

Perméabilité estimée par la granulométrie Proposition d'une méthode et test de son efficacité

V. SAVATIER

Fondasol agence
de Montpellier
Bât. A, bureaux d'Olympie
134, av. de Palavas
34070 Montpellier

Résumé

Après une analyse des relations entre les formules de Kozeny et de Hazen, nous établissons, à partir de la formule de Kozeny, une nouvelle relation granulométrie-perméabilité utilisable sur des sols de granulométrie étalée dont on ne connaît pas *a priori* la porosité. Nous montrons, sur un échantillon de 21 sols, que la relation proposée donne des résultats plus satisfaisants que la formule de Hazen utilisée lorsque $\frac{d_{60}}{d_{10}} > 2$ et que la probabilité d'avoir une estimation ne différant pas de plus d'un facteur 10 de la perméabilité vraie est de 80 %.

Correlation between permeability and granulometry Proposition of a new method

Abstract

We propose a new method of estimation of permeability based on Kozeny formula. We show that this method is better than Hazen formula employed when $\frac{d_{60}}{d_{10}} > 2$.

The probability to obtain with our method a factor 10 over or under estimation of permeability is less than 10 %.

L'existence d'une relation entre la granulométrie d'un sol et sa perméabilité peut sembler une évidence. L'utilisation d'une telle relation pour déterminer la perméabilité d'un sol présente pourtant de nombreuses difficultés liées, d'une part, à l'hétérogénéité des sols et, d'autre part, au fait que la granulométrie n'exprime pas l'organisation des pores de l'aquifère, enfin aux difficultés de définition de la granulométrie pour des sols aux grains allongés.

Ces difficultés conduisent de nombreux professionnels à nier toute utilité aux approches de la perméabilité par la granulométrie et à préconiser, à juste titre, un recours systématique aux essais de pompage et parfois, à moins juste titre, un recours systématique aux essais d'eau ponctuels par injection de type Lefranc, Nasberg ou Porcher. D'autres professionnels insistant sur la possible faible fiabilité des essais d'eau par injection du fait des phénomènes de colmatage leur préférant, en l'absence de pompage d'essai, l'utilisation de la formule de Hazen qui est fréquemment utilisée sans tenir compte de son domaine de validité restreint aux sols isogranulaires à grains sphériques.

L'origine des erreurs à craindre lors des essais d'eau par injection étant différente de celle à prévoir par les estimations à partir des analyses granulométriques, il peut être tentant d'utiliser les deux approches. L'obtention de deux résultats similaires est, en effet, un gage de bonne qualité de l'estimation, et l'analyse de l'origine des différences peut permettre d'éviter les déboires auxquels l'utilisation injustifiée de l'une ou l'autre des méthodes aurait conduit.

Pour cela, il nous paraît nécessaire de disposer d'une méthode d'estimation à partir de la granulométrie ayant un domaine d'application plus large que la formule de Hazen.

Le propos de cet article est de proposer une telle relation et d'examiner si elle constitue un progrès par rapport à l'utilisation de la formule de Hazen hors de son domaine d'application.

1

Rappel des formules de Hazen et de Kozeny

1.1

La formule de Hazen

Cette formule qui a, d'après Schneebeli, une origine expérimentale est valable pour un sol isogranulaire. Son domaine de validité est en effet restreint aux sols tels que $\frac{d_{60}}{d_{10}} \leq 2$ (d_n est de diamètre des grains correspondant à un passant de n %).

Elle vaut :

$$- \text{perméabilité intrinsèque : } K = \frac{(d_{10})^2}{1000} \quad (1)$$

$$- \text{perméabilité à l'eau : } k(m/s) = (d_{10})^2 d_{10} \text{ en cm} \quad (2)$$

Rappelons au passage que la perméabilité à l'eau se déduit de la perméabilité intrinsèque par la formule :

$$K = \frac{\eta}{\gamma_w} k$$

avec :

η viscosité dynamique de l'eau valant à 20° : $\eta = 10^{-6}$ kPa.s ;

γ_w poids spécifique de l'eau : $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$.

On a donc :

$$[K(m^2) = 10^{-7} k(m/s)] \quad (3)$$

En toute rigueur, la formule de Hazen ne devrait pas être utilisée hors de son domaine de validité.

1.2

La formule de Kozeny Fair et Hatch

Ainsi que cela est montré par Schneebeli [1] et Guéguen et Palciauskas [2], cette formule a des bases théoriques. Elle correspond à une modélisation de l'aquifère par un réseau de tubes. Nous avons :

$$\text{perméabilité intrinsèque : } K = \frac{a}{S_o^2} \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (4)$$

avec :

a coefficient de proportionnalité proche de 1 ;

n porosité ;

S_o surface des pores par unité de volume de solide (sans pore).

Remarquons que dans un sol granulaire, on a $S_o = \frac{S}{V}$ avec :

S surface des grains ;

V volume des grains.

Cette formule peut donc s'écrire sous la forme suivante donnée par Schneebeli dans la référence [1] :

$$\text{perméabilité intrinsèque : } K = a \left(\frac{V}{S} \right)^2 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (5)$$

$a \neq 1$

Du fait de son mode d'établissement, cette formule doit être réservée aux sols granulaires où la surface du grain correspond à la surface des pores.

L'utilisation de cette formule est difficile, car elle nécessite de connaître la porosité, le volume des grains ainsi que leur surface par unité de volume.

Elle peut, par contre, être utilisée pour des sols granulaires à granulométrie étalée sous réserve d'une répartition homogène des grains.

2

Méthode de détermination de la perméabilité pour des sols de granulométrie étendue

Nous repartirons de la formule de Kozeny en supposant, ce qui est le cas pour la plupart des sols alluviaux, que les grains peuvent être remplacés par des sphères.

Soit un sol hétérogranulaire comportant i classes granulaires sphériques, on a :

$$- \text{volume des grains : } V = \sum_i n_i V_i \text{ avec } V_i = \frac{\pi (d_i)^3}{6} ;$$

$$- \text{surface des grains : } S = \sum_i n_i S_i \text{ avec } S_i = \pi (d_i)^2.$$

Dans chaque classe granulaire, le nombre de grains dans un échantillon est : $n_i = \frac{x_i P_T}{V_i \gamma_s}$ avec :

x_i pourcentage pondéral des grains de diamètre d_i ;
 P_T poids total de l'échantillon sec ;
 V_i volume d'un grain de diamètre d_i ;
 γ_s poids spécifique des grains.

$$\text{On a alors : } V = \sum_i \frac{x_i P_T}{V_i \gamma_s}, V_i = \frac{P_T}{\gamma_s} \sum_i x_i$$

$$S = \sum_i \frac{x_i P_T}{V_i \gamma_s}, S_i = \frac{P_T}{\gamma_s} \sum_i x_i \frac{S_i}{V_i} = \frac{P_T}{\gamma_s} \sum_i \frac{6}{d_i} x_i$$

$$\text{On a donc : } \frac{V}{S} = \frac{\sum_i x_i}{6 \sum_i \frac{x_i}{d_i}} = \frac{1}{6 \sum_i \frac{x_i}{d_i}}$$

La formule de Kozeny s'écrit donc pour un sol constitué de i classes granulaires

$$K = \frac{a}{36} \left(\frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_i}} \right)^2 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (6)$$

avec :

a coefficient proche de 1 ;
 x_i pourcentage pondéral des sols de diamètre d_i ;
 n porosité.

On peut remarquer que dans le cas d'un sol isogranulaire cette formule donne :

$$K = \frac{a}{36} (d_{10})^2 \frac{n^3}{(1-n)^2}$$

On retrouve donc la formule de Hazen sous réserve que :

$$\frac{a}{36} \frac{n^3}{(1-n)^2} = 10^{-3}$$

Il apparaît donc que la formule de Hazen ne serait valable que pour une certaine porosité.

On doit cependant remarquer que dans les sables et les limons, l'indice des vides est compris entre 0,4 et 1, on a donc :

$$0,286 < n < 0,5 \text{ d'où } 0,046 < \frac{n^3}{(1-n)^2} < 0,5$$

La plage maximale de variation des indices des vides n'entraîne donc qu'une incertitude d'un facteur 10 sur la perméabilité. La plage de variation des indices des vides de sol isogranulaire sédimentaire étant plus faible, cela explique que la formule de Hazen puisse être utilisée avec un certain succès.

Si l'on s'intéresse à la perméabilité à l'eau du sol, on montre facilement à partir des formules (3) et (6) que :

$$k(m/s) = \frac{a}{36} \cdot 10^7 \left(\frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_i}} \right)^2 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (\text{di en m})$$

$$\text{soit : } k(m/s) = \frac{a}{36} \cdot 10^3 \left(\frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_i}} \right)^2 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (\text{di en cm}) \quad (7)$$

Cette formule peut être utilisée pour calculer l'ordre de grandeur de la perméabilité lorsque l'on connaît la porosité efficace.

Si l'on ne connaît pas la porosité efficace, on peut écrire, en remarquant que la porosité des limons et des sables est $0,286 < n < 0,5$ et en considérant que la porosité efficace est, pour les sables et les limons, de l'ordre de 20 % de la porosité totale :

$$0,25a \left(\frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_i}} \right)^2 < k(m/s) < 2,77a \left(\frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_i}} \right)^2 \quad (\text{di en cm})$$

Ce que l'on peut écrire :

$$k(m/s) = \alpha \left(\frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_i}} \right)^2 \quad (\text{di en cm}) \quad (8)$$

avec : $0,25 < \alpha < 2,8$.

Si l'on sépare le sol en classe granulométriques correspondant à 20 % de la masse totale de matériaux, la formule (8) s'écrit :

$$k_G = \alpha \left(\frac{5}{\frac{1}{d_{10}} + \frac{1}{d_{30}} + \frac{1}{d_{50}} + \frac{1}{d_{70}} + \frac{1}{d_{90}}} \right)^2 \quad (9)$$

avec : $0,25 < \alpha < 2,8$;

d_i diamètre en centimètre du grain correspondant à un refus de i % ;

k_G perméabilité estimée à partir de l'analyse granulométrique.

C'est cette formule que nous utiliserons dans la suite.

3

Comparaison des perméabilités estimées par les formules précédentes avec des résultats d'essais de pompage

De façon à tester l'utilité de la formule (9), nous avons regroupé, dans le tableau I, 21 courbes granulométriques correspondant à des sols dont la perméabilité avait été mesurée par des essais de pompage. Nous donnons dans ce tableau et pour chaque courbe granulométrique, outre la perméabilité mesurée par pompage, la perméabilité pouvant être estimée par la formule de Hazen et celle estimée par la formule (9) en retenant $\alpha = 1$.

Étudions la corrélation existant entre ces différentes perméabilités ou plutôt entre leurs logarithmes népériens.

TABLEAU I Comparaison des granulométries et des perméabilités de 21 sols.

Chantier sondage/formation	Échantillon	D10 cm	D30 cm	D50 cm	D70 cm	D90 cm	$\Sigma(1/Dx)$	k Hazen m/s	k pompage m/s	k_G m/s
port Mariane										
puit	5-6 m	8E-04	0,006	0,02	0,04	0,08	1 504	6,40E-07	7,20E-06	1,10E-05
n1	5,5-6,5 m	8E-04	0,005	0,015	0,045	0,15	1 568	6,40E-07	7,20E-06	1,02E-05
n2	4,3-5,3 m	0,001	0,005	0,015	0,045	0,1	1 321	1,00E-06	7,20E-06	1,43E-05
n3	4,5-5,5 m	8E-04	0,003	0,007	0,02	0,08	1 855	6,40E-07	7,20E-06	7,26E-06
n4	4,3-5,3 m	8E-04	0,002	0,004	0,009	0,07	2 292	6,40E-07	7,20E-06	4,76E-06
n5	3,7-4,7 m	8E-04	0,003	0,006	0,05	0,3	1 773	6,40E-07	7,20E-06	7,95E-06
n6	4-5 m	8E-04	0,002	0,006	0,03	0,3	1 968	6,40E-07	7,20E-06	6,45E-06
f4	8,5-10 m	0,003	0,07	0,7	2,5	6	350	9,00E-06	1,00E-03	2,05E-04
f4	10-11,5 haut	0,012	0,12	5	8	15	92	1,44E-04	1,00E-03	2,95E-03
f4	10-11,5 bas	0,002	0,03	0,055	0,08	0,15	571	4,00E-06	1,00E-03	7,68E-05
sable de Fontainebleau	fin	2E-04	0,006	0,01	0,012	0,015	5 417	4,00E-08	1,00E-06	8,52E-07
	grossier	0,012	0,019	0,02	0,02	0,04	261	1,44E-04	1,00E-04	3,67E-04
sable de Beauchamps en tête de couche	min	0,015	0,023	0,028	0,035	0,062	191	2,25E-04	1,00E-05	6,88E-04
	max	0,02	0,038	0,05	0,069	0,125	119	4,00E-04	1,00E-04	1,77E-03
sable de Cuise	min	2E-04	2E-04	9E-04	0,003	0,007	11 587	4,00E-08	1,00E-06	1,86E-07
	max	0,002	0,06	0,08	0,18	0,4	537	4,00E-06	1,00E-04	8,66E-05
alluvions du Doubs										
sc1032-1	4,8-6,1	0,02	0,3	0,8	1,8	3,8	55	4,00E-04	6,40E-03	8,14E-03
sc3032-2	3,6-5,5	0,06	0,31	0,7	1,3	2,8	22	3,60E-03	7,30E-03	4,96E-02
argile sableuse										
sc3032-1	8,7-10	1E-04	2E-04	5E-04	0,004	0,009	19 028	1,00E-08	5,00E-07	6,91E-08
sc3032-2	8,5-9,5	1E-04	0,001	0,005	0,013	1,2	11 111	1,00E-08	8,00E-06	2,03E-07
Nîmes Sistre graveleux										
sc2	3,4-4,9	0,008	0,05	0,07	0,1	0,18	175	6,40E-05	3,30E-03	8,18E-04

Pour cela, nous calculerons tout d'abord le coefficient de corrélation linéaire existant entre les perméabilités estimées et les perméabilités mesurées. Celui-ci vaut :

$$r = \frac{\text{Cov}(k_p, k_e)}{S_{k_p} S_{k_e}}$$

avec :

k_p perméabilité par pompage ;

k_e perméabilité estimée ;

m_x moyenne de la variable x ;

S_x écart-type de la variable x .

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)$$

Les valeurs des coefficients de corrélation linéaires obtenus sont les suivantes :

	Corrélation k pompage/k Hazen	Corrélation k pompage/ k_G
Valeur de r	0,768	0,83

La corrélation de k mesuré par pompage est donc meilleure avec k_G estimé par la formule (9) qu'avec k Hazen estimé en utilisant la formule de Hazen lorsque $\frac{d_{90}}{d_{10}} > 2$.

Nous avons étudié par ailleurs la distribution des variables :

$C_H = \text{Log}(k \text{ Hazen}) - \text{Log}(k \text{ pompage})$;

$C_G = \text{Log}(k_G) - \text{Log}(k \text{ pompage})$.

Nous donnons, figures 1 et 2, les histogrammes et les ajustements à des lois normales de ces deux variables.

On constate que C_H s'ajuste sur une distribution normale de paramètres :

– moyenne $\mu = -0,99$;

– écart-type $\sigma = 0,96$.

Pour l'échantillon testé, on a, donc, en moyenne :

$$\ln\left(\frac{k \text{ Hazen}}{k \text{ pompage}}\right) = -0,99 \text{ soit } k \text{ Hazen} = 0,37 k \text{ pompage}$$

L'estimation par la formule de Hazen conduit donc, pour l'échantillon testé, à sous-estimer en moyenne la perméabilité d'environ un facteur 3.

Ajustement à une Loi Normale

Classes	% cumulé	
-2,5	0,04761905	-1,6683907
-2	0,14285714	-1,0675694
-1,5	0,23809524	-0,7124436
-1	0,71428571	0,56594899
-0,5	0,80952381	0,87614353
0	0,85714286	1,06756943
0,5	0,9047619	1,30917215
1	0,95238095	1,66839072

Histogramme

The histogram displays the frequency of each class. The highest frequency is at class -1, which has a count of 10. The cumulative distribution curve (Série2) shows the total percentage up to each class.

moyenne de l'échantillon : -1,0645872
écart type de l'échantillon : 0,95071612

Pour cette repartition en classes, cette population s'ajuste à une loi Normale de parametres:

$\sigma = 0,9611288$
 $\mu = -0,9949462$

Le coefficient d'ajustement est $R_0 = 0,93575984$

droite de Henry

The Henry's normal probability plot compares the sample quantiles against theoretical quantiles. The points closely follow the diagonal line, indicating a good fit to the normal distribution.

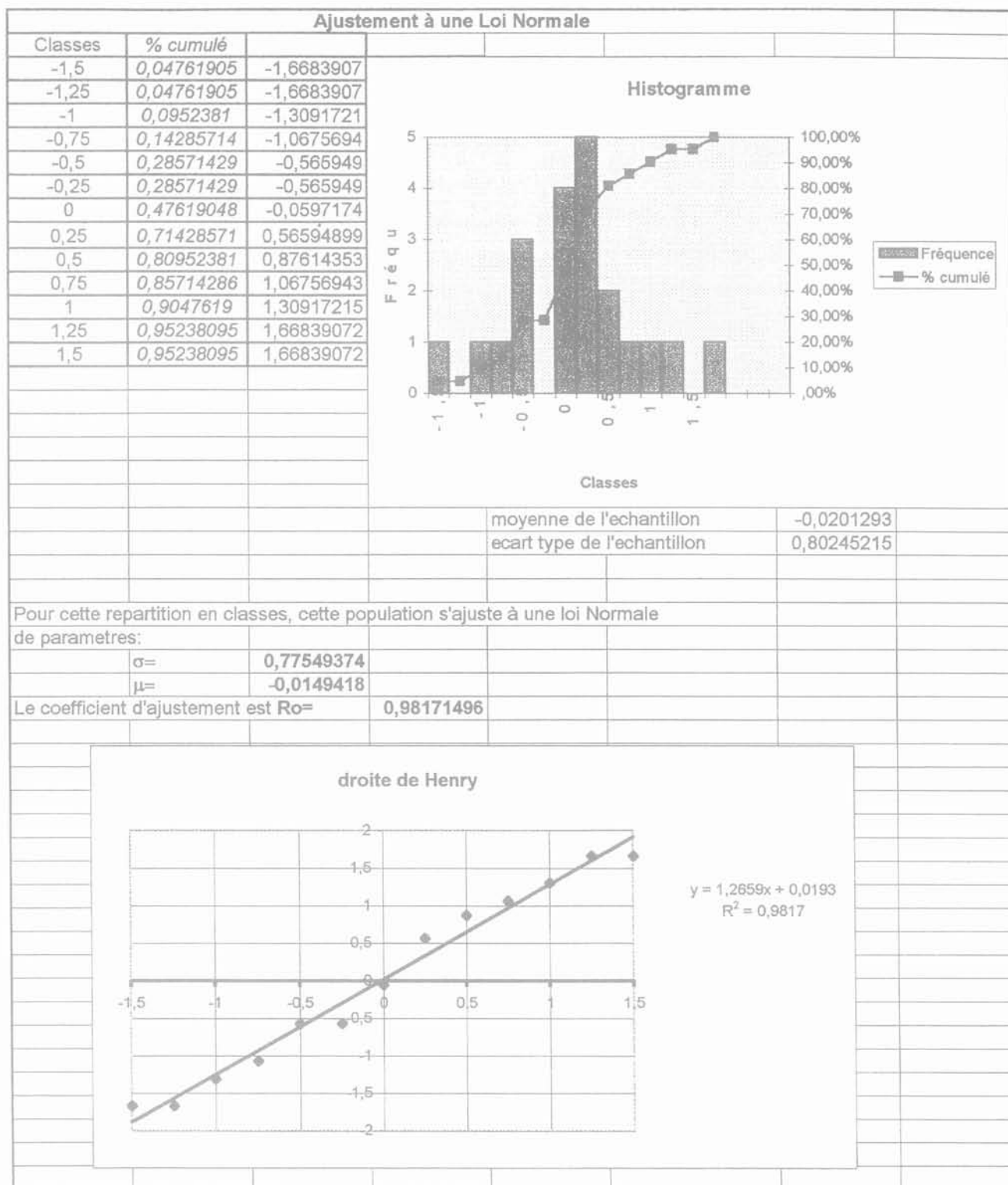


FIG. 2 Ajustement à une loi normale de la variable $C_G = \text{Log}(k_e/k_{\text{pompage}})$.

L'intervalle de confiance à 80 % de C_G est :
 $I = 0,014 \pm U_{0,90} \times 0,775 = 0,014 \pm 1,29 \times 0,775$
 soit : $I = 0,014 \pm 1$

avec :

$U_{0,90}$ valeur de la variable aléatoire centrée réduite pour une probabilité de 0,9.

Ceci peut s'écrire : $\frac{1}{10} < \frac{k_G}{k_{\text{pompage}}} < 10$

En utilisant la formule (9), la probabilité d'avoir une estimation de la perméabilité ne différant pas de plus d'un facteur 10 de la perméabilité vraie est donc de 80 %.

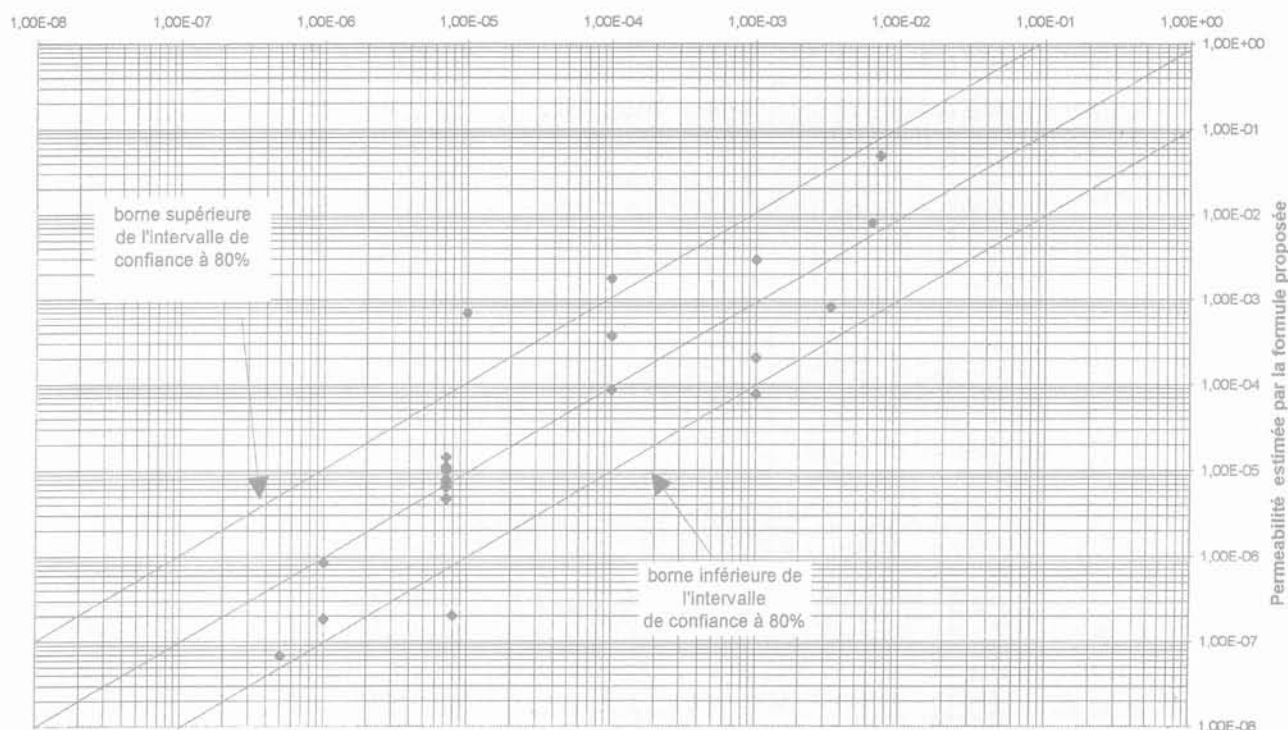


FIG. 3 Représentation graphique de l'échantillon testé.

4

Conclusion

La formule proposée permet donc pour les sols sablo-limoneux de granulométrie étalée testés une estimation de meilleure qualité que la formule de Hazen employée hors de son domaine d'application.

La dispersion n'est pas négligeable et doit conduire à ne pas employer seule cette nouvelle formule.

On pourra, par contre, l'utiliser avec profit pour tester la fiabilité d'essais Lefranc par injection dans les sols sablo-limoneux.

Rappelons que la formule proposée est établie pour des grains sphériques. Elle ne pourra être utilisée pour des sols s'éloignant trop de cette hypothèse et en particulier pour les sols comportant plus de 30 % d'argile au sens minéralogique du terme.

Bibliographie

- [1] Schneebeli G. – *Hydraulique souterraine*, Paris, Eyrolles, 1987, p. 56-57.
- [2] Guéguen Y., Palciauskas V. – *Introduction à la physique des roches*, Herman Éditeur, 1992, p. 129-130.
- [3] Cassan M. *Aide mémoire d'hydraulique souterraine*, Paris, Presses des Ponts et Chaussées, 1993, p. 13.
- [4] Philipponnat G. – *Fondations et ouvrages en terre*, Paris, Eyrolles, p. 28-29.
- [5] Filiat – *La pratique des sols et fondation*, Éditions du Moniteur, p. 1200-1313.