

# Etude d'un matériau granulaire. Passage du milieu discontinu au milieu continu : approche expérimentale

Study of a granular media. Transition from a discontinuous medium to a continuous one : experimental approach

**N.E. ABRIAK**

Chargé de Recherche, Responsable du Laboratoire de Mécanique des sols,  
Ecole des Mines de Douai\*

**F. PARSY**

Professeur, Département Mécanique, Lille\*\*

Rev. Franç. Géotech. n° 65, pp. 29-35 (octobre 1993)

## Résumé

Les résultats présentés dans cet article expliquent au niveau microstructural (c'est-à-dire du grain) les phénomènes que l'on observe ou que l'on mesure au cours de l'étude statique.

A l'aide d'une technique expérimentale que nous avons mise au point, on montre que le passage du milieu discontinu au milieu continu peut se traduire par le rapport de la taille des grains à la taille de la facette macroscopique, par conséquent on peut admettre, d'une manière générale, que les milieux granulaires sont assimilables à un milieu continu, tant que le coefficient de variation est faible.

## Abstract

The results described in this article should explain, at a microstructural level (i.e. the grain), the phenomena observed or measured during a static study.

Using our experimental technique, it can be shown, that the transition from a discontinuous media to a continuous one, can be characterized by the ratio of the size of grains to the size of the macroscopic facet.

This article demonstrates that, in a general manner, granular media can be assimilated to a continuous media as long as the variation coefficient is small.

\* ENSTIMD, 941, rue Charles-Bourseul, BP 838, 59508 Douai Cedex.

\*\* Université des Sciences et Technologies de Lille, 59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex.

## 1. INTRODUCTION

De nombreux chercheurs [4], [5], [8], [10] ont tenté, à partir des lois générales concernant les particules de matière et de leur géométrie, de retrouver théoriquement le comportement global du matériau. En fait ce matériau présente une structure très complexe qui est décrite par beaucoup de paramètres [3], [4], [16], [17], [19].

En faisant l'hypothèse d'homogénéité et d'isotropie d'un milieu constitué de sphères et en ne considérant que le cas où le matériau est soumis sur son contour à une pression isotrope, FAUGERAS et GOURVES [11], [12] ont établi une loi donnant la répartition des forces de contact entre les particules en fonction de la pression exercée, ainsi que des caractéristiques élastiques et granulométriques du matériau. CAMBOU et SIDOROF [6] partent de l'affirmation qu'une modélisation complète du comportement des matériaux granulaires nécessite une caractérisation macroscopique de l'état microstructural. CAMBOU [7] a étudié le cas d'un matériau bidimensionnel. Il a ainsi déterminé, pour ce type de matériau, les dimensions du domaine à prendre en compte (3 à 8 fois les dimensions de la particule la plus grosse) pour que la mécanique des milieux continus puisse s'appliquer. Dans le cas du sable, on peut parler sans contrainte du corps continu dans la mesure où une centaine de grammes de sable peut contenir  $10^7$  grains, qui est un nombre suffisamment grand [14].

Du point de vue macroscopique, on peut considérer le milieu granulaire comme un milieu continu, mais il est nécessairement discontinu localement à une échelle intermédiaire entre l'échelle macroscopique et celle du grain. L'idée d'un milieu continu est fondamentale dans les théories déterministes, en fait l'hypothèse de continuité ne correspond à aucun milieu granulaire réel, et tous ces corps sont discontinus sur le plan microscopique. A partir de ce qui précède, on voit qu'il est intéressant d'étudier les milieux granulaires considérés comme discontinus par une approche probabiliste puisque l'empilement des grains est aléatoire et les propriétés locales au sein du milieu peuvent différer considérablement d'une région à une autre. Cela constitue l'une des difficultés essentielles pour une définition mathématique rigoureuse des variables locales telles que le tenseur des contraintes.

## 2. CONTRAINTES EN MILIEU GRANULAIRE

Pour un milieu continu, la notion de contrainte est définie en un point; elle est égale à la limite du rapport ( $dF/dS$ ) lorsque l'élément de surface  $dS$  tend vers zéro. En tout point, le champ local des contraintes est défini par un tenseur du second ordre appelé le tenseur de contrainte. En réalité, aucun milieu réel n'est continu. Cependant les discontinuités ont une dimension telle qu'à une échelle donnée, elles apparaissent comme négligeables. L'hypothèse de continuité permet une simplification importante et rend l'espace continu et conforme aux exigences de l'analyse mathématique.

Mais il va de soi que cette hypothèse ne correspond pas au milieu granulaire constitué d'un ensemble complexe de particules discrètes, de formes, de dimensions et d'orientations diverses.

Dans le cas d'un milieu discontinu, la notion de contrainte ne peut plus être développée de la même façon. Elle doit se traduire par d'autres concepts et ceci en tenant compte de la nature discrète du milieu. En effet, la contrainte en un point d'un tel milieu ne peut être définie que macroscopiquement.

Si on considère une surface macroscopique ( $dS$ ) entourant un point, dans le cas d'un milieu biphasique, celle-ci entourera des parties vides et des parties solides. Dans le cas où ce point appartient à une phase gazeuse, la contrainte réelle est nulle. Dans le cas contraire, la contrainte réelle sera égale à la contrainte existant dans le grain en équilibre sous l'action de plusieurs forces, c'est ce que nous allons appliquer ultérieurement dans l'étude microscopique.

Dans le cas de l'étude macroscopique, le processus d'homogénéisation consistera à chercher un matériau homogène équivalent c'est-à-dire qui doit se comporter, pour des phénomènes mesurés sur une grande échelle par rapport à la taille des hétérogénéités, de la même façon que le matériau hétérogène donné. Pour ce faire, il va falloir prendre la surface ( $dS$ ) suffisamment grande pour renfermer un très grand nombre de particules, de façon à ce que les discontinuités soient négligeables.

## 3. ÉTUDE MICROSTATIQUE

Le but de cette analyse est de déterminer les pressions isotropes relatives à chaque dimension des grains et d'étudier leur dispersion afin d'analyser les réalités expérimentales microstructurales [15].

Rappelons à ce sujet que DANTU [9] et WEBER [19], ont montré que la distribution des forces de contact n'est pas uniforme dans la structure. Ces auteurs ont mis en évidence l'existence de chaînons de contraintes composés de particules très sollicitées; ils sont évolutifs en fonction du chemin de contrainte suivi et s'orientent en général suivant la direction de la contrainte principale majeure.

Pour étudier ces réalités expérimentales, on a conçu et réalisé un modèle, d'1,80 mètre de hauteur et de 0,30 mètre de longueur, simulant une tranche d'un milieu granulaire enfermé entre deux parois rigides parallèles. Le matériau utilisé est un ensemble de rouleaux cylindriques en polychlorure de vinyl; le comportement d'un tel matériau est analogue à celui d'un milieu granulaire [8], en particulier à celui d'un sable dense, il présente en effet de nombreux points communs avec ce dernier.

Compte tenu du nombre considérable de petits rouleaux que comportait le massif, nous avons été amenés à prévoir un système de sécurité prévenant tout renversement. La stabilité du massif analogue est assurée par un écran amovible disposé sur la face arrière. En

cours d'expérimentation, cette dernière est reculée ou enlevée complètement, afin de permettre aux rouleaux de se déplacer pendant les mesures effectuées lors de l'étude statique et d'éliminer les frottements parasites.

### 3.1. Principe de la détermination des forces de contact

La détermination de la pression isotrope passe par l'évaluation de la force nécessaire au déplacement longitudinal du rouleau.

Deux cas sont possibles : soit le grain est inactif et n'exige aucune force pour son enfoncement, alors on peut considérer qu'aucune force de contact n'existe à la périphérie du grain, soit le grain nécessite une force  $F$  pour son déplacement, alors il existe des forces de contacts entre le grain et ses voisins.

Soit  $F_i$  : la composante radiale de la force de contact entre les grains,

$\delta$  : l'angle de frottement longitudinal.

La résistance à l'enfoncement du rouleau peut s'écrire :

$$R = \sum_i F_i \operatorname{tg} \delta$$

$\sum F_i$  = la somme des forces appliquées sur le rouleau, déplacé, par les rouleaux voisins.

Ce qui correspond, suivant la loi physique de l'Action-Réaction, à la force de poussée  $F$  sur le rouleau, soit :

$$F = \sum F_i \operatorname{tg} \delta$$

On appelle pression isotrope équivalente du grain, le rapport de la somme des composantes radiales des forces de contact à la surface latérale du rouleau enfoncé, soit :

$$P = \left[ \frac{(\sum F_i)}{(2\pi r l)} \right] = \left[ \frac{(F)}{(Stg\delta)} \right]$$

$r$  : rayon du rouleau ;  $d = 2r = (2, 3 \text{ ou } 4 \text{ mm})$ ,

$l$  : longueur du rouleau,  $l = 6 \text{ cm}$ ,

$\operatorname{tg} \delta$  : coefficient de frottement latéral.

### 3.2. Mise au point d'un appareillage de mesure des pressions isotropes

Pour pouvoir faire une étude microstatique, on a été amené à réaliser un système de mesure qui permette d'évaluer les pressions isotropes exercées au niveau de chaque grain. L'ensemble du système comprend :

- un capteur de déplacement,
- un dispositif électronique qui permet de bloquer la valeur de la tension minimale,
- un convertisseur qui assure la conversion analogique-numérique,
- un ordinateur pour le stockage des mesures.

A l'aide du capteur SCHLUMBERGER CD 4421/1, auquel un ressort a été ajouté, on a déterminé la force nécessaire pour déplacer les rouleaux, ce capteur est branché sur un dispositif électronique (fourni par le laboratoire d'électronique de l'ENSTIMD), qui transmet, sur le voltmètre, la valeur maximale de la différence de potentiel obtenue.

En fait, ce système donne une tension proportionnelle au déplacement et grâce au ressort, le déplacement, à son tour, est proportionnel à la force exercée sur le capteur et par conséquent, le système nous fournit une tension proportionnelle à cette force.

Dans le cas de l'étude statistique, deux ressorts différents ont été utilisés, le premier assez résistant, ce qui permet d'opérer sur la partie inférieure du massif ; le second, contrairement au premier est très sensible, ceci afin de pouvoir opérer sur la partie haute du massif.

On a réalisé une courbe d'étalonnage permettant d'obtenir les forces à partir des tensions. Des paliers apparaissent, correspondant aux domaines d'utilisation des deux ressorts. La linéarité de la charge en fonction de la tension change lorsque l'on passe d'un ressort à l'autre. Grâce à cette courbe d'étalonnage, on en déduit la force, que l'on exerce avec le capteur sur le grain, à partir de la tension affichée sur le voltmètre.

### 3.3 Mise en place du matériau

Elle se fait de façon aléatoire pour éviter l'accumulation importante de rouleaux de même diamètre dans un secteur donné. Ils sont disposés dans le massif sous l'effet de la pesanteur, les couches successives ne sont pas compactées, mais simplement disposées de façon à ce que les génératrices rectilignes des rouleaux soient bien parallèles entre elles. On suppose que la densité initiale de mise en place est constante.

Une seule et même procédure a été suivie pour réaliser tous les essais qui consistent à rechercher la répartition des pressions isotropes au sein du massif en fonction de la profondeur. Pour cela le massif a été quadrillé en diverses cases carrées repérées par une abscisse et une ordonnée, sur chaque carré on relève la pression isotrope. On répète les expériences plusieurs fois afin d'avoir un nombre de mesures suffisant permettant ainsi une analyse statistique satisfaisante.

### 3.4. Résultats et analyse

Sur le capteur a été adaptée une tige de diamètre 1,5 mm permettant ainsi de ne pousser que sur un grain au maximum. La mise en œuvre des essais se déroulait de la même manière pour chaque expérience.

Pour chaque hauteur du massif, 18 mesures de force de contact ont été effectuées sur des rouleaux choisis aléatoirement. Les valeurs obtenues sont stockées puis traitées par un programme informatique dont la finalité était de fournir, pour chaque hauteur et pour chaque diamètre :

- la pression isotrope moyenne,
- l'écart-type,
- le coefficient de variation,
- le pourcentage des rouleaux libres.

Ainsi les figures 1, 2 et 3 représentent l'évolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur relativement aux rouleaux de diamètre 2, 3 et 4 mm.

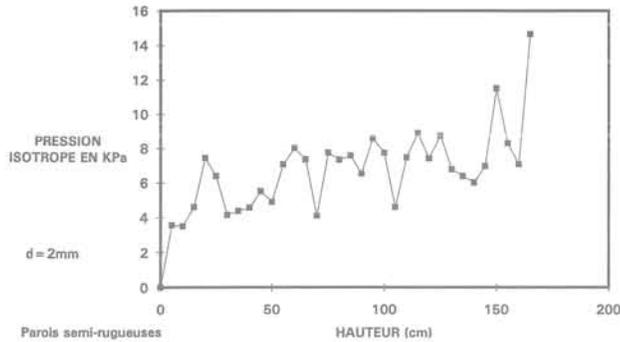


Fig. 1. — Evolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur (rouleaux de 2 mm de diamètre).

Fig. 1. — Evolution of the isotropic pressure with depth (rolls of 2 mm in diameter).

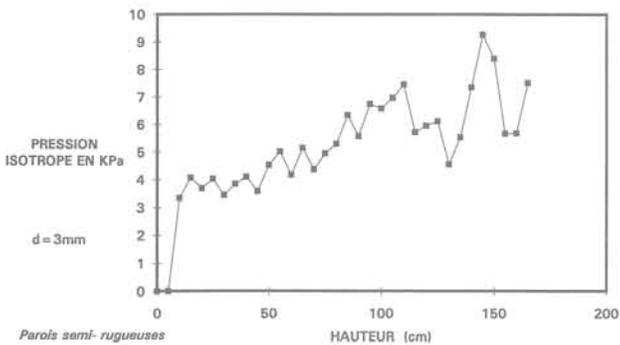


Fig. 2. — Evolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur (rouleaux de 3 mm de diamètre).

Fig. 2. — Evolution of the isotropic pressure with depth (rolls of 3 mm in diameter).

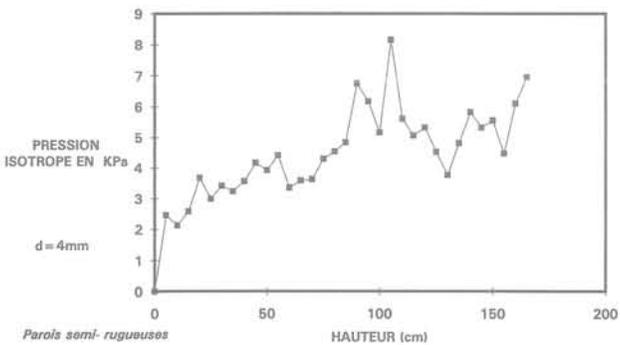


Fig. 3. — Evolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur (rouleaux de 4 mm de diamètre).

Fig. 3. — Evolution of the isotropic pressure with depth (rolls of 4 mm in diameter).

La comparaison entre ces courbes, montre que les valeurs mesurées varient d'une courbe à l'autre. En effet, nous constatons que les pressions isotropes diminuent au fur et à mesure que le diamètre des grains augmente.

Pour caractériser la dispersion des valeurs expérimentales de la pression isotrope, on a calculé l'écart-type en recherchant la racine carrée de la variance, et on a divisé ce dernier par la moyenne arithmétique de l'ensemble des valeurs mesurées ce qui définit le coefficient de variation utilisé.

On a également tracé les courbes concernant le coefficient de variation en fonction de la profondeur. Ainsi les courbes des figures 4, 5 et 6 montrent que le coef-

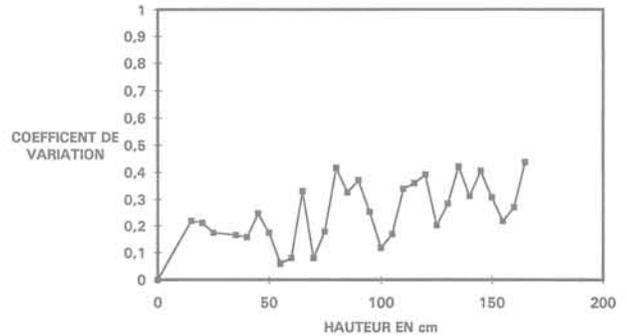


Fig. 4. — Evolution du coefficient de variation moyen en fonction de la profondeur (rouleaux de 2 mm de diamètre).

Fig. 4. — Evolution of the mean variation coefficient with depth (rolls of 2 mm in diameter).

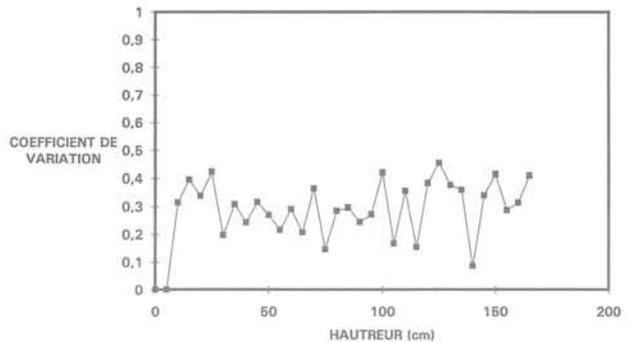


Fig. 5. — Evolution du coefficient de variation moyen en fonction de la profondeur (rouleaux de 3 mm de diamètre).

Fig. 5. — Evolution of the mean variation coefficient with depth (rolls of 3 mm in diameter).

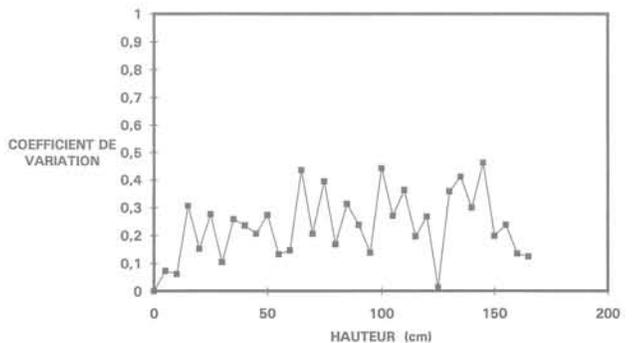


Fig. 6. — Evolution du coefficient de variation moyen en fonction de la profondeur (rouleaux de 4 mm de diamètre).

Fig. 6. — Evolution of the mean variation coefficient with depth (rolls of 4 mm in diameter).

ficient de variation est indépendant de la profondeur. Cependant, la valeur du coefficient de variation moyen varie d'une courbe à l'autre. Cette variation ne peut être due qu'aux dimensions des grains.

Précisons en plus que les courbes « pression isotrope en fonction de la hauteur » tendent vers une certaine limite bien déterminée, qui augmente au fur et à mesure que la dimension des grains diminue. L'exploitation logique de cela est que, sous leur propre poids et le poids des couches supérieures, les grains prennent une position d'équilibre, et cette position est de plus en plus stable pour les grains « actifs ». Les faibles dimensions qui sont d'ailleurs moins nombreuses, puisque sur l'ensemble des grains poussés, on a compté 35 % de grains libres de diamètre deux millimètres alors que le pourcentage n'est que de 18 % et de 11 % respectivement pour les grains de diamètre quatre et trois millimètres. Cela confirme que les petits grains trouvent plus facilement place dans les voûtes qui se forment au sein du massif. A ce propos, nous avons tracé le pourcentage de grains inactifs (grains qui ne participent pas à la transmission des efforts) en fonction de la profondeur (fig. 7).

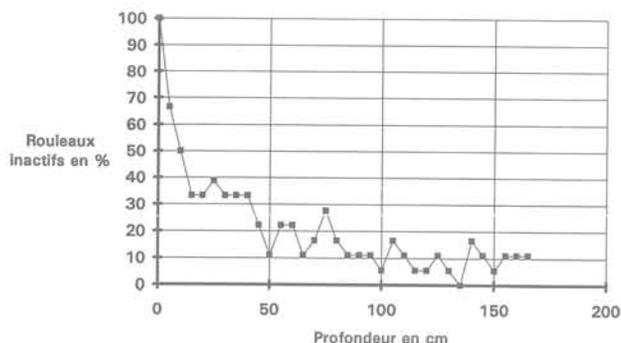


Fig. 7. — Pourcentage des grains inactifs en fonction de la profondeur du massif.

Fig. 7. — Percentage of inactive grains as a function of depth.

Sur cette courbe, on constate une diminution du pourcentage des grains inactifs « libres » en fonction de la profondeur ; cela est dû au fait qu'au fur et à mesure que l'on s'enfonce vers le fond du silo, la pression des couches supérieures sur les couches inférieures augmente. Le matériau se compacte, et il se crée un arrangement régulier. Le matériau passe alors d'une configuration lâche à une configuration dense, ce qui empêche la formation des voûtes où les grains libres se logent.

En fait, on se rend bien compte lors de l'essai que la force mesurée pour déplacer les petits grains soit est nulle, (alors, le grain est vraiment inactif) ou bien est très importante (alors, le grain est actif et la force d'enfoncement est très grande). Cette constatation change avec les dimensions des grains. En effet, dans le cas des gros grains, il n'y a plus deux types de forces d'enfoncement, mais trois :

- le grain nécessite une force importante,
- le grain nécessite une force moyenne,
- le grain nécessite une force quasiment nulle.

Donc les grains de faible dimension, quand ils sont actifs, ont une disposition telle que la présence des grains qui les entourent, a une grande influence sur leur équilibre et prend part à la distribution des forces ; ceci s'accroît avec la diminution de l'abondance des grains inactifs. Ces observations expérimentales nous permettent de souligner combien il est important, si l'on veut rester proche du milieu continu, de considérer une surface macroscopique, suffisamment grande de façon que les discontinuités (grains inactifs, vides) soient négligeables, et suffisamment petites pour qu'on puisse parler de contraintes macroscopiques. Donc à l'échelle des grains, le milieu est discontinu ; à une échelle plus grande (possibilité de définir cette surface), nous dirons que le massif est un milieu continu fictif dont les paramètres sont globaux. Ils sont déterminés par des lois simples qui représentent rarement la réalité.

## 4. PASSAGE DU MILIEU DISCONTINU AU MILIEU CONTINU

### 4.1. Position du problème

Parallèlement à ces travaux, se développe une autre voie expérimentale utilisant « l'appareil biaxial » qui a été mis au point par FAUGERAS en 1979 ; il est constitué par un moule de quatre éléments mobiles les uns par rapport aux autres. Deux cadres métalliques indépendants assurent la mise en charge par un système vis-écrou. L'ensemble est posé sur un plan lisse horizontal. GOURVES et MEZGHANI [13] se sont attachés à l'analyse des phénomènes discrets se produisant au sein du matériau analogique. Pour cette étude à l'échelle locale, ils ont procédé à une analyse statistique de l'état de contrainte macroscopique au sein du milieu, en utilisant cet appareil de compression dans le cas d'un milieu non pesant. Leurs résultats sont très intéressants, dans la mesure où ils montrent que la contrainte macroscopique au sein d'un matériau granulaire, est une variable aléatoire obéissant à une loi normale définie par une caractéristique de position et une caractéristique de dispersion. La contrainte moyenne est égale à la contrainte régnant au point considéré et pour la même direction de facette, au sein du milieu continu équivalent, c'est-à-dire du milieu homogénéisé. Ces auteurs, en utilisant des plaques rectangulaires de tailles différentes, ont mis en évidence l'influence de la taille de la facette macroscopique considérée sur la dispersion des valeurs expérimentales des contraintes.

La suite de cette étude confirme et généralise leurs résultats et par conséquent répond à la question suivante : Peut-on traduire le passage du milieu discontinu au milieu continu par le rapport de la taille moyenne des grains à la taille des tiges de section circulaire ?

Signalons tout d'abord que nous avons travaillé, contrairement à GOURVES et MEZGHANI [13] dans un milieu pesant soumis ou non à une charge sur sa surface libre. En ce qui concerne les essais, ils ont été effectués, non pas avec des plaques rectangulaires, mais avec des tiges de sections différentes ce qui change complètement les données du problème résolu par GOURVES et MEZGHANI.

## 4.2. Influence de la taille de la facette macroscopique

Deux types d'essais ont été effectués, un relatif au massif non chargé et l'autre relatif au massif soumis sur sa surface libre, à une charge  $Q = 400$  N, à l'aide de tiges de sections circulaires de différents diamètres. La même granulométrie que précédemment a été utilisée ce qui a permis d'avoir un rapport « taille de grains — taille de tiges » variable. Les tiges utilisées avaient des sections circulaires de diamètre 4 mm, 10 mm, 20 mm, 30 mm et 40 mm.

Il faut rappeler que la contrainte macroscopique est définie comme la somme des composantes normales des forces s'exerçant sur les particules divisée par l'aire de la facette macroscopique considérée. Dans le cas présent, cette facette correspond à la taille de la tige utilisée. Pour mettre en évidence l'influence de la taille de cette facette, sur la dispersion des mesures, on a déterminé, tout d'abord, pour les différents points de mesure étudiés et pour les différentes tiges, les caractéristiques de position (moyenne arithmétique). Les caractéristiques de dispersion, notamment l'écart-type et le coefficient de variation relatifs aux contraintes isotropes pour chaque niveau de massif ont été ensuite déterminés.

Les courbes des figures 8 et 9 représentent l'évolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction du diamètre de la tige.

Rappelons qu'à l'aide de la technique expérimentale de mesures des efforts nécessaires pour déplacer un ensemble de rouleaux [1], [12], il était possible de décrire la répartition des contraintes au sein du matériau analogue. Ainsi, il a été confirmé que dans le modèle contenant de la matière, soumis à une charge ou non, les efforts n'augmentent pas indéfiniment lorsque la hauteur du matériau croît ; ils tendent vers des limites, comme diverses lois de détermination des efforts statiques dans les silos le montrent. Les résultats obtenus coïncident notamment avec ceux de JANSSEN et ABRIAK [1].

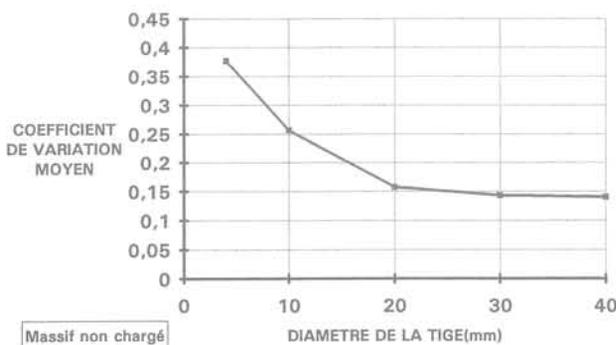


Fig. 8. — Evolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction du diamètre de la tige (Massif granulaire non chargé).

Fig. 8. — Evolution of the mean variation coefficient of the isotropic stress with the diameter of the stalk (Granular bulk free of charge).

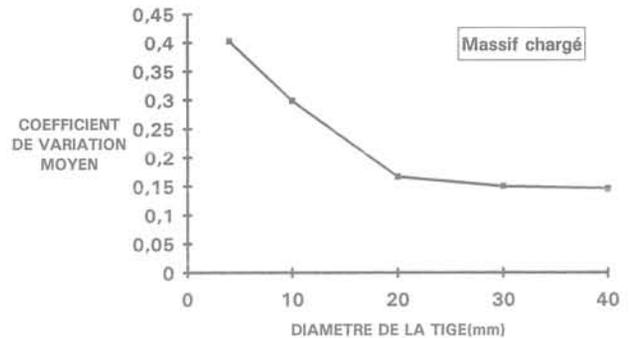


Fig. 9. — Evolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction du diamètre de la tige (Massif granulaire chargé  $Q = 40$  daN).

Fig. 9. — Evolution of the mean variation coefficient with the stalk diameter (granular bulk with charge  $Q = 40$  daN).

Pour rester plus proche d'une part d'un milieu continu, d'autre part de la théorie de JANSSEN, il faudrait trouver un compromis entre la taille moyenne des grains et la taille de la tige. En effet, la tige de diamètre 4 mm n'affecte pas un nombre suffisant de grains pour être représentative du milieu pour que la notion de contrainte macroscopique puisse être appliquée et qu'ensuite les valeurs des contraintes isotropes tendent à profondeur infinie vers une valeur asymptotique similaire à celle prédite par JANSSEN et JENIKE (cf. ABRIAK [1]).

Précisons que l'exploitation des résultats obtenus à l'aide de cette tige (4 mm) a nécessité un nombre très important d'essais, alors que dans le cas de la tige de diamètre 40 mm, nous n'avons effectué que quelques essais (3 séries de mesures) pour obtenir des résultats similaires. Ceci s'explique, dans ce cas, par le fait que les discontinuités sont de plus en plus négligeables par rapport à la taille de la facette considérée. Il semble donc à peu près certain qu'à partir d'une certaine taille de la tige, la facette macroscopique ne permet plus une bonne représentation du matériau considéré et de ce fait, les contraintes isotropes obtenues par la technique expérimentale présentent des différences notables par rapport à celles obtenues par la théorie de JANSSEN.

Il importe de souligner que l'étude de la dispersion des valeurs des contraintes isotropes (fig. 8 et 9) confirme bien tout ce qui vient d'être exposé ; ainsi le graphique de la figure 8 fait apparaître l'évolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction de la section de la tige. Pour un diamètre donné, le point correspondant représente la moyenne de 25 coefficients de variation, chacun d'eux portant sur 36 mesures individuelles. Au total, cette courbe, qui teste cinq diamètres différents de tiges, résulte de 4 500 prises de mesures. Nous constatons qu'au fur et à mesure que la section de la tige augmente, la courbe décroît ; il est intéressant de remarquer que la courbe obtenue par GOURVES et MEZGHANI [13] en utilisant le biaxial horizontal et des plaques rectangulaires présente le même sens de variation. Ainsi, on confirme que le passage du milieu discontinu au milieu continu peut se traduire par le rapport de la taille moyenne des grains à la taille des tiges.

## 5. CONCLUSION

Les résultats présentés ici ont permis d'analyser et parfois d'expliquer au niveau des particules, les phénomènes que l'on observe ou que l'on mesure au cours de l'étude statique, par exemple « la présence de voûtes de charge ».

Nous avons pu montrer l'existence de particules inactives dans toutes les couches du massif. Leur existence contribue à augmenter le nombre de voûtes de charge à l'intérieur du massif faisant que certains éléments ne sont soumis à aucune force. Leur nombre diminue avec la profondeur, mais ne s'annule pas.

La première conclusion de cet ensemble d'études expérimentales est que l'on peut admettre que les milieux granulaires sont assimilables à un milieu continu, tant que le coefficient de variation est faible. Dans le cas présent, on peut dire que plus la section de la tige est grande, plus les discontinuités sont négligeables et de ce fait, plus la facette est représentative du milieu, donc plus on tend vers le milieu continu. Ceci apparaît nettement sur la figure 8 : celle-ci traduit bien le passage du milieu discontinu au milieu continu et, de ce fait, elle confirme cette conclusion.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] ABRIAK N. (1991), *Écoulement d'un matériau granulaire à travers un orifice*. Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille.
- [2] ABRIAK N., PARSY F. (1992), *Une modélisation d'un écoulement du matériau analogique*. Colloque national, « Matériaux : science et industrie », 11-12 juin, La Villette, Paris.
- [3] AUVINET G. (1977), *Structure des milieux pulvérulents*. Prox. IX ICSMFF Tokyo, vol. 1, pp. 23-26.
- [4] BIAREZ J., HICHER P.Y. (1989), *An introduction to the study of the relation between the mechanics of discontinuous granular media, and rheological behaviour of continuous equivalent media*. Powders and grains, BIAREZ et GOURVES Editeurs, Balkema.
- [5] BATHURST R.J., ROTHENBURG L. (1988), *Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions*. Journal appl. mech. ASME, SS PA.
- [6] CAMBOU B., SIDOROF F. (1985), *Description de l'état d'un matériau granulaire par variables internes statiques à partir d'une approche discrète*. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, vol. 4, n° 2, pp. 223-242.
- [7] CAMBOU B. (1987), *Mécanique des matériaux granulaires, l'approche micro-structurale* in Manuel de rhéologie des géomatériaux, Paris, Presses de l'ENPC. pp. 261-278.
- [8] CUNDALL P., STRACK O. (1979), *The distinct element method as a tool for research in granular media*. Report to the national science foundation concerning, NSF Grant. Eng 76 — 20711, University of Minnesota.
- [9] DANTU P. (1957), *Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents*. Proc. 4th ICSMFE, London. pp. 144-148.
- [10] DARVE F., LABANIEH S. (1980), *Comportement mécanique des milieux granulaires en liaison avec leur structure*. Comportements rhéologiques et structures des matériaux, Groupe Français de Rhéologie, 15<sup>e</sup> colloque annuel, Paris.
- [11] FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1980), *Distribution des efforts sur les particules d'un milieu granulaire soumis à un champ isotrope*. Comportements rhéologiques et structures des matériaux, Groupe Français de Rhéologie, 15<sup>e</sup> colloque annuel, Paris.
- [12] FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1980), *Mesure des contraintes au sein d'un massif analogique de Schneedeli*. Revue Française de Géotechnique n° 11, pp. 5-16.
- [13] GOURVES R., MEZGHANI F. (1988), *Micromécanique des milieux granulaires. Approche expérimentale utilisant le modèle de Schneedeli*. Revue Française de Géotechnique n° 42.
- [14] HABIB P. (1987), *Introduction à la rhéologie Géomatériaux*. Manuel de Rhéologie Géomatériaux, Paris, Presses de l'ENPC.
- [15] KAMATINI K. (1981), *A theory of contact force distribution in granular materials*. Powder Technology (28) 2, pp. 167-172.
- [16] OGER L., CHARMET J.C., BIBEAU D., TROADEC J.P. (1986), *Propriétés mécaniques des milieux pulvérulents*. 2D CRAS Paris 302 III, pp. 277-280.
- [17] SCHLOSSER F. (1974), *Influence des déformations des grains dans les milieux granulaires*. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, n° 69, pp. 97-103.
- [18] TRAVERS T., AMMI M., BIDEAU D. (1988), *Compression des milieux granulaires, modèles à deux dimensions*. Revue Française de Géotechnique n° 43.
- [19] WEBER J. (1966), *Recherches concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents*. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, n° 20, pp. 3.1-3.20.

