l'effet d'échelle en mécanique des roches recherche de dimensions caractéristiques

scale effect in rock mechanics research of caracteristical sizes

P. MORLIER, K. AMOKRANE, J.M. DUCHAMPS
Laboratoire de Génie Civil, Université de Bordeaux I*
UA 867 du CNRS
GRECO Rhéologie des Géomatériaux

Rev. Franç. Géotech. n° 49, pp. 5-13 (octobre 1989)

Résumé

Aborder l'effet d'échelle en mécanique des roches est difficile par la bibliographie, ingrat par l'expérience.

Divers éclairages théoriques peuvent néanmoins aider à la compréhension de cet effet.

L'essentiel de ce texte est consacré à la définition des dimensions caractéristiques d'un massif rocheux, des exemples prenant principalement comme source des données de diagraphies de forage.

Abstract

Tackling the scale effect problem in rock mechanics is difficult and rather inproductive (litterature, experiment, ...). However different theoretical lightnings may help to understand this effect.

The essential part of this paper is devoted to the definition of characteristic dimensions of a rock mass; the given examples have their sources in data from drilling parameters logs.

* 351, cours de la Libération, 33405 Talence Cedex.

L'effet d'échelle (influence de la taille de l'échantillon sur la mesure d'une grandeur supposée intrinsèque) dans les matériaux pose une interrogation permanente à l'ingénieur habitué à utiliser les règles de similitude ; cette interrogation se pose davantage pour les matériaux naturels, habités d'imperfections de différentes dimensions, que pour les matériaux artificiels qui sont réputés plus homogènes dans leur utilisation : le problème est bien posé, par exemple, dans la plupart des règlements de construction bois (projet Eurocode 5) où l'effet d'échelle est pris en charge explicitement par une approche de type WEIBULL. En géotechnique, par contre, on se pose constamment les questions suivantes :

Quelles constantes mécaniques doit-on prendre dans un projet sachant que le volume en jeu est plus ou moins grand, différent en tout cas des volumes mis en jeu par les investigations précédant le projet?

Comment peut-on extrapoler à grande échelle les lois rhéologiques obtenues sur éprouvettes (résistances, modules, fluage)?

En filigrane, des questions secondaires se présentent :

Quelle est la validité des méthodes de reconnaissance géotechnique, nécessairement locales?

Comment peut-on enrichir cette reconnaissance avec des données, du type géophysique ou même topographique, donnant une idée de la structure, en plan ou en volume, du terrain?

Qu'apporte en géotechnique la théorie de l'homogénéisation, dont on sait qu'elle permet de passer d'une échelle à l'autre, quels sont ses avantages, ses limites?

Dans la série d'exposés organisée le 6 octobre 1988 par le Comité Français de Mécanique des Roches, nous n'avons pas nécessairement répondu à ces questions mais essayé de donner des éclairages, de proposer des réflexions qui feront progresser les idées dans le domaines.

Les *échelles d'observation* en géomécanique sont très étendues puisqu'on peut passer du MEB (microscopie électronique à balayage) au satellite en passant par les lames minces, les échantillons, les parois des ouvrages, la topographie, ... (soit de 10^{-8} à 10^6 m environ) ; pour la caractérisation acoustique on va des ultrasons de laboratoire à la sismique en passant par la sonde acoustique, la diagraphie entre trous, la petite sismique, la géophysique, ... (soit de 10^6 à 1 Hz environ pour les fréquences, de quelques millimètres à quelques kilomètres environ pour les longueurs d'onde).

On est persuadé depuis longtemps qu'il existe dans les massifs rocheux des structures à diverses échelles emboîtées les unes dans les autres (structures gigognes) : J. SERRA (1968) par exemple nous donne le vertige en décrivant savamment le massif lorrain de l'échelle pétrographique (quelques microns) à l'échelle hyperminière (quelques dizaines de km), passant par différentes échelles caractéristiques de la structure (200 μ, 2 cm, 2 m, 300 m, 3 km, 15 km), par la technique du variogramme que nous décrirons plus loin ; d'après cet auteur « il est bien connu en géologie que les *niveaux d'hétérogénéité* croissent en progression géométrique ».

1. D'UNE ÉCHELLE A L'AUTRE

Essayons ici d'être plus modeste et intéressons-nous au passage de la dimension de l'échantillon de laboratoire à la dimension de l'ouvrage de géotechnique : si, en fonction du logarithme de l'échelle d'investigation, on porte une grandeur rhéologique pertinente (résistance ou raideur), on obtient le schéma de principe de la figure 1 qui met en évidence les structures gigognes, lesquelles peuvent s'emboîter davantage au point de rendre la représentation confuse ; d'une échelle à l'autre, l'évolution peut s'interpréter en deux mots clés : *dispersion des résultats, effet d'échelle* (décroissance, en moyenne, de la grandeur mesurée).

Parcourons de gauche à droite le schéma, d'une échelle a à une échelle a' : pour le niveau a, il y a apparition à l'échelle de mesure de nouvelles hétérogénéités (ou fluctuations, moins marquées) qui n'altèrent pas la santé des échantillons ; au début l'échantillon a du mal à être représentatif et l'on note une forte dispersion, laquelle s'atténue sur la zone A, dont l'étendue vaut quelques multiples de la dimension a ; le milieu devient homogénéisable sur la zone B car l'échantillon est grand par rapport aux imperfections, il en résulte une assez faible variabilité des propriétés et un effet d'échelle type WEIBULL.

Le passage de la zone précédant a à la zone B est assez bien décrit, sur le plan philosophique, par la théorie de la *percolation* (STAUFFER, 1985) : passage d'un milieu statistiquement homogène à un autre par l'introduction progressive d'hétérogénéités nouvelles, existence d'un seuil marqué de percolation.

On remarque que le niveau a (ou a') a une bonne représentation physique s'il s'agit par exemple de la taille d'un grain ou d'un bloc nettement individualisable mais sera plus difficile à négocier si les hétérogénéités sont moins nettes (fluctuations) comme c'est généralement le cas : on l'appellera alors dimension caractéristique de la structure ; on remarquera également que la règle : taille de A $\geqslant$ à 10 a, est généralement suivie dans les normes d'essais de matériaux et correspond à une réalité.

Les *dimensions caractéristiques* portent parfois des noms classiques et ont une influence prépondérante sur les propriétés mécaniques des matériaux : c'est le cas des D_{10} et D_{60} et des lois de HAZEN en mécanique des sols ; c'est le cas du diamètre moyen des grains d en mécanique des roches et de la loi de PETCH (la résistance en traction est fonction linéaire de $\sqrt{d}$) ; c'est le cas de la dimension de la zone plastique ou de la dimension de la zone endommagée en fond de fissure (exposé de J. MAZARS).

Elles ont parfois des traductions physiques élémentaires comme sur la figure 2 où l'on a représenté l'atténuation des ondes acoustiques dans une roche fissurée

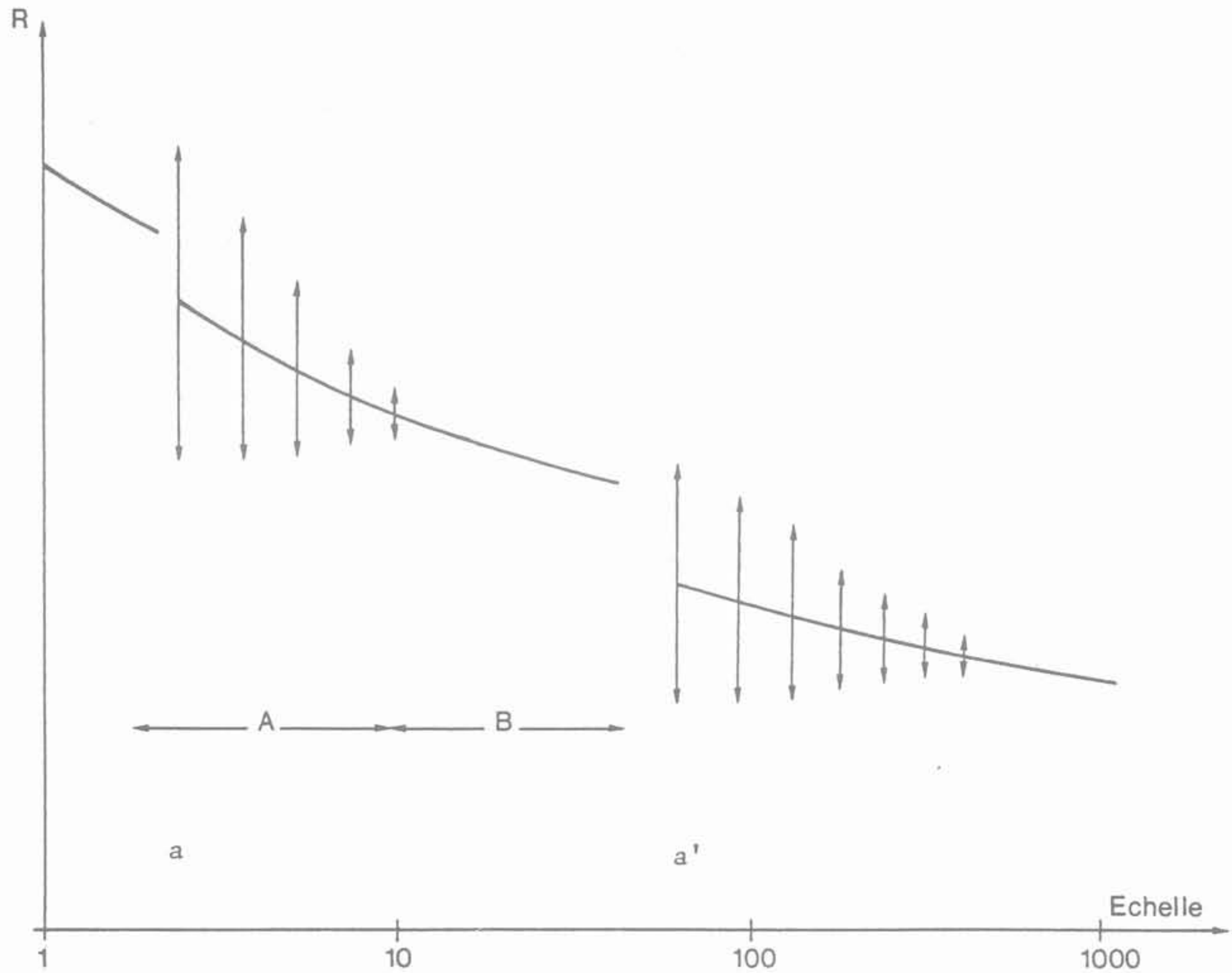


Fig. 1. — D'une échelle à l'autre (schéma de principe).
Fig. 1. — From one scale to another (schematical representation).

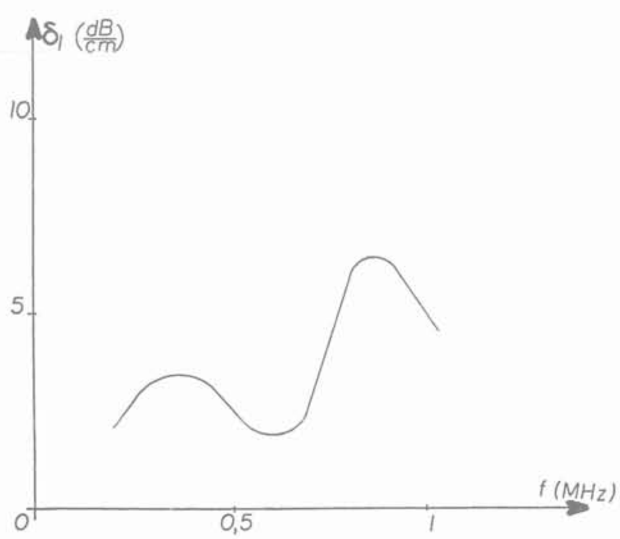


Fig. 2. — Atténuation des ondes acoustiques dans une roche sèche en fonction de la fréquence.
Fig. 2. — Attenuation of acoustical waves (versus frequency) in a dry rock.

sèche à la pression atmosphérique : chaque pic correspond à la mise en résonance des grains ou amas de grains caractéristiques de la roche.

1.1. Un exemple concernant la *réduction de la dispersion avec l'échelle de mesure* (zone A de la figure 1) est donné sur la figure 3 : on considère un multicouche formé de N alternances de deux matériaux homogènes différents dont les épaisseurs sont tirées au sort à l'intérieur d'une gamme définie pour chaque matériau ; on calcule, d'après les règles simples de la RDM, la raideur de poutres carrées fléchies radialement ou tangentiellement et constituées au moins de trois alternances. Le module équivalent de ces poutres est borné par les modules E_1 et E_2 des deux constituants et tend, avec un nombre d'alternances supérieur à 10, vers le module homogénéisé ; on notera la forte anisotropie de la réduction de la dispersion ; on notera également qu'il n'y a pas ici d'effet d'échelle à proprement parler puisqu'avec nos hypothèses les matériaux de base ont un module bien

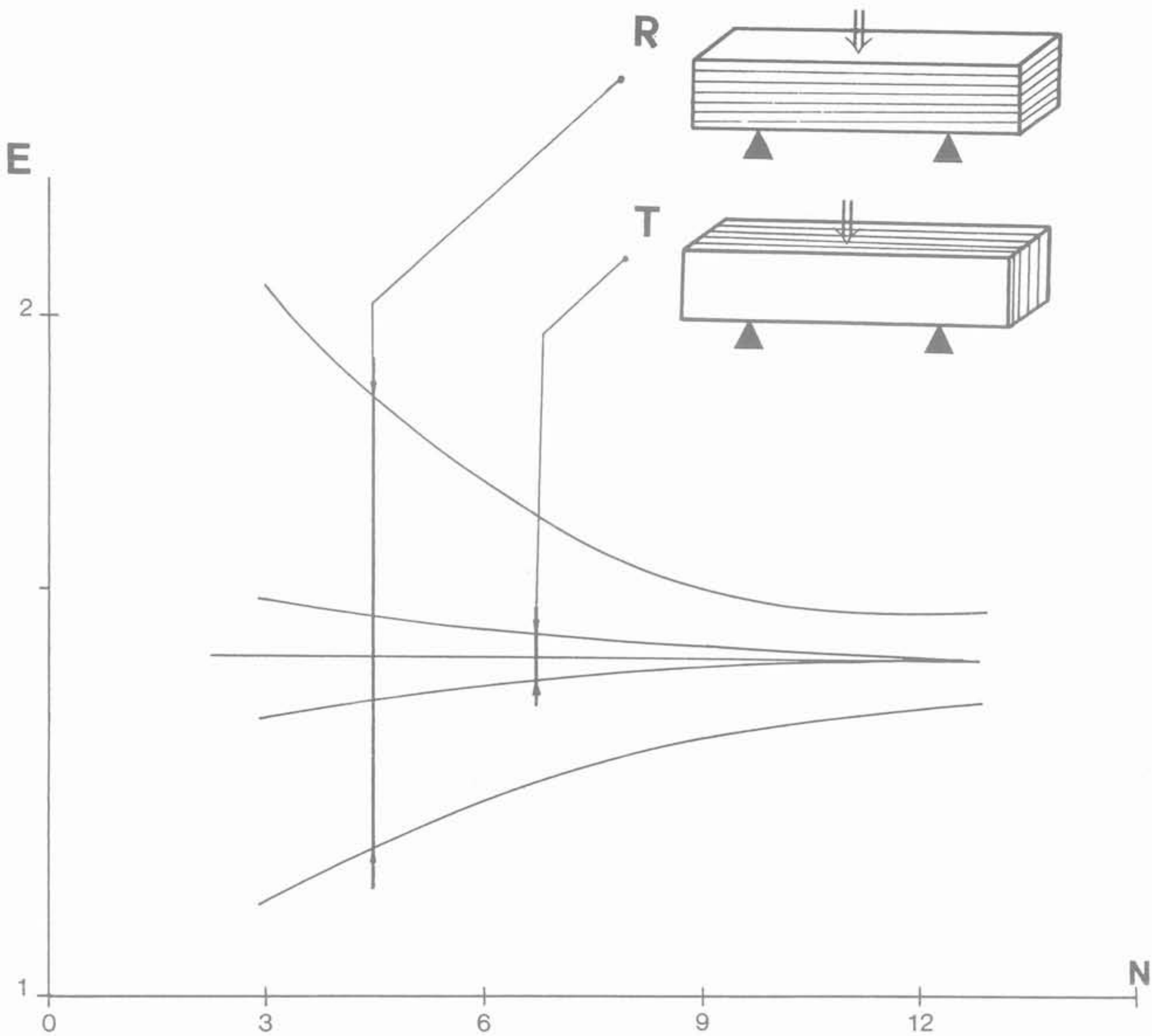


Fig. 3. — Dispersion de la raideur d'une poutre formée de deux matériaux (N: nombre d'alternances).
Fig. 3. — Dispersion concerning stiffness of a two materials composed beam (N: number of alternative layers).

défini: une poutre, dans une orientation, de côté d comportant N alternances de couches aura le même module équivalent moyen, et la même dispersion, qu'une poutre, de même orientation, de côté λ d comportant aussi N alternances de couches si les gammes d'épaisseur sont multipliées par λ. Pour faire apparaître un effet d'échelle, il faudrait doter chaque matériau d'une variabilité de module.

1.2. La théorie de WEIBULL (1951), elle, prend en charge la variabilité interne du matériau; elle permet de décrire la probabilité de rupture d'une pièce de matériau fragile dont une partie au moins est tendue: la probabilité de rupture d'un volume V du matériau soumis à une traction σ uniforme est:

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma-\sigma_o}{m}\right)^k\right] \quad \text{si } \sigma > \sigma_o$$

$$F(\sigma) = 0 \quad \text{si } \sigma < \sigma_o$$

où :

$\left(\frac{\sigma-\sigma_o}{m}\right)^k$ est le risque de rupture pour un volume élémentaire,

avec V_o: volume de référence,
m: contrainte de référence,
σ_o: paramètre de position,
k: paramètre d'échelle.

Le milieu est supposé homogénéisé: la pièce est une collection d'échantillons élémentaires ayant le même risque de rupture, le «maillon le plus fragile» détermine la résistance de la pièce.

La théorie de WEIBULL n'a été appliquée, avec un succès indéniable, qu'à la résistance des matériaux fragiles (céramique, bétons, bois, ...).

Elle offre l'avantage des propriétés suivantes, remarquables, si $\sigma_o = 0$ et si l'on est en traction uniforme:

— le coefficient de variation est indépendant du volume de la pièce et ne dépend que de k :

$$CV = \frac{[\Gamma(1 + 2/k) - \Gamma_2 (1 + 1/k)]}{\Gamma (1 + k)}$$

(Γ : fonction eulérienne) ;

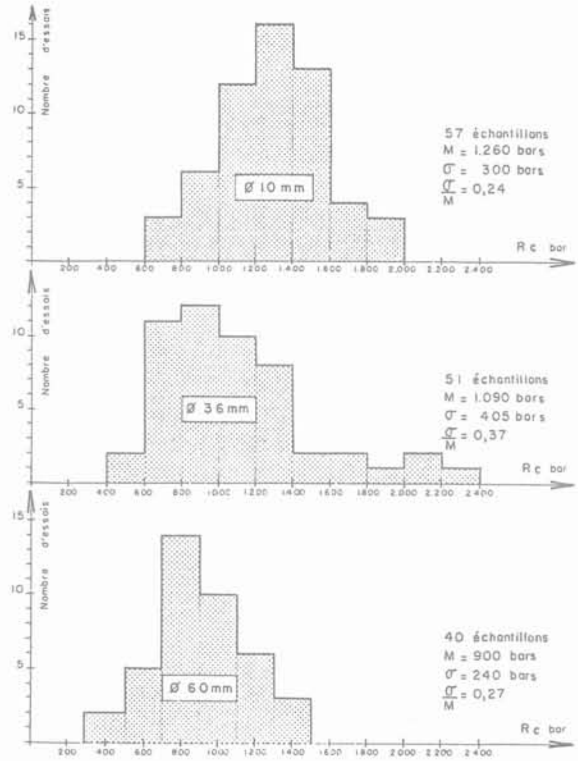
— à une fractile quelconque q, la résistance est fonction du volume selon :

$$\sigma_1(q) \ / \ \sigma_2(q) = (V_2 \ / \ v_1)^{1/k}$$

l'effet d'échelle ne dépend également que de k.

BERNAIX (1966), dans son étude sur la roche de Malpasset, a montré que, pour des échantillons de laboratoire — diamètre 10 à 60 mm — sollicités en compression, les distributions ont quelques propriétés weibulliennes (fig. 4a et 4b), et qu'en particulier la dispersion des résultats et l'intensité de l'effet d'échelle varient dans le même sens, et dans le même sens que l'intensité de la microfissuration (HABIB, 1973).

Des études contemporaines à celle de BERNAIX ont contribué à mieux connaître l'effet d'échelle en mécanique des roches, toujours sur de petits échantillons (DUFFAUT, 1967 ; HOUPERT et TISOT, 1969).



CALCAIRE JURASSIQUE FISSURE_EFFET D'ECHELLE

Fig. 4a. — Histogrammes des résistances d'échantillons de roche de différents diamètres (d'après J. BERNAIX).
Fig. 4a. — Strenght histogramms for different size of rock samples (after J. BERNAIX).

Roche	Fissuration	Coefficient de variation	Intensité de l'effet d'échelle $\frac{R \varnothing 80}{R \varnothing 60}$
MALPASSET Rive gauche	Microfissurations, microfracturation, macrofracturation très intenses	0,37	2,9
MALPASSET Rive droite	Microfissuration, microfracturation et macrofracturation intenses	0,30	1,9
Calcaire Jurassique fissuré	Microfissuration très faible, macrofracturation nette et intense	0,25	1,40
Gneiss à biotite et muscovite	Microfissuration moyennement intense	0,22	1,25
Calcaire de St-VAAST	Inexistante	0,05	1

Fig. 4b. — Pour différentes roches, coefficient de variation et mesure de l'effet d'échelle (d'après J. BERNAIX).
Fig. 4b. — Variation coefficients and ratios measuring the scale effect (after J. BERNAIX).

2. RECHERCHE DE DIMENSIONS CARACTÉRISTIQUES DANS LES ROCHES A L'AIDE DE DIAGRAPHIES DE FORAGE

Notre laboratoire travaille depuis quelques années sur les diagraphies dites instantanées (c'est-à-dire l'enregistrement des paramètres de forage), en particulier avec la société Solétanche ; il nous a vite semblé que ces diagraphies, détaillées, devaient contribuer, couplées à des méthodes d'analyse statistique, à la connaissance structurale des massifs rocheux.

2.1. Les diagraphies de forage

Sur une foreuse instrumentée on mesure, en même temps, quelques-uns des paramètres suivants :

- Po : poussée sur l'outil (celle-ci étant effectuée par un vérin double effet, il existe deux prises de mesure, la poussée et la retenue)
- C : couple sur l'outil
- Pi : pression du fluide de perforation
- Va : vitesse d'avance de l'outil (vitesse dite instantanée ou mesure du temps nécessaire pour forer 5 mm)
- ω : vitesse de rotation de l'outil
- Vib : vibration réfléchie dans le cas de forages percussifs.

Les mesures sont effectuées tous les 5 mm, enregistrées et donnent lieu à des diagraphies (fig. 5) ; tous les auteurs sont persuadés que les mesures mécaniques représentent la qualité des quelques millimètres de terrain situés juste sous l'outil.

La vitesse d'avance Va est la plus caractéristique de la dureté des terrains et est toujours donnée, avec Po et Pi ; les enregistrements complets sont assez rares.

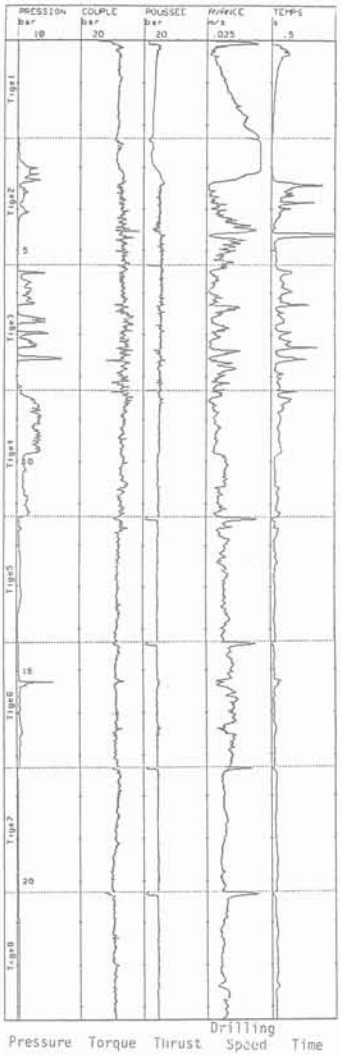


Fig. 5. — Exemple de diagraphies de forage.
Fig. 5. — One example of drilling parameters log.

Une première phase des études, menée sur des terrains naturels ou artificiels (béton, mortiers) homogènes, nous a permis (GIRARD, MORLIER, 1987) de donner une interprétation mécanique de ces enregistrements ; on a par exemple montré que la résistance en compression des matériaux forés est proportionnelle à la quantité $\frac{P_o\ \omega}{V_a\ D}$ où D est le diamètre du forage ; l'intérêt de cette formule est qu'elle utilise les grandeurs toujours mesurées, Po et Va, alors que la vitesse de rotation est, par la constitution des machines, assez constante (fig. 5). Notons que SOMERTON avait posé en 1970 la définition d'une résistance au forage Sd selon la formule :

$$\frac{Va}{\omega D} \text{ proportionnel à } \left(\frac{Po}{D^2 Sd}\right)^2$$

Les diagraphies obtenues sont très « agitées », dénotant ainsi les fluctuations verticales des propriétés mécaniques des terrains ; il nous a fallu utiliser des outils statistiques, classiques ou non, pour les interpréter en terme de dimension caractéristique.

2.2. Fonction d'autocorrélation

Désignons par la fonction d(z), échantillonnée à un pas constant ou non, la variation d'une caractéristique du sol (c'est-à-dire une diagraphie). Si l'on compare cette fonction d(z) avec elle-même décalée de h, on peut utiliser le coefficient de corrélation linéaire :

$$A(h) = \frac{\mathrm{Cov}\ [d(z),\ d(z+h)]}{\sigma(z)\ \sigma(z+h)}$$

A(h) est compris entre − 1 et 1 et A(0) est égal à l'unité ; les traités classiques d'analyse du signal nous présentent une bibliothèque de signaux types avec leurs fonctions d'autocorrélation.

Puisque nous nous intéressons aux fluctuations de la diagraphie, il est préférable de la débarrasser de sa composante déterministe, la dérive ; pour nous elle est le plus souvent supposée constante par banc ; il reste alors à déterminer la distance d'autocorrélation DA qui est la valeur de h au-delà de laquelle on peut considérer des valeurs comme non corrélées : A(DA) = 0.

La figure 6 représente les fonctions d'autocorrélation pour deux diagraphies du même site : le couple C et la vitesse d'avance Va ; on voit une grande analogie

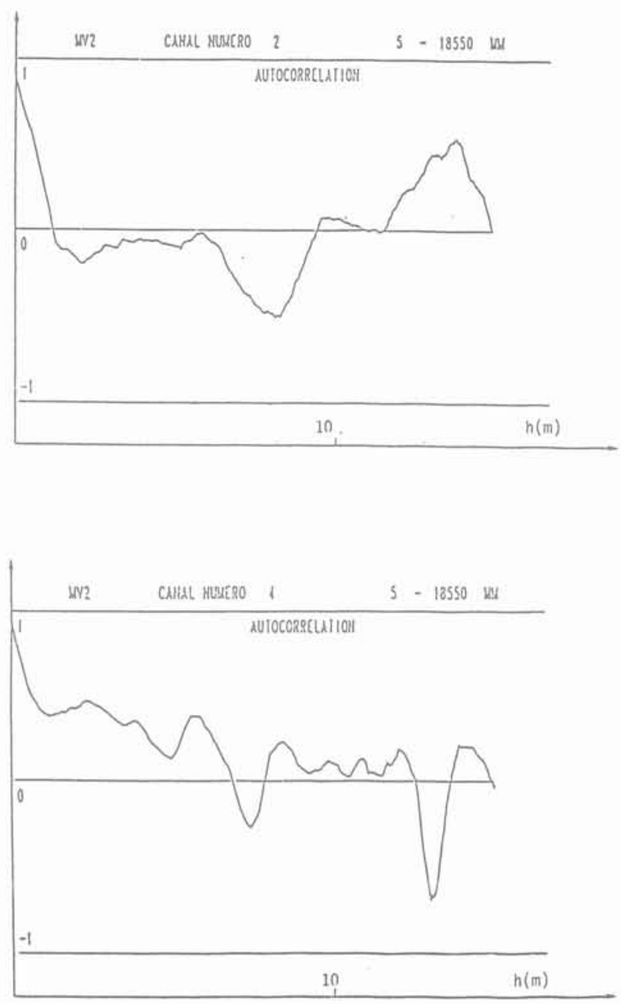


Fig. 6. — Fonction d'autocorrélation pour le couple (en haut) et la vitesse d'avance (en bas) (d'après K. AMOKRANE).
Fig. 6. — Autocorrelation functions for the torque (upper part) and the drilling speed (lower part) (after K. AMOKRANE).

entre les deux fonctions, en particulier pour les petites valeurs de h, ainsi que l'imbrication de plusieurs structures :

— le départ rapide de la fonction d'autocorrélation (zone α) laisse à penser qu'il existe un niveau structural de l'ordre de 5 mm (c'est l'analogue de l'effet de pépite du variogramme) ;

— la première partie de cette fonction suivie d'un palier avec $A = 0$ pour le couple donne une première distance caractéristique DA_1 de l'ordre de 1,2 m ;

— le palier nul, de la fonction concernant la vitesse d'avance (zone β) donnerait une deuxième distance caractéristique de l'ordre de 6 m.

2.3. Le variogramme est un outil de la géostatistique de MATHERON (voir SERRA, 1968) ; il se définit comme :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [d(z_i + h) - d(z_i)]^2$$

L'étude du graphe $\gamma(h)$ est particulièrement intéressante car elle donne une description synthétique de la structure étudiée ; il existe pour cela une bibliothèque de variogrammes modèles ; on examinera d'ailleurs plus précisément le comportement du graphe au voisinage de l'origine (effet de pépite par exemple) et à l'infini (grandes valeurs de h) : le variogramme peut se stabiliser à une valeur de palier, la distance à laquelle ce palier est atteint est appelée portée, distance séparant deux points au-delà de laquelle les deux points sont en moyenne le plus différents possible.

La figure 7 présente un des avantages du variogramme : la courbe la plus détaillée a été tracée avec un pas h de 5 mm, l'autre courbe avec un pas h de 10 cm (valeurs de d(z) moyennées sur 10 cm) ; ce filtrage fait disparaître un premier niveau structural

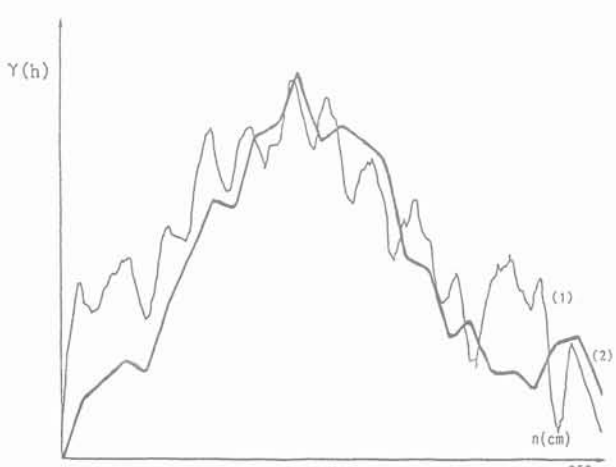


Fig. 7. — Variogramme : 1. pas de 5 mm, 2. pas de 10 cm (d'après J.M. DUCHAMPS).

Fig. 7. — Variogramm : 1. 5 mm step, 2. 10 cm step (after J.M. DUCHAMPS).

périodique (période de 12 cm) et révèle un autre niveau de période beaucoup plus important.

Ces deux premiers outils, fonction d'autocorrélation et variogramme, ne sont pas indépendants (AMOKRANE, 1988 ; DUCHAMPS, 1988) : moyennant quelques hypothèses sur le caractère aléatoire des données, il est facile de montrer (et de vérifier par les graphes) que $\gamma(h)$ est proportionnel à $[1\text{-}A(h)]$; il en résulte que la portée du variogramme et la distance DA d'autocorrélation sont les mêmes ; par contre il est enrichissant de conjuguer les fondements scientifiques des deux approches.

2.4. L'entropie de la diagraphie (DUCHAMPS, 1988)

Ce nom savant cache une manière originale de caractériser l'agitation d'une diagraphie : c'est la longueur du graphe d(z) ou, pour simplifier, le nouveau graphe :

$$L(z) = \sum_{z_0}^{z} | d(z_{i+1}) - d(z_i) |$$

Dans la plupart des cas, comme sur la figure 8, l'agitation varie en fonction de la nature des couches traversées et le graphe L(z) aura l'allure, régulièrement croissante, d'une suite de paliers de pentes $P = \frac{dL(z)}{dz}$ plus ou moins grandes (plus la diagraphie est chaotique, plus cette pente est élevée).

Si, par palier, nous calculons la moyenne d et l'écart type σ des valeurs du paramètre, le rapport $<DE> = \frac{\sigma}{P}$ a la dimension d'une longueur ; nous pouvons vérifier que ce rapport est caractéristique des terrains traversés, il se retrouve par exemple d'un forage à l'autre, et qu'il est très bien corrélé avec la distance d'autocorrélation ou la portée du variogramme : sur la figure 9 nous avons ajusté un coefficient α de façon que $\alpha <DE>$ corresponde en moyenne à DA et l'on appelle donc Distance Caractéristique DC la grandeur :

$$DC = \alpha \frac{\sigma}{P} \text{ avec } \alpha \text{ voisin de } 4.$$

Il est remarquable que si nous appliquons cette technique à un signal sinusoïdal finement échantillonné la longueur d'onde du signal vaut :

$\lambda = \alpha \frac{\sigma}{P}$ avec $\alpha = 5{,}5$, très proche de sa valeur précédente.

CONCLUSION

Ce texte avait pour objectif d'ouvrir une série d'exposés sur l'effet d'échelle en mécanique des roches ; d'autres éclairages (géométrie fractale, percolation, ...) amélioreraient notre présentation de ces structures gigognes que nous avons voulu mettre en évidence et pour lesquelles une illustration simple a pu être trouvée dans cette opération quotidienne qu'est la diagraphie de forage.

BIBLIOGRAPHIE

AMOKRANE K. (1988), Thèse n° 183, Université de Bordeau I, *Contribution à l'analyse statistique des diagraphies instantanées en génie civil.*

BERNAIX J. (1966), *Etude géotechnique de la roche de Malpasset.* Dunod.

BROWN E.T. (1971), *Strength-size effects in rock material.* Symposium Soc. Internat. Mécanique des Roches, Com. II.11, Nancy.

DUCHAMPS J.M. (1988), Thèse n° 273, Université de Bordeaux I, *Apport des diagraphies statistiques pour l'exploitation des diagraphies instantanées.*

DUFFAUT P. (1967), *Effet d'échelle dans l'écrasement de blocs de forme irrégulière.* Colloque sur la Fissuration des Roches, Paris.

GIRARD H., MORLIER P. (1987), Annales ITBTP n° 454, *Exploitation des paramètres de forage en génie civil.*

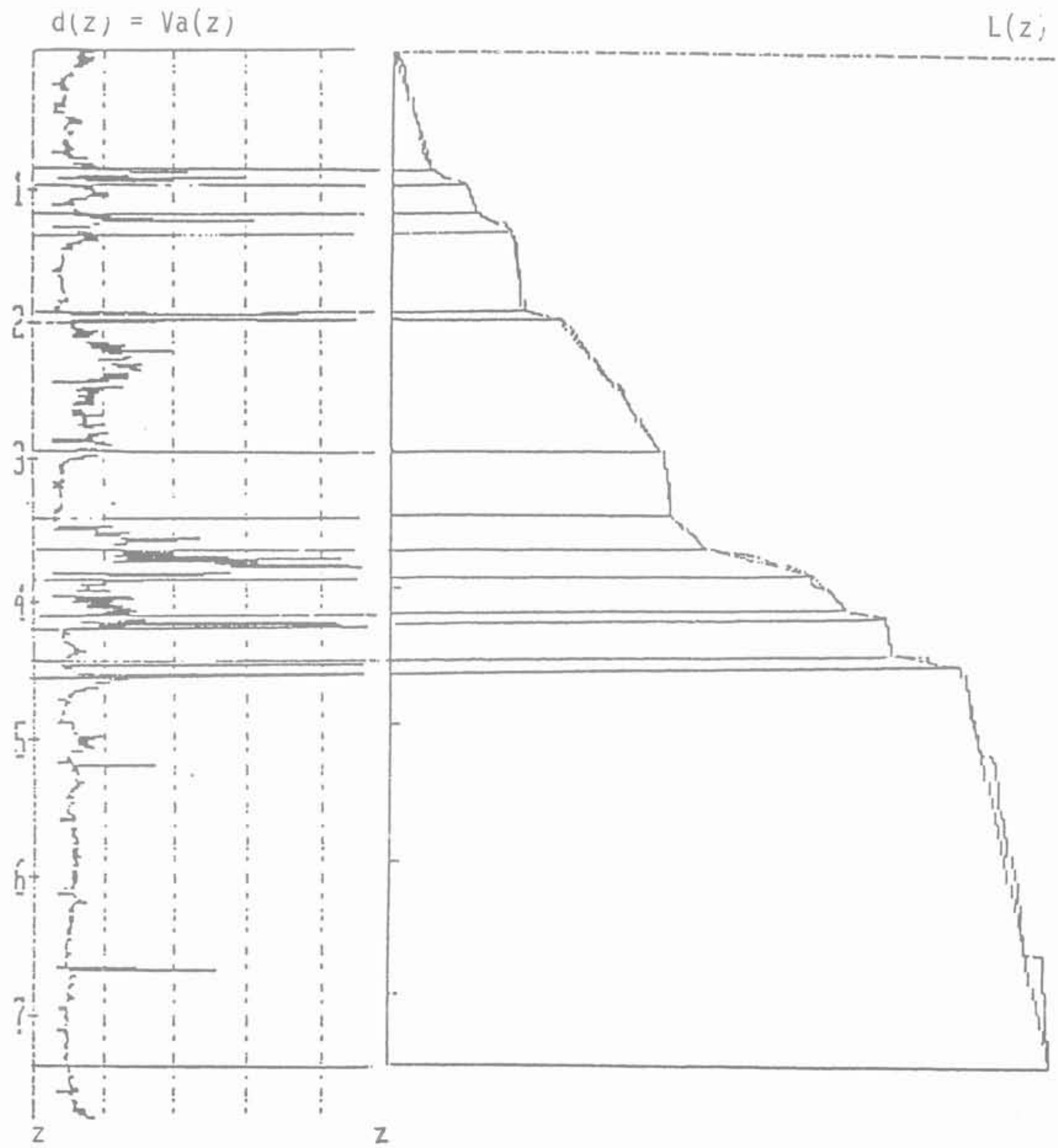


Fig. 8. — Transformation d'une diagraphie en diagramme d'entropie.
Fig. 8. — Conversion of a log to an entropy diagramm.

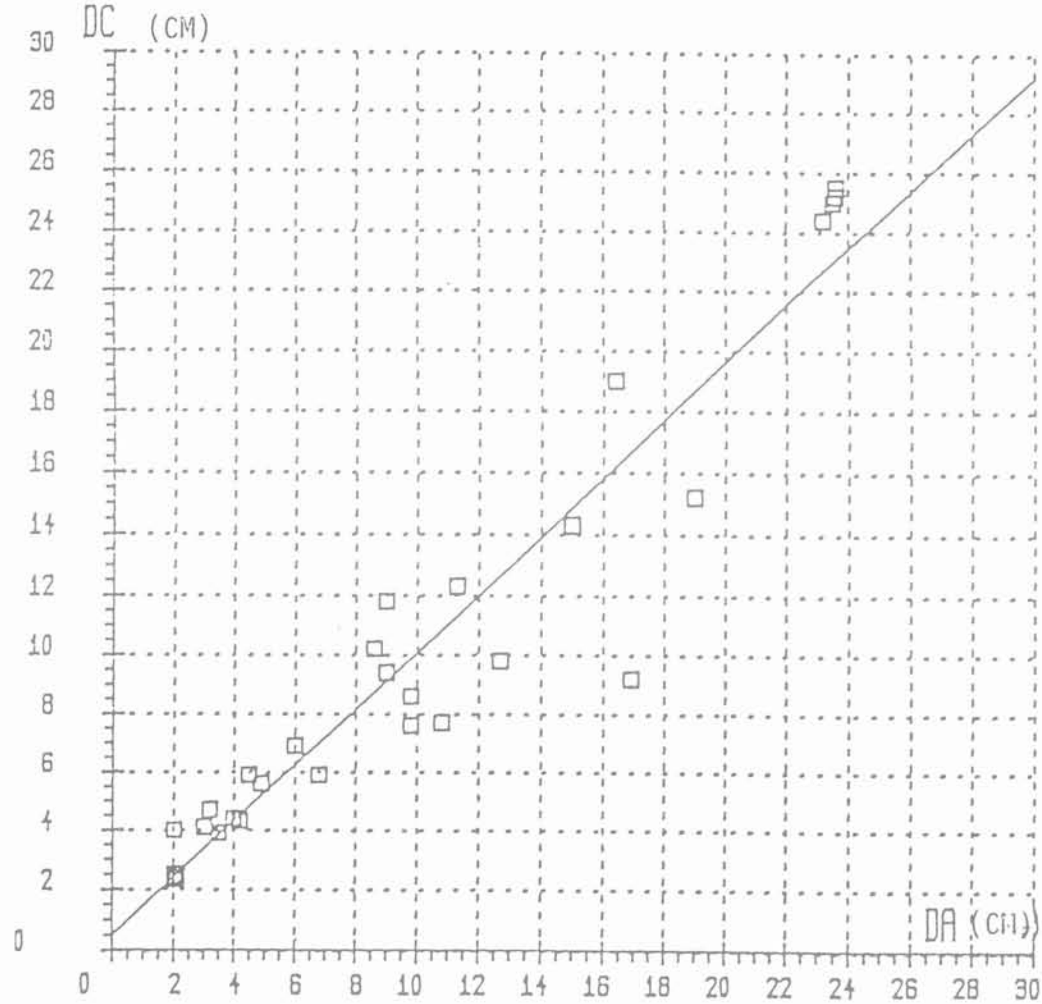


Fig. 9. — Relation entre la distance d'autocorrélation DA et la dimension caractéristique DC issue de l'entropie.
Fig. 9. — Relation between autocorrelation distance DA and characteristic dimension from entropy technique DC.

HABIB P. (1973), *Précis de Géotechnique*, p. 118, Dunod, Paris.

HOUPERT R., TISOT J.P. (1969), *Effet d'échelle et dispersion des contraintes de rupture en compression simple dans le cas d'un granite.* 2e Colloque sur la fissuration des roches, Paris.

MAGNAN J.P. (1982), *Les méthodes statistiques et probabilistes en mécanique des sols.* Presses de l'ENPC.

SERRA J. (1968), Mineralium Deposita, 3, pp. 135-154, *Les structures gigognes : morphologie mathématique et interprétations métallogéniques.*

STAUFFER D. (1985), *Introduction to percolation theory.* Taylor & Francis.

VALENTIN G., LE NAOUR F., MORLIER P. (1988), Colloque Scientifique sur le Comportement mécanique du bois, Bordeaux, *Orthotropie du bois en flexion.*

WEIBULL W. (1951), *A statistical distribution function of wide applicability.* Jour. Applied Mechanics, V. 18, 3, pp. 293-297.