

CBOG AIR (PH 26)

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

AVEC LA PARTICIPATION DES COMITÉS FRANÇAIS DE
MÉCANIQUE DES SOLS
MÉCANIQUE DES ROCHES
GÉOLOGIE DE L'INGÉNIEUR

N° 28

110 F

3^e TRIMESTRE 1984

Presses de l'école nationale des
onts et chaussées

REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

Directeur de la Publication: B. Habib

Président du Comité de Direction: B. Hirsch

Comité de Direction: L. Parez - M. Panet - M. Rat - B. Mandagaran

Directeur du Comité de Rédaction: P. Londe

Comité de Rédaction:

E. Absi - F. Bonnechère - C. Bordet - P. Duffaut - J. Goguel - J. Kérisel -
P. La Rochelle - G. L'Hériteau - J. Salençon - F. Schlosser

Secrétaire: B. Mandagaran

Commission paritaire n° 60855

ISSN 0181 - 0529

Revue trimestrielle

Abonnement 1984 (numéros 26 à 29) franco: 350 F

Prix au numéro franco: 110 F
(valable également pour les numéros anciens)

Sommaires des numéros anciens sur demande.

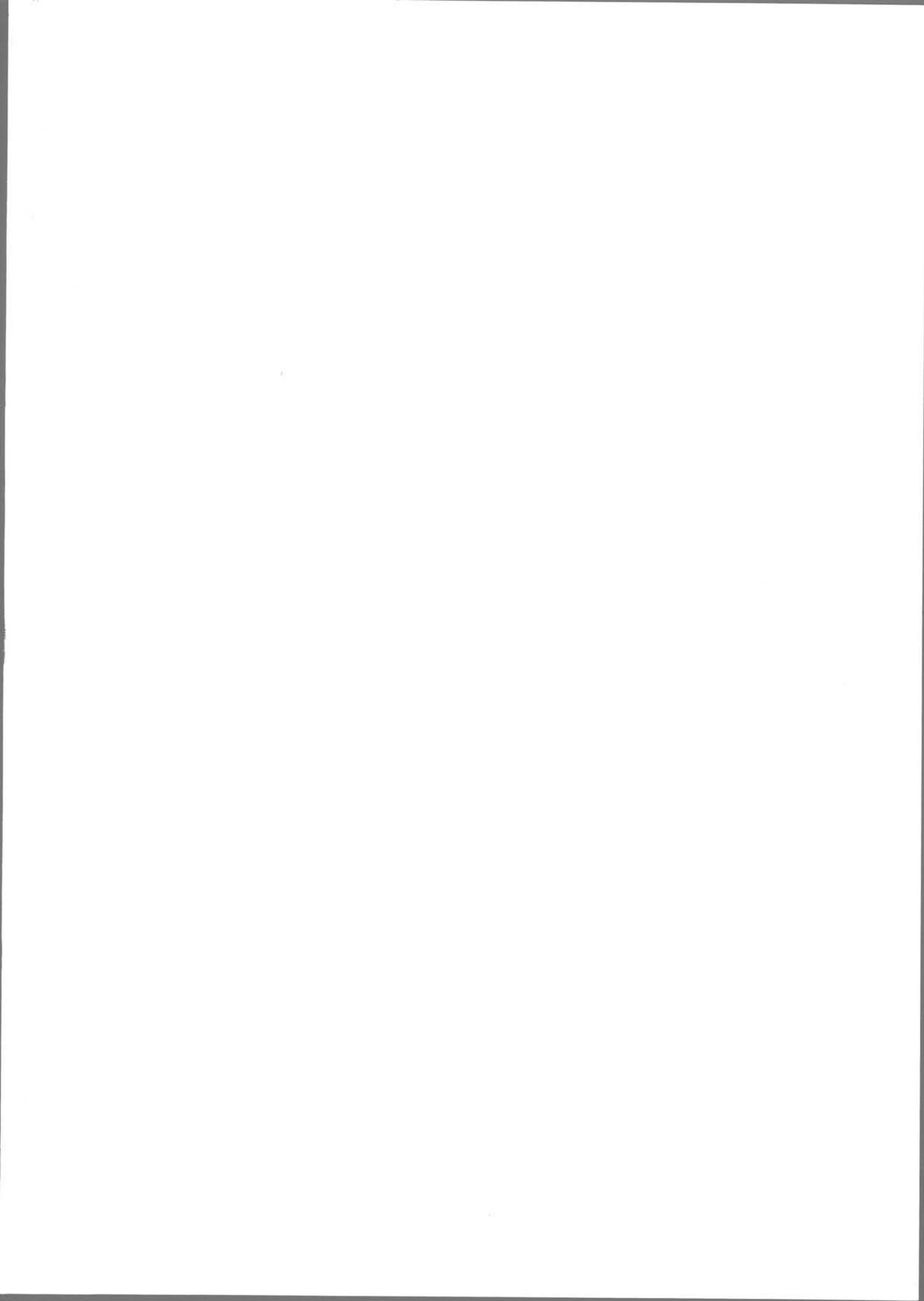
La revue est expédiée par avion dans les D.O.M.-T.O.M. et à l'étranger.

Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
28, rue des Saints-Pères, 75007 Paris

Les articles publiés dans cette revue n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs.
Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

© 1984

Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées



REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

N° 28
3^e TRIMESTRE 1984

sommaire

résumés	5
contraintes et déplacements dans un massif semi-infini isotrope ou à isotropie transverse soumis à des charges rectangulaires souples et rigides en surface F. Van Cauwelaert	7
étude expérimentale de la sollicitation exercée par le sol sur les ouvrages de soutènement souples P. Schmitt	27
comportement mécanique des roches en fonction de la température F. Homand-Etienne, R. Houpert	41
essais dynamiques de fondations en centrifugeuse P. Legay - P. Morlier - J. Rivière	49
sols frottants mobiles et mobilisables sous l'action de la houle et des courants en géotechnique marine A. Grovel - P. Thomas	55
le procédé de tirants d'ancrage permanents dans le sol «INTRAPAC» L. Mastikian - A. Fuentes	65
informations	71



résumés

contraintes et déplacements dans un massif semi-infini isotrope ou à isotropie transverse soumis à des charges rectangulaires souples et rigides en surface **solution générale en coordonnées cartésiennes**

Fr. VAN CAUWELAERT

L'article propose une théorie générale pour la détermination des contraintes et déplacements dans un massif semi-infini soumis à des charges rectangulaires en surface.

Les conditions aux limites sont exprimées sous forme de transformées intégrales de Hankel, aussi bien pour des charges souples que pour des charges rigides, ce qui permet l'extension des résultats aux massifs stratifiés.

La théorie est établie pour un massif totalement isotrope ainsi que pour un massif à isotropie transverse afin de prendre en compte la concentration des contraintes verticales.

Les valeurs numériques de contraintes verticales sont établies dans diverses hypothèses de manière à pouvoir en déduire directement les tassements.

étude expérimentale de la sollicitation exercée par le sol sur les ouvrages de soutènement souples

P. SCHMITT

Un ensemble de mesures réalisées sur des chantiers de parois moulées et palplanches (essais de chargement horizontal lors de la mise en tension des tirants d'une part, suivi des ouvrages au cours des différentes phases de terrassement d'autre part) a permis de dégager quelques conclusions générales concernant la compressibilité élastique du sol, caractérisée par son « coefficient de réaction » k .

Les résultats obtenus amènent à proposer une loi pression-déplacement tenant mieux compte du comportement non-linéaire du sol.

comportement mécanique des roches en fonction de la température

F. HOMAND-ETIENNE - R. HOUPERT

Les résultats présentés concernent le comportement mécanique des roches en fonction de la température en l'absence de confinement. Les roches testées sont représentatives des principaux types de structure (granites, calcaires, grès et marbre). On étudie l'influence de la température entre 200 °C et 600 °C sur les

courbes complètes contrainte-déformation, sur la relaxation des contraintes et la loi de variation de la résistance ultime en fonction de la vitesse de sollicitation.

essais dynamiques de fondations en centrifugeuse

P. LEGUAY - P. MORLIER - J. RIVIERE

A la suite d'essais effectués sur la centrifugeuse performante du CESTA, les auteurs montrent comment, pour un sol semi-infini pulvérulent soumis à la pesanteur, on peut définir un module équivalent en fonction d'une contrainte caractérisant le sol et la structure qu'il supporte; ce module équivalent permet de calculer les réponses d'une fondation à toute sollicitation dynamique.

sols frottants mobiles et mobilisables sous l'action de la houle et des courants en géotechnique marine

A. GROVEL - P. THOMAS

En Génie Côtier, les contraintes de cisaillement des sols marins frottants sous l'action de la houle et des courants étaient jusqu'alors définies par des modèles de laboratoire difficilement applicables en nature.

Nous proposons ici une extension de ces méthodes à partir de mesures « in situ » et de modèles statistiques mettant en évidence d'autres paramètres de distribution, en particulier un diamètre maximal (D_{max}) de grains mobiles sous l'effet de contraintes océanographiques maximales.

La bonne corrélation entre cette théorie et l'expérimentation a permis de mettre au point une méthodologie de l'estimation du comportement de la couche mobile superficielle, généralisable à tout sol marin frottant.

le procédé de tirants d'ancrage permanents dans le sol « INTRAPAC »

L. MASTIKIAN - A. FUENTES

Bien que les tirants à titre permanent forés et injectés dans le sol se généralisent, la pérennité des câbles de ces tirants reste encore un problème à résoudre.

Dans ces barres du type « INTRAPAC », on a pensé utiliser le procédé de la précontrainte par adhérence, afin de maintenir autour des câbles une gaine de mortier en état de forte compression pour éviter tout contact acier-terrain.

Cet article développe le procédé utilisé et indique les principaux avantages qu'on peut en attendre.

summaries

stresses and displacements in an isotropic or transverse isotropic semi-infinite body submitted to flexible or rigid rectangular loads at its surface a general solution in cartesian coordinates

Fr. VAN CAUWELAERT

The paper presents a general theory for the determination of stresses and displacements in a semi-infinite body submitted to rectangular loads.

The boundary conditions are expressed by Hankel integral transform as well for flexible loads as for rigid loads, so that the results can be extended to layered bodies.

The theory is established for a complete isotropic body as well for a transverse isotropic body to take into account the concentration of vertical stresses.

Numerical values of the vertical stresses are established for different cases to allow determination of the corresponding settlements.

experimental study of pressures applied by earth to flexible retaining walls

P. SCHMITT

Measurements made on several concrete diaphragm walls and sheet pile walls during loading tests of tiebacks and during excavation phases made it possible to study the behaviour of the soil and to develop an elasto-plastic model, taking into account the non-linearity of its reaction on the wall.

effects of temperature on the mechanical behaviour of rocks

F. HOMAND-ETIENNE - R. HOUPERT

Results about temperature mechanical behaviour of rocks without confining pressure are presented. The rocks used were representative of the principal structures (granites, limestones, sandstone and marble). We studied the direct influence of temperature, by performing experiments at temperatures ranging from 200 °C to 600 °C, on complete stress-strain curves, on stress relaxation and on the law of ultimate strength variation with strain rate.

centrifugal testing of dynamically loaded foundations

P. LEGUAY - P. MORLIER - J. RIVIERE

Centrifugal testing of dynamically loaded foundation models show that an equivalent modulus of a sandy half-space may be determined from the stress distribution beneath the foundation; this equivalent modulus can be introduced in the classical theories to provide the dynamic response of any foundation.

cohesionless soils moved by swells and currents in marine geotechnics

A. GROVEL - P. THOMAS

The understanding of the behaviour of sea-bottom soils under the action of swells and currents, is of great importance in coastal engineering. Numerical methods, which cannot be easily applied in situ, have been presented by many scientists in hydraulic laboratories to predict the shear strength of cohesionless soils particles at equilibrium between stability and movement.

We have developed these methods by field measurement and statistical analysis revealing the typical friction parameters by swells and currents, such as D_{max} , i.e. the maximal diameter of sediments mobilized by highest tempests.

The good correlation between our prediction and experiments, enables us to extend this methodology to various marine cohesionless soils, and particularly to point out the importance of the first layer of the sea-bottom soil, which may be called «mobile layer».

INTRAPAC: a new permanent ground anchor system

L. MASTIKIAN - A. FUENTES

Although tie-back permanent anchors, drilled and grouted in situ are more and more common nowadays, total protection against corrosion of prestressed type steel wires included in these anchors, is still a problem. «INTRAPAC» type bars have been designed to use friction prestressing in order to keep around the steel cable a sleeve of hard mortar, in high compressive stress to avoid any soil-steel contact.

This paper describes the «INTRAPAC» system and shows its chief advantages.

contraintes et déplacements dans un massif semi-infini isotrope ou à isotropie transverse soumis à des charges rectangulaires souples et rigides en surface

F. VAN CAUWELAERT

Docteur - Ingénieur
Chef du Département des Constructions à
l'Institut Supérieur Industriel Catholique
du Hainaut*

1. MASSIF SEMI-INFINI ISOTROPE SOUMIS A UNE CHARGE UNIFORME EN SURFACE

1.1. Solution générale en coordonnées cylindriques

Boussinesq (1885) a résolu le problème du massif semi-infini soumis à une charge ponctuelle verticale en surface en faisant appel aux fonctions de Legendre, solutions de l'équation de Laplace exprimée en coordonnées sphériques.

Burmister (1943) a généralisé la solution de Boussinesq aux charges circulaires uniformément réparties en utilisant les fonctions de Bessel, solutions de l'équation de Laplace exprimée en coordonnées cylindriques.

Muki (1960) enfin a donné la solution générale pour un massif soumis à des charges inclinées. Il décompose la charge inclinée en une charge verticale, problème résolu par Burmister, et une charge tangentielle horizontale.

Il généralise pour cela les expressions de Love (1927) aux charges non axisymétriques.

Il a exprimé la solution sous forme d'équations différentielles des déplacements. Elle peut tout aussi bien l'être sous forme d'équations différentielles des contraintes:

$$\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$
$$\sigma_\theta = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

* 27, avenue de l'Hôpital, B7000 - Mons (Belgique).

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \\
\tau_{\theta z} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(1 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} \\
\tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial z} \\
\tau_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\phi}{r} \right) - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \\
\text{où } \nabla^2 \phi &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Introduisant les relations (1) dans les équations d'équilibre :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} &= 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

on constate que celles-ci sont satisfaites, à condition que les fonctions ϕ et ψ soient respectivement solutions de :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) &= 0 \\
\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right) &= 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Les solutions générales de (3) sont données par :

$$\begin{aligned}
\phi &= J_1(tr) [Ae^{tz} - Be^{-tz} + zCe^{tz} - zDe^{-tz}] \cos \theta \\
\psi &= J_1(tr) [Ee^{tz} - Fe^{-tz}] \sin \theta
\end{aligned} \tag{4}$$

Les coefficients A et F sont obtenus en développant ϕ et ψ en séries de Fourier-Bessel et en appliquant la transformation inverse de Hankel :

$$f(r) = \int_0^\infty t dt \int_0^a q J_0(tR) J_0(tr) R dr, \tag{5}$$

dans laquelle q est la charge tangentielle répartie uniformément en surface sur un cercle de rayon a .

Dans le cas d'un massif semi-infini, les coefficients A, C et E sont nécessairement nuls.

Les coefficients B, D et F sont solutions des expressions des conditions aux limites en surface ($z = 0$) :

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= 0 && \text{pour } r[0, \infty] \\
\tau &= \tau_{rz} \cos \theta + \tau_{\theta z} \sin \theta = q && \text{pour } r[0, a] \\
\tau &= 0 && \text{pour } r[a, \infty]
\end{aligned} \tag{6}$$

1.2. Transformation en coordonnées cartésiennes

Posons : $x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

(7)

Les transformations des dérivées partielles sont données par :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial r} &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{\partial f}{\partial y} \\
\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} &= \frac{x}{x^2 + y^2} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{y}{x^2 + y^2} \frac{\partial f}{\partial y} \\
\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} &= \frac{1}{x^2 + y^2} \left(x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \theta} &= -y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left(-y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} &= \frac{1}{x^2 + y^2} \left(-y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} &= \frac{1}{x^2 + y^2} \left(y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - y \frac{\partial f}{\partial y} - x \frac{\partial f}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} &= \frac{1}{x^2 + y^2} \left[-xy \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + (x^2 - y^2) \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + xy \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} \right] \end{aligned} \tag{8}$$

Les contraintes en coordonnées cartésiennes sont obtenues par :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - 2\tau_{r\theta} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_y &= \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + 2\tau_{r\theta} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_z &= \sigma_z \\ \tau_{yz} &= \tau_{\theta z} \cos \theta + \tau_{rz} \sin \theta \\ \tau_{xz} &= -\tau_{\theta z} \sin \theta + \tau_{rz} \cos \theta \\ \tau_{xy} &= (\sigma_r - \sigma_\theta) \cos \theta \sin \theta + \tau_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \tag{9}$$

Transformant les relations (1) par (7) et (8) et introduisant dans (9), on obtient les expressions différentielles des contraintes en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \\ \sigma_y &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \\ \tau_{yz} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[(1 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \\ \tau_{xz} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(1 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y \partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \\ \text{où } \nabla^2 \phi &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \end{aligned} \tag{10}$$

Les expressions d'équilibre :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{11}$$

sont satisfaites si ϕ et ψ sont solution de :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) &= 0 \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Les équations des déplacements sont obtenues par :

$$u = \int \epsilon_x dx \quad v = \int \epsilon_y dy \quad w = \int \epsilon_z dz$$

d'où :

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1+\mu}{E} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \\ v &= -\frac{1+\mu}{E} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\ w &= \frac{1+\mu}{E} \left[2(1-\mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

1.3. Contrainte verticale sous charge verticale rectangulaire

Considérons un massif soumis à une charge verticale uniforme p répartie sur un rectangle de longueur $2a$ et de largeur $2b$. La charge totale $P = 4abp$. La solution des équations de compatibilité est obtenue par séparation des variables.

Posons :

$$\begin{aligned} \phi &= \cos tx \cdot \cos sy \cdot f(z) \\ \psi &= \sin tx \cdot \sin sy \cdot g(z) \end{aligned} \quad (14)$$

Introduisant (14) dans (12), on obtient

$$\begin{aligned} f(z) &= Ae^{mz} - Be^{-mz} + zCe^{mz} - zDe^{-mz} \\ g(z) &= Ee^{mz} - Fe^{-mz} \end{aligned} \quad (15)$$

où : $m = (t^2 + s^2)^{1/2}$

Dans le cas d'un massif semi-infini A, C et E sont nuls, d'où les expressions des contraintes :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \cos tx \cdot \cos sy [mt^2 Be^{-mz} + (mt^2 z - 2\mu m^2 - t^2) De^{-mz} - st Fe^{-mz}] \\ \sigma_y &= \cos tx \cdot \cos sy [ms^2 Be^{-mz} + (ms^2 z - 2\mu m^2 - s^2) De^{-mz} + st Fe^{-mz}] \\ \sigma_z &= -\cos tx \cdot \cos sy [m^3 Be^{-mz} + (m^3 z - 2\mu m^2 + m^2) De^{-mz}] \\ \tau_{yz} &= -\cos tx \cdot \sin sy \left[m^2 s Be^{-mz} + (m^2 s z - 2\mu ms) De^{-mz} - \frac{mt}{2} Fe^{-mz} \right] \\ \tau_{xz} &= -\sin tx \cdot \cos sy \left[m^2 t Be^{-mz} + (m^2 t z - 2\mu mt) De^{-mz} + \frac{ms}{2} Fe^{-mz} \right] \\ \tau_{xy} &= -\sin tx \cdot \sin sy \left[mst Be^{-mz} + (mst z - st) De^{-mz} + \frac{t^2 - s^2}{2} Fe^{-mz} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Les conditions aux limites en surface sont :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= p \text{ pour } x[-a, a] \\ &\text{et pour } y[-b, b] \end{aligned}$$

$$\sigma_z = 0 \text{ ailleurs} \quad (17)$$

$$\tau_{xz} = 0$$

$$\tau_{yz} = 0$$

Les conditions (17) peuvent être exprimées par transformation intégrale de Fourier à deux variables des relations (16), Spiegel (1974),

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cdot \cos sy \cdot \sin ta \cdot \sin sb}{ts} dt ds$$

d'où :

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \cdot \begin{bmatrix} \pi/2 (|x| < a) \\ \pi/4 (|x| = a) \\ 0 (|x| > a) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \pi/2 (|y| < b) \\ \pi/4 (|y| = b) \\ 0 (|y| > b) \end{bmatrix} = \begin{cases} p \\ p/4 \\ 0 \end{cases} \quad (18)$$

et les conditions aux limites s'écrivent pour $z = 0$:

$$(\sigma_z) \quad m^3 B + m^2 (1 - 2\mu) D = -1$$

$$(\tau_{yz}) \quad m^2 s B - 2\mu ms D - \frac{mt}{2} F = 0$$

$$(\tau_{xz}) \quad m^2 t B - 2\mu mt D + \frac{ms}{2} F = 0$$

d'où l'on tire :

$$\begin{aligned} B &= -\frac{2\mu}{m^3} \\ D &= -\frac{1}{m^2} \\ F &= 0. \end{aligned} \tag{19}$$

Il n'est donc pas nécessaire de faire appel à la fonction de tension ψ dans le cas d'une charge verticale uniforme. L'expression de la contrainte verticale devient :

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cdot \cos sy \cdot \sin ta \cdot \sin sb}{ts} (1 + mz) e^{-mz} dsdt. \tag{20}$$

Au centre de la charge ($x = 0, y = 0$), on a :

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{ts} (1 + mz) e^{-mz} dsdt, \tag{21}$$

qui dans le cas d'une charge ponctuelle P se transforme en :

$$\sigma_z = \lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ b \rightarrow 0}} \frac{P}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{abts} (1 + mz) e^{-mz} dsdt = \frac{P}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty (1 + mz) e^{-mz} dsdt. \tag{22}$$

Cette relation se résout en transformant les paramètres t et s en coordonnées polaires :

$$\begin{aligned} t &= \rho \cos \alpha \\ s &= \rho \sin \alpha \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} m &= \rho \\ dt ds &= \rho d\rho d\alpha \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{P}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty (1 + \rho z) e^{-\rho z} \rho d\rho d\alpha \\ \sigma_z &= \frac{P}{2\pi} \int_0^\infty (1 + \rho z) e^{-\rho z} \rho d\rho \\ \sigma_z &= \frac{3P}{2\pi z^2} \end{aligned} \tag{23}$$

qui est la relation de Boussinesq.

La contrainte verticale en dehors de la charge ponctuelle s'obtient par :

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \cos tx \cdot \cos sy \cdot (1 + mz) e^{-mz} dsdt, \tag{24}$$

dont la solution peut également être obtenue en passant en coordonnées polaires :

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \cos(x\rho \cos \alpha) \cdot \cos(y\rho \sin \alpha) (1 + \rho z) e^{-\rho z} \rho d\rho d\alpha. \tag{25}$$

On a d'après Watson (1966, p. 55),

$$\cos u = \left(\frac{\pi u}{2}\right)^{1/2} \cdot J_{-1/2}(u) \tag{26}$$

où $J_{-1/2}$ est la fonction de Bessel d'ordre $-1/2$.

La relation (25) devient ainsi :

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty [(xy)^{1/2} J_{-1/2}(x\rho \cos \alpha) \cdot J_{-1/2}(y\rho \sin \alpha) \cdot \cos^{1/2} \alpha \cdot \sin^{1/2} \alpha \cdot (1 + \rho z) \rho^2 e^{-\rho z} d\rho d\alpha] \tag{27}$$

L'intégrale :

$$\int_0^{\pi/2} J_{-1/2}(x\rho \cos \alpha) \cdot J_{-1/2}(y\rho \sin \alpha) \cdot \cos^{1/2} \alpha \cdot \sin^{1/2} \alpha d\alpha$$

s'assimile à la seconde intégrale de Sonine dont la solution peut être trouvée chez Watson (1966, p. 376):

$$\int_0^{\pi/2} J_\mu(z \sin \theta) \cdot J_\nu(Z \cos \theta) \sin^{\mu+1} \theta \cdot \cos^{\nu+1} \theta \cdot d\theta = \frac{z^\mu Z^\nu J_{\mu+\nu+1}[(z^2 + Z^2)^{1/2}]}{(z^2 + Z^2)^{1/2} (\mu + \nu + 1)}. \quad (28)$$

On a par (27) que:

$$\mu = \nu = -1/2$$

On obtient donc:

$$\int_0^{\pi/2} J_{-1/2}(x\rho \cos \alpha) \cdot J_{-1/2}(y\rho \sin \alpha) \cdot \cos^{1/2} \alpha \cdot \sin^{1/2} \alpha d\alpha = \frac{J_0[\rho(x^2 + y^2)^{1/2}]}{p(xy)^{1/2}}$$

et (27) devient:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \int_0^\infty J_0[\rho(x^2 + y^2)^{1/2}](1 + \rho z)e^{-\rho z} \cdot \rho \cdot d\rho. \quad (29)$$

On a d'après Watson (1966, p. 386):

$$\int_0^\infty e^{-at} J_\nu(bt) t^{\nu+1} dt = \frac{2a(2b)^\nu \Gamma(\nu + 3/2)}{(a^2 + b^2)^{\nu + 3/2} (\pi)^{1/2}} \quad (30)$$

d'où, avec $\nu = 0$,

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \int_0^\infty J_0[\rho(x^2 + y^2)^{1/2}] \rho e^{-\rho z} d\rho = \frac{P}{2\pi} \frac{2z\Gamma(3/2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \cdot (\pi)^{1/2}} = \frac{P}{2\pi} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.$$

On a d'autre part, Watson (1966, p. 385),

$$\int_0^\infty e^{-at} J_\nu(bt) t^{\mu-1} dt = \frac{(1/2b)^\nu \cdot \Gamma(\mu + \nu)}{(a^2 + b^2)^{1/2} \cdot (\mu + \nu) \Gamma(\nu + 1)} \cdot F\left(\frac{\mu + \nu}{2}, \frac{1 - \mu + \nu}{2}; \nu + 1; \frac{b^2}{a^2 + b^2}\right), \quad (31)$$

où F représente la série hypergéométrique de Gauss:

$$F(\alpha, \beta; \rho; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_n \cdot (\beta)_n}{n! (\rho)_n} \cdot z^n$$

avec:

$$(\alpha)_n = \alpha(\alpha + 1) \dots (\alpha + n - 1), (\alpha)_0 = 1.$$

D'où, avec $\nu = 0$ et $\mu = 3$:

$$\begin{aligned} & \frac{P}{2\pi} \int_0^\infty J_0[\rho(x^2 + y^2)^{1/2}] \rho^2 z e^{-\rho z} d\rho \\ &= \frac{P}{2\pi} z \frac{\Gamma(3)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \Gamma(1)} \cdot F\left(\frac{3}{2}, -1; 1; \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \\ &= \frac{P}{2\pi} z \frac{2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left[1 + \frac{3/2 \cdot (-1)}{1! \cdot 1} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right] \\ &= \frac{P}{\pi} \left[\frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3}{2} \frac{z(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}\right]. \end{aligned}$$

La solution complète de (29) devient alors:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}. \quad (32)$$

Dans l'axe de la charge ($x = 0, y = 0$) on obtient évidemment à nouveau la solution de Boussinesq:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2}.$$

La contrainte verticale sous une charge répartie est donnée par (20), relation qui n'est pas intégrable analytiquement.

Dans l'axe de la charge cette expression se réduit à:

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{ts} (1 + mz) e^{-mz} ds dt. \quad (33)$$

La solution de (33) peut être obtenue par intégration de (32) sur l'aire de rectangle (2a, 2b), comme cela l'a été fait par Florin (1959).

Pour rester dans le formalisme retenu, nous avons tenu à résoudre (33) sous sa forme générale.

Transformant (33) de la même manière que (22) on obtient:

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \frac{\sin(ap \cos \theta) \cdot \sin(bp \sin \theta) (1 + \rho z) e^{-\rho z} d\rho d\theta}{\rho \cos \theta \sin \theta} \tag{34}$$

Posons:

$$\begin{aligned} a \cos \theta &= A \\ b \sin \theta &= B \end{aligned}$$

On a, d'après Watson (1966, p. 54):

$$\begin{aligned} \sin(A\rho) &= \sqrt{\frac{\pi A \rho}{2}} \cdot J_{1/2}(A\rho) \\ \sin(B\rho) &= \sqrt{\frac{\pi B \rho}{2}} \cdot J_{1/2}(B\rho) \end{aligned} \tag{35}$$

et:

$$\sigma_z = \frac{2p}{\pi} ab \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{AB}} \int_0^\infty J_{1/2}(A\rho) J_{1/2}(B\rho) (1 + \rho z) e^{-\rho z} d\rho d\theta \tag{36}$$

On a d'autre part d'après Watson (1966, p. 389):

$$\int_0^\infty e^{-\rho z} J_{1/2}(A\rho) J_{1/2}(B\rho) \rho^{\mu-1} d\rho = \frac{(AB)^{1/2} \cdot \Gamma(\mu+1)}{\pi z^{(\mu+1)} \Gamma(2)} \int_0^\pi F\left(\frac{\mu+1}{2}, \frac{\mu+2}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) \sin \phi d\phi \tag{37}$$

où:

$$\omega^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \phi.$$

La relation (36) se scinde en:

$$\begin{aligned} \sigma_{z, 1} &= \frac{2p}{\pi} ab \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{AB}} \int_0^\infty J_{1/2}(A\rho) J_{1/2}(B\rho) e^{-\rho z} d\rho d\theta \\ \sigma_{z, 2} &= \frac{2p}{\pi} ab \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{AB}} \int_0^\infty J_{1/2}(A\rho) J_{1/2}(B\rho) \cdot \rho z \cdot e^{-\rho z} d\rho d\theta. \end{aligned}$$

D'où par (37):

$$\begin{aligned} \sigma_{z, 1} &= \frac{2p}{\pi^2} \frac{ab}{z^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^\pi F\left(1, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) \sin \phi d\phi d\theta \\ \sigma_{z, 2} &= \frac{4p}{\pi^2} \frac{ab}{z^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^\pi F\left(\frac{3}{2}, 2; \frac{3}{2}; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) \sin \phi d\phi d\theta. \end{aligned}$$

On a, d'après Wayland (1970):

$$\begin{aligned} F\left(1, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) &= \frac{z^2}{z^2 + \omega^2} \\ F\left(\frac{3}{2}, 2; \frac{3}{2}; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) &= F\left(2, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) = \frac{z^4}{(z^2 + \omega^2)^2}. \end{aligned}$$

D'où:

$$\begin{aligned} \sigma_{z, 1} &= \frac{2p}{\pi^2} ab \int_0^{\pi/2} \int_0^\pi \frac{\sin \phi d\phi}{z^2 + A^2 + B^2 - 2AB \cos \phi} d\theta \\ &= \frac{p}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \frac{ab}{AB} \cdot \ln \frac{z^2 + A^2 + B^2 + 2AB}{z^2 + A^2 + B^2 - 2AB} d\theta \\ &= \frac{p}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos \theta \cdot \sin \theta} \cdot \ln \left[\frac{1 + \frac{2ab \cos \theta \sin \theta}{(z^2 + a^2) \cos^2 \theta + (z^2 + b^2) \sin^2 \theta}}{1 - \frac{2ab \cos \theta \sin \theta}{(z^2 + a^2) \cos^2 \theta + (z^2 + b^2) \sin^2 \theta}} \right] d\theta \end{aligned}$$

$$\sigma_{z, 1} = \frac{p}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \frac{2}{\cos \theta \sin \theta} \left[\frac{2ab \cos \theta \sin \theta}{(z^2 + a^2) \cos^2 \theta + (z^2 + b^2) \sin^2 \theta} + \frac{1}{3} ()^3 + \frac{1}{5} ()^5 + \dots \right] d\theta.$$

L'intégrale :

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{(\cos \theta \sin \theta)^{n-1}}{[(z^2 + a^2) \cos^2 \theta + (z^2 + b^2) \sin^2 \theta]^n} d\theta$$

se résoud en posant $u = \operatorname{tg} \theta$.

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\infty} \frac{u^{n-1}}{[(z^2 + a^2) + (z^2 + b^2) u^2]^n} du \\ &= \frac{1}{z^2 + b^2} \int_0^{\infty} \frac{u^{n-3}}{[(z^2 + a^2) + (z^2 + b^2) u^2]^{n-1}} du - \frac{z^2 + a^2}{z^2 + b^2} \int_0^{\infty} \frac{u^{n-3}}{[(z^2 + a^2) + (z^2 + b^2) u^2]^n} du \\ \sigma_{z, 1} &= \frac{2p}{\pi} \left[\frac{ab}{[(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)]^{1/2}} + \frac{1}{6} \frac{a^3 b^3}{[(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)]^{3/2}} + \frac{1}{40} \frac{a^5 b^5}{[(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)]^{5/2}} + \dots \right] \\ &= \frac{2p}{\pi} \operatorname{arc} \sin \left[\frac{ab}{(z^2 + a^2)^{1/2} (z^2 + b^2)^{1/2}} \right] \\ &= \frac{2p}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[\frac{ab}{z(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \right]. \end{aligned}$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} \sigma_{z, 2} &= \frac{4p}{\pi^2} \frac{ab}{z^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi} \frac{z^4 \sin \phi d\phi}{[z^2 + A^2 + B^2 - 2AB \cos \phi]^2} d\theta \\ &= \frac{2p}{\pi^2} z^2 \int_0^{\pi/2} \frac{ab}{AB} \left[\frac{1}{z^2 + (A - B)^2} - \frac{1}{z^2 + (A + B)^2} \right] d\theta \end{aligned}$$

Posons également $u = \operatorname{tg} \theta$:

$$\begin{aligned} \sigma_{z, 2} &= \frac{2pz^2}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{1 + u^2}{u [(z^2 + a^2) - 2abu + (z^2 + a^2)u^2]} - \frac{1 + u^2}{u [(z^2 + a^2) + 2abu + (z^2 + b^2)u^2]} du \\ &= \frac{2pz^2}{\pi^2} \left[\frac{ab \cdot \pi}{z(z^2 + a^2)(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} + \frac{ab \cdot \pi}{z(z^2 + b^2)(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \right] \\ &= \frac{2pz}{\pi} \frac{ab(2z^2 + a^2 + b^2)}{(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

D'où enfin :

$$\sigma_z = \frac{2p}{\pi} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ab}{z(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} + \frac{zab(2z^2 + a^2 + b^2)}{(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \right]. \quad (38)$$

On déduit de (38) que :

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{ts} e^{-mz} ds dt = \frac{\pi}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ab}{z(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \quad (39)$$

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{ts} mze^{-mz} ds dt = \frac{\pi}{2} \frac{zab(2z^2 + a^2 + b^2)}{(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \quad (40)$$

Ces intégrales multiples peuvent également s'écrire

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{J_{1/2}(at) J_{1/2}(bs)}{(ts)^{1/2}} e^{-mz} ds dt &= \frac{1}{(ab)^{1/2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ab}{z(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \\ \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{J_{1/2}(at) J_{1/2}(bs)}{(ts)^{1/2}} me^{-mz} ds dt &= \frac{(ab)^{1/2} \cdot (2z^2 + a^2 + b^2)}{(z^2 + a^2)(z^2 + b^2)(z^2 + a^2 + b^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

avec $m = (t^2 + s^2)^{1/2}$.

1.4. Contrainte verticale sous charge inclinée rectangulaire

La charge inclinée q , que nous supposons uniformément répartie, peut se décomposer en :

- une charge verticale: $\sigma_z = q \cdot \cos \alpha = p$
 - et une charge de cisaillement horizontale: $\tau = q \cdot \sin \alpha$
- où α est l'angle que fait la charge avec la verticale.

Le cas de la charge verticale a été résolu dans le paragraphe précédent.

La charge horizontale se décompose à son tour en :

$$\begin{aligned}\tau_{xz} &= \tau \cos \theta = \tau_1 \\ \tau_{yz} &= \tau \sin \theta = \tau_2\end{aligned}$$

où θ est l'angle que fait la composante τ avec l'axe des abscisses x .

Compte tenu de la forme des relations (10) on choisira comme fonctions de tension :

— dans le cas de la charge $\sigma_z = p$

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \cos tx \cos sy f(z) \\ \psi_1 &= \sin tx \sin sy g(z)\end{aligned}$$

— dans le cas de la charge $\tau_{xz} = \tau_1$

$$\begin{aligned}\phi_2 &= \sin tx \cos sy f(z) \\ \psi_2 &= \cos tx \sin sy g(z)\end{aligned}$$

— dans le cas de la charge $\tau_{yz} = \tau_2$

$$\begin{aligned}\phi_3 &= \cos tx \sin sy f(z) \\ \psi_3 &= \sin tx \cos sy g(z)\end{aligned}$$

Les conditions aux limites sont données par (19) dans le cas de la charge $\sigma_z = p$. Pour $\tau_{xz} = \tau_1$, $\sigma_z = \tau_{yz} = 0$ elles s'écrivent :

$$\begin{aligned}m^3B + m^2(1 - 2\mu)D &= 0 \\ m^2sB - 2\mu msD - \frac{mt}{2}F &= 0 \\ m^2tB - 2\mu mtD + \frac{ms}{2}F &= -1,\end{aligned}$$

d'où l'on tire :

$$\begin{aligned}B &= -\frac{(1 - 2\mu)t}{m^4} \\ D &= \frac{t}{m^3} \\ F &= -\frac{2s}{m^3}\end{aligned}$$

et pour $\tau_{yz} = \tau_2$, $\sigma_z = \tau_{xz} = 0$ elles s'écrivent :

$$\begin{aligned}m^3B + m^2(1 - 2\mu)D &= 0 \\ m^2sB - 2\mu msD - \frac{mt}{2}F &= -1 \\ m^2tB - 2\mu mtD + \frac{ms}{2}F &= 0\end{aligned}$$

d'où l'on tire :

$$\begin{aligned}B &= -\frac{(1 - 2\mu)s}{m^4} \\ D &= \frac{s}{m^3} \\ F &= \frac{2t}{m^3}.\end{aligned}$$

Les conditions en surface sont exprimées par :

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^x \int_0^s \frac{\cos tx \cdot \cos sy \cdot \sin ta \cdot \sin sb}{ts} dsdt$$

$$\begin{aligned}\tau_{xz} &= \frac{4\tau_1}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cdot \cos sy \cdot \sin ta \cdot \sin sb}{ts} dsdt \\ \tau_{yz} &= \frac{4\tau_2}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cdot \cos sy \cdot \sin ta \cdot \sin sb}{ts} dsdt.\end{aligned}$$

Remplaçant dans σ_z donné par (16), les valeurs de B et D par celles obtenues à partir des conditions aux limites on obtient, par exemple, la relation de la contrainte verticale:

$$\sigma_z = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \sin ta \cdot \sin sb \left[p \frac{\cos tx \cdot \cos sy}{ts} (1 + mz) - \tau_1 \frac{\sin tx \cdot \cos sy}{s} z - \tau_2 \frac{\cos tx \cdot \sin sy}{t} z \right] e^{-mz} dsdt.$$

2. DÉFLECTION VERTICALE A LA SURFACE D'UN MASSIF ISOTROPE SOUMIS A UNE CHARGE VERTICALE RECTANGULAIRE

2.1. Massif soumis à une charge verticale uniforme

Le déplacement vertical est donné par (13):

$$\begin{aligned}w &= \frac{1 + \mu}{E} \left[2(1 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \\ &= \frac{1 + \mu}{E} \left[2(1 - \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + 2(1 - \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + (1 - 2\mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right]\end{aligned}\quad (41)$$

Introduisant (14) dans (41), il vient:

$$w = \frac{1 + \mu}{E} \cos tx \cos sy [Bm^2 e^{-mz} + zDm^2 e^{-mz} + 2(1 - 2\mu)Dm e^{-mz}]$$

et par (19):

$$w = - \frac{1 + \mu}{E} \frac{\cos tx \cos sy}{m} [2(1 - \mu)e^{-mz} + mze^{-mz}]$$

d'où après transformation:

$$w = - \frac{4p}{\pi^2} \frac{1 + \mu}{E} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cos sy \sin ta \sin sb}{mts} [2(1 - \mu)e^{-mz} + mze^{-mz}] dsdt \quad (42)$$

relation qui en surface ($z = 0$) et dans l'axe ($x = 0, y = 0$) se réduit à:

$$w = - \frac{8p}{\pi^2} \frac{(1 - \mu^2)}{E} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{mts} dsdt. \quad (43)$$

La résolution de (43) nécessite le recours à quelques artifices.

Posons:

$$t = \rho \cos \theta$$

$$s = \rho \sin \theta$$

d'où:

$$m = \rho$$

$$dsdt = \rho d\rho d\theta$$

et:

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin ta \cdot \sin sb}{mts} dsdt = \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \frac{\sin(a\rho \cos \theta) \cdot \sin(b\rho \sin \theta)}{\rho^2 \sin \theta \cdot \cos \theta} \rho d\rho d\theta.$$

Posons:

$$\alpha = a \cos \theta$$

$$\beta = b \sin \theta$$

et remplaçons $\sin \alpha \rho$ par $\sqrt{\frac{\pi \alpha \rho}{2}} J_{1/2}(\alpha \rho)$.

Il vient, d'après Watson (1966, p. 405):

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha \rho \cdot \sin \beta \rho}{\rho^2} d\rho = \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \sqrt{\alpha \beta} \frac{J_{1/2}(\alpha \rho) J_{1/2}(\beta \rho)}{\rho} d\rho$$

$$= \frac{\pi}{2} \sqrt{\alpha \beta} \cdot \begin{cases} (\beta/\alpha)^{1/2} & \text{si } \beta < \alpha \\ (\alpha/\beta)^{1/2} & \text{si } \alpha < \beta \end{cases}$$

d'où:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha \rho \cdot \sin \beta \rho}{\rho^2} d\rho = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cdot \beta & \text{si } \beta < \alpha \\ \frac{\pi}{2} \cdot \alpha & \text{si } \alpha < \beta. \end{cases}$$

Il vient alors avec $\beta \leq \alpha$ équivalent à $\theta \leq \arctg a/b$:

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{\sin(a\rho \cos \theta) \sin(b\rho \sin \theta)}{\rho^2 \sin \theta \cos \theta} d\rho d\theta = \frac{\pi}{2} \int_0^{\arctg a/b} \frac{b \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta} d\theta + \frac{\pi}{2} \int_{\arctg a/b}^{\pi/2} \frac{a \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} d\theta$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(-b \ln \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \Big|_0^{\arctg a/b} + a \ln \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \Big|_{\arctg a/b}^{\pi/2} \right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} \left[a \ln \frac{a}{\sqrt{(a^2 + b^2)} + b} + b \ln \frac{b}{\sqrt{(a^2 + b^2)} + a} \right].$$

L'expression finale de la flèche devient:

$$w = \frac{4p}{\pi} \frac{(1 - \mu^2)}{E} \left[a \ln \frac{a}{\sqrt{(a^2 + b^2)} + b} + b \ln \frac{b}{\sqrt{(a^2 + b^2)} + a} \right]. \quad (44)$$

Dans le cas d'une semelle carrée ($a = b$), l'expression (44) se réduit à:

$$w = -\frac{8pa}{\pi} \frac{(1 - \mu^2)}{E} \ln(1 + \sqrt{2}).$$

La flèche sous une charge circulaire de rayon R est donnée par:

$$w = -2pR \frac{(1 - \mu^2)}{E}.$$

La flèche au centre d'une semelle carrée de côté 2a est donc identique à celle au centre d'une semelle circulaire de rayon:

$$R = \frac{4}{\pi} \ln(1 + \sqrt{2})a$$

$$= 1,12a.$$

2.2. Massif soumis à une charge transmise par un support rigide

Les développements qui précèdent se basent sur l'hypothèse que la contrainte verticale appliquée à la surface du massif est uniformément répartie. Physiquement cela revient à supposer que la semelle de fondation est infiniment souple. En mécanique des sols, où les semelles de fondation sont en général très, sinon extrêmement rigides, cette hypothèse est donc peu vraisemblable.

Le cas de la semelle infiniment rigide, c'est-à-dire non déformable, peut être traité par une expression appropriée du noyau dans l'intégrale de Fourier (18).

Les conditions aux limites en surface sont ici

$$\sigma_z = p(x, y) \text{ pour } x[-a, a], y[-b, b]$$

$$\sigma_z = 0 \text{ ailleurs}$$

$$\begin{aligned} w &= \text{Cte pour } x[-a, a], y[-b, b] \\ \tau_{xz} &= 0 \\ \tau_{yz} &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

Par analogie avec une charge circulaire rigide, Muki (1960), Dahan (1981), et avec une charge bidimensionnelle rigide, Van Cauwelaert (1983), on peut rencontrer ces conditions par la transformée intégrale:

$$\sigma_z = K \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \cos tx \cos sy J_0(at) J_0(bs) ds dt, \quad (48)$$

dans laquelle K est une constante dont la valeur dépend de la charge appliquée totale P.

On a, en surface, d'après Watson (1966, p. 405).

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{K}{\sqrt{(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)}} & \text{pour } \begin{cases} |x| < a \\ |y| < b \end{cases} \\ \infty & \text{pour } x = a \text{ et/ou } y = b \\ 0 & \text{pour } \begin{cases} |x| > a \\ |y| > b \end{cases} \end{cases}$$

La valeur de K s'obtient par:

$$P = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{K}{\sqrt{(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)}} dx dy = K\pi^2$$

$$\text{d'où: } K = \frac{P}{\pi^2}.$$

Il faudrait à ce stade et pour être complètement rigoureux, montrer que l'expression correspondante de la flèche en surface répond également aux conditions (47). Nous n'avons pu le faire par voie analytique: les intégrales concernées posent des problèmes de convergence à divers stades intermédiaires d'une complexité telle que les développements mathématiques correspondants en deviennent difficilement maîtrisables. Les résultats numériques que nous avons obtenus sont cependant, comme nous le montrerons plus loin, suffisamment cohérents pour que nous estimions pouvoir utiliser la transformée (48) sans démonstration supplémentaire, du moins, dans l'état actuel de la question.

Les expressions des paramètres B, D et F, sont, comme dans le cas précédent, données par (19).

L'expression de la contrainte verticale devient ainsi dans l'axe de la charge:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} J_0(at) J_0(bs) (1 + mz)e^{-mz} ds dt. \quad (49)$$

Cette relation n'est pas intégrable analytiquement par suite de la présence du facteur mz (Watson, 1966, p. 389).

Dans le cas d'un massif anisotrope à isotropie transverse, ce facteur disparaît. La relation correspondante de la contrainte verticale peut alors être obtenue sans problème analytique majeur; le cas isotrope en sera déduit par passage à la limite.

3. MASSIF SEMI-INFINI A ISOTROPIE TRANSVERSE

3.1. Equations différentielles des contraintes et des déplacements

Considérons un massif semi-infini caractérisé par les constantes élastiques suivantes:

E : module de Young dans le sens vertical.

E/n : module de Young dans le plan horizontal.

μ : coefficient de Poisson caractérisant une déformation dans le plan horizontal provoquée par une contrainte dans le sens vertical.

Par symétrie, le coefficient de Poisson caractérisant une déformation verticale provoquée par une contrainte dans le plan horizontal est égal à μ/n .

Dans le cas des matériaux granulaires et des sols il n'est guère possible de déterminer le coefficient de Poisson dans le plan horizontal ni le module de cisaillement dans un plan vertical (anisotrope).

On admettra dans ce qui suit, avec Barden (1963), Eftimie (1973) et Van Cauwelaert (1983),

$$\nu \text{ (coefficient de Poisson horizontal)} = \mu/n$$

$$G_{xz} \text{ (module de cisaillement vertical)} = E/(1 + n = 2\mu).$$

Dans un système de coordonnées cylindriques, les équations différentielles suivantes des contraintes sont solution des équations d'équilibre (Van Cauwelaert, 1983):

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu^2 - n) \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \mu(n + \mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \mu(n + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \mu(n + \mu) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(n + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + (\mu^2 - n) \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \mu(n + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + (\mu^2 - n) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right] \\ &- \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(n^2 + \mu n + n - \mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + (n^2 + \mu n + n - \mu^2) \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right. \\ &+ \left. (n^2 - \mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + (n^2 + \mu n + n - \mu^2) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right] \\ \tau_{\theta z} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(n - \mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + (n - \mu^2) \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \mu(n + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + (n - \mu^2) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right] \\ &- \frac{n + \mu}{1 + n + 2\mu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} \\ \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(n - \mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + (n - \mu^2) \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \mu(n + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + (n - \mu^2) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right] \\ &+ \frac{n + \mu}{1 + n + 2\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial z} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \left[-n(1 + \mu) \frac{\partial \phi}{\partial r} + n(1 + \mu) \frac{\phi}{r} \right] - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{n + \mu}{1 + n + 2\mu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \end{aligned} \tag{50}$$

Appliquant les transformations (7), (8) et (9) on obtient les équations des contraintes dans un système d'axes cartésiens:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(n + \mu) \nabla^2 \phi - n(1 + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \\ \sigma_y &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(n + \mu) \nabla^2 \phi - n(1 + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(n^2 + \mu n + n - \mu^2) \nabla^2 \phi - n(1 + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \\ \tau_{yz} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[(n - \mu^2) \nabla^2 \phi - n(1 + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] - \frac{n + \mu}{1 + n + 2\mu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \\ \tau_{xz} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[(n - \mu^2) \nabla^2 \phi - n(1 + \mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] + \frac{n + \mu}{1 + n + 2\mu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} \\ \tau_{xy} &= -n(1 + \mu) \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y \partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \tag{51}$$

Ces relations satisfont aux équations d'équilibre et de compatibilité si ϕ et ψ sont solution de:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{n^2 - \mu^2}{n - \mu^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) &= 0 \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{2(n + \mu)}{1 + n + 2\mu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= 0. \end{aligned} \tag{52}$$

Les équations des déplacements sont données par:

$$u = \int \epsilon_x dx = \frac{1}{E} \int (n\sigma_x - \mu\sigma_y - \mu\sigma_z) dx$$

$$\begin{aligned}
v &= \int \varepsilon_y dy = \frac{1}{E} \int (n\sigma_y - \mu\sigma_x - \mu\sigma_z) dy \\
w &= \int \varepsilon_z dz = \frac{1}{E} \int (\sigma_z - \mu\sigma_x - \mu\sigma_y) dz \\
u &= -\frac{n+\mu}{E} \left[n(1+\mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] \\
v &= -\frac{n+\mu}{E} \left[n(1+\mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \\
w &= \frac{1}{E} \left[(n-\mu^2)(1+n+2\mu) \nabla^2 \phi - n(1+\mu)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right].
\end{aligned} \tag{53}$$

Les expressions explicites de ϕ et de ψ sont de la même forme que celles données par les relations (15) et obtenues par résolution des équations de compatibilité (52). On a :

$$\begin{aligned}
\phi &= \cos tx \cos sy [Ae^{mz} - Be^{-mz} + Ce^{k_1 mz} - De^{-k_1 mz}] \\
\psi &= \sin tx \sin sy [Ee^{k_2 mz} - Fe^{-k_2 mz}]
\end{aligned} \tag{54}$$

où les indices d'anisotropie, k_1 et k_2 , sont respectivement égaux à :

$$k_1 = \sqrt{\frac{n-\mu^2}{n^2-\mu^2}} \quad k_2 = \sqrt{\frac{1+n+2\mu}{2(n+\mu)}}. \tag{55}$$

3.2. Contrainte verticale et flèche en surface dans le cas d'une charge rectangulaire uniformément répartie

Introduisant (54) dans (51) on obtient, compte tenu de $A = C = E = 0$,

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= -\cos tx \cos sy [n(1+\mu)m^3 B e^{-mz} + nk_1(n+\mu)m^3 D e^{-mk_1 z}] \\
\tau_{yz} &= -\cos tx \sin sy [n(1+\mu)m^2 s B e^{-mz} + nk_1^2(n+\mu)m^2 s D e^{-mk_1 z}] + \frac{n+\mu}{1+n+2\mu} k_2 m t F e^{-k_2 m z} \\
\tau_{xz} &= -\sin tx \cos sy \left[n(1+\mu)m^2 t B e^{-mz} + nk_1^2(n+\mu)m^2 t D e^{-mk_1 z} - \frac{n+\mu}{1+n+2\mu} k_2 m s F e^{-k_2 m z} \right]
\end{aligned} \tag{56}$$

Les conditions aux limites (17) s'écrivent :

$$\begin{aligned}
n(1+\mu)m^3 B + nk_1(n+\mu)m^3 D &= -1 \\
n(1+\mu)m^2 s B + nk_1^2(n+\mu)m^2 s D + \frac{n+\mu}{1+n+2\mu} k_2 m t F &= 0 \\
n(1+\mu)m^2 t B + nk_1^2(n+\mu)m^2 t D + \frac{n+\mu}{1+n+2\mu} k_2 m s F &= 0
\end{aligned} \tag{57}$$

d'où l'on tire :

$$\begin{aligned}
n(1+\mu)m^3 B &= \frac{-k_1}{k_1-1} \\
nk_1(n+\mu)m^3 D &= \frac{1}{k_1-1} \\
F &= 0
\end{aligned} \tag{58}$$

d'où enfin l'expression de la contrainte verticale :

$$\sigma_z = \cos tx \cos sy \frac{1}{(k_1-1)} [k_1 e^{-mz} - e^{-mk_1 z}]. \tag{59}$$

Appliquant la transformation (18) on a :

$$\sigma_z = \frac{4p}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cos sy \sin ta \sin sb}{ts} \frac{1}{(k_1-1)} (k_1 e^{mz} - e^{-mk_1 z}) ds dt$$

dont la solution dans l'axe de la charge ($x = 0, y = 0$) est donnée par (39) :

$$\sigma_z = \frac{2p}{\pi} \frac{1}{(k_1-1)} \left[k_1 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ab}{z(a^2 + b^2 + z^2)^{1/2}} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ab}{k_1 z(a^2 + b^2 + k_1^2 z^2)^{1/2}} \right] \tag{60}$$

Dans le cas d'une charge isolée on a par (29):

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{P}{2\pi} \int_0^\infty J_0[\rho(x^2 + y^2)^{1/2}] \frac{1}{(k_1 - 1)} [k_1 e^{-\rho z} - e^{-k_1 \rho z}] \rho d\rho \\ &= \frac{P}{2\pi} \frac{k_1 z}{(k_1 - 1)} \left[\frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{1}{(x^2 + y^2 + k_1^2 z^2)^{3/2}} \right] \end{aligned} \tag{61}$$

relation qui devient dans l'axe de la charge (x = 0, y = 0):

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \cdot \frac{k_1^2 + k_1 + 1}{k_1^2 z^2} \tag{62}$$

Pour k₁ = 1 et donc n = 1 (massif isotrope), (62) se transforme dans le résultat de Boussinesq:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2}$$

L'analyse de (62) montre le rôle que l'indice d'anisotropie k₁ peut jouer en tant que « facteur de concentration des contraintes » (Van Cauwelaert, 1980, 1983). En l'assimilant par exemple au facteur de concentration v des contraintes de Fröhlich (1934) on a par (62):

$$\frac{k_1^2 + k_1 + 1}{k_1^2} = v$$

On peut d'autre part montrer (van Cauwelaert 1982, 1983) qu'à la limite de rupture, l'indice d'anisotropie est, dans le cas d'un sol pulvérulent, égal au coefficient de poussée active des terres:

$$k_1 = K_A$$

On obtient l'expression explicite de la flèche verticale en surface (z = 0) en introduisant (54) et (58) dans (53):

$$w = - \frac{4p}{\pi^2 E} \frac{k_1(n - 1)}{(k_1 - 1)} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cos sy \sin ta \sin sb}{mts} ds dt$$

dont la solution dans l'axe de la charge (x = y = 0) est obtenue par application de (43) et (44):

$$w = - \frac{2p}{\pi E} \frac{k_1(n - 1)}{(k_1 - 1)} \left[a \ln \frac{a}{\sqrt{(a^2 + b^2)} + b} + b \ln \frac{b}{\sqrt{(a^2 + b^2)} + a} \right] \tag{63}$$

3.3. Contrainte verticale dans le cas d'une charge rectangulaire rigide

L'expression de la contrainte verticale dans l'axe de la charge est obtenue par application de (49) et (59):

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^2} \frac{1}{(k_1 - 1)} \int_0^\infty \int_0^\infty J_0(at) J_0(bs) [k_1 e^{-mz} - e^{-mk_1 z}] ds dt \tag{64}$$

Posons:

$$\begin{aligned} t &= \rho \cos \theta \\ s &= \rho \sin \theta \\ m &= \rho \\ ds dt &= \rho d\rho d\theta \end{aligned}$$

On a:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^2} \frac{1}{(k_1 - 1)} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty J_0(a\rho \cos \theta) J_0(b\rho \sin \theta) [k_1 e^{-\rho z} - e^{-k_1 \rho z}] \rho d\rho d\theta,$$

et avec: $\alpha = a \cos \theta$, $\beta = b \sin \theta$,

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^2} \frac{1}{(k_1 - 1)} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty J_0(\alpha\rho) \cdot J_0(\beta\rho) [k_1 e^{-\rho z} - e^{-k_1 \rho z}] \rho d\rho d\theta. \tag{65}$$

On a, d'après Watson (1966, p. 389):

$$\int_0^\infty e^{-\rho z} J_0(\alpha\rho) J_0(\beta\rho) \rho^{\mu-1} d\rho = \frac{\Gamma(\mu)}{\pi z^\mu} \int_0^\pi F\left(\frac{\mu}{2}, \frac{\mu + 1}{2}; 1; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) d\phi \tag{66}$$

où:

$$\omega^2 = z^2 + \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \cos \phi.$$

La série hypergéométrique dans (66) se réduit à une forme élémentaire pour $\mu = 1$ ou $\mu = 2$ puisque (Wayland, 1970):

$$F(a, c; c; z) = (1 - z)^{-a}.$$

Dans le cas de (65), $\mu = 2$. Dans le cas isotrope exprimé par (49) on a par contre $\mu = 2$ et $\mu = 3$ ce qui nécessite le détour par la théorie anisotrope. Posant $\mu = 2$, (65) devient:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi^3} \frac{k_1 z}{(k_1 - 1)} \int_0^{\pi/2} \int_0^\pi \left[\frac{1}{(z^2 + \omega^2)^{3/2}} - \frac{1}{(k_1 z^2 + \omega^2)^{3/2}} \right] d\phi d\theta \quad (67)$$

et passant à la limite ($k_1 = 1$), on obtient pour un massif isotrope:

$$\sigma_z = \frac{3P}{\pi^3} z^3 \int_0^{\pi/2} \int_0^\pi \frac{1}{(z^2 + \omega^2)^{5/2}} d\phi d\theta. \quad (68)$$

Les relations (67) et (68) peuvent facilement être intégrées numériquement.

Égalant d'autre part (68) à (49) on en déduit que:

$$F\left(\frac{3}{2}, 2; 1; -\frac{\omega^2}{z^2}\right) = \frac{1 - \omega^2/2z^2}{(1 + \omega^2/z^2)^{5/2}}.$$

Il est intéressant de comparer la relation (67) avec celle donnant la contrainte verticale sous une charge isolée en coordonnées cartésiennes (61):

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \frac{k_1 z}{(k_1 - 1)} \left[\frac{1}{(z^2 + x^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{1}{(k_1^2 z^2 + x^2 + y^2)^{3/2}} \right]$$

ou en coordonnées cylindriques (Van Cauwelaert, 1980):

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \frac{k_1 z}{(k_1 - 1)} \left[\frac{1}{(z^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{1}{(k_1^2 z^2 + r^2)^{3/2}} \right].$$

On trouvera au tableau I une série de valeurs de σ_z pour différentes valeurs de z/a , b/a et k_1 .

Les contraintes sont exprimées en fonction de $p = P/4ab$.

Rappelons qu'en surface la contrainte verticale dans l'axe de la charge est égale à $4p/\pi^2 = 0,405 p$.

3.4. Flèche en surface sous une charge rectangulaire rigide

L'expression de la flèche en surface est obtenue à partir de (53) à laquelle on applique la transformation donnée par (48):

$$w = \frac{P}{\pi^2} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos tx \cos sy J_0(at) J_0(bs)}{m} ds dt. \quad (69)$$

L'élimination du facteur m dans le dénominateur s'obtient en effectuant la transformation déjà utilisée $t = \rho \cos \theta$, $s = \rho \sin \theta$ et donc:

$$w = \frac{P}{\pi^2} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \cos(\rho x \cos \theta) \cos(\rho y \sin \theta) J_0(\rho a \cos \theta) J_0(\rho b \sin \theta) d\rho d\theta. \quad (70)$$

Dans l'axe de la charge ($x = y = 0$) la relation (70) se simplifie:

$$w = \frac{P}{\pi^2} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty J_0(\rho a \cos \theta) J_0(\rho b \sin \theta) d\rho d\theta. \quad (71)$$

La solution générale de cette intégrale a été établie par Gegenbauer (Watson, 1966, p. 407)*:

* Notons que la solution générale publiée par Watson contient une erreur. Le facteur précédant la série F n'est pas:

$$\frac{(ab)^\nu \Gamma(\nu - \lambda/2 + 1/2)}{2^\lambda (a^2 + b^2)^\nu - \lambda/2 + 1/2 \Gamma(\nu + 1)}$$

mais bien:

$$\frac{(ab)^\nu \Gamma(\nu - \lambda/2 + 1/2)}{2^\lambda (a^2 + b^2)^\nu - \lambda/2 + 1/2 \Gamma(\nu + 1/2)}$$

Contraintes verticales dans l'axe d'une semelle rectangulaire

	b/a	0,2	0,2	0,5	0,5	1,0	1,0
		Rigide	Souple	Rigide	Souple	Rigide	Souple
K ₁ = 0,3 γ = 15,4	0,5	0,408	0,738	0,445	0,945	0,430	0,984
	1,0	0,304	0,471	0,448	0,789	0,463	0,914
	1,5	0,230	0,325	0,408	0,629	0,467	0,808
	2,0	0,180	0,238	0,355	0,499	0,446	0,690
	2,5	0,144	0,181	0,303	0,398	0,412	0,594
	3,0	0,118	0,142	0,256	0,322	0,373	0,505
	3,5	0,097	0,113	0,219	0,263	0,333	0,430
	4,0	0,081	0,093	0,187	0,218	0,297	0,368
	4,5	0,069	0,077	0,161	0,183	0,263	0,317
	5,0	0,059	0,065	0,139	0,155	0,234	0,274
K ₁ = 0,5 γ = 7,0	0,5	0,369	0,613	0,459	0,902	0,445	0,971
	1,0	0,241	0,343	0,429	0,667	0,479	0,847
	1,5	0,170	0,218	0,351	0,473	0,456	0,685
	2,0	0,125	0,149	0,275	0,340	0,399	0,538
	2,5	0,094	0,107	0,215	0,252	0,337	0,422
	3,0	0,072	0,080	0,170	0,191	0,281	0,334
	3,5	0,057	0,062	0,136	0,149	0,234	0,269
	4,0	0,046	0,049	0,111	0,119	0,196	0,219
	4,5	0,038	0,040	0,091	0,097	0,165	0,181
	5,0	0,032	0,033	0,076	0,080	0,141	0,152
K ₁ = 0,7 γ = 4,5	0,5	0,335	0,531	0,464	0,859	0,456	0,955
	1,0	0,205	0,275	0,400	0,575	0,481	0,784
	1,5	0,137	0,166	0,300	0,377	0,426	0,587
	2,0	0,096	0,109	0,220	0,256	0,347	0,432
	2,5	0,069	0,076	0,164	0,182	0,275	0,322
	3,0	0,052	0,055	0,124	0,134	0,218	0,246
	3,5	0,040	0,042	0,097	0,103	0,175	0,192
	4,0	0,032	0,033	0,077	0,081	0,143	0,153
	4,5	0,026	0,026	0,063	0,065	0,118	0,125
	5,0	0,021	0,022	0,052	0,053	0,098	0,103
K ₁ = 0,9 γ = 3,4	0,5	0,309	0,475	0,464	0,818	0,466	0,938
	1,0	0,181	0,234	0,372	0,508	0,473	0,726
	1,5	0,116	0,136	0,262	0,315	0,393	0,514
	2,0	0,078	0,087	0,184	0,207	0,303	0,362
	2,5	0,055	0,059	0,133	0,144	0,232	0,262
	3,0	0,041	0,043	0,099	0,105	0,179	0,196
	3,5	0,031	0,032	0,076	0,079	0,141	0,151
	4,0	0,024	0,025	0,060	0,062	0,113	0,119
	4,5	0,020	0,020	0,048	0,050	0,092	0,096
	5,0	0,016	0,016	0,040	0,041	0,077	0,079
K ₁ = 1,0 γ = 3,0	0,5	0,299	0,454	0,463	0,800	0,469	0,930
	1,0	0,172	0,219	0,359	0,481	0,467	0,701
	1,5	0,109	0,125	0,247	0,293	0,378	0,484
	2,0	0,072	0,079	0,171	0,190	0,286	0,336
	2,5	0,051	0,054	0,122	0,131	0,215	0,241
	3,0	0,037	0,039	0,090	0,095	0,165	0,179
	3,5	0,028	0,029	0,069	0,072	0,129	0,137
	4,0	0,022	0,023	0,054	0,056	0,103	0,108
	4,5	0,018	0,018	0,044	0,045	0,084	0,087
	5,0	0,015	0,015	0,036	0,037	0,069	0,072

$$k_1 = \sqrt{\frac{n - \mu^2}{n^2 - \mu^2}} v = \frac{k_1^2 + k_1 + 1}{k_1^2}, n = \frac{E_v}{E_h}$$

En regard des contraintes verticales dans l'axe d'une semelle rigide on trouvera les contraintes correspondantes dans l'axe d'une semelle souple obtenues par (38) pour un massif isotrope et par (60) pour un massif anisotrope.

On constate qu'à partir d'une profondeur de l'ordre de 5a les contraintes deviennent indépendantes du mode d'application de la charge (principe de Saint-Venant).

L'intérêt pratique des résultats du tableau réside dans le fait qu'ils permettent de calculer facilement les tassements. Puisque ceux-ci sont uniformes sous la semelle rigide, leur détermination peut être faite en n'importe quel endroit sous la semelle et donc en particulier dans l'axe. Ceci permet d'éviter d'avoir recours à des techniques plus compliquées telle la méthode graphique de Newmark (1947).

Le tableau renseigne également la valeur du facteur v de Fröhlich déterminée en fonction du degré d'anisotropie par $v = (k_1^2 + k_1 + 1)/k_1^2$ de manière à en faciliter l'usage au lecteur plus familiarisé au formalisme du Fröhlich.

$$\int_0^{\infty} J_0(pa \cos \theta) J_0(pb \sin \theta) dp = \frac{1}{a(\cos^2 \theta + b^2/a^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \cdot F\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; \frac{4b^2/a^2 \cdot \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(\cos^2 \theta + b^2/a^2 \sin^2 \theta)^2}\right]. \quad (72)$$

Cette intégrale ne converge pas pour $a \cos \theta = b \sin \theta$, c'est-à-dire pour $\theta = \arctg(a/b)$ ce qui empêche d'intégrer (71) par voie numérique. Lorsque $a = b$, cas de la semelle carrée, la solution peut toutefois être trouvée par voie analytique. Ceci explique aussi les raisons pour lesquelles nous n'avons pu résoudre le cas général comme nous l'avons signalé au § 2.2. Lorsque $a = b$, on a :

$$\int_0^{\infty} J_0(pa \cos \theta) J_0(pa \sin \theta) dp = \frac{1}{a} F\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; \sin^2 2\theta\right],$$

et (71) devient :

$$w = \frac{P}{\pi^2} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \frac{1}{a} \int_0^{\pi/2} F\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; \sin^2 2\theta\right] d\theta.$$

Posant $\omega = 2\theta$, il vient :

$$\begin{aligned} w &= \frac{P}{\pi^2} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \frac{1}{a} \int_0^{\pi/2} \left[1 + \frac{1}{1.1} \cdot \frac{3}{4} \sin^2 \omega + \frac{1}{1.2.1.2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{4} \sin^4 \omega + \dots \right] d\omega \\ &= \frac{P}{\pi^2} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \frac{1}{a} \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{1}{1.1} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{1.2.1.2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \dots \right] \end{aligned}$$

La série entre crochets converge cette fois et tend approximativement vers 1,3, d'où :

$$w = \frac{0,65 P}{\pi} \frac{k_1(n-1)}{E(k_1-1)} \frac{1}{a}. \quad (73)$$

Dans le cas d'un massif isotrope, il vient :

$$w = - \frac{1,3 P}{\pi} \frac{(1-\mu^2)}{E} \frac{1}{a}. \quad (74)$$

Comparant (73) à (63) on trouve que le rapport des flèches dans le cas de semelles carrées est égal à :

$$\frac{w_{rigide}}{w_{souple}} = - \frac{0,65}{\pi} \times \frac{\pi}{\ln \frac{1}{1+\sqrt{2}}} = 0,74$$

et qu'il est indépendant du degré d'anisotropie du sol.

Dans le cas de semelles circulaires on trouve (Zimpfer, 1961), (Van Cauwelaert, 1983) :

$$\frac{w_{rigide}}{w_{souple}} = 0,79 \quad (\pi/4).$$

La contrainte verticale dans l'axe d'une semelle carrée rigide est égale à $4/\pi^2$ fois la contrainte uniforme sous une semelle souple. Elle est donc plus faible que celle dans l'axe d'une semelle circulaire rigide égale à 0,5 fois la contrainte uniforme.

Il est dès lors logique que le rapport des flèches dans le cas de semelles carrées soit également plus faible que dans le cas de semelles circulaires. Cette conclusion nous rassure quant à la valeur du choix de la transformée intégrale (48) pour exprimer les conditions aux limites sous semelle rectangulaire rigide.

4. CONCLUSION

L'intérêt des solutions proposées ici est double.

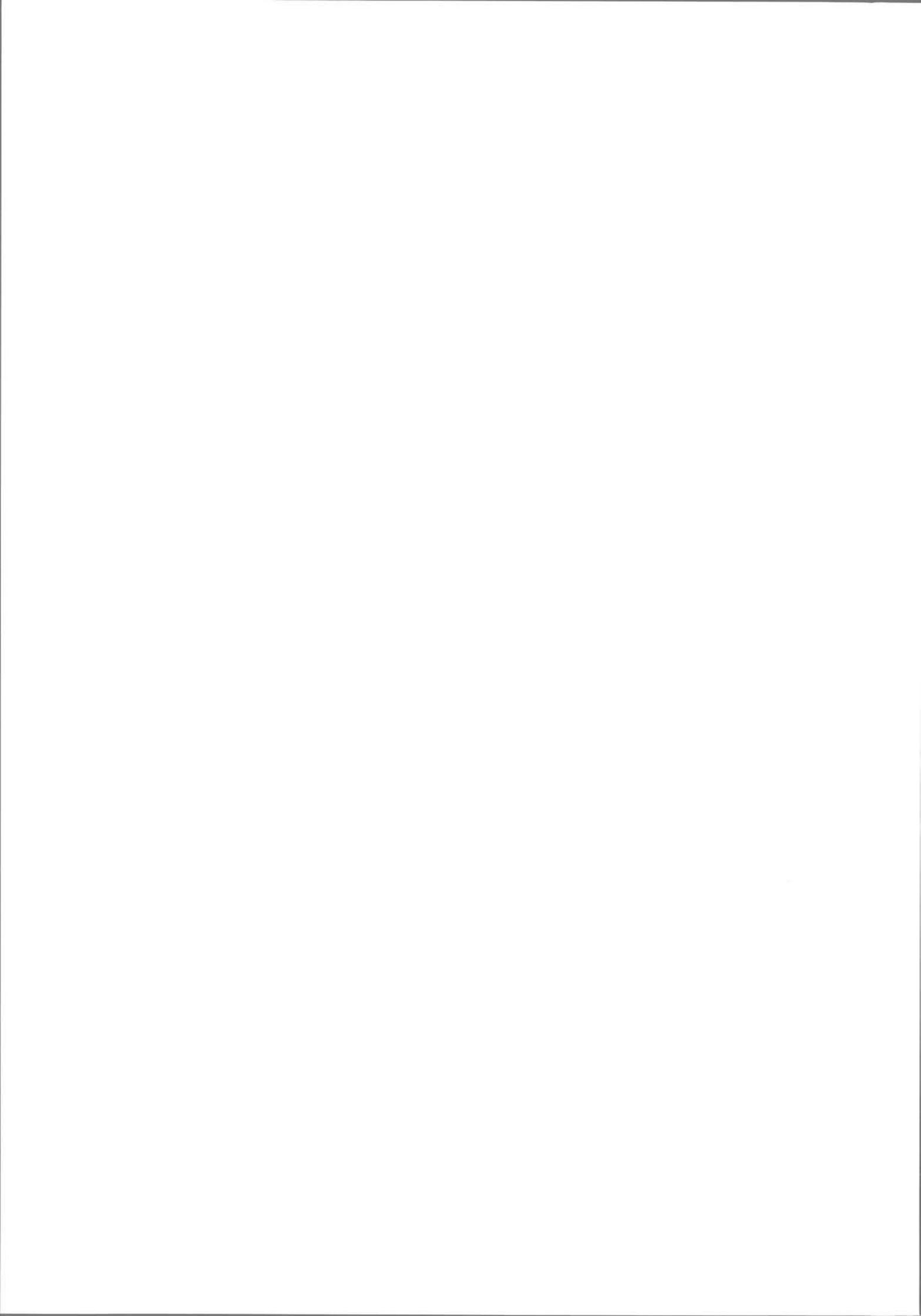
D'une part les valeurs renseignées au tableau permettent le calcul rapide des tassements sous semelle rigide rectangulaire.

Mais les solutions obtenues par application des transformées intégrales permettent d'autre part et surtout leur utilisation dans le cas de massifs stratifiés et de présenter donc des solutions directement utilisables dans la pratique sous forme d'une série d'abaques.

C'est à quoi nous comptons nous attacher dans un article prochain.

BIBLIOGRAPHIE

- BARDEN (1963). — *Stresses and Displacements in a Cross-Anisotropic Soil*. — Geotechnique n° 13, pp. 198-210. London.
- BOUSSINESQ (1885). — *Application des potentiels à l'Etude de l'Equilibre et du Mouvement des Solides Elastiques*. — Gauthier-Villars. Paris.
- BURMISTER (1943). — *The Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems*. — Proc. Highway Research Board. 23 rd Meeting. Washington.
- DAHAN (1979). — *Poinçons axisymétriques rigides sur un massif élastique semi-infini transversalement isotrope*. — Journal de Mécanique Appliquée, 3, 373-386.
- EFTIMIE (1973). — *Starea de tensiune in terenurile anizotrofe de fundatie*. — Buletinul Institutului Politehnic di Tasi. Tome XIX, fasc. 1-2.
- FLORIN (1959). — *Fundamentals of Soil Mechanics*. — Gosstroizdat. Moscou.
- FROHLICH (1934). — *Druckverteilung in Baugrunde*. — Springer Verlag. Wien.
- LOVE (1927). — *Mathematical Theory of Elasticity*. — Cambridge University Press. New York.
- MUKI (1960). — *Asymetric problems of the theory of elasticity for a semi-infinite solid and a thick plate*. — Progress in Solid Mechanics. Edited by Sneddon and Hill. North Holland Publishing Company. Amsterdam.
- NEWMARK (1947). — *Influence charts for the Computation of Vertical Displacements in Elastic Foundations*. — University of Illinois. Bulletin n° 45.
- SPIEGEL (1971). — *Advanced Mathematics for Engineers and Scientists*. — Schaum's outline series. Mc Graw Hill Book Company. New York.
- VAN CAUWELAERT (1980). — *Contraintes et déplacements dans un massif semi-infini anisotrope à plan isotrope*. — Annales des Travaux Publics de Belgique n° 2. Bruxelles.
- VAN CAUWELAERT, CERISIER (1982). — *Bearing capacity considered as a geotechnical concept*. — Proc. of the Int. Symp. on Bearing Capacity of roads and airfields. Trondheim (Norvège).
- VAN CAUWELAERT (1983). — *L'élasticité anisotrope appliquée à la mécanique des milieux granulaires et des roches*. — Thèse de Doctorat E.P.F.L. Lausanne.
- WATSON (1966). — *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*. — Cambridge University Press. Cambridge.
- WAYLAND (1970). — *Complex variables applied in Science and Engineering*. — Van Nostrand Reinhold Company. New York.
- ZIMPFER (1961). — *Plate Bearing Tests and Flexible Pavement Design in Florida*. — University of Florida.



étude expérimentale de la sollicitation exercée par le sol sur les ouvrages de soutènement souples

P. SCHMITT

Ingénieur chef de projet — Service Technique et Développement
Soletanche-entreprise*

INTRODUCTION

L'Ingénieur confronté au calcul d'un ouvrage de soutènement souple (rideau de palplanches ou paroi en béton armé, moulée ou préfabriquée) doit, en premier lieu, définir les efforts exercés par le terrain sur l'écran.

Or, ceux-ci dépendent non seulement du sol mais encore, dans une large mesure, des dimensions de l'ouvrage et des possibilités qu'il a de se déplacer. Les méthodes classiques s'affranchissent de cette difficulté en supposant les déplacements suffisamment importants pour que les massifs de sol entourant l'écran atteignent l'état d'équilibre-limite. Des méthodes plus récentes (méthode dite «élastoplastique» ou méthode des éléments finis) tiennent compte d'un comportement élastique du sol pour de plus faibles déplacements; elles sont donc plus générales, mais nécessitent la connaissance d'un plus grand nombre de paramètres.

En particulier la méthode «élastoplastique», fort répandue en pratique, repose sur la notion de «coefficient de réaction élastique» du sol, paramètre de nature empirique dont la détermination n'est donc possible qu'à partir d'un large support expérimental.

Il nous a semblé intéressant, dans cette optique, de regrouper un ensemble de résultats expérimentaux récents, obtenus sur des sites divers, permettant de mieux approcher le comportement réel de l'interface terrain-écran.

(*) 6, rue de Watford — 92000 Nanterre.

1. RAPPEL DE QUELQUES RÉSULTATS CLASSIQUES

La sollicitation exercée par le sol sur les ouvrages de soutènement est classiquement définie par le diagramme de la figure n° 1 déduit des expériences de Terzaghi et Rowe, citées par Caquot et Kérisel (réf. 4), et consistant à déplacer des écrans rigides dans des sols homogènes.

Ce diagramme montre:

— que la poussée minimale, ou poussée limite, est atteinte pour de très faibles déplacements (quelques ‰ de la hauteur de l'écran), ce qui tend à justifier les méthodes de calcul classiques;

— que la butée maximale, ou butée limite, n'est atteinte, au contraire, que pour de grands déplacements (quelques % de la hauteur de l'écran) généralement incompatibles avec la rigidité du butonnage ou la précontrainte exercée par les tirants.

La sollicitation exercée par le sol sur l'écran se décompose donc schématiquement en poussée limite, calculable à partir des théories classiques, et «butée élastique».

En pratique on substitue au diagramme de la figure n° 1 celui de la figure n° 2, dans lequel le comportement élastique du sol est entièrement linéarisé.

Cette schématisation permet de caractériser le comportement élastique du terrain par un paramètre unique k , appelé «coefficient de réaction» et défini comme étant

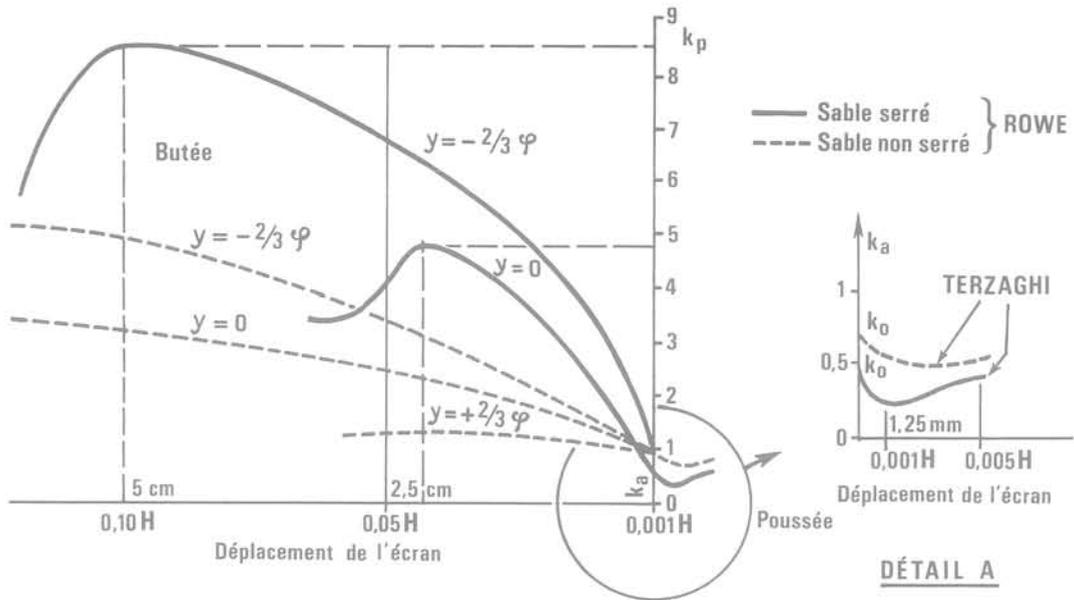


Fig. 1. — Sollicitation exercée par le sol sur un écran vertical rigide de hauteur H.

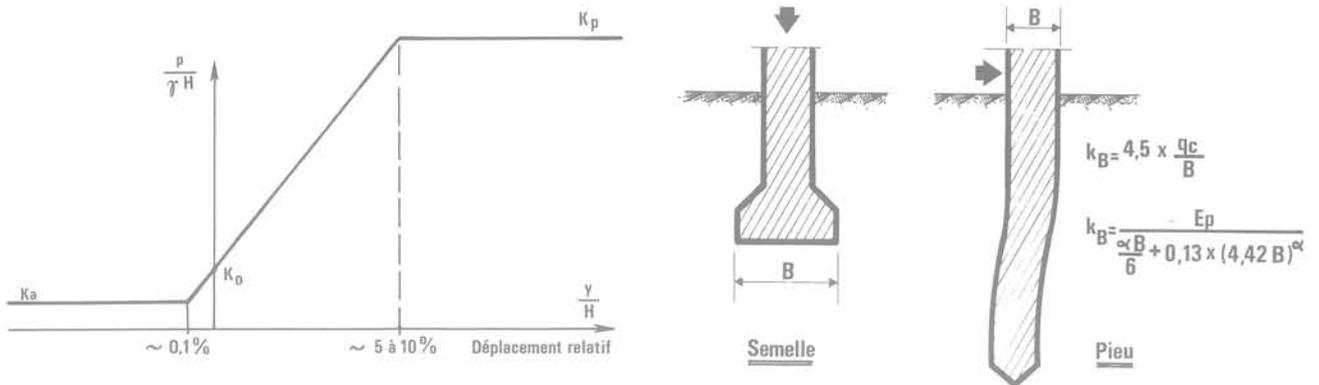


Fig. 2. — Schéma habituellement adopté pour le calcul élastoplastique.

le rapport, supposé constant, de la variation de pression au déplacement associé en tout point de l'interface sol-structure. Il s'agit en fait d'un artifice de calcul sans grand fondement théorique, le coefficient k ayant notamment la prétention de représenter, à lui seul, les coefficients d'élasticité du sol ainsi que l'ensemble des conditions aux limites.

Les méthodes traditionnelles d'évaluation du coefficient de réaction sont les suivantes :

- Utilisation des ordres de grandeur recommandés par Terzaghi (réf. 3 et 13).
- Utilisation de la formule de Ménard et Bourdon (réf. 10), qui proposent d'évaluer le coefficient de réaction k_D du sol en butée contre la fiche d'un rideau en supposant l'existence d'un centre de rotation situé à la profondeur $D = 2/3 \times H$, comme indiqué sur la figure n° 3, et en écrivant :

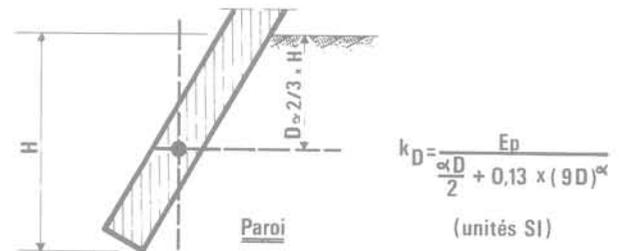


Fig. 3. — Expressions du coefficient de réaction.

$$k_D = \frac{E_p}{\alpha D + 0,13 \times (9D)^\alpha} \quad (1)$$

E_p étant le module pressiométrique et α le « coefficient de structure » du sol.

Pour ce qui concerne la réaction élastique du sol en contre-butée, Terzaghi et Ménard (réf. 10 et 13)

indiquent tous deux des valeurs sensiblement plus importantes qu'en butée.

Des formules analogues ont par ailleurs été proposées pour traiter le problème des fondations telles que semelles filantes ou pieux sollicités horizontalement :

$$k_B = \frac{E_p}{\frac{\alpha B}{6} + 0.13 \times (4.42B)^\alpha} \quad (2)$$

formule proposée par Ménard (réf. 11),

B étant la largeur de la fondation, comme indiqué sur la fig. n° 3,

$$k_B = \frac{4.5 \times q_c}{B} \quad (3)$$

formule proposée par Lacroix, (réf. 8),

q_c étant la résistance de pointe mesurée au pénétromètre statique.

On constate que ces différentes formules font systématiquement intervenir un ou deux paramètres caractérisant la compressibilité du sol et un paramètre représentant la dimension de l'aire comprimée.

2. PRINCIPE DE L'ÉTUDE

Compte tenu du caractère extrêmement empirique des méthodes évoquées ci-dessus, leur application aux ouvrages de soutènement souples de grandes dimensions mérite, chaque fois que cela est possible, qu'il soit procédé à des vérifications expérimentales sur ouvrages réels, même si les mesures effectuées sur chantier, dans des conditions souvent rudimentaires, ne permettent d'obtenir que des ordres de grandeur.

Nous avons, dans cette optique, envisagé deux approches successives :

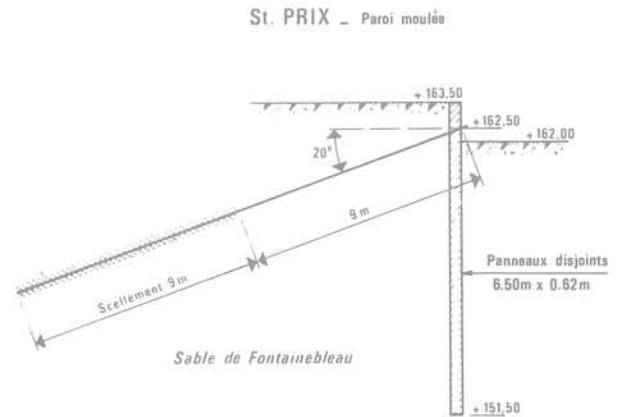
— une première approche, que l'on peut qualifier de « locale », consiste à tirer parti d'un essai couramment pratiqué sur les chantiers, qui est l'essai de mise en tension des tirants forés précontraints par la méthode du cycle. Cet essai consiste à mesurer, au moyen d'un comparateur lié à une base fixe, l'allongement puis le raccourcissement du tirant au cours d'un cycle de chargement, exercé au moyen d'un vérin prenant appui sur la paroi ou le rideau. Chaque mise en tension constitue donc un véritable essai de plaque sur l'ouvrage lui-même ; il suffit dès lors de mesurer également le déplacement horizontal de la paroi au cours du cycle de chargement pour obtenir une courbe expérimentale caractérisant le comportement local de l'ouvrage.

— une seconde approche, plus « globale », consiste à mesurer, au moyen de tubes inclinométriques et de relevés topographiques, la déformation de l'ouvrage sur toute la hauteur au cours des différentes phases de travaux.

Ces deux approches complémentaires permettent de caractériser in situ la compressibilité du terrain.

3. APPROCHE « LOCALE »

On trouvera sur les figures n° 4 à 7 quelques exemples de courbes effort-déplacement obtenues sur différents chantiers lors des cycles de mise en tension, intégrant systématiquement un ou plusieurs paliers de fluage.



St. PRIX - DEPLACEMENT DE LA PAROI
Essai du 16-12-75 . Tirant 6 B

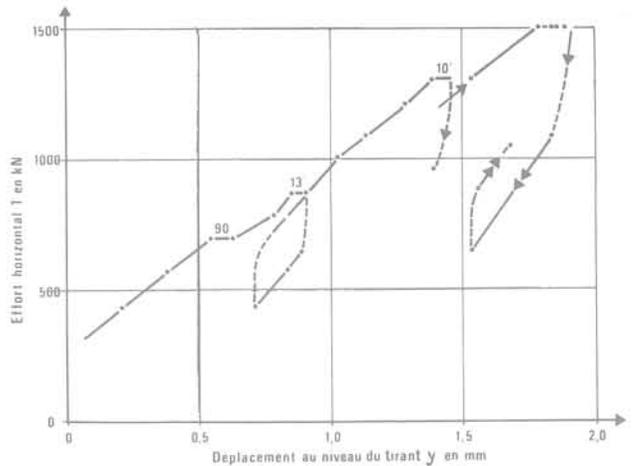


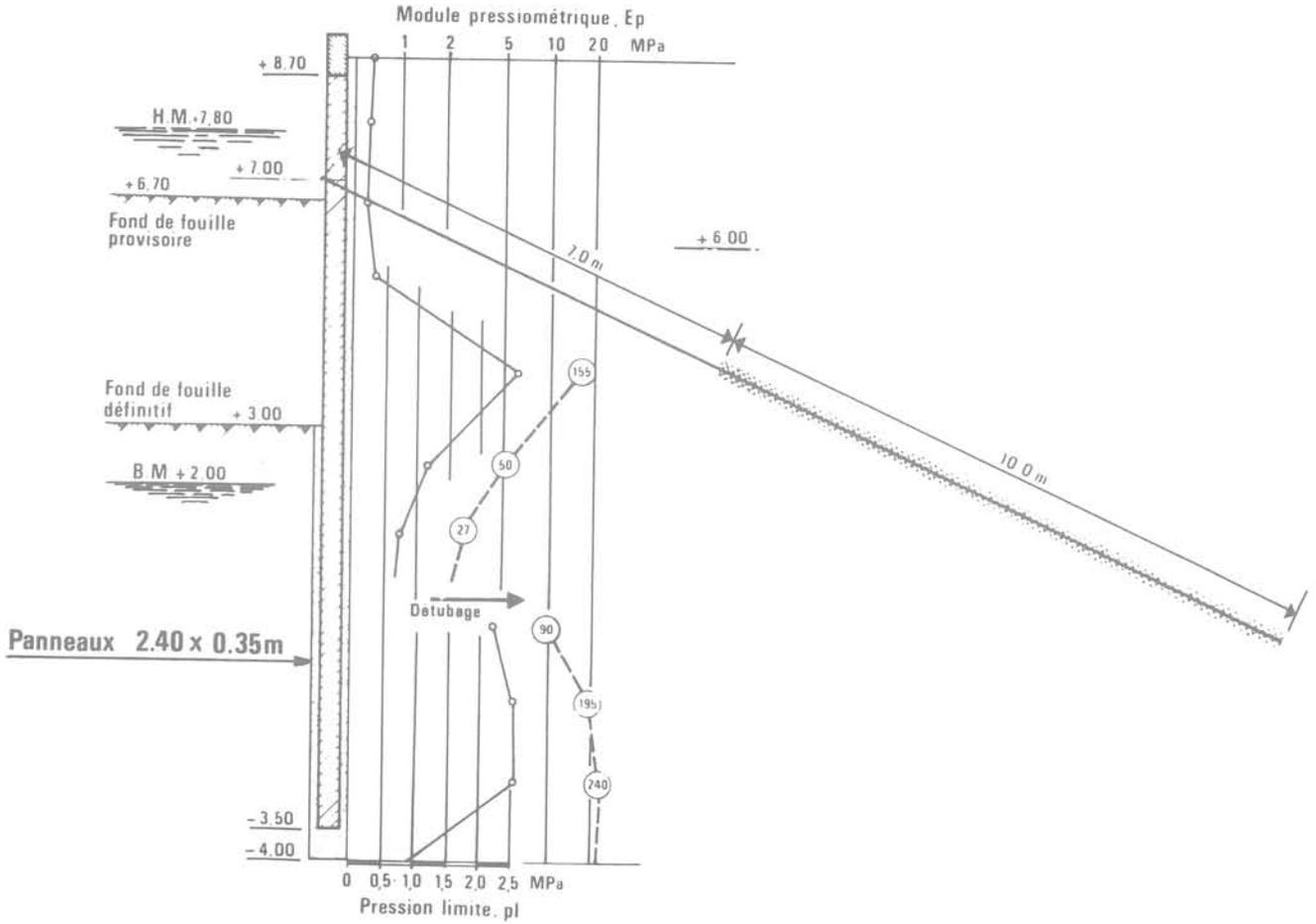
Fig. 4. — St-Prix — Essai de chargement horizontal.

Le comportement observé n'est généralement ni parfaitement élastique (le déplacement résiduel pouvant atteindre le tiers du déplacement total) ni parfaitement linéaire (surtout dans le domaine des déplacements inférieurs au mm). Ces observations semblent donc confirmer l'hypothèse d'un module supérieur pour les « micro-déformations du sol », comme indiqué par Terzaghi et Ménard (réf. 9 et 13).

Il est possible, en utilisant la théorie des poutres sur appuis élastiques infiniment rapprochés (réf. 5 et

MUR DE QUAI - DEAUVILLE

Paroi préfabriquée



DEAUVILLE

Déplacements au niveau du tirant

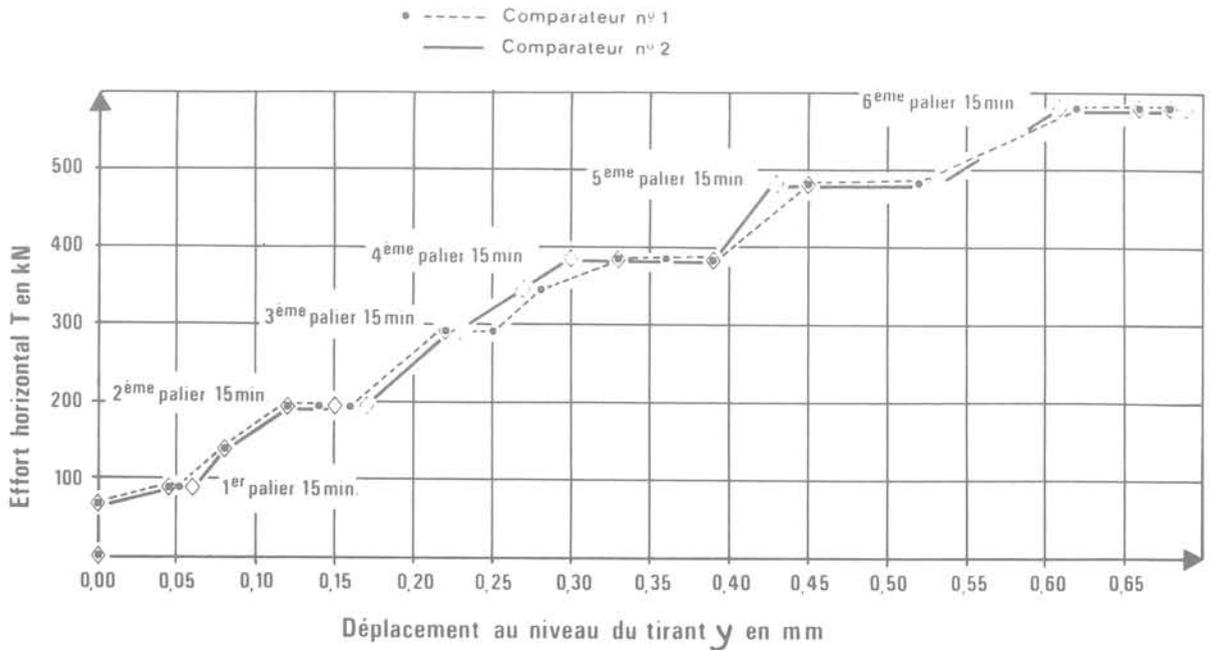
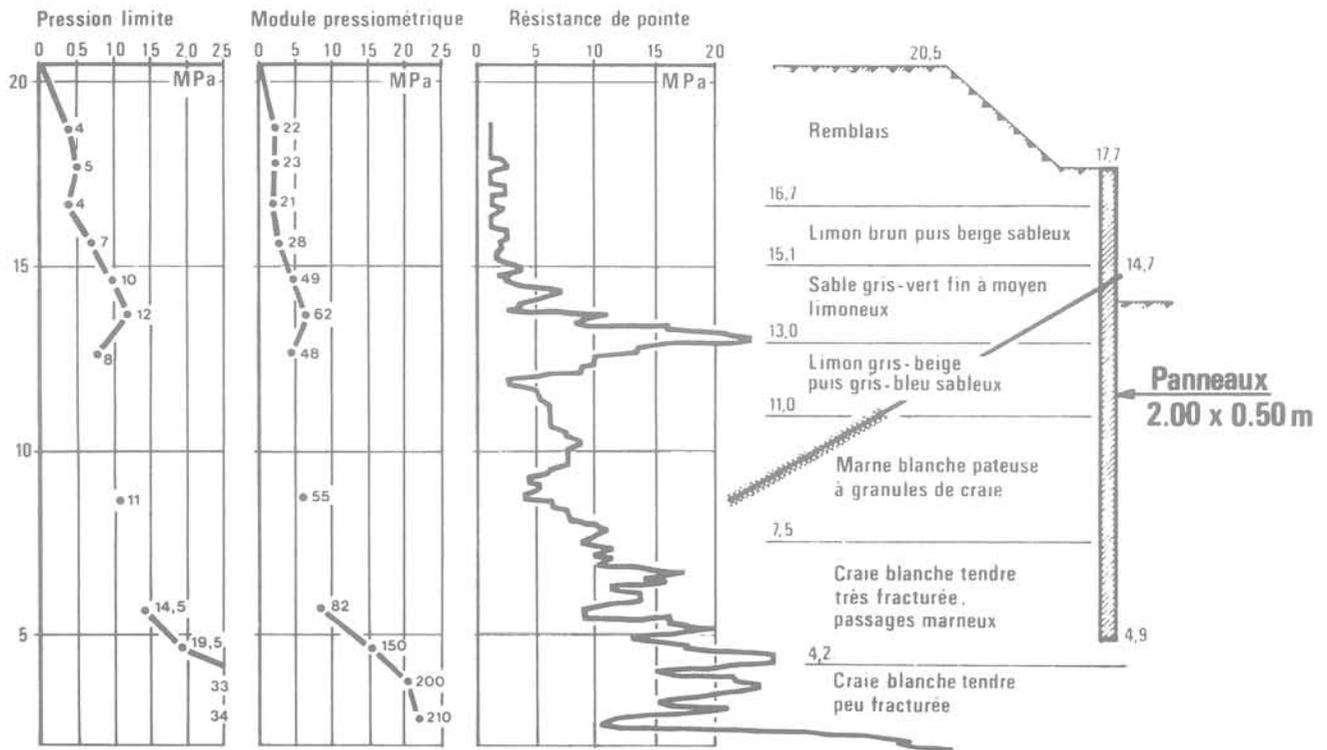


Fig. 5. — Deauville — Essai de chargement horizontal.

Méto de Lille - Paroi Préfabriquée



LILLE . DEPLACEMENT DE LA PAROI

ESSAI DU 7.11.79

TIRANT 112

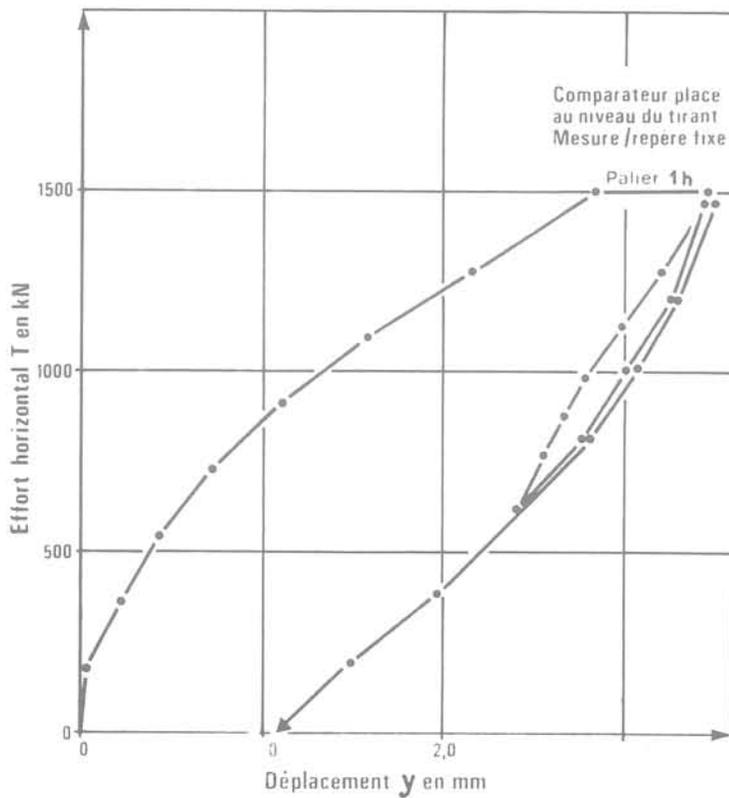
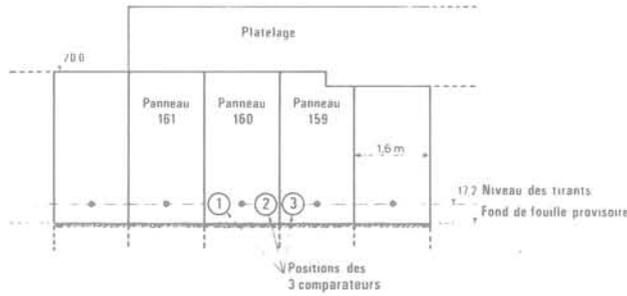


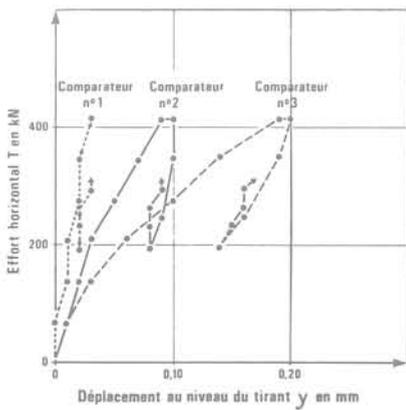
Fig. 6. — Lille — Essai de chargement horizontal.

- METRO DE LILLE - PAROI PREFABRIQUEE -

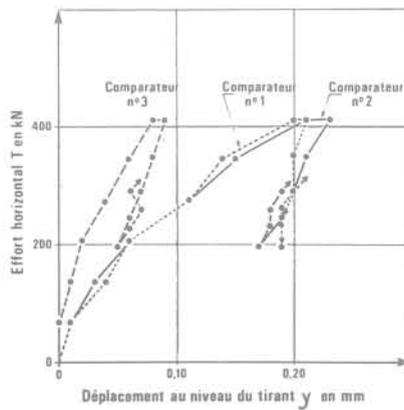
Dispositif de mesures



LILLE .DEPLACEMENT DE LA PAROI
ESSAI DU 18 10 79
MISE EN TENSION DU TIRANT 159a



LILLE .DEPLACEMENT DE LA PAROI
ESSAI DU 18 10 79
MISE EN TENSION DU TIRANT 160a



LILLE .DEPLACEMENT DE LA PAROI
ESSAI DU 18 10 79
MISE EN TENSION DU TIRANT 161a

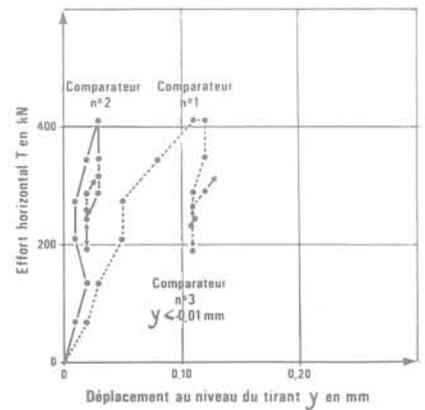


Fig. 7. — Lille — Essai de chargement horizontal.

fig. n° 8) de comparer l'ordre de grandeur du déplacement expérimental avec le déplacement théorique obtenu par résolution de l'équation classique :

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + k_B y = 0 \quad (4)$$

où EI est le produit d'inertie de 1 ml de soutènement et y le déplacement de la paroi à la profondeur z .

On obtient ainsi :

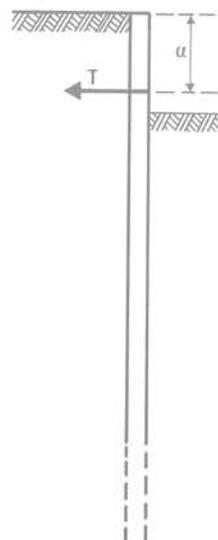
— sans appui en tête :

$$\frac{y}{T} = \frac{\gamma}{2k_B \times B} \times [1 + e^{-2\gamma\alpha} \times (2 + \cos 2\gamma\alpha - \sin 2\gamma\alpha)] \quad (5)$$

$$\text{avec } \gamma = \sqrt[4]{\frac{k_B}{4EI}}$$

T étant la composante horizontale de l'effort exercée par le vérin à la profondeur α . Cet effort est diffusé horizontalement sur une largeur B supposée égale à la largeur du panneau sollicité.

Sollicitation



Réaction du sol

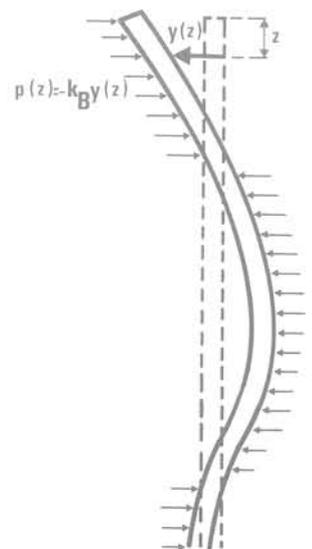


Fig. 8. — Paroi considérée comme une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés.

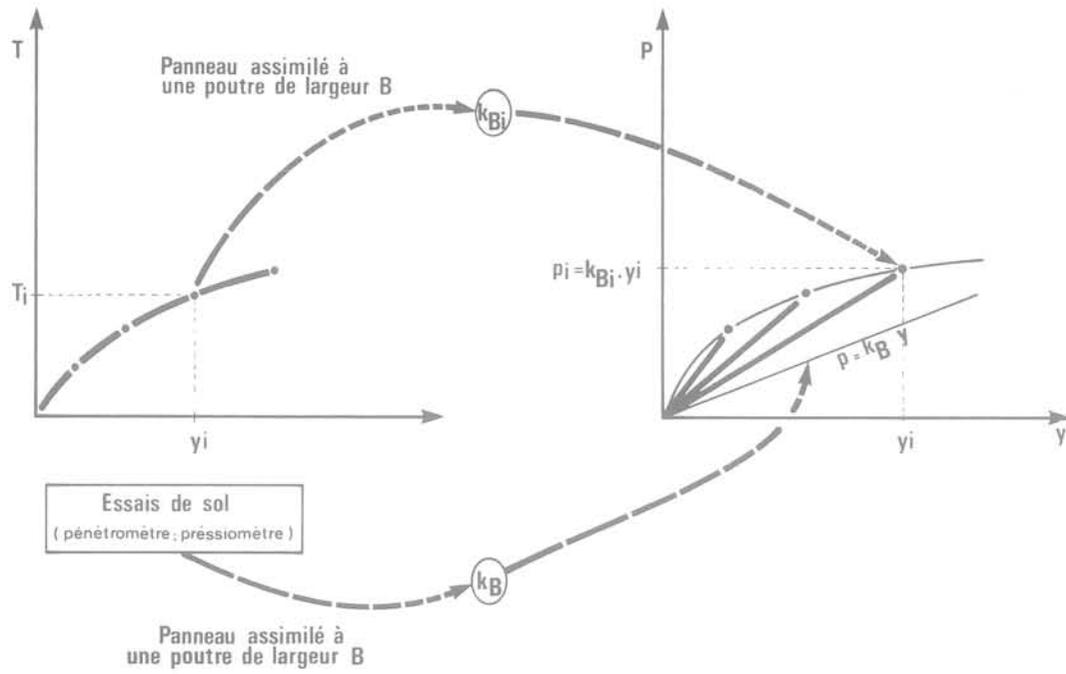


Fig. 9. — Approche « locale » : principe de l'interprétation.

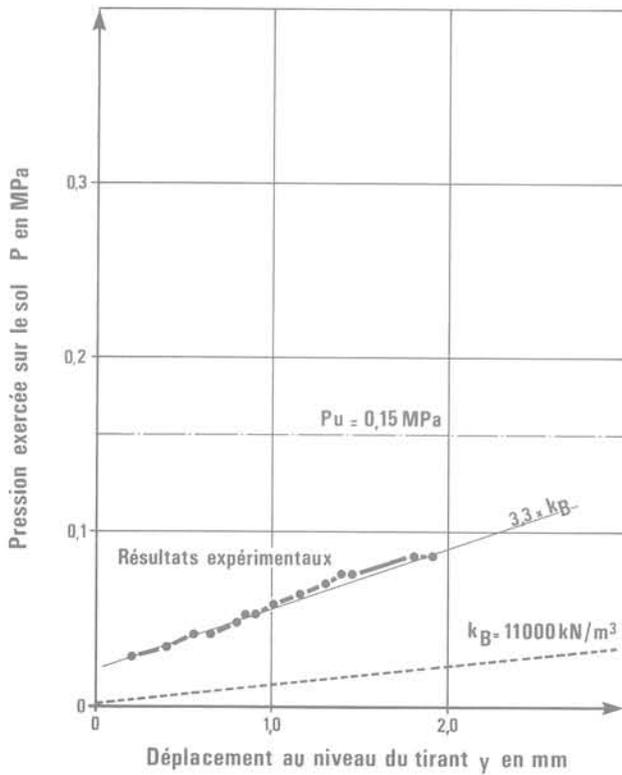


Fig. 10. — St-Prix — Comportement de l'interface sol-paroi.

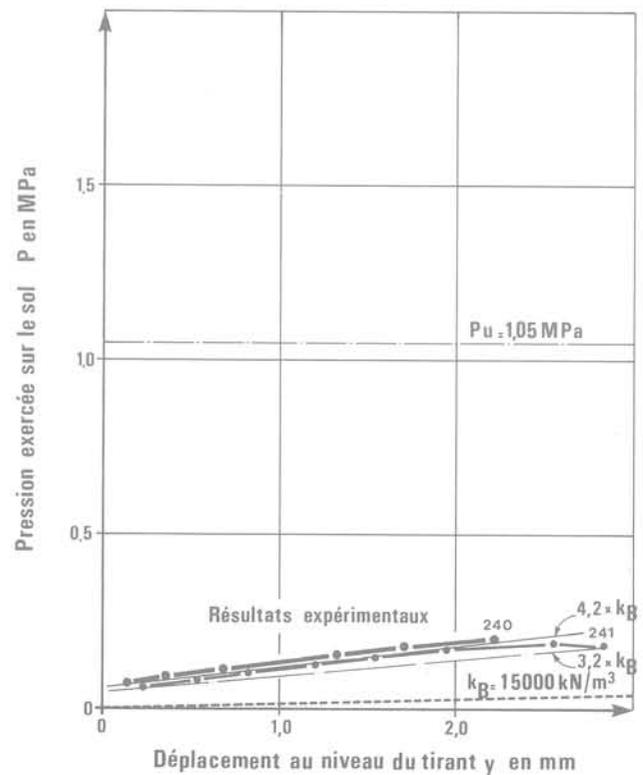


Fig. 11. — Lille — Comportement de l'interface sol-paroi.

— avec appui en tête (cas d'une lierne) :

$$\frac{y}{T} = \frac{\gamma}{2k_B \times B} \times [1 - e^{-2\gamma\alpha} \times (\cos 2\gamma\alpha + \sin 2\gamma\alpha)] \quad (6)$$

On vérifie que l'erreur de principe dy/y inhérente à la méthode d'interprétation (assimilation d'un panneau de dimensions finies à une poutre semi-infinie, et non-prise en compte de la décompression élastique du terrain côté fouille) n'excède pas 25 %, ce qui est acceptable dans la mesure où l'on ne cherche qu'à comparer des ordres de grandeur.

Il est dès lors possible d'associer, à chaque couple (y_i, T_i) de résultats expérimentaux, une valeur k_{Bi} du coefficient de réaction du sol, obtenue par résolution de l'une ou l'autre des équations implicites (5) et (6), et qui n'est autre que le module sécant au point (y_i, p_i) de la courbe déplacement-pression caractérisant la réponse du sol au niveau du tirant (voir fig. n° 9).

On constate en général que, la courbe expérimentale n'étant pas linéaire, le coefficient de réaction k_{Bi} diminue avec le déplacement atteint, ce qui met en défaut :

- le principe même de l'interprétation, qui caractérise le sol par un coefficient k_B unique alors que celui-ci varie avec le déplacement, donc avec la profondeur ;
- et en fait le principe même du calcul des soutènements par la méthode du « coefficient de réaction ».

Toutefois, on constate systématiquement (voir les exemples indiqués sur les figures n° 10 à 12) que, si

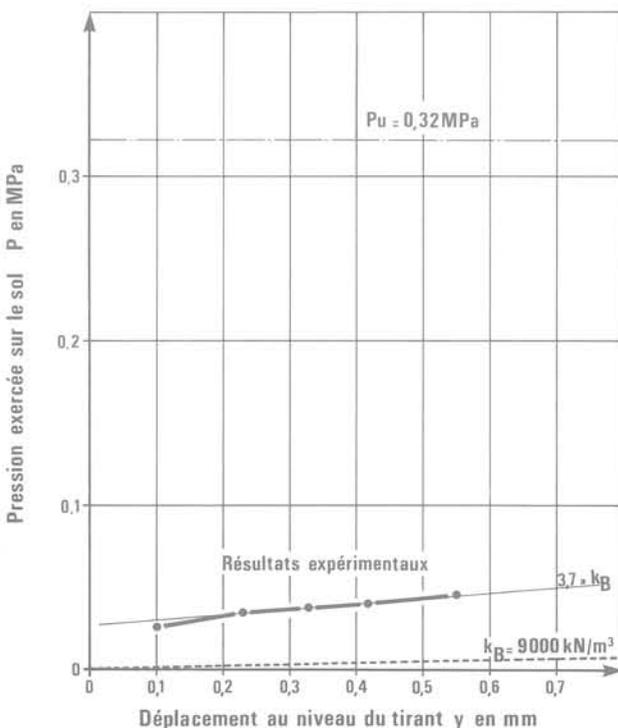


Fig. 12. — Gravelines — Comportement de l'interface sol-paroi.

l'on fait abstraction de la partie de la courbe correspondant aux très faibles déplacements, il est possible de définir, pour le domaine de sollicitations considéré, un module tangent moyen caractérisant un comportement « pseudo-linéaire » du sol analogue à celui défini par Ménard pour l'essai pressiométrique.

Sur chaque figure sont représentées :

- la courbe pression-déplacement expérimentale, obtenue à partir des mesures brutes en assimilant la paroi à une poutre verticale sur appuis élastiques, de largeur B supposée égale à la largeur d'un panneau ;
- la courbe conventionnelle $p = k_{BY}$, le coefficient k_B étant estimé à partir des essais de sol par les méthodes classiques (réf. 3 et 13, ou formules (2) et (3) en assimilant le panneau de paroi à une poutre de même largeur B .

On vérifie, en effet, au moyen des formules (5) et (6) que l'erreur $\frac{d(kB)}{kB}$ résultant d'une mauvaise connaissance de B reste comprise entre 0.1 et $0.3 \times \frac{dB}{B}$,

ce qui autorise à comparer les ordres de grandeur des coefficients de réaction expérimental et conventionnel pourvu qu'ils soient déterminés à partir d'une même valeur de B .

On constate sur les différents sites étudiés (voir fig. n° 13) que, si l'on exclut le domaine des très petites déformations*, le coefficient de réaction expérimental est du même ordre de grandeur, voire 2 à 4 fois

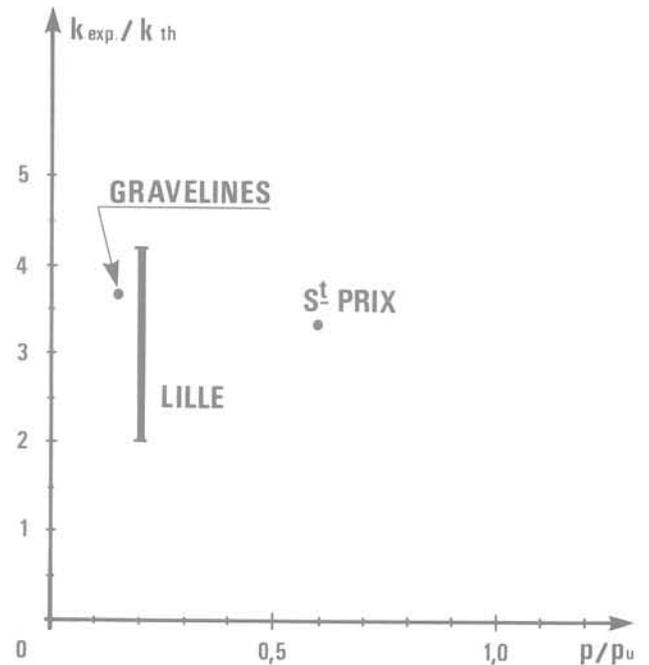


Fig. 13. — Résultats de l'étude « locale ».

(*) Cas notamment des parois appuyées en tête sur une lierne où le rapport entre coefficients de réaction expérimental et conventionnel est de l'ordre de 20.

supérieur au coefficient de réaction conventionnel pour un taux de sollicitation p/p_u (p_u étant la pression maximale théorique correspondant à la mise en butée plastique du sol) inférieur ou égal à 50%. Il est toutefois impossible de conclure de façon catégorique compte-tenu de l'incertitude inhérente à l'imprécision des mesures et de la méthode d'interprétation. Une étude complémentaire plus globale s'avère indispensable.

4. APPROCHE « GLOBALE »

Il s'agit ici d'analyser le comportement d'ensemble de l'ouvrage en service, à partir de mesures inclinométriques et topographiques permettant de connaître la déformée réelle de la paroi ou du rideau.

On a vu en effet que le calcul de la compression élastique du terrain par la méthode du coefficient de réaction suppose connue la largeur de la bande de terrain sollicitée par l'ouvrage, paramètre parfaitement défini dans le cas d'un pieu ou d'une semelle filante de largeur B , mais inconnu a priori dans le cas d'un ouvrage de soutènement, où la hauteur D de terrain réellement comprimé ne peut être connue qu'expérimentalement, par exemple en mesurant la déformée.

Partant de ce principe, l'étude a été conduite suivant la méthode indiquée sur la figure n° 14: l'examen de la

déformée expérimentale permet de définir une ou plusieurs hauteurs D_i correspondant par exemple, pour une phase de terrassements donnée, à la zone sollicitée par les tirants précontraints et à la mise en butée (généralement élastique) du sol sous le fond de fouille. Chaque hauteur D_i permet de calculer, à partir de l'une ou de l'autre des méthodes classiques, un coefficient de réaction k_{D_i} , dit conventionnel.

Parallèlement, l'interprétation de l'ensemble des mesures réalisées sur l'ouvrage (déformée, tension des tirants, contraintes dans le béton et/ou l'acier, pressions de contact sol-paroi, etc.) permet généralement de déterminer, la ou les valeurs du coefficient de réaction qui permettent de rendre compte au mieux de la réalité expérimentale.

On dispose donc, là encore, de valeurs expérimentales et conventionnelles du coefficient k qu'il est intéressant de comparer.

On trouvera sur les fig. n° 15 à 21 les résultats relatifs à des chantiers réalisés par Soletanche d'une part, à diverses instrumentations dont les résultats publiés permettent l'interprétation décrite ci-dessus d'autre part.

Les valeurs conventionnelles du coefficient k_D ont été déterminées à partir d'essais pressiométriques, par application de la formule (1) dans le cas général où la déformation de l'écran intéresse la surface libre du massif de sol, par application de la formule (2) dans le cas contraire (exemple fig. n° 16). Compte tenu de

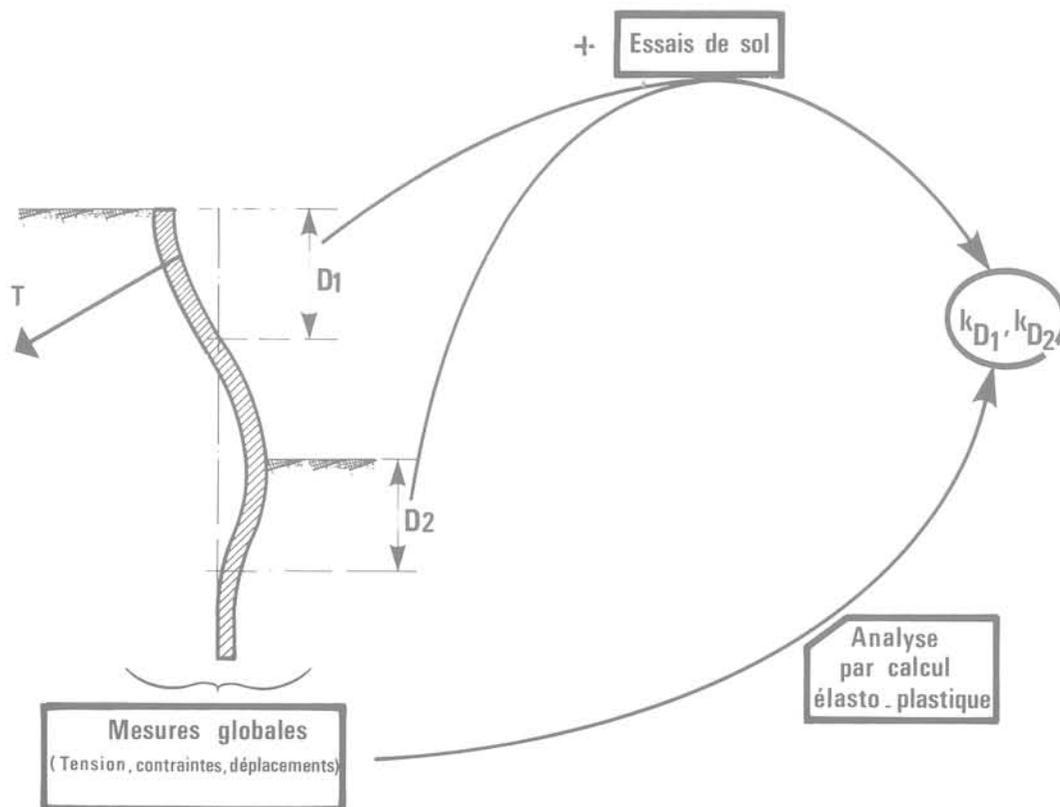


Fig. 14. — Approche « globale ». Principe de l'interprétation.

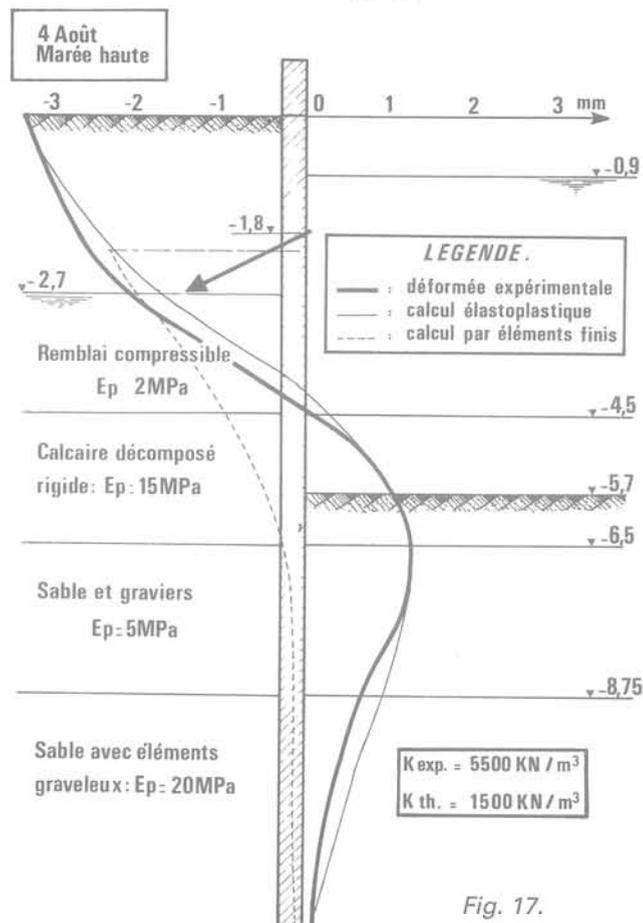
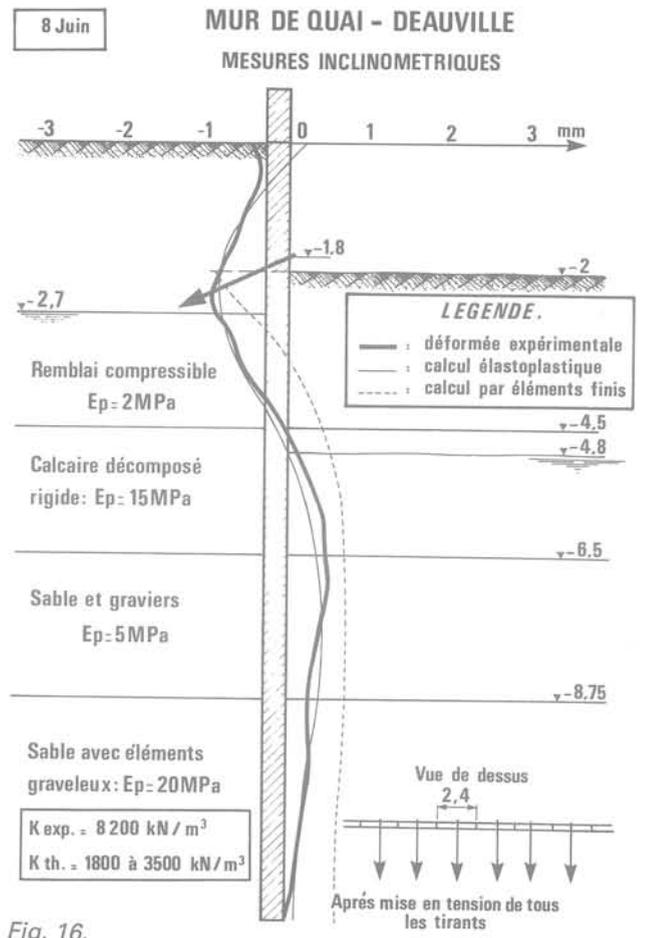
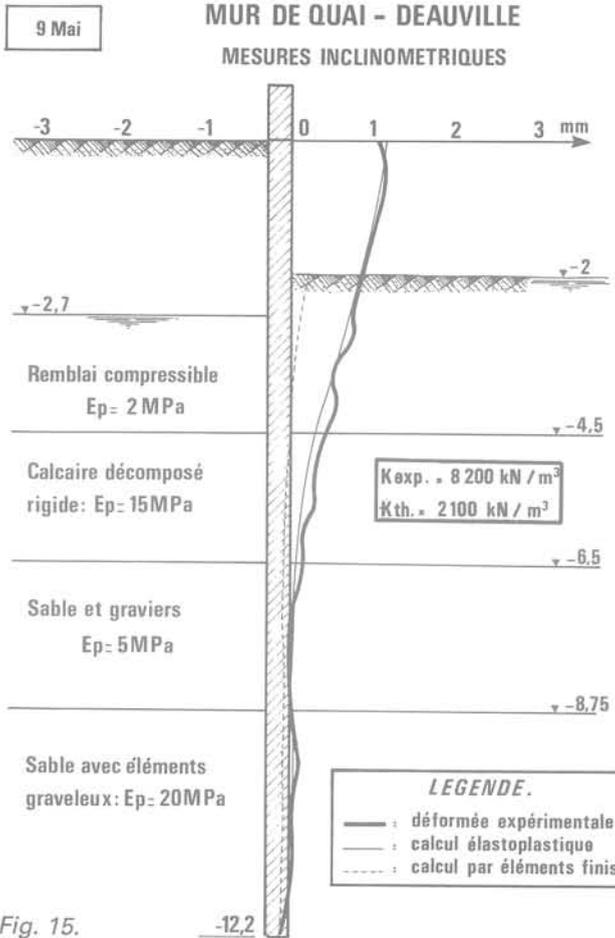


Fig.15 - Fig. 16 - Fig. 17. — Deauville — Déformée de la paroi.

METRO DE LILLE

DEFORMATION DU RIDEAU DE PALPLANCHES

Tube inclinométrique N°4

Etat initial: 20-3-81

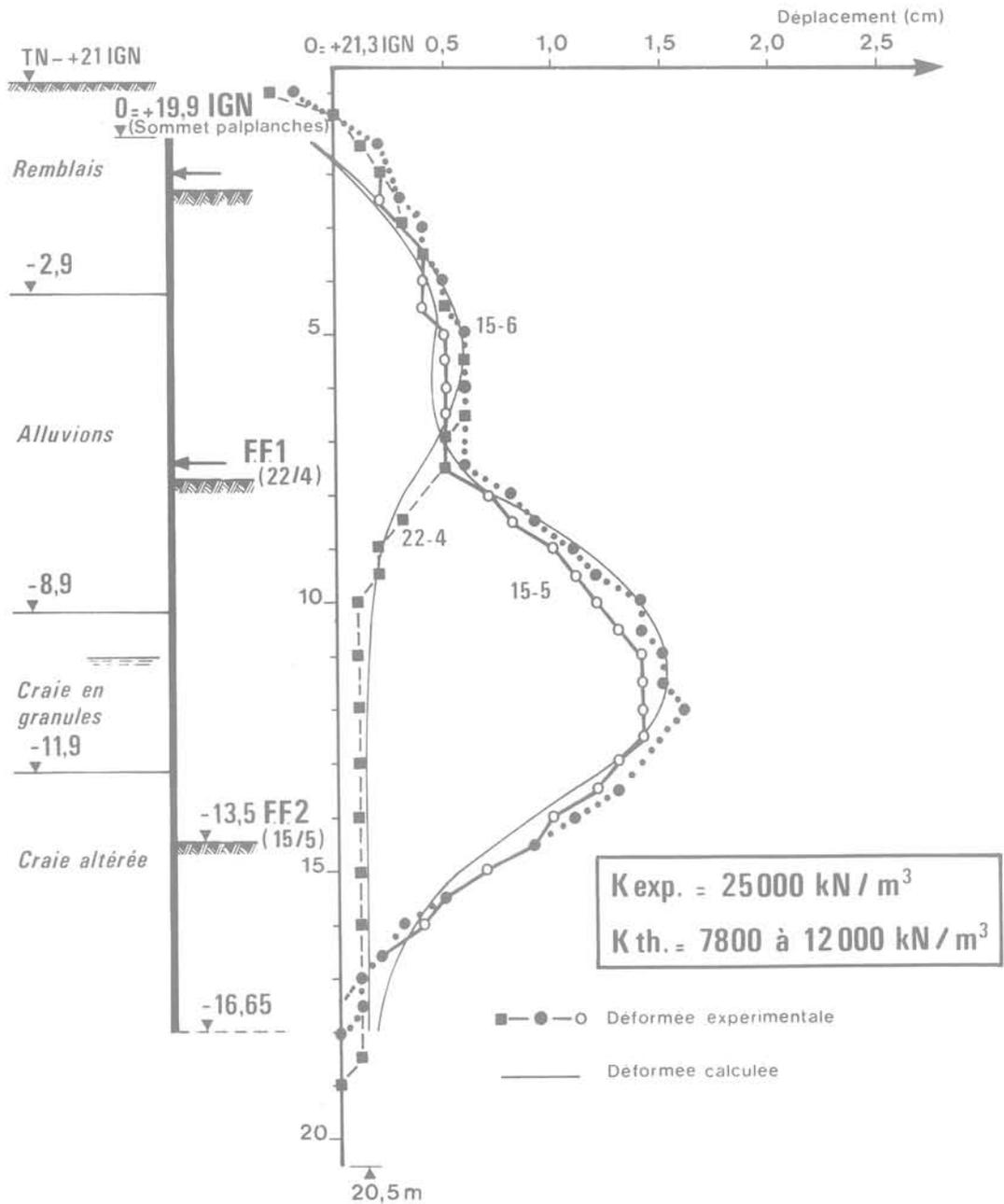


Fig. 18. — Lille — Déformée du rideau.

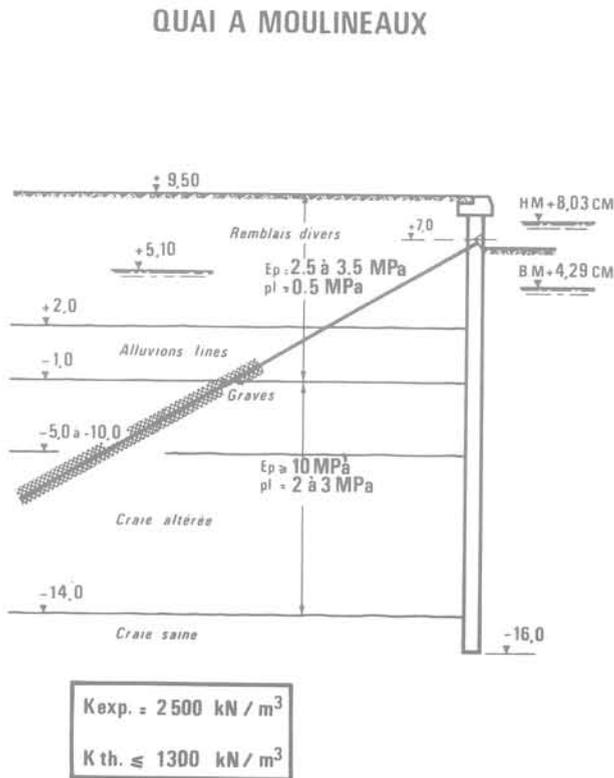


Fig. 19. — Rouen — Déformée de la paroi.

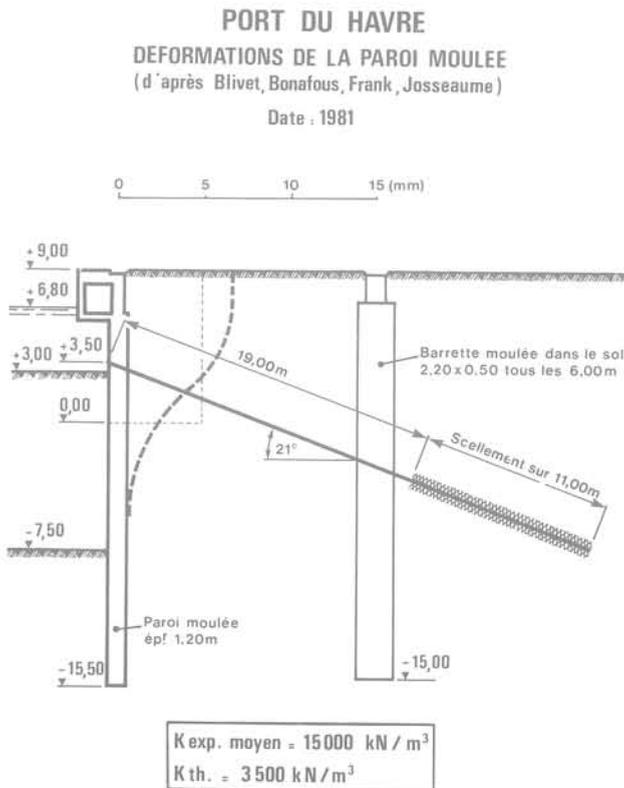
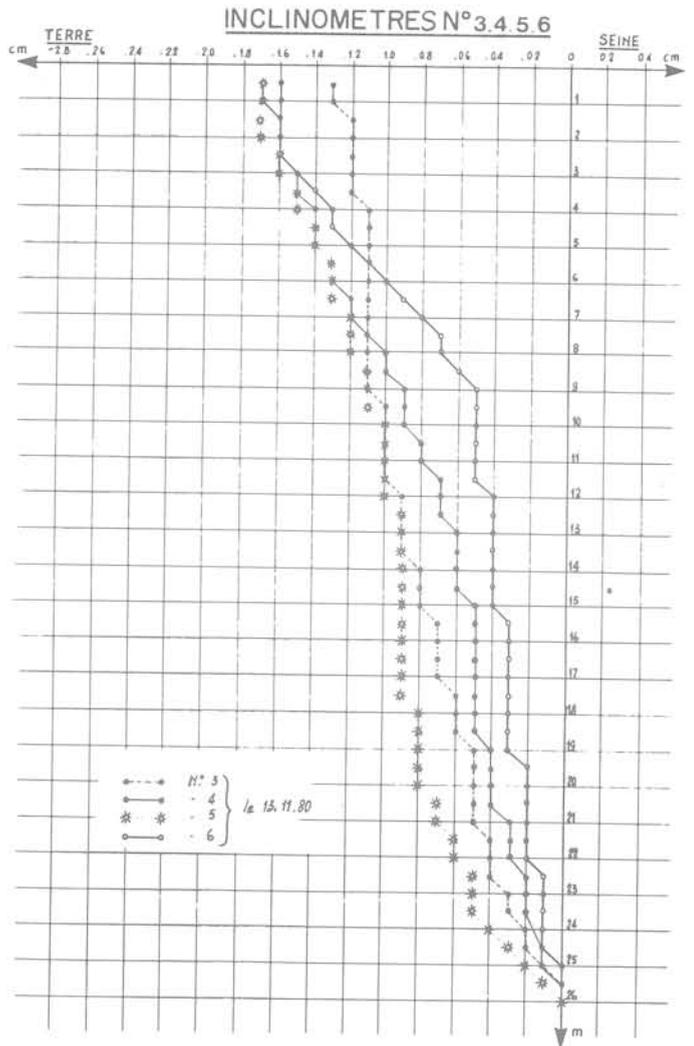


Fig. 20. — Le Havre — Déformée de la paroi.

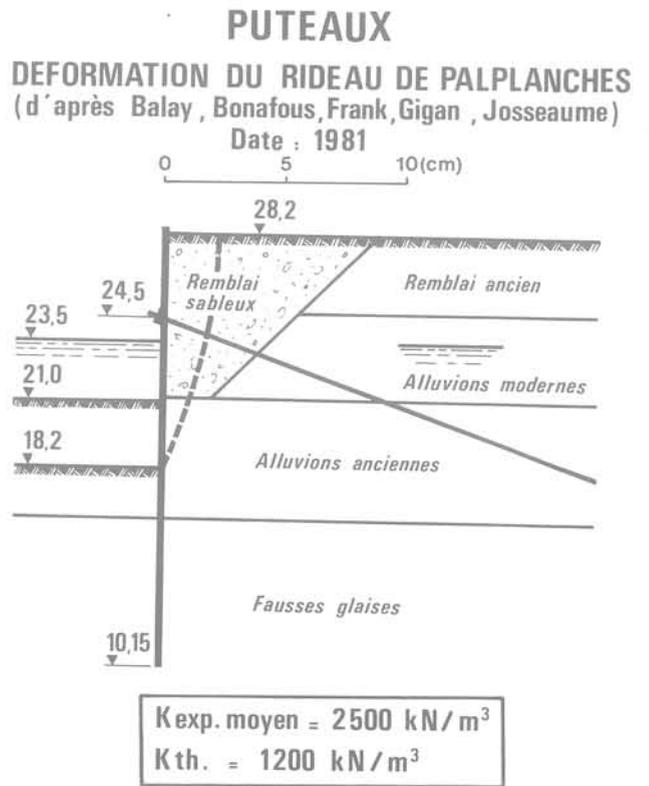


Fig. 21. — Puteaux — Déformée du rideau.

LYON
DEFORMATION DU RIDEAU DE PALPLANCHES
 (d'après Josseaume, Gigan, Ferrand, Houy)
 Date : 1977

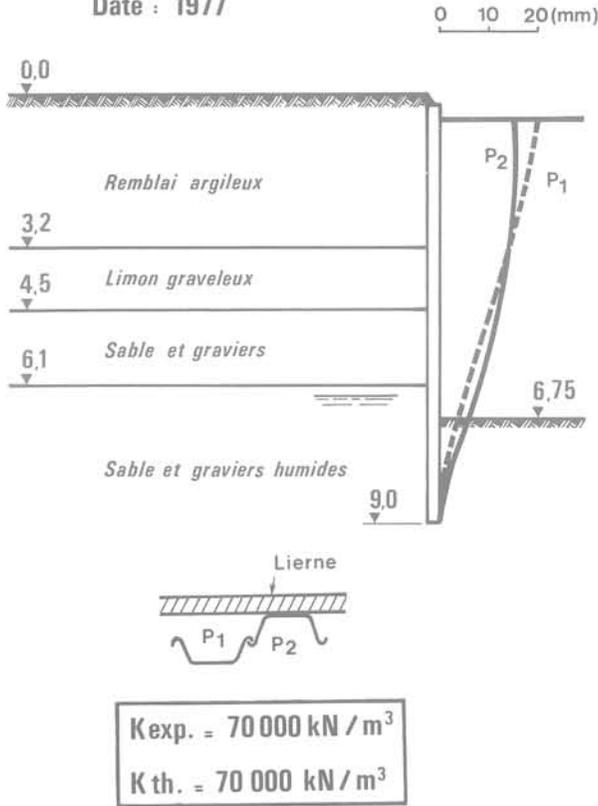


Fig. 22. — Lyon — Déformée du rideau.

l'incertitude inhérente à la mesure de déformée, la hauteur D prise en compte ne correspond qu'aux déplacements de l'écran jugés significatifs, c'est-à-dire supérieurs à 20 % du déplacement maximal; on tend ainsi à surévaluer le coefficient de réaction conventionnel en minimisant D .

L'ensemble des résultats, reproduit sur la figure n° 23, met en évidence pour l'ensemble des sites étudiés un rapport entre coefficients de réaction expérimental et conventionnel compris entre 2 et 4 pour des taux de sollicitation p/p_u n'excédant pas 50 %, ce qui confirme donc les résultats de l'approche « locale ».

5. CONCLUSION

La première conclusion de cet ensemble d'études expérimentales est que les méthodes de calcul utilisant la notion de « coefficient de réaction » permettent, en dépit d'hypothèses de base très simplificatrices, de rendre compte de façon très correcte du fonctionnement des ouvrages de soutènement souple.

La détermination d'un ordre de grandeur raisonnable du coefficient k est possible a priori, sous réserve de tenir compte :

- de la hauteur approximative du terrain comprimé, qui dépend, notamment, de la rigidité relative du soutènement par rapport au sol. Elle peut être soit estimée, ce qui est le cas général, soit déterminée par itérations;
- de la non-linéarité de la réaction du sol. A cet égard, la présente étude conduit à proposer la loi schématisée sur la fig. n° 24 qui tient compte de la

Résultats de l'étude "globale"

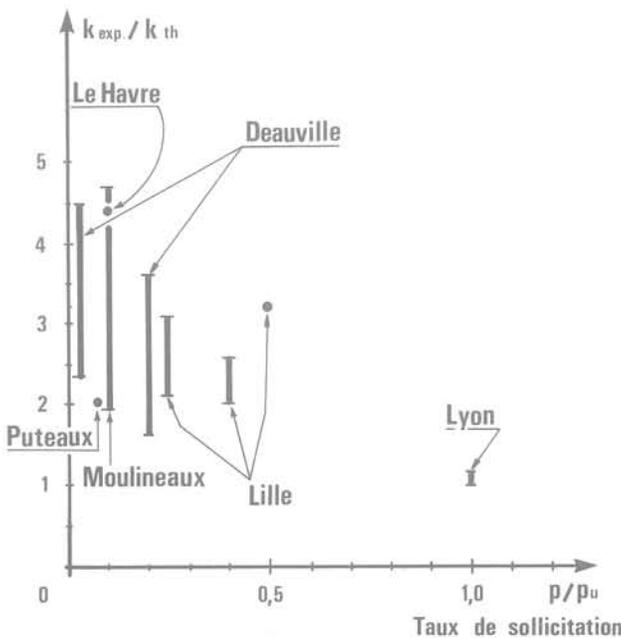


Fig. 23. — Résultats de l'étude « globale ».

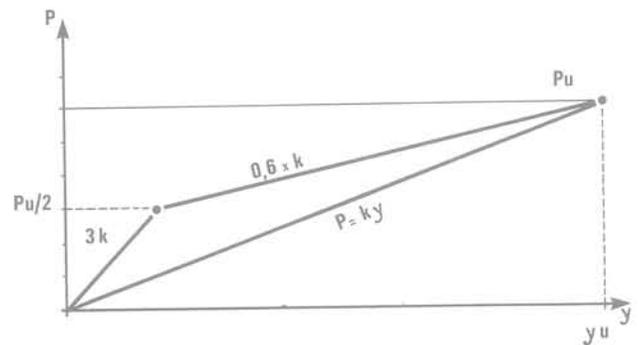


Fig. 24. — Comportement expérimental de l'interface sol-écran.

raideur plus importante observée dans le domaine des faibles déplacements. La prise en compte d'une loi de ce type, plus conforme à la réalité, conduit à un réajustement des efforts (moments fléchissants et efforts tranchants) de l'ordre de 5 à 30 % en règle générale.

Il faut toutefois noter que deux difficultés importantes liées à l'emploi des méthodes de calcul élastoplastiques n'ont pas été abordées. Ce sont :

— la détermination du coefficient de poussée des terres au repos, K_0 , qui dépend également de paramètres liés au projet et notamment du bétonnage dans le cas d'une paroi moulée (réf. 12);

— l'impossibilité d'apprécier correctement les déplacements d'ensemble du massif de sol situé derrière le soutènement, notamment dans le cas d'une paroi ancrée par plusieurs niveaux de tirants où l'on assiste au développement d'un « effet-gabion ». Ces déplacements d'ensemble ne peuvent être appréciés qu'au moyen d'un calcul par la méthode des éléments finis, ou plus grossièrement par un calcul de résistance des matériaux (réf. 6). Les calculs utilisant le coefficient de réaction sont donc mieux adaptés à la détermination des efforts qu'à celle des déplacements d'ensemble.

Par contre, on signalera enfin que la méthode trouve une application particulièrement intéressante dans le domaine des parois moulées circulaires de grand diamètre, où les efforts de flexion verticale peuvent être calculés à l'aide du coefficient de réaction d'un terrain fictif simulant la rigidité de l'anneau comprimé (voir fig. n° 25).

On peut donc conclure que le coefficient k , en dépit de sa nature empirique et des difficultés rencontrées

lors de sa détermination, constitue actuellement un outil de travail particulièrement performant pour le calcul des efforts sollicitant les ouvrages de soutènement souples.

L'auteur tient à remercier MM. GOUVENOT et GAMBIN pour les conseils dont il a bénéficié au cours de cette étude.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BALAY, BONAFOUS, FRANK, GIGAN, JOSSEAUME (1981). — *Expérimentations de soutènement ancrés par tirants actifs*. — 10^e ICOSOMEF, Stockholm, tome 2, p. 29.
- BLIVET, BONAFOUS, FRANK, JOSSEAUME (1981). — *Comportement d'un quai en paroi moulée au port du Havre*. — Bull. Liaison L.P.C., n° 113, mai-juin 1981.
- CAMPUS (1972). — *Contribution à l'étude des pièces fléchies dans le sol. Application aux pieux et aux palplanches*. — Mémoires CERES de l'Université de Liège, n° 39, avril 1972.
- CAQUOT-KERISEL (1966). — *Traité de mécanique des sols*. — 4^e édition, Ed. Gauthier-Villars.
- COURBON (1971). — *Résistance des matériaux*. — Tome 2, Ed. Dunod.
- GOUVENOT, BUSTAMANTE (1979). — *Mesures in situ sur les ouvrages maritimes de soutènement*. — Annales I.T.B.T.P., n° 375, Série Sols et Fondations, n° 167, septembre 1979.
- JOSSEAUME, GIGAN, FERRAND, HOUY (1977). — *Mesures et observations sur rideaux de palplanches*. — Colloque palplanches Maîtres d'Œuvre-Producteurs, Paris, avril 1977.
- LACROIX, MARSH (1972). — *Stabilité de culées*. — Revue Canadienne de Géotechnique, Vol. 9-1, p. 1-24.
- MENARD (1961). — *Influence de l'amplitude et de l'histoire d'un champ de contraintes sur le tassement d'un sol de fondation*. — 5^e ICOSOMEF, Paris, tome 1, p. 249-253.
- MENARD, BOURDON (1965). — *Calcul des rideaux de soutènement. Méthode nouvelle prenant en compte les conditions réelles d'encastrement*. — Sols-Soils n° 12, mars 1965.
- MENARD (1973). — *Règles d'utilisation des techniques pressiométriques, contraintes et déformations dans un pieu soumis à des efforts horizontaux*. — Notice spéciale n° 2D/62/69. Documentation « Techniques L. Ménard ».
- REYNAUD, RIVIERE (1981). — *Mesure des pressions développées dans une paroi moulée en cours de bétonnage*. — Bull. Liaison L.P.C., n° 113, mai-juin 1981.
- TERZAGHI (1955). — *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. — Geotechnique, vol. 4

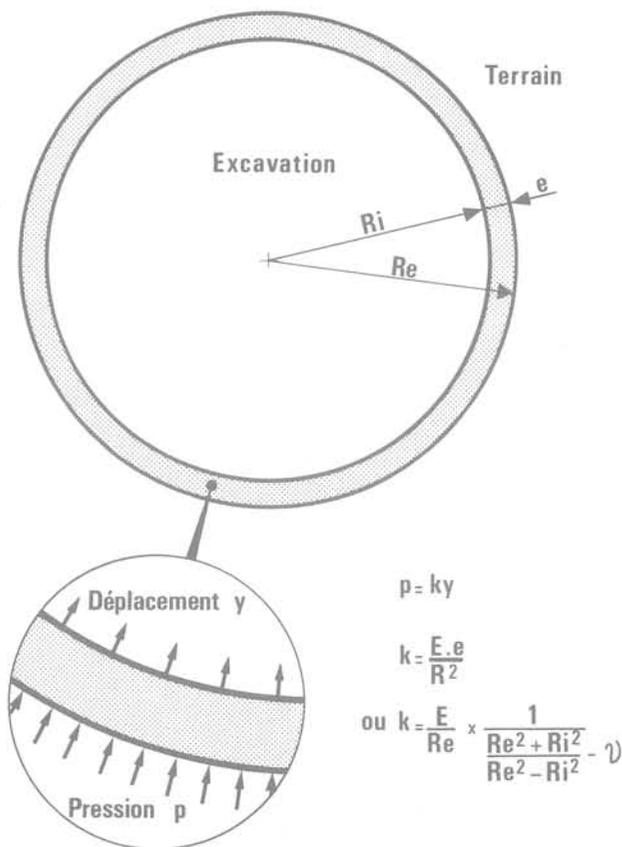


Fig. 25. — Calcul des parois circulaires.

$$p = ky$$

$$k = \frac{E \cdot e}{R^2}$$

$$\text{ou } k = \frac{E}{R_e} \times \frac{1}{\frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} - \nu}$$

comportement mécanique des roches en fonction de la température

R. HOUPERT

F. HOMAND-ETIENNE

Assistant

Centre de Recherches en Mécanique et Hydraulique des Sols et des Roches
Institut National Polytechnique de Lorraine — E.N.S.G., Nancy*

1. INTRODUCTION

Les recherches effectuées sur l'évolution du comportement des matériaux rocheux avec la température, à des pressions de confinement faibles (0 à 20 MPa) sont peu nombreuses. Par contre, beaucoup d'études se situent dans le domaine des hautes températures et des hautes pressions de confinement et elles ont été réalisées en vue de la compréhension de certains processus géologiques. Les projets de stockage souterrain ou de gazéification *in situ* ne concernent que les faibles pressions de confinement. En compression simple, on maximise les effets de la température, puisque d'une façon générale la pression de confinement tend à atténuer les effets des hétérogénéités.

Des essais de compression simple ont été effectués dans le domaine des basses températures (jusqu'à -196 °C) par KUMAR (1968), BRIGHENTI (1970), HOUPERT (1970). Toutes ces études mettent en évidence une forte augmentation de la résistance

ultime lorsque la température décroît. Parmi les études réalisées sous faible confinement et à des températures élevées, Wingquist (1969) a suivi l'évolution des constantes élastiques depuis 27 °C jusqu'à 827 °C. Les résultats, obtenus sur un basalte, indiquent qu'une augmentation de température diminue le module d'Young et le coefficient de Poisson. Une étude de STEPHANSSON *et al.* (1978) entre 20 °C et 200 °C sur le granite de Stripa aboutit aux mêmes conclusions. Des études concernant, en particulier, l'influence de la température sur la courbe complète contrainte-déformation, ont été effectuées par HOUPERT et HOMAND-ÉTIENNE (1979) sur un granite et un marbre. Les constatations expérimentales montrent que le module de déformation, la limite élastique et la résistance ultime diminuent, mais que la part des déformations non élastiques augmente en fonction de la température.

Le rôle de la température dans le comportement mécanique des roches est fonction de leur nature minéralogique et de leur structure (texture et discontinuités). Les variations de température peuvent affecter la composition minéralogique (départ de certains constituants) et le réseau cristallin des grains de la roche. Les changements de structure sont principale-

(*) Rue du Doyen-Marcel-Roubaut, BP 40 — 54501 Vandœuvre-lès-Nancy.

ment liés à la modification des discontinuités (fissures et pores). Dans les matériaux formés de cristaux à forte anisotropie de dilatation thermique (calcite dans le cas du marbre, quartz et feldspath dans celui des granites) ou de cristaux de dimensions ou de nature minéralogique différentes (cas des roches à texture hétérogène, comme les granites), une augmentation de température produit une variation différentielle des dimensions et du volume des minéraux, ainsi que des défauts dans les cristaux. Ces dilatations différentielles des grains de la roche donnent lieu à la formation de microfissures et l'intensité de cette microfissuration augmente avec la température. Tant que la roche est maintenue à la température sous laquelle se sont formées ces fissures, celles-ci resteront fermées. Une diminution de la température conduira à leur ouverture.

Dans l'ensemble, le comportement mécanique des roches en fonction de la température est similaire à celui des autres matériaux. La résistance ultime ou la limite de plasticité décroît avec une augmentation de la température. Par ailleurs, une augmentation de la vitesse de sollicitation mécanique conduit à une augmentation de la résistance ultime ou de la limite de plasticité. Cette connexion entre les variations de température, d'une part, et de vitesse de sollicitation, d'autre part, est suggérée par l'équation d'Arrhénius qui relie la vitesse de certains phénomènes (diffusion des atomes, variation des caractéristiques mécaniques) à la température (RICHARDS, 1965):

$$\text{Vitesse} = A \exp(-Q/RT),$$

relation dans laquelle Q désigne l'énergie d'activation par mole de substance, R la constante universelle des gaz, T la température absolue et A une constante. Cette équation s'applique directement à la déformation plastique des métaux, mais peut être utilisée pour décrire les tendances d'évolution de ces phénomènes pour les matériaux rocheux.

Dans les roches, la variation de résistance ultime en fonction de la vitesse de sollicitation repose en grande partie sur la relaxation des contraintes dans le matériau (HOUPERT, 1974). Par conséquent, cette relaxation intervient également dans la variation de la résistance ultime en fonction de la température.

Le présent travail consiste en une expérimentation générale en compression simple sur le comportement mécanique des roches en fonction de la température; elle comprend, en particulier, l'étude de l'influence de la température sur la phase post-maximum et sur le

temps de relaxation en différents points de la courbe contrainte-déformation. En outre, des résultats concernant le rôle de la température dans la variation de la résistance en compression en fonction de la vitesse de sollicitation sont également présentés.

2. ROCHES ÉTUDIÉES

Les essais mécaniques ont porté sur les granites de Senones et de La Clarté, le marbre de Carrare, le calcaire d'Euville et le grès des Vosges.

Le granite de Senones présente une structure massive quasi isotrope; il contient du quartz en petits grains (20%), des feldspaths (62%), le feldspath potassique pouvant atteindre 15 mm. Le mica (10%) et l'amphibole (7%) entrent également dans la composition de la roche.

Le granite de La Clarté est également à structure massive. Le quartz (28%) est souvent en amas dont la taille peut atteindre 15 mm et, de plus, il est très fissuré. Les feldspaths constituent 65% de la roche. Le feldspath potassique est de taille importante (jusqu'à 25 mm). Il existe environ 6% de mica.

Le marbre de Carrare utilisé dans le cadre de cette étude est formé de cristaux de calcite de 0,1 à 0,6 mm. La structure paraît homogène et isotrope.

Le calcaire d'Euville est un calcaire biodétritique dans lequel prédominent les débris d'entrocques (de 2 à 4 mm). La phase de liaison, peu développée, est constituée de cristaux de calcite.

Le grès des Vosges est formé de grains de quartz (40%), de feldspaths (15%), de fragments lithiques (30%) et d'environ 5% de petits micras. La cimentation est très peu développée et ne dépasse pas 10%; par conséquent, la porosité intergranulaire est très forte. La taille des grains varie entre 0,04 et 0,05 mm.

Ces roches diffèrent par leur porosité comme l'indique le tableau I. Le marbre de Carrare a une porosité quasi nulle, sa perméabilité intrinsèque est également très faible. Les deux granites ont une porosité légèrement différente en valeur absolue mais qui prend une certaine importance puisqu'il s'agit d'une porosité de fissure. Le granite de La Clarté est plus fissuré que celui de Senones, ce qui se traduit, pour le premier,

Tableau I. — Principales caractéristiques physiques des roches testées

	Poids volumique (kN/m ³)	Porosité totale (%)	Célérité des ondes (m/s)	Perméabilité intrinsèque (cm ²)
Granite de Senones.....	26,68	0,3	4 830	7.10 ⁻¹⁶
Granite de La Clarté.....	26,05	0,5	3 428	1.10 ⁻¹⁵
Calcaire d'Euville.....	22,68	16	3 140	2.10 ⁻⁹
Marbre de Carrare.....	27,04	< 0,1	3 817	< 10 ⁻¹⁶
Grès des Vosges.....	20,61	22	1 904	8.10 ⁻¹⁰

par une célérité des ondes plus faible et une perméabilité intrinsèque plus forte par rapport au second. Le calcaire et le grès ont des porosités élevées.

3. ESSAIS DE COMPRESSION SIMPLE SOUS TEMPÉRATURE

Des éprouvettes cylindriques de 5 cm de diamètre et d'élancement 2 ont été portées jusqu'à la température voulue suivant une vitesse d'augmentation de température de 50 °C/h jusqu'à 300 °C et de 100 °C/h pour les températures supérieures. Des essais préliminaires (ABEGA EBOLO, 1978) ont montré que dans le domaine des faibles variations de température (50 °C/h à 150 °C/h), la valeur de la vitesse de mise en température n'a pas d'influence appréciable sur le degré de fissuration de l'éprouvette. Celui-ci est évalué par la mesure de la célérité des ondes et par la résistance à la compression d'éprouvettes après retour à la température ambiante. Par contre, on constate une influence de la durée de maintien à la température maximale, qui se traduit par une diminution de la

célérité des ondes de quelques pour cents, lorsque cette durée passe de 5 h à 24 h. La durée de maintien à la température maximale a donc été fixée, pour toutes les éprouvettes, à 15 h. Les températures d'essai ont été les suivantes: 200 °C, 400 °C, 500 °C et 600 °C.

Les figures 1 à 5 montrent l'évolution de l'allure des courbes contrainte-déformation axiale en fonction de la température pour les deux granites, le calcaire, le marbre et le grès. Ces courbes ont été obtenues à l'aide d'une machine d'essai asservie et pour la vitesse de déformation $\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. On remarque, sauf pour le grès, une diminution de la résistance à la compression avec l'augmentation de la température. Les courbes représentées ne sont qu'un exemple parmi les trois à cinq essais réalisés pour chaque température.

Les courbes σ - ϵ du granite de Senones (fig. 1) et du granite de La Clarté (fig. 2) présentent à peu près la même allure. Les résistances à la compression des deux granites sont à peu près identiques à la température ordinaire. L'évolution de la résistance ultime en fonction de la température est nettement différente pour les deux granites. Lorsque l'on passe de 20 °C à 200 °C, la perte de résistance du granite de La Clarté

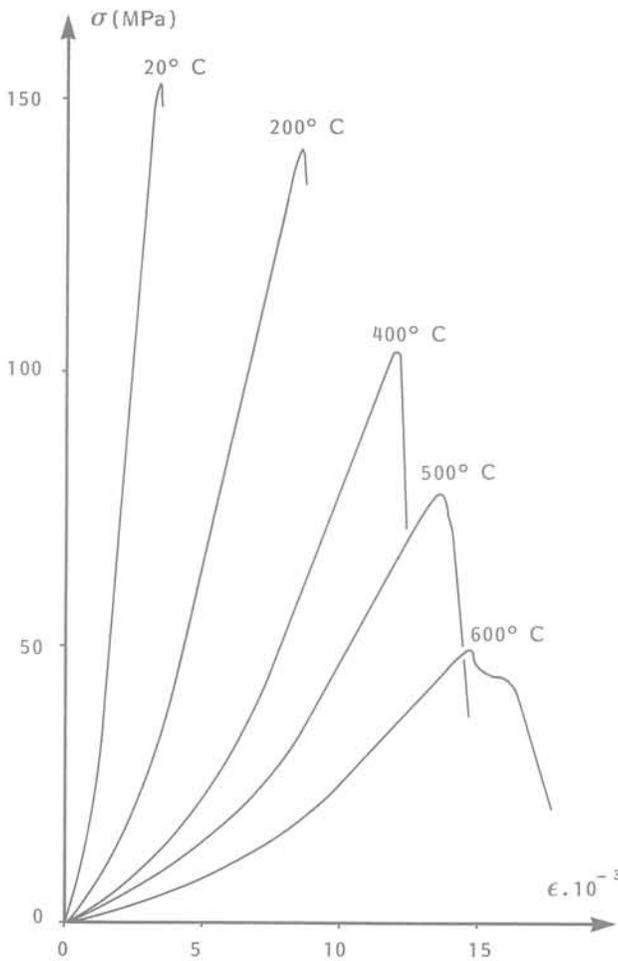


Fig. 1. — Courbes contrainte-déformation du granite de Senones à différentes températures ($\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$).

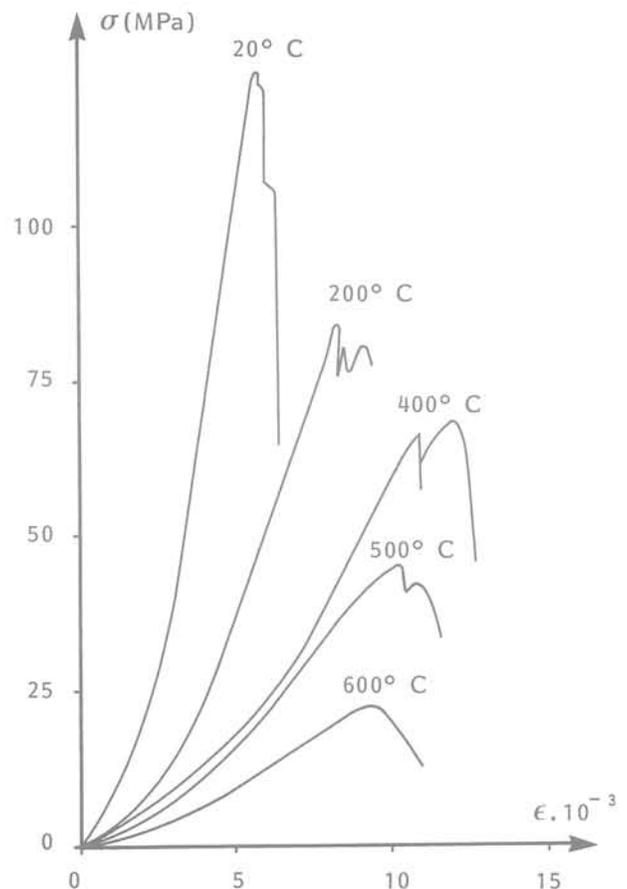


Fig. 2. — Courbes contrainte-déformation du granite de La Clarté à différentes températures ($\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$).

est de l'ordre de 45 %, tandis que celle du granite de Senones est d'environ 8 %. Pour des températures supérieures, la perte de résistance du granite de La Clarté continue à être plus importante que celle du granite de Senones. A 600 °C, elle est de 85 % pour le premier et de 70 % pour le second. Les modules de déformation diminuent avec la température. On remarque également un abaissement de la limite élastique, par rapport à la résistance ultime, avec l'augmentation de la température. En ce qui concerne le comportement radoucissant, on observe, d'une façon générale, que la pente post-maximum, caractérisée par le rapport de la déformation axiale totale sur la déformation axiale relative à la charge maximale, augmente avec la température; elle varie de 1 à 1,4 en passant de 20 °C à 600 °C.

La différence de comportement entre les deux granites peut s'expliquer par une légère différence de structure. Les grains du granite de La Clarté sont plus gros que ceux du granite de Senones, en particulier, le quartz se présente en gros amas. Les différences de dilatation thermique sont plus élevées dans le granite de La Clarté, ce qui donne lieu à des fissures plus importantes dans ce granite que dans le granite de Senones.

Les courbes σ - ϵ du marbre de Carrare (fig. 3) montrent une perte importante de la résistance ultime relative à 200 °C (25 %). Il faut cependant remarquer que la perte de résistance à 600 °C est moins

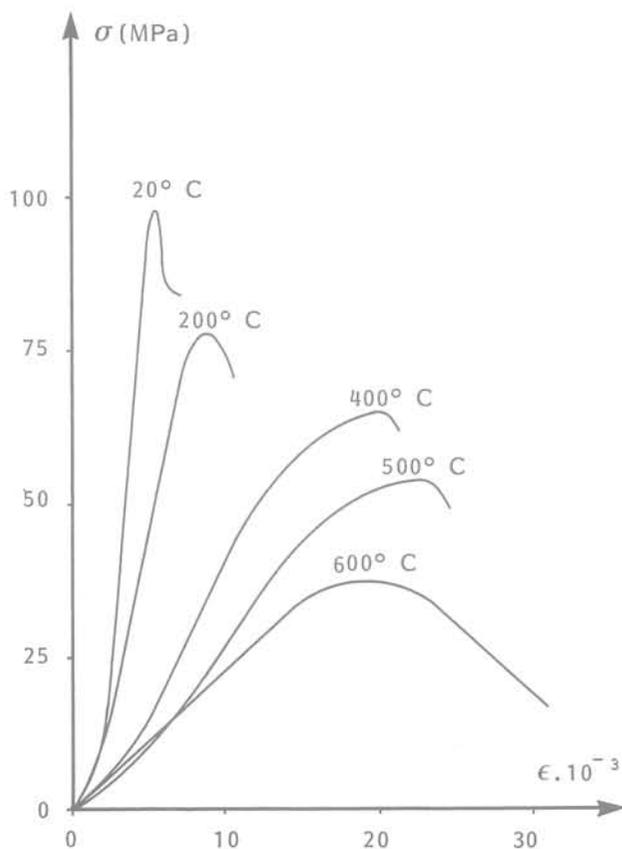


Fig. 3. — Courbes contrainte-déformation du marbre de Carrare à différentes températures ($\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$).

importante que dans le cas des granites. La limite élastique diminue plus fortement avec la température que dans le cas des granites. La pente post-maximum augmente de 1,2 à 1,9 avec la température. Cependant, le contrôle de la rupture n'est souvent que partiel.

Le calcaire d'Euville (fig. 4) présente une perte de résistance à la compression de l'ordre de 25 % à 200 °C. Cette résistance diminue ensuite lentement jusqu'à 600 °C (perte de 55 %). La limite élastique est fortement réduite, tandis que la pente post-maximum augmente de 1,1 à 2,5.

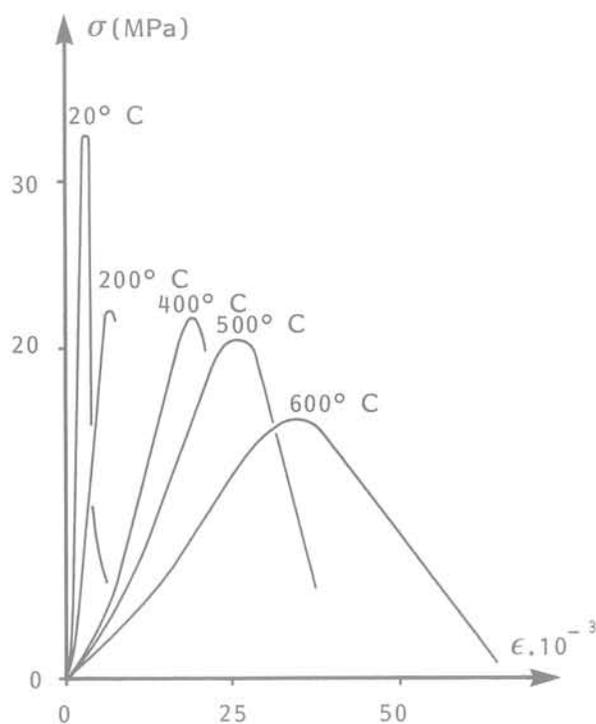


Fig. 4. — Courbes contrainte-déformation du calcaire d'Euville à différentes températures ($\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$).

Le comportement du grès des Vosges (fig. 5) est complètement différent de celui des autres roches, dans ce sens que la résistance ultime ne diminue pas régulièrement avec la température; elle a plutôt tendance à augmenter pour certaines températures, bien que la dispersion des résistances ne permette pas d'apprécier avec certitude cette évolution. Le contrôle de la rupture est toujours incomplet. Ce comportement particulier peut s'expliquer par la structure de la roche. Le grès est très poreux et les inégalités de dilatation thermique des différents grains ne conduisent pas à la formation de fissures, mais à un matériau plus compact qui est, par conséquent, plus résistant.

Si l'on compare le grès des Vosges et le calcaire d'Euville, qui a également une porosité élevée, on constate que la résistance de ce dernier diminue avec

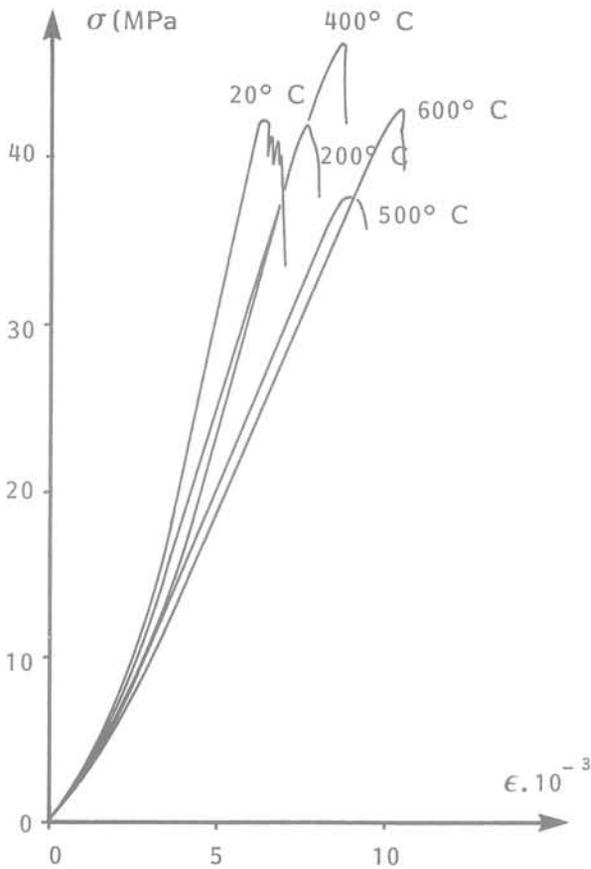


Fig. 5. — Courbes contrainte-déformation du grès des Vosges à différentes températures ($\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$).

la température, dans une proportion toutefois moins importante que dans le cas des roches du type granite. Cependant, deux raisons peuvent être à l'origine de cette différence de comportement entre le grès et le calcaire. D'une part, la calcite est un minéral plus sensible aux variations de température que le quartz; d'autre part, la dimension des grains de calcite est plus élevée que celle des grains de quartz, ce qui entraîne des différences de variations au niveau des dilatations des grains d'une roche à l'autre.

En reprenant les effets conjugués de la variation de la température et de celle de la vitesse de sollicitation, on devrait s'attendre, dans le cas du grès, à une diminution de la résistance ultime avec une augmentation de la vitesse de déformation. Cependant, dans la gamme des vitesses utilisées ($5 \cdot 10^{-7}$ à 10^{-3} s^{-1}), on observe une augmentation de la résistance avec la vitesse de sollicitation.

4. RELAXATION SOUS TEMPÉRATURE

La relaxation des contraintes dans un matériau soumis à une charge est une des manifestations de l'influence du temps sur le comportement mécanique. Par relaxa-

tion, il faut entendre diminution de la contrainte en fonction du temps, quel que soit l'état du matériau.

Des essais de relaxation ont été effectués à plusieurs niveaux de contrainte pendant un essai de compression et pour différentes températures. Ces niveaux de contrainte ont été définis de la manière suivante (fig. 6): la première relaxation est réalisée avant la

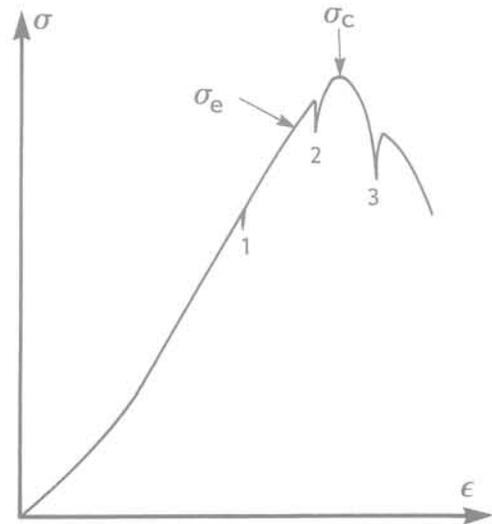


Fig. 6. — Essais de relaxation. 1, 2, 3 niveaux de contrainte de relaxation σ_0 ($\sigma_e =$ limite élastique, $\sigma_c =$ résistance ultime).

limite élastique, la deuxième entre la limite élastique et la résistance ultime et la troisième dans la phase post-maximum. La diminution de la contrainte a été enregistrée en fonction du temps. La figure 7 donne un exemple des courbes obtenues pour un niveau de contrainte égal à environ 80% de la limite élastique, à différentes températures, dans le cas du granite de Senones.

La relaxation des contraintes est une propriété spécifique des matériaux visco-élastiques, pour lesquels la diminution des contraintes est une fonction exponentielle du temps. En vue d'interpréter les résultats expérimentaux, nous les avons comparés à une fonction du même type:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-t/t_r)$$

Dans cette relation, t_r désigne le temps de relaxation et σ_0 le niveau de contrainte.

Le tableau II donne des valeurs de t_r pour les granites de Senones et de La Clarté, ainsi que pour le marbre de Carrare, en fonction de la température pour différents niveaux de σ_0 . On constate que, pour un niveau de contrainte donné, le temps de relaxation décroît lorsque la température augmente. Des considérations basées sur l'équation d'Arrhénius permettent de relier t_r à la température T au moyen de la relation (FREUDENTHAL, 1950):

$$t_r = t_{r0} \exp(Q/RT),$$

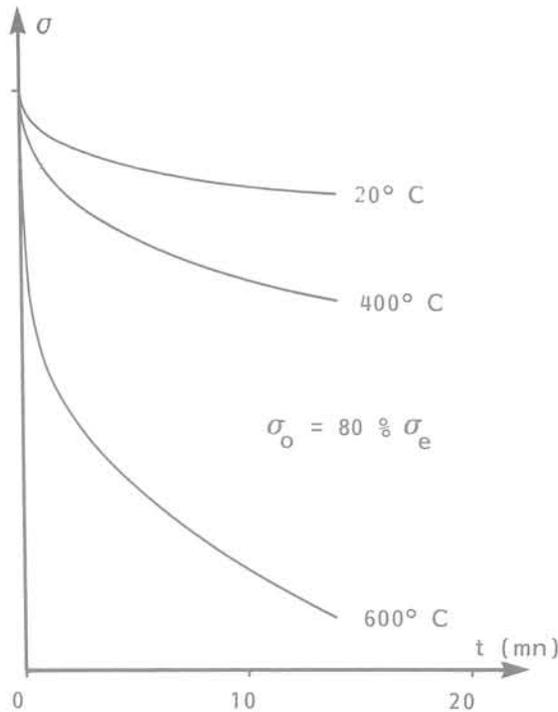


Fig. 7. — Exemple de courbes de relaxation du granite de Senones à différentes températures.

Tableau II. — Temps de relaxation t_r , en minutes, pour le granite de Senones (GS), le granite de La Clarté (GC) et le marbre de Carrare (MC) à différentes températures et pour différents niveaux de contrainte

Niveau de contrainte σ_0		Temps de relaxation t_r (min)		
		1 inférieur à σ_e	2 inférieur à σ_c	3 post-maximum
GS	T	250	187	163
	400 °C	95	48	30
	600 °C	62	30	27
GC	T	193	186	91
	400 °C	37	31	12
	600 °C	34	30	20
MC	T	180	95	30
	400 °C	37	28	20
	600 °C	9	10	12

t_0 étant une constante ayant la dimension d'un temps. Cette relation exponentielle met en évidence la forte influence d'une variation de température sur le temps de relaxation. Lorsque la température croît, la «viscosité» du matériau diminue et la relaxation des contraintes est plus rapide.

L'ajustement de la relaxation des contraintes à un modèle exponentiel donne lieu à une bonne corrélation pour les essais de relaxation effectués avant la résistance ultime, quelle que soit la température. Au cours de la phase de radoucissement, la corrélation est moins bonne; on peut dire que le comportement du matériau s'éloigne du modèle visco-élastique par suite de l'apparition de phénomènes liés au développement trop important de la fracturation au cours de la relaxation, la rupture localisée donnant lieu à une relaxation instantanée des contraintes.

L'expérience montre d'ailleurs (tableau II) que le temps de relaxation, mesuré en différents points de la courbe σ - ε , diminue à mesure que ces points se situent dans des domaines successifs de plus en plus fracturés.

5. INFLUENCE SIMULTANÉE DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA VITESSE DE SOLLICITATION SUR LA RÉSISTANCE ULTIME

A température ordinaire, la vitesse de sollicitation joue un rôle important sur la valeur de la résistance à la compression, qui suit une loi du type (HOUPERT, 1966)

$$\sigma_c = \sigma_0 + \sigma_1 \log \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0,$$

relation dans laquelle $\dot{\varepsilon}$ désigne la vitesse de déformation, σ_0 , σ_1 et $\dot{\varepsilon}_0$ des constantes. Cette dépendance de σ_c vis-à-vis de $\dot{\varepsilon}$ résulte de l'influence du temps sur le développement de la microfracturation. Le comportement différé à la rupture des roches est lié à la relaxation des contraintes; celle-ci est d'autant plus rapide que

- la température est élevée,
- le matériau est hétérogène et discontinu,
- la vitesse de sollicitation est faible.

Autrement dit, les effets «visqueux» sont moins prononcés pour les températures élevées, les roches fissurées et hétérogènes et les essais lents. On peut donc penser que, sous température, la variation de vitesse de sollicitation a moins d'influence sur la résistance ultime à température élevée qu'à basse température.

Des essais de compression ont été effectués sur le granite de Senones à 600 °C pour différentes valeurs de $\dot{\varepsilon}$. Un ajustement à une loi logarithmique est présenté sur la figure 8, en prenant $\dot{\varepsilon}_0 = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$; cette figure donne également la variation de σ_c pour la roche testée à température ambiante. On peut donner les variations suivantes:

- granite témoin: $\sigma_c = 125 + 9 \log \dot{\varepsilon}$;
- granite à 600 °C: $\sigma_c = 30 + 3 \log \dot{\varepsilon}$.

On constate effectivement en comparant les pentes des deux droites, que l'influence de la variation de $\dot{\varepsilon}$ sur σ_c est plus faible aux températures élevées qu'aux basses températures.

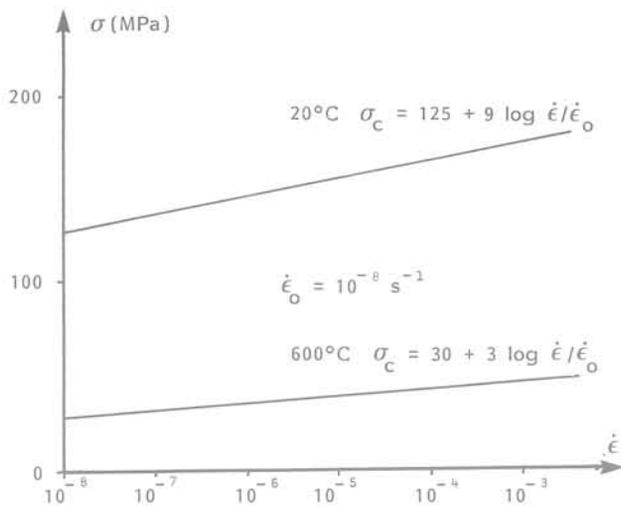


Fig. 8. — Granite de Senones: Augmentation de la résistance en fonction de la vitesse de sollicitation à 20 °C et 600 °C.

6. CONCLUSION

D'une manière générale, une augmentation de température produit une diminution de la résistance ultime et du module de déformation, un accroissement de la phase post-maximum et un changement de pente de la courbe contrainte-déformation dans cette phase. Ces variations sont identiques à celles que l'on observe en fonction de la vitesse de sollicitation (HOUPERT, 1974), dans ce sens qu'une augmentation de la température produit le même effet qu'une diminution de la vitesse de sollicitation. Dans le cas de roches entièrement cristallisées (granites) et des calcaires, ces variations sont monotones; cependant, dans le cas du grès, qui est composé de grains de quartz reliés par un ciment, elles sont plus complexes et encore mal définies.

La relaxation des contraintes dépend de la température. Cette liaison découle de l'équation d'Arrhénius et elle a des conséquences importantes sur le comportement à la rupture sous température des roches.

Il est possible de comparer le comportement en compression simple des roches sous température à celui des roches pré-fissurées thermiquement, c'est-à-dire ayant été soumises, avant sollicitation mécanique, à une température donnée suivie d'un retour à la température ambiante (HOUPERT et HOMAND-ÉTIENNE, 1979). Dans le premier cas, les fissures thermiques existent dans le matériau, mais elles restent, en grande partie, fermées par suite de la dilatation des grains. Dans le second cas, après refroidissement, les fissures sont, pour la plupart, ouvertes. Il y a, bien entendu, de grandes analogies entre les deux comportements. Cependant, le contrôle de la rupture est généralement plus difficile sous température que si la roche est pré-fissurée.

Dans les roches à quartz, il se produit une fissuration thermique importante au-dessus de 600 °C. Pour des granites pré-fissurés, on distingue nettement deux groupes de courbes contrainte-déformation: celles relatives à des températures inférieures à 500 °C et celles relatives à des températures supérieures (HOUPERT et HOMAND-ÉTIENNE, 1979). Cette distinction est surtout importante pour les vitesses de déformation faibles; elle disparaît pour les vitesses de déformation élevées. Par contre, elle n'existe pas pour les roches testées sous température, par suite de la non-ouverture des fissures thermiques dans ce cas.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ABEGA EBOLO, T. (1978). — *Etude du développement de la microfracturation thermique par la célérité des ondes et comportement des roches en compression uniaxiale.* — D.E.A., I.N.P.L., Nancy.
- BRIGHENTI, G. (1970). — *Influence of cryogenic temperatures on the mechanical characteristics of rocks.* — C.R. 2^e Congr. Internat. Méc. Roches, Belgrade, vol. 1, comm. 2-27, 5 p.
- FREUDENTHAL, A.M. (1950). — *The inelastic behavior of engineering materials and structures.* — Wiley, New York, 587 p.
- HOUPERT, R. (1966). — *Variation de la résistance à la compression simple des roches grenues en fonction de la vitesse de mise en charge.* — C.R. Acad. Sci., vol. 262, série A, p. 1423-1425.
- HOUPERT, R. (1970). — *La résistance à la rupture des roches en compression simple.* — C.R. 2^e Congr. Internat. Méc. Roches, Belgrade, vol. 2, comm. 3-8, 7 p.
- HOUPERT, R. (1974). — *Le rôle du temps dans le comportement à la rupture des roches.* — C.R. 3^e Congr. Internat. Méc. Roches, Denver, vol. 2, t. A, p. 325-329.
- HOUPERT, R. (1979). — *Le comportement à la rupture des roches.* — C.R. 4^e Congr. Internat. Méc. Roches, Montreux, conf. th. 1, vol. 3, p. 115-122.
- HOUPERT, R.; HOMAND-ÉTIENNE, F. (1979). — *Influence de la température sur le comportement mécanique des roches.* — C.R. 4^e Congr. Internat. Méc. Roches, Montreux, p. 177-180.
- KUMAR, A. (1968). — *The effect of stress rate and temperature on the strength of basalt and granite.* — Geophysics, vol. 33, p. 501-510.
- RICHARDS, C. (1965). — *La science des matériaux de l'ingénieur.* — Dunod, Paris, 543 p.
- STEPHANSSON, O.; SWAN, G.; LEIJON, B. (1978). — *Mechanical properties of Stripa granite. In situ heating experiments in geological formations.* — Ludvika-Stripa, 13-15 septembre 1978, p. 191-204.
- WINGQUIST, C.F. (1969). — *Elastic moduli of rock at elevated temperatures.* — U.S. Dep. Inter. Bur. Mines rep. invest. 7269, 18 p.

essais dynamiques de fondations en centrifugeuse

PAUL LEGUAY

Ingénieur

Centre d'Etudes Scientifiques et Techniques d'Aquitaine*

PIERRE MORLIER

Professeur

Laboratoire de Génie Civil de l'Université de Bordeaux I, I.U.T. A**
E.R.A. 769 du C.N.R.S.

JOËL RIVIERE

Chercheur

Laboratoire de Génie Civil de l'Université de Bordeaux I, I.U.T. A**
E.R.A. 769 du C.N.R.S.

INTRODUCTION

La conception parasismique des constructions exige, pour l'introduire dans les codes de calcul, la connaissance quantitative de l'interaction dynamique sol-structure; si cette connaissance est largement acquise pour un sol élastique homogène [2] [3], il n'en est pas de même si l'on veut tenir compte de l'hétérogénéité induite dans un sol réel par la pesanteur.

Le but de cette étude est d'apporter une réponse à ce genre de question; pour simuler la pesanteur il nous fut possible d'utiliser la centrifugeuse très performante du Centre d'Etudes Scientifiques d'Aquitaine dans le cadre d'un travail de thèse [6].

Nous décrivons donc d'abord cette centrifugeuse puis les essais particuliers de vibration de fondation; nous

rapporterons ensuite l'approche théorique du problème et enfin nous montrerons comment on peut établir une notion de module équivalent et comment celui-ci est défini pour un sol semi-infini pulvérulent soumis à la pesanteur.

On ne s'intéresse ici qu'à la composante verticale du mouvement de vibration des fondations dans le but de simplifier l'exposé.

1. ESSAIS DE VIBRATION DES FONDATIONS EN CENTRIFUGEUSE

Du fait de la complexité des lois de comportement des sols, il apparaît nécessaire [1] [4] de réaliser des modèles réduits de fondations qui conservent le matériau (échelle des masses spécifiques égale à l'unité) et les contraintes, c'est-à-dire tels que, les contraintes en des points homologues du modèle et de la structure étant égales, les lois rhéologiques en ces points soient les mêmes.

(*) 33830 — Le Barp.

(**) 33405 — Talence Cedex.

En soumettant, en centrifugeuse, une maquette à une accélération égale à g^* fois l'accélération de la pesanteur, les conditions ci-dessus imposent, d'après les lois de la dynamique (1), que:

- l'échelle des longueurs et des déplacements soit égale à g^{*-1} ,
- l'échelle des temps à g^{*-1} ,
- l'échelle des fréquences à g^* ,
- l'échelle des vitesses à 1,
- l'échelle des masses à g^{*-3} .

Ainsi, pour un g^* maximum de 100 sur la centrifugeuse du C.E.S.T.A., un accélérogramme de la maquette doit avoir une durée 100 fois plus faible et une amplitude 100 fois plus grande que la durée et l'amplitude d'un accélérogramme réel.

1.1. La centrifugeuse Latecoere du C.E.S.T.A.

Depuis quelques années, la centrifugeuse du C.E.S.T.A. est utilisée pour la mécanique des sols, en particulier pour l'étude de la réponse à des séismes de l'ensemble sol-structure [5] [6].

D'après l'étude réalisée par Pilot [4], cette centrifugeuse est largement compétitive, par ses performances — accélération de 100 g sur des modèles de 2 tonnes —, au plan mondial; on peut en particulier y réaliser des tests combinés d'accélération statique (avec conditionnement éventuel de vide ou de température) et d'essais vibratoires ou de chocs (séismes) [6].

La centrifugeuse comporte un bras dissymétrique d'une masse de 40 tonnes, portant (fig. 1):

— à une extrémité les quatre points d'amarrage des bâtis supportant les spécimens, dont une nacelle pivotante utilisée pour les essais de mécanique des sols,

— à l'autre extrémité, le contre-poids.

Le bras repose sur un ensemble « moyeu-support » lié par un réducteur à quatre moteurs à courant continu de 350 CV. chacun.

Les principales caractéristiques de cette centrifugeuse sont:

- la distance du pivot au centre de gravité des spécimens: 10 mètres;
- l'accélération maximale pour une masse de 2 tonnes: $1\ 000\ ms^{-2}$;
- la vitesse de rotation pour l'accélération maximale: 96 tr/min;
- le temps de montée minimale pour atteindre $1\ 000\ ms^{-2}$: 60 s;
- la précision de la régulation de la vitesse angulaire: $10^{-2}\ rad \cdot s^{-1}$, soit $2\ ms^{-2}$ pour $1\ 000\ ms^{-2}$.

Une centrale d'acquisition multivoie placée au pivot, permet le traitement de 200 voies d'extensométrie statique; 10 voies d'extensométrie dynamique (bande passante 10 KHz) et 24 voies accélérométriques (acquisition des phénomènes transitoires) complètent les moyens de mesure.

1.2. Les essais de vibration de fondations en centrifugeuse

Le sol de la maquette est contenu dans une cellule en aluminium, de dimension $1,3 \times 0,8 \times 0,4\ m$, dont les parois internes sont recouvertes d'isomode afin que les

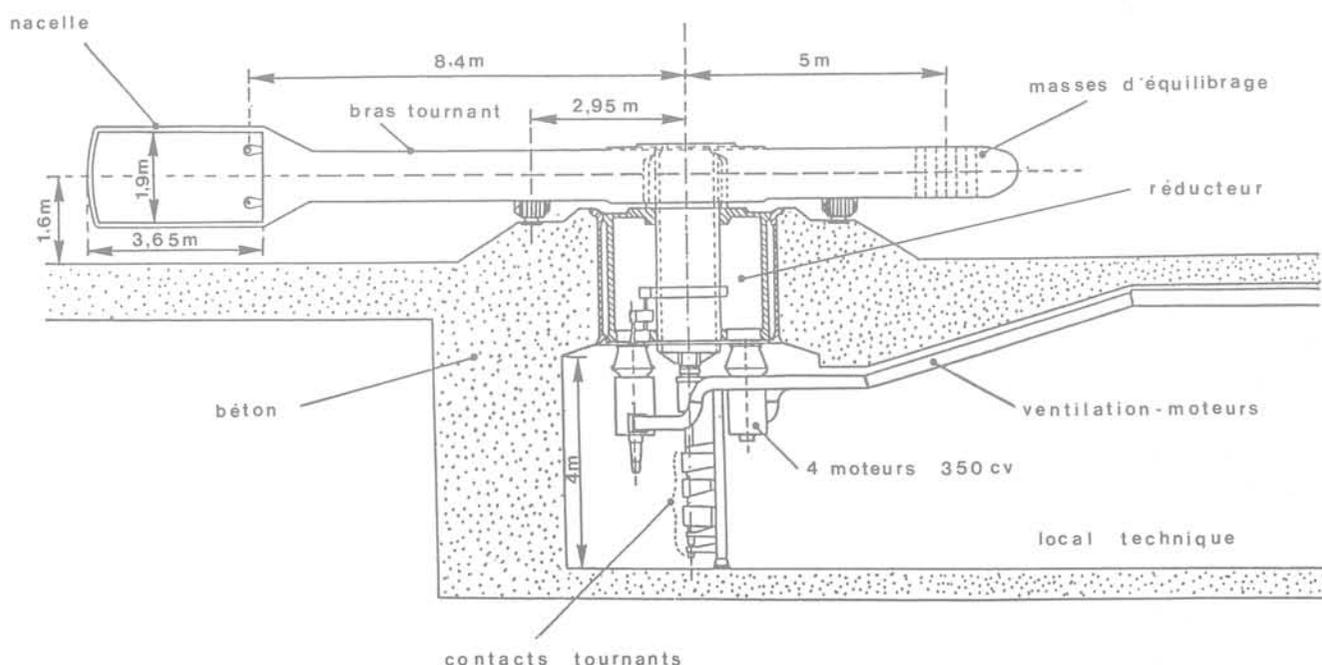


Fig. 1. — Centrifugeuse du C.E.S.T.A.

vibrations parasites transmises par les parois soient absorbées.

Le sol est un sable fin de Fontainebleau, à granulométrie serrée, saturé d'eau: le remplissage en sable de la cellule est effectué en saupoudrant ce sable d'une hauteur de deux mètres afin d'obtenir un poids spécifique élevé (densité sèche: 1,6); la saturation en eau se fait en écoulement ascendant très lent.

Les modèles de fondation sont trois plaques circulaires d'aluminium de dimensions différentes:

	diamètre	poids
P ₁	0,183 m	10,20 N
P ₂	0,200 m	16,60 N
P ₃	0,253 m	26,10 N

(dans les poids sont inclus ceux de l'excitateur et des capteurs).

L'excitateur est un moteur à balourd qui peut tourner au maximum à 400 Hz; le poids du balourd est de 15 mN.

La force vibratoire est mesurée par un capteur inséré entre le socle du moteur et la plaque circulaire; elle est de la forme $Q = Q_0 e^{i\omega t}$, avec, bien sûr,
 $Q_0(N) = 1,275 \cdot 10^{-6} \omega^2$
 où ω est la pulsation.

L'accélération verticale du modèle a été mesurée à l'aide de deux accéléromètres diamétralement opposés sur la plaque dont on fait la demi-somme des indications.

2. THÉORIE DE LA VIBRATION DES FONDATIONS SUR SOL ÉLASTIQUE

Le sol est supposé être représenté par un milieu semi-infini, à surface libre horizontale, homogène, isotrope et élastique, caractérisé par son module de cisaillement G , son coefficient de Poisson ν et sa masse spécifique ρ . La fondation est représentée par une masse oscillant verticalement qui produit à la surface du sol une contrainte verticale uniformément répartie sur une surface circulaire de rayon r_0 .

Avec ces hypothèses [2, 3], le déplacement vertical z au centre de la fondation est exprimée par:

$$z = P_0 \frac{e^{i\omega t}}{Gr_0} (f_{1v} + if_{2v}) \tag{1}$$

où P_0 est l'amplitude de la force totale verticale appliquée sur la fondation, et f_{1v} et f_{2v} sont les fonctions de déplacement de Reissner (pour ce type de sollicitation).

Ces fonctions de déplacement peuvent être exprimées en fonction du coefficient de Poisson du sol et d'un nombre sans dimension, proportionnel à la fréquence,

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\rho/G} = \omega r_0 / V_s \tag{2}$$

où V_s est la célérité des ondes de cisaillement dans le sol. La figure 2 donne les valeurs de ces fonctions

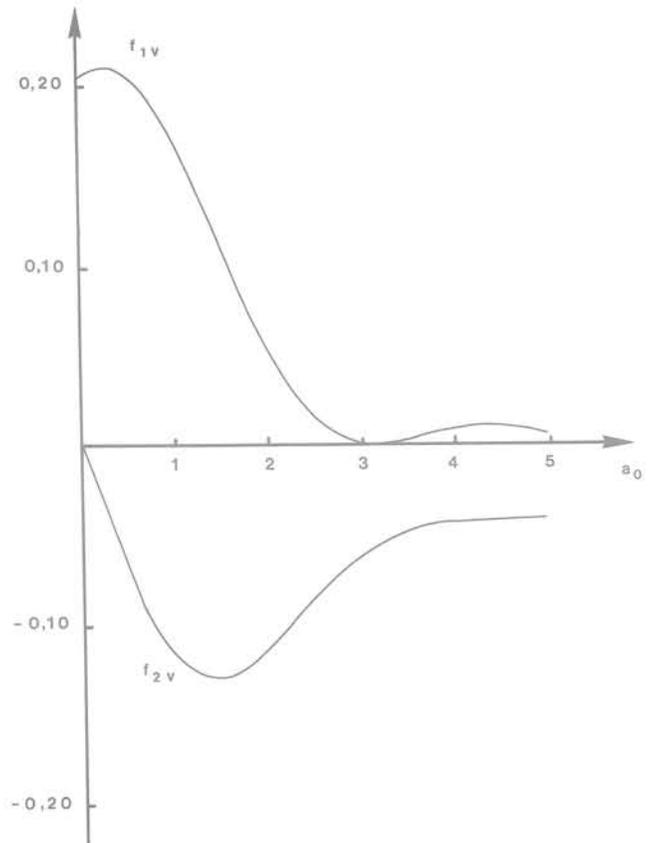


Fig. 2a. — Fonctions de déplacement de Reissner pour $\nu = 0,25$ [6].

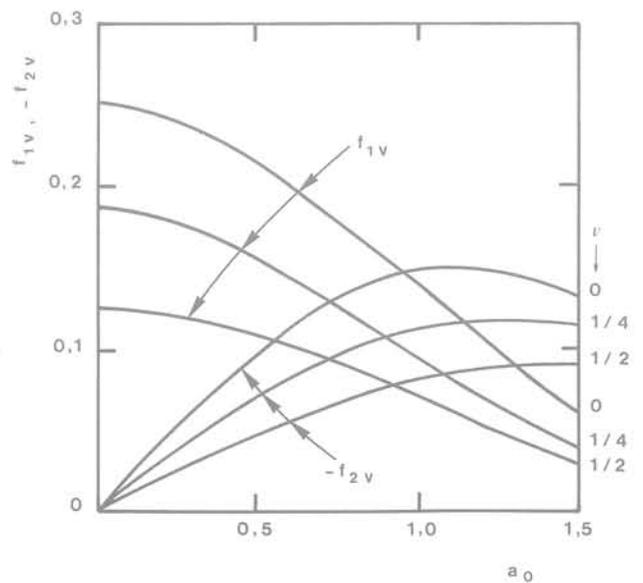


Fig. 2b. — Fonctions de déplacement pour une semelle circulaire rigide [3].

pour le coefficient de Poisson de 0,25 qui a été retenu dans cette étude ainsi que diverses valeurs de ν mais avec une plage plus réduite de a_0 .

A partir de l'expression (1) du déplacement vertical, Hsieh va donner l'équation du mouvement sous une forme plus traditionnelle; considérons (fig. 3) dans un

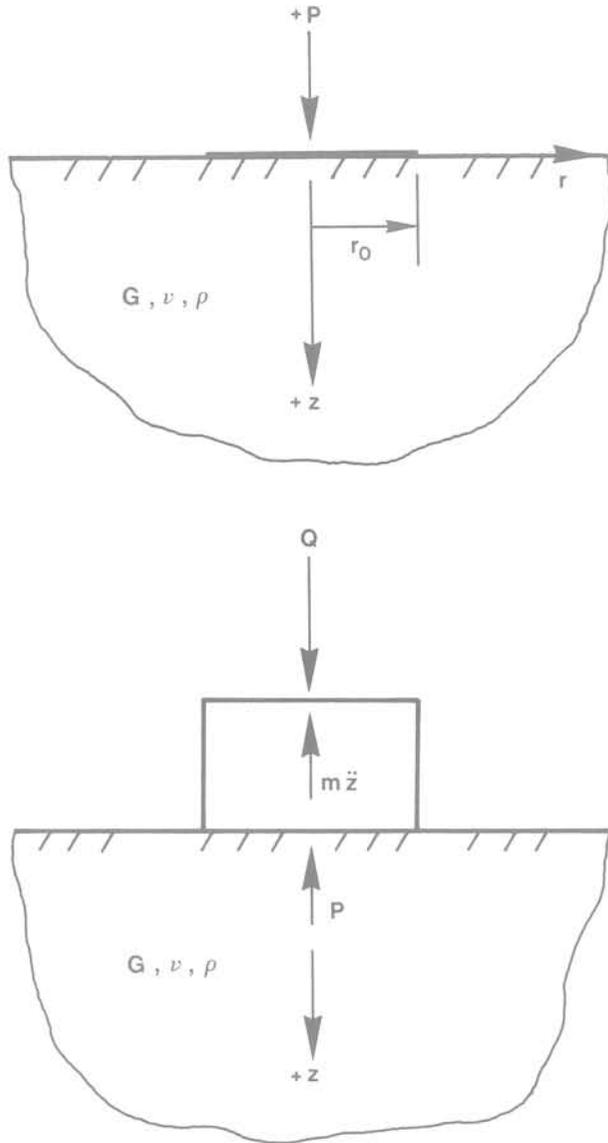


Fig. 3. — Notation pour les équations de Hsieh.

premier temps un disque sans masse de rayon r_0 à la surface du semi-infini et soumis à une charge verticale périodique $P = P_0 e^{i\omega t}$; en dérivant l'équation (1) par rapport au temps, il vient

$$\frac{dz}{dt} = \frac{P_0 \omega e^{i\omega t}}{Gr_0} (if_{1v} - f_{2v}) \quad (3)$$

en combinant les relations (1) et (3) de façon à éliminer les termes imaginaires, on obtient:

$$f_{1v} \omega z - f_{2v} \frac{dz}{dt} = \frac{P\omega}{Gr_0} (f_{1v}^2 + f_{2v}^2)$$

soit

$$P = - \frac{Gr_0}{\omega} \frac{f_{2v}}{(f_{1v}^2 + f_{2v}^2)} \frac{dz}{dt} + Gr_0 \frac{f_{1v}}{(f_{1v}^2 + f_{2v}^2)} z \quad (4)$$

Cette équation peut être écrite plus simplement:

$$P = C_v \frac{dz}{dt} + k_v z \quad (5)$$

où

$$C_v = - \frac{r_0^2}{a_0} \sqrt{\rho G} \frac{f_{2v}}{f_{1v}^2 + f_{2v}^2}$$

et

$$k_v = Gr_0 \frac{f_{1v}}{f_{1v}^2 + f_{2v}^2}$$

Si la fondation a maintenant une masse m non négligeable et est soumise à une force périodique Q ainsi qu'à la réaction $-P$ du sol (fig. 3), son équilibre exige que:

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = Q - P$$

soit

$$m \frac{d^2z}{dt^2} + C_v \frac{dz}{dt} + k_v z = Q = Q_0 e^{i\omega t} \quad (6)$$

équation qui a la forme générale de l'équation d'un oscillateur simple.

On en déduit les caractéristiques générales du mouvement:

A_v = amplitude du mouvement vertical

$$= \frac{Q_0}{Gr_0} \sqrt{\frac{f_{1v}^2 + f_{2v}^2}{(1 - ba_0^2 f_{1v}^2)^2 + (ba_0^2 f_{2v}^2)^2}} \quad (7)$$

avec $b = m/\rho r_0^3$

$$A\ddot{v} = \text{amplitude des accélérations} = \omega^2 A_v \quad (7')$$

$\text{tg } \varphi$ = déphasage entre la force Q et le déplacement z

$$= \frac{f_{2v}}{-f_{1v} + ba_0^2 (f_{1v}^2 + f_{2v}^2)} \quad (8)$$

3. DÉTERMINATION D'UN MODULE ÉQUIVALENT DU SOL RÉEL

L'amplitude et le déphasage du mouvement de la fondation dépendent donc, pour une fréquence et une forme de fondation données, des constantes élastiques G et ν du sol supposé jusqu'ici homogène — formules (7) et (8).

En ce qui concerne le coefficient de Poisson, et bien que ses variations affectent notablement les fonctions de déplacement (fig. 2), nous l'avons supposé constant et égal à une valeur de 0,25 qui nous a été imposée par les mesures des célérités des ondes dans le sol pour différentes accélérations statiques.

Pour ce qui est du module de cisaillement, on peut supposer qu'il varie en fonction de la profondeur, ou plus exactement en fonction de la contrainte effective moyenne σ'_m , selon une loi proposée par Hardin et Richart [voir 3] à la suite d'essais dynamiques sur des sols pulvérulents soumis à une pression hydrostatique :

$$G = g(e) \sqrt{\sigma'_m} \tag{9}$$

où $g(e)$ est une fonction de l'indice des vides dont les coefficients varient avec la granulométrie des sols.

3.1. Définition du module équivalent

Nous allons définir un module G équivalent pour notre sol rendu hétérogène par la pesanteur ainsi que par les contraintes dues à la fondation. Ayant mesuré la réponse $A\ddot{v}$ du modèle, la formule (7) — avec $\nu = 0,25$ — nous donne ce G équivalent; nous montrerons qu'il peut être rapporté par une formule du type (9) à une contrainte caractéristique de la distribution de contrainte sous la fondation.

On remarque déjà, sur la figure 4, que le G équivalent est constant pour une plaque et une accélération statique g donnée; la courbe de la figure 4 n'a pas été

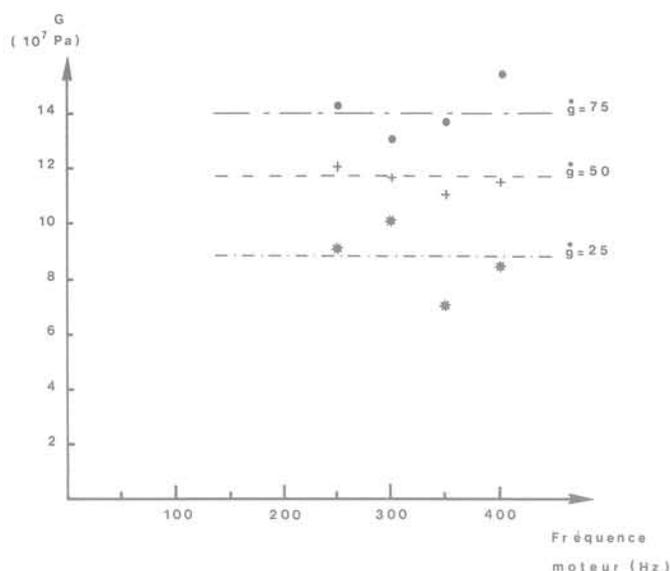


Fig. 4. — Valeur de G équivalent pour la plaque P_1 .

étendue vers les basses fréquences car les accélérations mesurées varient comme ω^4 — formule (7') avec Q_0 variant comme ω^2 —; les autres résultats seront relatifs à une fréquence unique de 350 Hz.

On remarque également que lorsque g^* double, le module G équivalent est multiplié par $\sqrt{2}$ environ.

3.2. La contrainte effective moyenne minimale

Pour ce qui est des applications aux ouvrages, Richart, Hall et Woods [3] conseillent de choisir comme σ'_m de

la formule (9) la contrainte effective moyenne minimale, statique, sous la fondation et sur l'axe de celle-ci.

La contrainte effective moyenne sur l'axe est en effet la somme de la contrainte moyenne due au poids des terres (régime élastique avec $\nu = 0,25$) et de la contrainte moyenne due au poids de la fondation que nous obtenons par les abaques classiques de Prange établis pour une semelle rigide.

Nous définissons ainsi une contrainte effective moyenne minimale σ'_m qui est, pour nos essais, proportionnelle à g^* .

3.3. Résultats des essais

La figure 5 montre que, pour une large gamme de σ'_m , on peut écrire G équivalent

$$G_{\text{équivalent}} = 8 \cdot 10^5 \sqrt{\sigma'_m} \quad (G \text{ et } \sigma'_m \text{ en Pa})$$

On peut remarquer que la valeur du coefficient de proportionnalité ($8 \cdot 10^5$) est très proche de celle proposée par Hardin et Richart pour un sable de même indice des vides et de même granulométrie.

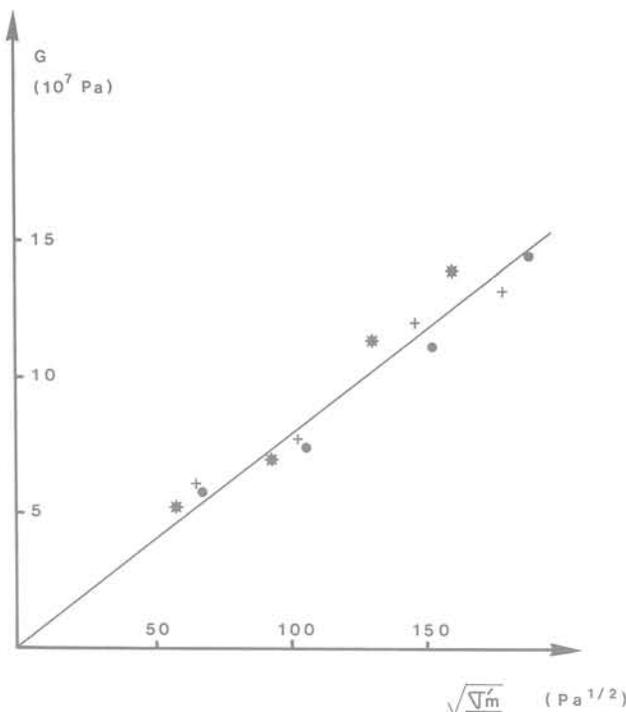


Fig. 5. — Variation de G équivalent avec σ'_m .

CONCLUSION

Les résultats que nous venons d'exposer montrent donc qu'on peut caractériser l'ouvrage (fondation et sol) par une contrainte effective moyenne minimale, en déduire le module équivalent qui permet enfin de connaître la réponse de la fondation à une sollicitation dynamique.

BIBLIOGRAPHIE

1. MANDEL, J. — *Essais sur modèles réduits en mécanique des terrains. Etude des conditions de similitude.* — Rev. Ind. Min., vol. 44, n° 9. 1962.
2. DELEUZE, G. — *Réponse à un mouvement sismique d'un édifice posé sur un sol élastique.* — Annales I.T.B.T.P., n° 234. 1967.
3. RICHART, F.E.; HALL, J.R.; WOODS, R.D. — *Vibrations of Soils and Foundations.* — Prentice Hall. 1970.
4. PILOT, G. — *Centrifugation de modèles réduits d'ouvrages en terre et de fondations.* — Rapport de Recherche, n° 48, L.C.P.C. 1975.
5. ZELIKSON, A.; LEGUAY, P.; PASCAL, C. — *Centrifugal model comparison of pile and raft foundations subjected to earthquakes.* Soil Dynamics and Earthquake Engineering Conference. — Southampton. 1982.
6. RIVIERE, J. — *Interaction sol-structure lors d'un séisme; simulation en centrifugeuse.* — Thèse 3^e cycle n° 1919, Université Bordeaux I. 1983.

sols frottants mobiles et mobilisables sous l'action de la houle et des courants en géotechnique marine

A. GROVEL

Professeur*

P. THOMAS

Assistant*

1. INTRODUCTION

1.1. Position du problème

L'étude géotechnique des sols marins de surface présente dès l'abord deux difficultés spécifiques:

- le sol marin est un sédiment, un dépôt, en présence ou non des forces qui l'ont mis en place,
- le mode de prélèvement est toujours plus perturbateur qu'à terre et la possibilité de mélange des couches est toujours possible.

Schématiquement, si l'on admet qu'un sol d'été est formé par la superposition de deux couches:

- l'une en équilibre statique, le mouvement des grains vers l'aval étant compensé par l'apport d'amont, sous les forces hydrauliques,
- l'autre stable.

L'apparition des forces maximales d'hiver va balayer le sol superficiel, qui reparaitra à l'été suivant.

(*) I.U.T. de Saint-Nazaire.
E.N.S.M. de Nantes — 1, rue de la Noë — 44300 Nantes.

<u>ÉTÉ 1</u>	HIVER	<u>ÉTÉ 2</u>
<u>Sol 1</u>		<u>Sol 1</u>
<u>Sol 2</u>	<u>Sol 2</u>	<u>Sol 2</u>

Il paraissait donc important de mettre au point une méthode permettant de préciser:

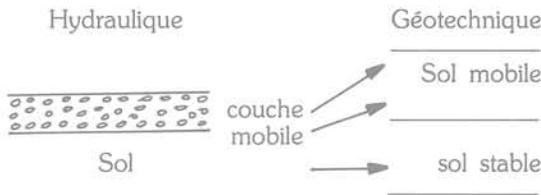
- d'une part à quel sol de surface on a affaire (stabilité),
- d'autre part comment se répartissent en profondeur les sols d'occurrence de mobilité variables.

Le paramètre essentiel est donc la profondeur de mobilité dont l'influence sur les comportements de fondations à l'affouillement fait pressentir l'intérêt.

Ce paramètre a une signification en géotechnique différente de la notion de « couche mobile » de l'hydraulique: il intègre dans l'espace et dans le temps les phénomènes de transport, de début de remise en mouvement, de dépôt, alors que la « couche mobile » est la partie supérieure du sol qui instantanément sous une force hydraulique quelconque est susceptible de mouvement; l'épaisseur de la couche mobile est de l'ordre de quelques diamètres de grains et ne saurait

donc expliquer les phénomènes d'ensouillage ou d'afouillement.

Le schéma suivant illustre cette distinction.



1.2. Expression de l'hypothèse de travail de départ

Devant les difficultés éprouvées par la plupart des spécialistes de fonds marins à appliquer en nature les résultats des laboratoires hydrauliques, il fut donc décidé :

- de s'en tenir uniquement aux sols frottants,
- de reprendre le problème au début.

1.2.1. Les lois de début d'entraînement des sédiments

De nombreuses mesures de laboratoire ont été effectuées sur des sphères de matériaux divers et BONNEFILLE et PERNECKER en ont publié en 1966 une loi de synthèse exprimée par la relation générale

$$r_*^2 = \frac{2}{3} f D_*^3$$

— où f est le coefficient de frottement unitaire d'un grain

$$f = \text{tg} \mu$$

— R_* le nombre de Reynolds étoilé $\frac{\mu_* D}{\nu}$

u_* vitesse de cisaillement $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ racine du rapport de la contrainte de cisaillement au fond sur la masse spécifique de l'eau.

D dimension diamètre du grain.

ν viscosité cinématique de l'eau.

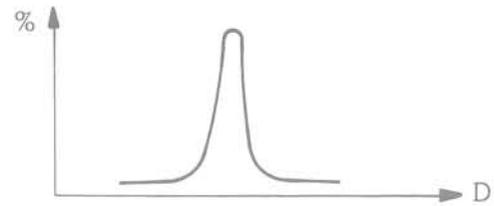
— D_* diamètre sédimentologique = $\left(\frac{\rho' g}{\nu^2}\right)^{1/3} D$

où $\rho' = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$

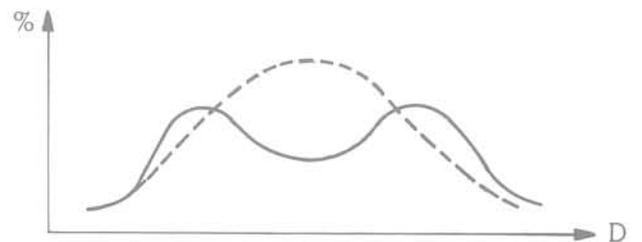
Cette loi (de début de mise en mouvement) est obtenue par l'égalité des forces de frottement et de traction en utilisant les formules de STRICKLER valables pour un écoulement en canal et reliant ainsi vitesse moyenne, profondeur d'écoulement et dimension du grain au coefficient de CHEZY.

La première difficulté rencontrée dans son application éventuelle à un phénomène naturel, concerne la signification de D présenté comme une valeur moyenne.

Il s'agit ici du diamètre moyen d'une population statistique de billes artificielles dont l'écart-type est très réduit.



En nature la définition du diamètre moyen concerne une population aux dimensions plus étalées, quand ce n'est pas le mélange de plusieurs populations.



Les lois de synthèse sont donc peu appliquées principalement du fait que le paramètre « diamètre moyen » est peu adapté.

1.2.2. Recherche d'un paramètre dimensionnel représentatif d'une population statistique de sols frottants

L'hypothèse de travail dont nous sommes partis peut se résumer ainsi :

Si, sur le plan sédimentologique, nous avons la preuve, par des tests ou des observations, qu'un sable est mis en mouvement par un courant ou une houle,

— étant donné qu'il existe une relation bi-univoque entre la vitesse du courant ou la vitesse orbitale des houles et la dimension des particules.

— étant donné d'autre part que la répartition statistique de ces vitesses est toujours gaussienne (loi normale de répartition), la répartition statistique des dimensions des particules devrait être elle aussi normale.

La première difficulté provient du fait que la population de grains de sable n'est pas comptée mais répartie en pourcentages de poids soit par tamisage soit par élutriation.

La distribution des pourcentages de poids en fonction des dimensions suit donc alors tout naturellement la loi log-normale

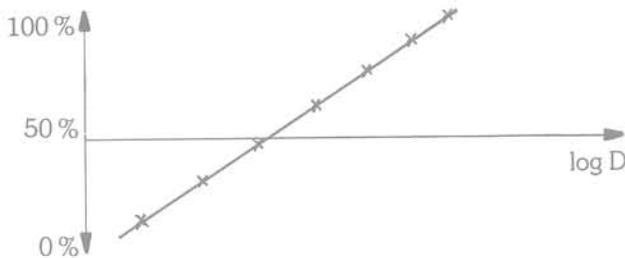
$$- A = - \frac{1}{2} \left(\frac{L \cdot D - m}{\sigma} \right)^2$$

m moyenne
σ écart-type

$$- f(\log D) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^A$$

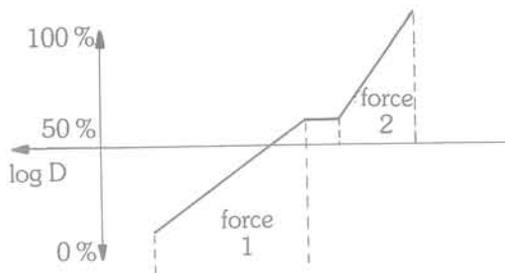
Cette distribution couramment utilisée présente deux particularités dont nous avons décidé de tirer parti :

a. la courbe cumulative des résultats d'un simple tamisage représentée en abscisse logarithmique de dimensions et en ordonnées de probabilité permet d'utiliser le test graphique de HENRY et de déterminer ainsi si tout ou partie de la courbe suit une loi log-normale.

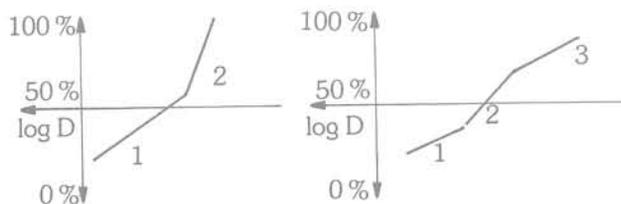


b. de même que la somme de deux répartitions normales est elle-même normale, c'est le produit de deux répartitions log-normales qui est log-normal.

Le mélange de deux populations de sables à répartition log-normale ne peut donc pas suivre une répartition log-normale et dans une courbe granulométrique cumulative les droites de Henry ne représenteront que des domaines où la répartition des dimensions a été régie par une force physique de répartition normale, unique ou prédominante.



Or, les zones étudiées ont montré des diagrammes typiques de deux populations,



rarement de 3 populations. Pour savoir si le diagramme « a » pouvait être considéré ou non comme un sol d'été surmontant un sol d'hiver, et qu'on avait alors affaire à ces deux sols mélangés par l'opération de prélèvement par benne, une opération test fut entreprise dans une zone témoin.

2. TEST DANS UNE ZONE A COURANTOLOGIE CONNUE

2.1. Situation générale

La zone considérée est une zone sableuse à l'abri de l'île de Groix et à la sortie de la rade de Lorient. Un houlographe mouillé sur le site (au point I) a enregistré sur 330 jours de mesure, 247 jours de mer zéro.

Il est cependant évident que certaines tempêtes arrivent à influencer cette zone et les 15 jours annuels où la houle dépasse 1 mètre de creux, peuvent voir apparaître des houles maximales suivantes :

Direction	Période	H max.
W-SW	7 s	2,70 m
SW	10-14 s	2,30 m
S-SE	5 s	2,65 m

Il est difficile de trouver une zone marine atlantique plus à l'abri des houles.

Les courants ont donc été mesurés par 17 mouillages (à mi-profondeur) de courantographes automatiques de 15 à 20 jours chacun, donnant des résultats assez proches de la vitesse moyenne de la tranche d'eau \bar{V} .

Le courant a été analysé entre ses différentes composantes :

- courant de marée
- courant de dérive (dû au vent)
- courant de vidange de l'estuaire (dû aux débits des fleuves).

Une prédiction pragmatique en a été tirée, mais surtout une série de lâchers de flotteurs dérivants a permis de tracer une carte des différents chenaux (flot et jusant) suivant les situations météorologiques.

A première vue, il semble que la variation de position des chenaux de vitesses, doit donner une valeur moyenne en tout point mais la fréquence prédominante des vents d'ouest a cependant tendance à conserver un chenal de flot le long de la côte au Nord, et un chenal de jusant plutôt au Sud.

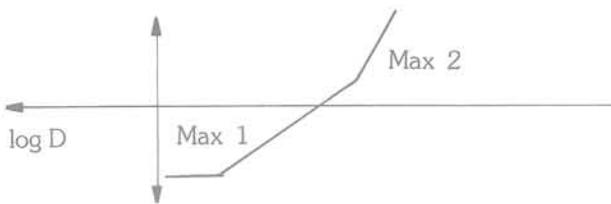
2.2. Exploitation des données dimensionnelles

Les sables ont été prélevés par dragages l'été au cône Berthois et leurs dimensions déterminées par tamisage ou élutriation au tube d'Emery.

La rupture de la courbe log-gaussienne a été prise comme dimension maximale du grain pouvant être remis en mouvement par les courants d'été (dérive d'Ouest faible et coefficients maximaux 95).

L'hypothèse de travail était donc que la houle d'été inexistante ou très faible ne pouvait remuer qu'une

population très fine (Max 2) la population la plus grossière étant représentative du courant (Max 1).



On n'a donc en général que des D compris entre 1 et 2 mm.

En appliquant la loi de BONNEFILLE avec $f = 1$, on peut reconstituer une carte de courants fictifs qui permet de visualiser trois faits :

- des grandes valeurs au Nord sont en concordance avec le chenal de flot correspondant à la dérive W.
- le chenal de jusant du Sud est moins net.
- une zone au SW où l'interprétation des phénomènes naturels est plus difficile.

C'est une zone morphologiquement complexe (ancienne barre des géographes) et les maxi 1 et 2 ont peut-être ici leurs rôles inversés (zone plus ouverte à la houle).

2.3. Remarques

Il était difficile d'aller plus loin surtout avec une analyse de courants. Cependant l'hypothèse de départ n'était pas infirmée. Il semblait alors plus intéressant de travailler sur une zone soumise à la houle où la répartition dans l'espace des vitesses orbitales sur le fond du fait de la répartition était considérablement plus variée.

3. INFLUENCE DE LA HOULE SUR LA TENUE D'UN SOL MARIN PULVÉRULENT

3.1. Présentation du site choisi

Pour mettre en évidence l'influence de la houle sur la tenue d'un sol marin pulvérulent, nous avons choisi un site d'un grand intérêt scientifique et économique : l'estuaire de la Loire au large d'une ligne Saint-Marc-Saint-Brévin.

La connaissance du comportement des sols marins y est très précieuse en raison de son influence sur les importants travaux de dragage du chenal d'accès mis en œuvre par le Port Autonome de Nantes Saint-Nazaire.

L'estuaire externe de la Loire peut être subdivisé en 2 zones marines fortement différenciées :

a. Le littoral nazairien est soumis à l'influence des courants fluviaux dont les caractéristiques varient beaucoup selon les saisons. Leur importance est, en général, telle que le profil des marées y est fortement dissymétrique : la période de jusant étant beaucoup plus longue que celle de flot. La Loire charrie, dans cette région, protégée naturellement de la houle, de la vase et quelques limons d'origine terrigène. Le sol marin y est de nature cohésive.

b. La zone située au sud d'une ligne Saint-Marc-Saint-Brévin est soumise aux contraintes engendrées par la houle dont la propagation ne subit aucune atténuation au large puisqu'il n'y a pas d'île jouant le rôle d'amortisseur naturel tel Groix devant Lorient. L'influence des courants fluviaux sur le remaniement des fonds y est très faible : on n'y trouve que très exceptionnellement de rares sédiments d'origine terrigène, les sols sont généralement pulvérulents, avec de fréquentes populations coquillères importantes. C'est donc à cette dernière zone que nous nous sommes tout particulièrement intéressés.

3.2. Interprétation de l'influence des houles sur les sols marins

3.2.1. Interprétation qualitative

STOKES a décrit les principales caractéristiques de la houle telle qu'on peut la percevoir en première approximation (ce qui est tout à fait suffisant ici, compte tenu du caractère appliqué de la présente étude) : la houle est sinusoïdale, sa longueur d'onde varie avec la profondeur, les particules décrivent des trajectoires elliptiques fermées dont les orbites diminuent rapidement quand on s'approche du fond où elles sont animées d'un mouvement rectiligne alternatif. L'oscillation induite sur les sédiments pulvérulents en place ne peut apparaître que si la contrainte tractrice, proportionnelle à l'amplitude de la houle et inversement proportionnelle à la profondeur, est supérieure à la contrainte critique de cisaillement, fonction du diamètre du grain.

La stabilité du site sous-marin varie ainsi à la fois dans le temps et dans l'espace. Les périodes de calme météorologique induisent des faibles amplitudes de houle et donc des fonds calmes, par contre les tempêtes vont engendrer des transports importants de grains fins peu profonds situés dans des zones très exposées. De tels sédiments pourront également être remaniés par des houles moins fortes qui seront, par contre, insuffisantes pour faire osciller des grains plus gros, plus profonds ou moins exposés.

Pour proposer une interprétation quantitative de phénomènes naturels aussi complexes en raison du caractère aléatoire des tempêtes et donc des remaniements induits il nous a donc fallu réaliser une identification spatio-temporelle de la houle à la suite de campagnes de mesures importantes accompagnées de prélèvements de sédiments in situ.

3.2.2. Interprétation quantitative

Interprétation quantitative locale

Dans un premier temps, nous nous intéressons à un site sous-marin donné, non perturbé par des apports de sédiments venus des régions voisines.

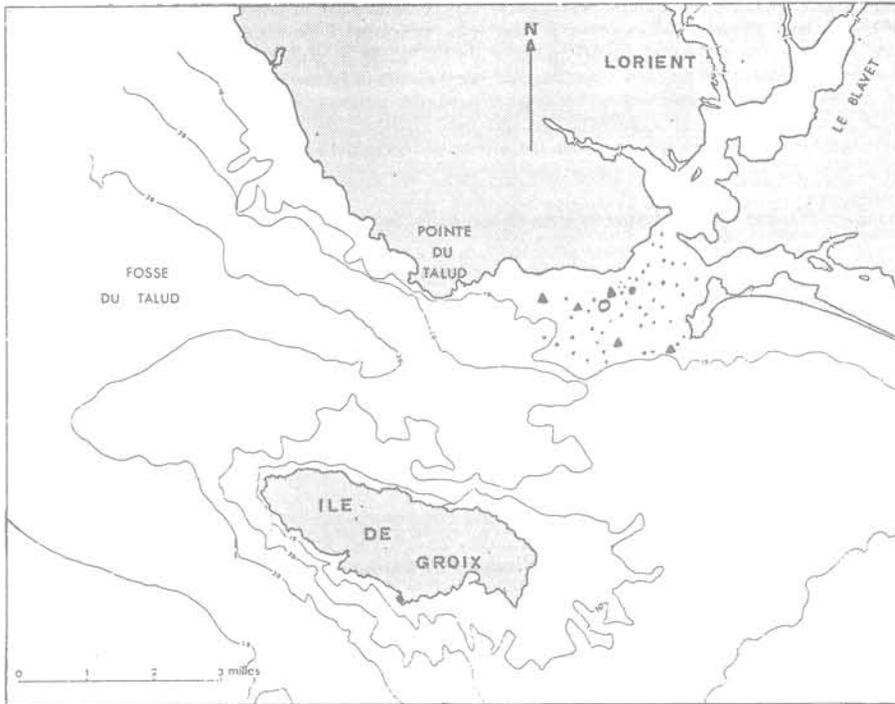


Fig. 1. — Zone étudiée.

○ houle
 ▲ courants
 · prélèvements

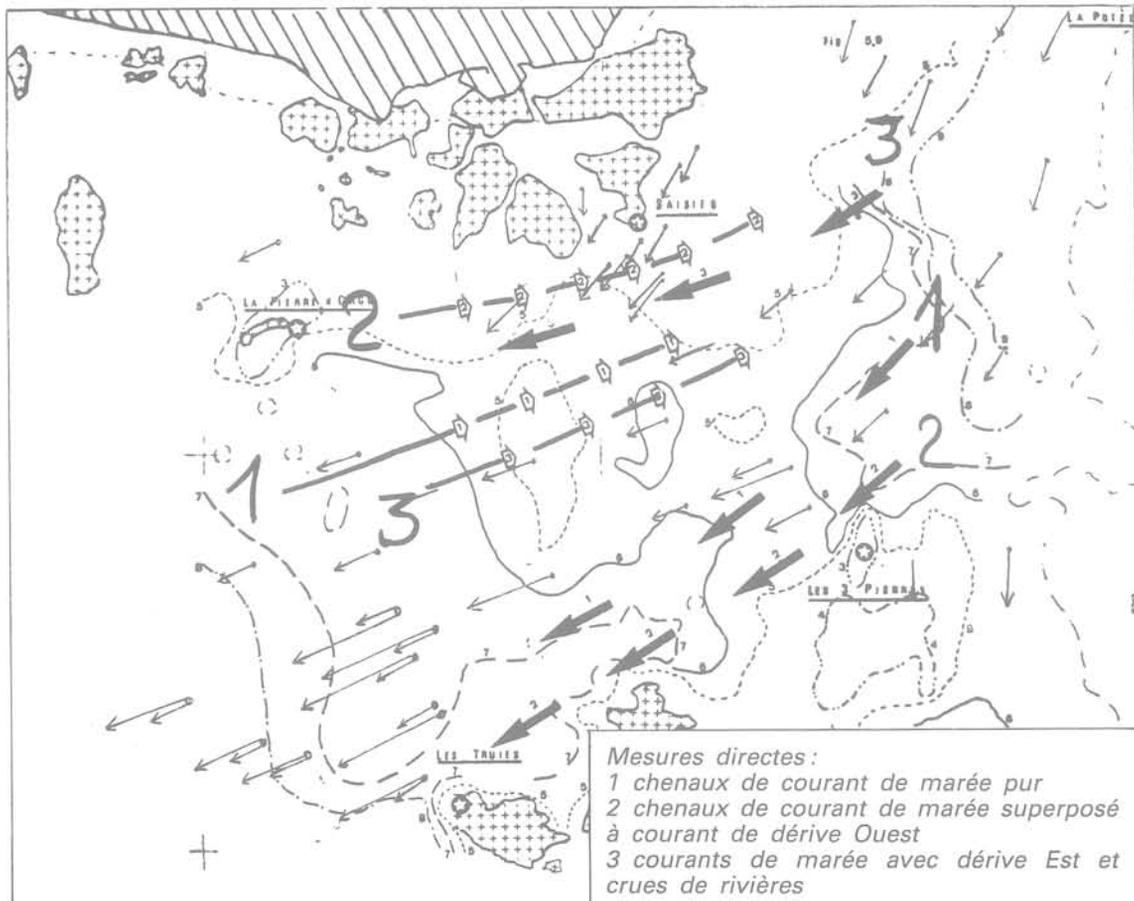


Fig. 2. — Mesures indirectes : les petits vecteurs (la direction est figurative) représentent l'intensité du courant moyen calculé en un point d'après le D_{max} du sol sous-marin. Deux vecteurs ont été représentés lorsqu'il y a trois populations.

On peut considérer que la houle induit sur le fond une vitesse comparable, en première approximation, à celle qu'induirait un courant et appliquer alors la loi de BONNEFILLE vue précédemment, la vitesse maximale sur le fond étant donnée par la relation:

$$U = \frac{\pi H}{T \operatorname{sh} 2\pi \frac{d}{L}}$$

H: amplitude de la houle

T: période

L: longueur d'onde

d: profondeur

Pour connaître la probabilité de remaniement des grains en place localement, il nous faut déterminer la probabilité d'occurrence des houles d'amplitude supérieure ou égale à la houle critique H_c qui engendre la contrainte critique τ_c de début d'entraînement.

Pour cela, nous avons exploité de longues (près de 7 ans) campagnes de mesures qui nous ont permis de connaître les caractéristiques des vagues et d'en déduire des estimations de la houle décennale, voire centennale appelée aussi houle de projet en raison de son utilisation dans les calculs d'ouvrages maritimes.

Interprétation quantitative régionale

Sur l'ensemble de la région choisie, une houle donnée a une amplitude très variable en raison de sa variabilité avec la profondeur: c'est ainsi que si H_0 est la hauteur large, la hauteur H en un point de profondeur d sera:

$$H = \frac{H_0}{\operatorname{th} 2\pi d \left(1 + \frac{1}{\operatorname{sh} 4\pi \frac{d}{L}} \right)}$$

L'atténuation dépend donc également des obstacles rencontrés antérieurement par les vagues, en conséquence il est indispensable de tracer des «plans de houle» indiquant leur amortissement sur cette région en fonction de la réfraction sur le fond et des angles formés par une direction de propagation donnée avec les lignes bathymétriques.

Pour estimer l'amortissement moyen sur une longue période nous avons pondéré les différents plans de houle, tracés selon les directions d'incidence, en fonction de leur probabilité d'occurrence.

Nous avons ainsi pu obtenir une image moyenne de l'état de la mer sur l'ensemble de la région choisie.

L'analyse granulométrique et sédimentologique des prélèvements en 70 points largement répartis, sur cette zone nous a permis d'en connaître les caractéristiques. L'observation des échantillons à la loupe binoculaire a confirmé que la répartition morphoscopique des grains en nature était très éloignée de celle que l'on utilisait pour établir des modèles en laboratoire (population unimodale de billes sphériques).

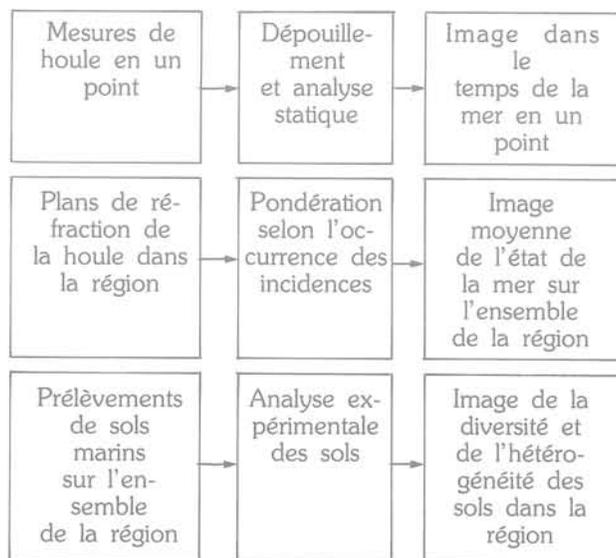
Nous avons donc réalisé l'interprétation locale du 3.3.1. en ces 70 points et nous avons pu établir une cartographie régionale des sols mobiles fonction de la

dimension des grains en place, de la profondeur et de l'amortissement de la houle.

3.2.3. Synthèse de l'interprétation des phénomènes naturels et de leurs mesures

La méthodologie que nous venons de décrire peut être parfaitement applicable sur d'autres sites marins dont les sols sont frottants.

D'une façon générale, il sera toujours possible de suivre les schémas de synthèse suivants:



3.3. Estimations du comportement du sol marin

Selon l'approche souhaitée, il est possible de proposer différentes estimations du comportement du sol marin.

— La modélisation de la probabilité de remaniement des grains est calculée à partir du début de leur oscillation.

— La modélisation quantitative du remaniement repose sur l'évaluation de la quantité de matériaux en place susceptibles d'être remaniés et fait ainsi apparaître les régions où le sol est mobile.

— La modélisation des remaniements exceptionnels permet de comparer les «sensibilités» des sols aux contraintes engendrées par les tempêtes exceptionnelles et de mettre en évidence la notion de «sol mobilisable».

Nous allons étudier successivement ces trois estimations.

3.3.1. Modélisation de la probabilité de remaniement

Comme l'a montré C. MIGNIOT (1981) la mise en mouvement des grains apparaît dès que la contrainte tractrice τ_0 sur le fond, engendrée par le déplacement des particules de la couche mobile sous l'action de la houle, est supérieure à la contrainte critique de cisaillement τ_c fonction du diamètre des grains.

Ces contraintes de cisaillement s'expriment selon les relations:

$$\tau_0 = 1000 \frac{8\pi\nu}{T^3} \frac{H}{\text{sh}2\pi\frac{d}{L}}$$

$$\tau_c = K \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0}$$

avec: ν :viscosité cinétique de l'eau
 T :période de la houle
 H :amplitude
 L :longueur d'onde
 d :profondeur
 ρ_s :masse spécifique du sédiment
 ρ_0 :masse spécifique de l'eau
 D :diamètre
 g :accélération de la pesanteur
 K :coefficient empirique

Soit H_c la houle critique en un point, c'est-à-dire l'amplitude engendrant la contrainte critique τ_c , nous proposons une régionalisation de la probabilité de remaniement par comparaison, sur l'ensemble du site, des occurrences des houles supérieures ou égales aux houles critiques.

Cette régionalisation fait apparaître une probabilité de remaniement des sols frottants faible à l'est et au sud de la région, et plus important au centre et à l'ouest.

3.3.2. Modélisation quantitative du remaniement

Pour évaluer la quantité de matériaux remaniés par la houle, nous proposons une interprétation probabiliste du modèle de MEYER-PETER en intégrant l'ensemble des houles engendrant des contraintes supérieures à la contrainte critique en un point donné et en les pondérant par leur probabilité d'occurrence:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = K \sum_{l=1}^N (\tau_0(l) - \tau_c)^{1,5} P(l) \\ \text{avec } \tau_0(l) > \tau_c \end{array} \right.$$

$P(l)$ étant la probabilité d'occurrence de la houle d'amplitude l .

Nous avons ainsi pu faire apparaître une régionalisation du sol mobile statistique (fig. 5) qui est assez proche de résultats obtenus grâce à la modélisation précédente.

Il est à noter que nous avons obtenu une cartographie très proche en appliquant un modèle obtenu sur un autre site naturel à partir de taux de comptage d'indicateurs radioactifs.

3.3.3. Modélisation des remaniements exceptionnels

Nous proposons ici, une nouvelle estimation reposant sur l'évaluation, en un point quelconque de la région, du diamètre D_{an} du plus gros grain remanié par la plus forte tempête (d'amplitude H_{an}) de l'année.

$$D_{an} = \frac{\pi H_{an}}{500 T_{an}^2 \text{sh}2\pi\frac{d}{L_{an}}}$$

la longueur d'onde L_{an} étant calculée par résolution de l'équation implicite

$$- L_{an} = \frac{g T_{an}^2}{2\pi} \text{th}2\pi \frac{d}{L_{an}}$$

d : profondeur

L_{an} : longueur d'onde

Ce modèle est donc calculé à partir de la houle seule, il permet de connaître le comportement « virtuel » du sol marin. En effet, la régionalisation du paramètre D_{an} fait apparaître deux zones nettement différenciées:

- la zone S dont les sols marins ne seront remaniés exceptionnellement que s'ils sont composés de grains fins;
- la zone D sur laquelle les tempêtes remanieront également des grains beaucoup plus grossiers.

On constate, bien que les délimitations ne soient pas identiques aux précédentes, que les zones est et sud du site étudié semblent stables, la zone nord-ouest l'étant beaucoup moins, confirmant ainsi les indications obtenues avec les autres modèles.

3.4. Identification statistique des paramètres caractérisant la tenue des sols marins

3.4.1. Processus naturel et modèle de laboratoire

En un point de prélèvement, l'histoire du sédiment en place peut être diverse et complexe, en effet une tempête a pu « marquer » le sol selon des processus très différents, par exemple:

- mise en suspension de l'ensemble du sédiment en place précédemment et remplacement par une nouvelle population dont la dimension des plus gros grains sera caractéristique de l'importance de la perturbation;
- mise en suspension de la partie la plus fine seulement;
- mise en suspension partielle combinée avec un apport de sédiments en provenance d'une autre zone;
- absence d'oscillation de la population en place, mais apport supplémentaire de sédiments plus fins extérieurs;
- absence totale de modification du sol sous-marin.

La complexité de la superposition, sur l'ensemble du site, de phénomènes aussi divers est encore accrue par la possibilité de génération d'une nouvelle famille de grains par altération de la roche sous-jacente.

Nous avons cherché, dans les paragraphes précédents à utiliser des modèles obtenus dans des conditions idéales de laboratoire (écoulement laminaire, population unimodale de billes sphériques). Nous avons essayé d'affiner ces modélisations contribuant à améliorer la simulation des phénomènes naturels, ce qui nous a permis d'obtenir différentes estimations de tenue des sols marins assez comparables, en utilisant des modèles reposant sur des approches très variées.

Pour compléter encore ces estimations, et devant l'impossibilité de restituer avec précision l'« histoire » très tourmentée d'un sol prélevé, nous avons cherché

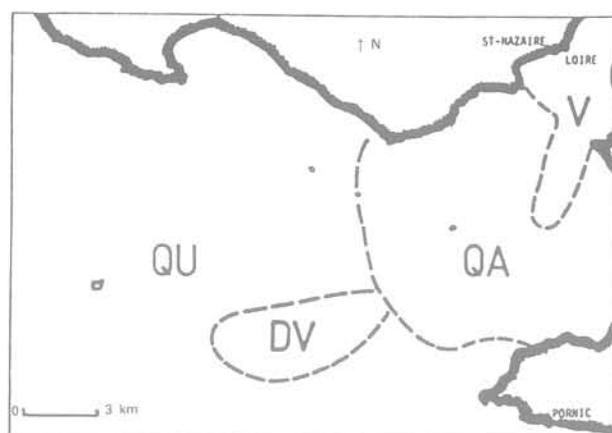


Fig. 3. — Régionalisation des sols en place selon leur nature.

Zone QA : prédominance de quartz anguleux
 Zone QU : prédominance de quartz usés et de coquilles
 Zone V : sols cohésifs (apports de Loire)
 Zone DV : dépôt de dragage (apports cohésifs artificiels)

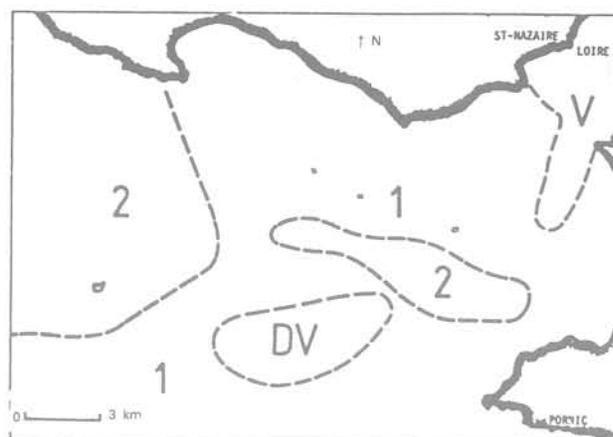


Fig. 4. — Régionalisation de la probabilité de remaniement.

Zone 1 : nombre annuel de jours de remaniement inférieurs à 16
 Zone 2 : nombre annuel de jours de remaniement supérieurs à 16
 Zone V : sols cohésifs (apports de Loire)
 Zone DV : dépôt de dragage (apports cohésifs artificiels)

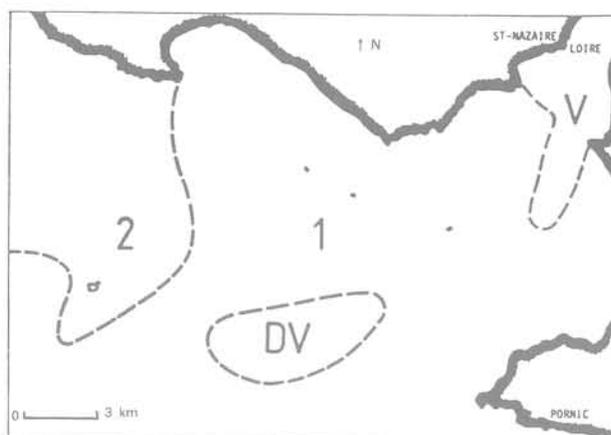


Fig. 5. — Régionalisation du sol mobile.

Zone 1 : débit annuel de matériaux frottants inférieurs à $16 \text{ m}^3/\text{m}/\text{an}$
 Zone 2 : débit supérieur à $16 \text{ m}^3/\text{m}/\text{an}$
 Zone V : sols cohésifs (apports de Loire)
 Zone DV : dépôt de dragage (apports cohésifs artificiels)

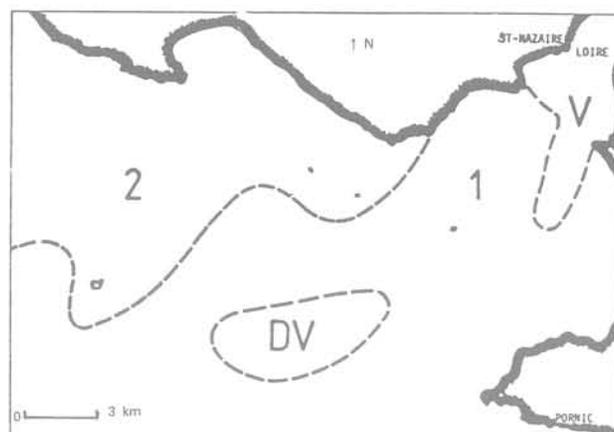


Fig. 6. — Régionalisation du sol mobilisable

Zone 1 : diamètre du plus gros grain de quartz remanié annuellement inférieur à 1 mm
 Zone 2 : diamètre du plus gros grain de quartz remanié annuellement supérieur à 1 mm
 Zone V : sols cohésifs (apports de Loire)
 Zone DV : dépôt de dragage (apports cohésifs artificiels)

à tester la fiabilité de certains paramètres considérés comme des images du sol marin.

3.4.2. Etude corrélative

L'identification statistique des paramètres caractérisant la tenue des sols marins repose sur l'étude des liaisons fonctionnelles éventuelles entre les différents paramètres locaux, images de la répartition de la houle et du sol marin sur l'ensemble de la région.

La variabilité de l'amplitude de la houle est caractérisée par la distribution spatiale de son amortissement moyen a.

La diversité du sol marin peut être caractérisée par différents paramètres :

- diamètres D_{50} , \bar{D} , D_{\max} ;
- fraction granulométrique prépondérante ;
- proportion de grains usés : u (obtenue par observation et comptage à la loupe binoculaire).

La validité de l'hypothèse de corrélation a été vérifiée par des tests qui ont donné des résultats identiques :

— Absence de liaison fonctionnelle entre la houle (a) et les paramètres D_{50} , \bar{D} , \bar{G} .

— Validité de la liaison fonctionnelle entre la houle (a) et le diamètre maximum (D_{\max}) d'une part et le degré d'usure des grains (u) d'autre part.

S'il paraît tout à fait naturel que le degré d'usure soit lié à la houle, en raison du transport des grains par saltation que celle-ci engendre, l'autre corrélation (entre a et D_{\max}) montre l'intérêt de la prise en compte, dans une modélisation, du paramètre D_{\max} (diamètre maximum d'une famille de grains) dont l'importance avait déjà été mis en évidence précédemment lors de l'étude de l'influence des courants sur la tenue des sols marins.

4. CONCLUSIONS — L'INTERPRÉTATION GÉOTECHNIQUE

La méthode qui consiste à appliquer en nature les lois tirées des essais de laboratoire d'hydraulique s'avère donc fructueuse à condition :

- d'utiliser des lois de synthèse valables pour toute densité relative et toute viscosité ;
- de les appliquer à un paramètre dimensionnel très particulier, le D_{\max} , borne d'une population statistique.

Dans un sol frottant de granulométrie étalée, sous l'effet des forces tractrices des courants ou de la houle sur le fond, il y aura donc érosion puis dépôt d'une fraction de la population des grains, et le diamètre du plus gros grain remué ; D_{\max} , correspondra à la force tractrice maximale sur le fond, liée à la vitesse orbitale des houles ou la vitesse moyenne des courants.

Cette action des courants et des houles surtout, dont la répartition dans l'espace est variée, a permis par comparaison entre modélisations statistiques de mettre en lumière la très bonne corrélation entre la hauteur des houles maximales H_{\max} ; en un point et le D_{\max} du sol sous-marin, ceci pour des périodes inférieures ou égales à un an.

Il n'en est pas de même du diamètre moyen, pourtant couramment utilisé, et qui par conséquent n'a aucune signification dynamique.

En outre la corrélation H_{\max} /degré d'usure des grains, fait prévoir une prédominance des déplacements alternatifs sur les déplacements vrais.

Les phénomènes de surface reçoivent donc là des explications satisfaisantes et l'on constate une bonne adéquation entre les modèles de transport intégrant les paramètres précédents et les données d'observation ou les résultats d'autres modèles.

Tout ceci est intégré dans un temps court, pluri-mensuel. Or, l'interprétation géotechnique conduit à faire intervenir la profondeur au sein du sol, donc l'intégration de ces phénomènes dans un temps plus long, pluri-annuel.

Théoriquement, si les conditions décennales ou centennales sont très marquées, et océanographiquement bien connues, il peut paraître facile de distinguer sur une carotte les différentes zones par la variation des D_{\max} ; dans certains cas cette détermination est effectivement concluante pour des sables faciles à prélever au Kullenberg, de faible compacité et donc récemment déposés.

Ainsi, très logiquement, la continuité du processus sédimentaire en un point, apparaît une condition nécessaire à l'application de règles simples.

A l'inverse, les arrêts de sédimentation, les érosions, se traduisant par des fonds durs, des effets de voûte intergranulaire, mettent en lumière l'importance qu'aurait pour la solution de problèmes d'affouillement par exemple, la connaissance de la signification sédimentologique d'un paramètre géotechnique aussi simple, mais aussi difficile à mesurer, que l'indice des vides en place.

BIBLIOGRAPHIE

- BONNEFILLE, R. (1976). — *Hydraulique Maritime*. — Ed. Masson.
- CHAPON, J. (1978). — *Travaux Maritimes*. — Ed. Eyrolles.
- GROVEL, A. (1979). — *Essai de corrélation entre les lois de début d'entraînement des sédiments sous l'action de la houle et des courants et les analyses granulométriques de sables*. — *Journal de Recherche Océanographique*, vol. IV, bulletin n° 1, 1979.
- LE TIRANT, P. (1976). — *Reconnaissance des sols en mers*. — Ed. Technip.
- MIGNIOT, C. (1981). — *Erosion et sédimentation en mer et en rivière ; in la Pratique des Sols et des Fondations*. — Ed. Moniteur des Travaux Publics.
- SILVESTER, R. (1974). — *Coastal Engineering. Developments in geotechnical engineering*. — Ed. Elsevier.
- THOMAS, P. (1981). — *Contribution à l'étude en nature des houles et de leur influence sur la tenue des sols frottants dans une zone littorale estuarienne*. — Thèse Docteur-Ingénieur Nantes.

tirants d'ancrage permanents forés injectés dans le sol du type INTRAPAC utilisant le procédé des barres précomprimées

L. MASTIKIAN

Directeur des études de la Société INTRAFOR COFOR*

A. FUENTES

Maître de conférences à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées**

1. DESCRIPTION DU PROCÉDÉ INTRAPAC DE TIRANT DÉFINITIF FORÉ ET INJECTÉ DANS LE SOL

L'utilisation du procédé «barres précomprimées» dans le cadre du béton précontraint est déjà connue et répandue. Une barre précomprimée se présente sous forme d'une gaine métallique, d'un diamètre variable de 40 à 100 mm constituée d'un feuillard de 2/10 à 6/10 mm d'épaisseur. A l'intérieur de cette gaine, on injecte un coulis après y avoir tendu des fils, tels que ceux utilisés pour la précontrainte à fils adhérents, jusqu'à une contrainte proche de la limite élastique.

Lorsque, après durcissement du coulis, les fils de précontrainte sont détendus, la contrainte de compression dans le coulis durci se situe alors entre 25 et 30 MPa, ce qui représente sensiblement la moitié de la contrainte de rupture du coulis durci et fretté. Sous une telle contrainte, la barre précomprimée subit un raccourcissement instantané, puis un raccourcissement de fluage pendant plusieurs mois. Si dans un délai assez court, après fabrication (1 mois par exemple),

cette barre est logée dans la cage d'armatures d'un élément bétonné «in situ» ou préfabriqué, le fluage de la barre contribue à comprimer le béton de complément qui entoure cette barre: ce béton de complément se trouve ainsi partiellement précontraint.

Ainsi, l'utilisation de barres précomprimées dans une pièce en béton, soumise à une sollicitation de flexion ou de traction, permet de retarder la fissuration et de diminuer la déformation tout en assurant une excellente tenue au feu et une excellente protection contre les agents agressifs, du fait de l'enrobage des aciers de précontrainte, et puisque la phase de décompression du coulis entourant les câbles n'est jamais atteinte.

Dès lors, il devenait extrêmement tentant de remplacer dans un tirant foré injecté le faisceau de câbles de précontrainte par une barre unique selon le procédé «précomprimé». C'est le principe du tirant définitif du type INTRAPAC.

Protection des fils de précontrainte

Ces fils, incorporés dans la barre, seront en permanence entourés par une gaine de coulis en état de forte compression donc non fissurée, empêchant tout contact du milieu environnant, et surtout de l'eau avec

(*) 15, rue des Sablons — 75016 Paris.

(**) 28, rue des Saints-Pères — 75007 Paris.

l'acier. Même si le tube acier entourant le coulis et les câbles, bien que protégé par un produit du type goudron ou brai-epoxy, vient à se corroder à terme, les produits de décomposition, oxyde de fer, sont encore capables de transmettre les efforts de cisaillement du terrain au cylindre de coulis qui, lui, reste toujours en état de forte compression.

Suppression éventuelle de la mise en tension préalable des tirants d'ancrage

Elle est réalisée au moyen d'un vérin hydraulique. En effet, la charge utile de la barre étant reprise par un allongement unitaire inférieur à 1‰, l'allongement de la partie libre du scellement, long de 10 à 20 m pour les ouvrages courants, serait dans la fourchette de 1 à 2 cm donc tout à fait comparable au déplacement des têtes d'ancrage de tirants précontraints, consécutifs à leur surtension quand la structure est mise en charge.

Il s'agit d'un aspect qui est propre aux tirants du type « passif ».

Cela évite la phase dite de « mise en tension » qui nécessite dans certains cas un surdimensionnement de l'ouvrage.

On laisse ainsi l'ouvrage libre de développer la réaction nécessaire pour sa stabilité, tout en restant dans les limites d'un déplacement acceptable. On évite de solliciter inutilement l'ouvrage de soutènement, par exemple, au moyen de forces qui résultent de calculs théoriques le plus souvent très sécurisants, et qui n'existent pas toujours dans la réalité à moins qu'on ne les provoque par des mises en tension intempestives des tirants.

Néanmoins, il est toujours possible de mettre en tension et de relâcher partiellement un certain échantillonnage de tirants afin de s'assurer que les scellements tiennent.

Simplification extrême du dispositif de protection des câbles

Le tirant a le même profil suivant toute sa longueur. On est loin des tirants traditionnels comportant successivement: câbles à nu suivant la longueur du scellement, câbles à protection souple dans la partie libre, à nouveau câbles à nu pour accrochage sur les clavettes et la plaque.

Les raccords entre ces divers tronçons des tirants traditionnels constituent autant de points faibles en matière de corrosion, sans compter leur coût et les soins nécessaires pour leur réalisation et leur mise en œuvre.

En ce qui concerne les tirants INTRAPAC, et cela a été mis au point jusqu'à des capacités utiles de 550 kN (soit 4,15 t), l'accrochage de tête du tirant se fait au moyen d'une clavette de grand diamètre s'agrippant sur le tube extérieur sans aucune nécessité de mettre les câbles à nu.

Ce dispositif de tête permet par ailleurs la suppression des chaises d'appui classiques, du fait de l'inclusion de la pièce femelle de la clavette dans l'épaisseur de l'ouvrage (figs. 1, 2 et 3).



Fig. 1. — Coupe d'une barre et dispositif d'accrochage.

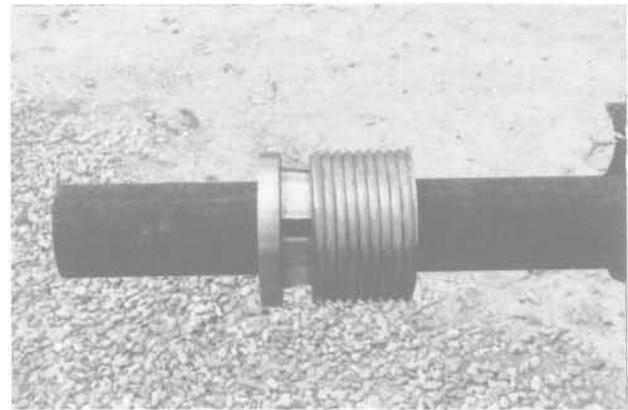


Fig. 2. — Dispositif d'accrochage monté sur la barre.



Fig. 3. — Les trois pièces du dispositif d'accrochage.

A gauche la pièce incorporée dans l'ouvrage.

Préfabrication des barres en atelier

Elle facilite le contrôle permanent et rigoureux garantissant la qualité des barres.

L'utilisation du procédé « barres précomprimées » pour la mise au point des tirants du type INTRAPAC, a néanmoins posé un certain nombre de problèmes dont nous allons énumérer les principaux.

A l'heure actuelle, des tirants d'une capacité utile de 550 kN (4,15 t) ont été réalisés et mis en œuvre sur le site. La mise au point de tirants d'une capacité utile proche de 100 t, ne devrait constituer qu'un problème d'extrapolation.



Fig. 4. — Coupe d'une barre : tube d'injection, câbles et écarteur.

2. SCHELLEMENT DE LA BARRE AU TERRAIN

Pour les terrains de forte raideur (roche, roche tendre, argiles très compactes) qui ne nécessitent pas un scellement injecté, la barre est utilisée dans les mêmes conditions que tout autre type de tirant. Le forage est rempli au moyen d'un coulis épais de ciment à forte résistance et la barre est ensuite introduite dans le forage. Selon le comportement de l'ouvrage et du massif de terrain environnant, la longueur libre de la barre se crée par fissuration du coulis dans les zones proches de la structure, c'est-à-dire suivant le tronçon du tirant situé dans la largeur du cône d'éboulement.

Dans ce genre d'applications, (cloutage de talus, de radiers soumis à des sous-pressions, micro pieux sollicités alternativement en compression et traction), la barre se satisfait de forages d'un diamètre comparable à celui de tout autre type de tirant. Elle garde néanmoins les avantages que nous venons d'énumérer.

Dans l'éventualité de terrains meubles (sables compacts ou lâches, argiles moyennement compactes et compressibles) qui nécessitent une injection préalable à forte pression afin d'assurer le scellement du tirant, la solution suivante a été mise au point.

Un tube d'injection de 2,5 ou 3,75 cm de diamètre, en matière plastique, est placé à l'intérieur de la barre au moment de la fabrication comme indiqué sur le schéma et photos ci-joints (figs. 1, 4 et 5).

Des ouvertures sont percées à travers les épaisseurs du tube extérieur et du tube d'injection et protégées par des manchettes caoutchouc placées autour de la barre. Ce tube extérieur peut être embouti ou équipé par des spirales d'acier soudées afin d'améliorer son adhérence au coulis.

Le scellement de la barre au terrain se fait alors par injection à travers le tube ainsi placé, en utilisant un double obturateur.

Ce dispositif, essayé sur le chantier, a donné entière satisfaction.

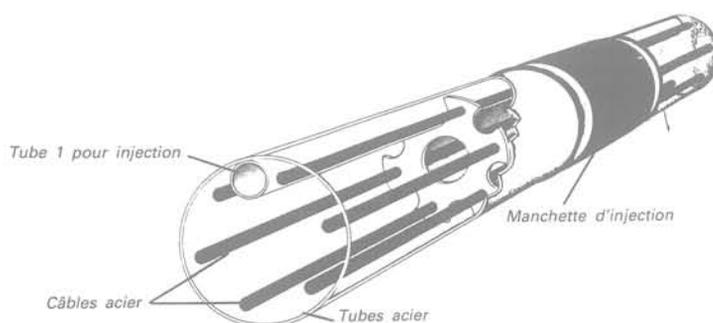


Fig. 5. — Vue écorchée d'une barre INTRAPAC.

3. CHOIX DU DIAMÈTRE DU TUBE EXTÉRIEUR EN FONCTION DE LA CHARGE UTILE DU TIRANT

Ce choix doit satisfaire aux deux exigences suivantes :

— Bonne tenue de la barre INTRAPAC lors du relâchement des câbles. Bien qu'en théorie, une pièce précomprimée par fils adhérents ne craigne pas une rupture par flambement, le procédé a des limites que nous avons observées par des essais successifs en utilisant pour une force donnée de précontrainte des tubes de diamètres décroissants. Ainsi, pour 6,15 t tendus à la limite élastique, soit plus de 1 300 kN dans un tube 114-107 mm, le relâchement s'est traduit par une courbure excessive du tube qui l'a rendu inutilisable dans un forage. Les irrégularités de positionnement des câbles par rapport à la section comprimée créent une densité de flexion le long de la barre dont la section et l'inertie insuffisantes se traduisent par des courbures excessives.

Suite à une série d'essais, les diamètres suivants se sont avérés satisfaisants (fig. 6):

Ø 114-107 mm pour 4,15 t soit une charge utile de 550 kN

Ø 76-70 mm 6 fils 7 mm soit une charge utile de 250 kN

Ø 102-94 mm 4,13 t soit une charge utile de 400 kN.

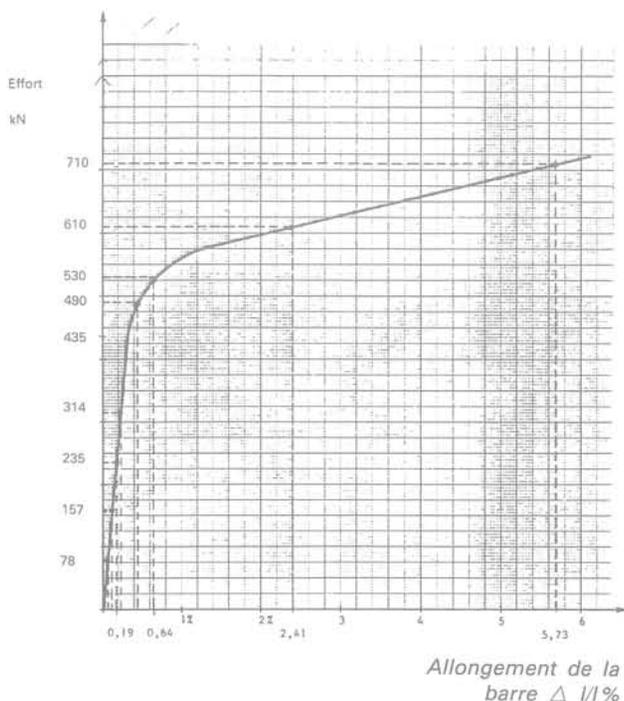


Fig. 6. — Essai de traction simple. Courbe effort déformation d'une barre.

barres: tube extérieur Ø 76,70 mm
câbles: 6 Ø 7 mm

Pour 6,15 t, charge utile de 850 kN, un Ø 140-132 devrait contenir bien que l'essai n'ait pas encore été réalisé.

— La deuxième exigence est un forage du plus faible diamètre possible pour des raisons évidentes d'économie, de rapidité et de commodité. Par ailleurs, compte tenu de la rigidité de la barre, ce forage doit accuser le moins possible de courbure afin de faciliter l'introduction de la barre. La solution la mieux adaptée est le forage à la boue et au tricône utilisant un train de tiges de forte inertie d'un diamètre très proche de celui du forage. Compte tenu du Ø de la barre, majoré des excroissances des manchettes, des diamètres de forage de près de 200 mm sont d'ores et déjà à envisager pour des capacités utiles de 1 000 kN.

4. MANUTENTION DE LA BARRE INTRAPAC

La forte raideur de la barre nécessite l'utilisation d'un palonnier en profilé métallique, avec des attaches sur la barre espacées d'une dizaine de mètres. Le chantier

est équipé d'une grue légère sur pneus, le poids d'une barre de 30 m d'une capacité de 1 000 kN utile ne dépassant pas la tonne. Ce qui est perdu en amortissement de matériel se retrouve largement en rapidité et qualité d'exécution (figs. 7 et 8).



Fig. 7. — Aire de préfabrication des barres INTRAPAC.



Fig. 8. — Manutention d'une barre INTRAPAC.

La forte raideur de la barre, quoique gênante pour les manutentions d'approche, facilite énormément les opérations d'introduction dans le forage.

Le forage et l'équipement d'un tirant de 18 m de long ont nécessité une durée de 1 h 30. Le foreur et deux aides, en plus du grutier, ont suffi pour mettre la barre en place.

5. CHOIX DU COULIS DE REMPLISSAGE DE LA BARRE INTRAPAC

Les recherches se sont orientées de manière à obtenir les coulis les plus résistants dans le laps de temps le plus court, de manière à libérer au plus tôt l'aire de préfabrication. Par ailleurs, les modules élastiques de

ces coulis doivent être les plus élevés possible afin d'éviter un relâchement excessif de la tension des câbles lors de leur détente (fig. 9).

Les coulis utilisant essentiellement du sable SIFRACO, du ciment et divers types d'adjuvants répondent largement aux exigences du procédé. Ainsi, on obtient à trois jours des résistances de plus de 60 Mpa et $E = 35\ 000$ Mpa à court terme, et à 10 j, les résistances dépassent facilement les 100 Mpa avec $E = 23\ 000$ Mpa à long terme.

Par ailleurs, ces coulis accusent une rhéologie suffisante pour permettre le remplissage des tubes de grandes longueurs, 20 à 50 m dont la section est encombrée par les câbles, le tube d'injection et les nombreux écarteurs.

Le ressuage des coulis, c'est-à-dire la décantation avec apparition d'eau dans la partie haute de l'échantillon, a été vérifiée tout particulièrement à l'intérieur du tube de la barre par des contrôles aux rayons X.

6. ESSAIS RÉALISÉS AVEC DES BARRES INTRAPAC

Des essais ont été réalisés au quai Bougainville du Port Autonome du Havre en septembre 1982.

Deux barres INTRAPAC de 4,13 t, tubes extérieurs en acier doux, $\varnothing 101,6$ mm-94,4 mm et d'une longueur de 16,5 m ont été mises en œuvre.

Ces essais ont comporté toutes les phases courantes de la réalisation des tirants d'ancrage:

- forage et remplissage au moyen d'un coulis riche en ciment;
- mise en place des barres équipées de tubes à manchettes;

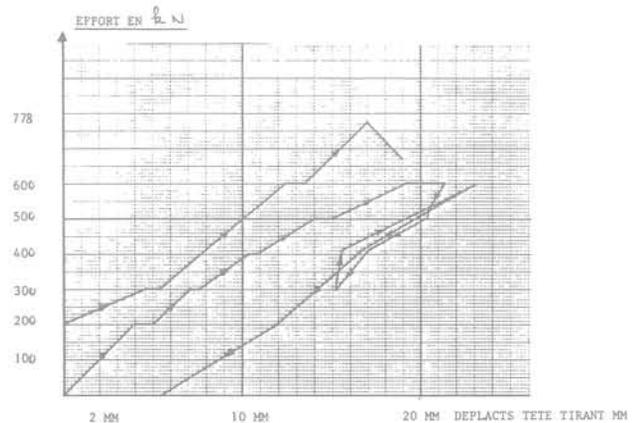


Fig. 10. — Courbe du tirant d'essai en barre INTRAPAC. Port Autonome du Havre, septembre 1982.

- tube extérieur $\varnothing 102-94$ mm
- câbles 4,13 t

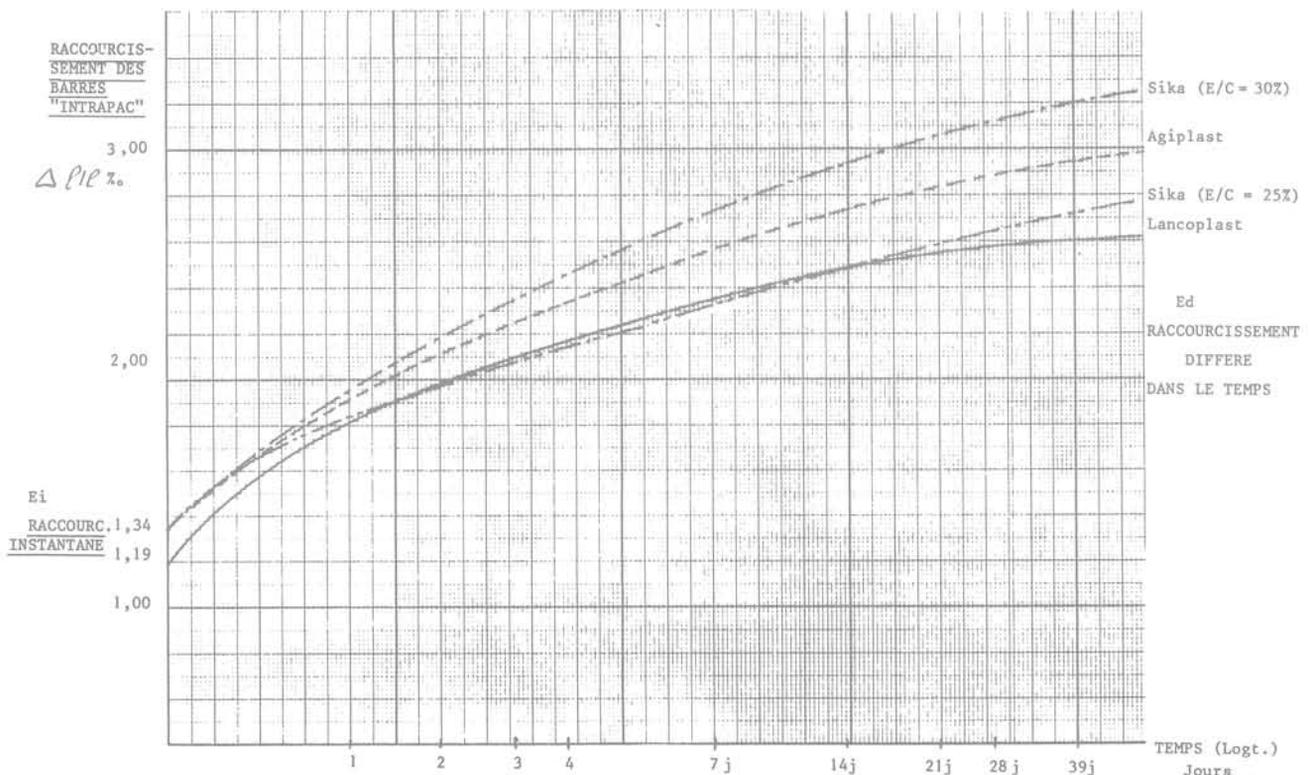


Fig. 9. — Raccourcissement instantané et différé des barres «INTRAPAC» suivant composition des mortiers de remplissage.

— injection sous pression dans la zone de scellement à travers les tubes plastiques prévus à l'intérieur des barres;

— mise en tension des barres jusqu'à la rupture après durcissement des scellements.

Les courbes déplacement tête du tirant en fonction de l'effort dans le tirant sont données en kN dans le graphique de la figure 10.

Le premier de ces tirants a cédé à 780 kN, et le deuxième à 690 kN.

On peut constater, compte tenu de l'allure de ces courbes, que la rupture s'est produite par insuffisance du scellement: glissement de la barre. En effet, du fait de leur faible longueur, ces barres étaient scellées dans des formations d'une compacité insuffisante: remblais hydrauliques inconsistants et argiles silteuses surmontant le toit des sables verts compacts que l'on trouve couramment dans cette zone portuaire.

La capacité utile calculée pour ces tirants était de 400 kN.

Les barres INTRAPAC se sont comportées de manière satisfaisante par elles-mêmes. Une légère concavité des

courbes effort x allongement dénote, pour les charges élevées, une diminution de la section de la barre. Cela est dû à la limite élastique (215 Mpa) atteinte dans le tube extérieur, et peut-être à la mise en état de traction du coulis entourant les câbles.

CONCLUSION

Les principaux avantages du procédé sont les suivants:

— une protection totale des fils de précontrainte incorporés dans la barre. En effet, ces fils seront en permanence entourés par une gaine de mortier en état de compression, donc non fissurée, empêchant tout contact du milieu environnant avec l'acier;

— la suppression éventuelle de mise en tension des tirants au moyen d'un vérin hydraulique;

— une simplification extrême du dispositif de protection des câbles, le tirant ayant le même profil sur toute sa longueur.

L'accrochage de tête se fait au moyen d'une clavette de grand diamètre s'agrippant sur le tube extérieur sans nécessité aucune de mettre les câbles à nu.

information

ASSOCIATION INTERNATIONALE DES TRAVAUX EN SOUTERRAIN

CARACAS 4-7 juin 1984

La 10^e réunion annuelle de l'Association s'est tenue à Caracas en liaison avec le 1^{er} Congrès latino-américain de Travaux en souterrain, consacré aux:

Constructions souterraines en sols hétérogènes

Le bureau, l'assemblée générale et les groupes de travail se sont réunis à cette occasion, sous la présidence de Jack LEMLEY, président de l'association. Sur 34 nations membres, 20 étaient représentées. En particulier le Danemark et l'Égypte ont été acceptés comme nouveaux membres.

Comme tous les groupes de travail peuvent avoir au moins quelques contacts avec la géotechnique, la liste en est indiquée ci-dessous avec plus ou moins de détails sur leur activité.

- *Recherches* animé par J.F. BOUGARD (France, R.A.T.P.) (tunneliers pour roche dure, problèmes liés à l'eau, revêtements extrudés, et prochainement tassements en surface, boucliers à la bentonite, etc.).
- *Partage contractuel des risques* animé par M. SALTER (U.S.A.).
- *Utilisation du sous-sol* animé par Michel BARKER (U.S.A.) (la thèse de J. BRÉGEON a été présentée au groupe par P. DUFFAUT).
- *Catalogue des tunnels* animé par Goichi FUKUCHI (Japon).
- *Entretien et réparation des ouvrages souterrains* animé par A.J. HOWARD (U.K.) (la contribution française à ce groupe, apportée par J. PÉRA, a été très importante).
- *Approche générale du dimensionnement des tunnels* animé par H. DUDDECK (B.R.D.) (contribution française de M. GESTA, d'après les recommandations A.F.T.E.S. Cette année des contributions de Suisse, d'Italie et du Japon ont été apportées, une synthèse est en cours d'élaboration).
- *Effets sismiques sur les constructions souterraines* animé par W. HAKALA (U.S.A.) (une monographie va être publiée; en particulier la «séance spéciale» commune à la réunion A.I.T.E.S. et au Congrès latino-américain, à paraître dans la revue A.I.T.E.S. *Advances in Tunnelling Technology* (Pergamon) a porté sur ce sujet).
- *Salubrité et sécurité pendant la construction* animé par N. KRIGE (Afrique du Sud).
- *Coûts et avantages des transports publics urbains en souterrain* animé par M. BLENEMANN (B.R.D.) et J.P. GODARD (France, R.A.T.P.).

La prochaine réunion annuelle aura lieu à Prague — Tchécoslovaquie, début septembre 1985 en liaison avec des journées d'études internationales sur les travaux souterrains en site urbain.

SESSIONS DE FORMATION CONTINUE DE L'E.N.P.C.

Géotechnique, Matériaux, Structures

COORDONNATEURS

Jean-Pierre MAGNAN
Chef de Service au Laboratoire
Central des Ponts et Chaussées
Professeur adjoint de Mécanique des
sols et des roches à l'E.N.P.C.

François SCHLOSSER
Professeur de Mécanique des sols à
l'E.N.P.C.
Président-Directeur Général
de TERRASOL
Directeur du Centre d'Enseignement et
de Recherches en Mécanique des Sols
(C.E.R.M.E.S.) de l'E.N.P.C.

Marie-Dominique SALAUN-VAUJOUR
Chargée de mission au Département
Génie Civil-Transport
Direction de la Formation Continue et
de l'Action Internationale — E.N.P.C.

le traitement des sols aux liants hydrauliques du 9 au 12 octobre 1984 — paris

L'objet de la session est de décrire en détail les différents aspects de la technique du traitement des sols aux liants hydrauliques dans son application aux travaux de terrassement et de couche de forme, ainsi que dans ses perspectives d'utilisation en assises de chaussées en France et également dans les pays en développement.

Elle s'adresse donc principalement aux responsables intervenant dans les différentes phases (étude, marché, exécution, conduite et contrôle des travaux) des projets de routes, autoroutes, voiries de toutes natures, plates-formes industrielles, mais peut également intéresser des responsables de travaux ferroviaires, barrages en terre, voire de travaux hydrauliques, confrontés à des problèmes de terrassement délicats.

Responsables: M. Daniel PUIATTI (*Entreprise Razel*); M. Marc SCHAEFFNER (*L.C.P.C.*).

Conférenciers: M. AUTRET (*L.C.P.C.*); M. DAC-CHI (*L.C.P.C.*); M. MARCHAND (*L.C.P.C.*); M. MOREL (*C.E.R. Rouen*); M. X... (*Maître d'Œuvre du chantier visité*).

Frais pédagogiques et repas de midi 6 057 F T.T.C. (dont 890 F de T.V.A. sur les frais pédagogiques).

géotextiles — géomembranes du 23 au 25 octobre 1984 — paris

Les géotextiles sont utilisés dans un nombre croissant d'ouvrages de génie civil. Le congrès international des géotextiles qui s'est tenu en août 1982 aux Etats-Unis a établi la place privilégiée qu'occupe la technique française dans ce domaine. Dans les dix dernières années, l'étanchéité d'ouvrages de fonctions diverses tels que de grands ouvrages hydrauliques, des bassins de station d'épuration, des décharges industrielles ou urbaines, des plates-formes ferroviaires a été réalisée grâce à des dispositifs minces dont la fonction étanchéité est assurée par des géomembranes.

Il est apparu intéressant de présenter les géomembranes associées aux géotextiles dont elles constituent soit un développement industriel soit le matériau « associé ». Le stage a pour objet de présenter les matériaux disponibles, leurs différentes applications, les principes de conception des ouvrages et les principales règles de réalisation.

Le programme de la session a été établi en liaison avec le Comité français des géotextiles et des géomembranes qui rassemble des spécialistes du génie civil et de ces matériaux dans le but de codifier leur emploi et de promouvoir leur développement.

Le stage s'adresse plus particulièrement aux ingénieurs chargés de l'étude et de la réalisation de projets d'aménagement dans le domaine des transports, de l'industrie, de l'hydraulique et de l'agriculture.

Responsables: M. Jacques GIROLLET (*Colas - Vice-Président du Comité français des géotextiles et des géomembranes*); M. Étienne LEFLAIVE (*L.C.P.C., Vice-Président du Comité français des géotextiles et des géomembranes*).

Conférenciers: M. BENNETON (*L.R.P.C. Lyon*); M. BUFFARD (*Scetauroute*); M. DELMAS (*L.C.P.C.*); M. FAYOUX (*C.E.M.A.G.R.E.F.*); M. GOURC (*I.R.I.G.M. - Université de Grenoble*); M. HERMENT (*Shell française*); M. LE COROLLER (*Colas*); M. LOUDIERE (*C.E.M.A.G.R.E.F.*); M. MEYNARD (*Siplast*); M. PORTEIX (*Solvay*); M. SUTTON (*Laboratoire Institut Textile de France*); M. SPILLEMAECKER (*Viafrance*).

Frais pédagogiques et repas de midi 4 669 F T.T.C. (dont 695 F de T.V.A. sur les frais pédagogiques).

auscultation des ouvrages en terre et des terrains les 11 et 12 décembre 1984 — paris

Les exposés de ces journées d'études ont été choisis pour mettre en valeur des situations très variées afin de sensibiliser les professions intéressées. Le sujet a été volontairement limité aux ouvrages en « terre » (y compris les terrains naturels) car les structures font appel à des méthodes particulières. Il est probable que dans un avenir proche des sessions pédagogiques seront organisées sur ce même sujet, incluant alors les structures.

Ces journées intéressent les maîtres d'ouvrages publics et privés, les bureaux d'études et les entreprises.

Journées d'études présidées par M. François SCHLOSSER (*Professeur à l'E.N.P.C., Président-Directeur Général Terrasol*); M. Jean-François RAFFOUX (*Chef du département Techniques minières, Centre d'études et recherches Charbonnages de France*); M. Georges PILOT (*Professeur-Adjoint à l'E.N.P.C., Chef de la division géotechnique L.C.P.C.*); M. Georges POST (*Directeur Coyne et Bellier*); M. Pierre DUFFAUT (*Conseiller du B.R.G.M.*); et animées par M. Bernard PINCENT (*Simecsol*).

1^{re} session: Remblais et terrils, digues et barrages sous la présidence de M. François SCHLOSSER.

2^e session: Pentas naturelles, sols et roches sous la présidence de M. Georges PILOT.

3^e session: Ouvrages souterrains sous la présidence de M. Jean-François RAFFOUX.

4^e session: Ouvrages exceptionnels et conclusions sous la présidence de M. Georges POST.

Frais pédagogiques (frais de repas exclus) 3 135 F T.T.C. (dont 491 F de T.V.A.).