, en associant la compétence des bureaux d'études et celle des entrepreneurs.

![](_page_60_Figure_6.jpeg)

SOLUTION VII

### GROUND ENGINEERING

### Contents Vol. 20, No 6, September 1987

- 2 Talking Point : Pile integrity testing a misunderstood technology.
- 5 For the record.
- 8 Geological aspects of tunnel construction in deep clay formations for radioactive waste disposal. A report of the British Geotechnical Society's informal discussion held at the Institution of Civil Engineers on April 8, 1987, by E.K. De Moor.
- 12 Geodiary.
- 17 Continuous flight auger piling at St Enoch Square, Glasgow, by P.A.J. Couldery and

W.G.K. Fleming.

- 28 Geotechnical Instrumentation : Fugro expand laboratory capability. Endecotts new rotary sample divider. High performance field data recorder. Thermoplastic vane tester.
- 33 Cross-hole seismic testing of sand fill, by B.W. Darracott and J. May.
- 38 Ground Engineering Plant and Equipment : Lightweight core drill rig solves access problem ; Concrete pump for UK auger piling contractors.

#### Contents Vol. 20, No 7, October 1987

- 2 Talking Point : Back to basics.
- 5 BGS News.
- 5 For the record.
- 8 Pratical guidance on the use of integrity tests for the quality control of cast-in-situ piles, by K. Ellway.
- 13 Geodiary.
- 19 The influence of gas bubbles on the behaviour of offshore soils — Report of a meeting organised by the British Geotechnical Society held at ICE, Westminster, on January 14, 1987, by D.G. Boden.
- 23 Pali Radice : Their uses in stabilising existing retaining walls and creating cast-in-situ retaining structures, by S. Attwood.
- 28 Underground Services : Sewer pipe combines dryweather flow invert and storm drain ; Combined trenching and pipelaying ; High-speed pipe ramming.
- 30 Geotechnical Materials : Mortarless concrete retaining wall system ; Bridge abutments on soft ground ; Hand-held stitching machine for geotextile seaming applications.

Published eight times a year by GEO Publications Ltd. - PO Box 370, Brentwood, Essex - CM 14 4AQ, England (Telephone : 0277-73456).

Price : £3.50 per copy post free (UK) - £22 per year, UK - £27 overseas (surface mail postage paid).

© 1987 - ISSN 0017-4653

# gonflement d'un sol contenant des sulfates et traité à la chaux et au ciment

# foundation heave on a lime and cement treated soil containing gypsum

#### P. HABIB

Laboratoire de Mécanique des solides\*

# D. AVERSENC

SOPENA ingénierie géotechnique\*\*

#### Résumé

Le cas du soulèvement anormal du dallage d'un bâtiment industriel dans la région parisienne est décrit; son origine est liée à la présence de gypse dans un remblai traité à la chaux et au ciment.

#### Abstract

The anormal heave of the slab of an industrial building in the Paris area is described. The origin of the swelling is the presence of gypsum in a fill treated with lime and cement.

\* École Polytechnique, 91128 Palaiseau.

\*\* 5, rue Vincent-Chevard, 28003 Chartres Cedex.

#### 1. INTRODUCTION

Les progrès réalisés dans l'efficacité des matériels utilisés pour le traitement par additifs des remblais argileux sont tels, tant au point de vue des appareils destinés à mélanger le sol et les additifs que des engins de compactage, que même des sols très argileux peuvent être utilisés pour préparer des sols industriels : à la limite, sachant qu'on peut tout traiter à la chaux ou au ciment, on traite un peu n'importe quoi et on ne s'occupe plus guère de la nature des remblais. Malheureusement, la présence de sulfates dans certains sols peut engendrer des gonflements et provoguer des accidents. Ces sulfates sont présents généralement sous forme de gypse ou de plâtre (remblai contenant des matériaux de démolition). On a pu effectivement en constater quelques-uns en région parisienne au cours des dernières années. Le cas décrit ici en est une illustration.

#### 2. DESCRIPTION DE L'OUVRAGE

Pour augmenter la capacité de ses entrepôts à Louvres, petit village situé au nord de Paris près de l'aéroport de Roissy-en-France, une importante société a décidé la construction d'un nouveau bâtiment industriel adjacent et de niveau à son premier entrepôt. L'extension du bâtiment s'est faite en direction de l'ancienne carrière d'une briquetterie qui avait exploité du limon sur 7 m d'épaisseur ; cette carrière avait été partiellement comblée depuis longtemps. Pour réaliser la plate-forme du nouvel entrepôt, on a utilisé, comme remblais, des terres provenant de travaux de fouilles dont, à la suite d'une histoire longue et compliquée, il est actuellement impossible de savoir d'où elles proviennent. Il s'agit d'un sol marneux, contenant du limon ou d'un mélange de sols divers, contenant suffisamment d'argile, pour qu'il soit décidé de le traiter à la chaux et au ciment pour le rendre apte au compactage. Après nettoyage de la terre végétale, le fond de fouille a d'abord été traité à la chaux. Ensuite, les remblais d'apport ont été mis en place par couches successives ; ils ont été traités à la chaux, puis compactés sur une épaisseur de 1 m. Enfin, les 0,30 à 0,40 m superficiels furent traités au ciment et compactés pour faire le fond de forme du dallage.

Le nouvel entrepôt est une construction légère et simple, constituée d'une charpente métallique, d'une couverture et d'un bardage, le tout étant porté par des pieux forés tubés de diamètre 0,60 m, d'une longueur supérieure à 10 m pour trouver leur fiche dans les sables de Beauchamp, au-delà de l'ancien plancher de la carrière. En périphérie, les têtes de pieux sont reliées par une longrine de 0,20 m × 0,80 m, et les appuis, à l'intérieur du bâtiment, sont des appuis isolés. Les aléas du sous-sol justifient ce mode de fondation dont le comportement a été, dans l'ensemble excellent. Les poussées horizontales des portiques sont reprises en pieds, par des aciers noyés dans le dallage, l'effort horizontal étant transmis par frottement du dallage sur le sol. Le dallage repose directement sur le sol ; il est dissocié du bâtiment, malheureusement pas assez comme on le verra plus loin. L'étude de sol faite en 1983 indiquait la possibilité d'un léger tassement des matériaux

anciens du remblai de la carrière sous le poids du mètre et demi des remblais compactés nouveaux. Le sol industriel est constitué par de grandes dalles de 15 cm d'épaisseur, en béton armé d'un treillis soudé. Les joints sont sciés sur une profondeur de 4 cm. L'emprise au sol est de 38 m  $\times$  60 m. Les produits entreposés sont extrêmement légers et non périssables; ils sont stockés en hauteur, en racks, ce qui nécessite un sol de roulage bien uni pour la circulation des engins de manutention et de levage.

La construction a été faite entre avril et août 1983, par des entreprises sérieures et bien surveillées ; en particulier, l'efficacité du compactage des remblais a été contrôlée par des essais à la plaque, effectués par un laboratoire compétent et indépendant de l'entreprise ; la réception de l'ensemble a été prononcée sans réserves.

#### 3. LES DÉSORDRES

En avril 1984, quelques déformations différentielles du dallage ont été constatées ; elles furent l'objet de raccords par mortier à la résine en août 1984. Mais les désordres se sont amplifiés progressivement et consistaient en des défauts de planéité du dallage, associés à des fissures du béton (qu'on pouvait prendre pour des fissures de retrait), des désaffleurements des joints de structures des dalles de l'ordre du centimètre, et des cassures des joints donnant l'image d'un allongement du dallage. Les fissurations sur le dallage étaient « en étoiles », au pourtour des points de gonflement les plus élevés. En périphérie, le muret situé sur la longrine a été soulevé (fig. 1 et 2). Le pied du bardage, fixé au muret, a été détérioré.

![](_page_63_Figure_12.jpeg)

Fig. 1. – Avant gonflement. Fig. 1. – Before swelling.

![](_page_64_Figure_1.jpeg)

Fig. 2. – Après gonflement. Fig. 2. – After swelling.

#### 4. ANALYSE DES CAUSES

Les désordres pouvaient faire penser à un tassement des fondations sur pieux, alors que ceux-ci étaient nettement surabondants, ou à un gonflement du sol, ce qui était peu compréhensible puisque le sol était bien isolé de la pluie et que la nappe phréatique était très profonde (10 m environ).

La topographie montrait que les niveaux des massifs sur pieux correspondaient bien au niveau de construction, mais le niveau du sol était peut-être plus haut que prévu initialement, de quelques centimètres. Comme il s'agissait de l'ordre de grandeur de la précision du chantier, deux campagnes de topographie précise furent faites, à deux mois d'intervalle, en juillet et septembre 1985. Elles montrèrent une certaine dispersion des gonflements en fonction des emplacements des points de mesure dans le bâtiment, mais avec des maximums de 1 mm/mois, c'est-à-dire environ 1 cm/an. A peu près la moitié du bâtiment, soit 1000 m², était affectée par des gonflements d'amplitudes diverses.

Pour déterminer la cause des gonflements, des sondages, avec prélèvements d'échantillons intacts et études en laboratoire, furent effectués. Les essais de laboratoire comportaient des essais de routine (teneur en eau, densité, identification), des essais de gonflement et des analyses chimiques.

Les essais de gonflement ont confirmé la bonne qualité du compactage avérée par les essais de réception. A la limite, on peut même dire que les remblais ont été un peu trop bien compactés, puisqu'il existait des endroits où la pression de gonflement était non négligeable et supérieure au poids des terres de 25 kPa, mais, à vrai dire, avec un potentiel de gonflement très petit puisque le gonflement libre de toute la couche aurait été de l'ordre de 1 cm, ce qui est faible. De toutes façons, comme les sols n'étaient pas saturés et qu'il n'y avait pas eu de venues d'eau, le gonflement classique des sols argileux ne pouvait pas être à l'origine des faits constatés.

Il est évident, pour l'analyse chimique, que la recherche de la chaux des additifs est impossible dans un sol marneux, le calcium du calcaire étant indiscernable du calcium de la chaux, même si la couche traitée au ciment se distinguait par sa couleur grise de la couche traitée à la chaux. Les analyses, effectuées au C.E.B.T.P., ont donc comporté essentiellement la recherche du gypse et de l'ettringite. Le gypse a été trouvé, en quantités variables, dans tous les matériaux rapportés, anciens ou nouveaux. En reprenant les analyses faites lors des études préliminaires, on a même pu constater que, chaque fois que la recherche du gypse avait été faite, on en avait trouvé, ce qui n'a absolument rien d'inattendu dans des sols à faible profondeur, dans cette partie de la région parisienne. De la même façon, de l'ettringite a été identifiée dans les remblais compactés du nouvel entrepôt, ce qui expliquait les gonflements en donnant l'origine chimique des désordres.

Le principe du traitement à la chaux d'un sol contenant de l'argile est le suivant :

— d'une part, l'apport de chaux vive diminue la teneur en eau naturelle et augmente la teneur en eau optimale, facilitant ainsi le compactage,

 d'autre part, les ions calcium se substituent aux ions échangeables des feuillets d'argile, rendant l'argile moins active. L'effet pratique sur le chantier est une désagrégation des mottes d'argile.

Le traitement mixte chaux et ciment permet d'obtenir des mélanges présentant une forte résistance mécanique et notamment une résistance à la traction de plusieurs centaines de kilopascals.

Dans ce traitement, l'apport de chaux conduit à la désagrégation du sol et permet donc de mélanger assez intimement le ciment. Une bonne répartition du ciment dans le sol est en effet indispensable à la réussite du traitement. Le ciment, lui, apporte l'essentiel de la résistance mécanique.

Ce traitement est classique dans la région parisienne depuis plus de trente ans pour le limon des Plateaux, formation d'origine éolienne qui peut être assez plastique. Il a été généralisé ces dernières années à des argiles ou des marnes de plus en plus grasses, lorsque des machines mixeuses plus performantes ont pu être utilisées, cependant que les bons remblais de ballastières devenaient de plus en plus chers, parce que plus rares.

L'ettringite, ou sel de Candlot, est un composant nécessitant la présence de chaux, de sulfate et d'aluminate. Il se forme naturellement dans la pâte du ciment durcie, mais peut se former aussi lorsque les aluminates du ciment rencontrent un sulfate. Il apparaît alors — lentement — un sulfo-aluminate avec changement de forme cristalline, accompagné de dilatation. C'est le phénomène bien connu sous le nom générique d'alcali-réaction, qui apparaît comme le responsable du gonflement du sol et des désordres à Louvres, en 1985. MITCHELL (1986), dans une publication récente, a donné, lui aussi, cette interprétation à des désordres, de même nature, survenus aux U.S.A., après des traitements de sols à la chaux. D'après cet auteur, l'aluminate nécessaire à la formation de l'ettringite proviendrait des argiles elles-mêmes, dans le cas qu'il a étudié.

En l'absence d'une connaissance précise de la répartition du gypse dans le sol, il n'était évidemment pas possible de préciser pourquoi telle partie du dallage devait gonfler plus vite que telle autre. Mais, de toute façon, devant l'impossibilité d'éliminer la chaux excédentaire ou le gypse excédentaire, il n'y a rien à faire, sauf à enlever tout le remblai pour en reconstituer un autre, ou de suivre l'évolution du phénomène qui, par chance, était suffisamment régulier dans son extension en surface pour ne pas exiger de fréquentes réparations du dallage.

La fissuration de dallage et l'ouverture des joints faisaient craindre une expansion initiale horizontale des sols gonflants, ce qui, à la longue, aurait pu être dangereux pour les longrines et pour les têtes de pieux (fig. 1).

Des mesures de distance entre poteaux n'ont pas montré de mouvements bien convaincants jusqu'à présent, et il faut bien reconnaître, d'une part, que les remblais extérieurs à la construction, probablement gonflants eux aussi, doivent exercer une certaine poussée compensatrice et, d'autre part, que l'expansion volumique, ayant une direction facile vers le haut, a dû se faire préférentiellement en soulevant les dalles. désordre, comme celles indiquées sur les figures 2 et 3, grâce à des dispositions de réparation désolidarisant complètement les parties mobiles et les parties fixes, et par l'entretien des joints entre les dalles, de façon que le roulage des engins de manutention reste sans danger et que la continuité du service du bâtiment puisse être maintenue.

![](_page_65_Figure_7.jpeg)

![](_page_65_Figure_8.jpeg)

![](_page_65_Figure_9.jpeg)

Fig. 3. — Principe de la réparation. Fig. 3. — Repairs principle.

Devant de tels incidents, il est fondamental de ne pas effectuer les réparations trop vite pour ne pas prendre de risque de voir se rompre, à nouveau, ce qui vient d'être réparé car, malheureusement, les réactions chimiques de ce type sont très lentes ; la figure 4 indique l'évolution des gonflements enregistrés pour un certain nombre de repères : il est bien clair qu'aucune déformation asymptotique n'est, pour le moment, en vue. Il faut donc se contenter de faire disparaître les causes de

#### 5. CONCLUSION

L'exemple qui vient d'être décrit est tout à fait caractéristique d'un accident dont les conséquences sont d'autant plus fâcheuses que les gonflements différentiels sont grands. Il méritait d'être signalé car, si les sols contenant des sulfates sont relativement fréquents, la détection du gypse, par analyse chimique, est extrêmement simple et suffit à mettre en garde pour éviter d'employer en remblai et de traiter de tels matériaux à la chaux ou au ciment.

#### BIBLIOGRAPHIE

LACHAUD R. (1979), *Thaumasite et ettringite dans les matériaux de construction*. Annales I.T.B.T.P., mars 1979.

MITCHELL J.K. (1986), Practical Problems from Surprising Soil Behavior. 20<sup>e</sup> Terzaghi lecture, A.S.C.E. Journal of Geotechnical Engineering, vol. 112, n° 3, mars 1986 (Delayed Failure of Limestabilized Pavement Bases : pp. 274-279).

# 'esses de l'école nationale des s et chaussées

28, rue des Saints-Pères, 75007 Pari

#### La méthode des éléments finis dans les projets de géotechnique (vient de paraître),

actes des journées d'étude organisées en mars 1987 par l'E.N.P.C., sous le patronage de l'A.F.T.E.S., du C.F.G.B., du C.F.G.I., du C.F.M.R. et du C.F.M.S.

1 volume broché 17 × 24, 296 pages, 1987, I.S.B.N. 2-85978-105-6, 290 F.

Cet ouvrage regroupe les textes préparés pour ces journées destinées à faire le point sur l'utilisation de la méthode des éléments finis dans la pratique de la géotechnique, que ce soit pour le dimensionnement des ouvrages ou pour les activités d'expertise.

#### Le renforcement des sols : terre armée et autres techniques, comptes-rendus du colloque international organisé par l'E.N.P.C. et le L.C.P.C., Paris, mars 1979,

3 volumes brochés, 21 × 29,7, 778 pages, 1979, I.S.B.N. 2-85978-012-2, 650 F

Ce collogue avait pour but l'échange d'informations techniques et scientifiques relatives au renforcement des sols par des inclusions résistant soit à la traction (terre armée), soit à d'autres types de sollicitations (flexion, compression, effort tranchant).

Cet ouvrage contient, en français ou en anglais, les textes des communications présentées, et ceux des discussions.

#### L'emploi des textiles en géotechnique,

comptes-rendus du colloque international organisé par l'E.N.P.C. et le L.C.P.C., Paris, avril 1977

3 volumes brochés, 21 × 29,7, 530 pages, 1977, I.S.B.N. 2-85978-002-5, 570 F.

Ce colloque avait pour but l'échange d'informations techniques et scientifiques relatives à l'emploi des textiles dans les ouvrages de génie civil où ils peuvent être associés avec des sols.

Cet ouvrage contient en français, en anglais ou en allemand, les textes des communications présentées, et ceux des discussions.

#### Éléments de mécanique des sols, par F. Schlosser,

1 volume broché 21 × 29,7, 152 pages, 1983, I.S.B.N. 2-85978-020-3, 160 F.

Ce cours volontairement réduit a pour but de présenter les notions essentielles de la mécanique des sols sous une forme simple, ne nécessitant que très peu de connaissances préalables, en résistance des matériaux notamment.

Il doit cependant permettre d'aborder de façon pratique la plupart des problèmes de mécanique des sols, notamment pour les ingénieurs qui seront amenés de par leurs fonctions, à utiliser ou à interpréter un rapport de sols.

#### Exercices de mécanique des sols, sous la direction de F. Schlosser, 1 volume broché 21 × 29,7, 168 pages, 1984, I.S.B.N. 2-85978-078-5, 150 F.

Ce recueil d'exercices sélectionnés complète le cours « Éléments de mécanique des sols » et permet d'appliquer à des cas précis les notions fondamentales de mécanique des sols et de calcul des ouvrages.

#### Aide-mémoire d'hydraulique souterraine, par M. Cassan, 1 volume broché, 17 × 24, 196 pages, 1987, I.S.B.N. 2-85978-092-0, 280 F.

On trouvera dans cet ouvrage toutes les formules relatives à l'hydraulique des puits en régime permanent ou transitoire, celles plus originales concernant les écoulements à travers les cavités souterraines, d'autres relatives aux débits de fuite ou d'alimentation des tranchées et des canaux, aux épuisements de fouilles et de batardeaux, aux écoulements sous les fondations de barrage et à travers les digues, etc.

#### La réglementation française et étrangère en géotechnique,

actes des journées d'étude organisées en décembre 1986 à l'E.N.P.C., 1 volume broché, 17 × 24, 148 pages, 1987, I.S.B.N. 2-85978-098-1, 170 F.

Cet ouvrage regroupe les textes préparés par les experts français et étrangers qui ont animé ces journées. Ces textes présentent un panorama original et exhaustif de l'état actuel des textes de référence existant en France, dans les pays de la Communauté européenne et dans quelques autres grands pays, dans le domaine de la géotechnique.

#### Dynamique des sols, par A. Pecker,

1 volume broché, 17 × 24, 264 pages, 1984, I.S.B.N. 2-85978-072-6, 250 F.

Ce livre présente l'état actuel de la pratique en dynamique des sols, tout en introduisant les développements les plus récents concernant la modélisation du comportement du sol, la liquéfaction et l'interaction sol-structure. Il s'adresse tant aux étudiants qu'aux ingénieurs confrontés à des problèmes de dynamique des sols.

### Génie parasismique, sous la direction de V. Davidovici,

1 volume relié, 1 136 pages, 1985, I.S.B.N. 2-85978-083-1, 1 250 F. Premier traité complet de génie parasismique en langue française, réalisé

avec le concours de plus de cent spécialistes et experts du domaine, cette œuvre collective constitue une véritable synthèse des connaissances actuelles.

L'ouvrage aborde successivement les causes des séismes, leur nature physique et l'influence des facteurs locaux.

Il traite de manière approfondie le comportement des sols sous chargement dynamique ainsi que les problèmes d'interaction sol-structure.

Les méthodes modernes de calcul dynamique des structures et des équipements et le comportement des ouvrages aux séismes font également l'objet d'une large présentation.

Le risque sismique est également abordé dans ses aspects décisionnels et juridiques ainsi que dans le cadre de la planification.

#### Étude géotechnique et reconnaissance des sols, préface de L. Parez.

1 volume broché, 17 × 24, 152 pages, 1983, I.S.B.N. 2-85978-058-0, 130 F.

Nº 22 de la Revue Française de Géotechnique.

Ce document donne aux maîtres d'ouvrages, aux maîtres d'œuvre et aux concepteurs l'opportunité de mieux apprécier la diversité des moyens actuellement mis à leur disposition pour parvenir à une meilleure définition des projets de fondations.

Il décrit de façon précise les différentes méthodes de sondages et de prélèvements de sols effectués lors de la reconnaissance géotechnique ainsi que des essais géophysiques menés pendant l'étude préalable.

Cet ouvrage rassemble pour la première fois la description des « essais de sols » dont les modes opératoires existent de façon éparse.

Foundation engineering, sous la direction de G. Pilot, 1 volume broché, 21 × 29,7, 358 pages, 1983, I.S.B.N. 2-85978-039-4, 370 F.

This book is a review in English of the French modern practice in soil studies ; it deals with building foundations design and construction. More specifically, it takes into account the know-how acquired and the

research and development results obtained during the past few years.

#### Les méthodes statistiques et probabilistes en mécanique des sols, par J.-P. Magnan,

1 volume broché, 17 × 24, 208 pages, 1982, I.S.B.N. 2-85978-050-5, 220 F.

Destiné aux étudiants, praticiens et chercheurs spécialisés en mécanique des sols, cet ouvrage introduit progressivement l'appareil théorique nécessaire aux études, en illustrant par des exemples ses possibilités autant que ses limites.

#### Remblais et fondations sur sols compressibles, sous la direction de J.-P. Magnan,

1 volume broché, 21 × 29,7, 256 pages, 1984, I.S.B.N. 2-85978-060-2, 265 F.

Les différents chapitres de cet ouvrage, rédigés par des ingénieurs des laboratoires des Ponts-et-Chaussées spécialisés de longue date dans les études de sols compressibles, présentent l'ensemble des connaissances nécessaires à l'élaboration des projets de remblais sur sols mous et à l'étude des problèmes spécifiques aux fondations construites dans les zones où l'on trouve ces types de sols.

#### Renforcement en place des sols et des roches,

comptes-rendus du Colloque international organisé par l'E.N.P.C. et la Louisiana State University (U.S.A.), Paris, octobre 1984, 1 volume broché, 21 × 29,7, 382 pages, 1984, I.S.B.N. 2-85978-076-9,

430 F.

L'objet de ce colloque international était l'étude du renforcement en place des sols et des roches par des inclusions résistantes.

Cet ouvrage contient les textes des communications présentées : 28 en français, et 30 en anglais.

#### BON DE COMMANDE

Titres	Qu	iantité	Prix u	nitaire	Mor	ntant
Montant total de la commande						
NOM/ORGANISME :						
ADRESSE :						
		* * * * * * *			****	
Date :		Signature	10			

# consignes de rédaction des articles

Seuls les manuscrits n'ayant jamais été publiés, n'étant pas en cours de publication, n'ayant pas été présentés ailleurs, peuvent être soumis au Comité de Lecture de la Revue Française de Géotechnique.

La présentation d'un manuscrit engage l'auteur à déléguer à la R.F.G. et au service chargé de la publication, dès que l'article a été accepté, le copyright correspondant y compris tous droits de reproduction photographique ou par microfilm, de traduction et de tirage à part.

Le manuscrit ne doit présenter aucun aspect commercial. Cependant, l'auteur ne doit pas hésiter à citer les noms propres nécessaires à la compréhension du sujet.

Tous les manuscrits sont examinés par le Comité de Lecture de la Revue. Ceux dont la publication a été refusée, comme ceux dont la rédaction ou spécialement les figures ne respectent pas les recommandations faites ci-dessous, seront retournés à l'auteur.

Les manuscrits doivent être adressés en triple exemplaire pour examen au Comité de Lecture de la Revue Française de Géotechnique, Presses de l'E.N.P.C. - B. Mandagaran, 28, rue des Saint-Pères - 75007 Paris.

L'auteur recevra gratuitement vingt-cinq tirés à la suite. Toute commande supplémentaire et à titre payant devra être adressée au moment de l'acceptation de l'article par le comité de rédaction.

#### PRÉSENTATION DU MANUSCRIT

1. Le manuscrit original rédigé en français doit être écrit à la machine avec un double interligne (y compris les résumés, les appendices, la bibliographie, les notes en bas de page, les tableaux et les légendes des illustrations), sur du papier  $21 \times 29,7$  et doit comprendre les illustrations originales.

Les trois exemplaires requis peuvent se composer de l'original et de deux photocopies à condition que celles-ci soient parfaitement nettes et lisibles.

L'ensemble doit pouvoir être expédié dans une enveloppe de format ordinaire.

La longueur totale du manuscrit (texte à double intervalle, tables, figures et annexes) ne doit pas dépasser trente pages (recto uniquement, verso blanc).

On indiquera clairement le découpage retenu pour l'article, et l'information relative à un paragraphe donné ne figurera que dans ce paragraphe. On évitera les répétitions et les notes en bas de page ou en fin d'article pour les explications nécessaires à la compréhension de l'article.

2. Le titre bilingue, en français et en anglais, doit être composé de mots qui décrivent suffisamment le contenu de l'article et doit contenir des mots clés principaux pour pouvoir être facilement indexé par les divers centres de documentation.

Le nom de l'auteur sera donné en première page après le titre et sera suivi de la position actuelle (fonction, emploi, lieu) décrite avec précision et concision. Un résumé bilingue, en français et en anglais, ne dépassant pas une centaine de mots dans chaque langue (en plus du titre et du nom de l'auteur), doit accompagner le manuscrit. Il décrira les objectifs, les résultats et les conclusions de l'article de manière aussi précise que possible. Toute information originale, nouvelle ou importante doit être mise en évidence dans les premières phrases du résumé. Le résumé ne doit contenir aucune information qui n'est pas présentée dans l'article.

L'auteur utilisera dans le texte l'expression impersonnelle. Il soulignera les mots qu'il faut faire ressortir par une impression en italique, particulièrement les noms de personnes, d'organismes ou de lieux.

La numérotation des chapitres et paragraphes sera décimale et utilisera exclusivement les chiffres arabes : elle sera limitée à trois caractères : X, x, x.

La conclusion tentera de dégager les efforts fondamentaux du travail présenté et les conséquences importantes sur les travaux futurs. Éventuellement, elle pourra être consacrée à une discussion brève de l'interprétation des travaux présentés.

Les appendices et encarts sont utiles pour présenter des informations complémentaires dont l'inclusion dans le corps de l'article briserait l'écoulement logique du texte, aussi bien que des données ou des analyses trop longues dont les détails ne sont pas indépendants pour la bonne compréhension du texte. Ils sont pris en compte dans le nombre de pages.

**3.** Les unités et symboles à utiliser sont dans tous les cas ceux du Système International.

Dans le cas où les symboles utilisés dans le corps de l'article sont particuliers, on les regroupera en début d'article. Si un petit nombre seulement de symboles non standardisés sont utilisés, il est nécessaire de les définir parfaitement le plus tôt possible dans le corps de l'article.

4. Les illustrations seront aussi dépouillées que possible ; sur les graphiques, les écritures seront réduites au minimum et remplacées par des repères explicités en légendes. On évitera, par exemple, de mettre plus de trois courbes sur le même graphique ; on pourra, au besoin, décomposer une figure en plusieurs graphiques illustrant chacun un aspect de ce que l'on veut montrer.

Les légendes des figures et les indications indispensables à leur compréhension seront bilingues, en français et en anglais.

La taille des figures sera tout au plus celle d'une page (210  $\times$  297 mm).

Les photographies ne seront acceptées que si elles présentent un intérêt particulier et sont réellement indispensables à la compréhension du texte. Les photographies (exemplaire original bien contrasté, sur papier brillant) seront fournies en trois exemplaires. Elles seront numérotées suivant l'ordre « chronologique » d'apparition des figures et photographies et leur légende sera donnée dans le texte. Les photographies présentées seront prises en compte avec toutes les figures pour l'évaluation de la longueur totale du manuscrit. Les figures seront dessinées à l'encre de Chine et sur calque. On fournira ce calque et deux tirages (sur fond blanc). La dimension des figures (et photographies sera telle qu'une réduction conduira à une largeur « publiée » dans la R.F.G. de 75 à 85 mm. Les lettres devront être bien lisibles après réduction. On utilisera sur l'original des lettres (Letraset, par exemple) ayant au moins 5 mm de haut et 4 mm de large avec une épaisseur de 1,5 mm et si possible 2 mm. Les explications et descriptions seront données dans le texte en rappelant entre parenthèses le numéro (défini ci-dessus) de la figure considérée. Les indications portées sur les figures devront se borner à des symboles et dimensions avec un seul titre très concis.

Il est demandé aux auteurs d'envoyer à la revue des figures originales présentant les caractéristiques ci-dessus (une variation de  $\pm$  1 cm sur la largeur est tolérée pour les figures présentées sur une colonne et de  $\pm$  2 cm sur la largeur des figures présentées sur deux colonnes, car la réduction ou la dilatation au moment de la photogravure permet d'effectuer la correction). Pour une bonne qualité de reproduction des photos, il est indispensable d'utiliser des films noir et blanc.

5. Les tableaux seront dactylographiés séparément et fournis en triple exemplaire (format 210 × 297 mm, recto). Des exemples et une explication pour chaque tableau doivent figurer dans le texte. Les tableaux feront l'objet d'une numérotation particulière en séquence suivant leur ordre d'apparition. Ne pas utiliser d'abréviations autres que les unités ou symboles dans les tableaux. Éventuellement, numéroter les diverses colonnes des tableaux afin d'en faciliter l'explication et l'illustration dans le texte.

**6.** Toutes les formules, équations et expressions mathématiques devront de préférence être dactylographiées, et les symboles clairement identifiés.

Dans tous les cas où une ambiguïté est à craindre, il est souhaitable d'écrire à la main les formules mathématiques du texte.

Les lettres utilisées comme symboles doivent être définies lorsqu'elles apparaissent pour la première fois dans le texte, les figures ou les tableaux. Elles devront faire l'objet d'une liste alphabétique (dénommée « Notations ») donnée en annexe.

Tout symbole manuscrit ou pouvant faire l'objet de confusions doit être identifié en marge (par exemple : prime et un, o et zéro, Zed et deux, elle et un, etc.). Les lettres grecques doivent être également identifiées dès leur première apparition. Toutes ces identifications seront faites en marge au crayon.

Chaque équation ou groupe d'équations doit être centré pour faciliter la lecture.

Généralement, la plupart des expressions mathématiques sont composées en italique. Cependant, les abréviations de fonctions trigonométriques (sin, cos, tg, etc.) et des logarithmes naturel ou vulgaire (ln et log) sont imprimées en caractères romains. Les vecteurs et matrices le sont en caractères gras.

Les fractions simples apparaissant *dans le texte* s'écrivent sur une seule ligne avec des parenthèses, par exemple,

$$1/(a + b)$$
 et non sous la forme  $1/a + b$  ou  $\frac{1}{a + b}$ . On por-

tera un soin particulier à l'emploi des accolades, crochets et parenthèses en respectant la hiérarchie suivante :  $\{[()]\}$ . On utilisera l'exposant 1/2 de préférence au signe V et l'exposant -1 de préférence au signe /. Exemple : écrire (ax <sup>-1</sup> tg y) plutôt que (a/x) tg y. Pour l'emploi d'exponentielles avec exposants compliqués, écrire :

exp 
$$[2x^2/(1 - y)^2]$$
 plutôt que e  $\frac{2x^2}{(1 - y)^2}$ 

L'auteur devra également surveiller l'emploi de ', ", des indices supérieurs et inférieurs et penser à les faire bien apparaître dans la liste des notations.

7. Les références citées dans le texte doivent être rassemblées en ordre alphabétique dans une «liste de références» donnée en annexe à la fin du manuscrit. Toutes les références données doivent être accessibles et il faut proscrire d'une manière générale les informations non publiées.

Le classement se fait suivant le nom de l'auteur suivi de l'année de publication (ex. : Dupont A. — 1975). S'il y a au plus trois auteurs, citer les noms de chacun d'eux. S'il y a quatre auteurs ou plus, citer le premier et le faire suivre de la mention « et al. ». Quand deux ou plusieurs références concernent un même auteur, les classer par ordre chronologique à la suite les unes des autres. Toute référence faite dans le texte à un auteur donné, devra comporter le nom du premier auteur et l'année de publication entre crochets. D'une manière générale, toutes les références données en annexe doivent être citées dans le texte, sauf si la liste constitue une bibliographie. Dans ce cas, l'annexe correspondante sera appelée « bibliographie ».

#### Articles de revues

Faire suivre la référence (auteur, année, titre de l'article entre guillemets) du nom complet de la revue en italique, du numéro du volume, du numéro de la revue, du lieu de publication, du mois et de l'année, des numéros de la première et dernière pages (cf. exemple ci-dessous).

WOODS, R.D. (1968). — « Screening of Surface Waves in Soil». — Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the A.S.C.E., vol. 94 n° S.M.4, Ann Arbor, Mich. U.S.A., juillet 1968, pages 951-954.

#### Livres

Faire suivre le nom de l'auteur de celui du chapitre entre guillemets, de celui du livre en italique, du numéro de l'édition, du numéro du volume, du nom complet de l'éditeur, du lieu d'édition, de l'année, éventuellement du numéro des pages concernées (cf. exemple ci-dessous).

TERZACHI, K. (1943). — « Chap. IX Stability of Slopes ». — Theoretical Soil Mechanics, 4<sup>e</sup> édition John Wiley and Sons Inc., 1947, pages 144-152.

#### Thèses

Faire suivre le nom de l'auteur du titre en guillemets puis donner obligatoirement les indications suivantes : thèse présentée à l'Université de (nom) soutenue le (date) pour obtenir le grade de Docteur (ès Sciences, d'Université, Ingénieur) (cf. exemple ci-dessous).

ROCOPOPLAN, J.A. (1964). — « Contribution à l'Étude des Appareils de Mesure de Densité au Moyen de Rayons Gamma». — Thèse présentée à l'Université de Paris, soutenue le 16 juin 1964, pour obtenir le grade de Docteur-Ingénieur.

#### Communication à un Congrès (ou Conférence)

Faire suivre le nom des auteurs du titre entre guillemets, puis indiquer le mois et l'année et donner le nom complet du Congrès ainsi que le lieu du Congrès ou Conférence (cf. exemple ci-dessous).

DANTU, P. (1961). — «Étude Mécanique d'un milieu Pulvérulent Formé de Sphères égales de Compacité Maxima».
Juillet 1961, Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Paris.