

69
HMNE. C. P. C.
27. FEV. 1984
SERVICE DE DOCUMENTATION

REVUE FRANÇAISE DE GEOTECHNIQUE

Section
Modèles Numériques
Électronique

AVEC LA PARTICIPATION DES COMITES FRANÇAIS DE
MECANIQUE DES SOLS
MECANIQUE DES ROCHES
GEOLOGIE DE L'INGENIEUR

N°24

110 F

AOUT 1983

Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées

REVUE FRANÇAISE DE GEOTECHNIQUE



N° 24
AOUT 1983

(les bas de page de ce numéro portent par erreur
le n° 23 au lieu du n° 24)

sommaire

résumés	3
la craie à Nogent-sur-Seine J. Sigismond - J.M. Dupas - A. Lefebvre	5
modèle viscoplastique pour le comportement d'un tunnel revêtu P. Berest - D. Nguyen Minh	19
rupture d'argiles naturelles par surfaces de cisaillement à l'essai triaxial F. Darve	27
approche probabiliste et géostatistique de la notion de porosité fissurale A. Thomas - A. Pineau - P. Richard	39
sols grenus sous fortes contraintes M.P. Luong - A. Touati	51
approche expérimentale du fluage en compression triaxiale de deux argiles intactes B. Félix - A. Kenana	65
note technique : discussion sur l'usage de la gaine interne au cours de l'essai triaxial F. Molenkamp	77

Revue Française de Géotechnique
4 numéros par an

Editeur : Association Amicale des Ingénieurs Anciens Elèves de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
28 rue des Saints-Pères 75007 Paris Tél. 260 34 13 et 260 14 80

Directeur de la Publication : P. Habib

Président du Comité de Direction : A. Pasquet

Comité de Direction : P. Habib - P. Duffaut - C. Bordet - B. Mandagaran

Directeur du Comité de Rédaction : P. Londe

Comité de Rédaction :

E. Absi - F. Bonnechère - J. Goguel - J. Kérisel - P. La Rochelle - G. L'Héritau - M. Panet - M. Rat - J. Salençon - F. Schlosser

Abonnement annuel : France : 350 FF — étranger : 350 FF

Prix du numéro : 110 FF

Tous droits de reproduction, traduction, adaptation, totales ou partielles, sous quelque forme que ce soit, expressément réservés.
Les articles figurant au sommaire sont publiés sous l'entière responsabilité de leurs auteurs.

résumés

la craie à Nogent-sur-Seine, caractéristiques géotechniques dédites des reconnaissances et des essais par J. Sigismond - J.M. Dupas - A. Lefebvre

Le site retenu pour la construction de la centrale nucléaire de Nogent-sur-Seine est une zone inondable en bordure de Seine, dont la stratigraphie est constituée par un remplissage alluvial (dépôt limoneux et graves sableuses) surmontant le substratum crayeux du Secondaire (Sénonien) très altéré en tête et devenant de plus en plus sain en profondeur.

Il a été réalisé des campagnes de reconnaissance mettant en œuvre plusieurs techniques : sondages carottés en continu, forages pressiométriques avec sonde «sol» ou «roche», forages pressiométriques statiques type Parez ou dynamiques type Serres, forages destructifs avec enregistrement de paramètres type Lutz, essais cross-hole et down-hole pour la détermination des paramètres dynamiques, puits de grand diamètre creusé à la main. Au total, le nombre de points de reconnaissance est de 158. Les échantillons intacts ont fait l'objet d'essais de laboratoire.

Le but de cette communication est de comparer :

- les coûts, les délais et l'efficacité des différents procédés d'investigation, ainsi que leur répartition en fonction des ouvrages ;
- les caractéristiques des sols déduites des essais in situ (P_0 , E_p , R_p , R_d) et des essais de laboratoire (identification, caractéristiques mécaniques, déformabilité par consolidation et fluage, caractéristiques dynamiques) ;
- les tassements calculés à partir des caractéristiques avec les mesures faites sur le site.

modèle viscoplastique pour le comportement d'un tunnel revêtu par P. Berest

On analyse l'influence du soutènement d'un tunnel creusé dans un massif présentant un comportement différé de type viscoplastique. On met en évidence deux réponses différentes selon la raideur relative du soutènement. Lorsque le revêtement est «mou», la pression limite sur le revêtement est celle prédite par la courbe de réponse élastoplastique à long terme du massif. Par contre avec un revêtement «raide», il s'opère une décharge viscoplastique dans le massif ; la pression limite est alors supérieure à celle qu'on peut attendre par le concept classique de la méthode de Convergence-Confinement.

rupture d'argiles naturelles par surfaces de cisaillement à l'appareil triaxial par F. Darve

Le développement de surfaces de cisaillement lors de la rupture des argiles structurées nord-américaines est analysé comme une bifurcation du mode de déformation, produit par la loi de comportement du matériau. Le critère de localisation des déformations, associé à notre loi rhéologique incrémentale non-linéaire, permet de prévoir, pour un chemin de sollicitation donné, le point en contraintes et en déformations à partir duquel la surface de cisaillement va se développer ainsi que l'orientation locale de cette surface. Des exemples d'applications de nos calculs à une argile naturelle de l'Est du Canada sont enfin présentés et comparés aux résultats expérimentaux.

approche probabiliste et géostatistique de la notion de porosité fissurale par A. Thomas - A. Pineau - P. Richard

Cet article fait suite à un article de F.H. Cornet dans cette même revue, article qui proposait entre autre une définition vectorielle de la porosité d'un espace rocheux. Les auteurs reprennent ici certains éléments de cette définition pour l'adapter à la caractérisation de la porosité fissurale. Ceci les conduit à associer à cette porosité une probabilité issue d'une statistique sur la distribution des fractures. Cette définition comportant des hypothèses implicites sur la stationnarité du réseau au moins sur l'espace de mesure les incite à étudier les caractères structuraux de cette porosité considérée comme une variable régionalisée.

Ils montrent ainsi que l'analyse de variance de la porosité est nécessaire pour légitimer le choix de l'espace de mesure et la maille de l'échantillonnage et qu'il revient au même pour définir la porosité fissurale de se fixer un seuil de probabilité ou un seuil de variance.

Les auteurs évoquent enfin l'intérêt de cette approche structurale de la porosité fissurale dans les problèmes mécaniques et hydrodynamiques.

sols grenus sous fortes contraintes par M.P. Luong - A. Touati

Des problèmes géotechniques de plus en plus fréquents nécessitent une bonne compréhension du comportement mécanique des sols grenus sous fortes contraintes jusqu'à 50 MPa : battage des pieux, compactage dynamique, fondations profondes, explosions, chocs, puits et tunnels à grande profondeur, barrages de grande hauteur, etc.

L'approche expérimentale proposée est développée dans le cadre du concept de l'état caractéristique basé sur les mécanismes physiques de déformations irréversibles au cours du chargement :

- serrage de la matrice solide (consolidation),
- désenchevêtrement de la structure granulaire (dilatance),
- rupture et/ou attrition des grains conduisant à un seuil de contrainte (p_g) appelé limite de comportement dilatant du matériau granulaire au-delà de laquelle la dilatance ne peut plus se manifester.

Les résultats expérimentaux obtenus sur plusieurs matériaux granulaires ont montré que l'angle de frottement interne caractéristique φ_c associé à une vitesse de dilatance nulle est un paramètre intrinsèque indépendant de la porosité initiale, de la contrainte moyenne et insensible aux modifications de la granularité au cours de l'essai.

approche expérimentale du fluage en compression triaxiale de deux argiles intactes par B. Félix - A. Kenana

Les comportements à long terme des sols argileux doivent être pris en compte dans la conception d'un certain nombre d'ouvrages de génie civil. Différents modèles sont disponibles pour décrire ces comportements. Ils sont généralement associés aux conditions des essais de laboratoire : essai triaxial, essai de cisaillement direct, œdomètre, etc.

Après une présentation succincte des équations de base de la théorie du fluage héréditaire et d'un modèle visco-plastique dérivé du modèle Cam-clay, les résultats expérimentaux relatifs aux essais de fluage triaxiaux de deux argiles non remaniées — une argile molle faiblement organique de Cubzac-les-Ponts et une argile raide des Flandres — sont analysées. Les lois d'écoulement, la dilatance et l'anisotropie naturelle sont mises en évidence.

probabilistic and geostatistical approach to the notion of rock fissural porosity by A. Thomas - A. Pineau - P. Richard

This article deals with a vectorial definition of rock porosity as presented in another article of the same journal by F.H. Cornet. The authors consider that some elements of this definition are suitable to the characterisation of rock fissural porosity when it is possible to associate to the definition a probabilistic threshold depending on a statistical analysis of fracture-net.

Such a definition including hypothesis on the stationnarity of distribution of fractures in the space of measurement, they are induced to study structural features of this porosity considered as a regionalised variable.

They show that variance analysis is necessary for a right determination of the space of measurement and the frequency of sampling. They show that it is equivalent to choose a threshold of probability or of variance to define fissural porosity.

The authors' conclusion notes the possible applications of such a structural analysis in rock mechanics and hydraulicity.

granular soils under high stresses by M.P. Luong - A. Touati

A thorough understanding of the mechanical behaviour of granular soils under high stresses (up to 50 MPa) is needed for solving increasingly frequent geotechnical problems such as pile driving, dynamic compaction, deep foundations, explosions, shocks, wells and tunnels at great depth, high dams, and so on...

The proposed experimental approach is developed within the framework of the concept of the characteristic state based on the physical mechanisms of irreversible deformations during loading :

- tightening of the solid matrix (consolidation),
- interlocking breakdown of the granular structure (dilatancy),
- crushing and/or attrition of grains leading to a stress threshold p_g called limit of dilating behaviour of granular material beyond which dilatancy cannot occur.

Experimental results obtained with several granular materials showed that the characteristic internal friction angle φ_c associated with a zero dilatancy rate is an intrinsic parameter independent on the initial porosity, on the mean stress and insensitive to the modifications of grain size distribution in the course of loading.

experimental approach to the creep in triaxial compression of two unremoulded clays by B. Félix - A. Kenana

The long term behaviours of clay soils are to be taken into account for designing a certain number of civil engineering structures. Various models are available to describe these behaviours. They are generally connected with the laboratory test conditions : triaxial test, direct shear test, oedometer, etc.

After a short presentation of the basic equations of the hereditary creep theory and of a visco-plastic model derived from the Cam clay model, experimental results relative to the triaxial compression creep tests of two unremoulded clays — a soft mildly organic clay from Cubzac-les-Ponts and a stiff clay from Flanders — are analysed. Flow rules, dilatancy and natural anisotropy are pointed out.

the Nogent-sur-Seine chalk, geotechnical characteristics deduced from in-situ investigations and laboratory tests by J. Sigismond - J.M. Dupas - A. Lefebvre

The Nogent-sur-Seine nuclear power station site is situated on a floodable area close by the bank of the River Seine. The stratigraphy consists of an alluvial deposit (loams and sandy gravels) overlying the substratum made of chalk from upper Cretaceous age (Senonian) highly weathered on the upper part, becoming progressively more sound with depth.

Investigations have been carried out using different techniques : continuous rotary core drilling, pressuremeter tests with «soil» or «rock» probe, static penetrometer sounding tests Parez type or dynamic penetrometer tests such as Sermes, non-coring drilling with record of drilling parameters (Lutz type), cross-hole and down-hole tests for the determination of the dynamic characteristics, large diameter hand pits. In total, 158 points have been investigated. Undisturbed samples have been tested at the laboratory.

The aim of this paper is to compare :

- the cost, planning and efficacy of the different investigation techniques in relation to the different building areas ;
- the soil characteristics deduced from in-situ tests (P_Q , E_p , R_p , R_d) and laboratory tests (identification, shear strength characteristics, deformability by consolidation and creep, dynamic characteristics) ;
- the calculated settlements using the deformability parameters deduced from the site investigations.

a viscoplastic model for the behaviour of a lined tunnel by P. Berest

The influence of a tunnel support is analysed when the rock-mass presents delayed mechanical behaviour of viscoplastic nature. It is shown that two different responses of the structure can be distinguished depending on the relative stiffness of the support. When the lining is «soft», the ultimate pressure can be predicted by the long-term elastoplastic response of the rock-mass. But when the support is «stiff», viscoplastic unloading occurs ; the ultimate pressure on the support is then larger than the pressure predicted by the classical concept of «Convergence-Confinement» method.

failure of natural clays by shear zones in triaxial tests by F. Darve

The development of shear zones during the failure of North-American structured clays is analysed as a bifurcation of the mode of strains, induced by the constitutive behavior of the material. The localization condition of strains with our non-linear incremental constitutive law permits to predict for a given loading path the stress-strain state, at which the shear band begins to appear, and also the local orientation of this shear band. Some examples of applications of our theoretical results to a natural clay at the East of Canada are finally presented and compared with experimental data.

la craie à nogent-sur-seine

Caractéristiques géotechniques déduites
des reconnaissances et des essais

par

J. Sigismond

Ingénieur Électricité de France-Septen

J. M. Dupas

Ingénieur Mecasol

A. Lefebvre

Ingénieur Mecasol

1 Le site

Le site de Nogent-sur-Seine, retenu par Électricité de France pour y établir une centrale de production d'énergie électro-nucléaire, se trouve à une centaine de kilomètres à l'Est de Paris, en rive droite de la Seine, à quelques kilomètres en amont de la ville de Nogent-sur-Seine (5 000 habitants).

Implanté dans une zone basse et inondable par les déversements de crue de la rivière, le site est une quasi île entourée au Sud et à l'Est par la Seine (appelée « Petite Seine » en amont de Montereau) et, pour le reste, par un système de canaux plus ou moins naturels, appelés « noues ». Certaines noues, entretenues pour leur fonction de drainage, sont implantées sur le tracé de la « Vieille Seine », portion abandonnée du cours de la rivière au cours de ses divagations (fig. 1).

A 300 km de son embouchure, l'altitude du lit de la rivière à l'aval de la ville de Nogent est de 55 NGF. Coulant sur des terrains relativement tendres, elle a pu développer des méandres, formant ainsi une large vallée fertile, hors des zones inondables.

A Nogent, il existe une minoterie utilisant la force motrice d'une basse chute hydraulique créée par un petit barrage relevant le niveau de l'eau aux alentours de 62 NGF. Le « remou » de la retenue remonte en amont du site de la centrale qui est ainsi située plutôt au bord d'un lac que d'une rivière. Cependant, les faibles caractéristiques du lac n'ont que peu d'influence sur les écoulements de la rivière.

Enfin, le sud du site est bordé par le remblai de la ligne ferroviaire Paris-Bâle.

2 La stratigraphie

Le site est à une altitude pratiquement constante de 63 NGF environ. Le remplissage alluvial est constitué de dépôts limoneux et de graves sableuses, dont les

éléments les plus gros sont de dimensions relativement faibles. Ce remplissage alluvial a une épaisseur de l'ordre de 6 m (2 m de limon et 4 m de sablo-graveleux).

L'examen des cartes géologiques montre que le fleuve a déblayé, au droit de sa vallée, les terrains relativement tendres du Tertiaire constituant les plateaux dominant la vallée. Le remplissage alluvial repose sur un substratum crayeux du Secondaire (Sénonien). Celui-ci, reconnu par de nombreux sondages, présente une stratification quasi horizontale, très nette bien que le matériau ne change pas de nature lithologique. La craie (95 % à 99 % de carbonate de calcium) règne sur une puissance de l'ordre de 600 mètres.

Sur l'épaisseur de terrain crayeux pratiquement concernée par les ouvrages, on peut distinguer d'après l'ensemble des reconnaissances effectuées (fig. 2) :

- un horizon (ZI) de craie pâteuse où le sol est structuré, réduit à l'état de pâte avec de petits morceaux de roche plus dure;
- une zone où coexistent de la craie finement morcelée et de la pâte de craie. On peut différencier la partie supérieure de cette zone (ZIIa) de sa partie inférieure (ZIIb) où le pourcentage de pâte devient minime;
- une zone d'altération rocheuse classique (ZIII) contenant des passages broyés et des passages moins altérés;
- enfin, la craie rocheuse (ZIV) pouvant localement être fracturée.

Étant donné la variation progressive de faciès dans la zone altérée (ZI, ZIIa et ZIIb), les études ont été faites à partir d'une stratigraphie plus schématique (fig. 3) :

- la craie pâteuse (ZI + ZII) d'une épaisseur moyenne de 10 m;
- la craie de transition (ZIII) sur 3 m à 5 m;
- la craie rocheuse (ZIV).

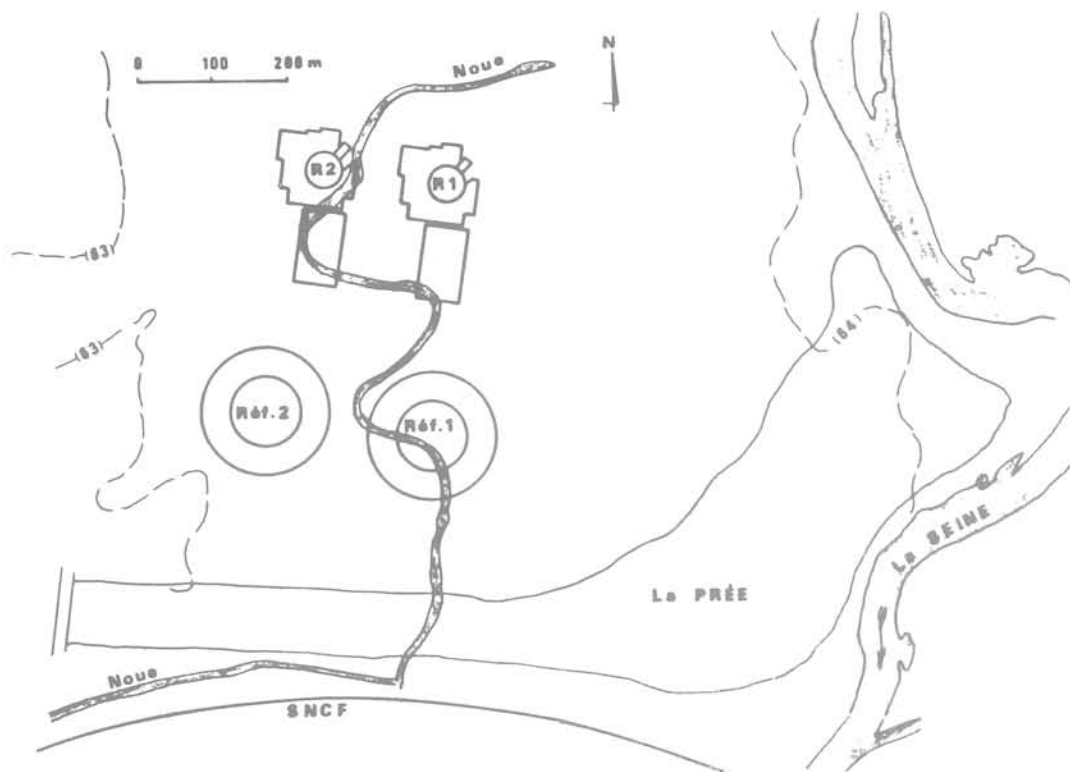


Fig. 1

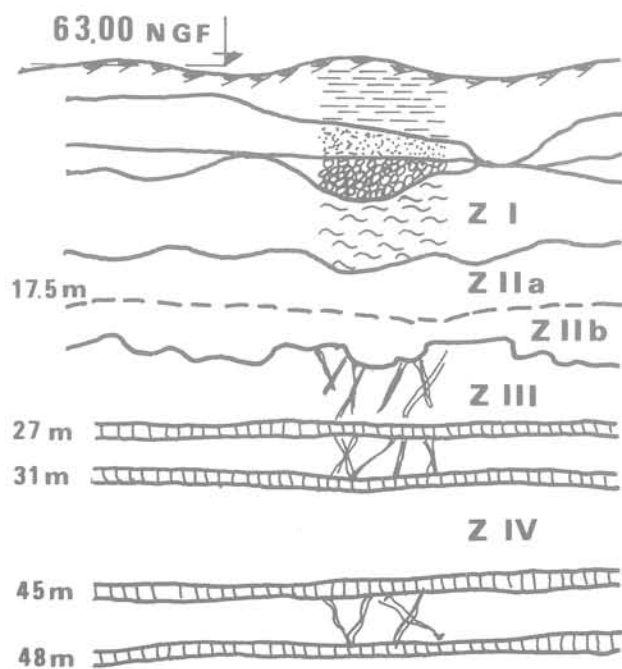


Fig. 2

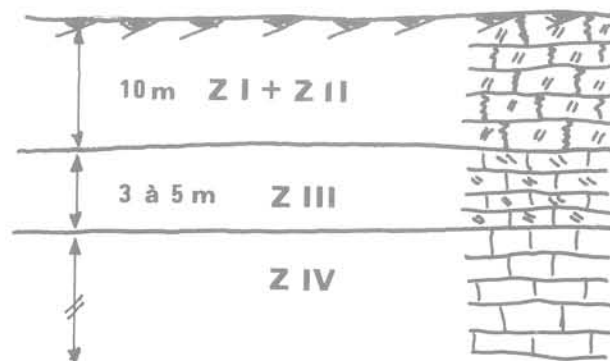


Fig. 3

3 Le projet

Sans entrer dans les détails, indiquons que le refroidissement des eaux circulant dans les condenseurs s'effectue en circuit fermé grâce à des réfrigérants atmosphériques. L'eau d'évaporation est prélevée dans la Seine.

Pour mettre les bâtiments à l'abri des inondations, il a été nécessaire d'établir une plate-forme en remblais constitués de matériaux sablo-graveleux. La cote de cette plate-forme à 68,2 NGF est supérieure à celle strictement nécessaire à la mise hors d'eau (66,5 NGF). Elle a été choisie pour que, sous les fonds de fouille des bâtiments, reste une épaisseur maximale d'alluvions sablo-graveleuses. Il a été en effet apprécié que la très mauvaise traficabilité de la craie altérée-pâteuse aurait rendu difficiles les travaux en fond de fouilles si ceux-ci avaient été dans la craie.

Le creusement dans le remplissage alluvial d'un chenal évacuateur des crues a fourni des matériaux utiles pour la constitution des remblais de la plate-forme.

La nécessité de travailler au-dessous du niveau de la nappe phréatique dans un sol perméable a conduit à établir une enceinte étanche entourant la zone des travaux. Cette enceinte est constituée par une paroi souple en coulis de ciment bentonite, ancrée dans un niveau peu perméable de la craie.

4 Les reconnaissances

4.1 Les buts

Les reconnaissances ont pour but de définir la stratigraphie et ses variations dans l'espace. Elles doivent permettre d'apprécier les caractéristiques géotechniques des sols et plus particulièrement celles relatives à leur déformabilité. En effet, un des principaux problèmes géotechniques posés par les centrales nucléaires est celui de l'estimation des tassements absolus et différentiels des divers bâtiments.

Parmi les paramètres également à connaître, citons les caractéristiques dynamiques.

Les reconnaissances doivent aussi permettre de définir les caractéristiques hydrogéologiques et hydrauliques des sols (perméabilités, anisotropies). Dans le cas de Nogent, la connaissance de ces paramètres a permis de définir le mode de mise hors d'eau du site (paroi moulée plus pompage). Dans ce papier nous ne reviendrons pas sur ce sujet, celui-ci devant faire l'objet d'une communication par E. D. F. au « Symposium International sur la Reconnaissance des Sols et des Roches par Essais en Place » Paris, Mai 1983.

4.2 Son déroulement

Les reconnaissances se sont déroulées en trois temps, séparées par des périodes utiles à la réflexion. Il est en effet agréable, pour ne pas dire indispensable, de pouvoir réfléchir, en dehors de la pression journalière, surtout au cours d'une campagne de reconnaissance pour laquelle on ne sait pas trop, a priori, ce que l'on cherche et, a fortiori, comment le trouver.

Le découpage temporel permet d'obtenir de nombreux renseignements de valeur qu'il aurait été plus long et plus coûteux d'élaborer au cours d'une seule campagne continue.

Dans le déroulement de la campagne, il faut distinguer deux phases distinctes :

— la première, d'octobre 1976 à décembre 1976, a consisté en la réalisation de sondages carottés, de pénétromètres et de pressiomètres en cinq points. Leur réalisation a permis :

- de connaître les conditions globales de fondation;
- de vérifier l'utilité et l'efficacité des essais in situ;
- de pouvoir établir un avant-projet préliminaire comparatif des modes de fondation possible à la suite duquel la solution de fondations profondes a été abandonnée au bénéfice de la solution sur radier. Ceci a permis d'orienter et d'optimiser les reconnaissances ultérieures.

— la seconde phase a comporté deux temps : de septembre 1978 à décembre 1978 pour le premier et de juin 1979 à novembre 1979 pour le second.

Au cours de la dernière période, outre les types de reconnaissance déjà utilisés, il a été fait appel à des enregistrements de paramètres (type Lutz), des cellules « roches » pour le pressiomètre et des pénétromètres statiques.

4.3 Les procédés d'investigations

La superficie à reconnaître est de 200 ha. La zone susceptible de recevoir des ouvrages importants est de 15 à 20 ha, à laquelle il faut ajouter la zone des réfrigérants qui couvre encore une dizaine d'hectares. En ne retenant qu'un point de reconnaissance par 1 000 m² (ou dix unités à l'hectare), soit la moitié de ce qui est généralement conseillé pour des ouvrages « ordinaires », il faudrait plus de 200 points de reconnaissance sur l'ensemble du site. En ne retenant pour ces reconnaissances que des sondages carottés, ceux-ci auraient coûté plus de 6 MF (base 1979).

Aussi a-t-on cherché à limiter au strict nécessaire l'utilisation des sondages carottés, considérés a priori comme élément de base, et recherché l'utilisation d'autres procédés d'investigations.

Pour le site, on a finalement retenu et utilisé :

- 24 sondages carottés (SC),
- 37 forages pressiométriques type Ménard (PM),
- 14 forages pénétrométriques statiques type Parez (PS),
- 78 pénétromètres dynamiques type Sermes (PD),
- 5 forages destructifs avec enregistrements de paramètres type Lutz (SD),

soit au total 158 points de reconnaissance pour un coût de l'ordre de 1,6 MF.

Le nombre de 158 correspond à des points de forage et non à des points distincts de reconnaissance. En effet, en certains points, plusieurs reconnaissances de types différents ont été réalisées pour les caler entre elles et par rapport aux sondages carottés pris initialement comme référence. Le nombre de points distincts reconnus est de 147.

A ces reconnaissances mécaniques, il faut ajouter un puits de grand diamètre (1,60 m) de 20 m de profondeur creusé à la main dans l'optique de « voir » les terrains et leurs différents contacts et de prélever des échantillons réellement « intacts », et deux puits creusés mécaniquement, équipés à des fins d'essais de pompage.

Ces travaux ont été réalisés par Bachy.

4.4 Les coûts et les délais

En utilisant les prix des marchés passés pour ce travail, on a déterminé les coûts comparés des mètres linéaires des différents procédés d'investigation, en prenant comme base 1, le prix du mètre linéaire de pénétromètre dynamique (qui est de 120 F, conditions économiques début 1979).

Types	SC	PM	SD	PS	PD	Total
Longueur (m)	50	30	40	20	20	
Nombre	24	37	5	14	78	158
Pourcentage en nombre	15	23,5	3	9	49,5	100

Tableau 1

Compte tenu des longueurs réellement réalisées, le coût total se répartit de la façon suivante :

Types	SC	PM	SD	PS	PD	Totaux
Longueur (m)	984	1 098	200	320	1 685	4 287
Pourcentage	23	26	4,5	7,5	39	100
Coût relatif	5,3	3,0	1,5	1,2	1,0	
Coût total relatif	5 215	3 294	300	384	1 685	10 878
Pourcentage	48	30	3	4	15	100

Tableau 2

Les sondages carottés qui représentent moins du quart du linéaire réalisé et moins d'un sixième des points reconnus représentent environ la moitié de la dépense.

Du point de vue des délais, on retiendra en moyenne :

Type de reconnaissance	SC	PM	SD	PS	PD
ml/jour	5,5	7	40	23	10

Tableau 3

Les durées prises en compte correspondent aux temps effectifs globaux de présence des matériels sur le site, compte tenu de conditions particulières d'exécution, par exemple :

- pénétromètre dynamique Sermes utilisé sans interruption pour un forage donné, exécuté en terrain vierge difficilement accessible;
- pénétromètre statique Parex utilisé en terrain préparé et aménagé.

Il est évident que les différents procédés ne donnent pas tous les mêmes informations, mais il faut être capable d'apprécier en fonction des coûts, des délais et des informations recherchées, les moyens les mieux adaptés pour fournir les données nécessaires à l'élaboration du projet.

4.5 Répartition des sondages

La densité des points de sondage n'est pas constante sur l'ensemble du site. Le tableau 4 donne la situation des points reconnus et leur répartition en fonction des zones à construire.

On a distingué 4 zones (fig. 4) :

- la zone α contient la quasi-totalité des ouvrages de production : îlots nucléaires, salles machines;
- la zone β contient des ouvrages importants : traitement des effluents, station de déminéralisation d'eau.
- la zone γ contient le reste des bâtiments de l'équipement (station de pompage, réfrigérants, poste électrique);
- la zone δ constitue le reste du site.

Repère	Superficie (hectares)	SC	PM	SD	PS	PD	Total	Pourcentage	Densité U/hect.
α	7	14	12	5	6	13	50	31,5	7,1
β	13	3	5	0	4	15	27	17,0	2,1
γ	60	4	8	0	4	20	36	23,0	0,6
δ	120	3	12	0	0	30	45	28,5	0,4
Total	200	24	37	5	14	78	158	100,0	0,8

Tableau 4

On constate que la densité varie de 7 unités de reconnaissance par hectare dans la zone des ouvrages importants à 0,4 pour les zones hors ouvrages. Elle est inférieure à 1 pour l'ensemble du site. On voit également que les sondages carottés (SC) sont concentrés sur les zones des ouvrages nucléaires.

5 Résultats des reconnaissances

5.1 Les reconnaissances in situ

Les résultats présentés concernent le pénétromètre dynamique, le pénétromètre statique et le pressiomètre. Les enregistrements de paramètres, en nombre limité, ne permettent pas un dépouillement statistique. D'une façon générale, pour chaque paramètre étudié (résistance de pointe au pénétromètre, module et pression limite au pressiomètre), on donne en fonction de la profondeur, la médiane des mesures et le fuseau de dispersion obtenu en considérant la totalité des mesures moins 10 % des plus faibles valeurs et 10 % des plus fortes.

5.1.1 Les pénétromètres dynamiques

Leur nombre est de 78, mais le dépouillement statistique ne porte que sur les 38 pénétromètres dynamiques les plus proches de l'îlot nucléaire. Les pénétromètres dynamiques, généralement conduits au refus, permettent d'atteindre la craie rocheuse. La profondeur du toit de la craie pâteuse est en moyenne de 6,40 m avec un écart type de $\pm 0,9$ m. L'examen des courbes de la résistance de pointe en fonction de la profondeur (fig. 5) montre que l'on peut distinguer 3 zones, que l'on peut rattacher à la craie pâteuse, à la zone de transition, et à la craie rocheuse.

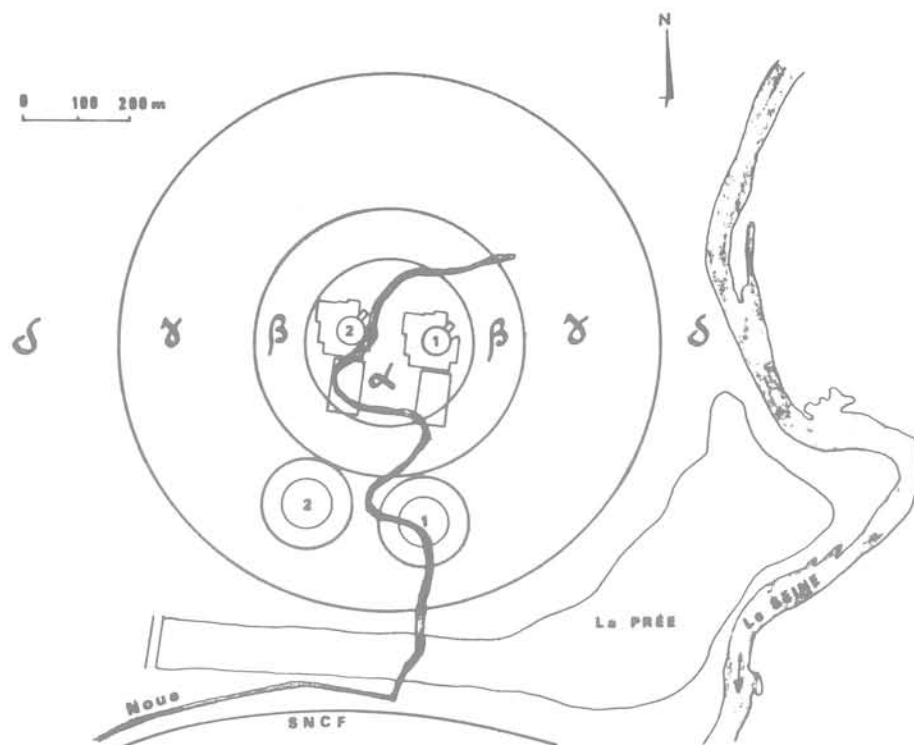


Fig. 4

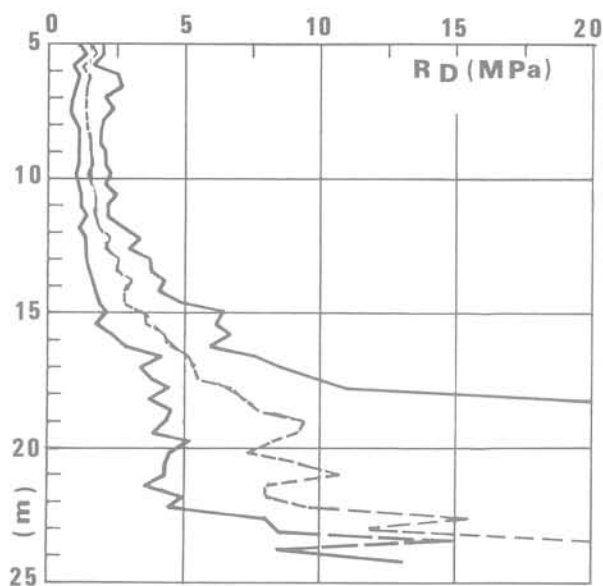


Fig. 5

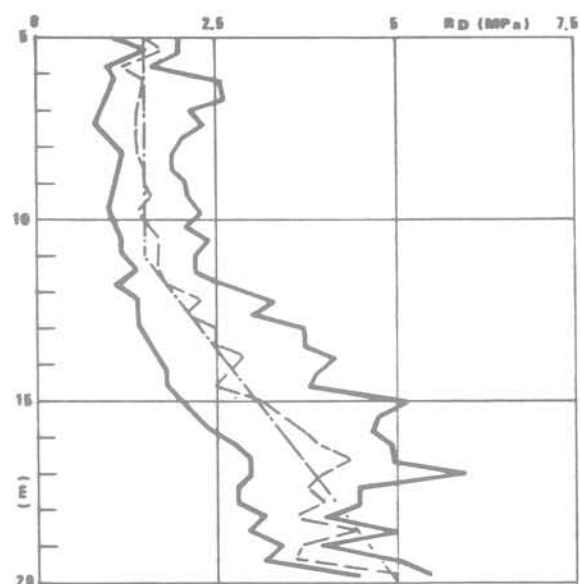


Fig. 6

La craie pâteuse présente une résistance de pointe au plus égale à 5 MPa et la craie rocheuse une résistance au moins égale à 10 MPa.

La figure 6 donne la variation, en fonction de la profondeur, de la résistance de pointe dans la craie pâteuse (médiane et fuseau). Par rapport au graphique 5, on a éliminé les valeurs relatives à la craie de transition et à la craie rocheuse.

On retiendra :

- craie pâteuse : épaisseur moyenne 10,2 m (écart type 1,9 m). Résistance de pointe égale à 1,5 MPa jusqu'à 11 m puis variant linéairement pour atteindre 5 MPa à 20 m;
- craie de transition : épaisseur moyenne de 4,2 m. Résistance de pointe moyenne de 8 MPa (écart type 4 MPa);
- craie rocheuse : la pénétration a toujours été faible, en moyenne de 1 m. La résistance de pointe est en moyenne de 27 MPa (écart type 14 MPa).

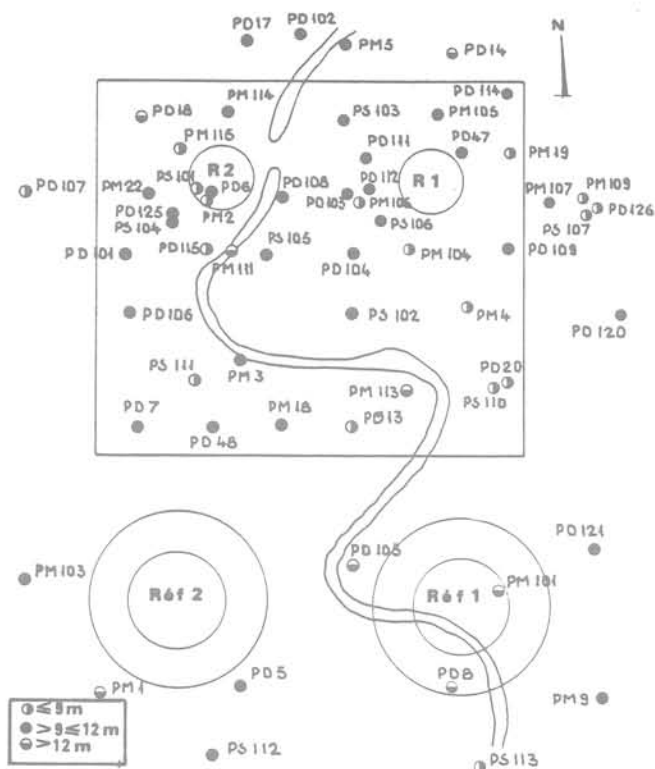


Fig. 7

La figure 7 traduit les variations en plan de l'épaisseur de craie pâteuse.

5.1.2 Les pénétromètres statiques

Le dépouillement porte sur la totalité des essais réalisés au nombre de 14. Le fuseau et la médiane des résistances de pointe en fonction de la profondeur montrent que l'on peut attribuer à la craie pâteuse une résistance de pointe au plus égale à 10 MPa et à la craie rocheuse une résistance au moins égale à 20 MPa. La figure 8 récapitule l'ensemble des résultats pour les différents types de craie et la figure 9 ceux relatifs à la craie pâteuse uniquement.

D'après les pénétromètres statiques, la profondeur moyenne du toit de la craie pâteuse est de 6,50 m (écart type de 0,7 m). Ces valeurs sont tout à fait comparables à celles déduites du pénétromètre dynamique. Ce résultat est tout à fait logique dans la mesure où le contraste entre les alluvions sablo-graveleuses susjacentes et la craie pâteuse est très net au pénétromètre. L'épaisseur de la craie pâteuse est en moyenne de 9,1 m (écart type de 0,8 m). Ceci montre que les critères utilisés pour définir la craie pâteuse sont cohérents.

L'épaisseur de la craie de transition est en moyenne de 4,1 m (écart type 1,40 m).

La résistance de pointe moyenne dans la craie de transition est 14 MPa (écart type 4,2 MPa).

Dans la craie rocheuse, pour une pénétration moyenne de 3 m, la résistance de pointe moyenne est 31 MPa (écart type 6 MPa).

La figure 7 donne la répartition en plan des épaisseurs de craie pâteuse.

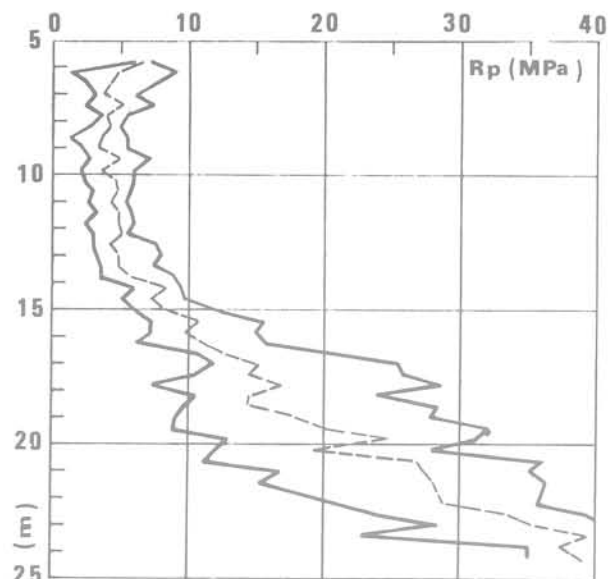


Fig. 8

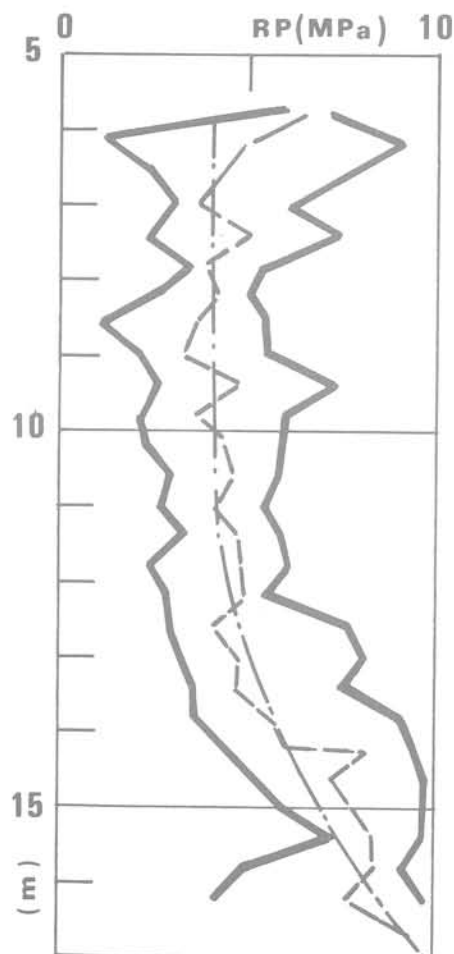


Fig. 9

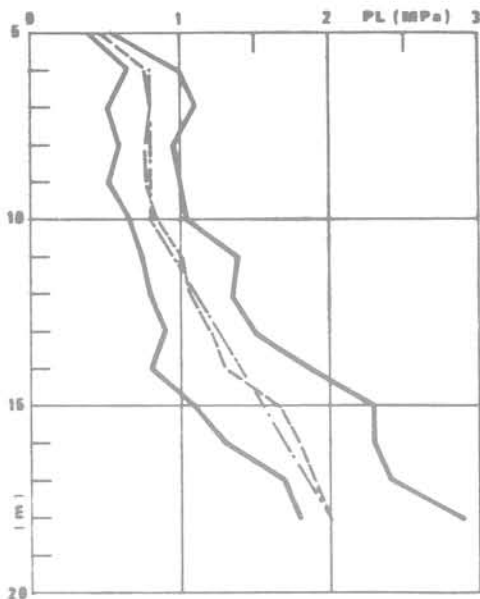


Fig. 10

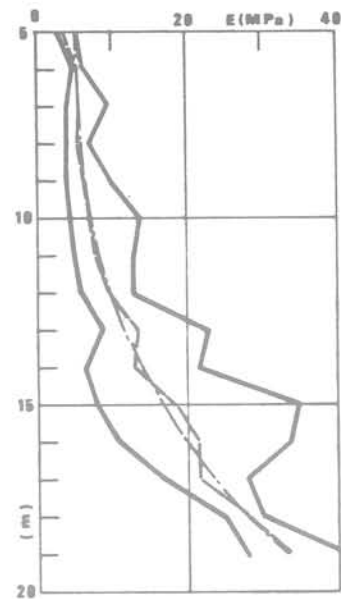


Fig. 11

5.1.3 Les pressiomètres

La sonde utilisée pendant la première campagne est du type « sol ». Elle permet de mesurer des pressions limites au plus égales à 3 MPa. Pour la deuxième campagne, il a été utilisé une cellule du type « roche » qui permet d'atteindre des pressions limites de l'ordre de 7 MPa.

Les courbes donnant les pressions limites et modules pressiométriques en fonction de la profondeur, montrent que l'on peut attribuer à la craie pâteuse une pression limite au plus égale à 2,5 MPa. Dans la zone de transition les pressions limites sont comprises entre 2,5 MPa et 7 MPa.

La pression limite de la craie rocheuse n'a pas été mesurée.

Le dépouillement des 22 sondages pressiométriques les plus proches de l'îlot nucléaire conduit aux résultats suivants :

- profondeur du toit de la craie pâteuse en moyenne à 6,3 m (écart type 1,2 m);
- épaisseur de craie pâteuse en moyenne de 10,5 m (écart type de 2,1 m).

Les pressiomètres du type « sol » ne permettent pas de définir précisément la limite entre la zone de transition et la craie rocheuse, leur profondeur étant souvent insuffisante.

D'après les pressiomètres de la deuxième campagne (cellule type « roche ») l'épaisseur moyenne de la zone de transition est de 4,4 m (écart type 2,3 m).

Les figures 10 à 12 donnent pour la craie pâteuse les variations en fonction de la profondeur des pressions limites ($P\ell$), modules pressiométriques (E) et du rapport $E/P\ell$.

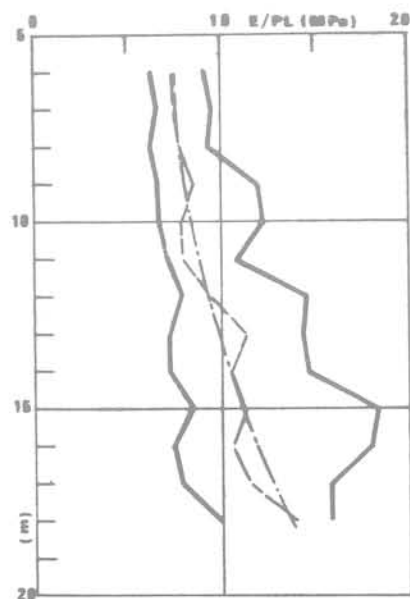


Fig. 12

Pour la zone de transition, on a constaté une différence assez sensible entre les résultats des deux campagnes. D'après les pressiomètres « roche », cette zone se caractérise par un module pressiométrique de 90 MPa (valeur médiane) à 97 MPa (valeur moyenne), alors que la cellule type « sol » donne une médiane de 60 MPa. Il semble que ce type de cellule surestime la déformabilité du sol, peut-être par suite de sa déformabilité trop élevée. Ses résultats ont été écartés.

On retiendra comme valeurs caractéristiques :

- craie pâteuse : $P\ell = 0,8$ MPa jusqu'à 10 m, puis augmentant jusqu'à 2 MPa à 18 m;
 $E = 5$ à 10 MPa jusqu'à 12 m, puis augmentant jusqu'à 30 MPa à 18 m;
 $E/P\ell = 9$ jusqu'à 11 m puis augmentant jusqu'à 14 à 18 m;
- zone de transition : $P\ell = 3$ à 6 MPa, en moyenne 4 MPa (écart type 1,2 MPa);
 $E = 95$ MPa (écart type 50 MPa);
- craie rocheuse : $E = 500$ MPa (écart type 270 MPa).

Le graphique n° 7 donne la répartition en plan de l'épaisseur de craie pâteuse.

5.1.4 Comparaison des reconnaissances in situ

Du point de vue stratigraphique, les trois types de reconnaissance (pénétromètres dynamiques et statiques, sondages pressiométriques) conduisent à des résultats tout à fait comparables. Ils donnent des épaisseurs moyennes de craie pâteuse, comprises entre 9,1 m et 10,5 m et des épaisseurs de zone de transition comprises entre 4,1 m et 4,4 m. Ils permettent d'établir une carte de l'épaisseur de la craie pâteuse (fig. 7) qui montre des variations assez notables de cette couche dont l'épaisseur minimale est de l'ordre de 8 m et l'épaisseur maximale de l'ordre de 16 m (les épaisseurs maximales sont souvent rencontrées à proximité de la Noue qui traverse le site). Les caractéristiques mesurées (résistances de pointe, pressions limites et modules pressiométriques) permettent de définir valablement un certain nombre de corrélations récapitulées dans le tableau 5.

	Craie pâteuse	Zone de transition	Craie rocheuse
Rp Dyn. (MPa)	1,5 → 5,0	8	27
Rp Stat. (MPa)	4,0 → 10,0	14	31
Rp Stat./Rp Dyn.	2,7 → 2,2	1,75	1,15
$P\ell$ (MPa)	0,8 → 2,0	3 → 6	—
$E/P\ell$	8,0 → 14,0	~25	—
Rp Dyn./ $P\ell$	2	2	—

Tableau 5

5.2 Les essais de laboratoire

5.2.1 Identification de la craie

Les figures 13 et 14 rassemblent, en fonction de la profondeur, l'ensemble des mesures de teneur en eau et compacité faites sur les échantillons prélevés. La craie pâteuse et la zone de transition (c'est-à-dire jusqu'à 20 m de profondeur environ) ont des teneurs en eau généralement comprises entre 25 % et 30 % ce qui correspond à des compacités comprises entre 14,5 et 15,5 kN/m³.

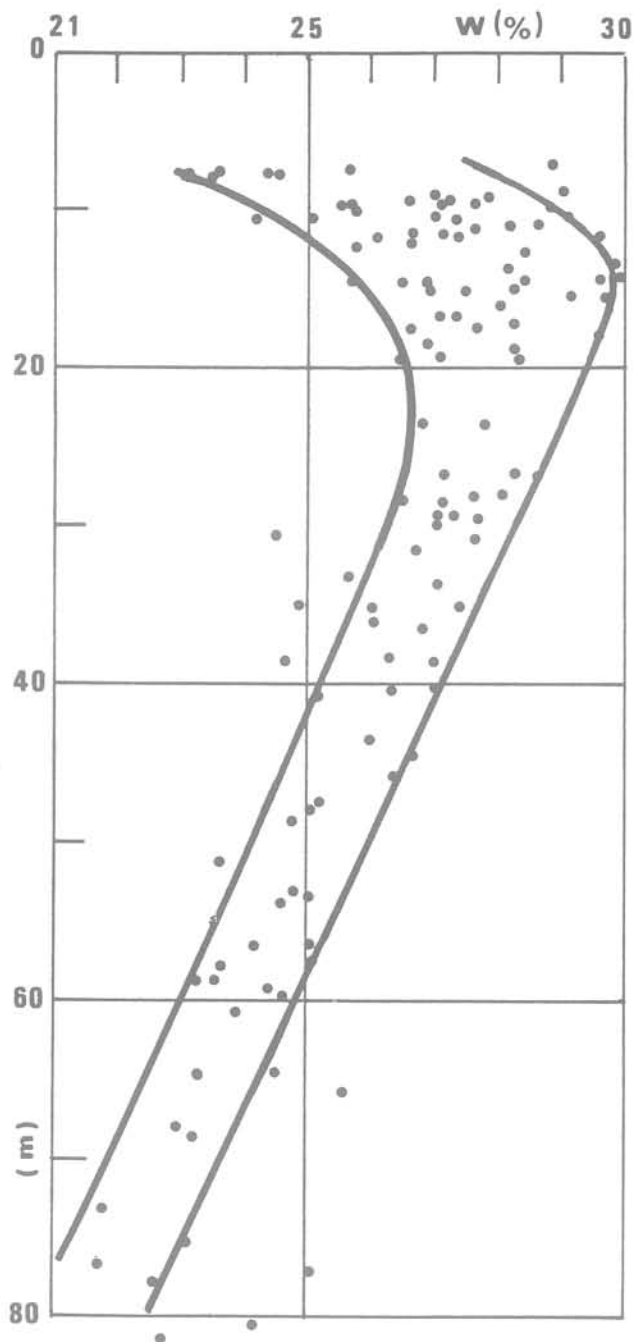


Fig. 13

En tête de la craie pâteuse, déstructurée, on constate une importante dispersion avec une tendance aux fortes compacités. Il a en effet été constaté, à partir de macrophotographies, que les liaisons entre les grains sont détruites en tête de couche et que les grains sont en contact, ce qui entraîne une densification.

En dessous, dans la craie rocheuse, on constate une diminution assez régulière de la teneur en eau avec augmentation corrélative de compacité : les teneurs en eau varient de 27 % à 28 % en tête de couche à 23 % environ vers 70 m à 80 m de profondeur. Pour ce même intervalle, les compacités varient de 15,5 kN/m³ à 16,5 kN/m³ environ.

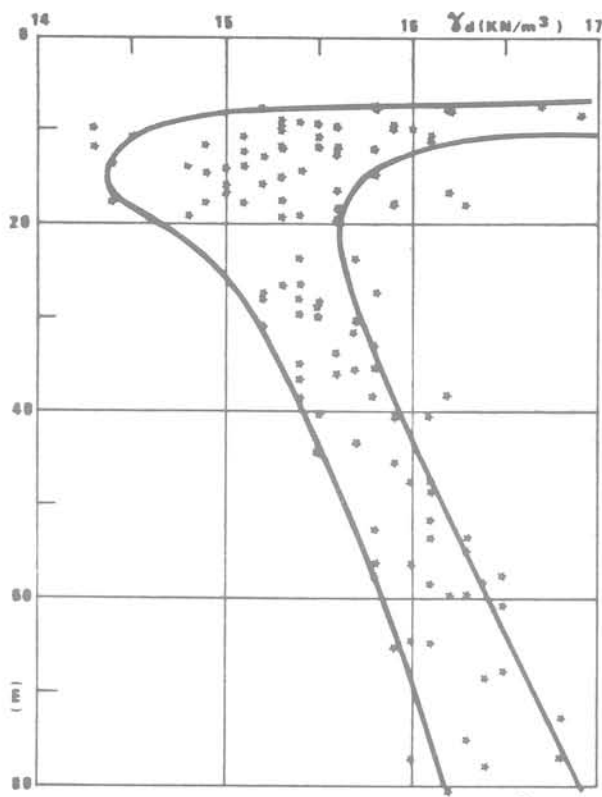


Fig. 14

Le graphique 15 donne, en fonction de la profondeur, les résistances à la compression simple mesurées en laboratoire. Alors qu'on note une certaine continuité des teneurs en eau et compacités entre la craie pâteuse et la craie rocheuse, il n'en est pas de même des résistances à la compression simple. Celles-ci, pratiquement toujours inférieures à 0,4 MPa dans la craie pâteuse et la zone de transition, sont toujours supérieures à 2 MPa pour la craie rocheuse. Dans ce matériau, l'augmentation de compacité se traduit par une augmentation relativement faible de la résistance à la compression simple : celle-ci est en moyenne de 3 MPa vers 30 m à 40 m de profondeur (compacité moyenne 15,5 kN/m³) pour atteindre environ 4 MPa vers 70 m-80 m de profondeur (compacité 16,5 kN/m³). La résistance moyenne à la compression simple de la craie pâteuse est $R_c = 0,17$ MPa (écart type 0,1 MPa).

5.2.2 Compressibilité de la craie

Les résultats ci-après concernent uniquement la craie pâteuse dont il importe de bien connaître les caractéristiques de déformabilité, ce sol étant, a priori, très nettement plus compressible que la craie rocheuse.

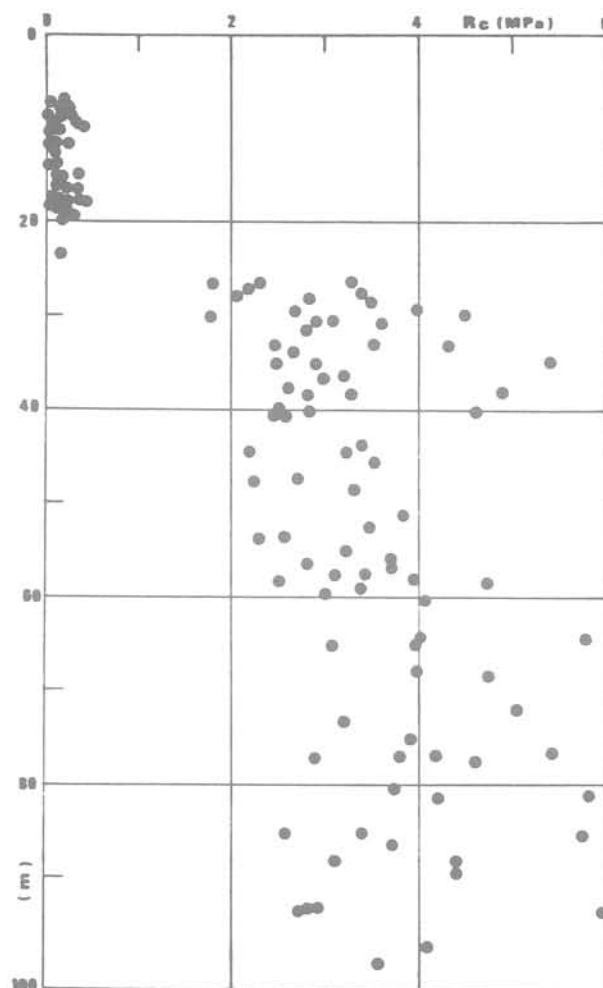


Fig. 15

Les essais de compressibilité à l'œdomètre présentent entre 0,6 MPa et 0,9 MPa une nette augmentation de pente. On en déduit une « pseudo pression » de consolidation qui correspond à la résistance de structure de la craie pâteuse.

Les modules œdométriques sont de l'ordre de 40 MPa sous 0,15 MPa, 55 MPa sous 0,3 MPa et 90 MPa sous 0,6 MPa.

La craie se consolidant très rapidement, la mesure de son coefficient de consolidation à l'œdomètre est assez délicate. Pour apprécier ce paramètre, des essais ont été effectués à l'appareil triaxial avec mesure de la vitesse de dissipation de la pression des pores. On obtient en moyenne $C_v = 1$ cm²/s.

Un programme d'essais triaxiaux consolidés drainés assez complet a été effectué dans le but de définir :

- les caractéristiques mécaniques intergranulaires;
- la déformabilité sous sollicitation sphérique;
- la déformabilité sous sollicitation déviatorique;
- le fluage.

Les angles de cisaillement intergranulaires mesurés sont peu dispersés, compris entre 33° et 38°, en moyenne $\phi_d = 36^\circ$.

Les cohésions intergranulaires C_d sont plus disper-

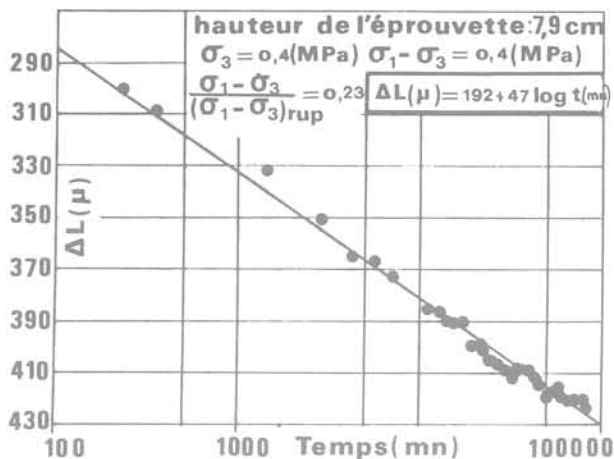


Fig. 16

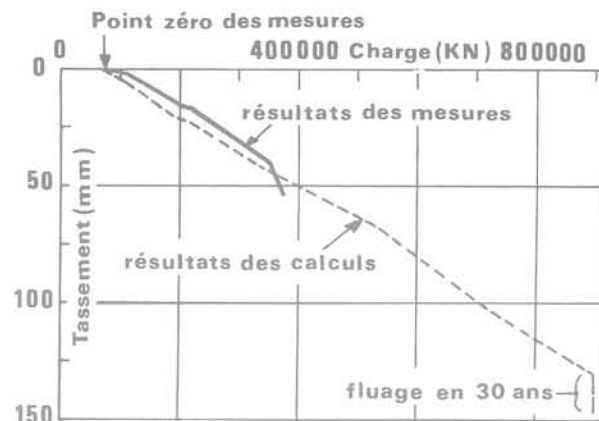


Fig. 17

sées, ce qui traduit l'altération plus ou moins importante de la craie. Elles sont comprises entre 0,02 MPa et 0,23 MPa, en moyenne $C_d = 0,08$ MPa.

Les modules sphériques caractérisent la déformabilité de la craie sous un tenseur de contrainte sphérique. En assimilant la courbe effort-déformation à une hyperbole, le module sphérique tangent peut s'écrire :

$$E_{tg.s.} = A[\bar{\sigma}_3 + C_d \cotg \phi d]^\alpha$$

$\bar{\sigma}_3$: plus petite contrainte principale effective.

En moyenne : $A = 270$, $\alpha = 0,75$ (E , C_d et $\bar{\sigma}_3$ étant exprimés en MPa)

$$E_{tg.s.} = 270[\bar{\sigma}_3 + C_d \cotg \phi d]^{0,75}$$

A titre d'exemple, pour les caractéristiques mécaniques intergranulaires moyennes, la déformation verticale est de 0,25 %, lorsque l'étreinte isotrope de consolidation varie de 0,1 MPa à 0,4 MPa.

Pour apprécier la déformabilité sous un déviateur, on peut également dans un domaine donné de déformations, assimiler la courbe effort-déformation à une hyperbole. Cette formulation a été introduite par Duncan :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = [\varepsilon_v / (a + b\varepsilon_v)]$$

Pour l'ensemble des essais :

$$a = 1/1450[\bar{\sigma}_3 + C_d \cotg \phi d]^{0,67}$$

$$b = 3,6[1 - \sin \phi d] / 2C_d \cos \phi d + 2\bar{\sigma}_3 \sin \phi d$$

$\sigma_1 - \sigma_3$, $\bar{\sigma}_3$, C_d étant exprimés en MPa.

A titre d'exemple, pour une étreinte latérale de 0,1 MPa, il faut appliquer un déviateur $\sigma_1 - \sigma_3$ de 0,125 MPa pour obtenir une déformation de 0,1 %.

5.2.3 Fluage de la craie

La craie est connue pour sa déformabilité différée sous charges. Pour la craie rocheuse, le phénomène ne

devient significatif que pour des déviateurs proches du déviateur à rupture.

Pour la craie pâteuse, la question s'est posée de savoir si sous des déviateurs assez faibles, le phénomène pouvait avoir une ampleur significative par rapport au tassement calculé à partir des modules définis ci-dessus.

Plusieurs essais ont été effectués à l'appareil triaxial pour divers niveaux de contraintes latérales et de déviateurs.

En se référant au paramètre $\bar{D} = [\sigma_1 - \sigma_3] / [\sigma_1 - \sigma_3]_{rupt.}$ on a exploré le domaine $0,1 < \bar{D} < 0,5$.

Les essais ont duré entre 1 et 2 mois, soit de 50 000 à 100 000 minutes. La figure 16 présente les résultats d'un essai pour $\bar{D} = 0,23$ d'une durée de 2 mois. A partir de l'ensemble des essais, une loi de comportement du type de celle proposée par Mitchell a été utilisée. Dans ce type de loi, la vitesse de déformation est de la forme :

$$\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt = A \cdot \exp(\alpha \bar{D}) [t_0/t]^m$$

avec :

A , α , m = caractéristiques du sol

$\bar{D} = [\sigma_1 - \sigma_3] / [\sigma_1 - \sigma_3]_{rupt.}$

t_0 = temps de référence.

Pour la craie pâteuse, on a trouvé expérimentalement $m = 1$. Par intégration, on a :

$$\varepsilon = A' \exp(\alpha \bar{D}) \log [t/t_f]$$

t_f = temps de référence correspondant au début du fluage. Pour les essais réalisés, on a obtenu en moyenne :

$$\varepsilon(\%) = 0,07 \exp[1,75\bar{D}] \log [t/t_f]$$

A titre d'exemple, d'après l'expression ci-dessus, la déformation par fluage entre 100 mn et 100 000 mn pour un déviateur égal à 0,25 fois le déviateur à rupture est de 0,3 % environ de l'épaisseur de la couche.

6 Tassements de la craie

Bien que ceci ne soit pas l'objet du papier, il est intéressant de comparer les tassements théoriques que l'on peut calculer à partir des caractéristiques définies ci-dessus aux tassements observés sur les ouvrages.

On examinera plus particulièrement les tassements du bâtiment réacteur n° 1, le plus avancé actuellement. Fin juillet 1982, celui-ci a atteint une charge de 375 000 kN pour une charge totale de 900 000 kN environ. Les taux de travail au sol correspondants sont 0,19 MPa et 0,45 MPa. La figure 17 donne, en fonction des charges, le tassement moyen de la périphérie du réacteur. Jusqu'à 100 000 kN, les tassements mesurés sont quasiment nuls. Cette charge correspond à une contrainte moyenne de 0,05 MPa équivalente au poids des terres enlevées. Elle provoque donc une recompression de la craie qui dans ce type de chargement est pratiquement incompressible. Sur la figure 17, on note également un accroissement assez significatif du tassement entre 350 000 kN et 375 000 kN. La période de temps entre ces deux charges est de 3 mois. Le tassement qui a augmenté d'environ 13 mm, résulte vraisemblablement du fluage.

Les calculs faits à partir des expressions des modules de déformabilité et loi de fluage définies ci-dessus conduisent pour le réacteur à un tassement théorique en fin de construction de 130 mm, puis de 150 mm au bout de plusieurs années par suite du fluage. Le tassement total se répartit théoriquement de la manière suivante :

- alluvions sablo-graveleuses : 5 %;
- craie pâteuse et zone de transition : 75 % à 80 %;
- craie rocheuse : 20 % à 15 %.

Pour ces calculs, il est attribué à la craie pâteuse proprement dite et à la zone de transition, les mêmes caractéristiques, celles-ci étant définies à partir de l'ensemble des mesures faites sur ces deux terrains.

En fin de construction, le fluage représenterait 25 % du tassement de la craie pâteuse, ce pourcentage atteignant 30 % environ après plusieurs années.

Pour 375 000 kN, le tassement théorique moyen est de 47 mm pour un tassement mesuré de 54 mm. Compte tenu des difficultés pour connaître les charges d'ouvrages et remblais périphériques à un instant donné, l'écart entre le calcul et les mesures n'est actuellement pas significatif.

La figure 7 montre qu'à proximité du réacteur 1, les reconnaissances donnent une épaisseur de craie pâteuse de 10 m, soit une épaisseur de craie pâteuse plus zone de transition de 14 m. Les tassements théoriques comme les tassements calculés, conduisent à une compressibilité moyenne de 0,02 mm par mètre et par kN/m².

En périphérie du réacteur, les tassements minimaux mesurés pour 375 000 kN sont 40 mm alors que les tassements maximaux atteignent 65 mm. Cette différence de tassement résulte de la dissymétrie des charges et des variations stratigraphiques. Pour une stratigraphie constante, le calcul montre que la dissymétrie des charges autour du réacteur introduit un écart entre les tassements minimaux et maximaux au plus égal à 10 mm. Il semble donc que la stratigraphie soit plus variable sur de faibles distances que ne le laissent supposer les reconnaissances effectuées.

Outre les tassements observés des bâtiments de l'îlot nucléaire, les déformations du sol ont été également mesurées sous les préchargements des réfrigérants. Ces mesures ont été effectuées à l'aide d'Extensofor (mis en œuvre par Télémac).

Nous n'examinerons pas en détail les mesures faites; celles-ci doivent faire l'objet d'une communication au « Symposium International sur la Reconnaissance des Sols et des Roches par Essais en Place » (Paris, mai 1983).

Sous le préchargement du réfrigérant n° 1, le tassement de la craie pâteuse et de la zone de transition est, suivant les repères, compris entre 0,02 et 0,025 mm par mètre par kN/m². La borne haute correspondrait à un tassement du réacteur d'environ 180 mm.

Ces tassements unitaires permettent de calculer un module moyen de déformation de la craie pâteuse. Si l'on ne tient pas compte de la diffusion des contraintes en profondeur (hypothèse acceptable dans la mesure où l'îlot nucléaire présente de grandes dimensions alors que la couche compressible est d'épaisseur limitée et située à faible profondeur), on en déduit un module moyen de déformation E de 40 à 50 MPa.

Une première estimation des tassements peut être faite à partir des essais in situ, en particulier des essais pressiométriques. Le module pressiométrique moyen (moyenne harmonique) de la craie pâteuse et de la zone de transition (Cf. fig. 11) est $E_m = 9$ MPa. En utilisant les formules des normes pressiométriques pour le calcul des tassements, on trouve que, pour obtenir les tassements observés, le coefficient de structure (α) doit être de 0,33 à 0,5 suivant la formule utilisée. La valeur $\alpha = 0,33$ correspond, d'après les normes, à un sable normalement consolidé avec $E/P\ell = 7$ à 12, et la valeur de 0,5 à un limon normalement consolidé avec $E/P\ell = 8$ à 14. Il ne paraît pas illogique de considérer la craie pâteuse comme une sol normalement consolidé intermédiaire entre les sables et les limons. Rappelons en effet que ce sol a un indice de plasticité faible, de l'ordre de 5 %.

7 Caractéristiques dynamiques

Elles peuvent être estimées à partir d'essais in situ du type « down hole » et « cross hole » et à partir d'essais de laboratoire.

Les essais « down hole » ou « cross hole », dont on ne reviendra pas sur le principe, permettent de définir les vitesses de propagation dans le sol des ondes longitudinales et transversales. A partir des vitesses transversales, on calcule le module de cisaillement dynamique (G_{max}) par : $G_{max} = \rho V_s^2$ avec ρ = masse spécifique du sol.

L'intérêt de la mesure de la vitesse des ondes transversales réside dans le fait qu'elle permet d'apprécier les caractéristiques dynamiques du sol sans utiliser le coefficient de Poisson.

Le module dynamique d'un sol est d'autant plus faible que la distorsion induite par la sollicitation est élevée. Les mesures in situ où la distorsion est très faible permettent ainsi la détermination de G_{max} .

Les résultats des essais in situ effectués par la Compagnie de Prospection Géophysique Française sont donnés figures 18 et 19. Dans la craie rocheuse, les essais « down hole » et « cross hole » conduisent à des résultats sensiblement équivalents. On peut retenir en moyenne :

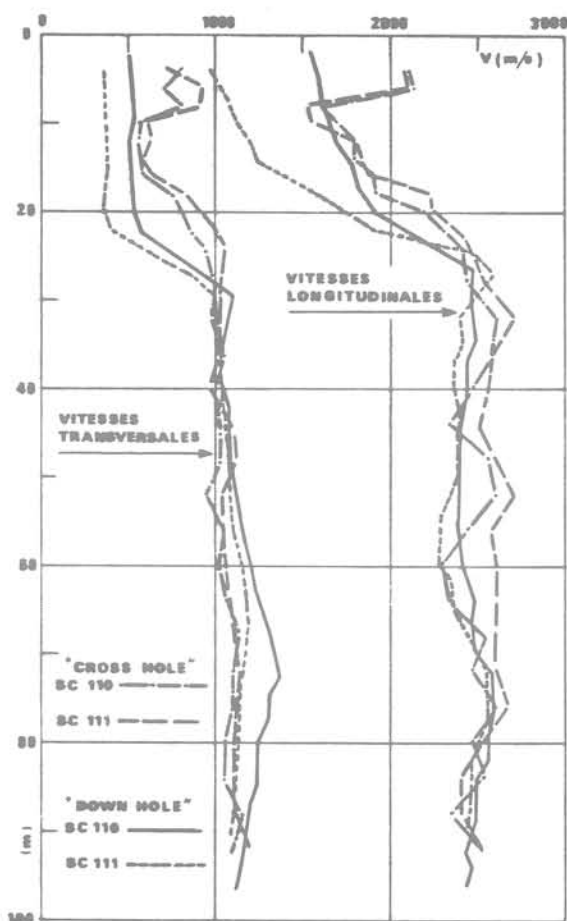


Fig. 18

- à 20 m de profondeur : $V_s = 1000$ m/s d'où $G_{\max} \approx 2000$ MPa;
- à 80 m de profondeur : $V_s = 1200$ m/s soit $G_{\max} \approx 3000$ MPa.

Dans la craie pâteuse, la vitesse minimale de propagation des ondes transversales est d'après les essais « cross hole » $V_s = 600$ m/s. Cette vitesse minimale correspond à la zone comprise entre 10 m et 16 m de profondeur.

Au-dessus de 10 m, et sous 16 m l'essai ne peut donner le module réel de la craie pâteuse : en effet, les mesures sont interprétées en trajet direct alors que, compte tenu des alluvions susjacentes et de la craie rocheuse sous-jacente de caractéristiques nettement plus élevées, l'onde réfractée présente un temps de parcours plus faible que l'onde directe.

Dans la craie pâteuse, les essais « down hole » donnent une vitesse transversale plus faible (400 m/s à 500 m/s).

En laboratoire, les caractéristiques dynamiques sont déduites d'essais à la colonne résonnante pour les modules (G) correspondant à une très faible déformation (distorsion γ inférieure à 10^{-5}) et d'essais à l'appareil triaxial dynamique pour les distorsions supérieures à 10^{-5} . Dans les deux cas, les éprouvettes sont consolidées de manière isotrope avec contrepression de façon à assurer la saturation la plus complète. L'essai se fait à drainage fermé.

Dans la mesure du possible, les deux types d'essais sont effectués sur des éprouvettes prélevées côte à côte dans le même échantillon, ou même mieux sur la même éprouvette.

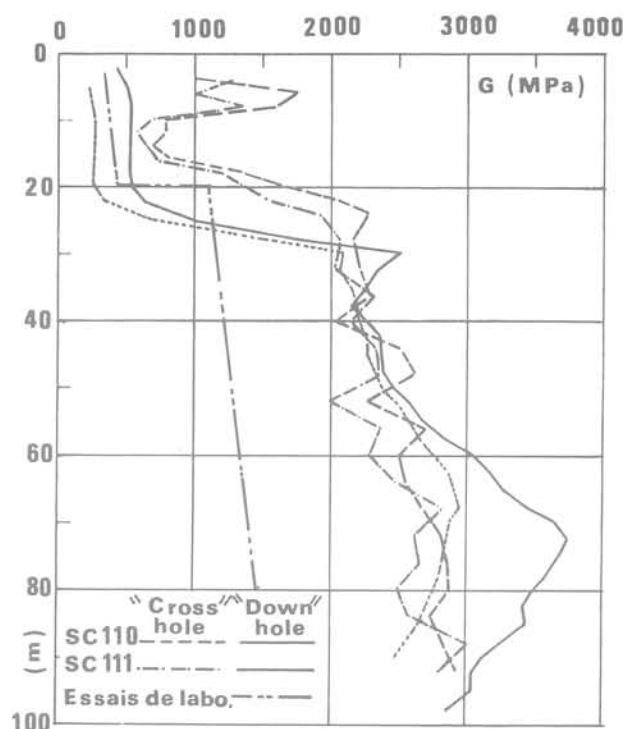


Fig. 19

L'expression du module dynamique est de la forme :

$$G = G_{\max} / [1 + \gamma / \gamma_r]$$

$G_{\max}$ = module dynamique maximal de cisaillement, c'est-à-dire à distorsion nulle.

γ = distorsion.

γ_r = constante caractéristique du matériau considéré.

La valeur de $G_{\max}$ dépend pour un matériau donné des caractéristiques intergranulaires C_d , ϕ_d et de l'état de consolidation. Par analogie avec les matériaux sableux et se basant sur la théorie des états correspondants, on a écrit :

$$G_{\max} = A [\bar{\sigma}_3 + C_d \cotg \phi_d]^\alpha$$

Seuls les essais à la colonne résonnante ont été considérés pour la détermination de $G_{\max}$. On obtient : $A = 950$, $\alpha = 0,58$ ($G_{\max}$, $\bar{\sigma}_3$ et C_d étant exprimés en MPa).

La valeur de γ_r , déduite des essais triaxiaux dynamiques, est $\gamma_r = 4 \cdot 10^{-4}$.

Pour calculer $G_{\max}$ in situ, il faut substituer dans l'expression ci-dessus $\bar{\sigma}_m$ à $\bar{\sigma}_3$ ($\bar{\sigma}_m$ = contrainte intergranulaire moyenne).

La figure 20 donne le résultat d'un essai triaxial dynamique.

L'application de la formule précédente à un point situé à 12 m de profondeur dans la craie pâteuse donne $G_{\max} = 410$ MPa, soit une vitesse de propagation des ondes transversales $V_s = 450$ m/s. Il y a relativement bon accord entre les modules de cisaillement déduits des essais de laboratoire et du « down hole » in situ.

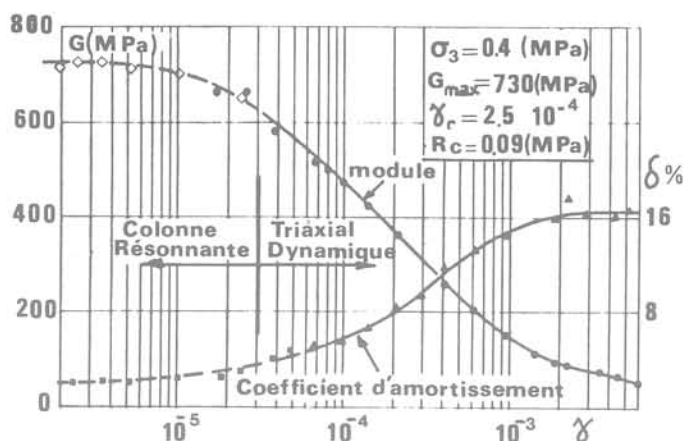


Fig. 20

La moins bonne corrélation entre les essais de laboratoire et les essais « cross hole » pourrait être justifiée par le fait qu'à faible profondeur, la sollicitation « cross hole » ne met pas uniquement en jeu des ondes de volume. Des recherches dans cette direction sont entreprises par le SEPTEN.

Pour un sable, on a $G_{max} = \alpha K_2 \bar{\sigma}_m^{1/2}$, K_2 variant de 50 pour les sables lâches à 100 pour les sables compacts ($\alpha = 7$ si $\bar{\sigma}_m$ et G sont exprimés en MPa). Moyennant l'introduction du terme $Cd \cotg \phi_d$, on obtient, pour la craie pâteuse, une expression équivalente, l'exposant du terme des contraintes étant très comparable. On en déduit $K_2 \approx 110$. Du point de vue dynamique, la craie pâteuse serait équivalente à un sable très dense.

Enfin, des essais de liquéfaction (cf. fig. 21) ont été effectués sur la craie pâteuse. Celle-ci présente un comportement tout à fait analogue à celui d'un sable avec une montée en pression interstitielle au fur et à mesure de l'application de la sollicitation dynamique. Par contre, à la différence d'un sable, on constate que la valeur de u/σ_3 peut être supérieure à 1. Ceci est conforme avec la théorie puisque la craie ayant une cohésion intergranulaire (Cd) la pression interstitielle maximale qui peut théoriquement se développer est $[\sigma_3 + Cd \cotg \phi_d]$.

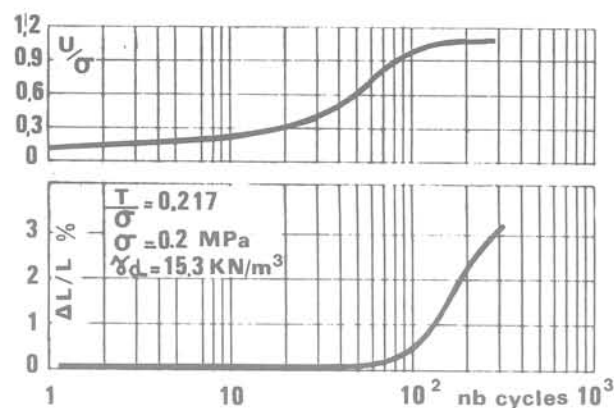


Fig. 21

Références bibliographiques

- F. Baguelin, J. F. Jezequel, D. H. Shields. The pressurometer and foundation engineering 1^{re} Edition Trans Tech Publications 1978.
- M. Cassan. Les essais in situ en Mécanique des sols, Éditions Eyrolles, 1978.
- J. M. Duncan, Chin Yund Chang. Non linear analysis of stress and strain in soils. Journal of the soil mechanics and foundations division ASCE September 1970 - Paper n° 7513.
- E.D.F.-COYNE et BELLIER-MECASOL. Contrôle d'un préchargement de fondation à Nogent-sur-Seine. Communication présentée au Symposium International « Reconnaissance des Sols et des Roches par Essais en Place. » Paris, 18, 19 et 20 mai 1983.
- J. K. Mitchell and al. Soil creep as a rate process. Journal of the soil mechanics and foundation division ASCE January 1968, vol. 94.
- G. Sanglerat. The penetrometer and soil exploration Elsevier publishing company, 1972.

modèle viscoplastique pour le comportement d'un tunnel revêtu

par

P. Bérest

D. Nguyen Minh

Laboratoire de Mécanique des Solides
(E.P., E.N.P.C., E.N.S.M.) associé au C.N.R.S.

Introduction

La convergence observée dans les tunnels et galeries souterraines est la plupart du temps un phénomène différé, dont les manifestations peuvent persister plusieurs semaines ou plusieurs mois après le creusement et même la pose d'un revêtement. Panet [1979] a discuté les modèles de calcul qui permettent de rendre compte de ces phénomènes : la plupart de ces modèles sont du type viscoélastique, de sorte que leur champ d'application est limité à un nombre assez faible de situations réelles. On propose un modèle de calcul des effets du creusement et de la pose d'un revêtement qui tienne compte d'un comportement viscoplastique du massif. Il est ainsi possible de discuter l'influence de la viscosité sur les résultats obtenus par la méthode de convergence-confinement (Tunnels et Ouvrages Souterrains [1979]) qui se place dans le cadre d'un comportement élastoplastique des terrains.

Hypothèses du calcul

On considère un tunnel de section circulaire suffisamment long pour qu'on puisse traiter le comportement d'une section comme un problème en déformation plane. Le poids propre des terrains est négligé; à grande distance de la paroi règne un état de contrainte isotrope $\sigma_{jk} = -P_\infty \delta_{jk}$; à la paroi est appliquée une contrainte normale σ_r . Sous ces hypothèses les grandeurs mécaniques définies dans le massif ne dépendent que de la coordonnée r . On prend le rayon de la galerie comme unité de longueur.

Le comportement du massif est viscoplastique, du type dit de Bingham; le critère viscoplastique ne dépend que de l'écart entre les contraintes principales extrémales (critère de Tresca).

Du fait du caractère visqueux du comportement, l'histoire du chargement doit être décrite avec soin. On suppose qu'à l'instant initial la contrainte normale à la

paroi est instantanément portée à une valeur nulle; autrement dit, la durée nécessaire au creusement du tunnel est négligée. Puis, après un certain intervalle de temps pendant lequel la convergence a commencé à progresser, on pose un revêtement élastique sur la paroi : la contrainte normale à la paroi cesse alors d'être nulle, on appelle sa valeur absolue « pression de revêtement »; du fait du caractère élastique du revêtement, cette contrainte est liée linéairement à l'accroissement de convergence après la pose du revêtement.

Un des problèmes les plus importants du point de vue pratique est de connaître la valeur ultime que prendra la pression de revêtement; le calcul présenté plus loin permet de plus de décrire comment les différentes grandeurs convergent vers leur valeur finale; mais on mettra surtout l'accent sur la détermination de l'état ultime.

Remarque sur les rapports entre le modèle retenu et le comportement d'un tunnel réel.

Les hypothèses introduites constituent une simplification notable des situations réelles, du point de vue de la géométrie et de l'influence propre de la gravité; la discussion de la validité de ces simplifications sort du cadre du présent article. De même, le comportement viscoplastique retenu est assez particulier et ne peut représenter valablement que des roches assez molles, comme l'argile, le sel ou les marnes; même pour ces matériaux, la loi retenue n'est sans doute qu'une première approche d'un comportement rhéologique plus complexe; néanmoins, cette loi constitue un progrès sensible par rapport à des modèles plus traditionnels, qui ne prennent en compte qu'un comportement élastoplastique sans effets différés ou des comportements élastiques à effets différés.

Enfin, on a délibérément fait le choix de négliger un aspect important de l'histoire du chargement, qui est la mise en charge progressive du tunnel consécutive au passage puis à l'éloignement du front de creusement. Cette mise en charge progressive est pourtant un

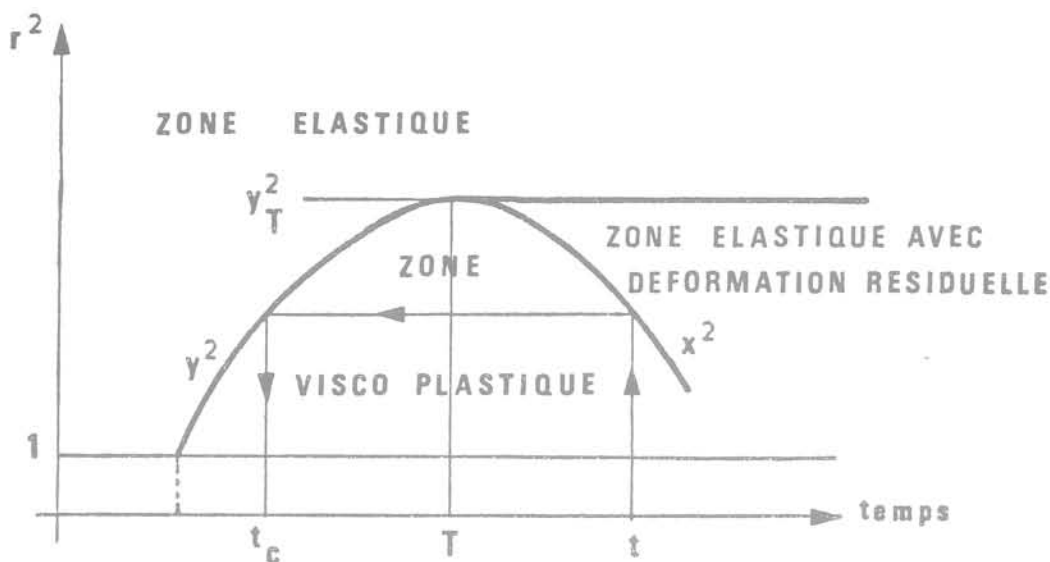


Fig. 1 Développement en retrait d'une zone viscoplastique

élément important du comportement, qui joue un rôle essentiel dans l'interprétation de la méthode dite de « convergence-confinement ». On doit faire à ce propos plusieurs remarques :

- L'objet du présent article est de mettre en évidence un phénomène particulier, qui est le rôle propre de la viscosité du comportement du massif. Le calcul ne vise donc pas d'abord à interpréter les convergences d'un tunnel réel mais à construire un modèle qui permet d'évaluer un aspect du comportement. Introduire une mise en charge progressive dans ce calcul ne pose aucun problème de principe; le lecteur vérifiera simplement que les formules en seraient un peu compliquées, sans intérêt particulier pour le but visé.

- Néanmoins, le calcul présenté conserve un intérêt pratique immédiat lorsque le massif présente une forte viscosité, ou plus précisément lorsque le temps après lequel l'influence du front est négligeable est petit vis-à-vis du temps de relaxation caractéristique du comportement visqueux du massif.

Conduite du calcul

Les hypothèses formulées plus haut conduisent au système d'équations :

$$(1) \quad E \frac{\partial u}{\partial r} = \sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z) + E\varepsilon_{vp} + E\varepsilon_{vp} + (1 - 2\nu) p_\infty$$

$$(2) \quad E \frac{u}{r} = \sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z) - E\varepsilon_{vp} + (1 - 2\nu) P_\infty$$

$$(3) \quad \varepsilon_z = 0 = \sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + (1 - 2\nu) P_\infty$$

$$(4) \quad \frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial t} = \frac{1}{n} \langle \sigma_r - \sigma_\theta - 2C \rangle$$

$$(5) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = 0.$$

Remarques

Les quatre premières équations traduisent les « relations de comportement »; les trois premières constituent des intégrales des relations en vitesses, compte

tenu qu'à l'instant initial le massif est dans un état naturel. La troisième relation traduit l'hypothèse de déformation plane; on s'est placé dans le cas du régime de face, c'est-à-dire que, compte tenu de la nature du chargement, on suppose que l'ordre des contraintes principales reste le suivant (cette hypothèse limite un peu la généralité du calcul) :

$$\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta.$$

Dans la quatrième équation, qui n'est correcte que compte tenu de l'inégalité précédente, le symbole $\langle \rangle$ signifie « partie positive de ». Enfin la dernière relation traduit l'équilibre.

On vérifie facilement sur ces équations qu'il n'y a pas d'inconvénient à prendre la valeur de la cohésion C comme unité pour les contraintes et la quantité $2\eta(1 - \nu^2)/E$ comme unité pour le temps; on simplifie ainsi l'écriture des formules.

Processus de résolution

La relation (4) n'est utilisable que dans la zone viscoplastique; par contre, les autres relations permettent d'éliminer σ_θ , σ_z et ε_{vp} pour obtenir une relation intégrable par rapport à r qui est valable dans la totalité du massif :

$$(6) \quad E \frac{u}{r} = (1 + \nu)(1 - 2\nu)(\sigma_r + P_\infty) - 2(1 - \nu^2) \frac{y^2 \sigma_y}{r^2}.$$

On a noté $y^2 \sigma_y$ la constante d'intégration; pour justifier cette notation, il est nécessaire de décrire l'évolution des phénomènes lorsqu'apparaît la viscoplasticité :

1) Lorsqu'on commence à charger la structure à partir de l'état naturel en augmentant la valeur du paramètre σ_∞ , le comportement est d'abord purement élastique, tant qu'est vérifiée la condition $\sigma_r - \sigma_\theta < 2$. Puis, le chargement augmentant, apparaît d'abord à la paroi de la cavité une zone viscoplastique. On note alors y^2 le carré du rayon du cercle qui limite à l'intérieur la zone viscoplastique (caractérisée par $\varepsilon_{vp} \neq 0$, $\frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial t} \neq 0$) et à

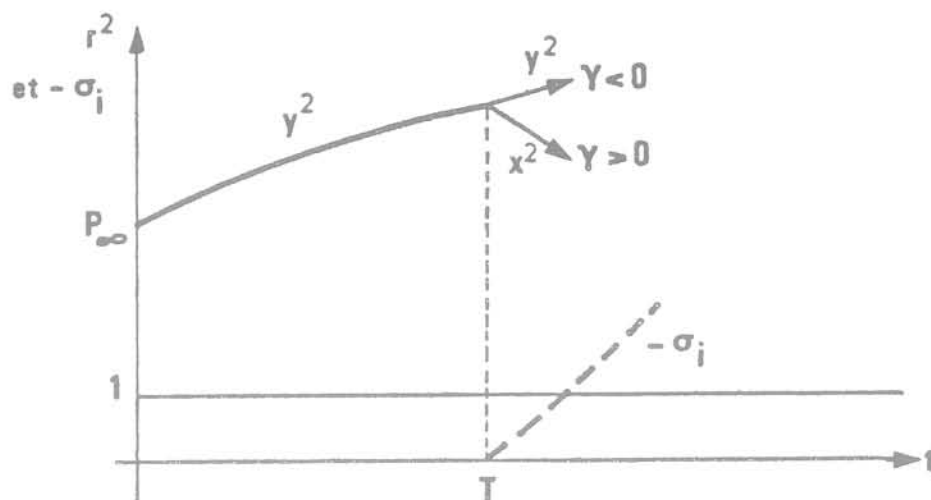


Fig. 2 Evolution des phénomènes après la pose du soutènement ($t = T$), en fonction du facteur de rigidité γ du revêtement

l'extérieur la zone élastique (caractérisée par $\varepsilon_{vp} = 0$ et $\partial \varepsilon_{vp} / \partial t = 0$). On vérifie facilement que sur ce rayon y la contrainte radiale vaut 1; on notera :

$$\dot{\hat{y}}^2 > 0 : \sigma_y = \sigma_r(y) = 1.$$

On démontre alors (Tijani, 1978, Bérest et Nguyen Minh D., 1982) que l'évolution de y est gouvernée par l'équation :

$$(7) \quad \dot{\sigma}_i + (P_\infty + \sigma_i) = \dot{\hat{y}}^2 + 1 + \text{Log } y^2.$$

2) La formule précédente ne s'applique que tant que $\dot{\hat{y}}^2 > 0$. Si l'on est conduit au cours du chargement à inverser le sens de l'évolution du paramètre σ_i , l'évolution du rayon de la zone viscoplastique peut également changer de sens. On conserve alors la notation y pour désigner l'extension maximale du rayon de la zone viscoplastique. On note x^2 le carré du rayon du cercle qui limite la zone viscoplastique; on est ainsi conduit à distinguer trois zones dans le massif :

$y \leq r < \infty$: zone élastique,

$$\varepsilon_{vp} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial t} = 0$$

$x \leq r \leq y$: zone à déformation résiduelle,

$$\varepsilon_{vp} \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial t} = 0$$

$1 \leq r \leq x$: zone viscoplastique,

$$\varepsilon_{vp} \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial t} \neq 0.$$

Il est utile de noter que dans une telle phase y^2 est constant mais $\dot{\sigma}_y < 0$, alors que dans la première phase décrite $\dot{\hat{y}}^2 > 0$, mais $\sigma_y = 1$.

t désignant l'instant actuel où le rayon de la zone viscoplastique est en x , on désigne par t_c l'instant où, dans la première phase, le rayon viscoplastique passait par le même point :

$$y^2(t_c) = x^2(t).$$

On démontre alors (Bérest et Nguyen Minh Duc, 1982) que l'évolution de x^2 est décrite par l'équation :

$$(8) \quad \frac{dx^2}{dt}(t) = \frac{dy^2}{dt}(t_c) - \dot{\sigma}_i(t_c) + \dot{\sigma}_i(t) \exp(t - t_c).$$

On a de plus la formule utile :

$$(9) \quad \frac{dx^2}{dt}(t) = \exp(t - t_c) \frac{d}{dt}(y^2 \sigma_y).$$

Comme les quantités relatives à l'instant t_c sont connues par le calcul de l'évolution de y^2 pendant la phase précédente, (8) permet de calculer l'évolution de x^2 .

La justification et l'intérêt de la notation $y^2 \sigma_y$ est ainsi explicitée et on peut appliquer les formules (6 à 9) à notre cas particulier.

Application au problème du tunnel

A. Évolution avant la pose du revêtement

On a supposé qu'à l'instant initial on appliquait une contrainte radiale nulle à la paroi : $\sigma_r(t) = -P_\infty(1 - Y(t))$ où $Y(t)$ désigne la fonction Heaviside. De l'équation (7) on déduit que y^2 subit initialement un saut égal à $+P_\infty$; puis que l'évolution ultérieure est régie par :

$$(10) \quad \frac{d}{dt} y^2 = P_\infty - 1 - \text{Log } y^2,$$

ou encore :

$$t \exp(1 - P_\infty) = E_i(P_\infty - 1 - \text{Log } P_\infty) - E_i(P_\infty - 1 - \text{Log } y^2),$$

où E_i désigne la fonction exponentielle intégrale.

y^2 tend donc vers une valeur asymptotique égale à la valeur qui serait obtenue pour un comportement élastoplastique non visqueux :

$$y_F^2 = \exp(P_\infty - 1).$$

Et le déplacement à la paroi s'écrit dans cette phase :

$$Eu(t, 1) = -2(1 - \nu^2)y^2(t) + (1 + \nu)(1 - 2\nu)P_\infty.$$

B. Pose du revêtement

A l'instant T , on pose un revêtement élastique; l'évolution de la convergence sera alors modifiée par l'apparition d'une contrainte normale appliquée par le revêtement au massif qui est proportionnelle à

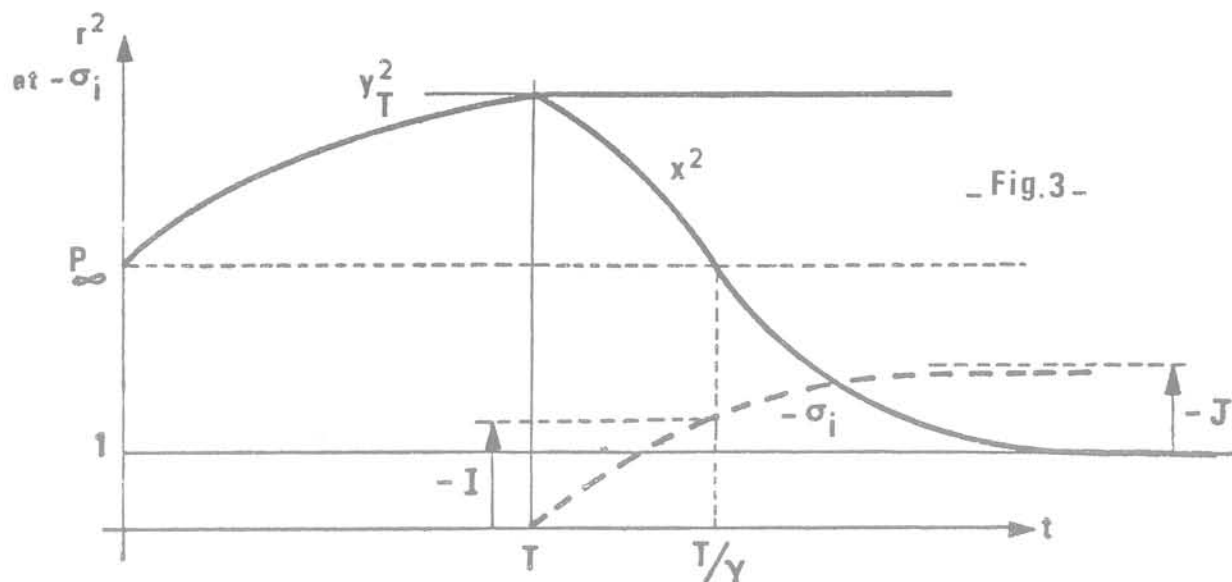


Fig. 3 Revêtement raide : allures des phénomènes et notations

l'accroissement de la convergence :

$$G[u(t, 1) - u(T, 1)] = s_i(t) - s_i(T),$$

où $s_i(T)$ est nul et G est la « raideur » du revêtement. Compte tenu de (6), on a :

$$(11) \quad \gamma \dot{s}_i = \frac{d}{dt} (y^2 \sigma_y) \\ \gamma = \frac{1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu) \frac{G}{E}}{-2(1 - \nu^2) \frac{G}{E}}$$

On vérifie que ν étant compris entre 0 et 0,5, γ peut varier entre $-\infty$ et 0,5.

Comme $\dot{s}_i$ est nécessairement négatif, le signe de $\frac{d}{dt} (y^2 \sigma_y)$ dépend de celui de γ .

C. Cas du revêtement « mou »

$\gamma < 0$: le revêtement est « mou » et $\frac{d}{dt} (y^2 \sigma_y) = \frac{dy^2}{dt} > 0$; la zone viscoplastique continue à croître suivant la loi :

$$(12) \quad \left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \dot{y}^2 + \frac{y^2 - y_T^2}{\gamma} - 1 - \text{Log } y^2 + P_\infty = 0 \\ \text{Eu}(t, 1) = \frac{1}{\gamma} (1 + \nu)(1 - 2\nu) (y^2 - y_T^2 + \gamma P_\infty) - 2(1 - \nu^2) y^2.$$

Il est facile de vérifier sur ces formules que y^2 tend au bout d'un temps infini vers y_F^2 défini par :

$$\frac{y_F^2 - y_T^2}{\gamma} - 1 - \text{Log } y_F^2 + P_\infty = 0.$$

Et que la contrainte normale appliquée par le revêtement au massif sera après un temps infini :

$$\sigma_F = \frac{1}{\gamma} (y_F^2 - y_T^2).$$

Il est à noter que les valeurs finales du rayon de la zone plastique et de la pression de soutènement sont les

mêmes que si le comportement était élastoplastique non visqueux (voir Annexe).

D. Cas du revêtement « raide »

$\gamma > 0$: le revêtement est « raide » et

$$\frac{d}{dt} (y^2 \sigma_y) = y_T^2 \frac{d\sigma_y}{dt} < 0;$$

la zone viscoplastique voit son rayon diminuer; il faut alors utiliser les formules (8) et (9). Dans cette phase de décharge, on distinguera pour l'application de ces formules deux périodes suivant la place de x^2 par rapport à P_∞ . Mais, on peut dans tous les cas déduire des formules (9) et (11) la relation suivante :

$$(13) \quad \dot{\sigma}_i(t) \exp(t - t_c) = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} (y^2 \sigma_y) \exp(t - t_c) = \frac{1}{\gamma} \frac{dx^2}{dt}.$$

rappel figure 3

a) Lorsque $y_T^2 \geq x^2 \geq P_\infty$ on doit faire dans (8) $\dot{\sigma}_i(t_c) = 0$ et donc :

$$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \dot{x}^2(t) = \dot{y}_T^2(t_c).$$

On en déduit que $x^2 = x^2(t)$ est transformée par affinité de rapport $\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$ et d'axe vertical $t = T$ de la courbe $y^2 = y^2(t_c)$; cette phase s'achève donc à l'instant T/γ ; à cet instant, la contrainte $I = \sigma_i(T/\gamma)$ appliquée par le revêtement au massif est donnée par l'intégration de (13) :

$$I = \sigma_i\left(\frac{T}{\gamma}\right) = \int_T^{T/\gamma} \frac{1}{\gamma} \exp(t_c - t) \frac{dx^2}{dt} dt = \int_0^T -\frac{1}{\gamma} \frac{dy^2}{dt_c} \exp \frac{T - t_c}{\gamma} dt_c.$$

La deuxième intégrale étant obtenue par le changement de variable $t = t_c + \frac{T - t_c}{\gamma}$; $I = I(T)$ est alors sous la forme d'une convolution :

$$I(0) = 0; \quad \frac{dI}{dT} + \frac{1}{\gamma} I + \frac{1}{\gamma} \frac{dy^2}{dt}(T) = 0.$$

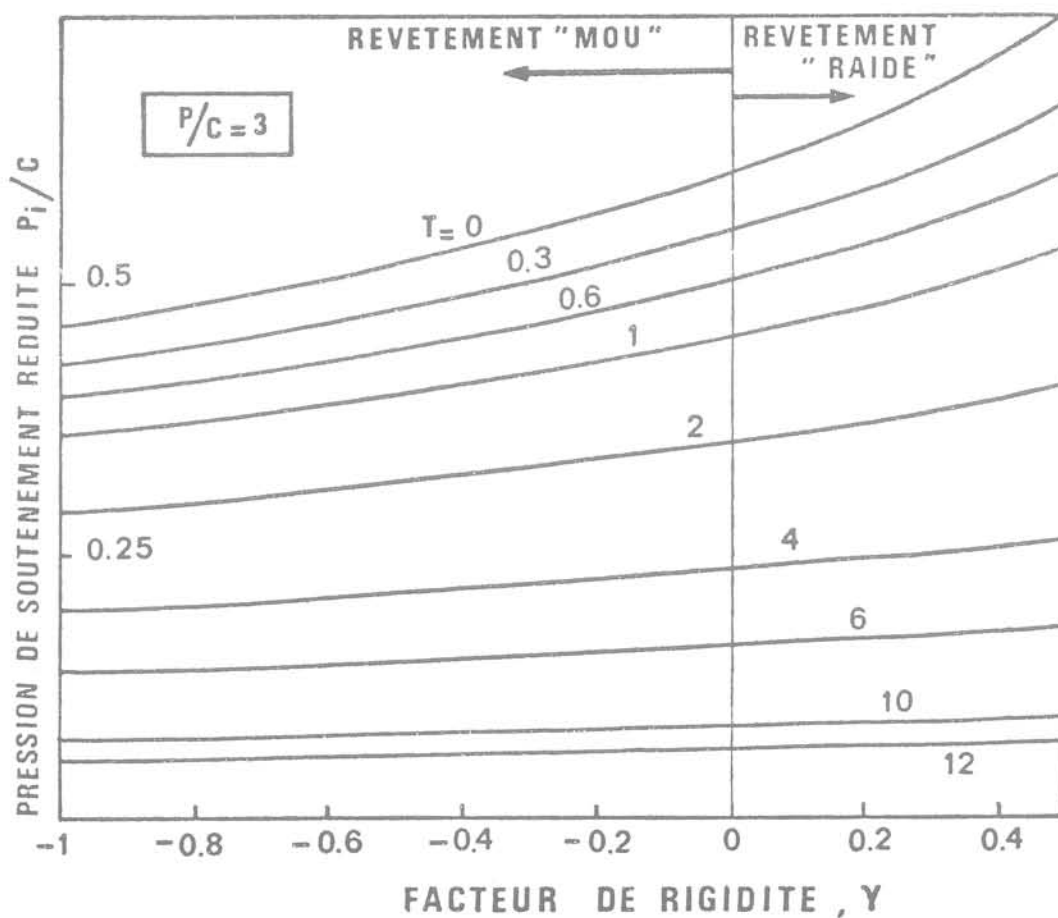
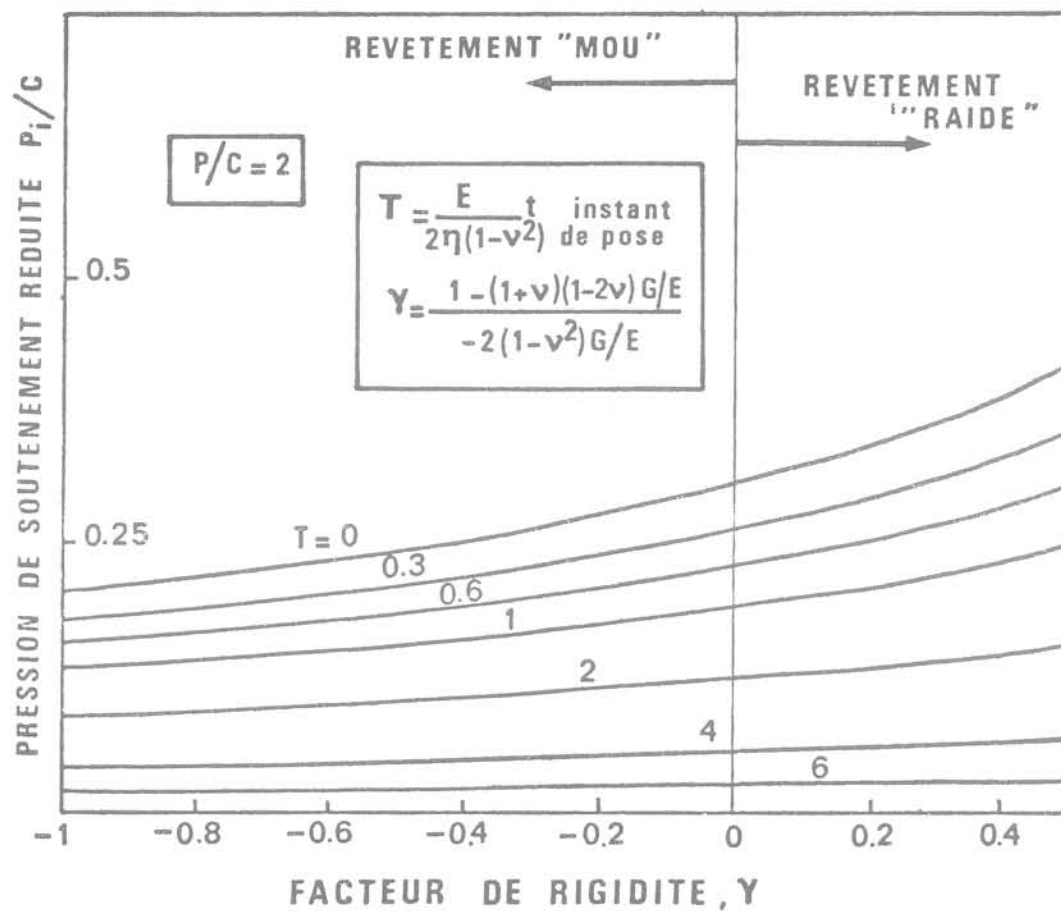


Fig. 4 Abaqués donnant la pression de soutènement en fonction du facteur de rigidité γ du revêtement pour différents instants de pose

Il est plus commode pour le calcul de considérer I comme une fonction de y^2 dont on calcule la valeur au point $y^2 = y_T^2$:

$$I(P_\infty) = 0; \quad \frac{dI}{dy^2} + \frac{I}{\gamma(P_\infty - 1 - \text{Log } y^2)} + \frac{1}{\gamma} = 0.$$

b) Lorsque $P_\infty \geq x^2 \geq 1$, l'instant t_c est l'instant initial, pendant lequel est vérifiée la relation :

$$\frac{dy^2}{dt}(t_c) - \dot{\sigma}_i(t_c) = y^2 - 1 - \text{Log } y^2.$$

De sorte que la formule (8) conduit à la relation :

$$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dx^2}{dt} = x^2 - 1 - \text{Log } x^2,$$

x^2 tend donc asymptotiquement vers la valeur 1 : la zone viscoplastique s'évanouit après un temps infini, le comportement étant de l'ordre de $x^2 - 1 \sim \frac{2(1 - 1/\gamma)}{t}$.

La contrainte normale appliquée après un temps infini par le revêtement au massif sera donc :

$$\sigma_F = I + J = I + \int_{T/\gamma}^{\infty} \frac{1}{\gamma} \exp(-t) \frac{dx^2}{dt} dt,$$

I a été calculé précédemment; pour calculer J , on pose $K = J \exp(T/\gamma)$ de sorte que K prend la forme d'une convolution :

$$K(\infty) = 0; \quad \frac{dK}{d(T/\gamma)} - K + \frac{1}{\gamma} \frac{dx^2}{dt}(T/\gamma) = 0.$$

Comme précédemment, il est commode de considérer K comme une fonction de x^2 dont on calcule la valeur lorsque $x^2 = P_\infty$:

$$K(1) = 0; \quad \frac{dK}{dx^2} - \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{K}{x^2 - 1 - \text{Log } x^2} + \frac{1}{\gamma} = 0.$$

Il est bien entendu à remarquer que dans le cas du revêtement « raide » la pression de soutènement finale calculée n'est pas la même que si le comportement était élastoplastique non visqueux.

E. Conclusion du calcul et applications numériques

On a pu mettre en évidence une distinction fondamentale entre revêtement « mou » et revêtement « raide », tels qu'ils ont été définis dans le texte : le premier induit une augmentation de la zone viscoplastique, qui converge vers la valeur obtenue dans un calcul élastoplastique sans viscosité; au contraire, le revêtement « raide » provoque une régression de la zone viscoplastique; l'état final obtenu est distinct de celui donné par une solution élastoplastique sans viscosité.

La figure 4 donne des abaques représentant l'évolution en fonction du paramètre γ de la pression finale exercée sur le revêtement, pour différents instants de pose T . L'intégration numérique a été faite par la méthode de Treanor à pas variable (J. Zarka, 1980).

Annexe

Comparaison avec la méthode « convergence-confinement »

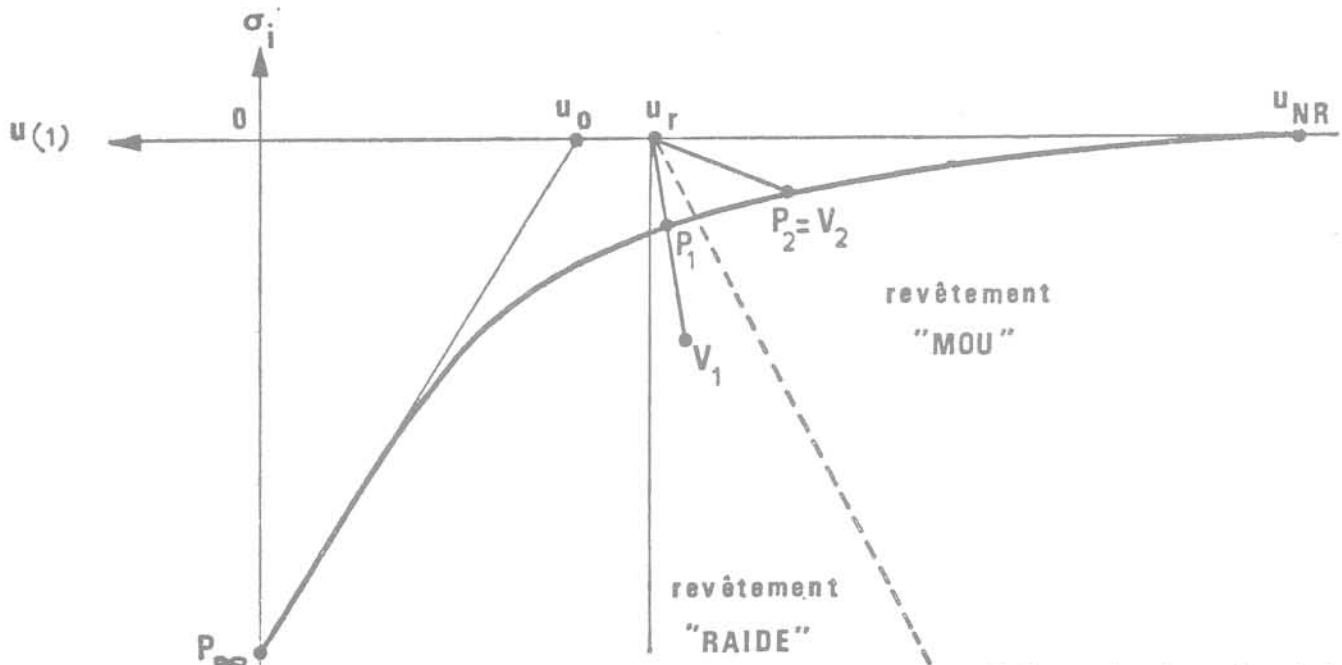


Fig. 5 Comparaison des résultats du calcul élastoviscoplastique avec la « courbe caractéristique », donnée par le calcul élastoplastique

A différentes étapes du calcul, on a comparé les résultats obtenus avec ceux que donne le modèle élastoplastique sans viscosité.

Dans ce dernier, l'évolution de la convergence $u(1)$ en fonction de la contrainte normale appliquée σ_i est donnée par les relations :

- * $\sigma_i + P_\infty \leq 1$: $Eu(1) = -(1 + \nu)(\sigma_i + P_\infty)$;
- * $\sigma_i + P_\infty \geq 1$: $Eu(1) = (1 + \nu)(1 - 2\nu)(\sigma_i + P_\infty) - 2(1 - \nu^2) \exp(\sigma_i + P_\infty - 1)$.

La courbe représentative de cette évolution est dite « courbe caractéristique du terrain ». On admet dans la méthode « convergence-confinement » qu'en posant à l'instant T caractérisé par une convergence u_T un revêtement élastique on atteindra l'équilibre au point P , intersection de la courbe caractéristique du terrain avec la courbe caractéristique du revêtement

$$\sigma_i = G(u - u_T).$$

Il faut noter que la méthode « convergence-confinement » repose sur l'interprétation d'un phénomène que nous avons délibérément négligé : dans cette méthode, c'est l'éloignement progressif du front qui explique que la courbe caractéristique du terrain soit progressivement décrite; si le tunnel était instantanément creusé, on « sauterait » immédiatement au point U_{NR} caractéristique de la convergence finale d'un tunnel non revêtu.

Bien entendu, on sait que dans la réalité on ne doit pas tenir compte seulement de ce phénomène, mais aussi de la viscosité du massif; mais, en l'absence de modèle tenant compte de la viscosité, on est contraint de considérer que son effet est englobé dans la notion de mise en charge progressive par le front.

Dans le calcul présenté ici, on n'a au contraire pas tenu compte de l'effet du front et on s'est limité au seul effet de la viscosité du massif : il est remarquable que pour

les revêtements dits « mous », les deux méthodes donnent des résultats identiques, mais que pour les revêtements dits « raides » la pression de revêtement finale soit supérieure (quoique d'assez peu dans les applications à des cas vraisemblables) à celle donnée dans la méthode « convergence-confinement ».

Il est certain qu'une interprétation meilleure des phénomènes qui affectent une galerie réelle résultera de la prise en compte simultanée de ces deux aspects du comportement différé; l'introduction de l'effet du front dans le calcul viscoplastique ne pose en effet aucun problème de principe de sorte qu'une des limitations de la méthode classique de « convergence-confinement » sera ainsi levée.

Références

M. Panet, 1979, « Les déformations différées dans les ouvrages souterrains », C. R. du 4^e Congrès International de la S. I. M. R., Montreux. Tome 3, pp. 291-301.

Tunnels et Ouvrages souterrains, n° 32, Mars-Avril 1979, pp. 70-76, « Stabilité des tunnels par la méthode 'convergence - confinement' ». (Rapport général sur la journée d'Études de l'AFTES, 26.10.78, Paris).

S. M. Tijani, 1978, « Résolution numérique des problèmes d'élastoviscoplasticité. Application aux cavités de stockage du gaz en couches salines profondes », thèse Docteur-Ingénieur.

P. Bérès, Nguyen Minh D., 1982, « Response of a spherical cavity in an elastic viscoplastic medium submitted to a variable internal pressure », à paraître dans Int. J. of Solids et Structures.

J. Zarka, 1978, « Principe des méthodes actuelles de résolution numérique des problèmes classiques en Mécanique des Solides. » Cours E. N. S. T. A.

rupture d'argiles naturelles par surfaces de cisaillement à l'essai triaxial

par

Félix Darve

Institut de Mécanique de Grenoble

Section
Modèles Numériques
Bibliothèque

Introduction

L'analyse de la ruine des ouvrages par rupture au sein du massif de sol fait le plus souvent apparaître l'existence de surfaces de fortes discontinuités cinématiques : les « surfaces de glissement ». Le long de celles-ci le cisaillement du sol a été maximal : on les appelle aussi « surfaces de cisaillement ». Au laboratoire également les échantillons de sols se rompent souvent dans l'appareil triaxial du fait de l'apparition d'une ou de plusieurs surfaces de cisaillement, alors que l'échantillon était sensiblement homogène au début de l'essai. Au cours de l'expérience, nous avons donc eu un changement du mode de déformation de l'échantillon : d'un mode initial proche de l'homogène (l'échantillon restant sensiblement cylindrique) jusqu'à un mode très fortement hétérogène (existence de surfaces de cisaillement) par localisation des déformations le long de surfaces privilégiées.

Dans notre étude, nous ferons l'hypothèse que cette localisation des déformations est due à une instabilité de la loi de comportement du matériau : nous suivons ici une démarche maintenant classique dans l'étude de la rupture des structures métalliques (par exemple, Hill [18], Rice [24]). Ce point d'instabilité de la loi de comportement, qui se traduit par le passage d'un mode de déformation diffus à un mode strictement localisé alors que les conditions aux limites imposées à l'échantillon restent identiques, peut être qualifié de « point de bifurcation » du champ des déformations, situant ainsi notre problème dans le cadre beaucoup plus vaste de la théorie des bifurcations (dont une application à la mécanique est, par exemple, donnée dans l'ouvrage de Thompson et Hunt [28]). Ce concept de bifurcation est lui-même d'ailleurs un cas particulier du concept beaucoup plus général de « catastrophe » (exposé, par exemple, dans l'ouvrage de René Thom [27]). Dans de précédents articles (Darve et al. [12, 16]) nous avons repris un exemple de Thompson et Hunt, montrant un système mécanique simple — comportant une barre rigide articulée et un ressort — dont la rupture s'effectue par passage d'un mode de déforma-

tion « restreinte » à un second mode de déformation « importante ». Dans cet exemple, le point de bifurcation est déterminé par l'intersection de deux chemins d'équilibre.

Dans l'analyse du comportement d'un échantillon de sol à l'appareil triaxial, deux modes possibles de déformation, pour un échantillon initialement homogène, correspondent le premier à la poursuite d'une déformation homogène, le second au glissement le long d'une ou de plusieurs surfaces de cisaillement. Ce second mode pourra être atteint si « le critère de localisation » est vérifié (pour un chemin de sollicitation donné) avant le critère de rupture plastique homogène. Il nous faut donc, tout d'abord, déterminer ce critère de localisation et nous rappellerons la démonstration de Hill [18] ou Rice [24], qui exprime l'apparition d'une surface de discontinuité cinématique au sein d'un milieu. Nous verrons qu'il nous permet, en outre, de calculer la direction locale (initiale) de la surface de glissement.

Dans l'expression de ce critère de localisation, figure la loi rhéologique du matériau par l'intermédiaire du tenseur L reliant l'incrément de contrainte à la petite déformation pure dans une écriture incrémentale de cette loi. Nous savons que, pour des matériaux possédant des irréversibilités plastiques, ce tenseur L dépend de la « direction » de l'incrément de contrainte (par exemple, ce tenseur prend deux valeurs différentes pour deux incréments opposés en direction). Nous avons développé précédemment une loi incrémentale octo-linéaire (Darve et al. [11, 13, 14], Boulon et al. [2, 4]) dans laquelle le tenseur L pouvait prendre huit déterminations différentes suivant la direction de l'incrément de contrainte. Nous avons vérifié que la continuité de la réponse incrémentale était bien assurée lors d'un changement de détermination : en particulier, sur la frontière commune à deux ou plusieurs zones tensorielles (zones de l'espace des incréments de contraintes, associées à une même détermination) la réponse est la même quelle que soit la détermination de L (associée aux zones adjacentes).

que l'on considère. Par contre, pour des calculs de bifurcation correspondant à des chemins de sollicitation situés sur une telle frontière commune, se pose le problème du choix de la détermination. Or les calculs effectués pour l'étude des structures métalliques ont montré toute l'influence de la loi de comportement choisie sur les résultats obtenus (par exemple, Rice et Rudnicki [25], Christoffersen et Hutchinson [6], Hutchinson et Neale [19]). Il était donc important d'utiliser une loi rhéologique dont le tenseur L variât continuellement avec la direction de l'incrément de contrainte. Nous avons développé une loi incrémentale non-linéaire du second ordre à cet effet : elle généralise notre précédente loi octo-linéaire et nous en présenterons les principales caractéristiques dans cet article.

Au cours d'un séjour au sein du Département de Génie Civil de la Faculté des Sciences Appliquées de Sherbrooke (Québec), nous avons eu l'occasion d'analyser le comportement des argiles « structurées » de l'Est du Canada sur la base de l'étude expérimentale très complète menée au sein du Département dans le cadre de contrats passés avec la Société d'Énergie de la Baie James. Ces argiles, sous faible contrainte, se rompent avec de forts maxima du déviateur de contraintes et avec des surfaces de glissement très visibles : elles se prêtaient donc bien à l'application de nos calculs. Ce sont ces applications que nous développerons ici de manière détaillée à la suite d'une première présentation sommaire dans Darve et Lefebvre [16].

1 Expression du critère de localisation

La formulation que nous donnons ici fait appel à des hypothèses très générales : par exemple, loi rhéologique non linéaire sous forme incrémentale ou différentiation objective du tenseur de contraintes pour prendre en compte d'éventuelles rotations importantes des axes principaux.

Soit un échantillon homogène d'un matériau soumis à des champs uniformes de contrainte de Cauchy $[\sigma_{ij}]$ et de déformation dans un repère orthonormé $(1, 2, 3)$ (fig. 1).

Nous supposons qu'il vient d'apparaître une bande de cisaillement dans laquelle le champ du gradient des petits déplacements est non uniforme dans une direction perpendiculaire à la bande tandis qu'il reste uniforme à l'extérieur (proposition A).

Soient $[d\sigma_{ij}]$ l'incrément de contrainte actuel dans les axes $(1, 2, 3)$ et une facette parallèle à la bande. La continuité du vecteur incrément de contraintes sur cette facette doit être assurée quand la facette traverse la bande. Si nous notons $\Delta(T)$ la différence entre la valeur du tenseur T en un point courant à l'intérieur de la bande et sa valeur uniforme à l'extérieur, nous en déduisons la relation de type « statique » :

$$n_i \Delta(d\sigma_{ij}) = 0 \quad (1)$$

où le vecteur $\{n_i\}$ est une normale unitaire à la bande (v. fig. 1).

D'après la définition choisie pour une bande de cisaillement (proposition A) et en notant $\{v_i\}$ le vecteur vitesse du point courant, $\{g_i\}$ un vecteur arbitraire fonction des coordonnées du point courant et de valeur nulle à l'extérieur de la bande et dt l'incrément de temps, nous aurons :

$$\Delta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} dt \right) = g_i n_j dt. \quad (2)$$

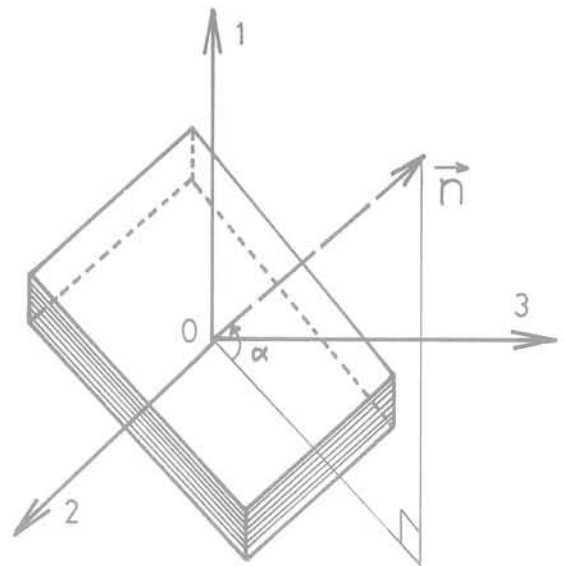


Figure 1 Bande de cisaillement et sa normale $\vec{n}$ dans le repère $(1, 2, 3)$.

Or :

$$d\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_l} + \frac{\partial v_l}{\partial x_k} \right) dt,$$

si $d\epsilon$ est la petite déformation pure correspondant à l'incrément de contrainte $d\sigma$.

D'où :

$$\Delta(d\epsilon_{kl}) = \frac{1}{2} (g_k n_l + g_l n_k) dt. \quad (3)$$

Cette équation (3) de type « cinématique », jointe à l'équation (1), représente une condition nécessaire pour l'existence d'une bande de cisaillement. Ce sont des conditions suffisantes dans la mesure où le vecteur $\{g_i\}$ n'est pas partout nul.

Une équation supplémentaire nous est indispensable pour relier $[d\sigma_{ij}]$ à $[d\epsilon_{kl}]$: elle nous sera fournie par la loi rhéologique du matériau écrite sous forme incrémentale.

Si nous nous limitons au domaine de comportement élasto-plastique du matériau, cette loi rhéologique s'écrit de manière générale :

$$D\sigma_{ij} = F_{ij}(d\epsilon_{kl}) \quad (4)$$

où F est une fonction non linéaire homogène de degré 1 (dans un sens restreint aux valeurs positives du paramètre multiplicatif) (Darve et al. [11, 12, 14], Boulon et al. [4]). Les équations (1) et (3) ont été écrites dans les axes fixes $(1, 2, 3)$: il nous faut donc aussi écrire cette équation (4) dans ces mêmes axes. Mais se pose alors le problème de « l'objectivité » de l'équation (4), c'est-à-dire son invariance par rapport à un observateur en mouvement ; or si la petite déformation pure $d\epsilon$ est une grandeur naturellement invariante, par contre l'incrément de contrainte $D\sigma$ n'est objectif que si la différentiation est effectuée par rapport à un repère local tournant à une vitesse égale à la vitesse de rotation propre de l'élément matériel. Si nous nous imposons, comme c'est le cas ici, de raisonner en axes fixes, il nous faut utiliser un opérateur de différentiation objectif comme par exemple l'opérateur de Jaumann qui s'écrit :

$$D_T = d\sigma_{ij} - d\omega_{ik}\sigma_{kj} - d\omega_{jk}\sigma_{ik}, \quad (5)$$

où $d\omega$ est la petite rotation propre égale à :

$$d\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) dt. \quad (6)$$

D'après (4), nous pouvons écrire :

$$\Delta(D\sigma_{ij}) = L_{ijk\ell}^t \Delta(d\epsilon_{k\ell}) \quad (7)$$

où nous avons indiqué « t » le tenseur L pour insister sur le fait qu'il représente la génération tangentielle de la fonction F, distincte de ses générations sécantes L^s (fig. 2) :

$$D\sigma_{ij} = L_{ijk\ell}^s d\epsilon_{k\ell}$$

Si l'on veut calculer la réponse d'un matériau à une certaine sollicitation, c'est-à-dire si l'on a besoin du résultat du produit $L d\epsilon$, on préférera le plus souvent utiliser une génération sécante L^s , en général plus simple que la génération tangentielle L^t , étant entendu que l'identité d'EULER sur les fonctions homogènes implique que :

$$L_{ijk\ell}^s d\epsilon_{k\ell} \equiv L_{ijk\ell}^t d\epsilon_{k\ell}$$

Dans la formulation d'un critère de localisation, nous verrons que le tenseur L intervient seul : la relation (7) nous impose d'utiliser L^t .

D'après (5) nous avons :

$$\Delta(D\sigma_{ij}) = \Delta(d\sigma_{ij}) - \Delta(d\omega_{ik}) \sigma_{kj} - \Delta(d\omega_{jk}) \sigma_{ik} \quad (8)$$

et d'après (6) :

$$\Delta(d\omega_{ij}) = \frac{1}{2} \left(\Delta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \Delta \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right) dt$$

Soit avec (2) :

$$\Delta(d\omega_{ij}) = \frac{1}{2} (g_i n_j - g_j n_i) dt \quad (9)$$

Enfin, d'après (1) et en utilisant (8) et (9) :

$$\begin{aligned} n_i \Delta(D\sigma_{ij}) = & -\frac{1}{2} n_i (g_i n_k - g_k n_i) \sigma_{kj} dt \\ & -\frac{1}{2} n_i (g_j n_k - g_k n_j) \sigma_{ik} dt \end{aligned} \quad (10)$$

Or (7) et (3) impliquent :

$$n_i \Delta(D\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} n_i L_{ijk\ell}^t (g_k n_\ell + g_\ell n_k) dt \quad (11)$$

Quelques lignes de calcul, explicitées dans Darve et Lefebvre [16] permettent de tirer de (10) et (11) (δ_{jk} étant le symbole de Kronecker) :

$$\left[n_i L_{ijk\ell}^t n_\ell + \frac{1}{2} (n_p \sigma_{pj} n_k + n_p \sigma_{pq} n_q \delta_{jk} - n_p \sigma_{pk} n_j - \sigma_{jk}) \right] g_k = 0 \quad (12)$$

(12) représente un système de trois équations linéaires et homogènes avec trois inconnues g_1, g_2, g_3 : une condition nécessaire et suffisante pour qu'il admette une solution non nulle en g_1, g_2, g_3 est que son déterminant soit nul. Cette condition nous fournit le critère de localisation que nous cherchons :

$$\det \left[n_i L_{ijk\ell}^t n_\ell + \frac{1}{2} (n_p \sigma_{pj} n_k + n_p \sigma_{pq} n_q \delta_{jk} - n_p \sigma_{pk} n_j - \sigma_{jk}) \right] = 0 \quad (13)$$

L'équation (13) fait intervenir les composantes de la normale locale à la bande de cisaillement, l'état de contrainte actuel directement et par l'intermédiaire de L, l'indice des vides actuel et l'histoire de la sollicitation ainsi que la direction du vecteur incrément de contrainte actuel par L. Il y aura bifurcation du champ des déformations lorsque, pour un chemin de sollicitation donné, l'équation (13) admettra une ou plusieurs racines réelles en $\{n_i\}$: les conditions théoriques, nécessaires à l'existence d'une ou de plusieurs bandes de cisaillement, seront alors réunies. L'état de contrainte et de déformation obtenu sera un

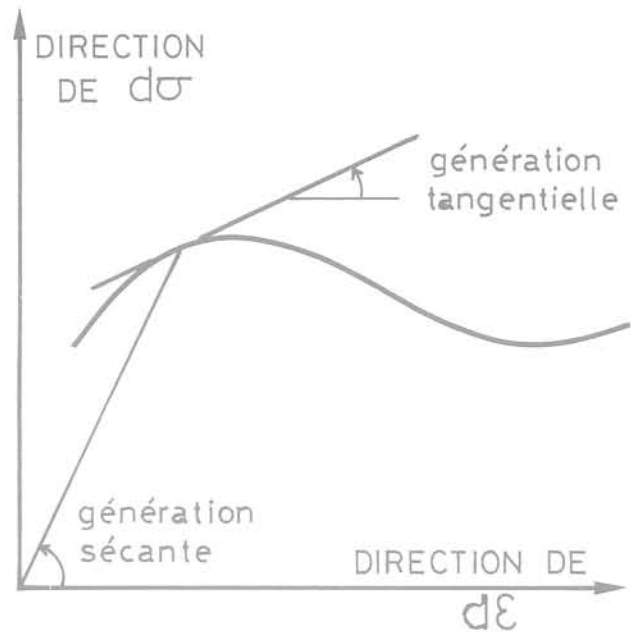


Figure 2 Schématisation des générations tangentielle et sécante de la fonction tensorielle non linéaire reliant la direction du tenseur $d\sigma$ à la direction du tenseur $d\epsilon$.

point de bifurcation. Pour une classe de chemins de sollicitation donnée, l'ensemble de ces points formera le « critère de bifurcation » du matériau pour ces chemins. Dans la pratique, les états de contrainte de bifurcation seront des états-limites en ce sens que les imperfections (inévitables dans les essais réels) tendront à faire apparaître les surfaces de cisaillement plus « rapidement » sur un chemin donné. Nous voyons apparaître ici la différence fondamentale entre « critère de plasticité » — par définition indépendant du chemin suivi pour l'atteindre — et « critère de bifurcation » — par essence fonction du chemin de sollicitation (v. fig. 3).

Dans le critère de localisation obtenu figure le tenseur tangent de la loi rhéologique. L'objet du prochain paragraphe est donc de donner une explicitation de ce tenseur L.

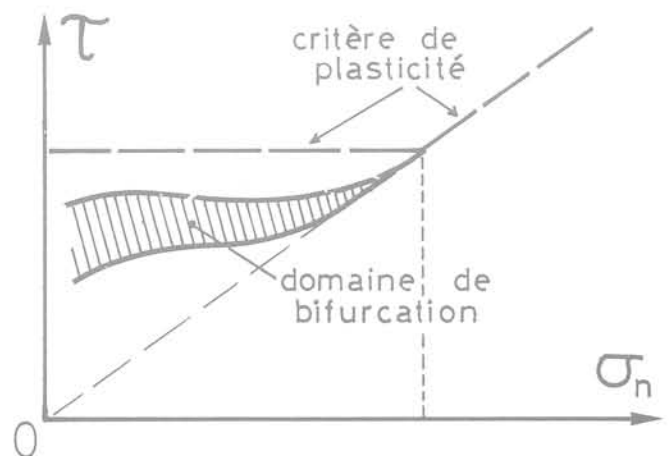


Figure 3 Schématisation d'un critère de plasticité et d'un domaine de bifurcation pour une argile structurée.

2 Expression de la loi rhéologique incrémentale non linéaire du second ordre

Cette loi a été exposée dans Darve et al. [8, 10, 15]. Nous nous attacherons plutôt ici à relier les hypothèses à des caractéristiques de comportement, mesurées au laboratoire, ainsi qu'à expliciter le calcul du tenseur L « tangent » à partir de la connaissance d'un tenseur « sécant ».

En nous restreignant au domaine élasto-plastique du comportement, nous devons expliciter la fonction tensorielle F définie par : $D\sigma_{ij} = F_{ij}(d\epsilon_{kl})$ où $[D\sigma_{ij}]$ est une différentielle objective de la contrainte de Cauchy $[\sigma_{ij}]$ et $[d\epsilon_{kl}]$ la petite déformation pure.

En utilisant la symétrie des tenseurs $d\sigma$ et $d\epsilon$, nous pouvons nous ramener à l'étude de la fonction vectorielle G (Darve [7]) :

$$d\epsilon_\alpha = G_\alpha(d\sigma_\beta) \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, 6).$$

Le caractère non visqueux du comportement décrit impose à G d'être une fonction homogène d'ordre 1 (dans un sens restreint); son caractère plastique implique par ailleurs que G est non linéaire.

Du fait de la propriété d'homogénéité, la restriction de la fonction $\{G_\alpha\}$ à tout hyper-cône infiniment petit d'axe $\{d\sigma_\beta\}$ est linéaire (au second ordre près) (identité d'Euler pour les fonctions homogènes).

D'où : $d\epsilon_\alpha = M_{\alpha\beta}^t(u_\gamma) d\sigma_\beta$ ($\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 6$), (14)
où $\{u_\gamma\}$ est le vecteur unitaire dans la direction $\{d\sigma_\beta\}$.

Sur l'équation (14), les caractères à la fois homogène d'ordre 1 et non linéaire de G apparaissent nettement. Notons que, alors que $M^t(u)$ par construction est définie unique, il existe une infinité de matrices $M^s(u)$ (qu'on peut qualifier de « sécantes ») telles que :

$$M_{\alpha\beta}^s(u) d\sigma_\beta = M_{\alpha\beta}^t(u) d\sigma_\beta$$

(par exemple, Christoffersen et Hutchinson [6] remarquent que, pour tout vecteur $\{t\}$ orthogonal au vecteur $\{d\sigma\}$, on a :

$$([M_{\alpha\beta}^t(u)] + \{t_\alpha\} \otimes \{t_\beta\}) \{d\sigma_\beta\} = [M_{\alpha\beta}^t(u)] \{d\sigma_\beta\}.$$

Nous allons bâtir notre théorie à partir de $M^s(u)$, puis, pour l'utilisation du critère de localisation, nous ferons le calcul de $M^t(u)$.

Expérimentalement, nous savons qu'un échantillon de sol ayant subi une histoire quelconque de déformations n'est plus isotrope (par exemple, Biarez [1]) quant à ses propriétés mécaniques.

Si la sollicitation n'a pas induit de rotations d'axes principaux, on démontre que l'échantillon est orthotrope et que les axes d'orthotropie sont constitués par les axes principaux des contraintes et des déformations (qui sont restés dans ce cas fixes et confondus). Dans le cas général, décrire l'anisotropie de l'échantillon par l'orthotropie est une hypothèse sans doute d'autant moins vérifiée que les axes principaux des contraintes et des déformations sont plus éloignés les uns des autres. Dans ce cas général se pose aussi le problème de l'hypothèse à faire concernant la caractérisation du repère d'orthotropie.

Si le tenseur $M(u)$ dépend fonctionnellement uniquement du tenseur de contrainte (resp. : de déformation), on peut démontrer que ces axes d'orthotropie sont constitués par les axes principaux des contraintes (resp. : des déformations) (Chambon [5]). Comme ce n'est pas le cas dans le cadre de nos hypothèses, il nous faut préciser le repère d'orthotropie. Les expériences que nous avons menées pour simuler des

cisaillements cycliques (Darve [9, 10]) nous ont amené dans ce cas à choisir le repère principal des déformations, mais ce résultat ne peut être valable de manière générale.

Notre première hypothèse consiste ainsi à supposer la loi incrémentale orthotrope dans un certain repère et en ce que la « dépendance directionnelle » de $M(u)$ ne se fasse que par rapport aux trois premières composantes de $\{u_\gamma\}$ (c'est-à-dire les composantes relatives aux directions d'orthotropie).

$$\text{Soit : } \{\bar{u}\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}, \text{ donc : } M^s(u) \equiv M^s(\bar{u})$$

On démontre alors que $M^s(\bar{u})$ ne possède plus que 12 éléments non nuls quand on l'exprime dans le repère d'orthotropie.

Les modules de cisaillement G_1, G_2, G_3 ($G_1 = d\sigma_{23}/d\epsilon_{23}$) ont été exprimés en suivant une démarche analogue à celle utilisée dans les calculs de bifurcation en plasticité des métaux (par exemple, Hutchinson et Neale [19]) et en mécanique des sols par Vardoulakis [30].

Nous avons pris :

$$G_1 = \frac{d\sigma_{23}}{d\epsilon_{23}} = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2(\epsilon_{22} - \epsilon_{33})} \quad (15)$$

sachant que, dans le cas d'une symétrie de révolution du problème et de la sollicitation, un tel module s'exprime en fonction de deux des neuf autres éléments de la matrice M .

Nous sommes donc ramenés à l'étude de la matrice 3×3 : $N(\bar{u})$, définie par :

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_{11} \\ d\epsilon_{22} \\ d\epsilon_{33} \end{Bmatrix} = N(\bar{u}) \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{33} \end{Bmatrix}, \quad (16)$$

dans le repère d'orthotropie courant. Pour expliciter $N(\bar{u})$, deux hypothèses sont indispensables : l'une pour préciser l'expression mathématique de $N(\bar{u})$ en fonction de certaines variables, qui seront déterminées par identification du comportement théorique avec un comportement mesuré expérimentalement sur une classe de sollicitations particulière, l'autre pour décrire au mieux analytiquement ce comportement expérimental.

Comme pour la loi octo-linéaire (Darve et al. [11, 13, 14], Boulon et al. [2, 4]), la loi de comportement est « calée » sur les chemins triaxiaux « généralisés » en compression et en extension. L'expérience devra ainsi fournir le comportement du matériau le long des six demi-axes $\pm i_1, \pm i_2, \pm i_3$ (fig. 4), c'est-à-dire les trois familles de fonctions f, g, h en compression (elles seront notées f^+, g^+, h^+) et en extension (elles seront notées f^-, g^-, h^-) pour une histoire antérieure quelconque du matériau :

$$\begin{aligned} \sigma_k &= f(\epsilon_k, \sigma_j, \sigma_\ell) & (k, j, \ell = 1, 2, 3) \\ \epsilon_j &= g(\epsilon_k, \sigma_j, \sigma_\ell) & (k \neq j \neq \ell) \\ \epsilon_\ell &= h(\epsilon_k, \sigma_j, \sigma_\ell) & (\sigma_j, \sigma_\ell \text{ paramètres constants}). \end{aligned} \quad (17)$$

Nous posons :

$$\begin{aligned} U_k &= \left(\frac{\partial f}{\partial \epsilon_k} \right)_{\sigma_j, \sigma_\ell}; & V_k^j &= - \left(\frac{\partial g}{\partial \epsilon_k} \right)_{\sigma_j, \sigma_\ell}; \\ & & V_k^\ell &= - \left(\frac{\partial h}{\partial \epsilon_k} \right)_{\sigma_j, \sigma_\ell}. \end{aligned}$$

Ces fonctions U_k peuvent être considérées comme représentant des « modules » tangents et les fonctions

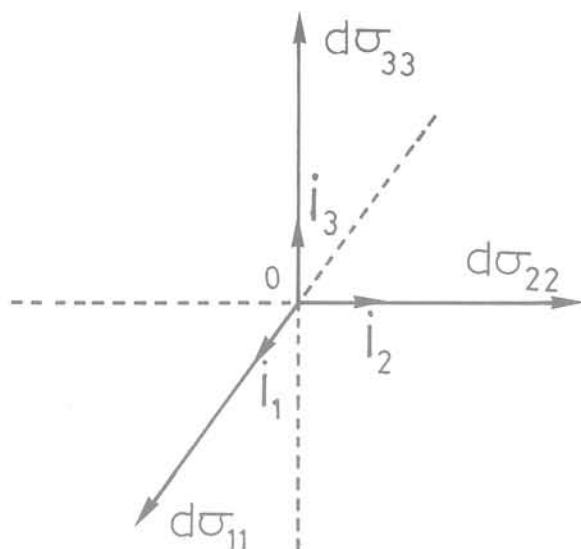


Figure 4 Définition des chemins de « calage » de la loi de comportement.

V_k^l comme des « coefficients de Poisson » tangents.

Nous noterons U_k^+ , V_k^{1+} , V_k^{2+} les fonctions associées respectivement à f^+ , g^+ , h^+ et U_k^- , V_k^{1-} , V_k^{2-} à f^- , g^- , h^- , et nous poserons enfin :

$$N^+ = \begin{bmatrix} \frac{1}{U_1^+} & -\frac{V_2^{1+}}{U_2^+} & -\frac{V_3^{1+}}{U_3^+} \\ -\frac{V_1^{2+}}{U_1^+} & \frac{1}{U_2^+} & -\frac{V_3^{2+}}{U_3^+} \\ -\frac{V_1^{3+}}{U_1^+} & -\frac{V_2^{3+}}{U_2^+} & \frac{1}{U_3^+} \end{bmatrix}$$

N^- étant définie de manière semblable.

Ces deux matrices N^+ et N^- peuvent ainsi être calculées à partir de la donnée expérimentale du comportement du matériau le long de chemins triaxiaux généralisés en compression et en extension, cette donnée se traduisant par la connaissance analytique explicite des familles de fonctions f , g , h , calées sur les courbes expérimentales. C'est dans ce calage que se fait la détermination des « constantes » du matériau qui interviennent dans l'expression de ces fonctions.

Il nous reste à préciser quelle hypothèse a été choisie pour exprimer $N^s(\bar{u})$ en fonction de N^+ et de N^- : nous avons considéré une variation « linéaire » de N avec $\bar{u}$ de la forme suivante :

$$N^s(\bar{u}) = A + B \begin{bmatrix} u_1 & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

où par définition de u , vecteur unitaire de $d\sigma$:

$$u_i = \frac{d\sigma_{ii}}{\|d\sigma\|} \quad (\text{sans sommation sur } i)$$

avec

$$\|d\sigma\| = \sqrt{(d\sigma_{11})^2 + (d\sigma_{22})^2 + (d\sigma_{33})^2 + 2(d\sigma_{23})^2 + 2(d\sigma_{31})^2 + 2(d\sigma_{12})^2}.$$

En posant :

$$\{\bar{d\varepsilon}\} = \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\varepsilon_{33} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{\bar{d\sigma}\} = \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{33} \end{Bmatrix},$$

nous avons :

$$\{\bar{d\varepsilon}\} = A \{\bar{d\sigma}\} + \frac{1}{\|d\sigma\|} B \{\bar{d\sigma}^2\}. \quad (19)$$

Par identification des comportements fournis par les équations (17) et par la relation (19), nous tirons :

$$A + B = N^+ \quad \text{et} \quad A - B = N^-.$$

D'où finalement :

$$\{\bar{d\varepsilon}\} = \frac{1}{2} (N^+ + N^-) \{\bar{d\sigma}\} + \frac{1}{2\|d\sigma\|} (N^+ - N^-) \{\bar{d\sigma}^2\}. \quad (20)$$

Les relations (15) et (20) définissent la loi de comportement du matériau, qui peut être caractérisée comme incrémentale non linéaire du second ordre.

La relation (18) nous fournit l'expression d'une matrice sécante $N^s(\bar{u})$: nous avons besoin de la matrice tangente. Nous allons en effectuer le calcul dans le cas plus simple (qui correspondra à nos applications) pour lequel :

$$d\sigma_{23} = d\sigma_{31} = d\sigma_{12} = 0.$$

En écrivant (19) en notation indicielle, nous obtenons :

$$d\varepsilon_i = A_{ij} d\sigma_j + \frac{1}{\|d\sigma\|} B_{ij} (d\sigma_j)^2 \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

et par différentiation (δ_{kj} étant le symbole de Kronecker) :

$$d(d\varepsilon_i) = A_{ij} d(d\sigma_j) + \frac{2}{\|d\sigma\|} B_{ij} d\sigma_j d(d\sigma_j) - \frac{d\sigma_\alpha d(d\sigma_\alpha)}{\|d\sigma\|^3} B_{ij} (d\sigma_j)^2 \quad (\alpha = 1, \dots, 6).$$

Avec $d\sigma_{23} = d\sigma_{31} = d\sigma_{12} = 0$, on obtient :

$$d(d\varepsilon_i) = A_{ij} d(d\sigma_j) + \frac{2}{\|d\sigma\|} B_{ij} d\sigma_j d(d\sigma_j) - \frac{1}{\|d\sigma\|^3} B_{ik} (d\sigma_k)^2 d\sigma_j d(d\sigma_j).$$

D'où l'expression du terme général de la matrice tangente $N^t(\bar{u})$:

$$d\varepsilon_i = \left[A_{ij} + \frac{2}{\|d\sigma\|} B_{ik} d\sigma_k \delta_{kj} - \frac{1}{\|d\sigma\|^3} B_{ik} (d\sigma_k)^2 d\sigma_j \right] d\sigma_j. \quad (21)$$

On peut vérifier sur cette expression que :

$$N^t(\bar{u}) \{\bar{d\sigma}\} = N^s(\bar{u}) \{\bar{d\sigma}\}.$$

Les modules de cisaillement G_1 , G_2 , G_3 étant directionnellement « constants », ce seront les mêmes pour la matrice tangente $N^t(\bar{u})$ que pour la matrice sécante $N^s(\bar{u})$.

3 Application au cas de l'essai triaxial de révolution

Nous restreignons maintenant notre étude au cas de l'essai triaxial dont nous notons 1 la direction axiale et 2 et 3 deux directions radiales orthogonales. Dans ce repère, les différents tenseurs s'écrivent :

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} -\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_2 \end{bmatrix},$$

$$[e_{ij}] = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_2 \end{bmatrix},$$

$$[d\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} -d\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & -d\sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & -d\sigma_2 \end{bmatrix}$$

et

$$[d\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} -d\varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & -d\varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & -d\varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

avec les conventions de signe usuelles en mécanique des sols.

Écrivons l'équation (13) sous la forme :

$$\det(n_i L_{ijk} n_k + J_{jk}) = 0,$$

nous calculons tout d'abord :

$$J_{11} = [(n_2)^2 + (n_3)^2] \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)$$

$$J_{22} = (n_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \right) = J_{33}$$

$$J_{12} = n_1 n_2 \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \right) = -J_{21}$$

$$J_{13} = n_1 n_3 \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \right) = -J_{31}$$

$$J_{23} = J_{32} = 0.$$

En appelant α l'angle de la direction locale de la bande de cisaillement avec l'axe de révolution,

$$\left(\operatorname{tg} \alpha = \frac{n_1}{\sqrt{(n_2)^2 + (n_3)^2}} \right),$$

le développement de l'équation (13) aboutit à une équation paire, du sixième degré en $\operatorname{tg} \alpha$, que nous avons donnée de manière explicite dans Darve et Lefebvre [16]. L'élimination d'une racine parasite, négative, en $\operatorname{tg}^2 \alpha$ nous ramène à l'étude de l'équation suivante, paire, du quatrième degré en $\operatorname{tg} \alpha$:

$$\begin{aligned} & L_{1111} \left(L_{1212} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right) \operatorname{tg}^4 \alpha \\ & + \left[L_{1111} L_{2222} - L_{1122} L_{2211} - L_{1122} \left(L_{1212} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right) \right. \\ & \quad \left. - L_{2211} \left(L_{1212} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right) \right] \operatorname{tg}^2 \alpha \\ & + L_{2222} \left(L_{1212} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right) = 0. \quad (22) \end{aligned}$$

Cette équation est intéressante à plus d'un titre :

1) Elle est du second degré en $\operatorname{tg}^2 \alpha$ et, quand elle admet des racines réelles, elles sont positives. Nous retrouvons donc la discussion classique (Rudnicki et Rice [26], Rice [24], Vardoulakis et al. [29, 31]) de l'existence d'un régime elliptique (pas de solution) et d'un régime hyperbolique (deux solutions distinctes), séparés par le régime parabolique (une solution double). La naissance d'une surface de rupture sur un chemin de sollicitation donné correspondant à l'existence de la première racine réelle, c'est ce régime parabolique qui nous caractérisera les points de bifurcation (v. fig. 5). Pour une classe de chemins de sollicitation donnée, le critère de bifurcation sera donc obtenu par annulation du discriminant de l'équation (22) et les directions des surfaces de glissement seront fournies par la racine double de cette équation (22).

2) Nous aurions pu obtenir directement cette équation (22) en considérant le problème non plus comme symétrique de révolution mais comme un problème plan. Nous pouvons en conclure que, pour l'essai triaxial, les bifurcations par bandes planes de cisaillement ou par cônes de cisaillement sont absolument équivalentes. Seules les imperfections

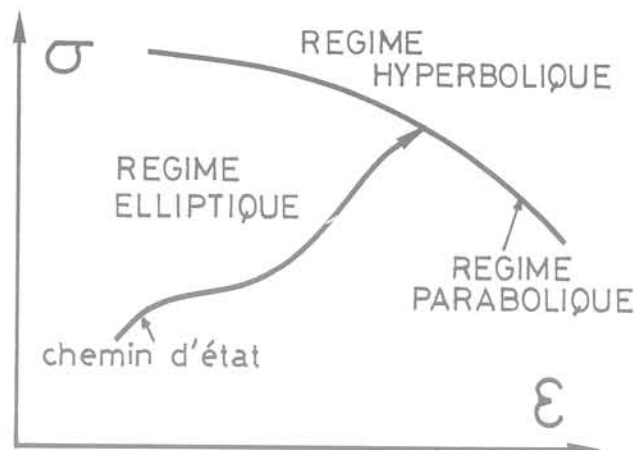


Figure 5 Schématisation du critère de bifurcation, correspondant à une certaine classe de chemins de sollicitation : la bifurcation se produit sur la courbe du régime parabolique séparant le domaine elliptique du domaine hyperbolique.

initiales de l'échantillon et les conditions aux limites de l'essai non parfaites feront qu'un type de bifurcation se développera plutôt qu'un autre. Rappelons à ce sujet que l'étude théorique présentée ici ne peut fournir qu'un critère de bifurcation correspondant à un échantillon et à un essai sans imperfection, c'est-à-dire une résistance maximale théorique (mais nous verrons qu'elle peut être bien « inférieure » au critère de plasticité : d'où l'importance du critère de bifurcation dans l'étude de la ruine des ouvrages en génie civil). Dans la pratique, cette résistance maximale théorique sera réduite par les imperfections de l'échantillon et de l'essai (Desrues [17], Boulon et Cichy [3]).

3) La correction provenant de la dérivation objective de Jaumann n'apparaît dans l'équation (22) que par le demi-excédent axial de contrainte $\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)$ par rapport au module de cisaillement L_{1212} . Il est donc possible facilement de conclure, dans une étude donnée, sur la nécessité ou non de mener les calculs avec la dérivée de Jaumann du tenseur de contrainte.

Le calcul des cinq fonctions L_{ijk} , qui interviennent dans l'équation (22), se fait facilement à partir de l'inverse de la matrice M^i .

Si nous notons : $(M^i)^{-1} = P$, nous aurons :

$$\begin{aligned} L_{1111} &= P_{11} = (M^i)^{-1}_{11} = (N^i)^{-1}_{11} \\ L_{2222} &= P_{22} = (M^i)^{-1}_{22} = (N^i)^{-1}_{22} \\ L_{1122} &= P_{12} = (M^i)^{-1}_{12} = (N^i)^{-1}_{12} \\ L_{2211} &= P_{21} = (M^i)^{-1}_{21} = (N^i)^{-1}_{21} \\ L_{1212} &= P_{66} = (M^i)^{-1}_{66} = G_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}. \end{aligned}$$

Rappelons que, d'après l'équation (21) :

$$N^i_{ij} = A_{ij} + \frac{2}{\|d\sigma\|} B_{ik} d\sigma_k \delta_{kj} - \frac{1}{\|d\sigma\|^3} B_{ik} (d\sigma_k)^2 d\sigma_j,$$

$$\text{où : } A = \frac{1}{2} (N^+ + N^-) \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{2} (N^+ - N^-).$$

Pour un chemin de sollicitation donné, la connaissance de la loi rhéologique intégrée pas à pas le long du chemin nous fournira pour chaque incrément les valeurs des fonctions L_{ijk} . Si, à partir d'un incrément, la valeur du discriminant de l'équation (22) de négative devient positive, nous dirons que l'état de contrainte et de déformation à cet incrément « frontière » est un état

de bifurcation pour le matériau, c'est-à-dire qu'il représente un état de résistance limite à partir duquel la rupture se produira par développement d'une bande de cisaillement, dont l'orientation nous sera fournie par la racine double de cette équation (22) (v. fig. 5).

4 Application au cas de l'argile du site « Olga »

L'argile que nous avons étudiée^(*) a été prélevée sur le site « Olga » près de la ville de Matagami à 700 km environ au nord-ouest de Montréal (Québec). Ce site fait partie du complexe Nottaway-Broadback-Rupert occupant la partie sud des territoires de la Baie James. L'argile s'est formée par sédimentation au fond du lac Barlow-Ojibway, il y a environ 10 000 ans à la suite du retrait de la calotte glaciaire laurentidienne. Il s'agit d'une argile varvée, normalement consolidée du point de vue géologique, plastique ($I_p = 40\%$), saturée, de teneur en eau supérieure à sa limite de liquidité ($W_L = 68\%$), de teneur en argile (particules de diamètre inférieur à 2μ) égale à 90% .

Les échantillons ont été prélevés à l'aide de l'échantillonneur mis au point à l'Université de Sherbrooke (Lefebvre et Poulin [23]). Cet appareil permet d'obtenir des blocs d'argile intacts de 25 à 27 cm de diamètre et d'environ 35 cm de hauteur. Les échantillons de laboratoire sont découpés dans ces blocs (diamètre : 3,55 cm, hauteur : 7,11 cm) et consolidés anisotropiquement avant leur écrasement à l'appareil triaxial.

Cette argile naturelle (comme la plupart des argiles intactes) présente ce qu'il est convenu d'appeler un « effet de structure », relativement important dans ce cas.

Lors d'un essai œdométrique, on constate que le sol se comporte comme s'il était surconsolidé (Lefebvre et al. [21]), l'existence d'une structure ou d'une « cimentation » venant apporter une résistance supplémentaire. Avant que la pression d'écrasement de la structure ne soit atteinte, le comportement de l'argile est fonction d'une certaine résistance « structurale » et plus ou moins indépendant des contraintes effectives. Sous la pression d'écrasement se produit une forte diminution de volume; au-delà le comportement est voisin de celui d'une argile normalement consolidée classique avec une résistance fonction croissante des contraintes effectives.

A l'essai triaxial, dans le domaine structuré, les déformations restent faibles et les « modules » conservent de fortes valeurs jusqu'à la rupture qui apparaît de façon brutale et se traduit par une chute importante de résistance en particulier aux faibles valeurs de la contrainte latérale (Lefebvre et al. [20, 22], Wong et Mitchell [32]). Ce pic, très marqué, des courbes contrainte-déformation disparaît peu à peu quand la contrainte latérale augmente, par accroissement de la résistance de palier fonction croissante de la contrainte latérale, ce qui exprime une loi de type Mohr-Coulomb pour un matériau avec frottement. Les pics sont accompagnés de la présence d'un ou de plusieurs plans de cisaillement. La résistance de palier atteint sensiblement la résistance de pic, quand la déstructuration est approchée. Puis, dans le domaine déstructuré, le comportement devient analogue à celui d'une argile normalement consolidée. Dans tous les cas, le matériau est contractant sur chemin triaxial drainé.

(*) Cette étude a été menée au cours d'un séjour au sein du Département de Génie Civil de la Faculté des Sciences Appliquées de Sherbrooke (Québec).

Les figures 6 à 9, tirées de Lefebvre et al. [21], illustrent ce comportement. Sur la figure 6, le pic de résistance est très marqué puisque, pour cette faible valeur de la contrainte latérale, la résistance de palier est elle-même faible. Lors de la rupture, le matériau est contractant, puis de la dilatance apparaît. Il semble que l'on doive se garder de l'interpréter comme un comportement « vraiment » rhéologique puisque l'échantillon est alors fortement hétérogène du fait du développement de bandes de cisaillement. L'échantillon, séché puis coupé le long d'un plan méridien, laisse d'ailleurs apparaître (à « l'œil nu ») de petits vides le long de la surface de glissement, ce qui pourrait expliquer cette dilatance. La figure 7 présente un essai réalisé à une contrainte latérale trois fois plus élevée : la résistance de palier tend à se rapprocher de celle de pic et la contractance est visible. Pour le troisième essai présenté sur la figure 8, la contrainte latérale a doublé. La résistance de palier a encore augmenté de même que la contractance. La faible dilatance initiale est restée une exception parmi tous les essais effectués et ne paraît pas être représentative du comportement du matériau. Le quatrième essai (fig. 9) est situé à la limite du domaine structuré.

En somme, la rupture de cette argile structurée peut se caractériser par les quatre traits suivants :

A) Elle se produit pour des déformations axiales voisines de 1% : l'argile a donc été peu déformée.

B) Elle se produit pour un excédent axial de contrainte proche de 60 kPa : le critère de plasticité estimé donnerait une résistance beaucoup plus forte. Le « module » (c'est-à-dire la pente de la courbe contrainte-déformation) un peu avant la rupture est donc encore très élevé. La rupture peut ainsi être qualifiée de « brutale ».

C) Elle se produit dans le domaine de contractance de l'argile. Dans aucun cas, on ne note de dilatance avant la rupture.

D) Elle se produit par apparition au sein de l'échantillon d'un ou de plusieurs plans de cisaillement, inclinés par rapport à l'axe vertical de révolution d'un angle approximativement égal à 25° .

La particulière netteté du phénomène de localisation des déformations (« loin » de la rupture plastique homogène) se prêtait bien à une étude de la rupture de cette argile naturelle comme un problème de bifurcation : ce sont les résultats de cette étude que nous allons maintenant présenter. L'équation (22), à laquelle nous avons abouti sur un plan théorique, fait intervenir la loi rhéologique du matériau. Nous précisons tout d'abord les paramètres mécaniques que nous avons introduits dans la loi.

Les paramètres mécaniques d'un matériau interviennent dans l'expression des fonctions f , g , h (équations (17)), qui caractérisent le comportement du sol sur des chemins triaxiaux « généralisés ». Quelques hypothèses (Darve [7]) nous permettent de relier ces fonctions f , g , h aux fonctions f^* et k , définies sur des chemins triaxiaux conventionnels drainés réalisés en compression et en extension :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= f^*(\varepsilon_1, \sigma_3) \\ e &= k(\varepsilon_1, \sigma_3),\end{aligned}$$

où σ_1 et σ_3 sont respectivement les contraintes effectives axiales et latérales, ε_1 la déformation axiale et e l'indice des vides.

L'expression de f^* pour un chemin monotone est la suivante :

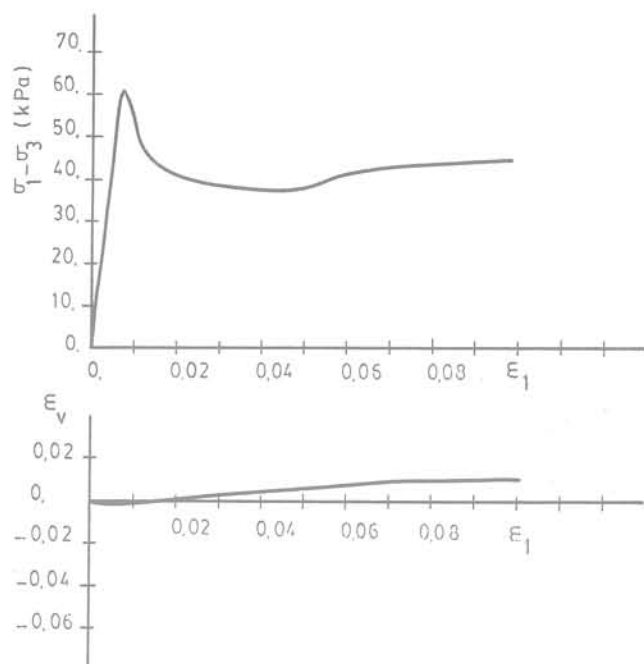


Figure 6 Rupture de l'argile Olga (21) en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 5 kPa.

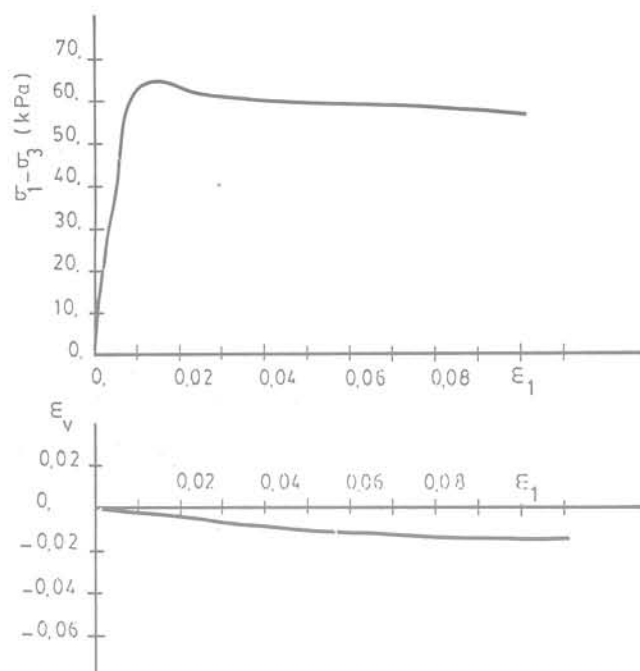


Figure 7 Rupture de l'argile Olga (21) en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 15 kPa.

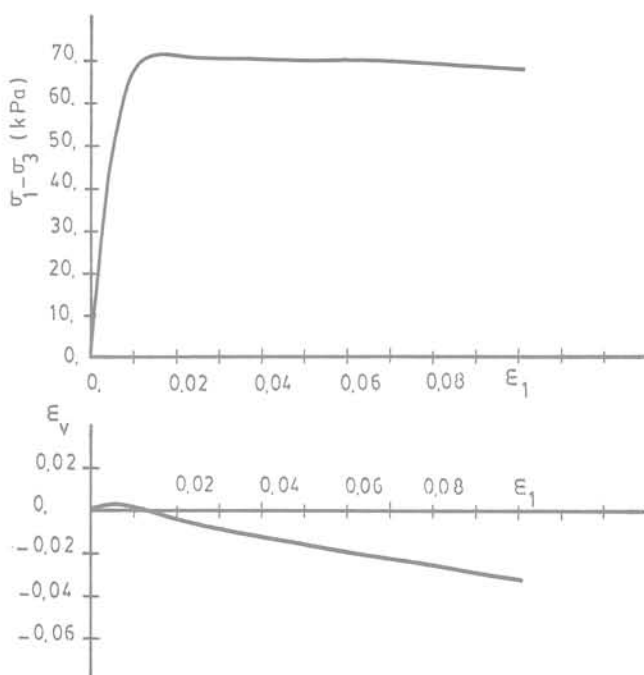


Figure 8 Rupture de l'argile Olga (21) en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 30 kPa.

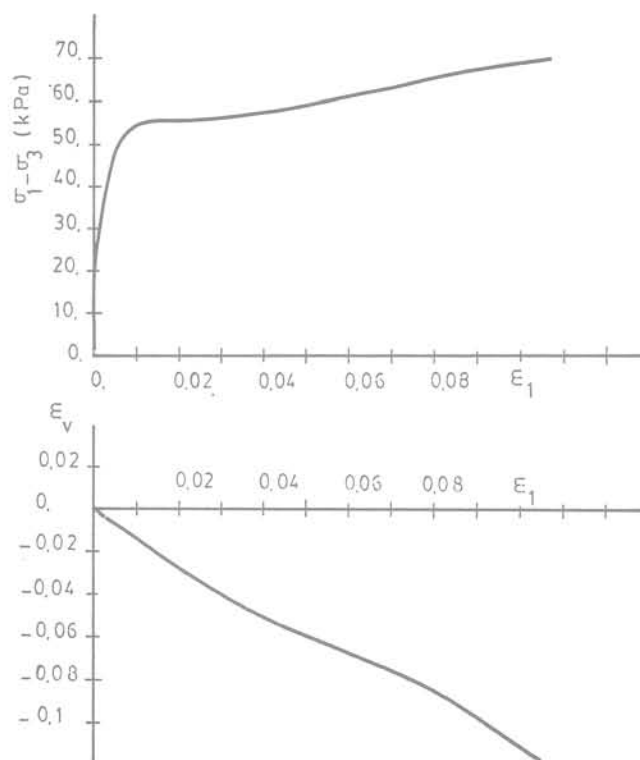


Figure 9 Rupture de l'argile Olga (21) en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 50 kPa.

$$\sigma_1 = f^*(\varepsilon_1, \sigma_3) \equiv \sigma_3 \left(1 + C_N \frac{\exp(A_1 |\varepsilon_1|) - 1}{\exp(A_1 |\varepsilon_1|) + A_S} \right)$$

et l'expression de k est :

$$e = k(\varepsilon_1, \sigma_3) \equiv e_o - e_M [1 - \exp(-A_e \varepsilon_1)] + B_e \varepsilon_1 - C_e (\varepsilon_1)^2 \exp(-D_e \varepsilon_1).$$

Dans ces expressions, les différents coefficients ont pour signification et valeur :

— A_1 est un paramètre de « forme » pour les courbes contrainte-déformation.

— C_N est la valeur de $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$ en rupture plastique.

— A_S dépend de la pente initiale de la courbe f^* , notée U_o .

— e_o est l'indice des vides initial.

— e_M est l'amplitude de la contractance en compression ou de la légère dilatance en extension.

— A_e dépend de la pente initiale de la courbe k , elle-même fonction du pseudo-coefficient de Poisson initial noté ν_o .

— B_e est relié à l'angle de dilatance du matériau (ce coefficient n'a pas d'effet ici).

— C_e et D_e sont fonctions de la position du minimum de l'indice des vides en compression ou de son léger maximum en extension dans le plan (e, ε_1) .

Dans cette étude, des caractéristiques très simples ont été choisies. Certaines représentent directement des propriétés mécaniques comme la cohésion, l'angle de frottement, le module de Young, ..., d'autres sont des paramètres à signification physique indirecte comme la constante A_1 qui permet de « raidir » plus ou moins les courbes contrainte-déformation sur chemin triaxial drainé. Toutes ces constantes du matériau sont soit, pour les premières, mesurées directement sur les résultats d'essais triaxiaux de compressions-extensions drainées soit, pour les secondes, déterminées par « calage » des formulations analytiques des fonctions f^* et k avec les courbes expérimentales correspondantes en compressions-extensions drainées pour différentes valeurs de la contrainte latérale. Les principales valeurs trouvées sont les suivantes :

— le passage du domaine structuré au domaine déstructuré se fait pour une contrainte moyenne égale à 90 kPa;

— $A_1 = 100$;

— l'argile est supposée purement cohérente dans le domaine structuré ($C' = 40$ kPa en compression) et purement frottante dans le domaine déstructuré ($\phi' = 24^\circ$ en compression);

— le pseudo-module de Young U_o a été pris constant égal à 15000 kPa dans le domaine structuré et à 7500 kPa dans le domaine déstructuré;

— $e_o = 0,8$;

— le pseudo-coefficient de Poisson ν_o a été pris constant égal à 0,12 dans le domaine structuré et à 0,024 dans le domaine déstructuré;

— la position de l'extrémum de l'indice des vides est fonction de la contrainte latérale.

Reprenant les essais présentés sur les figures 6 à 9, nous avons voulu les comparer avec les résultats fournis par notre théorie. Choissant cette classe de chemins de sollicitation — compressions triaxiales drainées pour différentes valeurs de la contrainte latérale — nous décomposons chaque chemin de sollicitation en une suite d'incrémentes de sollicitation

pour chacun desquels on calcule, par la loi rhéologique, l'incrément de réponse; on obtient par sommation le chemin de réponse. Pour chaque incrément, le discriminant de l'équation (22) est calculé. Dès qu'il devient positif, le calcul est arrêté puisque nous considérons que l'état de bifurcation théorique est atteint, c'est-à-dire l'état limite de déformation homogène du matériau. En ce point, les conditions théoriques nécessaires à la naissance locale d'une surface de cisaillement sont remplies.

La racine double de l'équation (22) nous fournit la direction locale de cette surface. Rappelons que α est l'angle du plan de cisaillement local avec l'axe de révolution. La racine double de (22) est égale à :

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \sqrt{\frac{L_{2222} \left(L_{1212} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)}{L_{1111} \left(L_{1212} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)}}$$

soit une valeur approchée égale à :

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sqrt{\frac{4L_{2222}}{L_{1111}}}$$

Si l'on se place dans le cas particulier d'une compression triaxiale drainée axisymétrique et d'une argile contractante, on peut encore écrire :

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sqrt{\frac{2U_2}{U_1}}$$

Cette dernière expression fait apparaître que la bifurcation d'une argile dépend principalement de la valeur de ses pseudo-modules, c'est-à-dire de caractéristiques de résistance : le fait que l'argile soit cohérente va donc jouer un rôle essentiel sur le développement d'instabilités par bifurcation du champ de ses déformations. Remarquons que si, dans le cas des sables, il semble que ce soit leur dilatance qui provoque leur instabilité (Darve et al. [7,12]), dans le cas des argiles, ce serait leur cohésion : ceci nous paraît devoir être mis à l'actif de la généralité de la théorie proposée.

Les cinq figures ci-après (fig. 10 à 14) illustrent les résultats théoriques obtenus et peuvent être comparées avec les courbes expérimentales des figures 6 à 9.

Notons que :

— le point final des courbes théoriques correspond à un point du critère de bifurcation;

— le chemin de compression isotrope précédant l'écrasement triaxial est représenté sur les figures (il est bien visible au départ des courbes des figures 13 et 14);

— les quatre premiers chemins ($\sigma'_3 = 5, 15, 30, 50$ kPa) situés dans le domaine structuré mènent tous à une rupture par bifurcation;

— le dernier chemin ($\sigma'_3 = 70$ kPa), qui correspond à une argile déstructurée et a été suivi jusqu'à une déformation axiale de 10 %, n'a pas conduit à un point de bifurcation, ce qui est en concordance avec les résultats expérimentaux.

Conclusion

Nous avons présenté ici quelques premiers résultats obtenus dans l'étude de l'application du critère de localisation de Hill à notre loi rhéologique incrémentale dans le champ de la mécanique des sols. Ces

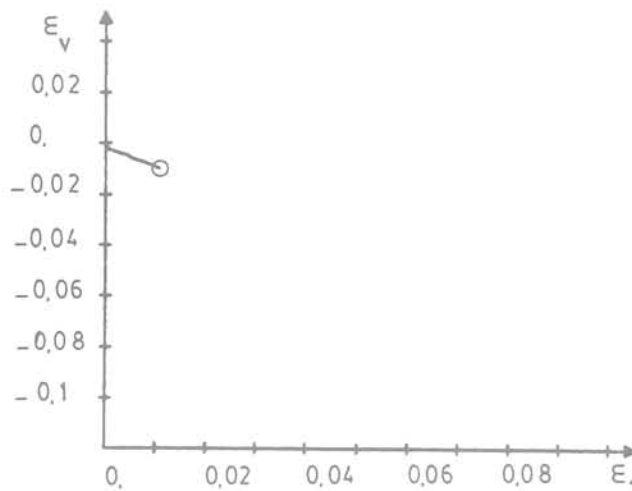
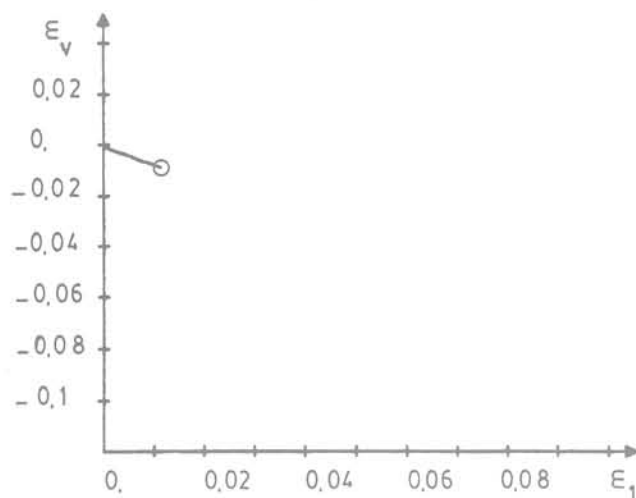
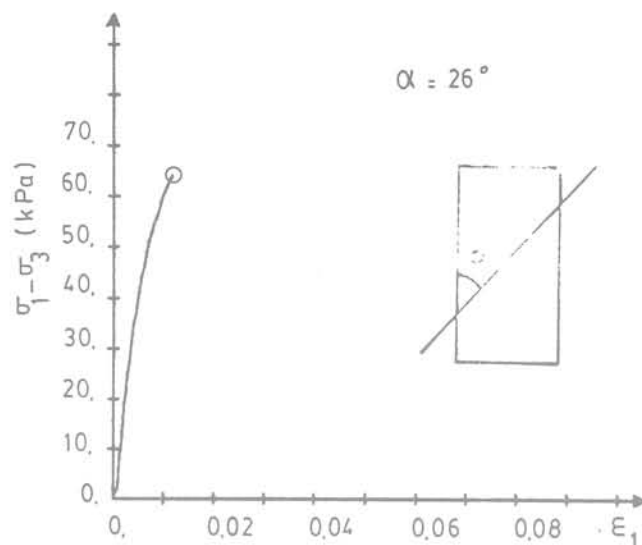
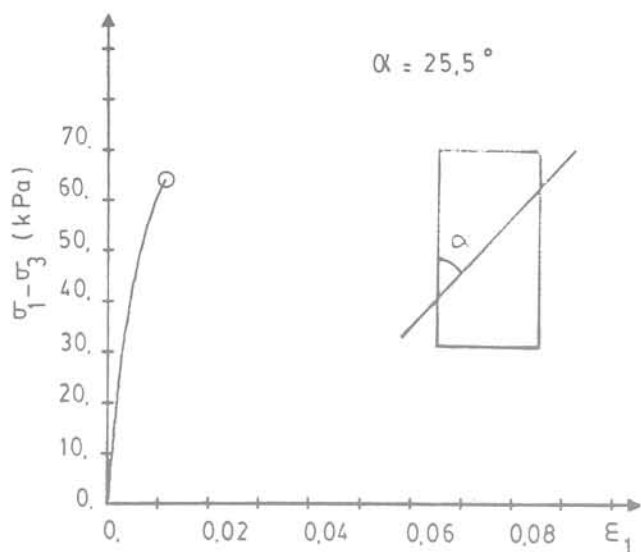


Figure 10 Calcul théorique du comportement de l'argile Olga en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 5 kPa.

Figure 11 Calcul théorique du comportement de l'argile Olga en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 15 kPa.

résultats concernant les argiles, ils viennent en compléter d'autres concernant les sables. Cette méthode sera sans doute riche en développements ultérieurs; dès maintenant, elle permet de mieux comprendre la naissance des surfaces de cisaillement dans les sols : c'est dire son importance pratique.

Remerciements

L'auteur tient à remercier le Directeur du Département de Génie Civil de l'Université de Sherbrooke, Guy Lefebvre, pour son accueil et le Centre National de la Recherche Scientifique de France ainsi que le Conseil National de Recherches du Canada pour leur aide complémentaire.

Références

- [1] Biarez J. (1962) : « Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents ». Thèse de Doctorat d'État, Grenoble.
- [2] Boulon M., Chambon R., Darve F. (1977) : « Loi rhéologique incrémentale pour les sols et application par la méthode des éléments finis ». Revue Française de Géotechnique, n° 2, pp. 5-22.
- [3] Boulon M., Cichy W. (1980) : « Modèle numérique de rupture localisée dans les solides ». Colloque franco-polonais de Mécanique non linéaire, Marseille.
- [4] Boulon M., Darve F., Flavigny E., Forgue M. (1980) : « Méthode de prévision des pressions interstitielles ». Revue Française de Géotechnique, n° 9, pp. 27-40.

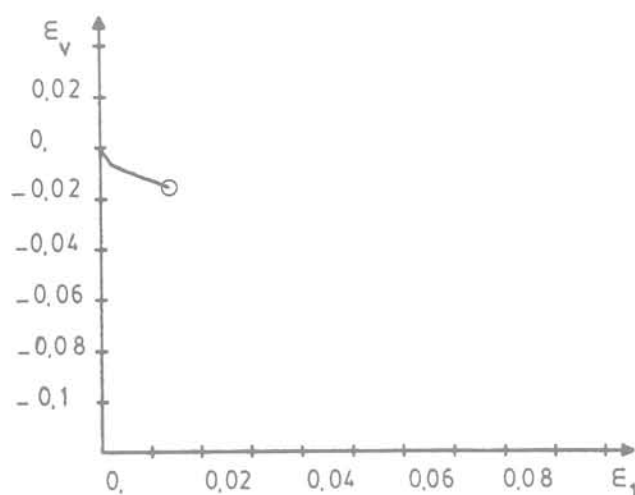
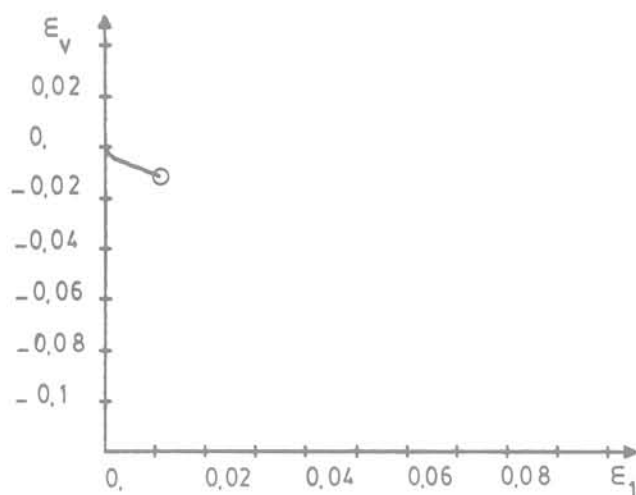
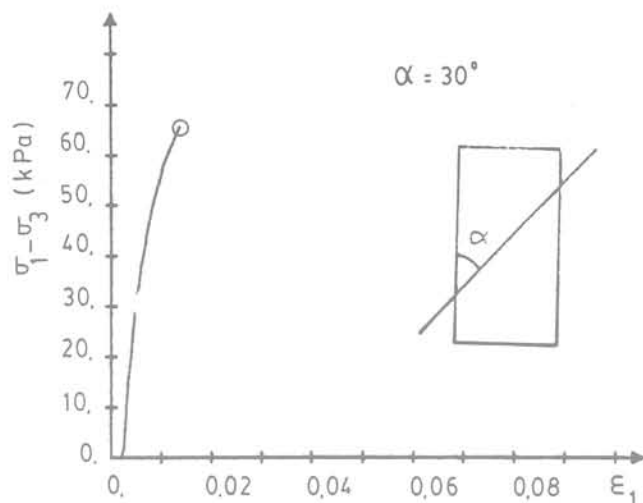
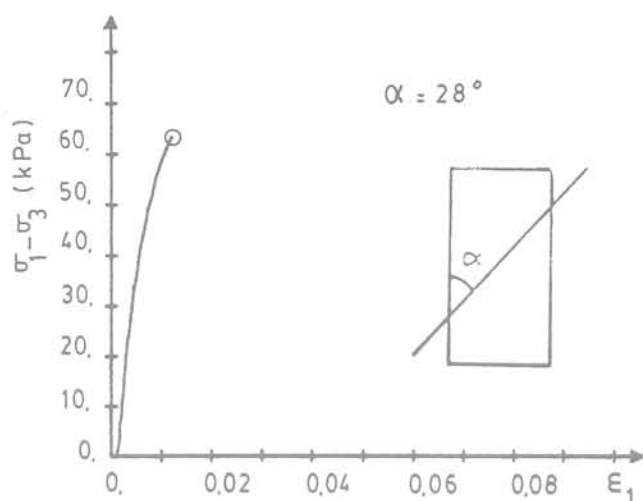


Figure 12 Calcul théorique du comportement de l'argile Olga en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 30 kPa.

Figure 13 Calcul théorique du comportement de l'argile Olga en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 50 kPa.

[5] Chambon R. (1981) : « Contribution à la modélisation numérique non linéaire des sols ». Thèse de Doctorat d'État, Grenoble.

[6] Christoffersen, Hutchinson J. W. (1979) : « A class of phenomenological corner theories of plasticity ». J. Mech. Phys. Solids, vol. 27, pp. 465-487.

[7] Darve F. (1978) : « Une formulation incrémentale des lois rhéologiques. Application aux sols ». Thèse de Doctorat d'État, Grenoble.

[8] Darve F. (1980) : « Une loi rhéologique incrémentale non linéaire pour les solides ». Mech. Res. Comm., vol. 7, n° 4, pp. 205-212.

[9] Darve F. (1980) : « Loi rhéologique incrémentale non linéaire et sollicitations cycliques sur les sols ». Journée de Rhéologie 1980, E. N. T. P. E., pp. 104-125.

[10] Darve F. (1982) : « Une description du comportement cyclique des solides non visqueux ». A paraître dans le Journal de Mécanique Théorique et Appliquée.

[11] Darve F., Boulon M., Chambon R. (1978) : « Loi rhéologique incrémentale des sols ». Journal de Mécanique, vol. 17, n° 5, pp. 679-716.

[12] Darve F., Desrues J., Jacquet (1980) : « Les surfaces de rupture en mécanique des sols en tant qu'instabilité de déformation ». Cahiers du Groupe Français de Rhéologie, vol. 5, n° 3, pp. 93-106.

[13] Darve F., Flavigny E., Vuailat P. (1979) : « Une loi rhéologique complète pour matériaux argileux ». 7^e Conf. Europ. de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondation, vol. 1, pp. 119-124.

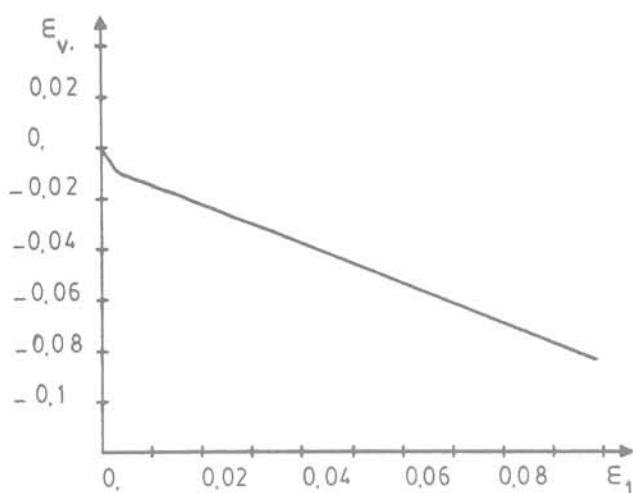
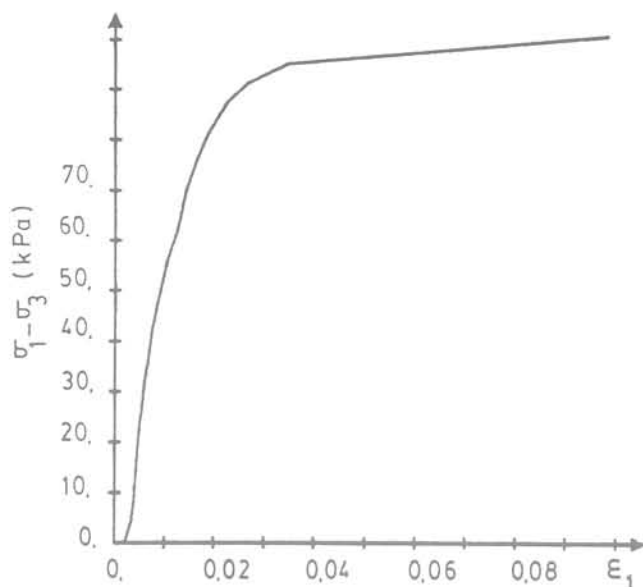


Figure 14 Calcul théorique du comportement de l'argile olga en compression triaxiale drainée pour une contrainte latérale de 70 kPa.

- [14] Darve F., Labanieh S. (1982) : « Incremental constitutive law for sands and clays. Simulations of monotonic and cyclic tests ». *Int. J. Num. and Anal. Methods in Geomech.*, vol. 6, pp. 243-275.
- [15] Darve F., Labanieh S. (1982) : « Comportement mécanique des milieux granulaires en liaison avec leur structure ». Numéro Spécial des Cahiers du Groupe Français de Rhéologie, « Comportements Rhéologiques et Structure des Matériaux », pp. 329-341.
- [16] Darve F., Lefebvre G. (1981) : « Étude de la rupture des argiles structurées comme un problème de bifurcation ». *Journée de Rhéologie 1981*, E. N. T. P. E., Lyon.

- [17] Desrues J. (1980) : « Rupture surfaces in soils mechanics ». *Colloque Euromech 134*, Copenhagen.
- [18] Hill R. (1962) : « Acceleration waves in solids ». *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 10, pp. 1-16.
- [19] Hutchinson J.W., Neale K. (1978) : « Sheet necking - II. Time independent behaviour ». *Mechanics of sheet metal forming*, ed. D.P. Koistinen and N.M. Wang, pp. 127-153.
- [20] Lefebvre G. (1981) : « Strength and slope stability in Canadian soft clay deposits ». *Revue Canadienne de Géotechnique*, vol. 18, n° 3.
- [21] Lefebvre G., Bosse J.-P., Beliveau J.-G. (1979) : « Étude de l'argile du site Olga sous sollicitations cycliques ». *Rapport GEO - 79 - 06* présenté à la Société d'Énergie de la Baie James, Sherbrooke.
- [22] Lefebvre G., La Rochelle (1974) : « The analysis of two slope failures in cemented Champlain clays ». *Revue Canadienne de Géotechnique*, vol. 11, n° 1, pp. 89-108.
- [23] Lefebvre G., Poulin (1979) : « A new method of sampling in sensitive clay ». *Revue Canadienne de Géotechnique*, vol. 16, n° 1, pp. 226-233.
- [24] Rice J.R. (1976) : « The localization of plastic deformation ». *Theoretical and Applied Mechanics*, W.T. Koiter ed., North Holland Publishing Company, pp. 207-220.
- [25] Rice J.R., Rudnicki J.W. (1980) : « A note on some features of the theory of localization of deformation ». *Int. J. Solids Structures*, vol. 16, pp. 597-605.
- [26] Rudnicki J.W., Rice J.R. (1975) : « Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials ». *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 23, pp. 371-394.
- [27] Thom R. (1972) : « Stabilité structurale et morphogénèse : essai d'une théorie générale des modèles ». W. A. Benjamin Inc., Ediscience S.A., Paris.
- [28] Thompson, Hunt (1973) : « A general theory of elastic stability ». John Wiley, Londres.
- [29] Vardoulakis I. (1979) : « Bifurcation analysis of the triaxial test on sand samples ». *Acta Mechanica*, n° 32, pp. 35-54.
- [30] Vardoulakis I. (1980) : « Shear band inclination and shear modulus of sand in biaxial tests ». *Int. J. Num. Anal. Methods in Geomech.*, vol. 4, pp. 103-119.
- [31] Vardoulakis I., Goldscheider M., Gudehus G. (1978) : « Formation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem ». *Int. J. Num. Anal. Methods in Geomech.*, n° 2, pp. 99-128.
- [32] Wong, Mitchell R.J. (1975) : « Yielding and plastic flow of sensitive cemented clay ». *Géotechnique*, vol. 25, n° 4, pp. 763-782.

approche probabiliste et géostatistique de la notion de porosité fissurale

par

A. Thomas

Tectonophysicien
Chargé de Recherche CNRS
E.N.S. Géologie de Nancy

A. Pineau

Mécanicien des Roches
Assistante à l'ENSG

P. Richard

Ingénieur Physicien
ENSG-INPL

1 Introduction

Tous les modèles traitant du mouvement des fluides dans les milieux poreux et une partie des modèles mécaniques de tels milieux, font référence au paramètre porosité classiquement défini comme le rapport $\ell = U_p/u$ du volume U_p des vides dans un volume u de mesure.

Il est évident que cette définition est insuffisante si la porosité dépend du volume de mesure, comme c'est le cas général pour la porosité fissurale.

Cornet (1) propose une définition de la porosité comme fonction scalaire d'une variable vectorielle et analyse successivement :

- la porosité linéaire;
- la porosité de surface;
- la porosité volumique.

Nous verrons que certains aspects de cette définition peuvent légitimement être repris pour la porosité fissurale, mais que les caractères spécifiques des réseaux de fissures ou fractures vont nous obliger à abandonner certaines hypothèses telles que la stationnarité, ce qui nous amènera à considérer les porosités linéaire, de surface et volumique en un point comme des fonctions de variables régionalisées, ce qui implique d'une part d'associer une probabilité à toute définition de la porosité dans un domaine, d'autre part de caractériser clairement l'interdépendance entre la porosité et les distributions de fissures dans le domaine de mesure.

2 Porosité linéaire

2.1 Définition de F. H. Cornet

Considérant 2 points x et y à l'intérieur d'un volume rocheux, Cornet (1) définit après Scheidegger (5) la porosité linéaire du vecteur $u = x - y$ par :

$$\ell(u, x) = |u_p| \cdot |u|^{-1} \quad (1)$$

où $|u_p|$ est la portion de u appartenant à l'espace poreux.

Si $|u| = 0$

$$\begin{cases} \ell(x, 0) = 0 & \text{si } x \text{ appartient à la matrice solide,} \\ \ell(x, 0) = 1 & \text{si } x \text{ appartient à l'espace poreux.} \end{cases}$$

A partir d'une représentation approchée des variations, quand $|u|$ augmente, de $\ell(x, u)$ pour un point x situé à l'intérieur de la matrice solide, et pour un point x' de l'espace poreux au voisinage de x (fig. 1), il constate que pour des valeurs de u suffisamment grandes, les valeurs de $\ell(x, u)$ et de $\ell(x', u)$ deviennent très proches.

D'où une définition de la porosité linéaire en un point x dans une direction v : (v vecteur unitaire)

$$\ell = \ell(x, u_0)$$

où $u_0 = kv$ est défini comme la valeur de u pour laquelle :

$$\Delta\ell = |\ell(x, u_0) - \ell(x', u_0)| \leq \varepsilon. \quad (2)$$

ε étant choisi avec la précision voulue par l'investigateur.

Nous aborderons le problème fissural avec une approche un peu différente.

2.2 Analyse des hypothèses

La formulation précédente suppose plusieurs hypothèses implicites, en général légitimes pour la porosité matricielle mais qui méritent examen pour la fissuration.

► La première hypothèse est que l'équation (2) que nous écrivons

$$|\Delta\ell| \leq \varepsilon \quad (2')$$

ne comporte qu'une solution.

► La seconde est que la valeur de u_0 fournie par l'équation (2) est indépendante de la position de x .

► La troisième est que la valeur de u_0 ne dépend pas

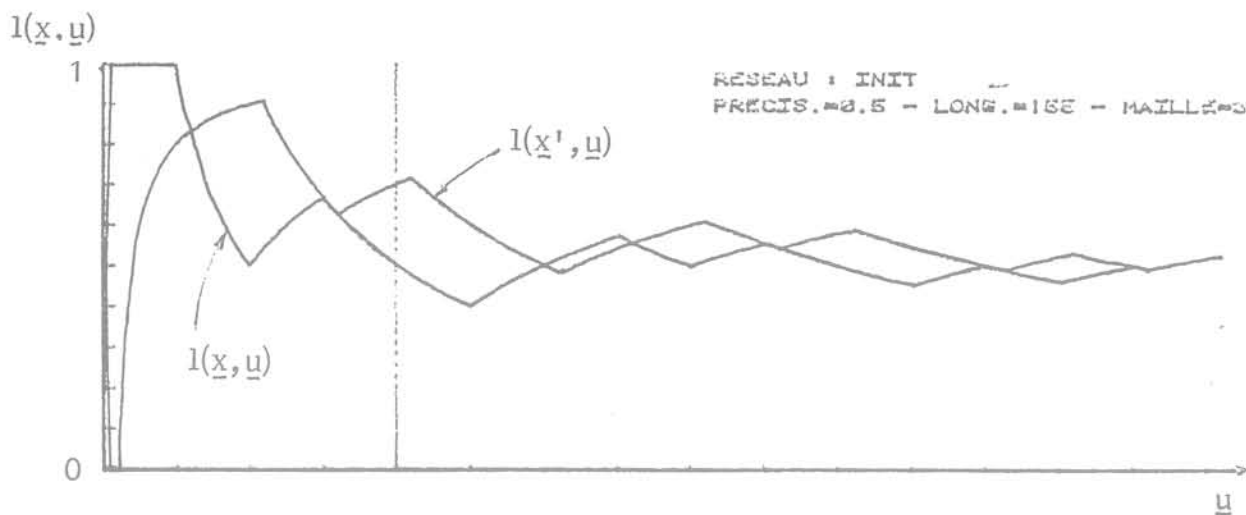


Fig. 1 Variation de $l(x, u)$ en fonction de u

de $\Delta x = |x - x'|$ pourvu que celui-ci soit « suffisamment petit », mais dépend de l'appartenance de x et x' à des milieux différents.

■ On voit sur la figure 1 que l'hypothèse (1) n'est légitime que si l'on raisonne sur une forme lissée de la fonction $l(x, u)$ ou sur une courbe-enveloppe. Elle est illégitime pour la courbe réelle.

■ L'hypothèse (2) en sous-tend une autre qui est la stationnarité de la distribution des « vides » dans le champ d'investigation.

■ L'hypothèse (3) est à rejeter si l'on ne postule pas que Δx est très petit par rapport à un pore. La figure 2, montre que :

- indépendamment des appartenances respectives de x et x' à la matrice et aux vides, $\Delta \ell$ varie largement avec Δx (courbes 3.4.5.);
- cette variation n'est amplifiée qu'au voisinage de l'origine de u si x et x' sont dans des milieux différents (courbes 3 et 4 ou 1 et 2).

Nous reformulerons donc la définition de la porosité linéaire en tenant compte des remarques faites précédemment.

Pour la porosité fissurale, il nous paraît essentiel de tenir compte de l'importante « instabilité » initiale liée à la valeur de Δx , et d'autre part d'envisager le problème des distributions non stationnaires.

Pour cela, il est plus facile de considérer $\ell(x, u)$ comme le produit :

- de la fonction continue dérivable $f(u) = |u|^{-1}$;
- d'une fonction $Up(x, u)$ continue dérivable, mais dont la dérivée est un processus aléatoire discontinu (fig. 3).

La fonction $Up(x, u)$ est parfaitement définie par la donnée de cette dérivée :

$$|\delta Up| = d|Up|/d|u|. \quad (3)$$

$|\delta Up|$ est une épreuve d'un processus aléatoire classique (fig. 3) prenant la valeur 0 et 1 par saut à des instants ou abscisses aléatoires : nous la désignerons par « densité de vides fissuraux ».

Ceci posé, la porosité linéaire s'écrit donc :

$$\ell(x, u) = \frac{1}{|u|} \int_0^u |\delta Up| du \quad (4)$$

et cette intégrale est définie pour chaque épreuve de la fonction aléatoire Up_x . Puisque ce n'est autre que la moyenne sur u de la densité de vides fissuraux δUp_x , au voisinage de l'origine x .

Puisqu'il s'agit d'une variable aléatoire exprimée sur un support spatial, δUp peut être considéré comme une variable régionalisée dont $\ell(x, u)$ mesurée sur u représente un estimateur δUp_x de la moyenne réelle δUp_x supposée stationnaire dans le domaine de mesure « linéaire » u , au voisinage de x .

Rappelons que la stationnarité d'ordre 2, hypothèse de la géostatistique minière, suppose les 2 premiers moments invariants par translation sur l'espace de définition, en l'occurrence :

$$\begin{aligned} E[\delta Up(u)] &= m \\ E[\delta Up(u+h) - \delta Up(u)]^2 &= 2\gamma(h). \end{aligned} \quad (5)$$

Notre problème est de choisir un vecteur u_0 appartenant au domaine stationnaire u tel que l'estimateur $\delta Up_x(u_0) = \ell(x, u_0)$ représente une estimation satisfaisante de la porosité cherchée δUp .

$2\gamma(h)$ représente la variance d'estimation de $\delta Up(u_0 + h)$ par $\delta Up(u_0)$. Il est clair que la moyenne m dépend de la longueur u_0 que laquelle elle est calculée et du choix de l'origine pour un u_0 donné. En revanche la variance d'estimation ne dépend que de u_0 si δUp est stationnaire.

On ne peut donc caractériser la variance de la porosité qu'en fonction d'un segment u_0 et le choix de ce segment doit être tel que l'estimation $\ell(x, u_0) = \delta Up(u_0)$ ne dépende pas, à un seuil de probabilité donné, du choix de x dans le champ de mesure.

2.3 Variations liées au choix de l'origine. Détermination d'un seuil

Essayons d'abord de faire la part des variations liées au choix de l'origine dans un réseau supposé stationnaire ou pas. Il s'agit donc d'apprécier la valeur au voisinage de l'origine de la quantité :

$$\Delta \ell(x, x', u) = |\ell(x, u) - \ell(x', u)|$$

lorsque x et x' , restant voisins, se situent l'un dans un pore, l'autre dans un pont.

Cette fonction a été représentée sur la figure 4 pour différents doublets (x_s, x_1) de la figure 2a.



Fig. 2a

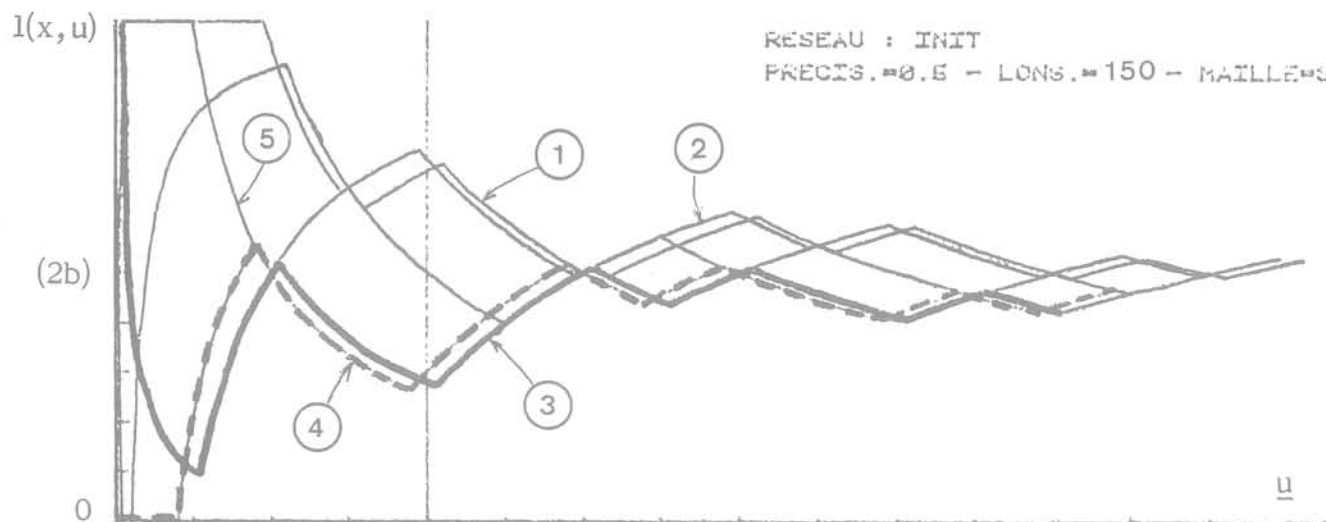


Fig. 2b variations de $l(x,u)$ pour différentes positions dans le réseau de la figure 2a (ramenées à une origine commune)

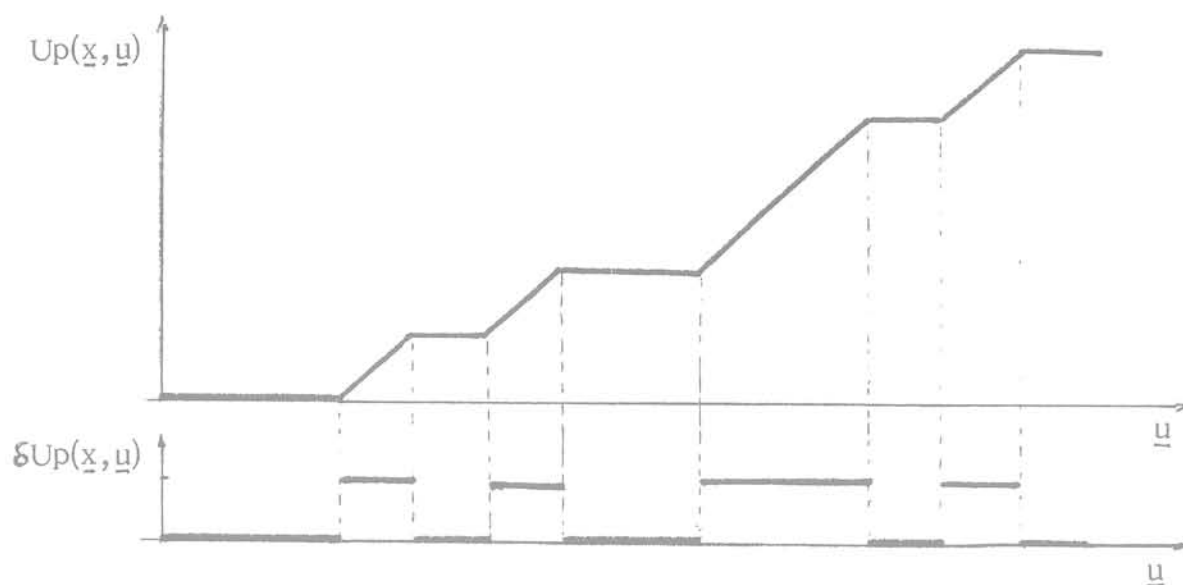


Fig. 3 Fonctions $Up(x,u)$ et $\delta Up(x,u)$

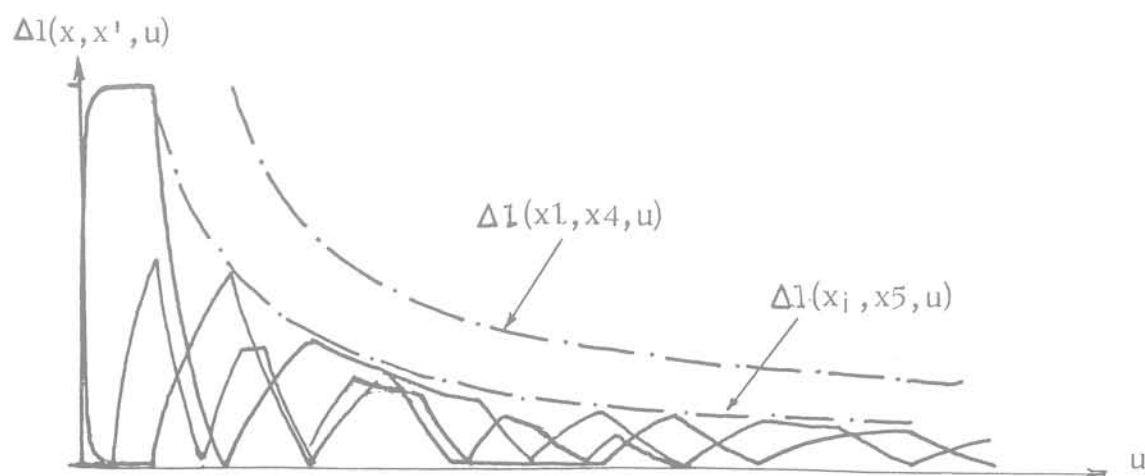


Fig. 4 Variation de $\Delta l(x,x',u)$ pour différents couples (x,x')

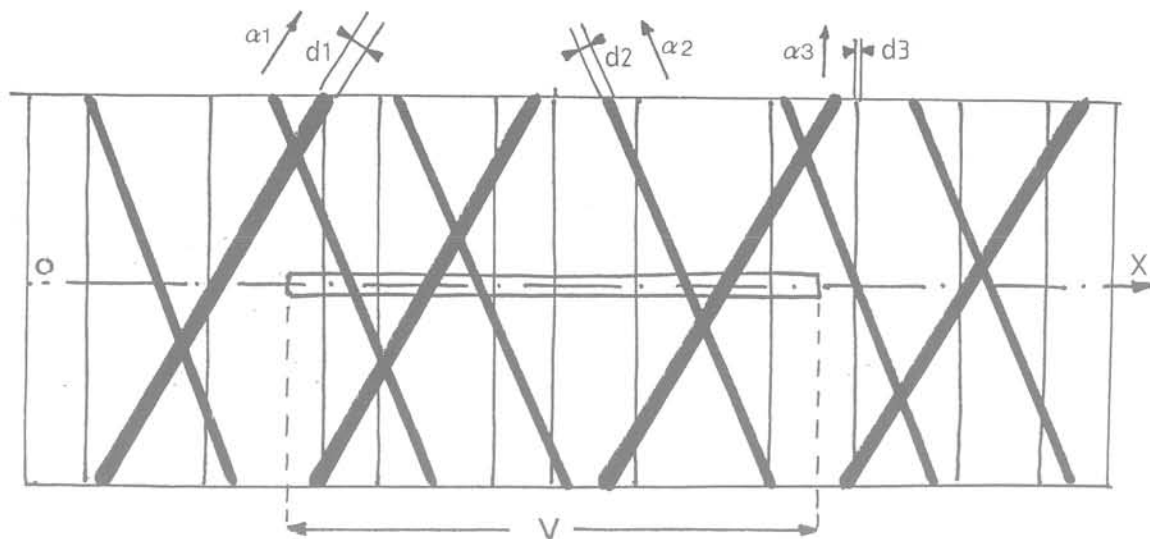


Fig. 5 Schéma de fracturation sur lequel est effectuée la mesure de porosité linéaire

Il est bien clair que $\Delta\ell$ est limité supérieurement par la courbe enveloppe $\Delta\ell(x, x', u)$ définie par :

$$\Delta\ell(x, x', u) = |x - x'| \cdot |u|^{-1}. \quad (6)$$

Si l'on admet que x est choisi au hasard dans le champ d'investigation, entre x' et un point x'' de son voisinage dans le milieu différent contigu dans la direction de u , $\Delta\ell$ est borné supérieurement par la courbe :

$$\Delta\ell_{\text{Max}}(x', x'', u) = \text{Max}|x' - x''| \cdot |u|^{-1} \quad (7)$$

où $\text{Max}|x' - x''|$ représente la dimension du plus grand pore ou du plus grand pont sur l'espace accessible au vecteur $|x' - x''|$.

Supposons donc que dans un champ V , on veuille échantillonner la porosité sur des segments de longueur u implantés au hasard. Le choix d'un seuil de variation nécessite la connaissance de la borne supérieure $\Delta\ell_{\text{Max}}$ déterminée par le plus grand pore ou le plus grand pont qui n'est pas nécessairement pris en compte par l'échantillonnage.

Supposons que nous possédons, dans un plan (C) incluant le champ de mesure V et grand par rapport à lui une statistique ayant permis de dégager 3 familles f_i de fractures linéaires d'orientations respectivement $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, par rapport à un axe repère d'épaisseur d_1, d_2, d_3 , distribuées chacune selon un processus Poissonnien de densité $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ connue.

2.3.1 Détermination du plus grand pore en probabilité

On sait calculer les probabilités des intersections de ce réseau avec le champ de mesure linéaire V .

Les probabilités pour que V soit recoupé par un nombre $n = N$ de fractures sont pour chaque famille i :

$$P_i(n = N) = \frac{(\lambda'_i V)^N e^{-\lambda'_i V}}{N!} \text{ avec } \lambda'_i = \lambda_i \sin \alpha_i \quad (8)$$

le support de V étant pris comme axe origine.

Les probabilités pour que V soit recoupé au moins par une fracture sont pour chaque famille :

$$P_i(n \geq 1) = 1 - P_i(n = 0)$$

donc :

$$P_i(n \geq 1) = 1 - e^{-\lambda'_i V}. \quad (9)$$

La largeur du pore correspondant est $D_i = d_i / \sin \alpha_i$ si l'on prend le support de V comme axe origine.

Ainsi à l'ensemble des 3 familles de segments intersectés par V , peut-on associer la loi de probabilité discontinue de la figure 6.

A un seuil de probabilité donné, on peut donc déterminer le plus grand pore probable dans V : dans l'exemple précédent au seuil de 90 % le plus grand pore probable a la dimension D_1 , au seuil de 75 % le plus grand a la dimension D_2 .

2.3.2 Détermination du plus grand pont en probabilité

On peut disposer d'une statistique sur les intervalles ou user des relations probabilistes simples existant entre la distribution des intervalles et celle des fractures pour chaque famille.

La figure 7 montre en coordonnées gauss-logarithmiques un exemple de 3 lois de distribution pour les intervalles relatifs aux 3 familles f_1, f_2, f_3 .

La probabilité globale $P(D)$ d'un intervalle de dimension $D \geq d_0$ donnée est la convolution des probabilités $P_1(D), P_2(D), P_3(D)$. C'est une loi continue.

La probabilité du plus grand pore ou du plus grand pont est alors représentée par la courbe $P(D)$ de la figure 8. Dans notre exemple :

- au seuil de 90 % le plus grand élément probable est un pont de dimension $D = D_{\text{max}}(90)$;
- au seuil de 50 % le plus grand élément est un pore de dimension $D = D_{\text{max}}(50)$.

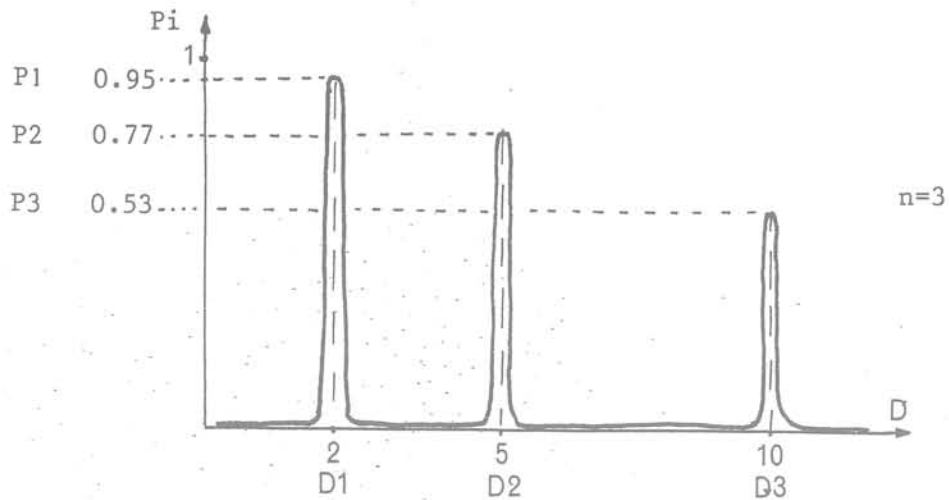


Fig. 6 Loi de probabilité discontinue $P_i (n \geq 1) = f(D_i)$ $\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = 0.5$ $\lambda_3 = 0.25$

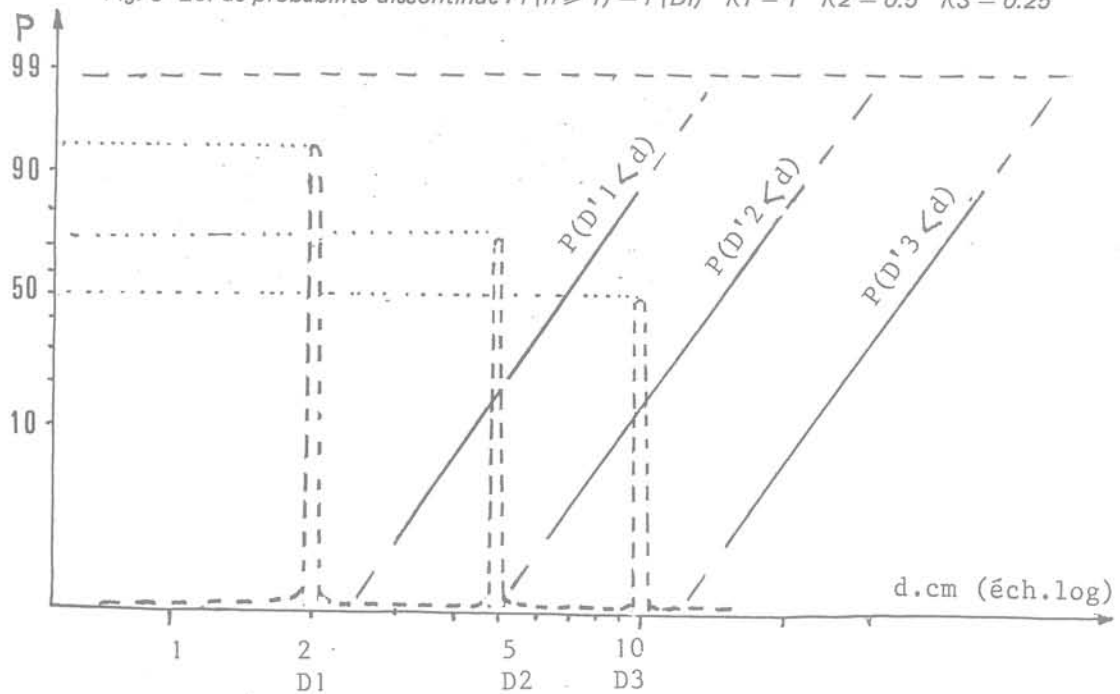


Fig. 7 Distribution des intervalles ou «ponts» pour f_1, f_2, f_3

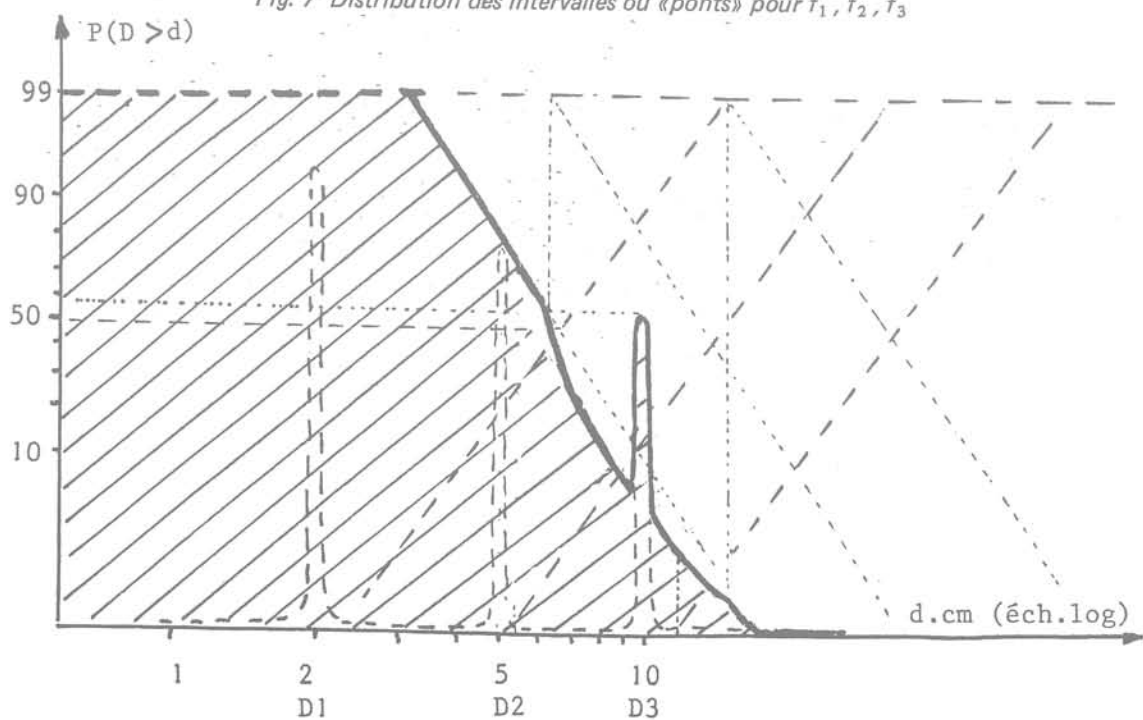


Fig. 8 Probabilité du plus grand pore ou du plus grand pont

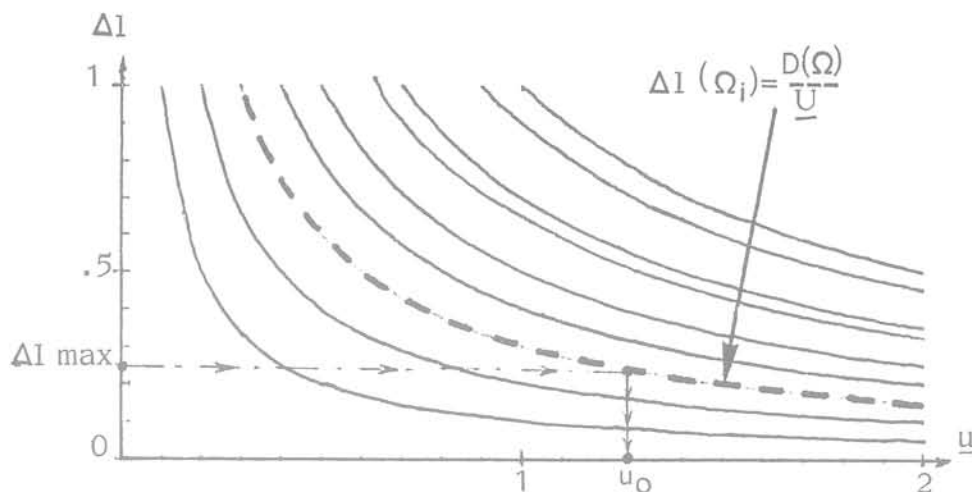


Fig. 9 Détermination de la longueur minimale U_0

2.3.3 Détermination du seuil u_0

Nous savons donc que $\Delta\ell(x, u)$ est bornée supérieurement sur V au seuil de $\Omega = 90\%$ par exemple, par la courbe :

$$\Delta\ell_{\Omega}(x, u) = \frac{D_{\max}(\Omega)}{u}. \quad (10)$$

Le choix d'un écart maximum $\Delta\ell_{\max}$ sur la porosité donne, à ce seuil de probabilité, la valeur minimale u_0 sur laquelle doit être effectuée une mesure avec une origine prise au hasard sur V pour que l'écart sur la porosité lié au choix de l'origine soit inférieur ou égal à $\Delta\ell_{\max}$ (fig. 9).

2.4 Définition de la porosité

La porosité échantillonnée au point x de V sera dans ces conditions le rapport

$$\ell_{\Omega}(x, u) = |u_p| \cdot |u_0|^{-1}$$

associé à la probabilité Ω et à l'erreur admissible $\Delta\ell_{\max}$.

Il est bien clair que la porosité ainsi définie est une fonction de Ω et $\Delta\ell_{\max}$ mais n'est plus fonction de x si elle est stationnaire sur V . Il faudrait écrire :

$$\ell[u(\Omega, \Delta\ell_{\max})] = u_p/u_0(\Omega, \Delta\ell_{\max}). \quad (11)$$

Essayons de préciser la valeur de cette estimation ponctuelle de la porosité lorsque l'on se déplace dans le champ V .

La figure 10 montre l'ensemble, ramené à la même origine, des courbes de porosité obtenues sur le réseau figuré (YY 750) de 7,50 m en échantillonnant tous les 40 cm sur une longueur minimum u_0 , en direction horizontale sur un banc de calcaire Bajocien des environs de Nancy.

u_0 a été déterminé à partir du plus grand pore réel ($\Omega = 1$) observé sur V : $D_{\max} = 21$ cm pour une variation admissible de 0,1 sur la porosité :

$$u_0(1, 0.1) = \frac{D_{\max}}{\Delta\ell_{\max}} = \frac{21}{0.1} = 210 \text{ cm.}$$

L'échantillonnage de la porosité telle que nous l'avons défini est donc représenté par l'intersection des courbes avec la droites $u = u_0$.

Cet échantillon nous donne une certaine dispersion de la porosité. Notre problème est maintenant d'analyser la variance de cette dispersion dans le champ de mesure. Nous utiliserons pour cela la variance d'estimation de $\ell(x+h, u_0)$ par $\ell(x, u_0)$ lorsque x se

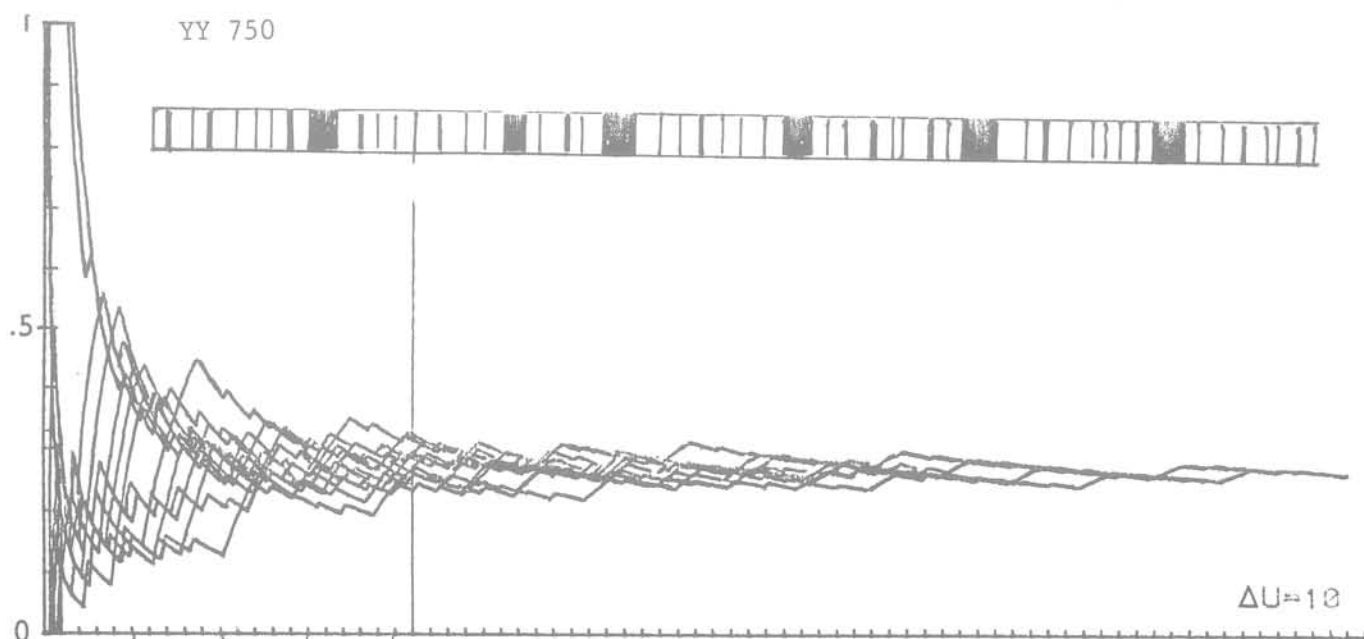


Fig. 10 Diagrammes de porosité d'un réseau gigogne à 2 familles

déplace dans le champ, c'est-à-dire le variogramme, outil géostatistique qui nous permettra de tester la stationnarité et de déterminer à chaque échelle d'analyse la maille optimale d'échantillonnage de la porosité $l(u_0)$ qui minimise la variance d'estimation.

2.5 Analyse de la variance. Test de stationnarité

Les deux outils classiques de cette analyse sont :

$\sigma^2 = E[\ell(x+h) - \ell(x)]^2$ variance d'extension ou variogramme

ou $(h) = \frac{1}{2} \sigma^2$ fonction intrinsèque ou demi-variogramme

$C(h) = E[\ell(x+h) \cdot \ell(x)] - m^2$ covariance centrée. Pour nous affranchir du biais lié à l'estimation simultanée de l'espérance m et de la covariance non centrée, nous avons préféré comme il est d'usage en géostatistique, user du variogramme.

On se reportera à Serra (2.3.4) pour la compréhension de ce remarquable outil structural. Nous nous contenterons ici de rappeler :

que le comportement à l'origine caractérise les propriétés de continuité de la variable régionalisée (fig. 10) :

- comportement parabolique : variable à haute continuité (10a);
 - comportement linéaire : régionalisations continues en moyenne;
 - effet de « pépite » : indiquant une régionalisation par une structure d'échelle inférieure à l'échelle d'analyse (10c);
 - variable purement aléatoire : variance indépendante de l'espace (10d);
- que le comportement à « l'infini » caractérise les « transitions » dans la régionalisation (fig. 11) :

- palier structural au-delà d'une « portée » p (fig. 12a) qui caractérise un phénomène stationnaire au-delà de cette portée (12b);
- structures gigognes caractérisées par l'existence de plusieurs paliers définissant chacun une échelle où le phénomène est stationnaire.

Notre propos n'est pas ici d'étudier des régionalisations précises de porosité mais de montrer l'intérêt du variogramme pour la définition de la porosité dans un champ V , et ceci que quelques exemples tirés d'une analyse de fracturation sur un front de taille du Bajocien Moyen à Nancy (France), analyse automatique effectuée selon une méthode originale de A. Thomas (6).

2.5.1 Influence de u_0 sur la variance

Les figures 13 A, B, C et D représentent respectivement les variogrammes du réseau YY 750 correspondant à 4 valeurs de la tolérance $\Delta L_{\max}$ et donc 4 valeurs de u_0 pour un échantillonnage à maille 10 cm.

L'amplitude C de la variance varie fortement avec $\Delta L_{\max}$ (ou u_0) comme le montrent les valeurs de $C_{\max}$ dans le tableau suivant :

	A	B	C	D
$\Delta L_{\max}$	0,05	0,1	0,2	0,5
U_0 (cm)	420	210	105	42
$C_{\max} \times 10^4$	16	48	242	1468

Pour analyser cette variation, nous avons reporté sur la figure 14, sur un même graphique les fonctions :

$\text{Log } C = f(h)$ pour les 4 valeurs de $\Delta L_{\max}$ (ou u_0).

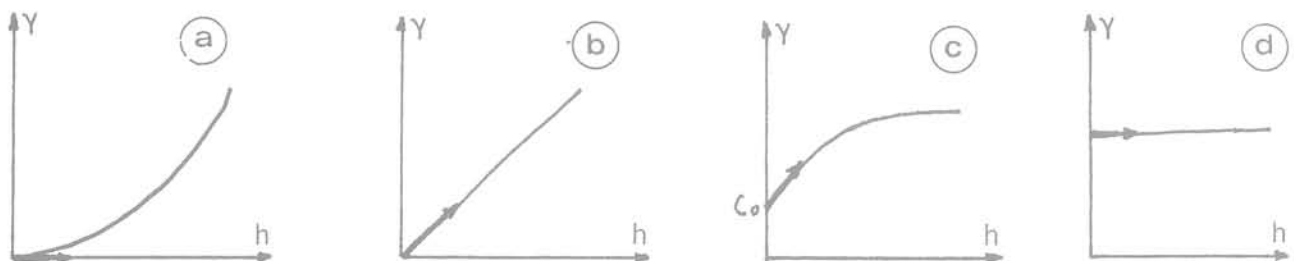


Fig. 11 Comportement à l'origine du variogramme (d'après SERRA)

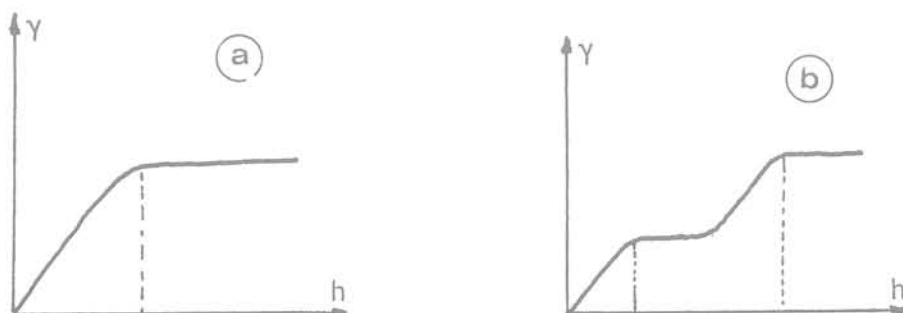
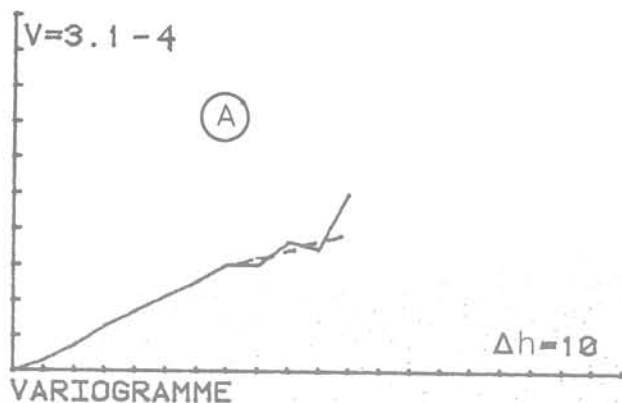
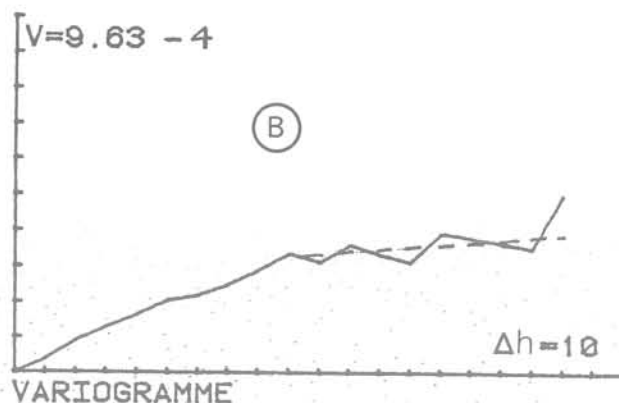


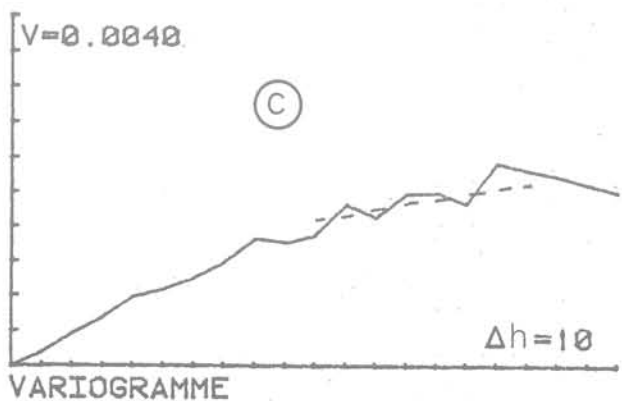
Fig. 12 Comportement à l'infini du variogramme (d'après SERRA)



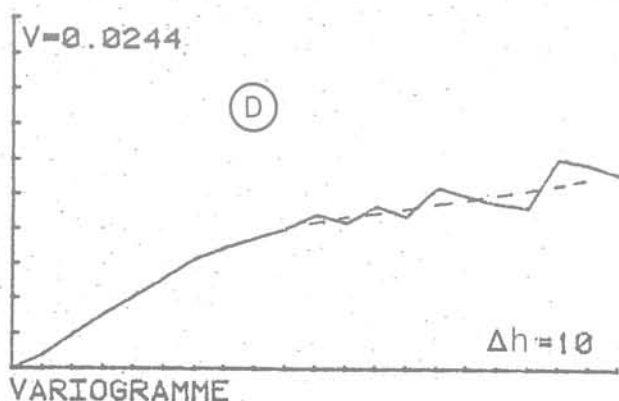
$\Delta L_{\max} = 0.05$ - MAILLE=10



$\Delta L_{\max} = 0.1$ - MAILLE=10



$\Delta L_{\max} = 0.2$ - MAILLE=10



$\Delta L_{\max} = 0.5$ - MAILLE=10

Fig. 13 A, B, C, D : variogrammes du réseau YY750 à maille 100 cm

Si nous utilisons la figure 14 pour construire la fonction $\log C = g(\Delta \ell)$ pour $h = 190, 110, 40$ par exemple, on obtient les courbes de la figure 15 qui montrent que pour $\Delta \ell < 0,2$, c'est-à-dire tant que $u_0 > 105$, la variation de $\log C$ avec $\Delta \ell$ est quasi linéaire. Cette loi varie avec h pour les faibles valeurs de h et se stabilise au voisinage de $h = 100$. Ceci signifie qu'une maille d'échantillonnage comprise entre 100 et 200 permet d'accéder à une porosité quasi stationnaire sur le champ, dont la variance ne dépend que de u_0 et de façon univoque. Fixer u_0 à partir de $\Delta L_{\max}$ et d'une probabilité revient donc à fixer un seuil de variance à cette maille.

2.6 Analyse structurale

Essayons de préciser les caractères structuraux du réseau déductible des variogrammes lorsque varie la maille de réalisation de ces variogrammes.

On notera d'abord que, abstraction faite de l'amplitude C et donc à une affinité près, les caractères du variogramme ne varient pratiquement pas avec u_0 .

En revanche, on constate en comparant respectivement les figures 13A-16B et 13C-16B que l'information structurale varie avec la maille du variogramme. En particulier :

- les mailles 10 cm et 20 cm font apparaître une structure de dimension voisine de 80 cm matérialisée par un palier sensiblement stationnaire jusqu'à 200 cm (limite d'investigation). Cette structure

correspond manifestement à la famille de grosses fractures.

A une maille d'échantillonnage inférieure à 80 cm, cette structure échappe à l'investigateur comme le montre la partie quasi linéaire des courbes au voisinage de l'origine. Un léger « effet de pépite » laisse prévoir une structure d'ordre inférieur.

La figure 16 à maille 5 cm dégage en fait une double structure de dimension inférieure à 80 cm correspondant respectivement à des portées de 5 à 10 cm et de 25 à 30 cm qui doivent représenter les 2 générations de fissures les plus fines observables sur le réseau. L'amorce du palier à 80 cm y est visible également.

Ce variogramme met donc bien en évidence la structure gîgogne de ce réseau sur lequel apparaît clairement qu'il existe plusieurs définitions possibles de la porosité, chacune correspondant à un domaine de stationnarité de la fonction $\ell(x, u)$.

Il y a donc 3 échelles d'échantillonnage pour lesquelles on peut définir une porosité stationnaire dans le champ V :

- maille d'échantillonnage de 5 à 20 cm;
- maille d'échantillonnage de 30 à 50 cm;
- maille d'échantillonnage de 80 à 200 cm.

Le principe d'économie conduisant à choisir la plus grande maille à chaque échelle, les mailles optimales seront 20, 50 et 200 cm selon que l'on désire voir la « carte de porosité » prendre en compte l'une ou l'autre de ces structures.

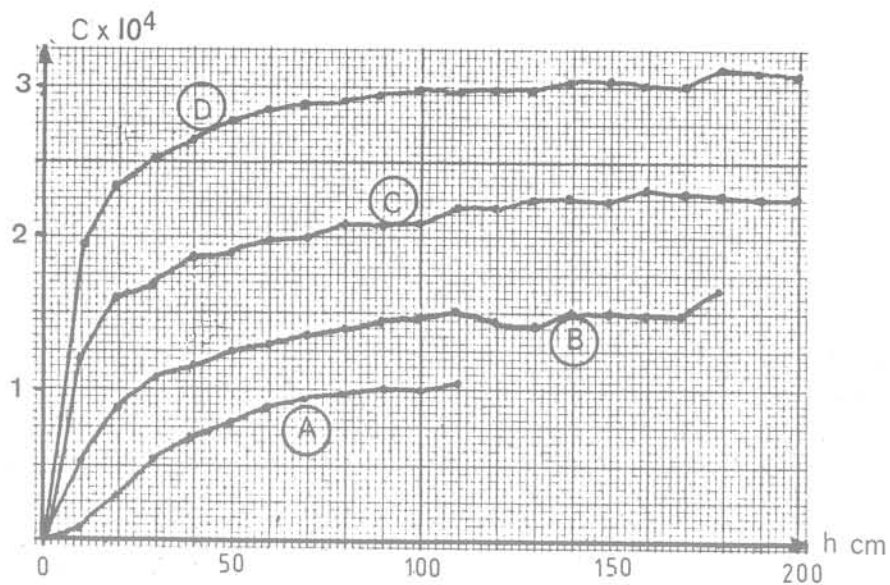


Fig. 14 Amplitude de la variance avec le pas «h» pour différentes valeurs de $\Delta l_{\max}$

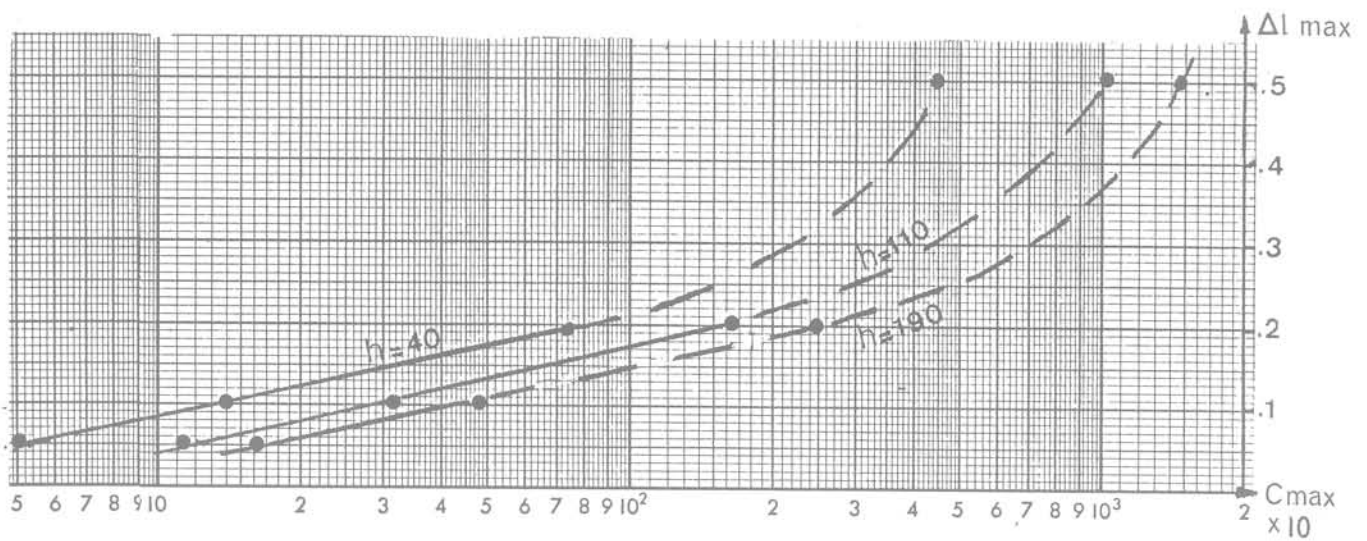
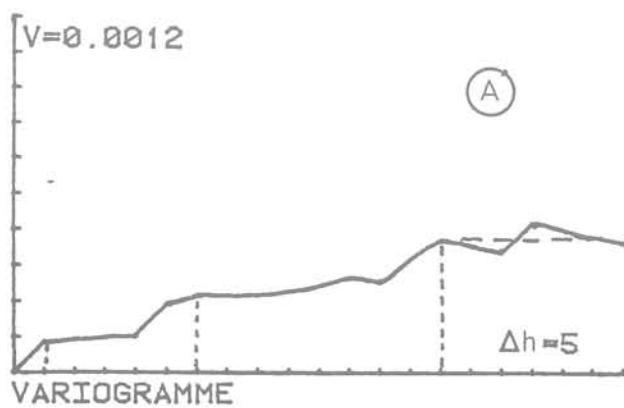
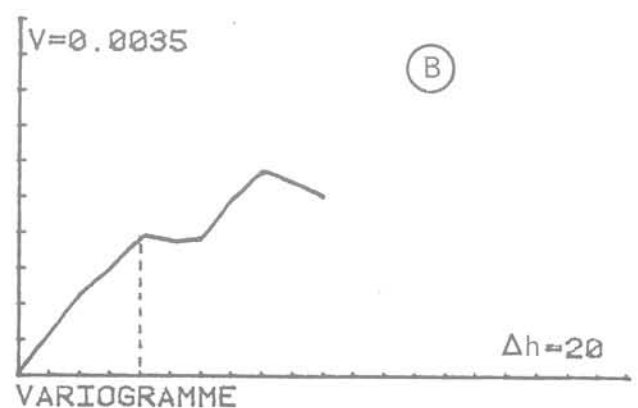


Fig. 15 Variation de l'amplitude $C_{\max}$ avec $L_{\max}$ pour quelques valeurs de «h»



$\Delta l_{\max} = 0.05$ - MAILLE=5



$\Delta l_{\max} = 0.2$ - MAILLE=20

Fig. 16 Variogrammes du réseau YY750 aux mailles 5 et 20

3 Porosité de surface et porosité de volume

Notre définition de la porosité fissurale linéaire ne diffère de la définition de F.H. Cornet que par la définition de la longueur de mesure u_0 et l'introduction de la notion géostatistique de maille de mesure optimale.

Elle ne modifie pratiquement pas la formulation utilisée par Cornet.

3.1 Porosité de surface

$$f = f(\Omega, \Delta\ell, a_0n) = \frac{a_0^2}{a_0} \quad (12)$$

qui s'exprime en fonction de la porosité linéaire par :

$$f(\Omega, \Delta\ell, a_0n) = \frac{\int_0^{2\pi} \ell(\Omega, \Delta\ell, u_0) \cdot |u_0|^2 d\theta}{\int_0^{2\pi} |u_0|^2 d\theta} \quad (13)$$

où n est le vecteur unitaire normal à la surface plane d'aire a_0 .

En vertu de ce qui a été exposé u_0 ne dépend pas de x en régime stationnaire mais dépend de θ sauf en cas d'isotropie (fig. 17 A).

3.2 Porosité de volume

La définition de Cornet s'écrit

$$n(\Omega, \Delta\ell) = V_0^p/V_0$$

où :

$$V_0 = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{u_0} |u|^2 \sin \theta |du| \quad (15)$$

$$V_0^p = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{u_0} 1(\Omega, \Delta\ell, u_0) |u|^2 \sin \theta |du| \quad (6)$$

En coordonnées sphériques, u_0 dépend alors de φ et θ mais pas de x en régime stationnaire (fig. 17 B).

Notons que les calculs dans le plan et dans l'espace sont très simplifiés s'il existe un nombre limité de familles de fractures pour lesquelles on peut définir indépendamment les porosités normales partielles.

Par exemple, dans le plan, si l'on individualise les k porosités normales $\ell_i(u_{oi})$ de k familles (à partir d'une statistique sur leurs densités respectives) la valeur de $\ell_i(u)$ ne change pas avec l'angle θ si l'on fait subir à u_{oi} la transformation :

$$u'_{oi} = u_{oi} \cos \theta_i \text{ dans le plan}$$

$$u'_{oi} = u_{oi} \cos \theta_i \cos \Phi_i \text{ dans l'espace.}$$

La porosité plane ou volumique s'écrit alors :

$$f(\Omega, \Delta\ell) = \sum_{i=1}^{i=k} \ell(\Omega, \Delta\ell, u'_{oi}) \quad (17)$$

$\ell(\Omega, \Delta\ell, u'_{oi})$ étant la porosité linéaire mesurée dans une direction quelconque recoupant les k familles de fractures.

Dans chaque cas, u_0 est défini par un ensemble de k vecteur u_{oi} .

L'analyse de la variance de la porosité plane ou spatiale nécessite dans le cas général une « montée sous puissance » qui n'est pas simple sauf dans le cas précédent d'un nombre fini de familles où son expression devient :

$$\gamma(h') = \sum_{i=1}^{i=k} \gamma_i(h') - \sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=k} C_{ij}(h') \quad (18)$$

h' étant défini par :

$$h' = h/\cos \theta_i \text{ dans le plan}$$

$$h' = h/\cos \theta_i \cos \Phi \text{ dans l'espace}$$

$C_{ij}(h')$ étant la covariance $\ell(x, u'_{oi})$ avec $\ell(x, u'_{oj})$.

4 Conclusion

La porosité fissurale doit être analysée comme fonction d'une variable régionalisée vectorielle.

Elle peut être définie en probabilité dans un domaine stationnaire et peut alors prendre des valeurs différentes dans un même champ s'il y existe des structures définissant plusieurs domaines stationnaires en fonction de l'échelle d'investigation.

Cependant, nous avons dans ce qui précède considéré toute fracture comme un vide, ce qui n'est évidemment pas le cas général. La détermination de l'épaisseur moyenne des fractures n'est pas non plus un problème simple. Si l'on utilise une analyse de fracturation pour accéder à la porosité, il convient donc en général d'affecter à la porosité « théorique » de fissure un coefficient traduisant statistiquement le taux de remplissage de chaque famille de fissures. Un autre coefficient doit rendre compte des divergences entre porosité « optique » et porosité effective.

Mais il reste vrai que l'on pourra difficilement dans l'avenir concevoir des modèles sérieux en mécanique des roches et hydraulique des milieux fissurés sans aborder de front la caractérisation structurale du champ de porosité. Le développement efficace des méthodes numériques dans ces problèmes passe par cette analyse.

On notera, en outre, que s'il existe une relation entre la perméabilité des familles de fractures et leur orientation, l'analyse peut déboucher sur une régionalisation du tenseur de perméabilité.

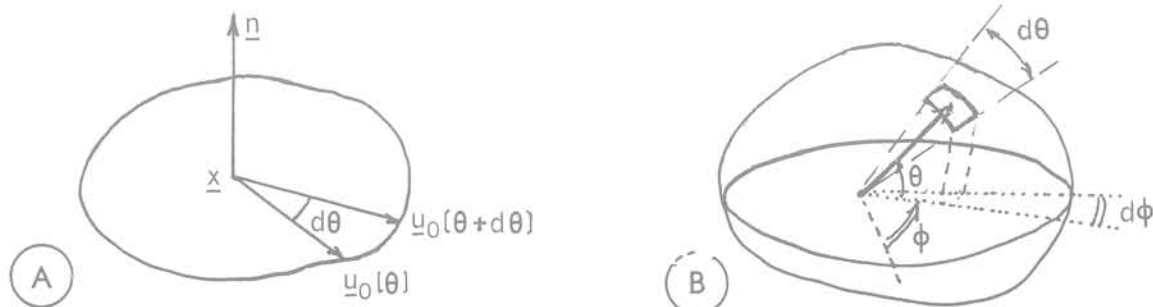


Fig. 17 Variation de $u_0(\theta)$ dans le plan, de $u_0(\varphi, \theta)$ dans l'espace

Références bibliographiques

1 Cornet F.H. (1977) - « Étude du comportement élastique et fragile des roches saturées par un liquide. » *Revue Fr. de Géotechnique* n° 2; pp. 91-100.

2 Maas A., Matheron G., Serra J. (1967) - « Morphologie mathématique et granulométries en place. » *Annales des Mines*; Nov. Déc. 1967; vol. XI, pp. 735-753.

3 Serra (1967) - « Un critère nouveau de découverte de structures : le variogramme. » *Sc. de la Terre*; Tome XII, n° 4, pp. 275-299.

4 Serra J. (1968) - « Les structures gigognes : morphologie mathématique et interprétation métallogénique. » *Mineral Deposita* (Berlin); Vol. 3, pp. 135-154.

5 Scheidegger A.E. (1964) - « The physics of flow through porous media. » Revised Edition, The MacMillan comp; New York.

6 Thomas A., Therme P., Richard P. (1981) - « A new method for quick measuring and computing parameters of rock jointing. » *C.r. 22^e US symposium of Rock Mechanics*. Juin 1981. M.I.T. Cambridge, USA.

sols grenus sous fortes contraintes

par
M. P. Luong
et
A. Touati

Laboratoire de Mécanique des Solides
(E. P., E. N. P. C., E. N. S. M.) associé au C. N. R. S.



1 Introduction

Bien que de nombreuses études expérimentales ([5], [6], [7], [8], [9], [10], [16] et [17]) aient été effectuées sur le comportement mécanique des matériaux pulvérulents très divers, comme les sables, les graves et les enrochements, soumis à des fortes contraintes de confinement, les lois de comportement actuellement utilisées sont surtout construites sur la base des phénomènes se produisant dans les matériaux granulaires sous faibles contraintes, généralement inférieures à 1 MPa.

Il faut donc se demander si l'extrapolation de tels modèles de comportement est justifiée dans l'analyse des problèmes géotechniques de plus en plus fréquents nécessitant une bonne compréhension du comportement mécanique des sols grenus sous fortes contraintes jusqu'à 50 MPa : battage des pieux, compactage dynamique, fondations profondes, explosions, chocs, puits et tunnels à grande profondeur, barrages de grande hauteur, etc.

2 Approche proposée

Les sols pulvérulents sont des milieux formés de grains solides sans liaison effective les uns avec les autres. En première approximation, le comportement rhéologique d'un tel milieu résulte essentiellement des propriétés des grains élémentaires. Une telle approche a donné lieu à de nombreux travaux, allant de l'étude des contacts intergranulaires ([3], [4], [14]) jusqu'à la modélisation de l'arrangement de ces grains pour former la structure globale ([1], [2], [13]).

Pour représenter les milieux granulaires réels, on utilise des milieux idéalisés constitués d'assemblages réguliers de sphères égales ou d'arrangements de cylindres de différents diamètres. Ces considérations ont permis de saisir quelques aspects des mécanismes gouvernant les déformations du matériau. Cependant, elles s'avèrent souvent insuffisantes pour obtenir de

bonnes corrélations avec le comportement réel observé.

On se propose d'étudier ici le comportement rhéologique des sols sableux soumis aux chargements monotone, statique et cyclique — cas où les forces d'inertie sont relativement négligeables — à l'aide de l'appareil triaxial axisymétrique conventionnel avec les notations suivantes (fig. 1) :

- Contrainte moyenne $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$
- Contrainte déviatorique $q = \sigma_1 - \sigma_3$
- Niveau déviatorique $\eta = q/p$

auxquelles on associe les déformations

- volumique $\epsilon_v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$
- de distorsion $\epsilon_q = 2(\epsilon_1 - \epsilon_3)/3$
- et le taux de dilatance $\delta = \dot{\epsilon}_v / \dot{\epsilon}_q$

Les déformations réversibles et irréversibles sont respectivement notées ϵ^e et ϵ^p .

3 Matériaux étudiés

Le choix s'est porté sur trois sables de dureté et de granulométrie différentes (figure 2) :

- Sable de Fontainebleau ayant une granulométrie uniforme $0,08 < d < 0,4$ mm, le coefficient de Hazen $d_{60}/d_{10} = 1,48$, $d_{50} = 0,17$ mm et constitué de grains blancs siliceux assez anguleux;
- Sable de Loire à granulométrie étalée $0,08 < d < 2$ mm de coefficient d'uniformité $d_{60}/d_{10} = 1,95$, $d_{50} = 0,7$ mm et contenant un faible pourcentage de grains siliceux;
- Sable de Seine à granulométrie plus étalée $0,08 \text{ mm} < d < 5 \text{ mm}$, $d_{60}/d_{10} = 3,2$, $d_{50} = 0,63$ mm et composé de grains siliceux avec un faible pourcentage de particules argileuses de couleur jaune, mélangées de calcaire.

Les caractéristiques de compacité sont données dans le tableau ci-dessous.

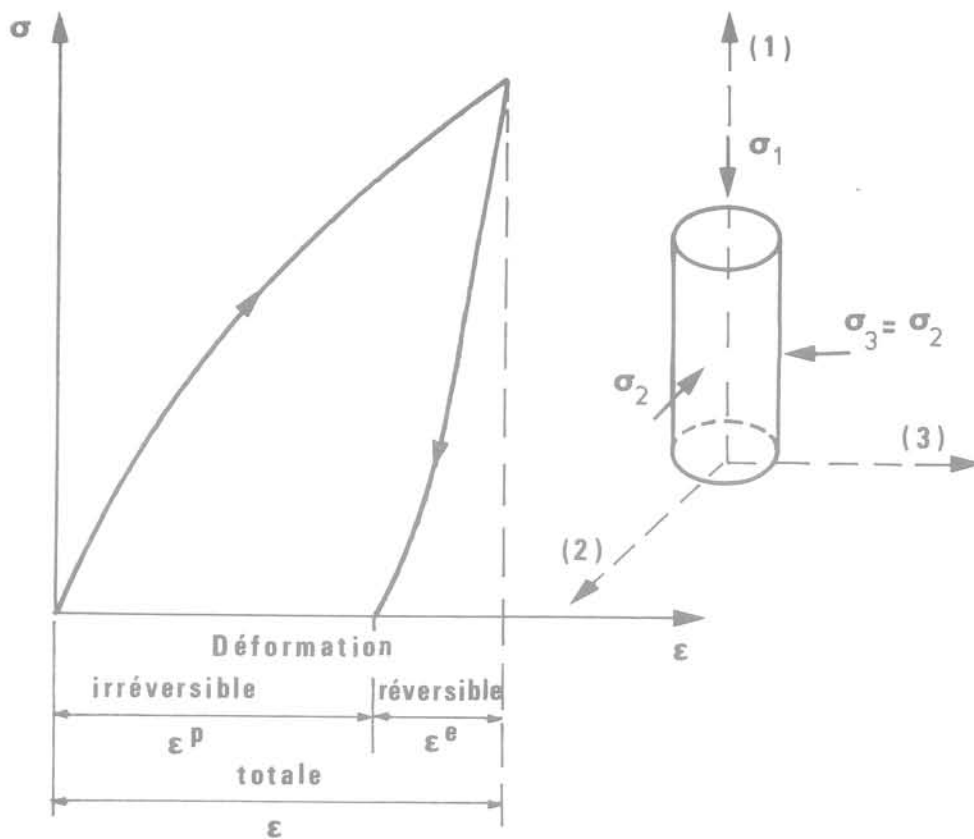


Fig. 1 Paramètres de l'essai triaxial asymétrique

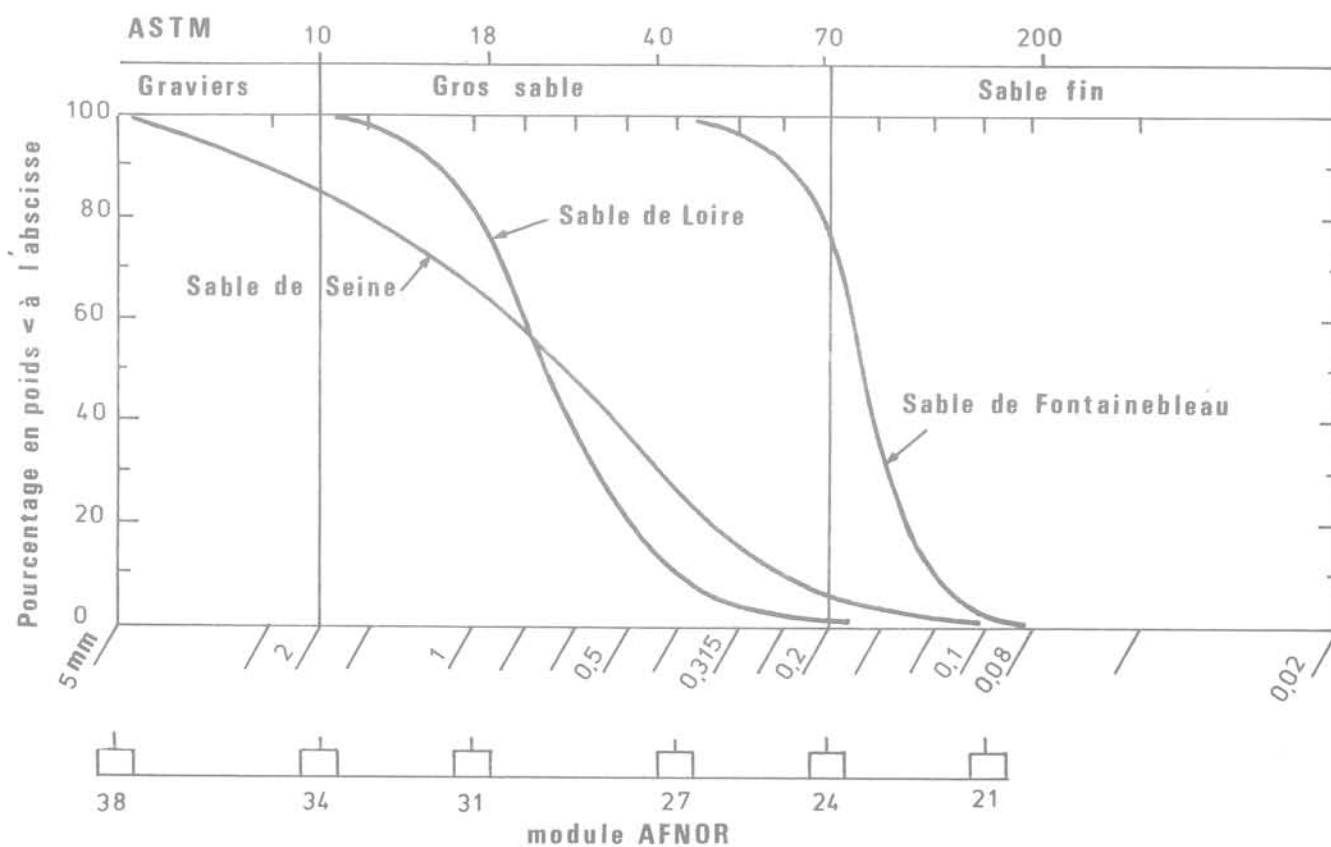


Fig. 2 Granulométries des trois sables étudiés

	$\gamma_s \text{ kN/m}^3$	$\gamma_{d \text{ min}} \text{ kN/m}^3$	$\gamma_{d \text{ max}} \text{ kN/m}^3$	e_{max}	e_{min}
Sable de Fontainebleau	26,36	13,6	17,1	0,940	0,540
Sable de Loire	27,29	13,9	17,2	0,963	0,587
Sable de Seine	26,69	14,9	18,6	0,790	0,435

4 Procédure expérimentale

Les essais ont été effectués en compression triaxiale (raccourcissement axial) et en extension triaxiale (rallongement axial) à vitesse de charge $\dot{\sigma}_1$ ou $\dot{\sigma}_3$ imposée en condition drainée ou non drainée suivant différents trajets de charge :

- trajet triaxial conventionnel à confinement constant;
- trajet à contrainte moyenne constante;
- trajet de chargement radial à niveau déviatorique constant;
- trajet de chargement isotrope.

Le chargement monotone — où l'échantillon est soumis à une vitesse de charge constante jusqu'à l'écoulement plastique — permet de suivre l'évolution des mécanismes de déformation du matériau avec le niveau de contrainte ainsi que l'influence du trajet de charge sur ces mécanismes.

Le chargement cyclique — où l'échantillon de sable est soumis à un ou plusieurs niveaux de contrainte moyenne et de contrainte déviatorique avec un faible nombre de cycles quasi-statiques (20 cycles au maximum) pour chaque niveau — nous renseigne sur le caractère pseudo-réversible du matériau et permet la détermination des paramètres physiques capables de décrire son comportement dans une modélisation numérique (paramètres élastiques).

Les chargements cycliques prolongés sur un grand nombre de cycles à amplitude constante décrit l'évolution du comportement du matériau en fonction de l'histoire du chargement et en particulier des déformations permanentes.

L'étalonnage et la précision relative des mesures de déformations volumiques sont précisées par la figure 3 qui montre l'évolution de la variation de volume ($\Delta V/S_m$) due à la pénétration d'une membrane d'épaisseur 1,5 mm, qui devient asymptotiquement constante avec la pression de confinement σ_c ; pour le sable de Fontainebleau de densité sèche 1,69 – 1,64, elle se stabilise à partir de $\sigma_c = 5$ MPa.

5 Comportement sous contrainte isotrope

Sous chargement isotrope, les caractéristiques contraintes-déformations d'un matériau granulaire dépendent de la densité initiale et de la contrainte moyenne : plus le matériau est lâche, plus la variation de volume due au mécanisme de serrage est grande et plus cette variation contient une grande partie irréversible lors du premier chargement.

Une série d'essais en compression isotrope sur le sable de Fontainebleau a été effectuée pour examiner les différents facteurs suivants :

- Amplitude des déformations irréversibles;
- Boucles d'hystérésis en fonction du niveau de la charge;
- Évolution de l'anisotropie initiale du matériau;
- Attrition des grains due à l'application d'un chargement monotone et cyclique.

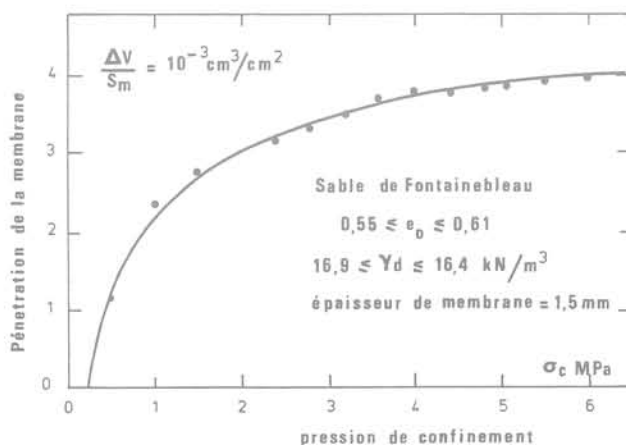
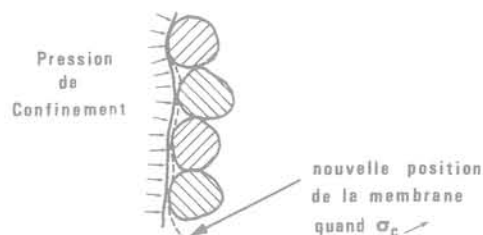


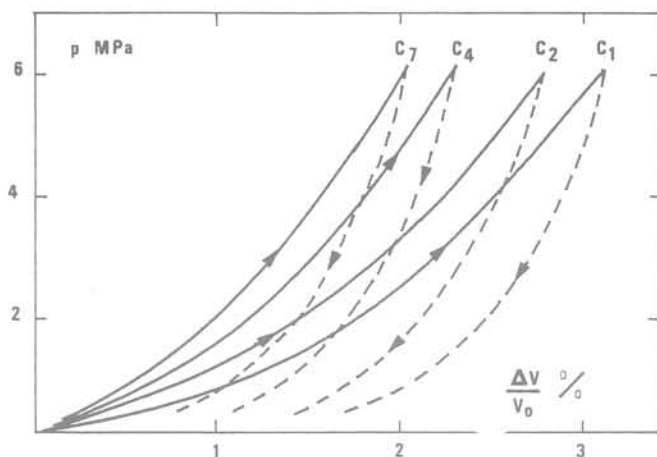
Fig. 3 Effet de pénétration de la membrane sur la mesure de variation de volume

5.1 Chargement monotone

La figure 4 montre, avec la même échelle pour les déformations volumiques totales, les courbes ($\Delta V/V_0, p$) obtenues sur des échantillons mis en place à quatre densités différentes ($\gamma_d = 15,34; 15,53; 16,34$ et $16,91 \text{ kN/m}^3$) et soumis à un cycle de charge-décharge isotrope de $p = 6 \text{ MPa}$. On y constate clairement l'influence de la densité initiale sur la courbe effort-déformation. Il est difficile de faire apparaître une courbe unique de consolidation isotrope du matériau, même pour des densités initiales pratiquement équivalentes. La décharge effectuée sur ce trajet de charge met en évidence l'importance croissante de la déformation irréversible cumulée au cours du premier chargement avec la porosité initiale du matériau.

La figure 5 représente pour un sable dense ($\gamma_d = 16,46 \text{ kN/m}^3$) la variation de volume irréversible ($\Delta V^p/V_0$) par rapport au volume initial en fonction de la contrainte isotrope appliquée p .

La compressibilité irréversible apparaît très importante pour des valeurs faibles de la pression isotrope ($p < 10 \text{ MPa}$). La concavité de la courbe effort-déformation est dirigée dans le sens des efforts croissants. Cette propriété traduit une diminution de la compressibilité relative avec l'augmentation de la pression.



Sable de Fontainebleau

C ₁	e = 0,717	D _r = 55,6 %	Y _d = 15,34 kN/m ³
C ₂	0,697	61	15,53
C ₄	0,612	82	16,34
C ₇	0,558	95,4	16,91

Fig. 4 Déformations volumiques totales sous compression isotrope

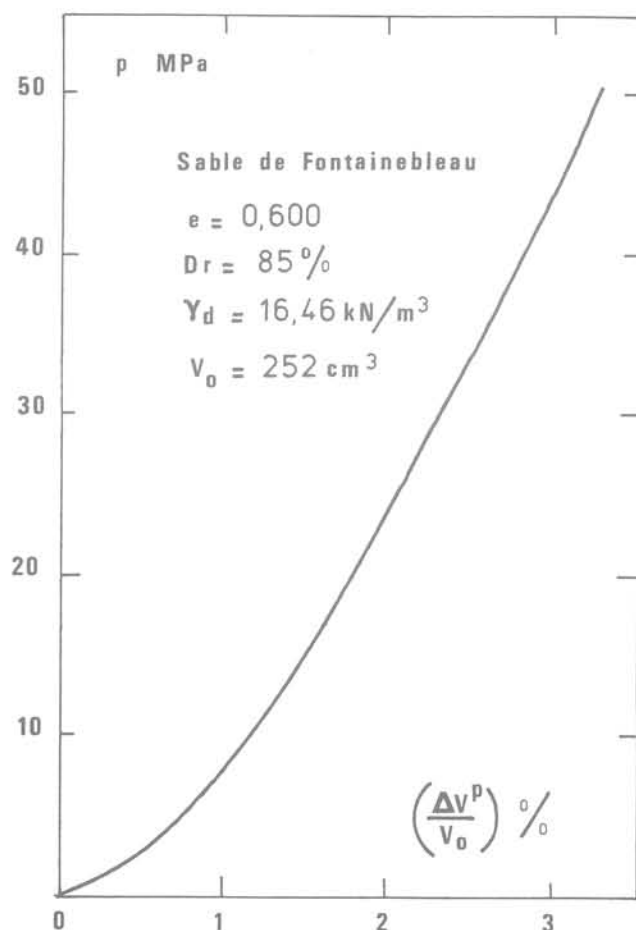


Fig. 5 Déformation volumique irréversible sous contrainte isotrope

5.2 Chargement cyclique

Après une première mise en charge, l'effet des cycles induit une densification du matériau par réenchevêtrement géométrique de sa structure.

La figure 6 donne en exemple l'allure caractéristique des cycles d'effort-déformation obtenus lors des essais en termes de contrainte moyenne cyclique et de variation de volume $\Delta V/V_0$.

Lorsqu'on observe la réponse du matériau à la décharge, on remarque que sur plusieurs cycles, le diagramme effort-déformation ($p, \Delta V/V_0$) reste pratiquement invariable, quelle que soit l'amplitude fixée de la pression isotrope cyclique. Les déformations enregistrées lors de la décharge isotrope d'un matériau pulvérulent restent donc réversibles.

Cette quasi-élasticité du matériau à la décharge, vis-à-vis du comportement à la charge, a été reconnue par les essais de chargements radiaux d'El Sohby (1969). Le trajet de chargement isotrope n'est autre qu'un cas particulier de ce type de chargement.

Les déformations irréversibles cumulées au cours des chargements cycliques isotropes sont développées lors des recharges plus importantes, c'est-à-dire lorsque la contrainte hydrostatique appliquée au matériau croît. Ces cycles de chargement successifs mettent en évidence une différence de réponse entre recharge et décharge, et l'existence d'une boucle d'hystérésis traduisant une dissipation de l'énergie. Les déformations irréversibles apparaissent nettement au cours des premiers cycles. Par la suite, elles ne sont plus détectables au cours d'un cycle qui semble fermé, mais on peut les mettre en évidence par l'enregistrement de deux cycles, suffisamment espacés dans le temps.

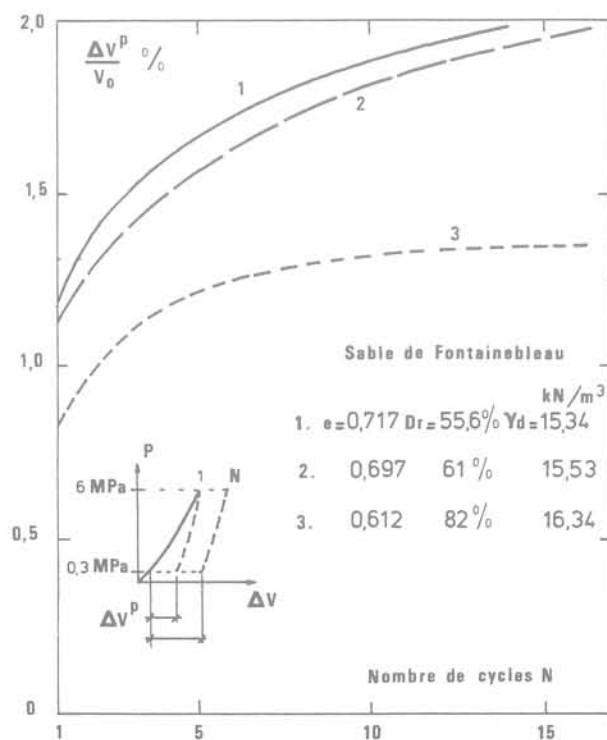


Fig. 7 Déformations volumiques irréversibles en fonction du nombre de cycles N

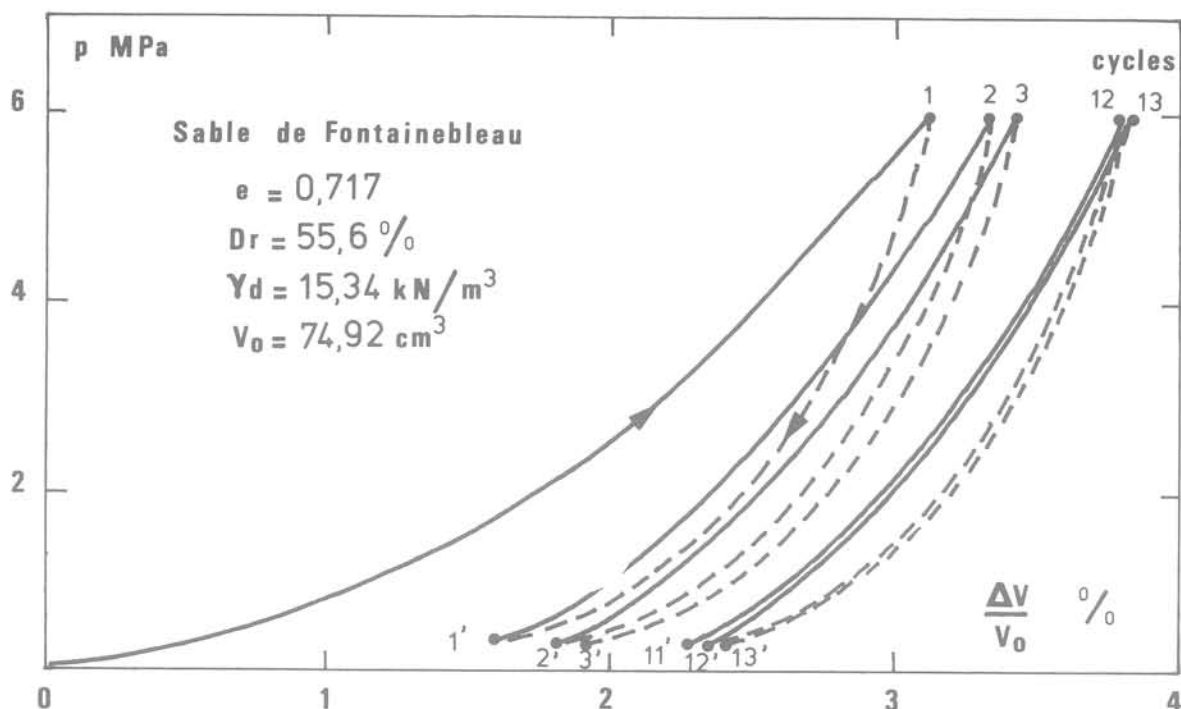


Fig. 6 Déformations volumiques sous compressions isotropes cycliques

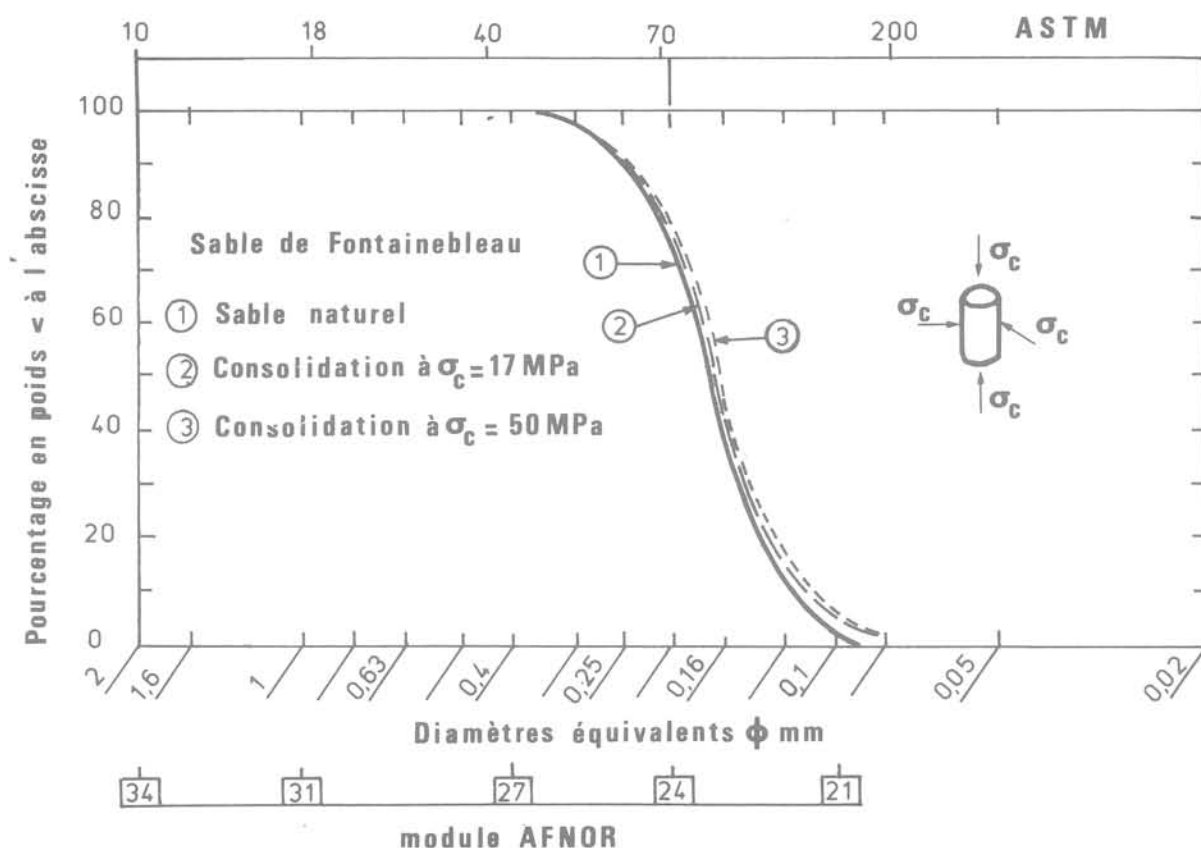


Fig. 8 Granulométries du sable avant essais et après compressions isotropes jusqu'à $p = 50 \text{ MPa}$

Les variations de volume irréversibles $\Delta V^p/V_0$ par rapport au volume initial sont données sur la figure 7 en fonction du nombre de cycles. La déformation irréversible tend asymptotiquement avec le nombre de cycles vers une limite supérieure qui se stabilise au

bout d'un certain nombre de cycles variable selon la densité initiale et l'amplitude de la contrainte moyenne cyclique. Pour un sable dense soumis à une contrainte hydrostatique de 6 MPa, la diminution de volume se stabilise à une valeur de 0,85% du neuvième cycle

(valeur supérieure de 40% à celle obtenue au premier cycle. Pour une contrainte de 17 MPa, la diminution de volume croît rapidement avec le nombre de cycles ($\Delta V^p/V_0 = 2,5\%$ au 16^e cycle) et la tendance à long terme n'apparaît qu'au bout d'un nombre de cycles important, de l'ordre de quelques dizaines.

Le comportement observé est assimilable au phénomène d'adaptation pouvant être considérée sinon comme une borne précise des déformations permanentes, du moins comme un taux d'évolution décroissant avec le nombre de cycles.

Les déformations irréversibles pour le matériau lâche sous contrainte isotrope montrent le rôle essentiel joué par le mécanisme de serrage. La compressibilité irréversible diminue avec l'augmentation de la pression.

L'écrasement des grains sous contrainte isotrope est peu significatif comme le montre la figure 8 qui compare les granulométries du matériau avant essais et après compressions isotropes jusqu'à $p = 50$ MPa.

6 Comportement lors des essais drainés

Une même densité relative $Dr = 95\%$ à la mise en place permet de comparer les résultats des divers essais effectués sur les trois matériaux :

- Sable de Fontainebleau $\gamma_d = 16,9$ kN/m³.
- Sable de Loire 17,0 kN/m³.
- Sable de Seine 18,4 kN/m³

qui sont donnés sur les figures 9, 10 et 11.

Toutes les courbes (ε_q , η), quels que soient le matériau et la pression de confinement, présentent une partie initiale linéaire suivie d'un changement de pente progressif avec une concavité du côté des abscisses ε_q . Suivant la pression de confinement, l'augmentation de la distorsion fait apparaître ensuite soit un léger pic suivi d'un palier, soit un palier non précédé d'un pic, soit encore un écrouissage non linéaire. La résistance au cisaillement sera définie comme la valeur maximale du niveau de contrainte $\eta_{max} = \eta_r$ que peut supporter l'échantillon au cours de l'écrasement.

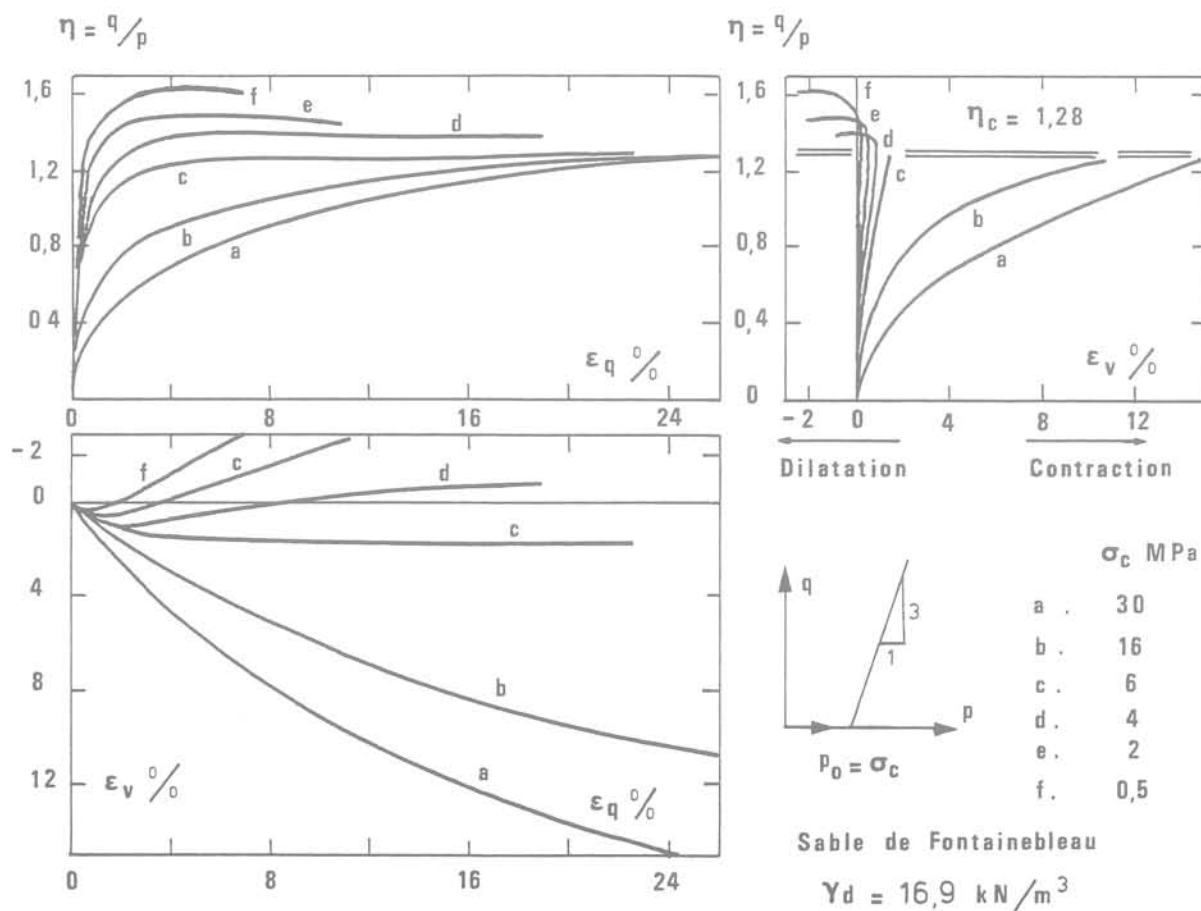


Fig. 9 Compression triaxiale conventionnelle à différents confinements

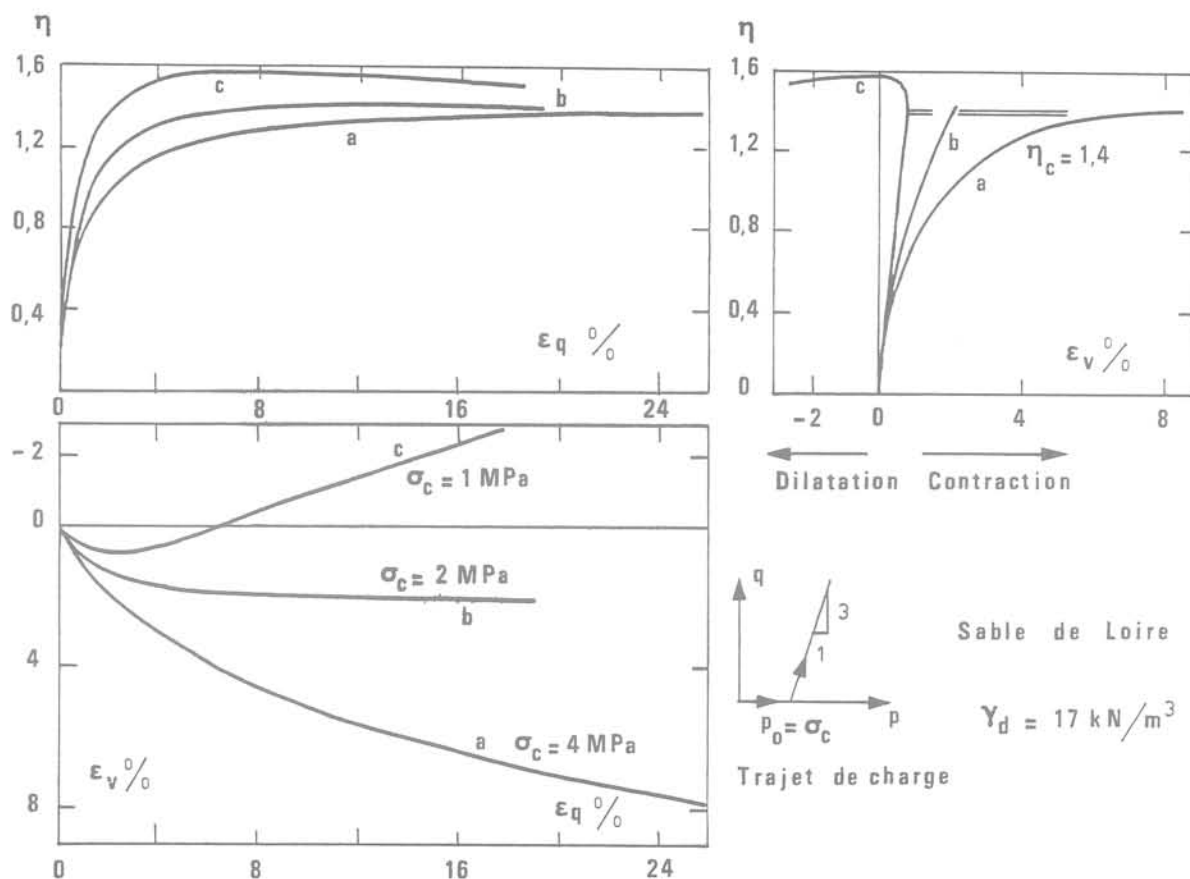


Fig. 10 Sable de Loire sous compression axisymétrique à confinement constant

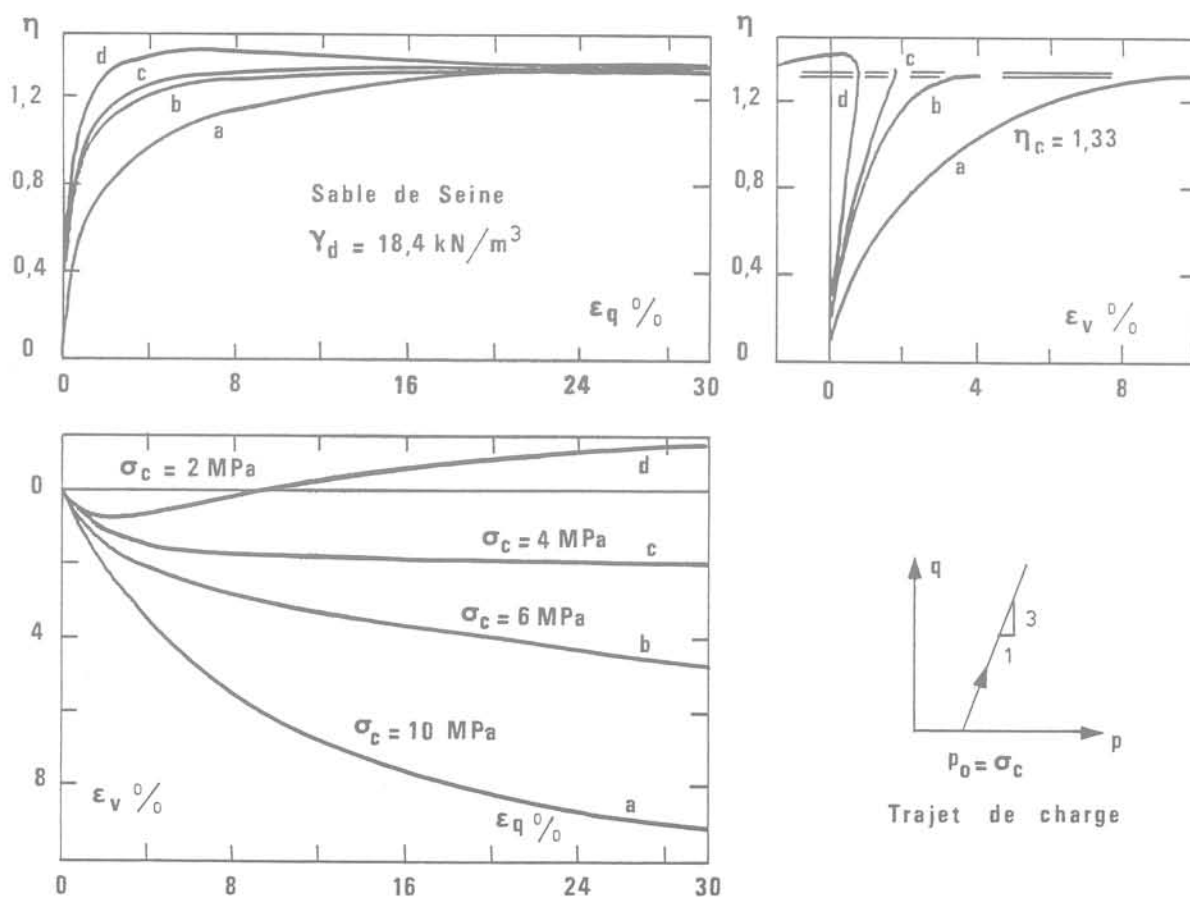


Fig. 11 Sable de Seine sous compression axisymétrique à confinement constant

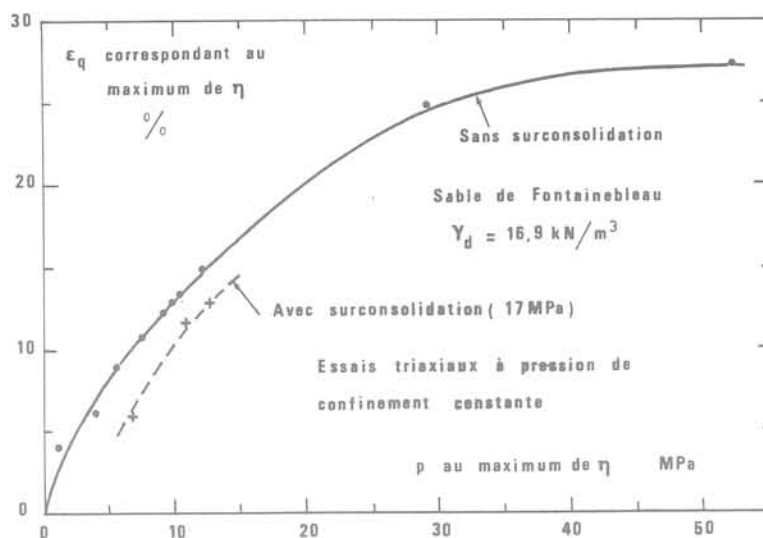


Fig. 12 Distorsions ϵ_q à la résistance maximale

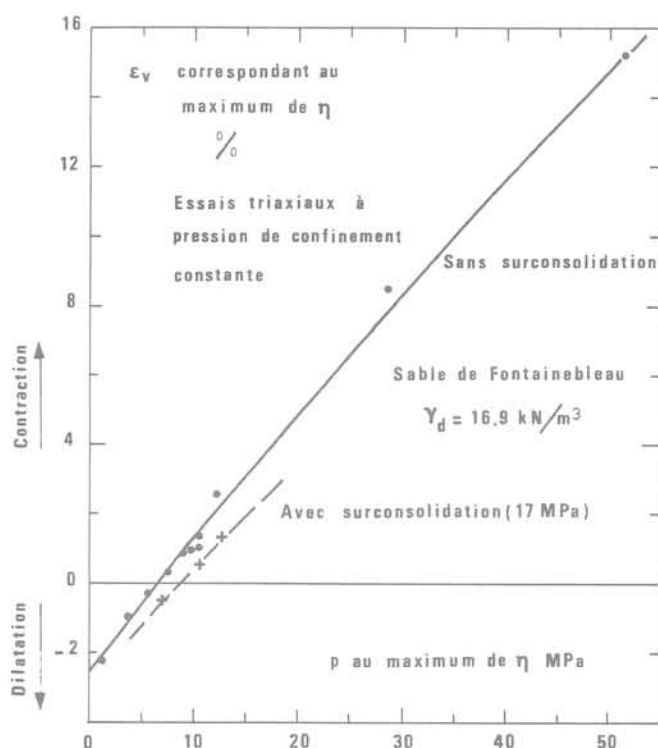


Fig. 13 Déformations volumiques ϵ_v à la résistance maximale

L'abscisse ϵ_q correspondant au maximum de $\eta = \eta_t$ augmente sensiblement avec la pression σ_c où avec la contrainte moyenne ($p = 3 \sigma_c / (3 - \eta_{\max})$ pour le trajet triaxial conventionnel).

La figure 12 suggère un palier asymptotique de la distorsion ϵ_q lorsque la contrainte moyenne p augmente.

La figure 13 montre dans le diagramme (p, ϵ_v) une augmentation progressive de la compressibilité volumique en fonction de la pression de confinement i.e. de la contrainte moyenne p . On peut ainsi distinguer deux types de comportement :

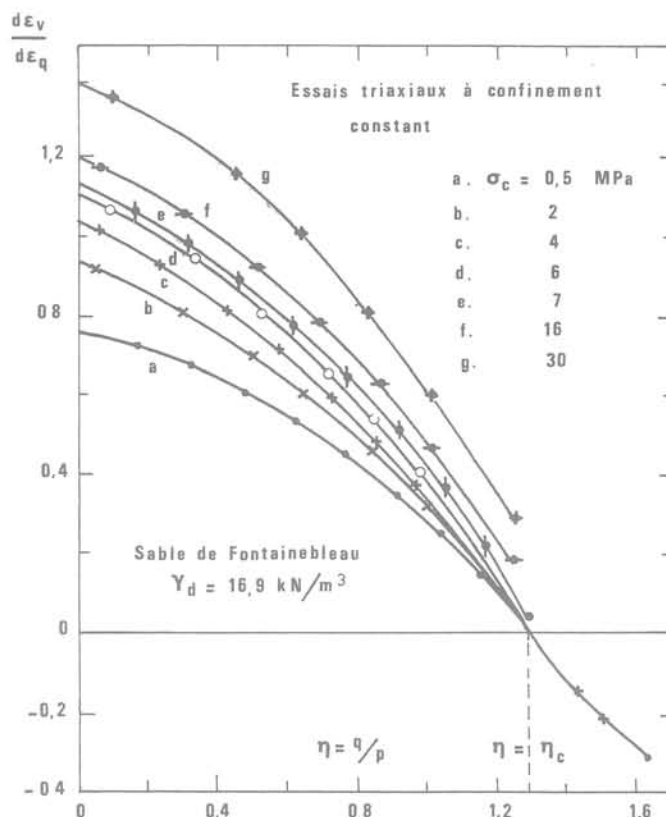


Fig. 14 Variation du taux de dilatance au cours des essais en compression triaxiale

- A faible confinement, le chargement entraîne une contraction volumique suivie d'une dilatation continue jusqu'à l'écoulement du matériau.

- A confinement plus important, seule une contraction continue apparaît au cours du chargement jusqu'à l'écoulement plastique.

Pour les trois sables étudiés, le niveau de contrainte correspondant au début de la phase de dilatance — lorsqu'elle existe au cours d'une compression triaxiale — est stable. Ce niveau de contrainte $\eta = \eta_c$, associé à une vitesse de déformation volumique nulle $d\epsilon_v = 0$ définit un angle de frottement caractéristique φ_c qui

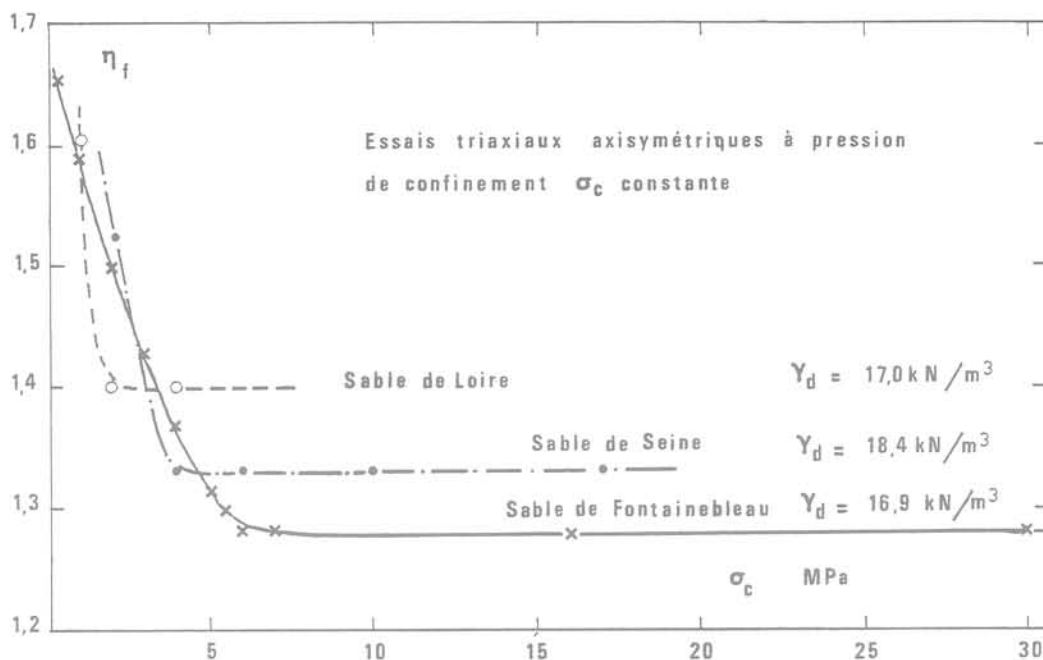


Fig. 15 Résistance au cisaillement η_f en fonction de la pression de confinement constante

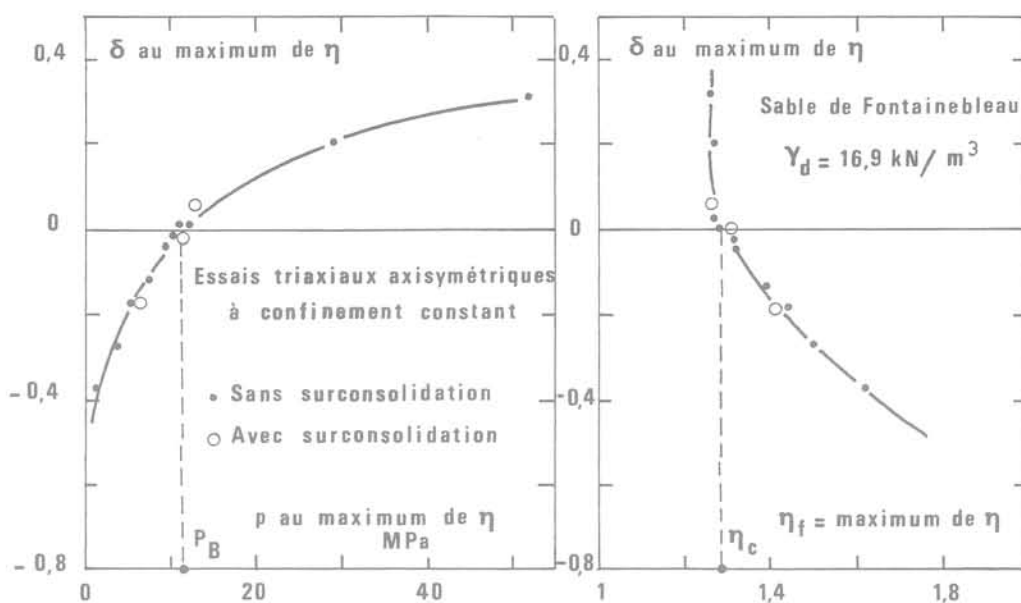


Fig. 16 Evolution de la vitesse de dilatance $\delta = d\epsilon_v/d\epsilon_q$ à l'écoulement plastique $\eta_f = (q/p)$ maximum

détermine le seuil d'enchevêtrement des grains $\varphi_c = \text{Arc sin}(3\eta_c/(6 + \eta_c))$ [Luong 1978].

La figure 14 montre la variation de la pente de la courbe (ϵ_q, ϵ_v) au cours du chargement, donnée par le rapport $d\epsilon_v/d\epsilon_q$ à différents niveaux déviatoriques de contrainte $\eta = q/p$ pour diverses pressions de confinement. L'influence prépondérante de la pression de confinement σ_c sur l'accroissement relatif de la compressibilité volumique par rapport à la distorsion se traduit par une augmentation sensible de la pente à l'origine de la courbe (ϵ_q, ϵ_v) avec le confinement σ_c .

La figure 15 présente l'allure des courbes (σ_c, η_f) des trois sables étudiés : la résistance au cisaillement η_f décroît avec la pression de confinement σ_c et tend vers une limite pratiquement constante et égale à η_c valeur caractéristique.

L'évolution du mode d'écoulement peut être décrite par la vitesse de dilatance à l'écoulement plastique $(d\epsilon_v/d\epsilon_q)_f = \delta_f$ correspondant au niveau déviatorique maximal η_f . La figure 16 met en évidence la relation entre ces deux paramètres qui caractérisent l'écoulement plastique du matériau en fonction de la contrainte moyenne p : la vitesse de dilatance augmente continûment avec la contrainte moyenne. Elle s'annule et change de signe à partir de $p = p_B$.

- Pour $p < p_B$, le taux de dilatance δ_f à la rupture est négatif, ce qui traduit un comportement dilatant du matériau à l'écoulement plastique.

- Pour $p > p_B$, le taux de dilatance δ_f à la rupture est positif, le matériau est contractant à l'écoulement plastique. δ_f augmente continûment avec la contrainte moyenne tandis que η_f garde une valeur pratiquement stable $\eta_f = \eta_c$ à partir de $p = p_B$.

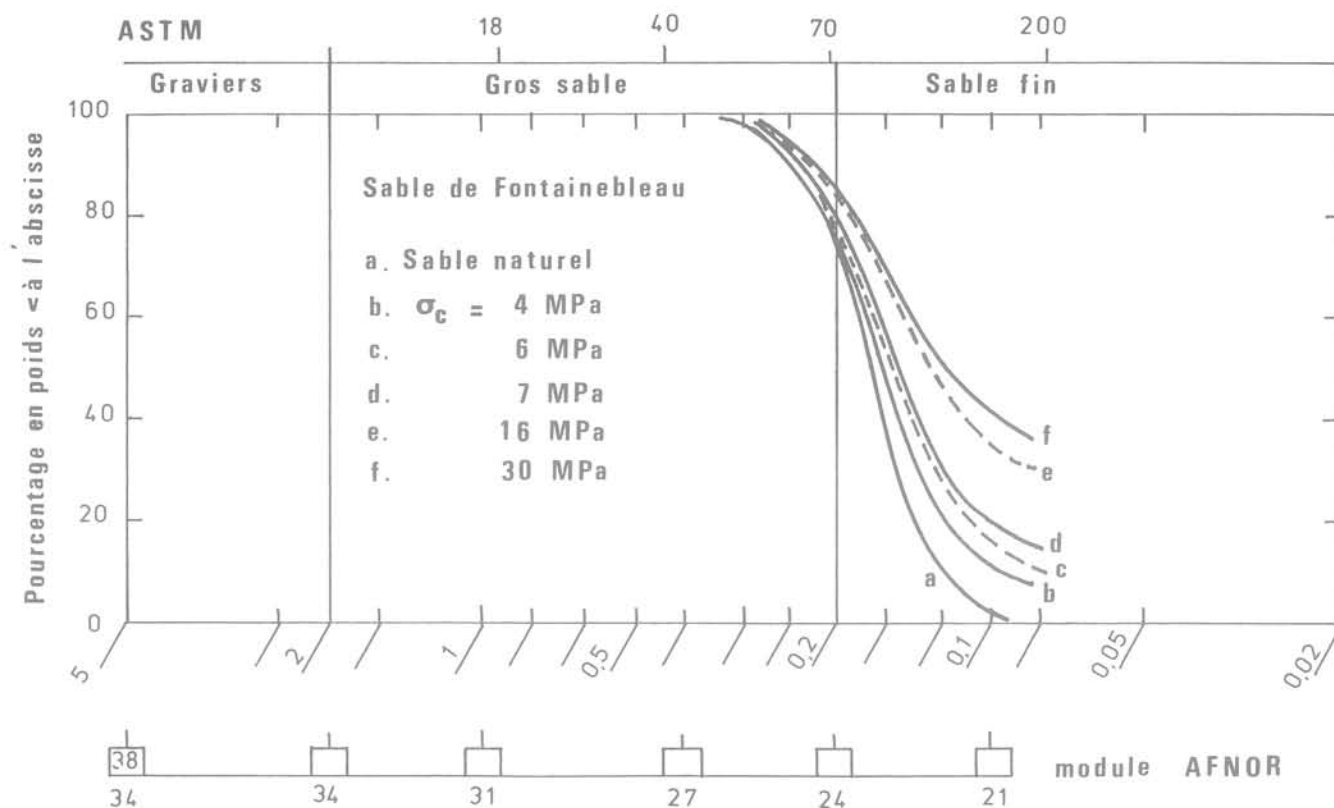


Fig. 17 Granulométrie avant et après essais triaxiaux

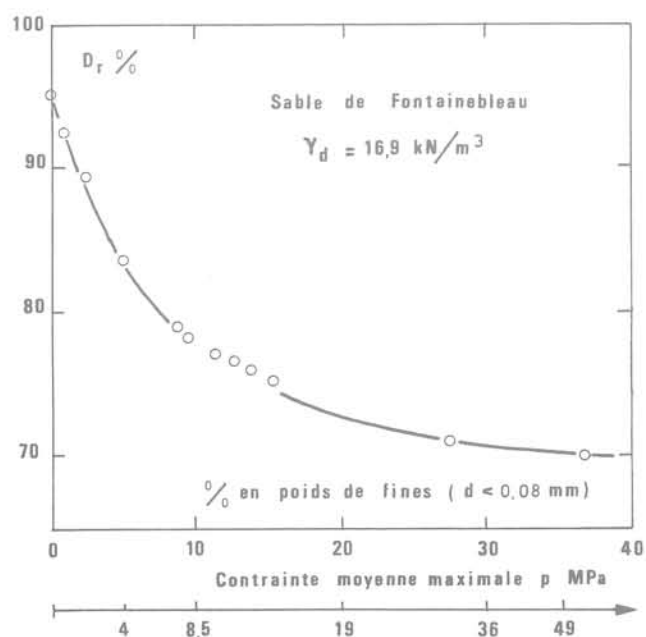


Fig. 18 Diminution de la densité relative en fonction de l'attrition des grains

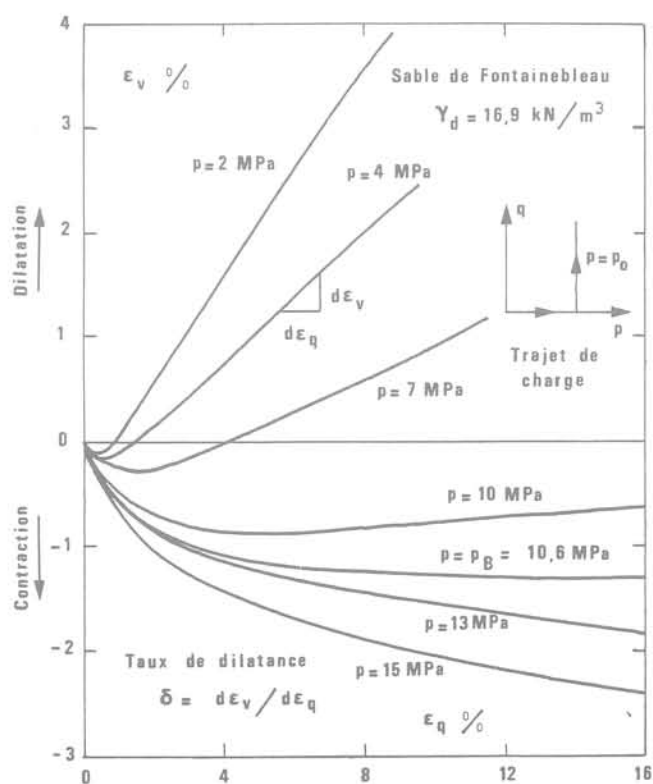


Fig. 19 Courbes distorsion-déformation volumique en compression triaxiale à contrainte moyenne constante

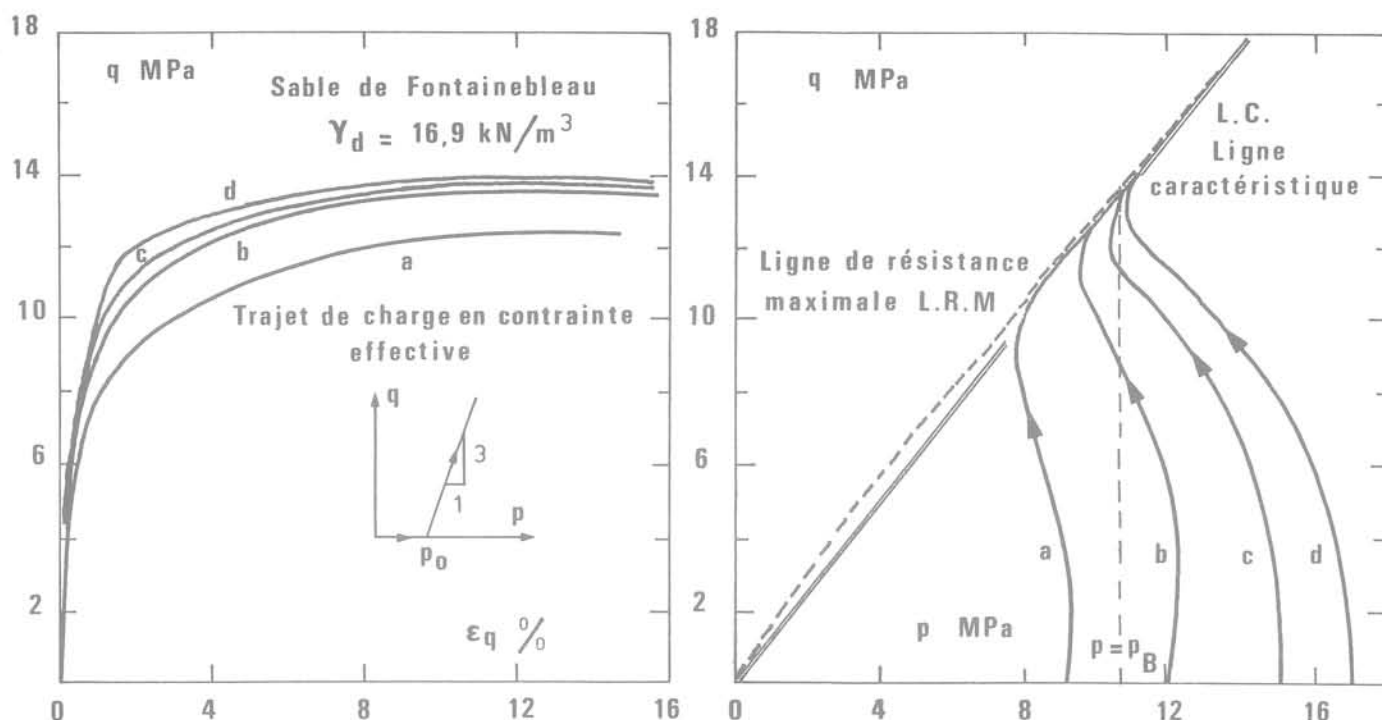


Fig. 20 Sable dense de Fontainebleau en cisaillement axisymétrique non drainé

La contrainte moyenne p_B définit donc pour ces matériaux un seuil de comportement dilatatant à l'écoulement plastique avec un palier sur la courbe $(\varepsilon_v, \varepsilon_q)$ i.e. $\delta_t = \left(\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_q}\right)_t = 0$.

Les essais effectués ont donné :

$p_B = 10,6$ MPa pour le sable de Fontainebleau,
 $3,7$ MPa pour le sable de Loire,
 $7,2$ MPa pour le sable de Seine.

La figure 17 indique une profonde modification du diamètre des grains due au cisaillement drainé sous des pressions de confinement élevées, qui tend à rendre la granulométrie de plus en plus étalée. On constate que les essais modifient beaucoup plus le d_{10} que le d_{60} . Après l'essai à $\sigma_c = 6$ MPa soit $p_{max} = p_B$, d_{10} est passé de $0,125$ mm à $0,08$ mm et d_{60} de $0,17$ mm à $0,14$ mm. Pour les pressions de confinement σ_c supérieures à 6 MPa, d_{10} reste nettement inférieur à $0,08$ mm. Le pourcentage des grains de diamètre inférieur à $0,08$ mm est une fonction croissante de la contrainte moyenne p maximale appliquée au matériau et modifie de façon sensible la densité relative du matériau (figure 18).

7 Compression triaxiale conventionnelle

Le trajet de chargement à contrainte moyenne p constante est obtenu à l'appareil triaxial en faisant varier simultanément et linéairement la pression de confinement σ_c et le déviateur de contrainte $q = 3p - 3\sigma_c$ à partir d'un état de contrainte isotrope $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$.

Les résultats obtenus sont analogues à ceux obtenus sur le trajet triaxial conventionnel à confinement constant. Au cours des essais effectués sous contrainte moyenne p constante inférieure à $10,6$ MPa, le comportement du matériau est d'abord contractant

puis dilatatant. Lorsque p est supérieure à $10,6$ MPa, on n'observe plus de dilatation volumique du matériau qui s'écoule avec diminution de volume. Avec la valeur de $p_B = 10,6$ MPa, le comportement du sable est caractérisé par une contraction volumique suivie d'un écoulement plastique à taux de déformation volumique nul $d\varepsilon_v = 0$ avec un palier à partir de $\varepsilon_q = 8\%$ (figure 19).

8 Compression triaxiale

Les essais triaxiaux en condition non drainée imposent une condition en déformation de non variation de volume global de l'échantillon ($dV = 0$). Si l'échantillon est saturé, la tendance à la contraction ou à la dilatation du matériau granulaire sera compensée par une augmentation ou une diminution de la pression interstitielle u dont la mesure directe permet de préciser la réponse du matériau en contrainte effective correspondant à chaque type de comportement du squelette solide dans le plan (p, q) [figure 20].

Les essais non drainés ont été effectués sur un sable dense de Fontainebleau de même poids volumique $\gamma_d = 16,9$ kN/m³ que pour les essais de cisaillement drainé. Le matériau est soumis à une consolidation isotrope $p = 9,1; 12,0; 15,0; 17,0$ MPa, suivie d'une compression triaxiale en condition non drainée.

Au cours du chargement, on constate d'abord une augmentation de la pression des pores indépendamment de la contrainte moyenne initiale p_0 . La déformation de distorsion subie par l'échantillon reste dans ce cas relativement limitée. Lorsque le niveau déviatorique de contrainte η s'approche suffisamment de la valeur caractéristique η_c , le taux de variation de la pression interstitielle commence à décroître jusqu'à la valeur nulle $\dot{u} = 0$. On peut alors observer deux types de comportement suivant la valeur de la contrainte moyenne effective p' atteinte au cours de l'essai :

- diminution de la surpression interstitielle jusqu'à l'écoulement plastique à un niveau de contrainte η plus élevé $\eta_f > \eta_c$.

- écoulement plastique sans variation de la pression des pores. Pour $p_0 = 17$ MPa, un palier de la courbe (ε_q, u) apparaît sans être précédé d'une diminution de la surpression interstitielle : η_f mobilisé reste pratique égal à η_c .

Dans le plan (p, q), le trajet en contrainte effective présente d'abord une concavité vers les abscisses décroissantes, puis change de concavité au voisinage de la ligne de pente $q/p = \eta_c$.

Dès que l'état de contrainte effective permet l'écoulement plastique, le trajet en contrainte effective suit la ligne de résistance maximale et converge au point d'abscisse p_B qui est l'unique point qui vérifie la condition de non variation de volume à l'écoulement plastique se traduisant par :

$$p = p_B \quad d\varepsilon_v = 0 \quad \text{à} \quad \eta = \eta_f = \eta_c.$$

9 Synthèse des résultats

Les différents essais présentés mettent en évidence l'importance de l'évolution micro-structurale des milieux granulaires dans la description de leur comportement mécanique sous contraintes élevées : l'attrition des grains élémentaires, qui n'est pas directement un phénomène lié à la structure globale,

est cependant susceptible d'entraîner des déformations importantes du matériau en activant le mécanisme de réarrangement des grains de caractère purement géométrique.

Du point de vue du comportement global, le phénomène important à décrire est l'évolution immédiate de l'état de volume du milieu, i.e. la contractance ou la dilatance, développée au cours du chargement. Ainsi cette évolution est étroitement associée aux propriétés de génération de la pression interstitielle dont le développement conditionne la stabilité des ouvrages de génie civil.

Dans l'espace des contraintes (p, q) pour des faibles contraintes moyennes, le seuil caractéristique η_c sépare deux types de comportement rhéologique : contractant dans le domaine subcaractéristique délimité par les lignes caractéristiques LC et dilatant dans le domaine surcaractéristique jusqu'à la ligne de résistance maximale LRM (figure 21).

La contrainte moyenne p_B définit le seuil de comportement dilatant du matériau granulaire à l'écoulement plastique, compatible avec son état caractéristique et associé aux propriétés suivantes :

- La vitesse de dilatance à l'écoulement plastique est nulle

$$\delta_f = (d\varepsilon_v/d\varepsilon_q)_f = 0.$$

- Le niveau de contrainte maximal supporté par le matériau définit un angle de frottement interne égal au frottement caractéristique

$$\eta_f = \eta_c \implies \varphi_f = \varphi_c.$$

Pour les essais tels que la contrainte moyenne p est supérieure à p_B , les résultats indiquent que le sable subit une contractance continue jusqu'à l'écoulement plastique : l'attrition surabondante des grains augmente sensiblement la compressibilité volumique.

Un comportement analogue a été constaté [17] au cours des essais en compression triaxiale sur le sable de « Chattahoochee River ». Ces résultats touchent à des propriétés générales et doivent pouvoir être acceptés pour d'autres matériaux granulaires tels que les enrochements fragmentés [9] utilisés pour les barrages.

10 Conclusion

L'approche proposée a été développée dans le cadre du concept de l'état caractéristique basé sur les mécanismes physiques de déformations réversibles et irréversibles au cours du chargement :

- Serrage de la matrice solide (consolidation).
- Désenchevêtrement de la structure granulaire (dilatance).
- Rupture et/ou attrition des grains conduisant à un seuil de contrainte moyenne p_B appelé limite de comportement dilatant du matériau granulaire au-delà de laquelle la dilatance ne peut plus se manifester.

Les résultats expérimentaux obtenus sur plusieurs sables ont montré que l'angle de frottement interne caractéristique φ_c associé à une vitesse de dilatance nulle est un paramètre intrinsèque indépendant de la porosité initiale, de la contrainte moyenne et insensible aux modifications de la granularité au cours de l'essai.

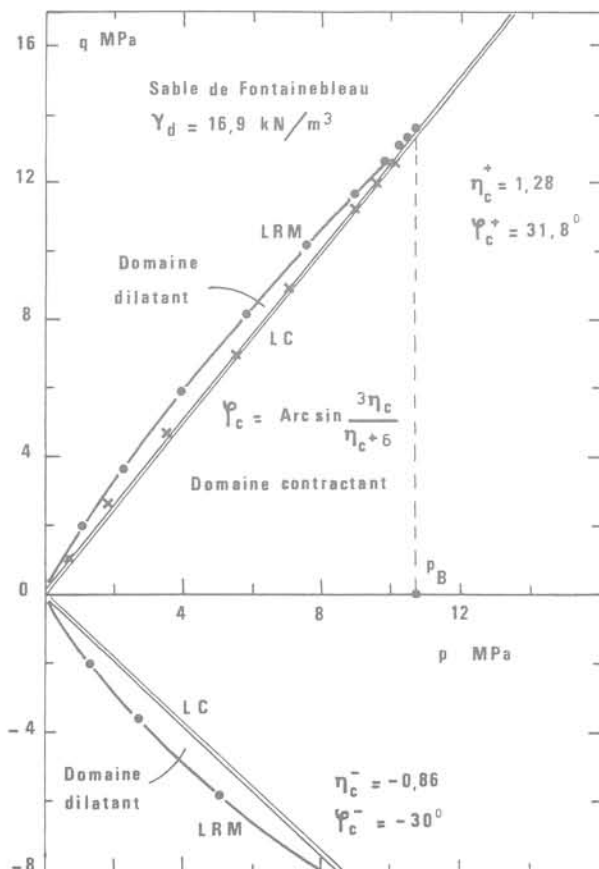


Fig. 21 Domaines contractant et dilatant du sable de Fontainebleau

Références bibliographiques

- [1] CAMBOU B. (1978), *Analyse statistique au niveau de la particule d'un milieu granulaire*, Journée de Rhéologie 1978, E.N.T.P.E. Vaulx en Velin.
- [2] CUNDALL P.A. et STRACK O.D.L. (1979), *The development of constitutive laws for soil using the distinct element method*, Numerical Methods in Geomechanics, vol. 1, Aachen.
- [3] DANTU P. (1957), *Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents*, Proc. 4th I.C.O.S.M.F.E., London, Vol. 1, 144-148.
- [4] DERESIEWICZ H. (1958), *Mechanics of Granular Matter, Advances in Applied Mechanics*, Vol. V 1958, Academic Press.
- [5] HABIB P. et LUONG M.P. (1974), *Comportement mécanique des sols sous fortes recouvrements*, 3^e Congrès International de Mécanique des Roches, Denver Colorado, U.S.A.
- [6] LEE K.L. (1969), *Particle breakage during highpressure testing*, Spec. Session n° 13, 7th I.C.O.S.M.F.E. (Contributions and discussions on mechanical properties of rockfill and gravel materials), Mexico, 141-153.
- [7] LEE K. L. et FARHOOMAND I. (1967), *Compressibility and crushing of granular soils in anisotropic compression*, Can. Geot. J., 4(1), 68-86.
- [8] LE LONG (1968), *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols sous fortes pressions*, Thèse de Docteur-Ingénieur IMG.
- [9] LESLIE D.D. (1969), *Relationship between shear strength, gradation and index properties of rockfill materials*, Spec. Session n° 13, 7th I.C.O.S.M.F.E. (Contributions and discussions on mechanical properties of rockfill and gravel materials), Mexico, 201-210.
- [10] LEUSSINK H. et BRAUNS J. (1969), *Results of recent investigations on shear strength characteristics of granular masses at high pressures*, Spec. Session n° 13, 7th I.C.O.S.M.F.E. (Contributions and discussions on mechanical properties of rockfill and gravel materials), Mexico, 43-50.
- [11] LUONG M. P. (1980), *Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents*, Revue Française de Géotechnique, 10, pp. 39-53.
- [12] LUONG M. P. (1978), *État caractéristique du sol*, C.R.A.S. Paris, t. 287, Nov. 1978, Série B, 305-307.
- [13] MARSAL R.J. (1969), *A statistical model for granular materials*, Spec. Session n° 13, 7th I.C.O.S.M.F.E. (Contributions and discussions on mechanical properties of rockfill and gravel materials), Mexico, 115-122.
- [14] MINDLIN R. D. (1949), *Compliance of elastic bodies in contact*, J. of Applied Mechanics, Transactions A.S.M.E. Vol. 71, pp. 259-268.
- [15] TOUATI A. (1982), *Comportement mécanique des sols pulvérulents sous fortes contraintes*, Thèse de Docteur-Ingénieur E.N.P.C., Paris, Octobre 1982.
- [16] VESIC A. S. et BARKSDALE R. D. (1963), *On shear strength of sand at very high pressures*, Proceedings Symposium on Laboratory Shear Testing of Soils, Ottawa, A.S.T.M. Spec. Tech. Publ. N° 361, pp. 301-305.
- [17] VESIC A. S. et CLOUGH G. W. (1968), *Behavior of granular materials at high stresses*, Proceedings A.S.C.E. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 94, n° SM3, May 1968, pp. 661-688.

approche expérimentale du fluage en compression triaxiale de deux argiles intactes

par
Félix B.,
Ingénieur

Kenana A.,

Élève chercheur

Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris
Section des Fondations

Section
Modèles Numériques
Bibliothèque

1 Introduction

L'essai triaxial de fluage n'est pas un essai usuel en mécanique des sols. Pour des raisons de durée d'essai et de codification du mode opératoire l'essai à vitesse de déformation imposée lui est préféré. L'étude du cisaillement des argiles sous charge constante ou imposée (essai de fluage) est pourtant fondamentale. Dans la nature, au sein d'une pente instable ou sous un ouvrage ce sont généralement les charges qui sont imposées et non les vitesses de déformation ou même les déformations elles-mêmes.

Comme tous les matériaux réels, les sols ont des lois de comportement complexes. La nature discontinue des arrangement de particules qui constituent son squelette n'est généralement pas prise en compte dans les modèles de comportement. Des contraintes effectives sont définies par soustraction de la pression de l'eau aux composantes normales des contraintes. Ces contraintes dites aussi intergranulaires sont utilisées dans les formulations de cet article, le squelette étant supposé être un milieu homogène continu.

Les modèles rhéologiques rencontrés dans la littérature sont associés à un type d'essai bien déterminé. Il existe des modèles unidimensionnels adaptés aux essais œdométriques ou de cisaillement direct, c'est le cas des modèles de S. R. Meschyan issus de la théorie du fluage héréditaire (visco-élasticité). Les lois de comportement tenant compte des effets du temps, dérivées des modèles cam clay, sont bien adaptées aux conditions de l'essai triaxial qui permet d'imposer des chargements axisymétriques dont l'axe se confond avec celui de l'éprouvette cylindrique. Ces modèles sont brièvement rappelés dans cet article.

Les deux argiles intactes utilisées pour les essais ont des caractéristiques très différentes. Elles sont soumises à des chargements qui excèdent largement les contraintes appliquées in situ, leur comportement est par conséquent caractéristique de leur domaine normalement consolidé.

Le programme d'essais de fluage a été conçu pour mettre en évidence les caractéristiques suivantes du fluage de l'argile :

- Influence de l'anisotropie de structure et de la dilatance de ce matériau.
- Écoulement et rupture sous charge constante.
- Domaine d'application d'un modèle visco-élastique.

2 Présentation d'un modèle visco-élastique et d'un modèle visco-plastique adapté au comportement des argiles

2.1 La théorie du fluage héréditaire

Pour l'expérimentateur, la théorie du fluage héréditaire présente un grand intérêt. Elle englobe en tant que cas particuliers les modèles visco-élastiques linéaires basés sur la combinaison d'éléments rhéologiques — ressorts et amortisseurs — sans en avoir les inconvénients relatifs à la détermination des paramètres. Dans le cas d'une sollicitation unidimensionnelle, un modèle non-linéaire est caractérisé par deux fonctions $C(t)$ et $F(\sigma)$ dont la signification physique est évidente, Félix (1980).

L'équation de comportement s'écrit, pour un essai de fluage :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \frac{\partial C(t-\tau)}{\partial \tau} F[\sigma(\tau)] d\tau. \quad (1)$$

Le matériau ne présentant pas de déformation strictement instantanée, $C(t)$ décrit la déformation sous une charge constante σ_1 tel que $F(\sigma_1) = 1$ et $F(\sigma)$ est la fonction de contrainte caractéristique de la non-linéarité du matériau. Ce modèle est intéressant lorsque la condition : vitesse de déformation initiale infinie est satisfaite.

Les équations du fluage se généralisent facilement au cas général à trois dimensions.

2.2 Schéma de comportement élasto-visco-plastique dérivé du modèle Cam clay

Les paramètres classiques du modèle cam clay sont les variables de contraintes $p' = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3}$ et $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$ et l'indice des vides e du sol, σ'_1 et σ'_3 étant les contraintes effectives principales correspondant respectivement aux directions verticales et radiales des éprouvettes. Le modèle original dû à Roscoe, Schofield et Wroth (1958) est élasto-plastique avec écoulement.

Il propose un schéma unique de comportement des argiles remaniées valable pour l'interprétation des essais de laboratoire classiques en mécanique des sols et de l'essai triaxial en particulier.

Les concepts de base sont :

- l'état critique : c'est un état caractérisé par un cisaillement continu sans variation de volume sous contrainte constante p', q ;
- la limite d'écoulement plastique : c'est la surface dans l'espace p', q, e à l'intérieur de laquelle le comportement du sol est toujours élastique. Si le point représentatif de l'état de l'échantillon est sur la limite d'écoulement plastique, à tout accroissement de contrainte au-delà de la limite correspond un accroissement de déformation entièrement plastique et un écoulement fonction de la déformation volumique plastique (de la variation de l'indice des vides correspondante);

Les courbes représentatives des états critique et limite sont représentées sur la figure 1, qui correspond à un modèle adapté du précédent pour prendre en compte les effets du temps.

2.2.1 Modèle pour argiles remaniées isotropes

Le modèle schématisé sur la figure 1 a été proposé par l'université de Kyoto : Adachi et Okano (1974), Akai, Adachi et Fujimoto (1977). Il constitue une extension aux matériaux élasto-visco-plastiques du modèle de Cam-clay par introduction de nouveaux concepts dus à Perzyna (1963).

L'équation de la courbe d'état limite statique est de la forme :

$$F_s(\sigma'_{ij}, \varepsilon^p_{ij}) = k_s \quad (2)$$

et celle de la courbe d'état limite dynamique :

$$F_d(\sigma'_{ij}, \varepsilon^p_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}) = k_d \quad (3)$$

k_s est le paramètre d'écrouissage statique qui dépend uniquement des déformations volumiques plastiques ε^p_v ,

k_d est un paramètre d'écrouissage dynamique. Il dépend des vitesses de déformations et des déformations ε^p_v .

La vitesse d'écoulement visco-plastique est associée au potentiel plastique dynamique défini par (2) suivant l'équation d'écoulement (4) dans laquelle intervient la fonction excès de contrainte $F = \frac{F_d - F_s}{F_s}$.

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{1}{\eta} < \phi(F) > \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \text{ pour } F > 0. \quad (4)$$

η est la viscosité dépendant de la température.

$$< \phi(F) > = \begin{cases} 0 & \text{si } F < 0 \\ \phi(F) & \text{si } F > 0. \end{cases}$$

La courbe d'état critique est une droite associée au critère de rupture de Mohr-Coulomb.

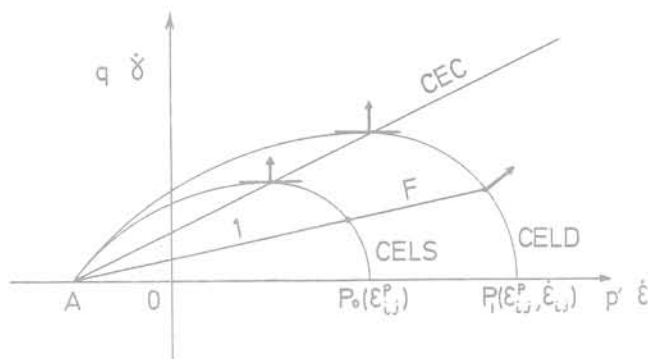


Fig. 1 Courbes d'état critique CEC — Courbes d'état limite statique CELS et dynamique CELD du type de celles proposées dans Adachi et al., 74-77

- Réponse du modèle dans le cas d'un essai triaxial de fluage drainé.

Au cours d'un tel essai les contraintes effectives p' et q restent constantes (le chargement est constant, les pressions interstitielles sont dissipées par drainage).

— Si le point de coordonnées p', q est situé à l'intérieur de la courbe d'état limite statique (C. E. L. S.) les déformations sont élastiques instantanées (non visqueuses).

— Si le point p', q est situé à l'extérieur de cette courbe, deux cas se présentent :

1^{er} cas : le point p', q est en dessous de la courbe d'état critique. Dans ce cas, des déformations visco-plastiques se développent avec des vitesses d'autant plus grandes que la courbe d'état limite dynamique (C. E. L. D.) est plus largement extérieure à la C. E. L. S. Il est généralement supposé dans les formulations mathématiques du modèle que les 2 courbes C. E. L. S. et C. E. L. D. se déduisent l'une de l'autre par homothétie de centre A.

Le développement des déformations volumiques plastiques entraîne par écoulement l'élargissement de la C. E. L. S. qui tend vers la C. E. L. D. Les vitesses de déformation diminuent corrélativement et tendent vers zéro lorsque les deux courbes se confondent et passent par le point p', q caractéristiques du chargement.

2^e cas : le point p', q est au-dessus de la courbe d'état critique, le matériau se radoucit, c'est-à-dire que la C. E. L. S. diminue en diamètre, l'échantillon ne peut atteindre un état d'équilibre, c'est la rupture.

2.2.2 Modèles pour argiles intactes anisotropes

Les concepts fondamentaux du modèle Cam clay initial ont été modifiés pour simuler le comportement des argiles non remaniées par Tavenas et Leroueil (1977). Ils ont formulé un modèle Ylight pour les argiles sensibles et cimentées du Québec, qui s'est avéré caractéristique du comportement d'autres argiles, Shahanguian (1981).

Ce modèle tient compte de :

- l'anisotropie de comportement de l'argile intacte,
- la préconsolidation du matériau en place sur ses caractéristiques visco-plastiques.

Les modèles de comportement visqueux pour les sols sont très nombreux. Les concepts de superposition utilisés dans la théorie du fluage héréditaire ont été généralisés : théorie endochronique (Valanis, (1971), Ansal, Bazant et Krizek (1979)) qui aboutit à des modèles visco-plastiques sans seuil de plasticité. De nombreuses équations de comportement ont été formulées sur la base des concepts du modèle Cam clay, qui tiennent compte de la dilatance des argiles (de la diminution de volume induite par une augmentation des contraintes de cisaillement), de l'anisotropie induite par la reconsolidation, etc., Sekiguchi, Ohta (1977). Enfin, beaucoup d'autres modèles visco-plastiques sortent du cadre de cette étude et ne peuvent être examinés ici.

Les notions rapidement présentées dans cet article vont être confrontées aux résultats expérimentaux obtenus pour deux argiles non remaniées.

3 Dispositif expérimental et mode opératoire des essais de fluage triaxiaux

3.1 Les problèmes expérimentaux, la mesure des déformations radiales

Les essais de fluage triaxial drainé ont été effectués à l'aide de cellule de construction classique. Le fluide de confinement est de l'eau désaérée et les charges verticales sont appliquées — soit en montant les cellules triaxiales sur des bâtis cédométriques (la force verticale est appliquée sur l'éprouvette par l'intermédiaire d'un bras de levier au moyen d'un jeu de poids) — soit en plaçant un étrier sur le piston de la cellule et en le chargeant directement à l'aide de poids.

La déformation verticale des éprouvettes de sol est mesurée directement par un comparateur solidaire du piston. La pression interstitielle est mesurée à la base des éprouvettes tandis que le drainage est assuré par la surface supérieure reliée à un circuit ouvert à la pression atmosphérique (pas de contrepression), comportant une burette (essais sur l'argile des Flandres) ou un volumètre (essais sur l'argile de Cubzac-les-Ponts).

Le volume drainé ne peut être considéré pour le calcul de la déformation volumique des échantillons : les essais de fluage étant de longue durée (150 jours pour certains essais sur l'argile des Flandres), la quantité d'eau qui traverse la membrane de 1 mm d'épaisseur ne peut être considérée comme négligeable.

Trois bagues équipées de vernier telles que celle représentée sur la figure 2 ont été montées autour de chaque échantillon, de façon à mesurer avec une précision de l'ordre de $\pm 0,03$ mm la variation du diamètre au premier quart de la hauteur de l'éprouvette, à mi-hauteur et au quart supérieur.

Les déformations radiales ainsi mesurées sont utilisées pour calculer les déformations volumiques et déviatoriques et pour effectuer des corrections de poids appliqués au piston des cellules de façon à maintenir les contraintes constantes malgré les variations de la section des éprouvettes Félix (1981).

3.2 Mode opératoire des essais de fluage sur eux argiles de caractéristiques très différentes

L'argile des Flandres prélevée par vérinage entre 4 et 6 m de profondeur à Winnezele (Nord de la France)



Fig. 2 Bague de mesure des déformations radiales des éprouvettes

est une argile raide, bleu-grise, fortement surconsolidée.

L'argile molle a été prélevée au carottier à piston stationnaire à Cubzac-les-ponts (Gironde, Sud-Ouest de la France) entre 4 et 5 m de profondeur, cette argile légèrement organique est faiblement surconsolidée.

Les caractéristiques des deux argiles sont comparées sur le tableau 1 :

Tableau 1

Caractéristiques	Symb.	A. des Flandres	A. de Cubzac
Poids volumique	γ	19 kN/m ³	15 kN/m ³
Poids volumique sec	γ_d	14,3 kN/m ³	8,6 kN/m ³
Teneur en eau	W	35 %	74 %
Indice de plasticité	I_p	33 à 66	60
Cohésion effective	c'	5 kPa	14 kPa
Angle de frott. effectif	φ'	27°	23°
Pression de préconsolidation	σ'_p	150 kPa	38 kPa

3.2.1 Les essais sur l'argile des Flandres ont été effectués sur des éprouvettes de 75 mm de diamètre et 150 mm de hauteur. Tous les échantillons ont été préalablement consolidés sous une pression hydrostatique supérieure à σ'_p pendant 10 jours.

Les essais de fluage au cisaillement ont été réalisés à $p' = \frac{\sigma'_3 + 2\sigma'_1}{3}$ constant et égal à la pression hydrostatique de consolidation.

Deux types d'essais ont été réalisés :

a) 4 échantillons après consolidation sous $p' = 500$ kPa ont été soumis instantanément à une contrainte déviatorique $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$ égale à 315 kPa, 270 kPa, 225 kPa et 180 kPa représentant respectivement 70 %, 60 %, 50 % et 40 % du déviateur de rupture présumé calculée à partir des caractéristiques c' et ϕ' de l'argile, soit $q_{rupt} = 450$ kPa.

Les déformations ainsi que les pressions interstitielles et le volume drainé ont été mesurés pendant 170 jours.

b) 3 échantillons ont été consolidés sous 200, 350 et 500 kPa respectivement puis chargés par paliers de contrainte déviatorique, appliqués instantanément à intervalle de 7 jours et égaux à 10 % du déviateur de rupture présumé, soit 180 kPa, 315 kPa et 450 kPa respectivement. Le chargement est ainsi mené jusqu'à la rupture. Les états de contrainte successifs appliqués à ces trois échantillons sont représentés par des points sur les diagrammes p', q des figures 5 et 6.

3.2.2 Les essais sur l'argile molle de Cubzac-les-ponts

Ces essais complètent les précédents, qui avaient mis en évidence l'importance de l'anisotropie et de la dilatance des argiles intactes. Deux types de chargement par paliers égaux de contraintes isotropes $\Delta p'$ et déviatorique Δq ont été réalisés de façon à imposer des chemins de déformations proches des chemins suivants :

- a) déformations déviatoriques sans déformation volumique,
- b) déformations volumiques sans déformation déviatorique.

Tous les échantillons de 55 mm de diamètre et de 110 mm de hauteur ont été préalablement consolidés sous une contrainte hydrostatique de 80 kPa pendant 36 jours.

a) Pour les essais de fluage induisant essentiellement des déformations de cisaillement, les rapports suivants de variation de $\Delta p'$ et de Δq ont été utilisés pour 3 échantillons différents :

$\Delta p' = \chi \Delta q$ $\chi = -0,36; -0,264; -0,167$, la composante isotrope décroissant plus ou moins rapidement à chaque palier. Quatre paliers successifs ont été appliqués à intervalle de 14 jours de façon à atteindre l'état critique de rupture au 4^e palier.

b) Pour les essais de fluage induisant essentiellement des déformations volumiques, les rapports suivants de $\Delta p'$ et de Δq ont été utilisés pour 3 échantillons différents :

$$\Delta q = \zeta \Delta p' \quad \zeta = 0,75; 0,30; 0.$$

Après consolidation, quatre paliers égaux d'une durée de 14 jours ont été appliqués, avec pour chacun $\Delta \sigma'_1 = 40$ kPa.

Les composantes p', q des contraintes correspondant aux différents paliers de chargements des 6 échantil-

lons des séries a et b sont représentés par des points sur les figures 8 et 9.

4 Analyse visco-élastique du fluage au cisaillement de l'argile des Flandres

4.1 Superposition des déformations, non-linéarité de la relation contrainte-déformation

A partir de ε_1 et ε_3 les déformations verticales et radiales sont définies :

les déformations volumiques : $\theta = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$

et les déformations déviatoriques : $D = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$.

Suivant les conventions d'usage en mécanique des sols $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ et θ sont positives en compression.

La figure 3a représente en fonction du temps les déformations déviatoriques des échantillons soumis à des contraintes déviatoriques constantes égales à 40 %, 50 %, 60 % et 70 % du déviateur de rupture Q_{rupt} , ainsi que celles d'un échantillon soumis par paliers d'une durée de 7 jours à un déviateur croissant par incréments égaux à 10 % de q_{rupt} .

Sur la figure 3b, la déformation déviatorique sous charge constante après 7 jours et celle enregistrée à la fin de chaque palier (carrés noirs) sont tracées en fonction des contraintes déviatoriques.

Ces résultats amènent les remarques suivantes :

- Les vitesses de fluage au cisaillement, quasi infinies au moment du chargement, décroissent ensuite vers des valeurs nulles.
- Le fluage est de type amorti même pour les niveaux de contraintes élevées proches des conditions de rupture (70 % de q_{rupt}) définies à partir des paramètres de cisaillement drainé classique c' et ϕ' . Ce résultat est conforme à ceux de Bishop Lovenbury (69), Shibata Karube (69), Schultze (71), Robinet (78).

Pour l'essai de fluage sous chargement par paliers on observe des déformations particulièrement importantes sous le premier palier, qui sont induites par la mise en contact brutale sous les premières charges verticales de l'argile dont la surface est parfaitement plane et des embases rugueuses couvertes de papier filtre. Ce phénomène se produit vraisemblablement pour tous les essais, et introduit une erreur qui aurait été évitée si les échantillons avaient été consolidés anisotropiquement et à ce titre soumis à un chargement axial préalable.

La relation contrainte-déformation pour une valeur donnée du temps (7 jours) est non linéaire comme le montre la figure 3b. Elle présente un seuil égal à 30 % environ du déviateur de rupture sous lequel les déformations sont très faibles. Il y a entre les relations obtenues par les 4 chargements constants et par chargement par paliers une approximative concordance.

Il a été montré, Félix (80) que dans ce cas les déformations de fluage sous un chargement monotone croissant, se prêtaient à une interprétation à l'aide d'un modèle basé sur le principe de superposition, c'est-à-dire un modèle visco-élastique et ceci bien que les déformations de cisaillement de l'argile des Flandres soient, dans le cas étudié, essentiellement visco-plastiques.

Si $D(t)$ est la fonction de fluage qui décrit la déformation déviatorique sous la charge q_1 , et $F(q)$ la

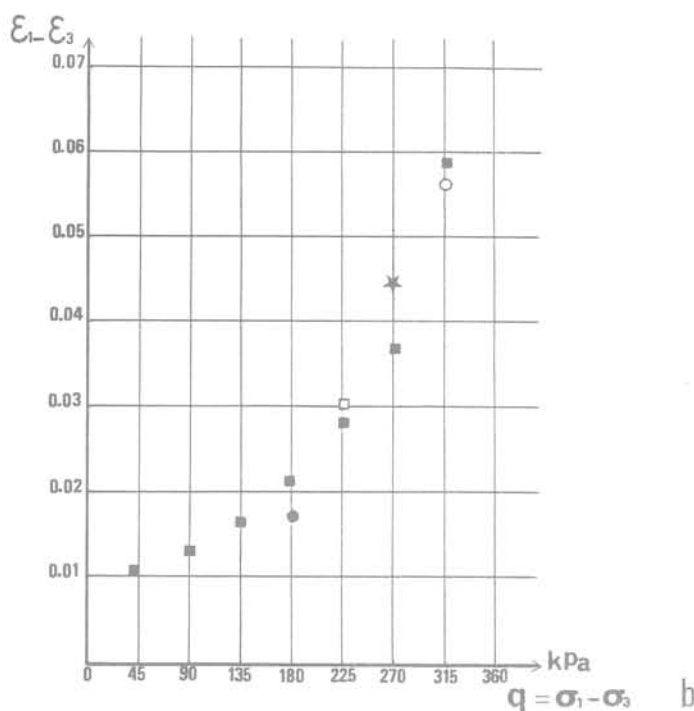
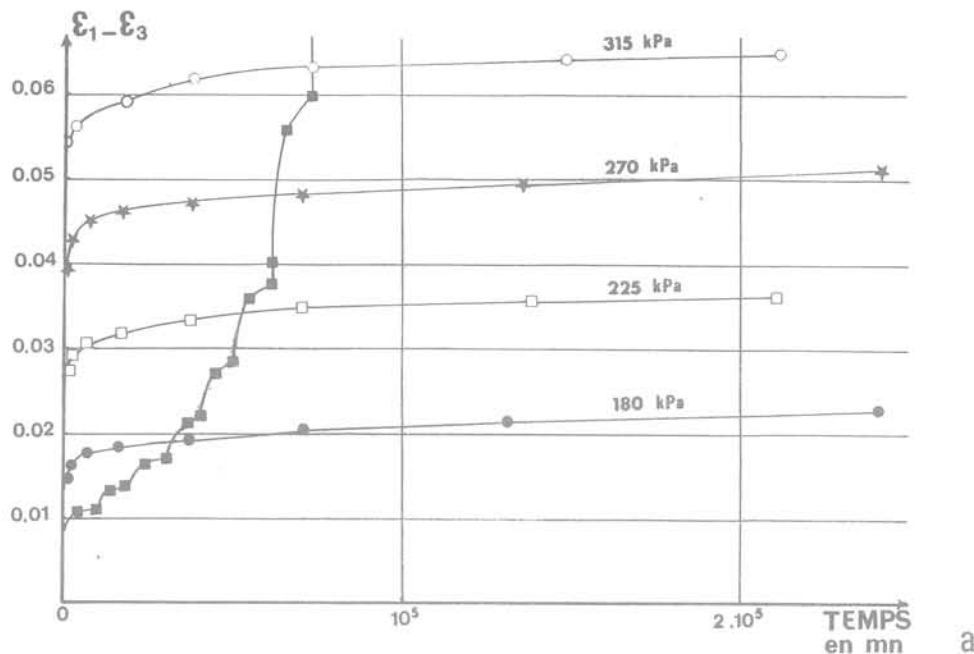


Fig. 3 Déformation de cisaillement fonction du temps (a) et fonction de la contrainte déviatorique (b) pour quatre chargements constants sous 40 %, 50 %, 60 % et 70 % du déviateur de rupture et pour un chargement par paliers égaux à 10 % de celui-ci

fonction de contrainte rapport d'affinité entre les courbes sous les charges q et q_1 : ($q < q_{rupt}$)

$$F(q) = \frac{D_q(t_0)}{D(t_0)} \text{ avec } F(q_1) = 1 \text{ et } F(0) = 0 \quad (5)$$

t_0 étant une valeur arbitraire du temps de fluage. Sous charge constante q la déformation déviatorique est simplement décrite par :

$$D_q(t) = D(t) \cdot F(q) \quad (6)$$

Sous un chargement par paliers où q prend successivement au temps t_i les valeurs q_i , la fonction de contrainte prend au temps t la valeur :

$$F(q) = \sum_{i=1}^n [F(q_i) - F(q_{i-1})] h(t - t_i) \quad (7)$$

avec $h(t)$ la fonction échelon de Heaviside

$$h(t) = 1 \text{ pour } t > 0 \\ h(t) = 0 \text{ pour } t < 0.$$

Compte tenu de l'équation (1) :

$$D_{qn}(t) = \int_0^t \frac{\partial D(t-\tau)}{\partial \tau} F(q) d\tau \\ = \sum_{i=1}^n D(t - t_i) [F(q) - F(q_{i-1})] \quad (8)$$

qui décrit le fluage déviatorique sous un chargement de cisaillement croissant appliqué après consolidation isotrope sous la même pression p' .

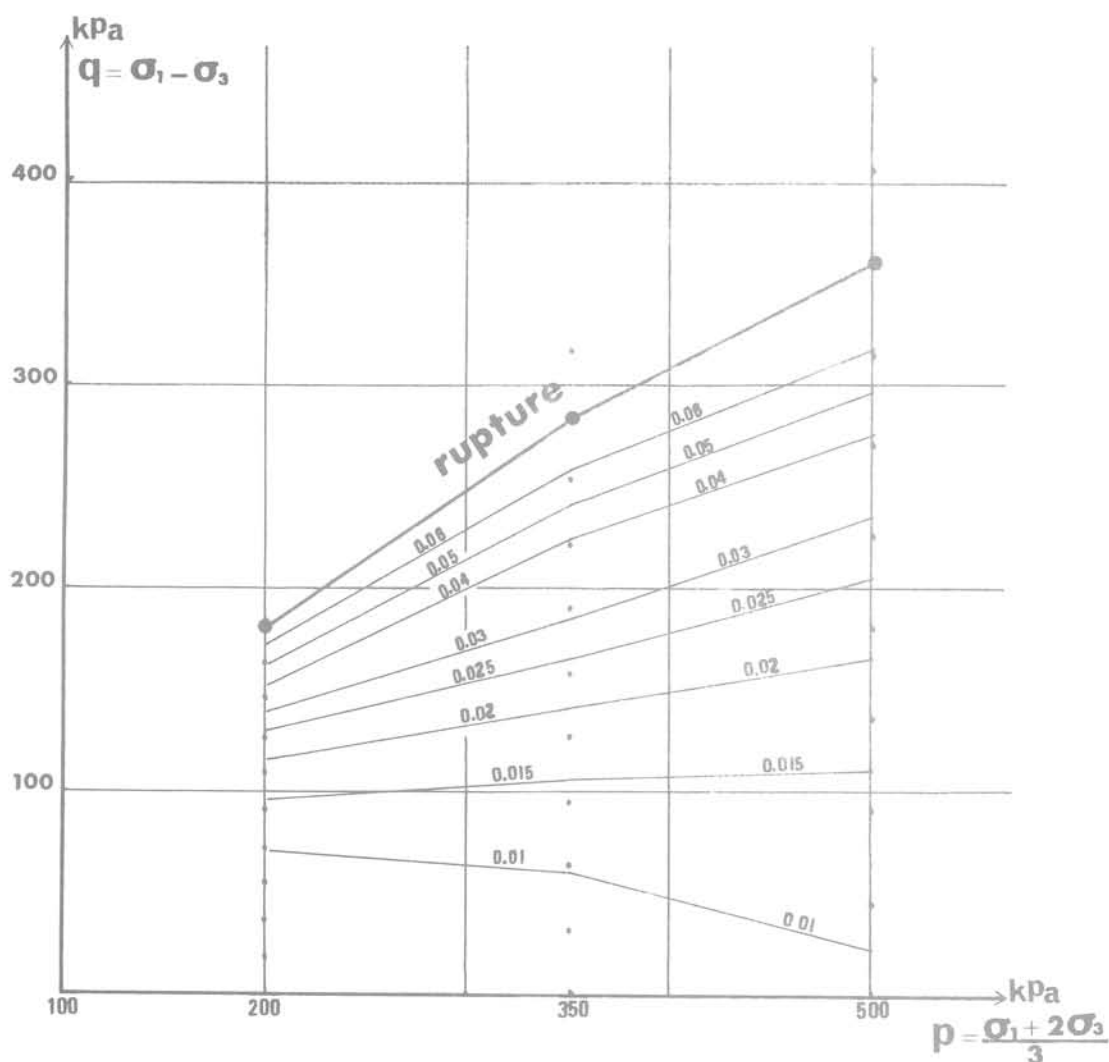


Fig. 4 Points représentatifs des chargements p' , q appliqués au cours des trois essais de fluage au cisaillement par paliers et courbes d'égales déformations déviatoriques

4.2 Formulation visco-élastique du fluage au cisaillement sous différentes composantes isotropes du chargement maintenues constantes

Sur la figure 4 sont représentés par des points dans le diagramme p' , q les états de contraintes successivement appliqués au cours des 3 essais de fluage sous chargement de cisaillement par paliers après reconsolidation sous trois contraintes hydrostatiques différentes : 200 kPa, 350 kPa et 500 kPa.

Par interpolation entre les déformations déviatoriques D obtenues en fin de paliers, les courbes joignant les états de contraintes correspondant aux mêmes valeurs de D ont été tracées. On observe que :

- Le déviateur de rupture représente les fractions suivantes du déviateur calculé à partir de c' et φ' :

$p' = 200$ kPa	100 % du déviateur présumé
$p' = 350$ kPa	90 %
et $p' = 500$ kPa	80 %.

Les points p' , q_{rupt} se trouvent approximativement sur une droite d'équation :

$$q = M(p' + a) \quad (9)$$

dont la pente $M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'}$ correspond à un angle de frottement interne φ' plus petit que celui déterminé par des essais triaxiaux drainés classiques.

- Quel que soit l'état de contrainte qui y mène, la rupture se produit pour une déformation déviatorique identique de l'ordre de $D = 0,08$. Ce résultat recoupe ceux de Vyalov (57), Goldstein (57) et Murayama Shibata (61).

- Les courbes p' , q correspondant aux mêmes déformations déviatoriques forment approximativement un faisceau de droites concourantes au point d'abscisse à l'origine de la droite de rupture d'équation (9). En d'autres termes la déformation en fin de palier de fluage au cisaillement, de 7 jours de durée,

s'exprime en fonction du rapport $\frac{q}{q_{rupt}}$.

- La formulation de l'équation (1) du fluage héréditaire peut, en s'appuyant sur les résultats précédents et sur ceux de Meschyan (76) être généralisée aux déformations déviatoriques sous une contrainte de consolidation préalable p' quelconque.

La fonction de contrainte se transforme comme suit :

$$F(q) = \phi \left[\frac{q}{M(p' + a)} \right] = \phi \left[\frac{q}{q_{rupt}} \right]. \quad (10)$$

4.3 Dilatance de l'argile des Flandres

La dilatance de l'argile des Flandres, c'est-à-dire les déformations volumiques provoquées par les contraintes de cisaillement, est mise en évidence sur la figure 5. Les déformations volumiques y sont tracées en

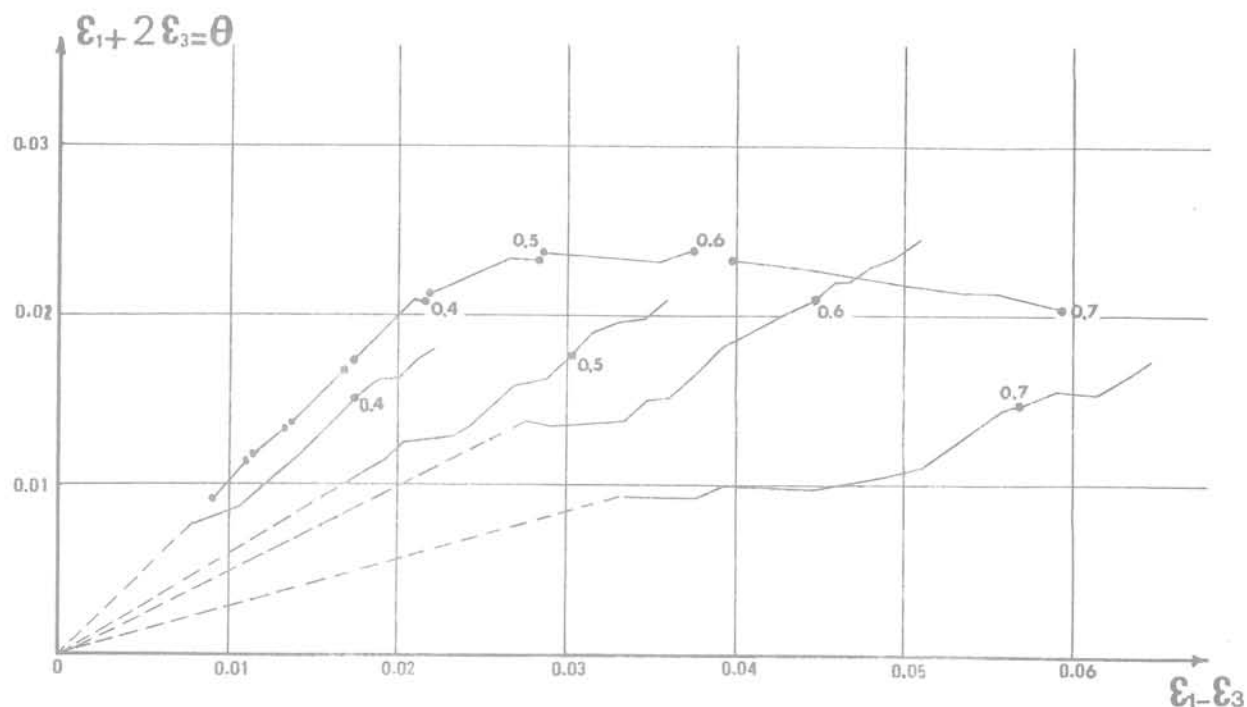


Fig. 5 Evolution de la déformation volumique en fonction de la déformation déviatorique qui se développe au cours de cinq essais de fluage au cisaillement sous charges constantes ou variant par paliers

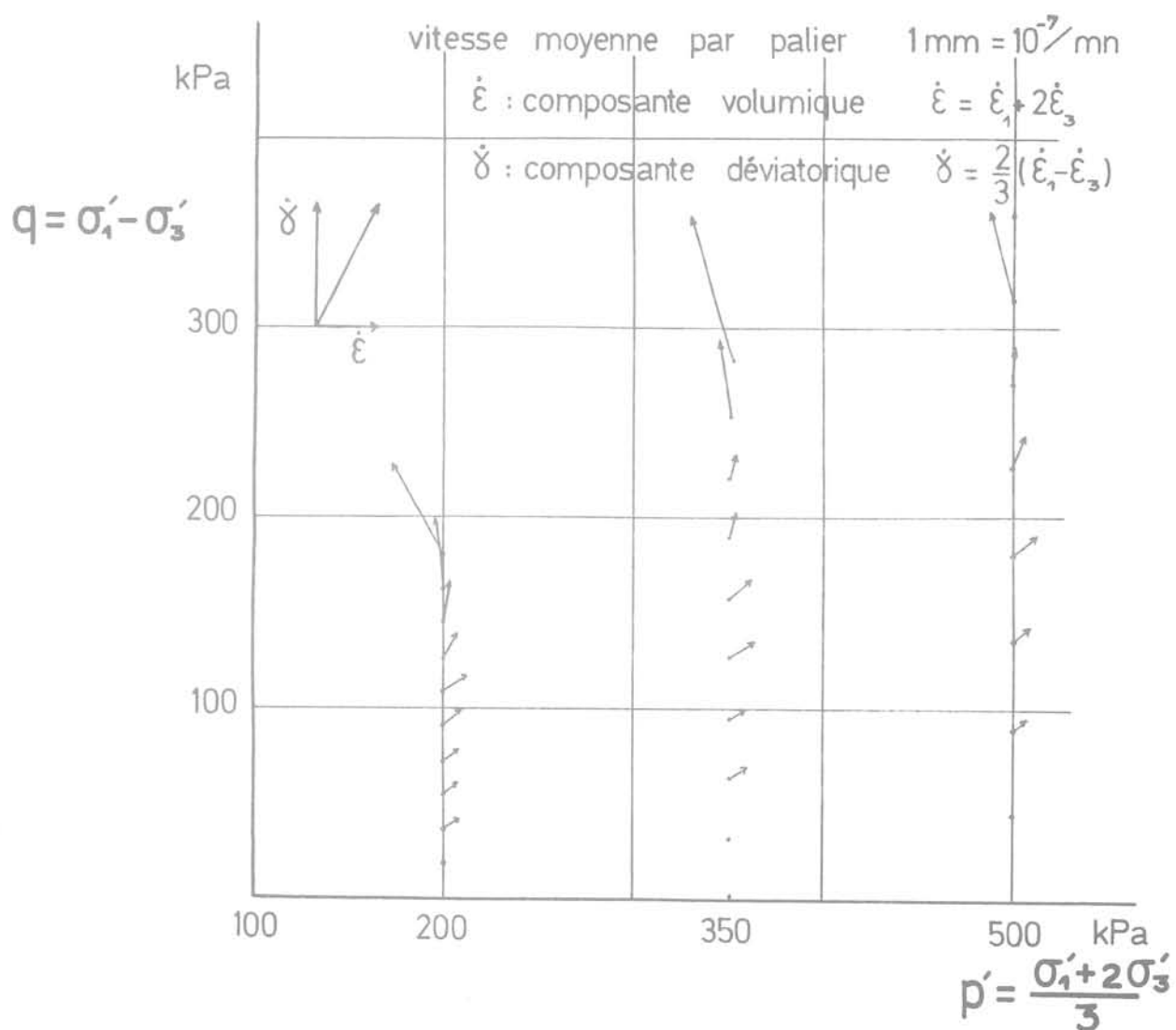


Fig. 6 Vecteurs vitesse de fluage moyenne associés aux différents paliers de charges appliqués à trois échantillons consolidés sous trois pressions isotropes p' différentes

fonction des déformations déviatoriques relatives aux 4 essais de fluage au cisaillement sous charge constante et à l'essai de fluage sous chargement croissant par paliers. Les points représentent l'état de déformation des échantillons après 7 jours. Les chiffres sont égaux au rapport $\frac{q}{q_{rupt}}$ caractéristique des divers chargements ou paliers de chargement.

Ces résultats montrent que :

- Le taux de dilatance $\frac{d\theta}{dD}$ ne dépend pas significativement du temps. Les courbes sont des droites dans le cas des quatre chargements constants et une succession de segments correspondant aux différents paliers de chargement dans l'autre cas.

- La pente des droites et des segments diminue à mesure que le niveau de contrainte $\frac{q}{q_{rupt}}$ augmente.

Sekiguchi (73) a présenté des résultats concordants pour une argile molle remaniée. Il a observé toutefois une importante déformation déviatorique à volume quasi constant juste après le chargement, ce que la figure 5 ne montre pas.

- Le chargement par paliers provoque des déformations volumiques sensiblement plus importantes que les chargements constants, mais l'évolution indiquée dans les deux cas est la même.

- A l'approche de la rupture, le sens de variation de la déformation volumique s'inverse. L'argile des Flandres qui est constituée de multiples polyèdres imbriqués se disloque et augmente de volume. C'est ce que montre la figure 6 qui représente pour chacun des paliers de chargement des 3 essais le vecteur de vitesse moyenne de fluage de composantes

$$\text{volumique : } \dot{\varepsilon} = \frac{\Delta(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_3)}{\Delta t}$$

$$\text{déviatorique : } \dot{\gamma} = \frac{2}{3} \frac{\Delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)}{\Delta t} \quad \Delta t = 7 \text{ jours.}$$

A la rupture, l'argile des Flandres n'atteint pas l'état critique au sens du modèle Cam Clay; le volume de l'argile augmente continuellement.

Le champ de vitesse d'écoulement comme le laissait prévoir l'analyse de la figure 4 est paramétrable en fonction de $\frac{q}{p' + a}$.

5 Mise en évidence de l'anisotropie, de la dilatance et des caractéristiques d'écoulement de l'argile de Cubzac-les-Ponts

5.1 Chemins de contraintes et chemins de déformations

Pour un matériau isotrope, non dilatant et linéaire, chemins de contraintes et chemins de déformations finales (après achèvement des déformations différées) coïncident. La figure 7 montre avec clarté que l'argile de Cubzac-les-Ponts ne possède pas tout ou partie des propriétés précédentes.

La consolidation pendant 36 jours sous une contrainte isotrope $p' = 80$ kPa s'accompagne pour les 6 échantillons d'une déformation déviatorique négative comprise entre $-0,022$ et $-0,034$. En d'autres termes, les déformations radiales sont plus grandes que les

déformations verticales. Cette anisotropie de comportement s'explique par les conditions de consolidation in situ sous des contraintes principales verticales et horizontales σ'_v et σ'_h liées par un coefficient de poussée des terres au repos $K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = 0,48$ très

différent de celui de l'essai ($K = 1$). Ce comportement est propre aux argiles normalement consolidées ou faiblement surconsolidées.

Les échantillons 1, 2 et 3 soumis à 4 paliers de chargement de cisaillement égaux accompagnés de 4 paliers de déchargement de la composante isotrope qui les mènent à la rupture, présentent tous trois des déformations volumiques non négligeables sous les deux premiers paliers. Il faut y voir l'achèvement au-delà des 36 jours de consolidation des déformations volumiques différées provoquées par la contrainte isotrope $p' = 80$ kPa.

Contrairement à ce qui a été observé sur l'argile des Flandres, les déformations déviatoriques à la rupture et à la fin des paliers antérieurs ne sont pas égales.

Les échantillons 4, 5 et 6 soumis à 4 paliers de chargement isotropes égaux accompagnés d'une augmentation de la composante déviatorique $\Delta q = \zeta \Delta p'$ avec $\zeta = 0,75; 0,3$ et 0 , subissent des déformations déviatoriques en rapport. Pour $\zeta = 0$, le chargement isotrope de consolidation provoque des déformations déviatoriques qui vont en diminuant avec l'application des paliers successifs. Ceux-ci détruisent progressivement la structure initiale et l'anisotropie de comportement qui la caractérisait.

Sur les courbes de la figure 7, les déformations qui se développent dans les 60 premières minutes sont omises. Les blancs correspondants sont négligeables par rapport aux segments correspondant à chaque palier : la déformation de l'argile est de nature essentiellement visqueuse.

5.2 L'écoulement visco-plastique de l'argile de Cubzac-les-Ponts

Les vitesses de déformation moyennes de l'argile durant les 60 premières minutes de chargement sont représentées sur la figure 8 par des vecteurs dont l'origine est située au point p', q caractéristique du palier de chargement correspondant. La figure 9 représente de la même manière les vecteurs vitesse à la fin de chacun des paliers qui sont 100 fois plus petites, approximativement, que les précédentes.

L'orientation des vecteurs écoulement ne dépend pas significativement du temps. D'après la théorie de la visco-plasticité de Perzyna (63), la direction du vecteur vitesse d'écoulement est normale à la courbe d'état limite dynamique — équation (4) — et son intensité

dépend de la différence réduite $\frac{F_d - F_s}{F_s}$ entre la CELD et

la CELS. Celle-ci diminue du fait de l'élargissement de la CELS par écrouissage. Ce schéma dans ses grandes lignes s'applique aux résultats des présents essais.

6 Conclusion

Les modèles de comportement en compression triaxiale (directions principales des contraintes et des déformations fixes) pour les sols visqueux sont relativement nombreux et ont pour point de départ les

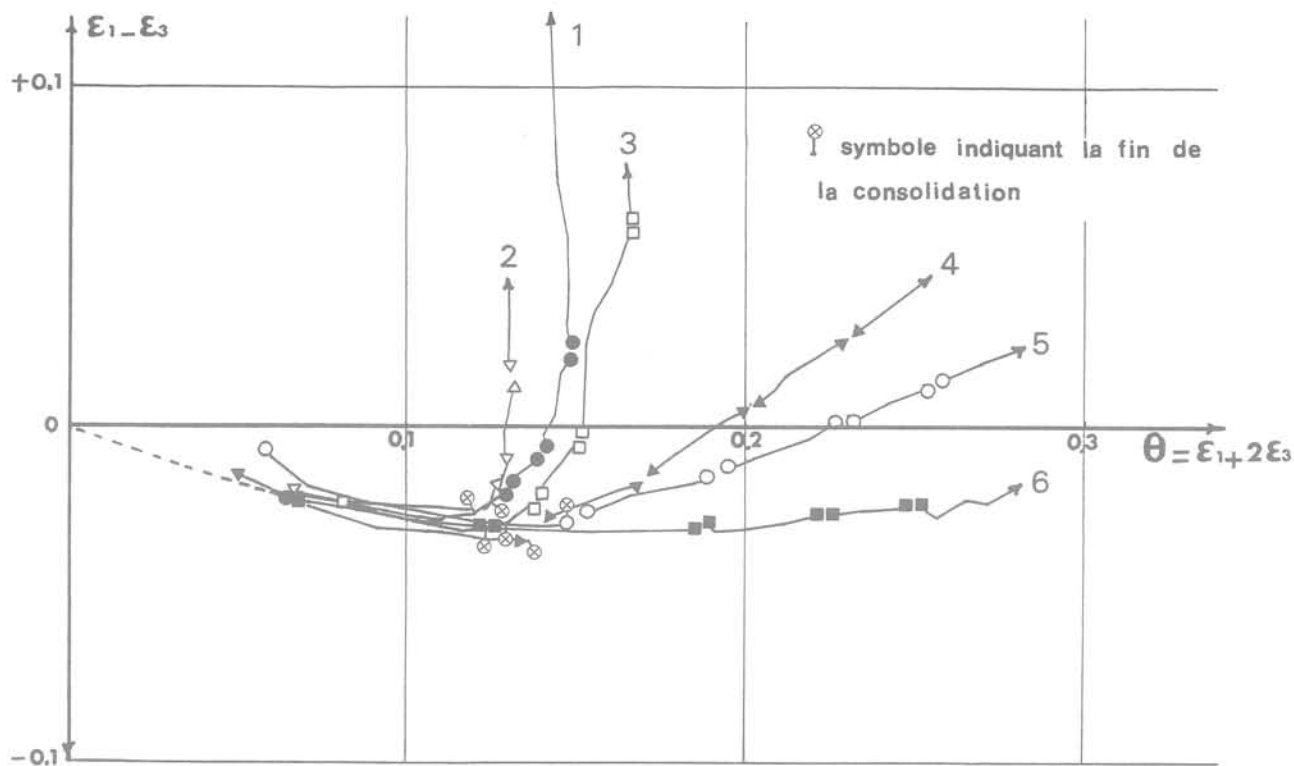


Fig. 7 Chemins de déformation suivis par six échantillons d'argile de Cubzac-les-Ponts sous six chemins de chargement différents

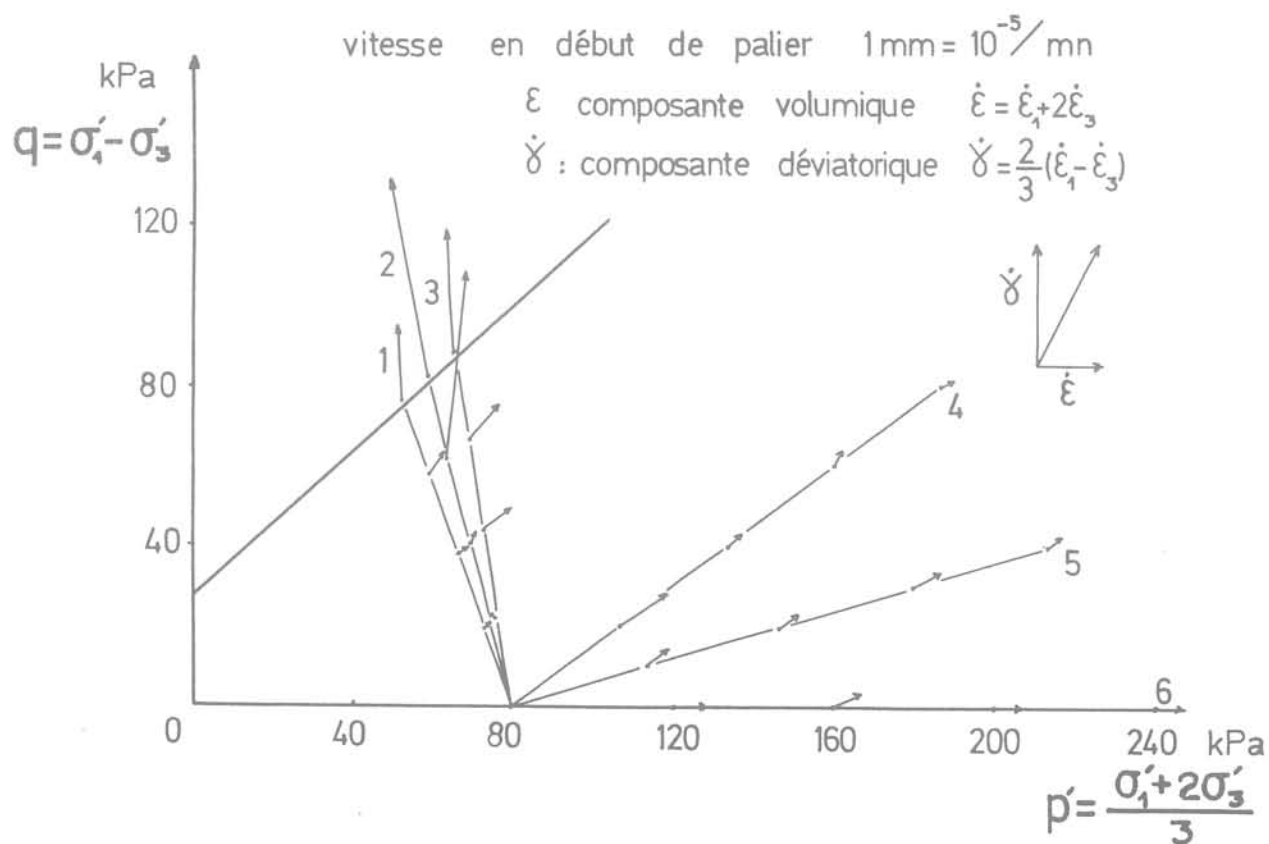


Fig. 8 Vitesses d'écoulement juste après les différents chargements

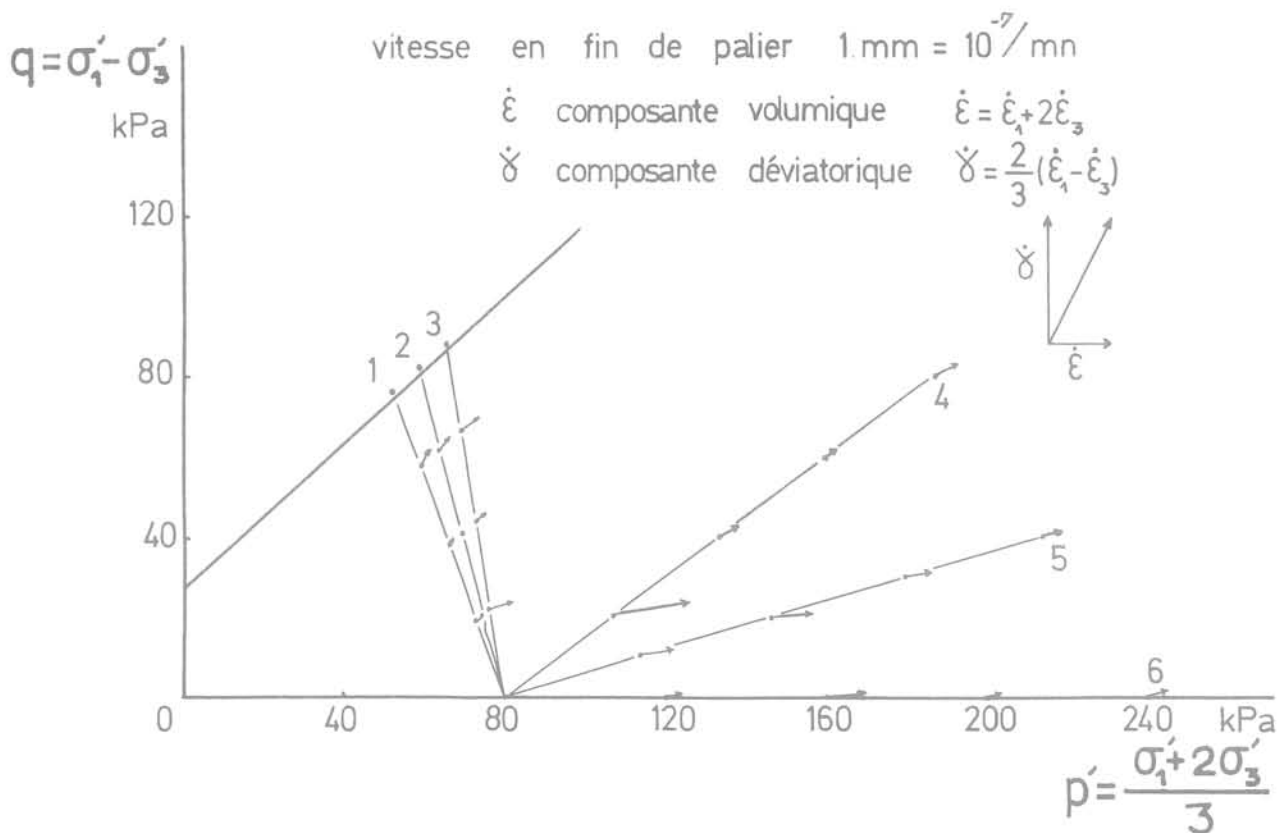


Fig. 9 Vitesses d'écoulement à la fin de chaque palier de chargement

théories de la visco-élasticité ou de l'élasto-viscoplasticité. Pour rester intelligible, chaque modèle doit se limiter à des types de sollicitations bien déterminés. C'est ainsi qu'un modèle visco-élastique basé sur le principe de superposition peut être envisagé pour la simulation du fluage au cisaillement d'une argile très compacte (l'argile des Flandres) dans les conditions particulières suivantes : consolidation isotrope puis augmentation instantanée ou par paliers des seules contraintes de cisaillement. Il n'a pas été difficile de montrer, par des essais effectués sur une argile molle non remaniée, prélevée à Cubzac-les-Ponts, que l'application de ce modèle à d'autres types de chargements et à d'autres types d'argiles se heurtait à des difficultés dues en particulier à la dilatance, à l'anisotropie de comportement, à l'irréversibilité des déformations visqueuses, etc.

Remerciements

Les auteurs expriment toute leur gratitude pour l'aide apportée par M. Stempfelet, technicien au LCPC, à la mise au point des bagues de mesure des déformations radiales et à la réalisation des essais de fluage sur l'argile de Cubzac-les-Ponts.

Ils adressent également leurs remerciements à M. Maebe, technicien au LRPC de Lille, et à M. Ghesquiers, technicien au LCPC, pour la bonne réalisation des essais de fluage sur l'argile des Flandres.

Références bibliographiques

Adachi T., Okano M. (1974), A constitutive equation for normally consolidated clay soils and foundations, vol. XIV, n° 4, december, pp. 55-74.

Akai K., Adachi T., Fujimoto K. (1977), Constitutive equations of geomechanical materials based on elasto-viscoplasticity. 9^e congrès int. MS et TF, Tokyo, Speciality session 9, p. 1-10.

Ansal M.A., Bazant Z.P., Krizek R.J. (1979), Viscoplasticity of normally consolidated clay. Journal ASCE, GED, vol. 105 GT4, April, pp. 519-538.

Bishop A.W., Lovenbury H.T. (1969), Creep characteristics of two undisturbed clays. 7^e congrès int. MS et TF, Mexico, vol. I, pp. 29-38.

Félix B. (1980), Étude théorique et expérimentale du fluage unidimensionnel des sols argileux. Revue Française de Géotechnique n° 13, novembre, pp. 31-43.

Félix B. (1981), Mesure de la déformation radiale des éprouvettes de sol par un système de bagues. Revue Française de Géotechnique, n° 15, mai, pp. 53-57.

- Goldstein M., Ter Stepanian (1957), The long-term strength of clays and depth creep of slopes. 7^e Congrès int. MS et TF, Londres, vol. II, pp. 311-314.
- Meschyan S.R. (1967), Le fluage des sols argileux (en russe). Édition de l'Académie des Sciences de la RSS d'Arménie, p. 318.
- Meschyan S.R., Badalyan R.G. (1976), Regularity of creep of clays and deformation of slopes. 6^e conf. Européen. MS et TF, Vienne, vol. 1-1, pp. 71-74.
- Murayama S., Shibata T. (1961), Rheological properties of clays. 5^e congrès int. MS et TF, Paris, vol. I, pp. 269-273.
- Perzyna P. (1969), The constitutive equations for work-hardening and rate sensitive plastic material. Proceedings Vibrational Problems, Varsovie, vol. 14, n° 3, pp. 281-290.
- Roscoe K.H., Schofield A.N., Wroth C.P. (1958), On the yielding of soils. Geotechnique, vol. VIII, n° 1, pp. 22-53.
- Robinet J.-C. (1978), Prédiction du comportement d'une argile sur chemins triaxiaux. Journée de Rhéologie, ENTPE, Vaulx-en-Velin, pp. 55-98.
- Schultze E. (1971), Essais de fluage sur des sols normalement compactés. Bull. de Liaison des LPC Spécial journées nationales : Le comportement des sols avant la rupture, Paris, Mai, pp. 20-29.
- Sekiguchi H. (1973), Flow characteristics of clays. Soils and Foundations, vol. XIII, n° 1, March, pp. 45-60.
- Sekiguchi H., Ohta H. (1977), Induced anisotropy and time dependancy in clays. 9^e congrès int. MS et TF, Tokyo, Specialty session 9, pp. 229-238.
- Shahanguian S. (1981), Détermination expérimentale des courbes d'état limite de l'argile organique de Cubzac-les-Ponts. Rapport de Recherche LPC n° 106, novembre, p. 79.
- Shibata T., Karube D. (1969), Creep rate and creep strength of clays. 7^e congrès int. MS et TF, Mexico, vol. I, pp. 351-360.
- Tavenas F., Leroueil S. (1977), Effects of stresses and time on yielding of clays. 9^e congrès int. MS et TF, Tokyo, vol. I, pp. 319-326.
- Valanis K.C. (1971), A theory of viscoplasticity without a yield surface. Archive de mécanique (Archiwum Mechaniki Stosowanej), n° 23, pp. 517-555.
- Vyalov S.S., Skibitskij A.M. (1957), Rheological processes in frozen soils and dense clays. 4^e congrès int. MS et TF, Londres, vol. I, pp. 120-124.

sur l'usage de la gaine interne au cours de l'essai triaxial

par

F. Molenkamp

Laboratoire de Mécanique des Sols de Delft

Section
Modèles Numériques
Bibliothèque

La déformation mesurée des matériaux granulaires lors de l'essai triaxial n'est pas seulement due à la déformation de l'échantillon lui-même mais encore à des phénomènes de pénétration de la gaine latérale (Newland, Allely, 1957, 1959) et de la gaine à l'emplacement des couches de graissage aux plaques de répartition (Sarsby, Kaltefleiter, Haddad, 1980).

On pourrait corriger l'effet de ces phénomènes à l'aide d'étalonnages (Molenkamp, Luger, 1981; Molenkamp, 1982), tout en acceptant les imprécisions entraînées par cette correction.

Si possible, il est préférable de modifier le dispositif d'essai de façon que le problème soit en grande partie éliminé. Kieckbusch, Schuppener (1977) ont développé une méthode expérimentale pour remplir les interstices entre la gaine latérale déchargée et les grains extérieurs de l'échantillon, par laquelle cette pénétration peut être diminuée jusqu'à environ 15 pour cent. Un défaut de cette méthode peut être que les grains entourant la gaine soient collés par le remplissage et forment de ce fait un cylindre relativement rigide qui est à son tour un soutien pour l'échantillon. L'importance de ce phénomène est encore mal connue. Molenkamp, Luger (1981) suggèrent, sur des bases théoriques, l'usage d'une gaine plus rigide pour minimiser lors des essais triaxiaux non drainés les erreurs combinées qui sont entraînées par la pénétration et le soutien latéral de la gaine. Cependant la rigidité de la gaine semble donner lieu à des perturbations pendant la préparation de l'échantillon.

Habib, Luong (1982) emploient une gaine interne (fig. 1) supposant que la pénétration de cette gaine sera relativement petite. On mesure la variation de volume de l'échantillon interne seul.

L'effet de cette méthode sur la contrainte radiale est examiné ci-après.

* Cf. note technique : suppression des perturbations dues à l'effet de membrane dans les mesures de variations de volume au cours de l'essai triaxial par P. Habib et M. P. Luong, n° 20, pp. 78-79.

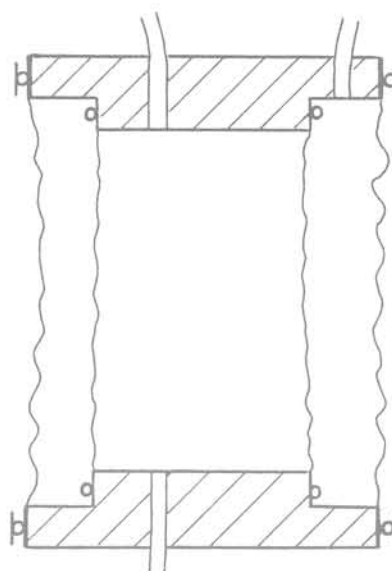


Fig. 1 Dispositif à double membrane

Si une contrainte effective agit sur une gaine interne (fig. 2) les grains entourant la gaine se réorienteront pour transmettre les efforts intergranulaires. De plus les grains au contact de la gaine seront un peu enfoncés dans celle-ci. Ces phénomènes combinés causeront un déplacement relatif entre les grains de part et d'autre de la gaine. La rigidité effective de cette gaine pourra être plus grande que celle de la gaine externe, parce que, si la pression interstitielle des deux côtés est identique, la distribution des contraintes internes peut aussi avoir une influence sur la rigidité.

Pour obtenir une estimation de cet effet, considérons la contrainte radiale effective pour un échantillon élastique avec une gaine interne élastique et sans déformation axiale. Le matériau granulaire et la gaine ont un module de glissement G_1 , respectivement G_2 et un coefficient de Poisson ν_1 , respectivement ν_2 .

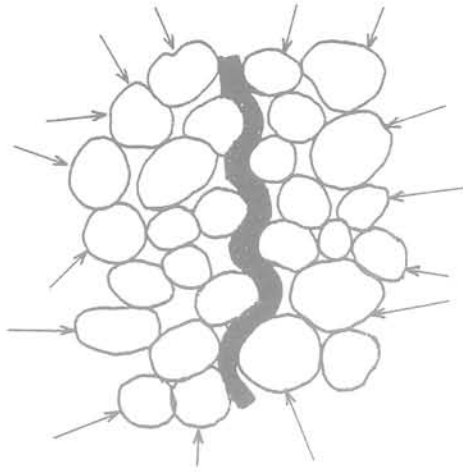


Fig. 2 Pénétration de la gaine interne

La solution pour chaque région porte que :

$$u = \frac{A}{r} + Br \quad (1)$$

$$\sigma = -\frac{2G}{r^2} A + \frac{2G}{(1-2\nu)} B \quad (2)$$

avec :

A, B : les constantes d'intégration

u : le déplacement radial

σ : la contrainte radiale

r : la distance radiale par rapport au centre.

La substitution des conditions aux limites conduit aux solutions suivantes pour le rapport entre la contrainte radiale σ et la pression de soutien σ_c .

Pour : $0 \leq r \leq r_1$; où r_1 : le rayon interne de la gaine interne.

$$\frac{\sigma}{\sigma_c} = \frac{(Z-1) G_2}{D \left(\frac{r}{r_3}\right)^2} \left\{ 1 + \frac{1}{(1-2\nu_2)} \right\} \quad (3)$$

avec :

$$Z = \frac{\left(1 + \frac{1}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 (1-2\nu_1)}\right)}{\left(1 - \frac{1}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2}\right)} \quad (4)$$

$$D = Z \frac{G_2}{G_1} \left[\frac{\frac{r_1}{r_3}}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_3}\right) (1-2\nu_2)} + \frac{G_2 (1-2\nu_1)}{G_1 (1-2\nu_2)} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)} - \frac{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2} \right\} + \frac{1}{(1-2\nu_1)} \right. \\ \left. \left\{ \frac{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)} \right\} - \frac{G_2}{G_1} \left\{ \frac{1}{(1-2\nu_2)} \frac{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)} \right\} \right] \quad (5)$$

Pour $r_1 \leq r \leq r_2$; où r_2 : le rayon externe de la gaine interne :

$$\frac{\sigma}{\sigma_c} = \frac{(Z-1) G_2}{D \frac{G_1}{\left(\frac{r}{r_3}\right)^2}} \left[\frac{\frac{r_1}{r_3}}{\left(\frac{r}{r_3}\right)^2} \left\{ 1 - \frac{G_2(1-2\nu_1)}{G_1(1-2\nu_2)} \right\} + \frac{1}{\frac{r_1}{r_3} (1-2\nu_2)} \left\{ 1 + \frac{G_2}{G_1} (1-2\nu_1) \right\} \right] > (6)$$

Pour $r_2 \leq r \leq r_3$; où r_3 : le rayon externe de l'échantillon.

$$\frac{\sigma}{\sigma_c} = 1 - \frac{1 - \frac{1}{\left(\frac{r}{r_3}\right)^2}}{1 - \frac{1}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2}} - \left\{ 1 + \frac{(1-Z) G_2}{D \frac{G_1}{\left(\frac{r}{r_3}\right)^2}} \left[\frac{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_3}\right) (1-2\nu_2)} + \frac{G_2(1-2\nu_1)}{G_1(1-2\nu_2)} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_3}\right)} + \frac{-\left(\frac{r_1}{r_3}\right)}{\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2} \right\} \right] \right\} \quad (7)$$

Les figures 3a et 3b montrent ce rapport $\frac{\sigma}{\sigma_c}$ pour

$\frac{r_1}{r_3} = 0,6$, $\frac{r_2}{r_3} = 0,605$, $\nu_2 = 0$ et $\frac{G_2}{G_1} = 0,01, 0,03, 0,05, 0,1$ et 1.

Notamment pour la figure 3a) $\nu_1 = 0,45$ et pour la figure 3b) $\nu_1 = 0$. Quant aux valeurs du rapport $\frac{G_2}{G_1}$ on peut

supposer que la rigidité effective de la gaine interne sera inférieure à celle du caoutchouc c'est-à-dire $G_2 < \sim 1,1$ MPa. On peut supposer ensuite que souvent, pour des sables $G_1 > \sim 10$ MPa; alors probablement $\frac{G_1}{G_2} \ll 0,1$. La contrainte radiale paraît uniforme à l'intérieur de la gaine interne et elle augmente à partir de la gaine interne jusqu'à la pression de soutien au bord extérieur. A l'intérieur de la gaine interne la contrainte radiale diminue quand le rapport $\frac{G_2}{G_1}$ diminue.

Pour l'épaisseur choisie de la gaine $\left(\frac{r_2 - r_1}{r_3} = 0,005\right)$ la réduction de la contrainte radiale monte à environ 4 à 32 pour cent pour des valeurs du rapport effectif $\frac{G_2}{G_1}$, situées entre 0,05 et 0,01.

Des erreurs de cet ordre peuvent se produire pour les valeurs des augmentations des contraintes radiales. Une meilleure estimation de l'importance de la réduction peut être obtenue par mesure directe de la rigidité effective de la gaine.

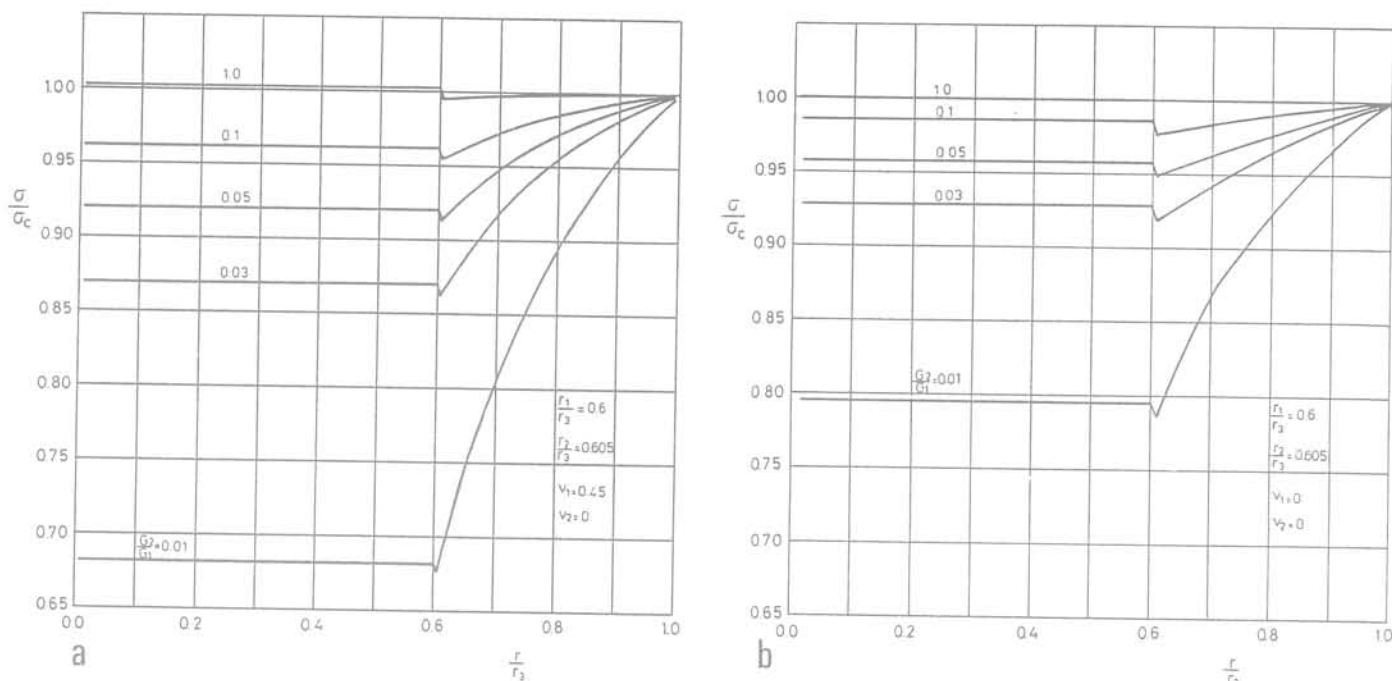


Fig. 3 Rapport entre la contrainte radiale σ et la pression de soutien σ_c en fonction du rapport entre le rayon r et le rayon externe r_3 pour plusieurs valeurs du rapport entre la rigidité effective de la gaine G_2 et la rigidité du matériau granulaire G_1 .
a) $\nu_1 = 0.45$ - b) $\nu_1 = 0$.

Références bibliographiques

1. Habib P., Luong M. P. (1982).
Suppression des perturbations dues à l'effet de membrane dans les mesures de variations de volume au cours de l'essai triaxial. *Revue Française de Géotechnique*, Numéro 20, Août, 78-79.
2. Kiekbusch M., Schuppener B. (1977).
Membrane penetration and its effect on pore pressures, *Journal Geotechn. Engng. Div., Am. Soc. Civ. Engrs.*, 103, GT 11, 1267-1279.
3. Molenkamp F. (1982).
Some comments on testing and modelling, *International Workshop on Constitutive behaviour of soils*, Grenoble, Sept.
4. Molenkamp F., Luger H.J. (1981).
Modelling and minimization of membrane penetration effects in tests on granular soils, *Geotechnique* 31, N° 4, 471-486.
5. Newland P.L., Allely B.H. (1957).
Volume changes in drained triaxial tests on granular materials. *Geotechnique* 7, N° 1, 17-34.
6. Newland P.L., Allely B.H. (1959).
Volume changes during undrained triaxial tests on saturated dilatant granular materials, *Geotechnique* 9, N° 4, 174-182.
7. Sarsby R.W., Kaltefleiter H., Haddad E.H. (1980).
Bedding error in triaxial tests on granular media, *Geotechnique* 30, N° 3, 302-309.

réponse à la discussion du Dr Frans Molenkamp

par

P. Habib et M. P. Luong

La discussion « Sur l'usage de la gaine interne au cours de l'essai triaxial » du Dr Frans Molenkamp a montré le grand intérêt que portent les expérimentateurs en mécanique des sols à la mesure des variations de volume lors des essais triaxiaux sur des éprouvettes de sable protégées par des gaines souples.

La formule (3) nous a cependant un peu étonné, car il nous semble que pour $0 \leq r \leq r_1$, le rapport $\frac{\sigma}{\sigma_c}$ devrait être constant au lieu d'être une fonction de $\frac{1}{r}$.

Les courbes des figures 3a et 3b dressées par le

Dr Frans Molenkamp à partir de ses calculs sont extrêmement intéressantes car elles montrent que dans les cas les plus défavorables, le dispositif expérimental qui a été proposé donne d'excellents résultats : les échantillons de sable utilisés avaient un diamètre extérieur $D_e = 70$ mm et intérieur $D_i = 60$ mm soit un rapport $r_2/r_3 = 0,857$.

Pour un rapport $G_2/G_1 = 0,01$, cas limite très défavorable, la réduction maximale de la contrainte radiale est inférieure à 6,5 % d'après la figure 3a et 5 % d'après la figure 3b. Elle n'est plus que 3 % et 2,5 % pour un rapport $G_2/G_1 = 0,03$, ce qui apparaît comme des corrections tout à fait acceptables.

