

**stabilité du front de taille d'un tunnel
dans un milieu frottant
approche cinématique en calcul à la rupture**

tunnel face stability in a sandy soil
yield calculation approach

P. CHAMBON, J.-F. CORTÉ

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*

Rev. Franç. Géotech. n° 51, pp. 51-59 (avril 1990)

Résumé

On se propose d'estimer la pression nécessaire au soutien du front de taille d'un tunnel en terrain meuble par les méthodes du calcul à la rupture, et plus précisément de développer l'approche cinématique dans le cas d'un milieu frottant. Deux mécanismes bidimensionnels sont envisagés. On s'intéresse d'abord au cas d'une cavité suffisamment profonde pour que puisse être négligé l'effet de surface. On explicite l'influence des différents paramètres géométriques et géotechniques. On aborde ensuite le cas d'une cavité peu profonde pour laquelle on étudie l'influence de la proximité de la surface et l'influence d'une surcharge sur cette dernière. Enfin, la vraisemblance des résultats obtenus est confortée par des résultats expérimentaux sur modèle réduit.

Abstract

The face stability of a shallow tunnel in sand is investigated in this paper. Using the yield calculation approach and particularly the upper bound theorem of plasticity, a method is proposed to obtain a limit value for the internal pressure ensuring face stability. Two kinds of two-dimensional mechanisms are considered. In a first part attention is given to a tunnel which is deep enough so the ground surface effect can be neglected. The influence of geometrical and geotechnical parameters is studied. The case of shallow tunnels is then considered, for which the effect of surface loads is also analyzed. Finally, calculation results obtained by the herein proposed method are compared with experimental results from centrifuge tests.

* BP 19, 44340 Bouguenais.

1. INTRODUCTION

Parmi les travaux de recherche consacrés à la stabilité du front de taille d'un tunnel, nombreux sont ceux qui se réfèrent au calcul à la rupture, soit pour étayer des résultats expérimentaux (R.J. MAIR 1979), soit pour aider au dimensionnement des ouvrages en approfondissant l'aspect analytique (E. LECA, M. PANET, 1988). Si la démarche est assez ancienne pour la stabilité d'une section de galerie, elle s'est développée récemment autour des problèmes de front de taille, et de l'utilisation devenue courante des boucliers à pression de boue bentonitique ou à pression pneumatique.

En l'absence de valeurs expérimentales ou théoriques précises, le creusement se fait avec une pression de face importante, entraînant des sollicitations non moins importantes dans les pièces sur lesquelles les vérins prennent appui. Il est donc nécessaire d'optimiser cette pression : fournir une pression interne minimale garantissant la stabilité du front.

Le calcul à la rupture a pour objet de cerner un domaine de charges potentiellement supportables pour une structure dont le chargement dépend d'un nombre fini de paramètres. Il n'entre pas dans ses applications de chercher à connaître l'état des contraintes et déformations du sol à un niveau de sollicitations donné. Puisqu'il ne vise qu'à encadrer un domaine, il utilise un critère de rupture et non une loi de comportement. Ceci est d'une grande commodité vu la difficulté d'élaborer une telle loi suffisamment réaliste.

Contrairement à ce qu'établit l'analyse limite, nous ne pourrions parler que de charges potentiellement supportables. En effet la stabilité d'une configuration ne peut être établie par le calcul à la rupture que moyennant des hypothèses sévères sur le matériau (le principe de normalité de Hill) que nous ne ferons pas.

Dans l'espace des chargements le domaine de ces charges est convexe et contient le chargement nul. Tout chargement situé en dehors du domaine entraînera la ruine du système. Mais un chargement dans le domaine ne pourra être qualifié que de potentiellement supportable.

Pour l'encadrement des bords du domaine, les deux démarches « approche par l'intérieur » et « approche par l'extérieur » sont complémentaires. La première, dite approche statique, se fait dans le sens de la sécurité. Elle consiste à exhiber un champ de contraintes statiquement admissible et à exprimer qu'il satisfait au critère de rupture. Un certain nombre d'études ont été faites sur ce sujet tant pour les milieux purement cohérents (DAVIS et al., 1980) que pour les milieux frottants (MULHAUSS H.B., 1985). La finesse de l'approche est liée à l'intuition du chercheur et à sa capacité à réaliser le meilleur compromis entre un champ réaliste et des calculs analytiques réalisables. Les travaux précédemment cités ont fait l'objet de validation expérimentale et ont montré qu'ils approchaient convenablement la réalité.

La seconde approche est dite cinématique. Parmi d'autres, les auteurs précédents l'ont appliquée aux

cavités dans des sols purement cohérents. En effet, le critère de rupture se trouve dans ce cas simplifié (Critère de Tresca), puisque seule intervient la cohésion non drainée C_u et que la majoration de la puissance dissipée est explicite quelque soit le champ de vitesse envisagé. En ce qui concerne les milieux frottants, nous avons pu constater l'absence de travaux. Nous nous proposons donc de développer une telle approche et de voir dans quelle mesure elle est exploitable.

2. EXPOSÉ DE LA MÉTHODE ET CHOIX DE LA CONFIGURATION

2.1. Approche cinématique pour un milieu frottant cohérent

J. SALENÇON (1983) expose en détail le développement de la théorie du calcul à la rupture. Nous reprenons ici les principes fondamentaux qui sous-tendent l'approche cinématique.

Les équations d'équilibre d'un domaine D que nous assimilons à un milieu continu s'écrivent :

$$\begin{cases} \text{div } \underline{\underline{\sigma}} + \gamma \underline{\underline{g}} = 0 \text{ dans } D \\ + \text{conditions aux limites} \end{cases} \quad (1)$$

Elles sont équivalentes au principe des puissances virtuelles :

$$\iint_D \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \, dV + \int_{\partial D} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} \cdot [\underline{\underline{v}}] \, ds = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{\dot{q}}} \quad (2)$$

pour tout champ de vitesse cinématiquement admissible.

Où : $\underline{\underline{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy ;

$\underline{\underline{n}}$ la normale extérieure à D ;

∂D le bord orienté de D ;

$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$ le tenseur des vitesses de déformation en hypothèse de petites perturbations ;

$\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{\dot{q}}}$ la puissance des efforts extérieurs dans le champ $\underline{\underline{v}}$;

$[\underline{\underline{v}}]$ la discontinuité de vitesses sur ∂D .

Soit $\underline{\underline{v}}$ un champ de vitesse de solide rigide. Alors $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = 0$ et la discontinuité de vitesse est égale à la vitesse elle-même lorsqu'on suppose que le reste du massif est fixe. On peut majorer le deuxième terme du premier membre dans le principe des puissances virtuelles en utilisant le critère de résistance convexe de Coulomb défini par :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sup_{\substack{i=1,2,3 \\ j=1,2,3}} \{ \sigma_i (1 + \sin \varphi) - \sigma_j (1 - \sin \varphi) - 2c \cos \varphi \} \quad (3)$$

Où c est la cohésion, φ l'angle de frottement du matériau et σ_i une contrainte principale. Il vient alors la majoration :

$$\int_{\partial D} \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \cdot \underline{v} \, ds \tag{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \leq \int_{\partial D} c \cotg \varphi \underline{v} \cdot \underline{n} \, ds \text{ si } \underline{v} \cdot \underline{n} \geq \|\underline{v}\| \sin \varphi \\ \text{non borné sinon} \end{array} \right.$$

Pour que la majoration ait un sens, il faut que l'angle que forme la discontinuité \underline{v} du champ de vitesses avec ∂D soit entre φ et $\pi - \varphi$, φ étant l'angle de frottement interne du matériau. Ainsi on a :

$$P(\underline{v}) = \int_{\partial D} c \cotg \varphi \underline{v} \cdot \underline{n} \, ds \tag{5}$$

Si les charges \underline{Q} sont telles que $\underline{Q} \cdot \underline{q} > P(\underline{v})$ alors les équations d'équilibre ne sont pas satisfaites et l'instabilité de la configuration est certaine. Si on considère le convexe des charges potentiellement supportables dans l'espace des chargements, cette démarche consiste à l'approcher par l'extérieur.

Choix de la configuration

— Un massif semi-infini homogène de densité volumique γ , d'angle de frottement interne φ et de cohésion c .

— Une cavité rectangulaire (Fig. 1) semi-infinie à droite, de bords supérieur et inférieur supposés infiniment rigides, distants de D . Le bord supérieur se trouve à une profondeur C .

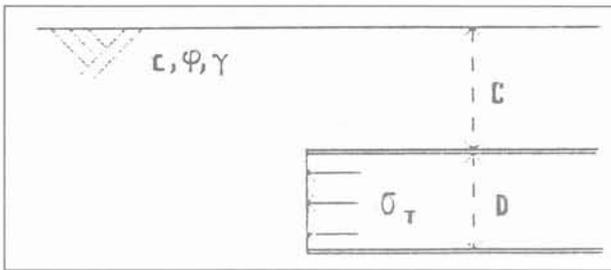


Fig. 1. — Schéma de la cavité.
Fig. 1. — Scheme of the cavity.

A l'intérieur de cette cavité s'exerce la pression σ_T . Du point de vue du calcul à la rupture, c'est donc un système à deux chargements γ et σ_T . Remarquons que l'approche par l'extérieur conduit dans notre cas à la recherche d'un minorant de la pression limite de soutien, à caractéristiques géométriques et géotechniques données. Remarquons également que l'encadrement du convexe des charges potentiellement supportables nécessiterait d'envisager des mécanismes conduisant à une extrusion du front. Hormis son aspect théorique, l'étude de ce dernier mécanisme présente peu d'intérêt pour le problème considéré.

Nous concentrerons nos travaux sur l'influence des paramètres géotechniques γ , c et φ et géométriques (diamètre du tunnel et éventuellement hauteur des terrains de couverture) sur la pression de soutien. Pour chaque jeu de paramètres on cherchera donc, par un mécanisme donné, le meilleur minorant de la pression limite. Pour simplifier la terminologie, nous parlerons d'estimation de la pression limite. Il sera enfin intéressant de rapprocher les résultats de faits expé-

riementaux. Des modèles réduits en centrifugeuse (CHAMBON P., CORTÉ J.-F., 1989) nous en fourniront le moyen.

Nous avons envisagé deux mécanismes de rupture par blocs rigides. Le premier mécanisme s'appuie sur une spirale logarithmique et une droite. Les résultats encourageants qu'il nous a fourni ont conduit à un mécanisme plus élaboré à deux spirales et deux paramètres géométriques, permettant d'envisager une prise en compte de l'effet de surface et de charge sur celle-ci. Nous explicitons donc ces deux mécanismes, puis nous étudions l'influence de la surface, l'influence d'une charge et enfin nous comparons les résultats avec des observations expérimentales.

3. MÉCANISME À UNE SPIRALE

3.1. Choix de la géométrie

On envisage le mouvement circulaire du bloc rigide ABC (Fig. 2), le reste du massif demeurant immobile. AB est une droite de pente $\text{tg}\varphi$ passant par le sommet de voûte A. BC est un arc de la spirale logarithmique $r = \exp(\vartheta \text{tg}\varphi)$, de centre O. O se trouve par hypothèse à la verticale de A, c'est le centre de rotation et l'origine du repère (O, x, y). Sa position sera telle que la spirale passe par le coin du radier C. L'origine angulaire sera la verticale ascendante \underline{Oy} . ϑ désignera l'angle formé par \underline{Oy} et le rayon vecteur de module r . Si D est le diamètre de la cavité, on a donc :

$$OA = \exp(\pi \text{tg}\varphi) - D \tag{6}$$

La position de B est entièrement déterminée lorsqu'on exprime qu'il appartient simultanément à la spirale et à la droite :

$$r = \exp(\vartheta \text{tg}\varphi) = \frac{OA \cos \varphi}{-\cos(\vartheta - \varphi)} \tag{7}$$

L'équation se résout numériquement pour donner ϑ_B puis r_B . Le champ de vitesse adopte une forme simple :

$$\underline{v} = \omega r \underline{e}_\vartheta \text{ où } \underline{e}_\vartheta = -\cos \vartheta \underline{x} - \sin \vartheta \underline{y} \tag{8}$$

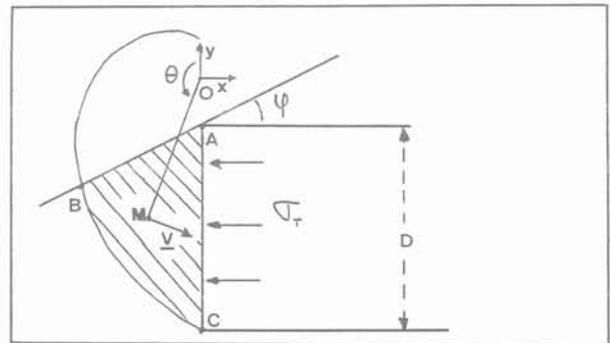


Fig. 2. — Configuration géométrique du mécanisme à une spirale.
Fig. 2. — Geometrical aspect of the one spiral mechanism.

Le long de l'arc BC la discontinuité des vitesses, qui vaut ici \underline{v} puisque le reste du massif est immobile, forme un angle constant φ avec la courbe. Le long de AB cet angle varie mais reste compris entre φ et $\pi - \varphi$.

Le mécanisme ainsi choisi ne fait pas intervenir la hauteur des terrains de couverture. De plus, pour un matériau fixé et un diamètre de tunnel donné, il ne dépend d'aucun autre paramètre.

3.2. Expression des termes de puissance

3.2.1. Pression interne

$$P_{ext}(\underline{\sigma}_T) = \int_A^C -\sigma_T \omega y dy \tag{9}$$

où $\sigma_T = \|\underline{\sigma}_T \cdot \underline{x}\|$

$$P_{ext}(\underline{\sigma}_T) = \frac{-\omega \sigma_T}{2} [(OA + D)^2 - OA^2] \tag{10}$$

3.2.2. Poids

Nous déterminons la position de G, centre de gravité de la portion ABC, puis sa surface S, donc son poids et nous en déduisons la puissance, produit scalaire de la vitesse de G par le vecteur poids.

Expression du poids de ABC:

$$\gamma \left\{ \frac{1}{4 \operatorname{tg} \varphi} \left[\exp(2\pi \operatorname{tg} \varphi) - \exp(2\vartheta_B \operatorname{tg} \varphi) \right] - \frac{1}{2} OA r_B \sin \vartheta_B \right\} \tag{11}$$

$$\underline{v}(G) = r_G \omega (-\cos \vartheta_G \underline{x} - \sin \vartheta_G \underline{y}) \tag{12}$$

Puissance du poids :

$$P_{ext}(\text{Poids}) = \underline{\text{Poids}}(ABC) \cdot \underline{v}(G) \tag{13}$$

3.2.3. Calcul de $p(\underline{v})$

$$p(\underline{v}) = \int_{\partial ABC} c \cotg \varphi \underline{v} \cdot \underline{n} ds \tag{14}$$

Le long de BC cela se traduit par:

$$P_{BC}(\underline{v}) = \frac{\omega c}{2 \operatorname{tg} \varphi} [\exp(2\pi \operatorname{tg} \varphi) - \exp(2\vartheta_B \operatorname{tg} \varphi)] \tag{15}$$

Et le long de AB:

$$P_{AB}(\underline{v}) = \omega c \cotg \varphi \int_{\vartheta_B}^{\pi} \frac{OA \cos \varphi}{\cos(\vartheta - \varphi)} \sin(\vartheta - \varphi) \frac{OA \cos \varphi}{\cos(\vartheta - \varphi)} \frac{1}{\cos(\vartheta - \varphi)} d\vartheta \tag{16}$$

La seconde intégrale se calcule numériquement (méthode des trapèzes), et on obtient $p(\underline{v})$ en faisant la somme des deux termes.

3.3. Mise en œuvre

Un programme en Fortran a été écrit. Pour φ, c, D donnés il fournit une valeur pour σ_T , minorant de la pression limite de soutien.

On obtient dans les deux cas un minorant qui réagit dans le sens attendu aux variations de densité et d'angle de frottement (Fig. 3 et 4). La cohésion réduit la pression de soutien nécessaire. L'angle de frottement agit dans le même sens: son augmentation conduit à une meilleure stabilité du front de taille. On peut remarquer que plus φ est important et plus le bloc en rupture est localisé au voisinage du front (Fig. 5).

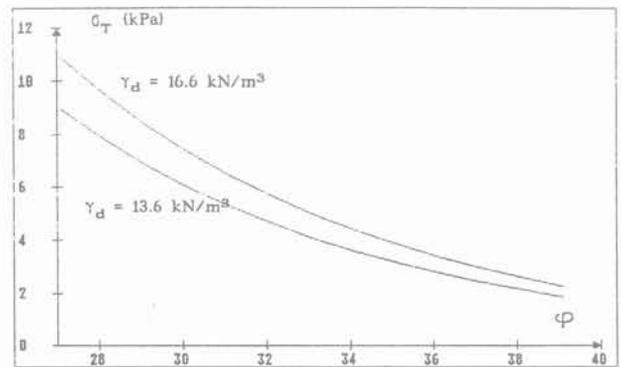


Fig. 3. — Estimation de la pression limite en fonction de l'angle de frottement, pour une cohésion nulle. Effet de la densité pour un diamètre de 5 m.
Fig. 3. — Limit pressure evaluation versus friction angle for a non cohesive material: density influence for a 5 m diameter tunnel.

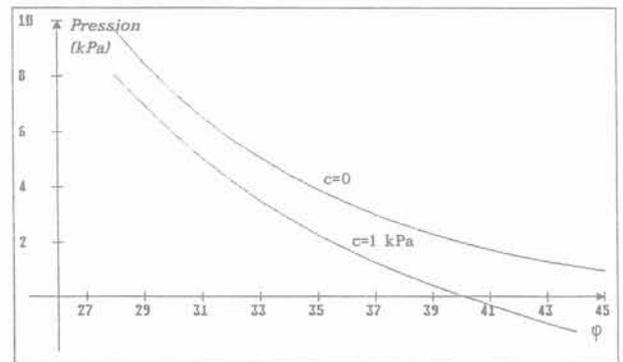


Fig. 4. — Pression limite en fonction de l'angle de frottement. Effet de la cohésion à densité fixée (16 kN/m³) et pour un diamètre de 5 m.
Fig. 4. — Limit pressure versus friction angle: influence of cohesion for a given density and for a 5 m diameter tunnel.

4. MÉCANISME À DEUX SPIRALES

4.1. Choix de la configuration

On considère cette fois un mécanisme de rupture limité par deux arcs de spirales logarithmiques (Fig. 6).

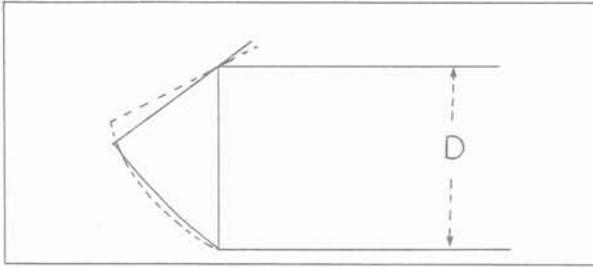


Fig. 5. — Mécanismes pour deux angles de frottement différents: $\varphi = 30^\circ$ (pointillé) et $\varphi = 40^\circ$ (trait plein).
 Fig. 5. — Two mechanisms corresponding to different friction angles: $\varphi = 30^\circ$ (dotted line), $\varphi = 40^\circ$ (continuous line).

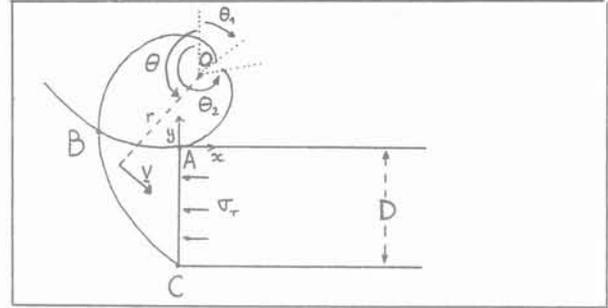


Fig. 6. — Allure du mécanisme à deux spirales.
 Fig. 6. — Geometrical aspect of the two spirals mechanism.

Le diamètre du tunnel et les caractéristiques géotechniques (γ, c, φ) du sol étant fixés, pour chaque position du centre de rotation, O, on peut définir un mécanisme de rupture pour lequel on obtient un minorant de la pression limite de soutien du front. La meilleure estimation est recherchée en faisant varier la position du centre de rotation O.

Dans cette première partie, on suppose que le tunnel est suffisamment profond pour que le mécanisme de ruine ne débouche pas en surface. Le cas contraire est étudié plus loin en 4.4. Si A est le sommet de la voûte, on se donne comme paramètres x_o et y_o tels que dans le repère (O, x, y), A ait pour coordonnées $(-x_o, -y_o)$. O sera le centre de deux spirales logarithmiques venant se raccorder au tunnel. x_o, y_o et l'origine angulaire (verticale ascendante à partir de O et sens trigonométrique) étant fixés, la première spirale aura un décalage angulaire ϑ_1 et se déroulera dans le sens trigonométrique de façon à couper le radier en C pour l'angle ϑ_C , la seconde aura un écart angulaire ϑ_2 et se déroulera dans le sens inverse de manière à couper la voûte en A pour l'angle ϑ_A . Ces deux spirales se rejoignent en B pour l'angle ϑ_B . Les deux arcs AB et BC délimitent avec le front CA la portion de terrain supposée être mise en mouvement.

On envisage un mouvement de rotation de bloc autour de O. Si les spirales ainsi définies se développent suivant un angle φ , la direction du champ de vitesse fera par construction un angle φ avec les deux arcs en chaque point du bord. Le mécanisme réunit donc les conditions pour appliquer la majoration définie par (4). Il faut noter cependant que la position de O est soumise à des conditions géométriques de vraisemblance du mécanisme.

4.2. Equations des spirales permettant une mise en forme sans dimension

Spirale n° 1 :

$$r_1(\vartheta) = \exp [(\vartheta - \vartheta_1) \operatorname{tg} \varphi]$$

où ϑ_1 est le décalage angulaire.

$$r_1(\vartheta) = \exp [(\vartheta - \vartheta_C) \operatorname{tg} \varphi] \exp [(\vartheta_C - \vartheta_1) \operatorname{tg} \varphi]$$

$$r_1(\vartheta) = \sqrt{(y_o + D)^2 + x_o^2} \exp [(\vartheta - \vartheta_C) \operatorname{tg} \varphi] \tag{17}$$

où D est le diamètre du tunnel.

On peut alors poser :

$$\alpha = x_o/D, \beta = y_o/D \text{ et } a = \sqrt{(1 + \beta)^2 + \alpha^2} \tag{18}$$

L'équation polaire de la spirale s'écrit :

$$r_1(\vartheta) = D a \exp [(\vartheta - \vartheta_C) \operatorname{tg} \varphi] \tag{19}$$

Spirale n° 2 :

$$r_2(\vartheta) = \exp [(\vartheta_2 - \vartheta) \operatorname{tg} \varphi] \tag{20}$$

devient, en posant :

$$b = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} : \tag{21}$$

$$r_2(\vartheta) = D b \exp [(\vartheta_A - \vartheta) \operatorname{tg} \varphi] \tag{22}$$

L'angle ϑ_B se calcule aisément puisqu'il correspond au point d'intersection des deux spirales.

4.3. Expression des termes de puissance

4.3.1. Poids

$$P \text{ (Poids)} = \iint_{ABC} - \gamma \underline{y} \cdot \underline{v} \, dV \tag{23}$$

$$= - \iint_{ABC} \gamma v_y \, dV$$

Cette expression se ramène par le théorème de la divergence à trois intégrales de bord :

— Pour P_{AB} (Poids) :

$$- \frac{D^3 b^3 \operatorname{tg} \varphi \gamma \omega}{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \varphi} \tag{24}$$

$$\left[\exp (3 (\vartheta_A - \vartheta) \operatorname{tg} \varphi) (\sin \vartheta - 3 \operatorname{tg} \varphi \cos \vartheta) \right]_{\vartheta_A}^{\vartheta_B}$$

— Pour P_{BC} (Poids) :

$$\frac{D^3 a^3 \operatorname{tg} \varphi \gamma \omega}{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \varphi} \tag{25}$$

$$\left[\exp (3 (\vartheta - \vartheta_C) \operatorname{tg} \varphi) (\sin \vartheta + 3 \operatorname{tg} \varphi \cos \vartheta) \right]_{\vartheta_B}^{\vartheta_C}$$

— Pour P_{CA} (Poids) :

$$\gamma \omega \int_C^A y^2 dy = \frac{\gamma \omega D^3}{3} \left[(1 + \beta)^3 - \beta^3 \right] \quad (26)$$

La puissance du poids s'obtient finalement en faisant la somme algébrique des trois termes.

4.3.2. Pression interne

$$P(\sigma_T) = \int_C^A -\sigma_T \underline{x} \cdot \underline{v} dy = -\sigma_T \omega D^2 (1/2 + \beta) \quad (27)$$

4.3.3. Calcul de $p(\underline{v})$

D'après le critère de Coulomb, et puisque nous avons envisagé un mouvement de bloc rigide, le majorant prend la forme simple :

$$P(\underline{v}) = \int_{AB+BC} c \cotg \varphi \underline{v} \cdot \underline{n} ds \quad (28)$$

soit encore :

$$P(\underline{v}) = \frac{-c \omega \cotg \varphi D^2}{2} (a^2 - b^2) \quad (29)$$

4.3.4. Majoration finale

Elle s'obtient ici explicitement sous forme adimensionnelle, puisque tous les calculs sont exacts. Posons :

$$I_1 = \left[\exp [3 (\vartheta - \vartheta_C) \operatorname{tg} \varphi] (\sin \vartheta + 3 \operatorname{tg} \varphi \cos \vartheta) \right]_{\vartheta_B}^{\vartheta_C} \quad (30)$$

$$I_2 = \left[\exp [3 (\vartheta_A - \vartheta) \operatorname{tg} \varphi] (\sin \vartheta - 3 \operatorname{tg} \varphi \cos \vartheta) \right]_{\vartheta_A}^{\vartheta_B} \quad (31)$$

$$c' = \frac{c}{\gamma D} \quad (32)$$

Avec les notations précédentes, $\sigma_T/\gamma D$ correspondant à la rupture se trouve donc majoré par :

$$\frac{1}{1/2 + \beta} \left[\frac{c'}{2 \operatorname{tg} \varphi} (a^2 - b^2) + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \varphi} (a^3 I_1 - b^3 I_2) + \frac{(1 + \beta)^3 - \beta^3}{3} \right] \quad (33)$$

On cherchera donc la plus grande valeur de ce terme en faisant varier α et β (voir figure 7). Les deux paramètres du calcul sont alors φ et c' . Pour le principe de la recherche, la démarche suivante a été choisie. Dans l'espace $(x_0/D, y_0/D)$, on se donne au départ un pavé dans lequel est susceptible de se trouver le maximum cherché. Ce pavé est quadrillé suivant un maillage lâche. Le nœud correspondant à la valeur maximale de $\sigma_T/\gamma D$ est retenu. Un nouveau pavé

est alors défini autour de ce nœud et l'opération renouvelée jusqu'à la précision voulue sur l'une des valeurs. Si cette méthode a l'avantage de la rapidité par rapport à une recherche directe sur maillage fin (500 opérations contre 10 000 pour une précision de 10^{-4} en x_0/D) elle est insuffisante pour localiser exactement le centre de mécanisme optimal lorsque les surfaces $\sigma_T/\gamma D = f(x_0/D, y_0/D)$ sont très plates (Fig. 7). Si ces difficultés numériques entraînent des oscillations aléatoires en x_0/D et y_0/D , elles affectent très peu la valeur de l'optimum de pression recherché. Nous nous en sommes donc contentés.

A chaque jeu de données correspond une configuration géométrique du bloc en rupture. Comme pour le premier mécanisme étudié, on constate que ce bloc se trouve d'autant plus confiné au voisinage du front que la densité du matériau est forte (Fig. 8). La pression limite de soutien est bien une fonction décroissante de la cohésion et de l'angle de frottement (Fig. 9).

Comparons maintenant les deux mécanismes. On peut constater (Fig. 10) que le mécanisme à deux spirales donne un minorant de la pression limite plus élevé

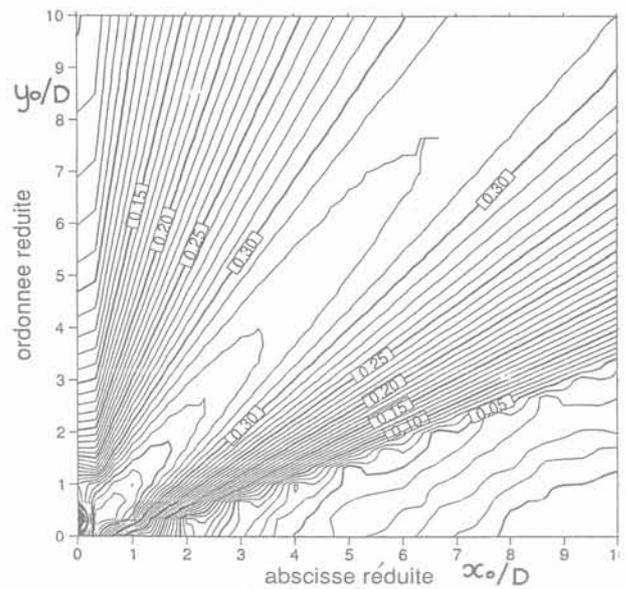


Fig. 7. — Isovaleurs de la pression limite lorsque les coordonnées du centre de spirales varient. Cas d'une cohésion nulle et d'un angle de frottement de 20°. Fig. 7. — Limit pressure values as a function of the location of the spirals origin ($c = 0, \varphi = 20^\circ$).

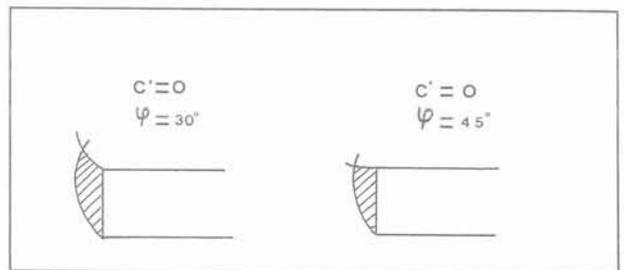


Fig. 8. — Mécanismes optimaux pour différents angles de frottement. Fig. 8. — Optimal mechanisms for various friction angles.

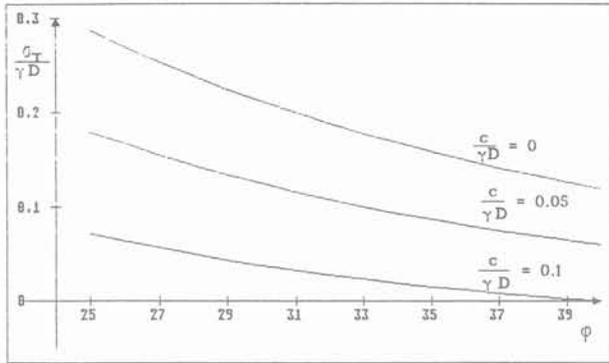


Fig. 9. — Influence de la cohésion et de l'angle de frottement sur la pression limite de soutien.

Fig. 9. — Cohesion and friction angle influences on the limit pressure.

que le mécanisme à une spirale. Il offre donc plus d'intérêt. On peut remarquer également que les deux mécanismes réagissent tous les deux de façon analogue à une variation de la densité, de la cohésion ou de l'angle de frottement.

Il est souvent fait reproche aux calculs à la rupture s'appuyant sur des spirales logarithmiques de dépendre de façon trop importante de l'angle de frottement, qui est une caractéristique souvent difficile à mesurer précisément. En effet φ intervient par l'exponentielle de sa tangente. On peut constater (Fig. 10) que pour les exemples illustrés cette sensibilité est faible. En outre plus on se rapproche des caractéristiques d'un milieu purement frottant et plus faible est la pente des courbes $\sigma_T/\gamma D = f(\varphi)$, donc plus faible est l'influence de l'angle de frottement sur la pression limite de soutien.

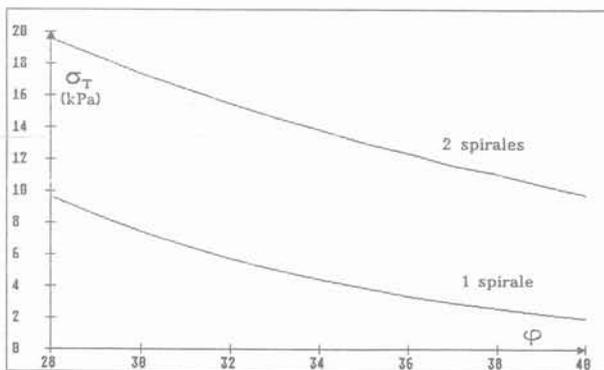


Fig. 10. — Comparaison des valeurs données par les deux mécanismes pour $c = 0$, $\gamma_d = 16 \text{ kN/m}^3$ et $D = 5 \text{ m}$.

Fig. 10. — Comparison between two mechanisms for $c = 0$, $\gamma_d = 16 \text{ kN/m}^3$ and $D = 5 \text{ m}$.

4.4. Cas où le mécanisme débouche en surface

Dans l'étude précédente, il a été supposé que la couverture du tunnel C était suffisante pour que le mécanisme de rupture ne débouche pas en surface. Cette condition sur C , en fonction des caractéristiques de cohésion et d'angle de frottement du sol, est repré-

sentée par la figure 12. Nous appellerons couverture critique la valeur de C au-dessus de laquelle l'influence de la surface ne se fait plus sentir.

Considérons maintenant le cas où le tunnel est suffisamment peu profond pour que le mécanisme débouche en surface. Soit B le point de rencontre des deux spirales. C'est le point le plus élevé du bloc mis en mouvement. Le fait que le mécanisme débouche en surface s'exprime par (Fig. 11):

$$y_B > C - y_0 \tag{34}$$

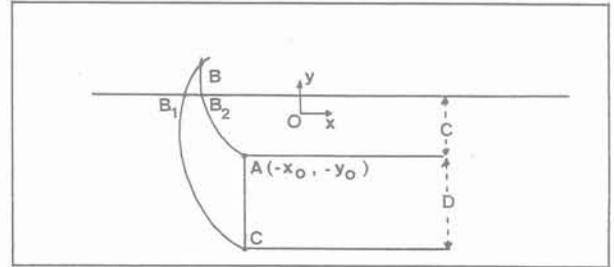


Fig. 11. — Configuration géométrique dans le cas où l'influence de la surface est prise en compte.

Fig. 11. — Geometrical configuration when ground surface effect is considered.

Où C est la hauteur des terrains de couverture et y_B l'ordonnée de B dans $(O, \underline{x}, \underline{y})$.

Soient B_1 et B_2 , intersections respectives des deux spirales avec la surface. Les modifications apportées au calcul sont alors les suivantes.

Dans le calcul de $p(\underline{v})$, les termes sont à calculer sur les bords AB_2 et B_1C .

Dans le calcul de la puissance du poids, il vient s'ajouter un terme de bord: la contribution de B_1B_2 . Ce terme a pour expression:

$$P' = \int_{B_2}^{B_1} \gamma y \underline{v} \underline{n} \, ds \tag{35}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \underline{n} = \underline{y} = \cos \vartheta \underline{e}_r - \sin \vartheta \underline{e}_\vartheta \\ \underline{v} = r\omega \underline{e}_\vartheta \\ y = r \cos \vartheta \\ r = \frac{C - y_0}{\cos \vartheta} \end{cases}$$

$$P' = \frac{\omega \gamma D^3 (C/D - \beta)^3}{2} \left[\frac{1}{\cos^2 \vartheta} \right]_{\vartheta_{B_2}}^{\vartheta_{B_1}} \tag{36}$$

Les calculs montrent que l'effet de la profondeur ne se fait sentir que pour des hauteurs de terrain de couverture très faible (Fig. 12). De plus, la profondeur critique diminue lorsque φ augmente. Elle reste inférieure à l'unité pour les jeux de paramètres géotechniques usuels. Constatons par exemple que pour un sable sans cohésion d'angle de frottement 35° , elle est de l'ordre du cinquième du diamètre de la cavité. Quant à la cohésion, remarquons qu'elle influe peu sur la profondeur critique.

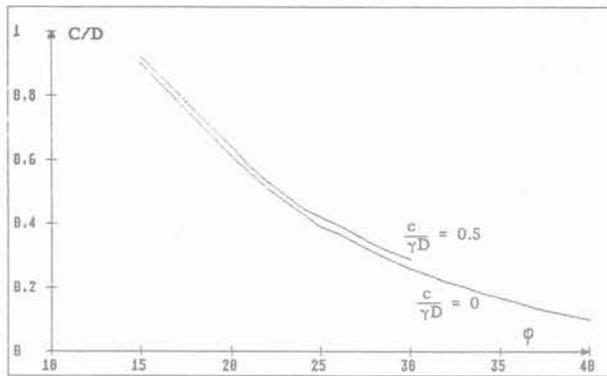


Fig. 12. — Variations de la profondeur critique pour différents angles de frottement et différentes valeurs de la cohésion réduite.

Fig. 12. — Critical depth variations for various values of friction angle and reduced cohesion $c/(\gamma D)$.

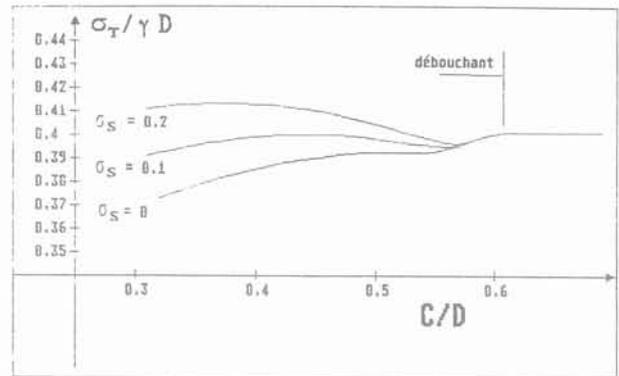


Fig. 13. — Pression limite de soutien avec et sans surcharge ($c = 0, \varphi = 20^\circ$).

Fig. 13. — Limit pressure with and without surface load.

4.5. Chargement en surface

Un chargement en surface du sol ne peut avoir d'influence sur la pression limite de soutien que pour des configurations peu profondes où le mécanisme débouche en surface. La prise en compte de la pression en surface, dans le cas d'un mécanisme débouchant, conduit à ajouter, à l'expression du majorant obtenue en 4.3.4, un terme d'intégration de cette pression sur le segment de surface B_1B_2 .

$$P(\sigma^s) = \int_{B_2}^{B_1} -\sigma^s \underline{y} \cdot \underline{v} \, ds \tag{37}$$

soit :

$$P(\sigma^s) = \frac{\omega \sigma^s D^2}{2} \left[a \exp [(\vartheta_{B1} - \vartheta_C) \operatorname{tg} \varphi] \sin \vartheta_{B1} \right]^2 - [b \exp [(\vartheta_A - \vartheta_{B2}) \operatorname{tg} \varphi] \sin \vartheta_{B2}]^2 \tag{38}$$

Il est possible de faire varier la profondeur relative du tunnel, la pression superficielle, l'angle de frottement et la cohésion réduite. Compte tenu du nombre de paramètres important, toutes les interactions possibles n'ont pas été examinées. On peut toutefois relever quelques caractères remarquables de l'effet de surface :

- tous les autres paramètres étant fixés, la profondeur critique est indépendante de la charge superficielle (Fig. 13) ;
- en deçà de la profondeur critique, la géométrie du mécanisme est sensible à l'augmentation de la surcharge (Fig. 14) ;
- lorsque le mécanisme de rupture débouche et que le chargement en surface est faible, on observe une réduction de la pression limite de soutien. En revanche si le chargement en surface croît suffisamment, il deviendra naturellement nécessaire d'accroître la pression dans le tunnel pour assurer la stabilité du front.

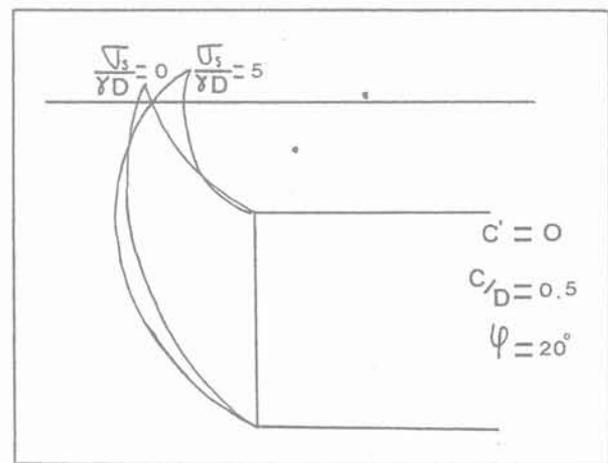


Fig. 14. — Mécanismes avec et sans surcharge ($c = 0, \varphi = 20^\circ$).

Fig. 14. — Aspect of the mechanism with and without surface load.

5. COMPARAISON AVEC L'EXPÉRIENCE

Des expériences ont été effectuées sur modèle réduit en centrifugeuse. Le tunnel revêtu est représenté par un tube métallique circulaire rigide ; une membrane souple obture l'extrémité du tube, côté front de taille. Le sol utilisé est du sable de Fontainebleau blanc sec. Les expériences sont effectuées à 50 g, elles simulent un ouvrage prototype de 5 m de diamètre. Pendant la phase de montée en accélération, l'équilibre du front est maintenu par une pression imposée dans le tunnel. La pression est ensuite lentement diminuée tandis que l'on suit le déplacement horizontal de la membrane. Le montage expérimental et les résultats d'un premier ensemble d'essais sont présentés dans une autre publication (CHAMBON P., CORTÉ J.-F., 1989). La référence à l'expérience ne peut cependant être qu'approximative. En effet, les essais se rapportent à un modèle réduit tridimensionnel alors que les calculs à la rupture ont été effectués sur une configuration plane bidimensionnelle. A ce titre les comparaisons ne pourront que confirmer un ordre de grandeur de la pression limite de rupture. Les résul-

tats sont portés dans le tableau de la figure 15. Du point de vue de la cinématique de la rupture, la figure 16 montre l'allure du bloc en rupture obtenu par une coupe faite dans le plan de symétrie du tunnel. On peut noter une certaine similitude avec les mécanismes à deux spirales.

γ_d	C/D	c	φ	Pression limite expérimentale	Estimation 2 spirales
15,3	2	2,3	35,2	4,4	8,65
16,1	2	1,1	38,3	4	9,24

Fig. 15. — Résultats expérimentaux et résultats numériques. Les pressions sont données en kPa et γ_d en kN/m^3 .
Fig. 15. — Experimental and calculation results. Pressures are plotted in kPa and density γ_d in kN/m^3 .

6. CONCLUSIONS

L'approche cinématique en calcul à la rupture permet d'estimer l'ordre de grandeur de la pression limite de soutien au front de taille d'un tunnel dans un sol doté à la fois de frottement et de cohésion.

Bien que l'analogie soit faite sur un problème bidimensionnel, la confrontation des résultats fournis par le calcul avec des résultats d'expérience sur modèle tridimensionnel, montre que l'analyse théorique donne à l'ingénieur des indications raisonnables sur la forme du mécanisme et la valeur de la pression de soutien.

La méthode de calcul permet de mettre en évidence l'influence des caractéristiques mécaniques du sol (angle de frottement et cohésion) sur la stabilité du front. Il est mis en évidence une profondeur critique au-delà de laquelle il peut se produire une première rupture au front du tunnel, sans que le mécanisme ne débouche en surface. Les calculs proposés fournissent enfin le moyen de prendre en compte l'effet de la proximité de la surface et des charges qui s'y trouveraient lorsque le tunnel est à très faible profondeur.

BIBLIOGRAPHIE

- SALENÇON J. (1983), *Calcul à la rupture et analyse limite*. Presses de l'ENPC, Paris.
- LECA E., PANET M. (1988), *Application du calcul à la rupture à la stabilité du front de taille d'un tunnel*. Revue française de géotechnique n° 43, p. 5-19.
- MAIR R.J. (1979), *Centrifugal modelling of tunnel construction in clay*. PhD. Cambridge University.
- DAVIS E.P., GUNN M.J., MAIR R.J., SENEVI-RATNE H.N. (1980), *The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive materials*. Géotechnique 30, n° 4, p. 397-416.
- CHAMBON P., CORTÉ J.-F. (1989), *Stabilité du front de taille d'un tunnel faiblement enterré: modélisation en centrifugeuse*. Actes du colloque «Tunnels et micro-tunnels en terrains meubles», 7-10 février 1989, Paris.

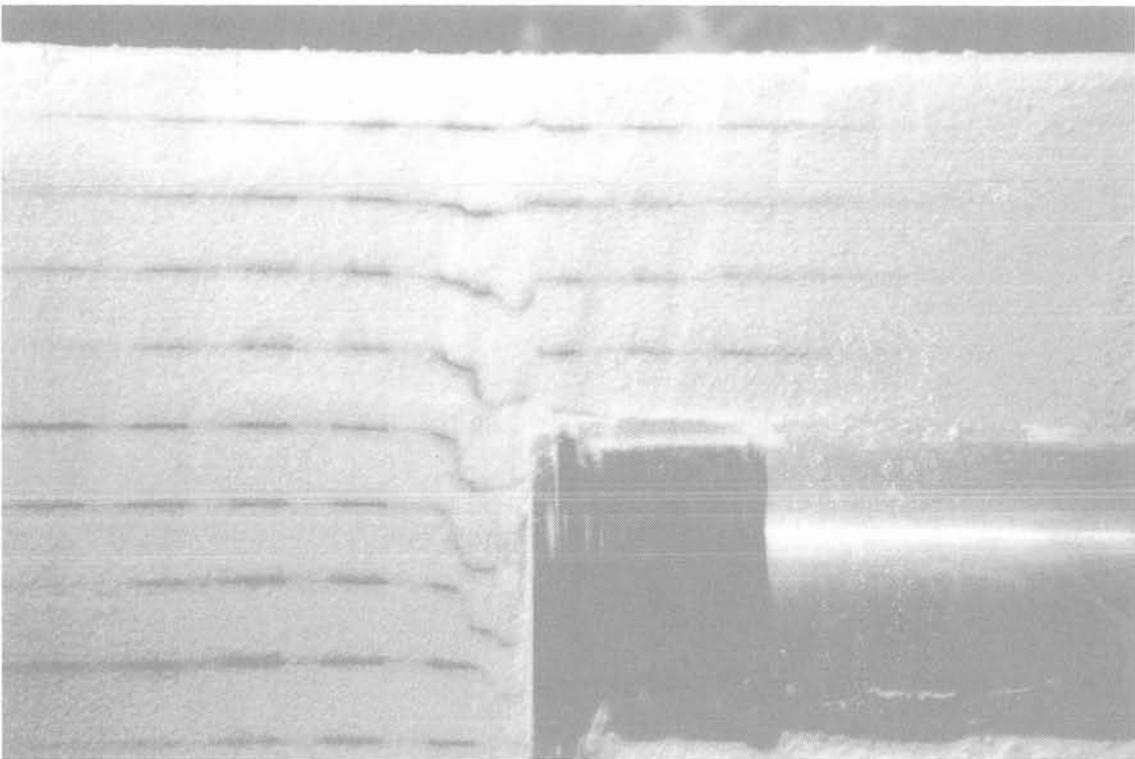


Fig. 16. — Une vue en coupe du modèle expérimental.
Fig. 16. — Longitudinal cross section of the experimental model.