

# détermination de caractéristiques dynamiques d'un sol à l'aide d'un essai pressiométrique cyclique

determination of dynamic characteristics of a soil  
based on a cyclic pressuremeter test

L. DORMIEUX

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, CERMES \*

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 31-41 (janvier 1989)

## Résumé

On envisage l'emploi d'un essai pressiométrique cyclique consistant à faire varier sinusoïdalement le volume de la sonde pour déterminer les paramètres du modèle viscoélastique équivalent utilisé en Dynamique des Sols. En se limitant aux variations de volume de sonde de faibles amplitudes, on admet que la relation entre la pression de sonde et le volume correspondant se stabilise sur une boucle fermée. A l'aide d'une interprétation numérique de l'essai reposant sur un calcul viscoélastique équivalent, on montre que les données de la pente moyenne et de l'aire de la boucle pressiométrique expérimentale permettent d'identifier certains paramètres du modèle employé.

## Abstract

The aim of this paper is to show that a cyclic pressuremeter test can lead to in-situ determination of some parameters required by the equivalent linear method which is currently used in soil dynamics. The test consists in cyclic variations of the cell volume. For small amplitudes of volume variations, the relationship between the cell pressure and the cell volume is assumed to be a closed loop. With the help of a numerical simulation of the test based on the equivalent linear method, some parameters of the soil can be determined from the mean slope and the area of the loop.

\* La Courtine, 93167 Noisy-le-Grand Cedex.

## 1. INTRODUCTION

Pour l'évaluation de la réponse d'un massif de sol à une sollicitation sismique, la modélisation viscoélastique équivalente constitue un outil dont l'usage est très répandu. Sa mise en œuvre requiert la connaissance de paramètres quantifiant le comportement d'un sol soumis à un cisaillement cyclique. Plus précisément, il s'agit de décrire l'évolution du module de cisaillement et des propriétés dissipatives du matériau en fonction du niveau de distorsion cyclique auquel il est soumis. Les paramètres de cette modélisation sont en général fixés par des essais de laboratoire. On propose ici une contribution à leur détermination in-situ à l'aide d'un essai pressiométrique cyclique. Ce dernier consiste à faire varier cycliquement le volume de la sonde et à enregistrer les variations de la pression de sonde qui caractérisent la réponse du massif sollicité.

Après avoir rappelé le principe de la modélisation viscoélastique équivalente, on utilise celle-ci pour fournir une interprétation numérique de l'essai pressiométrique cyclique. En associant les résultats numériques et expérimentaux, on présente alors une méthode de détermination des paramètres requis par le calcul viscoélastique équivalent.

## 2. DESCRIPTION DE LA RÉPONSE DU SOL A UN CISAILEMENT CYCLIQUE DE FAIBLE AMPLITUDE

La modélisation viscoélastique équivalente permet une prise en compte intéressante des non-linéarités du comportement d'un sol soumis à un cisaillement cyclique si celui-ci conduit à un état accommodé (pas d'accumulation de déformations irréversibles). Ce paragraphe rappelle quelques aspects de la description de la relation entre cisaillement et distorsion pour une telle sollicitation.

La relation entre le cisaillement  $\tau$  et la distorsion  $\gamma$ , telle que l'on peut la mettre en évidence expérimentalement avec une boîte de cisaillement simple ou un appareil de torsion cylindrique, est schématisée à la figure 1 pour une distorsion cyclique alternée régulière.

Après une phase de premier chargement selon le trajet OA, les phases de décharge (A  $\rightarrow$  B) et de recharge (B  $\rightarrow$  A) correspondent en première approximation à des trajets stabilisés dans le plan  $(\gamma, \tau)$ .

On observe expérimentalement que les points A et B sont alignés avec l'origine, ce qui permet de définir la pente de la boucle. Elle s'identifie à un module de cisaillement sécant  $G(\gamma_m)$ , qui est une fonction décroissante de l'amplitude  $\gamma_m$  du cycle de distorsion. L'aire de la boucle représente la densité volumique d'énergie  $D$  dissipée sur un cycle. On la normalise classiquement par l'aire du triangle hachuré sur la figure 1 qui vaut :

$$W = \frac{1}{2} G(\gamma_m) \gamma_m^2$$

et représente l'énergie élastique stockée sur un quart de

cycle par un matériau élastique de raideur  $G(\gamma_m)$ . On introduit alors le coefficient de perte,  $\eta(\gamma_m)$  qui rend compte du comportement dissipatif du matériau :

$$\eta(\gamma_m) = \frac{D}{D\pi W}$$

$\eta(\gamma_m)$  est une fonction croissante de  $\gamma_m$ .  $G$  et  $\eta$  constituent deux caractéristiques essentielles de la relation  $\tau(\gamma)$  sur lesquelles repose la modélisation viscoélastique linéaire équivalente.

De nombreux auteurs ont étudié les facteurs influant sur  $G$  et  $\eta$ . Une description détaillée des essais utilisés pour ces recherches, au laboratoire et in-situ, a été présentée par PECKER (1984).

HARDIN et DRNEVICH (1972 a, 1972 b) ont réalisé une étude paramétrique au laboratoire consacrée à  $G$  et  $\eta$  à l'aide de la colonne résonnante et de l'appareil de cisaillement en torsion. Ils ont mis en évidence le rôle essentiel joué par l'amplitude  $\gamma_m$  de la distorsion. Ils ont observé que  $G$  tend vers un maximum  $G_{\max}$  pour des valeurs décroissantes de  $\gamma_m$ . Au contraire,  $\eta$  tend vers un maximum  $\eta_{\max}$  pour des valeurs croissantes de  $\gamma_m$ .  $G_{\max}$  et  $\eta_{\max}$  dépendent tous deux de la densité et de la contrainte effective moyenne. De plus, ils ont établi une relation empirique très utile entre  $G$  et  $\eta$  :

$$\frac{G}{G_{\max}} + \frac{\eta}{\eta_{\max}} = 1$$

Diverses expressions empiriques ont été proposées pour relier

$\frac{G}{G_{\max}}$  et  $\gamma_m$ . La synthèse d'IWASAKI et al. (1978)

montre qu'elles fournissent des résultats à peu près équivalents. Dans le cadre de cette étude, l'approche simplifiée de HARDIN et DRNEVICH (1972 a,b) a été rete-

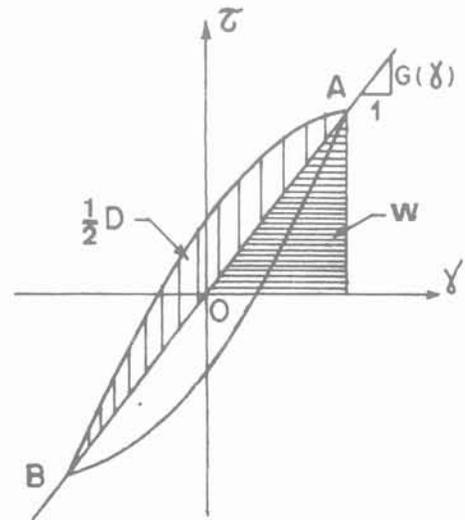


Fig. 1. — Boucle d'hystérésis cisaillement-distorsion.  
Fig. 1. — Stabilized stress-strain hysteresis loop.

nue. Elle repose sur l'hypothèse d'une variation hyperbolique de

$$\frac{G}{G_{\max}} \text{ (et donc de } \frac{\eta}{\eta_{\max}} \text{) en fonction de } \gamma_m :$$

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \gamma_m/\gamma_r}$$

$$\frac{\eta}{\eta_{\max}} = \frac{\gamma_m/\gamma_r}{1 + \gamma_m/\gamma_r}$$

$\gamma_r$  est un paramètre de la modélisation appelé distorsion de référence. Il peut être défini expérimentalement comme le niveau de distorsion pour lequel

$$G = \frac{1}{2} G_{\max} \text{ et } \eta = \frac{1}{2} \eta_{\max}. \text{ Par la donnée des}$$

coefficients  $G_{\max}$ ,  $\eta_{\max}$  et  $\gamma_r$ , les caractéristiques  $G(\gamma_m)$  et  $\eta(\gamma_m)$  sont donc entièrement définies. Plusieurs méthodes de détermination in-situ de  $G_{\max}$  sont disponibles. En revanche, il n'en est pas de même pour  $\eta_{\max}$  et  $\gamma_r$ . L'objectif de ce travail est de montrer qu'un essai pressiométrique cyclique peut combler cette lacune.

### 3. RAPPEL DU PRINCIPE DE L'ÉQUIVALENCE

#### 3.1. Matériau équivalent dans un essai homogène

Pour un matériau viscoélastique linéaire non vieillissant, la contrainte  $\tau(t)$  est reliée à l'histoire de la déformation jusqu'à l'instant  $t$ ,  $(\gamma)_{-\infty}^t$ , au moyen d'un produit de convolution au sens des distributions faisant intervenir la dérivée par rapport au temps de la fonction de relaxation  $\mu$  du matériau :

$$\tau = \mu' * \gamma$$

Notant alors respectivement  $M(\omega)$ ,  $\hat{\tau}(\omega)$  et  $\hat{\gamma}(\omega)$  les transformées de Fourier de  $\mu'$ ,  $\tau$  et  $\gamma$ , la relation précédente fournit :

$$\hat{\tau}(\omega) = M(\omega) \hat{\gamma}(\omega)$$

En particulier, pour une histoire harmonique de la déformation, du type  $\gamma(t) = \gamma_m \cos(\omega_0 t)$ , la réponse en contrainte est donnée par :

$$\tau(t) = \text{Re} (\gamma_m M(\omega_0) e^{i\omega_0 t})$$

$M(\omega_0) \in \mathbb{C}$  ; il est appelé module complexe du matériau pour la pulsation  $\omega_0$ . Cette expression de  $\tau$  met en évidence un déphasage entre  $\tau$  et  $\gamma$ , donné par :

$$\varphi = \text{Arctg} \left\{ \frac{\text{Im}(M(\omega_0))}{\text{Re}(M(\omega_0))} \right\}$$

Au cours d'un cycle de déformation harmonique d'amplitude  $\gamma_m$  à la pulsation  $\omega_0$ , l'énergie dissipée  $D_{\text{vis}}(\gamma_m, \omega_0)$  par le matériau viscoélastique est définie par l'intégrale :

$$D_{\text{vis}}(\gamma_m, \omega_0) = \int_0^{2\pi/\omega_0} \frac{d\gamma}{dt} \sigma(t) dt = \pi \text{Im} (M(\omega_0)) \gamma_m^2$$

A partir de la définition donnée précédemment pour  $G(\gamma_m)$  et  $\eta(\gamma_m)$ , il est facile de voir que si un matériau viscoélastique vérifie :

$$\text{Im} (M(\omega_0)) = G(\gamma_m)\eta(\gamma_m)$$

alors le matériau réel et le matériau viscoélastique dissiperont la même énergie sur un cycle de distorsion harmonique de pulsation  $\omega_0$  et d'amplitude  $\gamma_m$ . Géométriquement, cela signifie que l'aire de la boucle d'hystérésis réelle  $D(\gamma_m)$  et celle de la boucle elliptique obtenue pour le matériau viscoélastique sont identiques. Pour cette raison, on dit qu'un tel matériau est équivalent au matériau réel. Cette équivalence repose donc sur l'identité des propriétés dissipatives des deux matériaux pour une expérience bien définie (pulsation  $\omega_0$ , amplitude  $\gamma_m$ ). Le matériau équivalent le plus classique est défini par son module complexe de la manière suivante :

$$M(\omega_0) = G(\gamma_m) [1 + i\eta(\gamma_m)]$$

La figure 2 représente un modèle rhéologique très simple équivalent au sol réel pour une sollicitation harmonique de pulsation  $\omega_0$  et d'amplitude  $\gamma_m$ . Son module complexe  $M(\omega_0)$  est donné par la formule précédente.

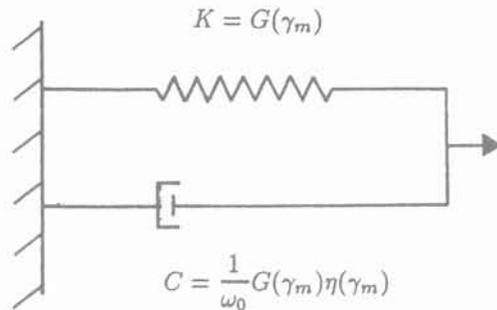


Fig. 2. — Modèle rhéologique de Kelvin-Voigt équivalent pour l'amplitude  $\gamma_m$  et de la pulsation  $\omega_0$ .

Fig. 2. — The equivalent Kelvin-Voigt model for strain amplitude  $\omega_m$  and frequency  $\omega_0/2\pi$ .

La quantité  $|M(\omega_0)|$  fournit la pente du grand axe de l'ellipse représentant la relation  $(\gamma(t), \tau(t))$  sur un cycle de chargement. Selon la définition précédente de  $M(\omega_0)$ , il vient :

$$|M(\omega_0)| = G \sqrt{1 + \eta^2}$$

Pour les valeurs usuelles de  $\eta$ ,  $|M(\omega_0)|/G$  est voisin de 1, ce qui signifie que les inclinaisons de la boucle elliptique et de la boucle effort-déformation du matériau réel sont égales au second ordre près. Outre l'équivalence des propriétés dissipatives, on dispose également d'une « équivalence approchée en raideur ». Ainsi, le modèle viscoélastique linéaire permet de reproduire deux paramètres essentiels dans la description de la relation effort-déformation du matériau réel.

### 3.2. Choix de l'expression du module complexe

Désignons par  $\tau_m$  l'amplitude du cisaillement correspondant à un signal de distorsion d'amplitude  $\gamma_m$ , lorsque la boucle effort-déformation est stabilisée (voir fig. 1). Il est clair que, si l'on réalise un essai en imposant un signal de cisaillement d'amplitude  $\tau_m$ , on obtiendra une réponse en distorsion d'amplitude  $\gamma_m$ . En effet, la relation  $\tau_m(\gamma_m)$  entre les amplitudes du cisaillement et de la distorsion est indépendante du mode de pilotage de l'essai. Il en est de même de l'énergie  $D$  dissipée sur un cycle. Les caractéristiques  $G$  et  $\eta$  de la boucle d'hystérésis peuvent être données de façon équivalente en fonction de  $\gamma_m$  ou de  $\tau_m$ . En revanche, pour le modèle viscoélastique défini par le module complexe  $G(1 + i\eta)$ , le mode de pilotage conditionne la réponse. Comme on l'a vu, si la sollicitation est définie par  $\gamma(t) = \gamma_m \cos(\omega_0 t)$  la réponse en cisaillement est :

$$\tau(t) = \text{Re}(\gamma_m M(\omega_0) e^{i\omega_0 t}) = \gamma_m G \sqrt{1 + \eta^2} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Par conséquent l'amplitude de la réponse en cisaillement est  $\tau'_m = \tau_m \sqrt{1 + \eta^2}$ . Et l'on a établi de plus que :

$$D_{\text{vis}}(\gamma_m, \omega_0) = D(\gamma_m)$$

Si la sollicitation est pilotée en contraintes par

$$\tau(t) = \tau_m \cos(\omega_0 t) \text{ alors :}$$

$$\gamma(t) = \frac{\tau_m}{G \sqrt{1 + \eta^2}} \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

Par conséquent, l'amplitude de la réponse en distorsion est  $\gamma'_m = \gamma_m / \sqrt{1 + \eta^2}$ . L'énergie dissipée par le modèle équivalent sur un cycle de la sollicitation pilotée en cisaillement est donc :

$$D_{\text{vis}}(\tau_m, \omega_0) = \frac{\pi G \eta \tau_m^2}{1 + \eta^2} = \frac{D_{\text{vis}}(\gamma_m, \omega_0)}{1 + \eta^2}$$

Les propriétés dissipatives du modèle sont donc différentes sur deux expériences pour lesquelles la réponse du matériau réel est identique. Cela constitue une limite au concept d'équivalence énergétique, qui n'est assurée qu'au second ordre près, comme l'équivalence en raideur.

En réalité, cette difficulté est due au choix particulier du module complexe  $G(1 + i\eta)$ . D'autres choix sont naturellement possibles. Nous proposons ici une solution qui présente l'avantage de conduire à un matériau équivalent dont la réponse est indépendante du mode de pilotage.

Pour assurer l'équivalence énergétique dans un essai en déformation contrôlée d'amplitude  $\gamma_m$  de pulsation  $\omega_0$ , il faut :

$$\text{Im}(M(\omega_0)) = G(\gamma_m)\eta(\gamma_m)$$

Pour que l'inclinaison de la boucle elliptique soit identique à celle de la boucle réelle, il faut que :

$$|M(\omega_0)| = G(\gamma_m)$$

Par ces deux conditions, le module complexe  $M(\omega_0)$  est entièrement défini. Le calcul donne :

$$M(\omega_0) = G(\sqrt{1 - \eta^2} + i\eta)$$

Pour le matériau équivalent défini de la sorte, les propriétés dissipatives et la raideur sont identiques à celles du matériau réel pour un cycle de cisaillement d'amplitude  $\tau_m$  ou un cycle de distorsion d'amplitude  $\gamma_m$ . Dans la suite de notre étude, on utilisera cette définition du module complexe pour l'interprétation de l'essai pressiométrique cyclique.

### 3.3. Massif équivalent à un massif de sol réel

La notion de matériau équivalent peut être étendue au cas tridimensionnel. On considère tout d'abord la modélisation tridimensionnelle du matériau viscoélastique linéaire isotrope non vieillissant. Le tenseur des contraintes est relié à l'histoire  $(\epsilon)_{-\infty}^t$  du tenseur des déformations par la relation suivante, où  $\lambda(t)$  et  $\mu(t)$  sont deux fonctions caractéristiques du matériau :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (\lambda' \cdot \text{tr} \underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu' \cdot \underline{\underline{\epsilon}}$$

Si le matériau répond élastiquement à une sollicitation non déviatorique, il existe un coefficient de compressibilité scalaire  $K$  défini par la relation suivante :

$$3\lambda' + 2\mu' = 3K\delta_0$$

La loi de comportement peut alors être réécrite sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = K(\text{tr} \underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu' \cdot \underline{\underline{e}}$$

$\underline{\underline{e}}$  constituant la partie déviatorique du tenseur  $\underline{\underline{\epsilon}}$  des déformations.

Lorsqu'un massif constitué d'un tel matériau est soumis à une sollicitation sinusoïdale, c'est-à-dire donnée par des conditions aux limites fonctions sinusoïdales du temps (pulsation  $\omega_0$ ), la réponse en déformations et en contraintes est elle-même sinusoïdale en tout point. Cette observation permet de fonder le calcul viscoélastique équivalent de la réponse du massif réel à cette sollicitation. Le procédé repose sur les deux hypothèses suivantes :

— la propriété de réponse sinusoïdale à une sollicitation sinusoïdale, vraie pour un matériau viscoélastique, est adoptée pour le matériau modélisant le sol réel. On peut donc définir en chaque point  $P$  l'amplitude  $\gamma_{\text{oct}}(P)$  des variations dans le temps de la quantité

$$\sqrt{2} (e_{ij} e_{ij})^{1/2} ;$$

— en un point  $P$  du massif soumis à une sollicitation sinusoïdale, on adopte la relation entre contraintes et déformations valable pour un matériau viscoélastique de compressibilité volumique  $K$ , équivalent au sol réel pour la pulsation  $\omega_0$  et l'amplitude  $\gamma_{\text{oct}}(P)$  tel que ce concept a été défini précédemment :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = K(\text{tr} \underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu'_p \cdot \underline{\underline{e}}$$

où  $\mu_p$  représente la fonction de relaxation du matériau équivalent au sol réel pour le point P. Puisque e est en chaque point P du massif une fonction sinusoïdale du temps de pulsation  $\omega_0$ , la donnée de  $M_p(\omega_0)$  constitue l'unique information nécessaire sur  $\mu_p$ .  $M_p(\omega_0)$  est relié à  $\gamma_{oct}(P)$  par :

$$\text{Re}(M_p(\omega_0)) = G(\gamma_{oct}(P)) \sqrt{1 - \eta^2(\gamma_{oct}(P))}$$

$$\text{Im}(M_p(\omega_0)) = G(\gamma_{oct}(P)) \eta(\gamma_{oct}(P))$$

Lorsque l'on considère l'ensemble du massif, on constate que ce procédé définit un matériau équivalent hétérogène, en raison des variations dans l'espace de la quantité  $\gamma_{oct}$ . Plus précisément, les non linéarités du matériau, responsables des variations dans l'espace de G et  $\eta$ , sont prises en compte par cette hétérogénéité du matériau équivalent. Ce dernier doit être déterminé numériquement par itérations afin d'ajuster en tout point P la valeur de  $M_p(\omega_0)$  au niveau de distorsion calculé au point P.

L'objet de ce travail n'est pas d'examiner la validité de la méthode viscoélastique équivalente. Ce point a été étudié par MARTIN (1975). Il est clair qu'il s'agit davantage d'une technique de calcul que d'une modélisation du comportement, dans la mesure où la notion d'équivalence est étroitement liée au type de sollicitation étudiée. Cependant, tout en restant conscient de son caractère approximatif et de ses limites, il faut souligner le « bon sens » physique de cette approche. Elle consiste en fait à admettre que chaque élément de sol constituant le massif s'accommode à la sollicitation et à remplacer la boucle cisaillement-distorsion réelle, spécifique du point considéré, par une boucle elliptique de mêmes aire et pente en prenant en compte l'effet du niveau de distorsion sur ces deux paramètres. On parvient ainsi à introduire simplement la non linéarité du comportement dans l'évaluation de la réponse du massif.

Le traitement numérique du problème pressiométrique proposé dans la suite constitue une application et une illustration de cette technique de calcul.

#### 4. L'ESSAI PROPOSÉ, LE PRINCIPE DE SON EXPLOITATION

A partir de l'état initial d'équilibre après forage, l'essai étudié consiste à faire varier de manière sinusoïdale le volume  $V_s$  de la sonde.  $V_{s,0}$  désignant le volume initial et  $\Delta V$  l'amplitude des variations, l'essai est défini par la donnée de  $V_s(t)$  :

$$V_s(t) = V_{s,0} + \Delta V \sin(\omega_0 t)$$

Pour une amplitude non trop élevée des variations de volume de la sonde, on peut admettre que les champs de déplacements et de contraintes dans le massif de sol entourant la sonde deviennent périodiques après quelques cycles. En particulier, la pression de la sonde calibrée  $p(t)$  et les variations de volume  $V_s(t)$  sont également périodiques. La pression  $p(t)$  constitue la grandeur duale de la donnée  $V_s(t)$  et représente l'élément mesurable dans la réponse du massif à la sollicitation pres-

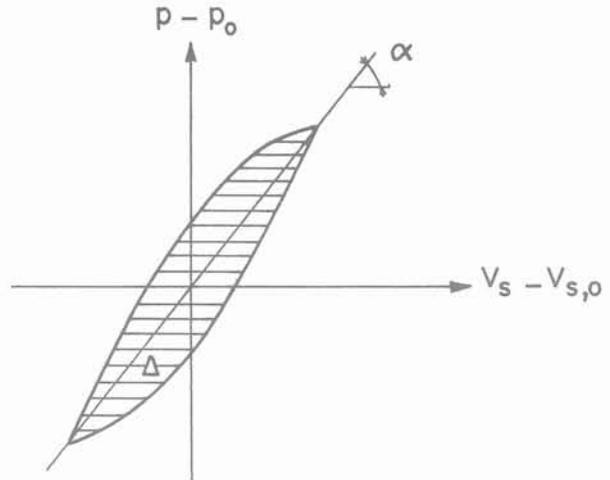


Fig. 3. — Définition géométrique de  $\alpha$  et  $\Delta$ .  
Fig. 3. — Definition of  $\alpha$  and  $\Delta$ .

siométrique. L'exploitation de l'essai repose sur l'analogie de la boucle  $p(V_s)$  avec une boucle effort-déformation  $\tau(\gamma)$ . De cette dernière, on tire classiquement une pente moyenne définissant le module sécant et une aire quantifiant les propriétés dissipatives du matériau. De même, il est possible de mesurer expérimentalement la pente  $\alpha$  et l'aire  $\Delta$  de la boucle  $p(V_s)$ , représentée sur la figure 3.

En admettant la validité des relations de HARDIN et DRNEVICH donnant G et  $\eta$  en fonction de  $\gamma$  le matériau réel est entièrement caractérisé par la donnée de K, coefficient de compressibilité volumique, de  $G_{max}$ ,  $\eta_{max}$  et  $\gamma_r$ . Pour un jeu de caractéristiques du sol, c'est-à-dire le quadruplet  $(K, G_{max}, \eta_{max}, \gamma_r)$  noté symboliquement C, il est possible d'évaluer la réponse à la sollicitation pressiométrique du matériau équivalent. Il en résulte une détermination théorique de  $\alpha$  et  $\Delta$  en fonction du paramètre  $\Delta V$  de la sollicitation et de C. On obtient alors un système de 2 équations :

$$\begin{aligned} \alpha_{exp} &= \alpha_{th}(\Delta V, C) \\ \Delta_{exp} &= \Delta_{th}(\Delta V, C) \end{aligned}$$

Si K est un paramètre connu, et si de plus  $G_{max}$  a été déterminé in-situ, par exemple par des mesures de vitesses de propagation d'ondes de cisaillement, seuls  $\eta_{max}$  et  $\gamma_r$  restent encore à identifier. Par un essai pressiométrique, on dispose des deux équations précédentes, pour les 2 inconnues. Le problème est donc théoriquement résolu. L'essai en question achève de caractériser complètement in-situ les coefficients dans le modèle hyperbolique de HARDIN et DRNEVICH. La mise en œuvre pratique de ce procédé d'identification de paramètres est relativement simple. Elle sera détaillée dans la suite.

Dans le cas où K et  $G_{max}$  sont également des inconnues la réalisation d'un essai pressiométrique supplémentaire, c'est-à-dire pour une nouvelle valeur de  $\Delta V$  fournit en principe 2 nouvelles équations. On dispose maintenant du système :

$$\begin{aligned} \alpha_{exp}^1 &= \alpha_{th}(\Delta V_1, C) \\ \alpha_{exp}^2 &= \alpha_{th}(\Delta V_2, C) \\ \Delta_{exp}^1 &= \Delta_{th}(\Delta V_1, C) \\ \Delta_{exp}^2 &= \Delta_{th}(\Delta V_2, C) \end{aligned}$$

les indices 1 et 2 correspondant au numéro de l'essai. A priori, ces quatre équations devraient permettre d'identifier les 4 inconnues du quadruplet C. Cependant, la mise en œuvre pratique d'une résolution numérique est ici plus complexe que dans le cas précédent et n'a pas été réalisée.

En raison de la périodicité après quelques cycles des contraintes et des déplacements en tout point du sol, le travail des forces de pesanteur, comme celui des efforts à la surface du sol est nul sur un cycle de sollicitation. Le travail des forces extérieures sur un cycle se réduit donc à celui de la pression de cavité. En admettant que cette pression est uniformément répartie sur la surface de la sonde, ce travail n'est autre que  $\Delta$ , aire de la boucle  $p(V_s)$ . En effet, on a par définition de l'aire :

$$\Delta = \int_T^{T+2\pi/\omega_0} p(t) \frac{dV_s}{dt} dt$$

$\Delta$  est donc égal au travail de déformation, c'est-à-dire à l'énergie dissipée dans le massif au cours d'un cycle. Le sens physique de  $\Delta$  provient donc d'une interprétation énergétique de l'essai. Quant à celui de  $\alpha$ , pente de la boucle pression-volume, il sera relié dans la suite aux caractéristiques de raideur du matériau réel. La suite de ce travail est consacrée à la détermination numérique des quantités  $\alpha_{th}$  et  $\Delta_{th}$  en fonction de  $\Delta V$  et C.

## 5. INTERPRÉTATION DE L'ESSAI PRESSIOMÉTRIQUE

### 5.1. Cadre des hypothèses

Pour la modélisation de l'essai d'expansion pressiométrique, on formule classiquement l'hypothèse de déformations planes :  $\epsilon_z = 0$ ,  $z$  désignant la direction verticale pour le sol en place. L'élanement de la sonde, c'est-à-dire le rapport entre sa hauteur et son diamètre étant fini, il s'agit d'une approximation. La validité en a été examinée par NAHRA et FRANK (1986). Cette hypothèse est utilisée dans les calculs qui suivent.

On admet que le chargement préalable, qui inclut en particulier les forces volumiques de pesanteur, et le chargement pressiométrique cyclique se superposent linéairement. Les tenseurs de contraintes  $\sigma$  et de déformation  $\epsilon$  utilisés dans la suite correspondent à la sollicitation pressiométrique pour un milieu non pesant. Toutefois, il est clair que les paramètres du modèle utilisé dépendent du niveau de consolidation.

Les deux hypothèses précédentes consistent en fait à se ramener au cas d'un milieu infini non pesant et d'une cavité pressiométrique de dimension infinie sur laquelle

les efforts seraient répartis uniformément. Les paramètres viscoélastiques pour ce problème idéalisé sont donnés par ceux du milieu équivalent sous la contrainte moyenne correspondant à la profondeur de la sonde. Par conséquent, le problème a une symétrie de révolution autour de l'axe  $O_z$  de la cavité et toutes les grandeurs mises au jeu sont invariantes par translation le long de cet axe. On utilise les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . En tout point, les directions radiale et orthoradiale ainsi que la direction parallèle à la cavité sont principales pour les tenseurs  $\underline{\sigma}$  et  $\underline{\epsilon}$ . Le champ de déplacements  $\underline{U}(M,t)$  est radial. On notera :

$$\underline{U}(M,t) = u(r,t) \underline{e}_r$$

Le chargement est effectué dans des conditions quasi-statiques (basse fréquence), en sorte qu'il est possible de négliger les termes d'inertie des équations d'équilibre. Enfin, comme l'exige l'esprit de la méthode du milieu linéaire équivalent, on reste dans le domaine des petites déformations.

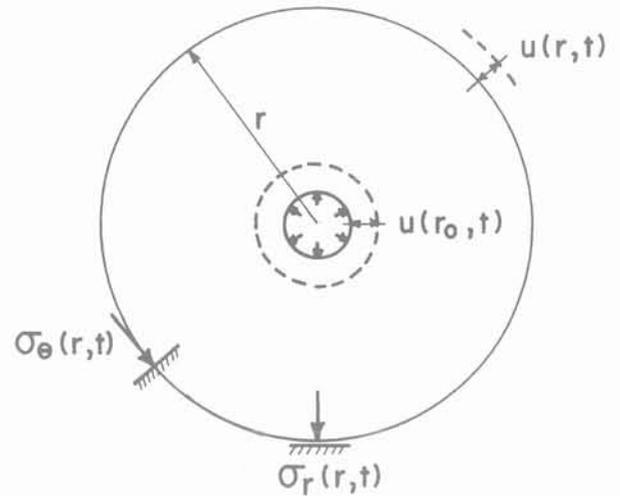


Fig. 4. — Notations.  
Fig. 4. — Notations.

### 5.2. Les équations du problème

— La projection de  $\text{div } \underline{\sigma}$  sur la direction radiale doit être nulle :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r}{r} - \sigma_\theta = 0$$

Les deux autres projections respectivement sur les directions verticale et orthoradiale sont nécessairement nulles en raison des symétries du problème.

— Les conditions aux limites sont données en déplacements. En désignant par  $r_0$  le rayon initial de la cavité :

$$\begin{aligned} u(r,t) &= u_0 \cos(\omega_0 t) \\ \lim_{r \rightarrow \infty} u(r,t) &= 0 \end{aligned}$$

Dans la résolution qui est présentée dans la suite, on a pris en compte une donnée en déplacements purement sinusoïdale, afin d'éviter la présence d'un terme

transitoire dans la solution. En effet, seul le régime permanent dans la réponse du matériau équivalent revêt un sens physique clair par rapport à celle du matériau réel.

— La loi de comportement s'exprime sous la forme introduite précédemment par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = K(\text{tr}\underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{1}} + 2\mu' \cdot \underline{\underline{\epsilon}}$$

— En raison des symétries,  $\epsilon_r$  et  $\epsilon_\theta$  sont les seuls coefficients non nuls de  $\underline{\underline{\epsilon}}$  ; ils sont reliés à  $u$  par :

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r}$$

### 5.3. Le problème posé en déplacements

La loi de comportement fournit  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  en fonction de  $\epsilon_r$  et  $\epsilon_\theta$  :

$$\sigma_r = K (\epsilon_r + \epsilon_\theta) + \frac{2}{3} \mu' \cdot (2\epsilon_r - \epsilon_\theta)$$

$$\sigma_\theta = K (\epsilon_r + \epsilon_\theta) + \frac{2}{3} \mu' \cdot (2\epsilon_\theta - \epsilon_r)$$

En utilisant ces relations dans l'équation d'équilibre on obtient une équation différentielle en  $u$  :

$$(3K\delta_0 + 4 \mu') \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) + 2 \frac{\partial \mu'}{\partial r} \cdot \left( 2 \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) = 0$$

$\delta_0$  représentant classiquement la distribution de Dirac centrée en 0.

Cette équation fait apparaître une dérivée de  $\mu'$  par rapport à  $r$ , qui exprime l'hétérogénéité du milieu équivalent. Cela provient de ce que les paramètres du matériau viscoélastique équivalent dépendent, comme on l'a rappelé, du niveau de distorsion cyclique  $\gamma_{oct}$ , et que celui-ci dépend de la distance à la cavité. L'équation précédente jointe aux conditions aux limites à vérifier par  $u$ , définissent complètement le problème en déplacements.

A partir du problème dont  $u$  est solution, on obtient par transformée de Fourier un problème équivalent dont  $\hat{u}$ , transformée de Fourier de  $u$  par rapport au temps  $t$ , est solution. On a donc :

$$\hat{u}(r, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(r, t) e^{-i\omega t} dt$$

et  $\hat{u}$  satisfait les équations suivantes :

$$\hat{u}(r_0, \omega) = \pi u_0 \{ \delta_{\omega_0} + \delta_{-\omega_0} \}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \hat{u}(r, \omega) = 0$$

$$(3K + 4M(\omega)) \left( \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} - \frac{\hat{u}}{r^2} \right) + 2 \frac{\partial M}{\partial r}(\omega) \left( 2 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} - \frac{\hat{u}}{r} \right) = 0$$

où  $M(\omega)$  représente la transformée de Fourier par rapport au temps de  $\mu'$ .

On recherche a priori une expression de  $u(r, t)$  harmonique pour toute valeur du rayon, c'est-à-dire :

$$u(r, t) = \text{Re} (U(r) e^{i\omega_0 t})$$

où  $U(r)$  est un nombre complexe, qui représente l'amplitude complexe du déplacement radial  $u(r, t)$  au rayon  $r$ . En notant classiquement  $\bar{U}(r)$  le nombre complexe conjugué de  $U(r)$  on vérifie facilement que :

$$\hat{u}(r, \omega) = \pi(U(r)\delta_{\omega_0} + \bar{U}(r)\delta_{-\omega_0})$$

En introduisant cette dernière expression dans le problème différentiel à vérifier par  $\hat{u}$ , on obtient un problème différentiel à vérifier par  $U$ , qui lui est équivalent :

$$U(r_0) = u_0$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} U(r) = 0$$

$$(3K + 4M(\omega_0)) \left\{ \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} \right\} + 2 \frac{\partial M}{\partial r}(\omega_0) \left\{ 2 \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right\} = 0$$

$$(3K + 4M(-\omega_0)) \left\{ \frac{d^2 \bar{U}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{U}}{dr} - \frac{\bar{U}}{r^2} \right\} + 2 \frac{\partial M}{\partial r}(-\omega_0) \left\{ 2 \frac{d\bar{U}}{dr} - \frac{\bar{U}}{r} \right\} = 0$$

En observant que  $M(\omega_0)$  et  $M(-\omega_0)$  sont deux complexes conjugués, on constate que les deux dernières équations sont elles-mêmes conjuguées l'une de l'autre et donc sont équivalentes. En introduisant les deux opérateurs différentiels  $A$  et  $B$  définis par :

$$Ax = \frac{d^2 x}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dx}{dr} - \frac{x}{r^2}$$

$$Bx = 2 \frac{dx}{dr} - \frac{x}{r}$$

une forme plus compacte des équations à vérifier par  $U$  peut être donnée :

$$U(r_0) = u_0$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} U(r) = 0$$

$$(3K + 4M(\omega_0)) AU + 2 \frac{\partial M}{\partial r} BU = 0$$

Finalement,  $u(r, t) = \text{Re}(U(r)e^{i\omega_0 t})$  sera solution du problème posé en déplacements si et seulement si  $U$  est lui-même solution des trois équations précédentes.

**5.4. Résolution numérique du problème différentiel en U**

On désigne respectivement par a et b les parties réelle et imaginaire de U. On pose de plus :

$$y(U) = y_r(U) + iy_c(U) = \frac{2}{3K + 4M(\omega_0)} \frac{\partial M}{\partial r}; y_r, y_c \in \mathbb{R}$$

y est effectivement fonction de U par l'intermédiaire de M qui dépend du niveau de distorsion cyclique. Le problème différentiel en U peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} Aa + y_r^r(a, b) Ba - y_c(a, b) Bb &= 0 \\ Ab + y_c(a, b) Ba + y_r^i(a, b) Bb &= 0 \\ a(r_0) = u_0 \quad b(r_0) &= 0 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} a &= \lim_{r \rightarrow \infty} b = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'un problème différentiel non linéaire dans lequel apparaît un couplage entre les parties réelle et imaginaire de U. Le couplage et la non linéarité sont traités numériquement par itération de l'algorithme suivant :

a. la solution du problème élastique homogène isotrope fournit la première estimation, notée U<sub>0</sub>, de U. On a donc :

$$U_0(r) = u_0 \frac{r_0}{r}$$

b. les termes successifs U<sub>k</sub>(r) = a<sub>k</sub>(r) + ib<sub>k</sub>(r) sont calculés pour k > 1 en inversant l'opérateur A dans les relations suivantes :

$$\begin{aligned} Aa_k + y_r(a_{k-1}, b_{k-1}) Ba_{k-1} - y_c(a_{k-1}, b_{k-1}) Bb_{k-1} &= 0 \\ a_k(r_0) = u_0 \quad \lim_{r \rightarrow \infty} a_k(r) &= 0 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} Ab_k + y_c(a_{k-1}, b_{k-1}) Ba_{k-1} + y_r^i(a_{k-1}, b_{k-1}) Bb_{k-1} &= 0 \\ b_k(r_0) = 0 \quad \lim_{r \rightarrow \infty} b_k(r) &= 0 \end{aligned}$$

où le couplage entre a et b et la non linéarité ont été éliminés. La convergence de la suite (U<sub>k</sub>) est obtenue rapidement (une dizaine d'itérations).

**5.5. Calcul des contraintes**

Une fois la solution en déplacements déterminée, les déformations correspondantes sont obtenues par dérivation. Les contraintes sont alors évaluées en utilisant la loi de comportement. On introduit Σ<sub>r</sub>(r) qui sont les amplitudes complexes de σ<sub>r</sub>(r,t) et σ<sub>θ</sub>(r,t), respectivement. On a donc :

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= \text{Re} (\Sigma_r(r) e^{i\omega_0 t}) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \text{Re} (\Sigma_\theta(r) e^{i\omega_0 t}) \end{aligned}$$

Il est utile de séparer Σ<sub>r</sub> et Σ<sub>θ</sub> selon leurs parties réelle et imaginaire :

$$\Sigma_r = \Sigma_r^r + \Sigma_r^e$$

$$\Sigma_\theta = \Sigma_\theta^r + \Sigma_\theta^e$$

Avec ces notations, σ<sub>r</sub>(r,t) et σ<sub>θ</sub>(r,t) valent respectivement :

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= \Sigma_r^r(r) \cos(\omega_0 t) - \Sigma_r^e(r) \sin(\omega_0 t) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \Sigma_\theta^r(r) \cos(\omega_0 t) - \Sigma_\theta^e(r) \sin(\omega_0 t) \end{aligned}$$

Les transformées de Fourier ô<sub>r</sub> et ô<sub>θ</sub> de σ<sub>r</sub> et σ<sub>θ</sub> par rapport au temps sont reliées à û par :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_r(\omega) &= K \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{\hat{u}}{r} \right) + \frac{2}{3} M(\omega) \left( 2 \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} - \frac{\hat{u}}{r} \right) \\ \hat{\sigma}_\theta(\omega) &= K \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{\hat{u}}{r} \right) + \frac{2}{3} M(\omega) \left( 2 \frac{\hat{u}}{r} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

Il en résulte les relations suivantes entre amplitudes des complexes :

$$\begin{aligned} \Sigma_r &= K \left( \frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} \right) + \frac{2}{3} M(\omega_0) \left( 2 \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) \\ \Sigma_\theta &= K \left( \frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} \right) + \frac{2}{3} M(\omega_0) \left( 2 \frac{U}{r} - \frac{dU}{dr} \right) \end{aligned}$$

La donnée de Σ<sub>r</sub><sup>r</sup>, Σ<sub>r</sub><sup>e</sup>, Σ<sub>θ</sub><sup>r</sup>, Σ<sub>θ</sub><sup>e</sup> achève de résoudre le problème en contraintes :

$$\begin{aligned} \Sigma_r^r &= \left( K + \frac{4}{3} M^r \right) \frac{da}{dr} + \left( K - \frac{2}{3} M^r \right) \frac{a}{r} \\ &\quad - \frac{4}{3} M^c \frac{db}{dr} + \frac{2}{3} M^c \frac{b}{r} \\ \Sigma_r^e &= \frac{4}{3} M^c \frac{da}{dr} - \frac{2}{3} M^c \frac{a}{r} + \left( K + \frac{4}{3} M^r \right) \\ &\quad \frac{db}{dr} + \left( K - \frac{2}{3} M^r \right) \frac{b}{r} \\ \Sigma_\theta^r &= \left( K - \frac{2}{3} M^r \right) \frac{da}{dr} + \left( K + \frac{4}{3} M^r \right) \frac{a}{r} \\ &\quad + \frac{2}{3} M^c \frac{db}{dr} - \frac{4}{3} M^c \frac{b}{r} \\ \Sigma_\theta^e &= -\frac{2}{3} M^c \frac{da}{dr} + \frac{4}{3} M^c \frac{a}{r} \\ &\quad + \left( K - \frac{2}{3} M^r \right) \frac{db}{dr} + \left( K + \frac{4}{3} M^r \right) \frac{b}{r} \end{aligned}$$

où M<sup>r</sup> et M<sup>c</sup> désignent respectivement les parties réelle et imaginaire de M(ω<sub>0</sub>). Si l'on suit la définition traditionnelle du module complexe, on prendra :

$$\begin{aligned} M^r &= G(\gamma_{oct}) \\ M^c &= G(\gamma_{oct}) \eta(\gamma_{oct}) \end{aligned}$$

En revanche, si l'on adopte la nouvelle définition introduite précédemment, on utilisera :

$$M^r = G (\gamma_{\text{oct}}) \sqrt{1 - \eta^2 (\gamma_{\text{oct}})}$$

$$M_c = G (\gamma_{\text{oct}}) \eta (\gamma_{\text{oct}})$$

L'existence d'une partie imaginaire non nulle dans les modules complexes  $U$ ,  $\Sigma_r$  et  $\Sigma_\theta$  exprime physiquement un déphasage des grandeurs correspondantes, c'est-à-dire  $u(r,t)$ ,  $\sigma_r(r,t)$  et  $\sigma_\theta(r,t)$  par rapport à la sollicitation, définie par  $u(r_0, T)$ .

### 5.6. Interprétation énergétique de l'essai

On note comme précédemment  $S$  l'aire de la paroi sur laquelle s'exerce la pression de la sonde. Par définition, l'énergie  $\Delta$  dissipée au cours d'un cycle est donnée par l'intégrale :

$$\Delta = \int_0^{2\pi/\omega_0} dt \left( \int_s (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}) \cdot \underline{V} \, dS \right)$$

où  $\underline{n}$  représente la normale à la paroi (orientée vers le centre de la cavité) et  $\underline{V}$  la vitesse de la paroi.  $\Delta$  n'est autre que le travail sur un cycle de forces extérieures, c'est-à-dire de la pression de cavité.

Observant que :

$$\underline{V} = \frac{\partial u}{\partial t} (r_0, t) \underline{e}_r$$

$\Delta$  peut être réécrite de la manière suivante :

$$\Delta = - \int_0^{2\pi/\omega_0} dt \left( \int_s \sigma_r (r_0, t) \frac{\partial u}{\partial t} (r_0, t) dS \right)$$

$$= - S \left( \int_0^{2\pi/\omega_0} \sigma_r (r_0, t) \frac{\partial u}{\partial t} (r_0, t) dt \right)$$

conformément aux hypothèses de symétrie de révolution et d'invariance par translation selon  $O_z$ . La fonction  $u(r_0, t)$  est une donnée du problème.  $\sigma_r(r_0, t)$  peut être calculée à partir de  $\Sigma_r(r_0)$  :

$$\sigma_r(r_0, t) = \Sigma_r^e (r_0) \cos (\omega_0 t) - \Sigma_r^o (r_0) \sin (\omega_0 t)$$

En utilisant cette expression dans l'intégrale précédente, il vient :

$$\Delta = - 2\pi V_{s,0} \Gamma_0 \Sigma_r^e (r_0)$$

où  $V_{s,0}$  représente le volume occupé par la sonde pressiométrique et où  $\Gamma_0$  définit une déformation caractéristique de l'essai :

$$\Gamma_0 = \frac{u_0}{r_0}$$

Il s'agit de la déformation radiale mobilisée au niveau de la cavité dans un matériau élastique homogène isotrope pour le déplacement maximal  $u_0$  de la paroi.

Il est intéressant de normaliser  $\Delta$  par l'énergie élastique  $E^{\text{el}}$  emmagasinée sur un quart de cycle par un sol élastique homogène isotrope de module de cisaillement  $G = G_{\text{max}}$  :

$$E^{\text{el}} = - S \left( \int_{3\pi/2\omega_0}^{2\pi/\omega_0} \sigma_r^{\text{el}} (r_0, t) \frac{\partial u}{\partial t} (r_0, t) dt \right)$$

L'intervalle  $\left[ \frac{3\pi}{2\omega_0}, \frac{2\pi}{\omega_0} \right]$  correspond à une phase

de croissance de  $u(r_0, t)$  de 0 jusqu'à  $u_0$ . Pour un tel matériau, on connaît analytiquement les champs de contraintes  $\sigma^{\text{el}}$  et de déplacements correspondants au chargement pressiométrique. On a :

$$u(r, t) = u (r_0, t) \frac{r_0}{r}$$

$$\sigma_r^{\text{el}} (r_0, t) = 2 G_{\text{max}} \epsilon_r (r_0, t) = - 2 G_{\text{max}} \Gamma_0 \cos (\omega_0 t)$$

Le calcul de l'intégrale donnant la valeur de  $E^{\text{el}}$  est donc immédiat. On trouve :

$$E^{\text{el}} = 2V_{s,0} G_{\text{max}} \Gamma_0^2$$

En s'inspirant de la définition traditionnelle du coefficient de perte  $\eta$ , on peut définir un coefficient de perte  $\chi$  de l'essai à partir de  $\Delta$  et  $E^{\text{el}}$  :

$$\chi = \frac{\Delta}{2\pi E^{\text{el}}}$$

il vient :

$$\chi = \frac{|\Sigma_r^c (r_0)|}{2 G_{\text{max}} \Gamma_0}$$

On remarquera que  $2 G_{\text{max}} \Gamma_0$  n'est autre que la contrainte radiale au niveau de la paroi (pression de la sonde calibrée) mobilisée dans le matériau élastique de référence ( $G = G_{\text{max}}$ ) pour le déplacement maximal de la paroi. Cette pression de référence sera désormais notée  $p^*$ . On a :

$$\chi = \frac{|\Sigma_r^c (r_0)|}{p^*}$$

### 5.7. Pente de la boucle d'hystérésis pression-volume

Pour le matériau équivalent, l'équation de la boucle pression-volume est paramétrée par le temps :

$$V_s(t) = V_{s,0} + S u(r_0, t)$$

$$p(t) = \sigma_r (r_0, t) = |\Sigma_r(r_0)| \cos (\omega_0 t + \varphi)$$

où

$$\varphi = \text{Arctg} \left\{ \frac{\Sigma_r^c (r_0)}{\Sigma_r^e (r_0)} \right\}$$

Il est facile de vérifier que la boucle  $(\Delta V(t), p(t))$  est une ellipse dont la pente du grand axe vaut :

$$\text{tg} \alpha = \frac{|\Sigma_r(r_0)|}{u_0 S}$$

Dans le cas d'un matériau purement élastique linéaire homogène et isotrope, dont le module de cisaillement vaut  $G =$

$G_{max}$ , la boucle se réduit à un segment dont la pente dans le plan  $(\Delta V, p)$  vaut :

$$tg\alpha^{el} = \frac{p^*}{u_0 S}$$

En normalisant la pente obtenue pour le matériau viscoélastique équivalent par celle correspondant au matériau élastique, on introduit le rapport  $R$  :

$$R = \frac{tg\alpha}{tg\alpha^{el}} = \frac{|\Sigma_r(r_0)|}{p^*}$$

### 5.8. Relation entre $R$ et $\eta_{max}$

Puisque le coefficient  $R_{exp}$  représente la pente normalisée de la boucle réelle pression-volume, ce scalaire fournit une information intégrant les propriétés de raideur du matériau soumis à des niveaux de distorsion différents, mais n'est vraisemblablement pas affecté par ses propriétés dissipatives. On s'attend donc a priori à ce que sa valeur soit indépendante du coefficient de perte  $\eta_{max}$ .

Avec la définition  $M = G(\sqrt{1 - \eta^2} + i\eta)$  la figure 5 représente la fonction  $R_{th}(\gamma_r)$  pour les 4 valeurs de  $\eta_{max} = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ . On obtient une courbe unique, ce qui exprime l'indépendance  $R_{th}$  par rapport à  $\eta_{max}$  et confirme le résultat escompté.

### 5.9. Relation entre $\chi$ et $\eta_{max}$

Par définition,  $\chi$  représente l'énergie dissipée sur un cycle, normalisée par une énergie élastique de référence. L'énergie dissipée par l'élément de volume unité soumis à un cycle de distorsion d'amplitude  $\gamma_m$  étant  $\pi G \eta \gamma_m^2$ , elle est proportionnelle au paramètre  $\eta_{max}$ . A priori, cette priorité ne peut pas être généralisée à l'énergie dissipée dans tout le massif, en raison de la dépendance du champ de distorsion  $\gamma(r) = |\Gamma U(r)|$  par rapport à  $\eta_{max}$ .

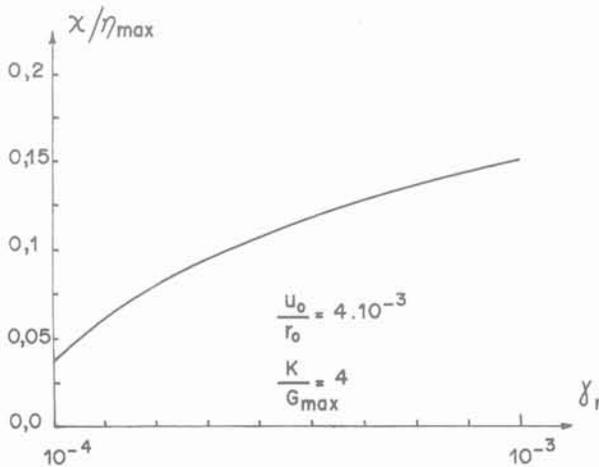


Fig. 5. — Relation entre  $R$  et  $\gamma_r$  pour 4 valeurs de  $\eta_{max}$ .  
Fig. 5. — Relationship between  $R$  and  $\gamma_r$  for 4 values of  $\eta_{max}$ .

Cependant, pour les valeurs usuelles de  $K, G_{max}, \eta_{max}$  et  $\gamma_r$  on constate que  $a(r) = Re(U(r))$  varie très faiblement en fonction de  $\eta_{max}$  et qu'il y a proportionnalité de  $b(r) = Im(U(r))$  par rapport à  $\eta_{max}$ . De plus,  $b(r) / a(r) \ll 1$ . En conséquence, la dépendance de  $\gamma(r)$  par rapport à  $\eta_{max}$  peut être négligée et l'on peut s'attendre à ce que  $\chi$  soit proportionnelle à  $\eta_{max}$ . Plus précisément, on sait que  $\chi$  vaut  $|\Sigma_r^c(r_0)|/p^*$  et que

$$\Sigma_r^c = \frac{1}{3} \left\{ (K - 2M^c) \frac{b}{r} + (K + 4M^c) \frac{db}{dr} - 2M^c \frac{a}{r} + 4M^c \frac{da}{dr} \right\}$$

Pour  $r = r_0, M^c/K \ll 1$ . Il en résulte que  $\Sigma_r^c(r_0)$  est proportionnel à  $\eta_{max}$ . Il est donc plus commode de représenter, non pas  $\chi$ , mais  $\chi/\eta_{max}$  en fonction de  $\gamma_r$ .

La figure 6 donne la représentation graphique de  $\chi/\eta_{max}$  en fonction de  $\gamma_r$  pour les 4 valeurs précédentes de  $\eta_{max}$ . L'unicité de la courbe obtenue confirme la propriété annoncée.

### 5.10. Méthode pratique d'exploitation d'un essai pressiométrique cyclique

Après avoir réalisé un essai pressiométrique cyclique, caractérisé par un rayon de forage  $r_0$  et une amplitude  $u_0$  des déplacements de la paroi, l'exploitation de la boucle pressiométrique fournit les valeurs expérimentales  $R_{exp}$  et  $\chi_{exp}$  de  $R$  et  $\chi$ . On observera que la détermination de ces deux paramètres nécessite la donnée  $G_{max}$ . Il s'agit maintenant d'en déduire  $\eta_{max}$  et  $\gamma_r$ .

Pour y parvenir, la méthode pratique repose sur la construction des fonctions  $R(\gamma_r)$  et  $\chi_{max}(\gamma_r)$  à déterminer numériquement pour les valeurs appropriées de  $u_0, r_0, K$  et  $G_{max}$ . Elle utilise en particulier que ces deux fonctions sont indépendantes de  $\eta_{max}$ .

Partant de la valeur expérimentale  $R_{exp}$ , on détermine en premier lieu la distorsion caractéristique  $\gamma_r^*$  du matériau au moyen de la figure 7a. En utilisant alors la figure

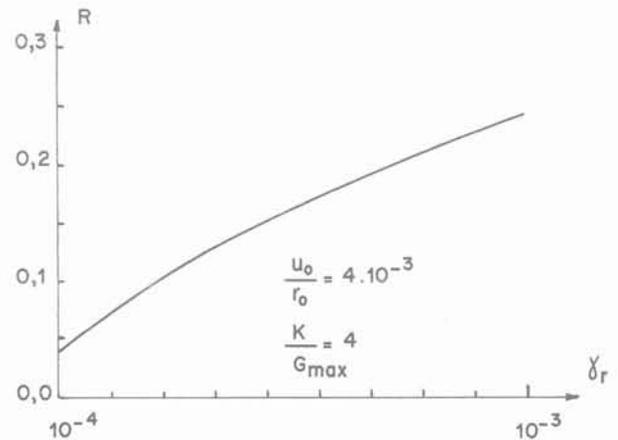


Fig. 6. — Relation entre  $\chi/\eta_{max}$  et  $\gamma_r$  pour 4 valeurs de  $\eta_{max}$ .  
Fig. 6. — Relationship between  $\chi/\eta_{max}$  and  $\gamma_r$  for 4 values of  $\eta_{max}$ .

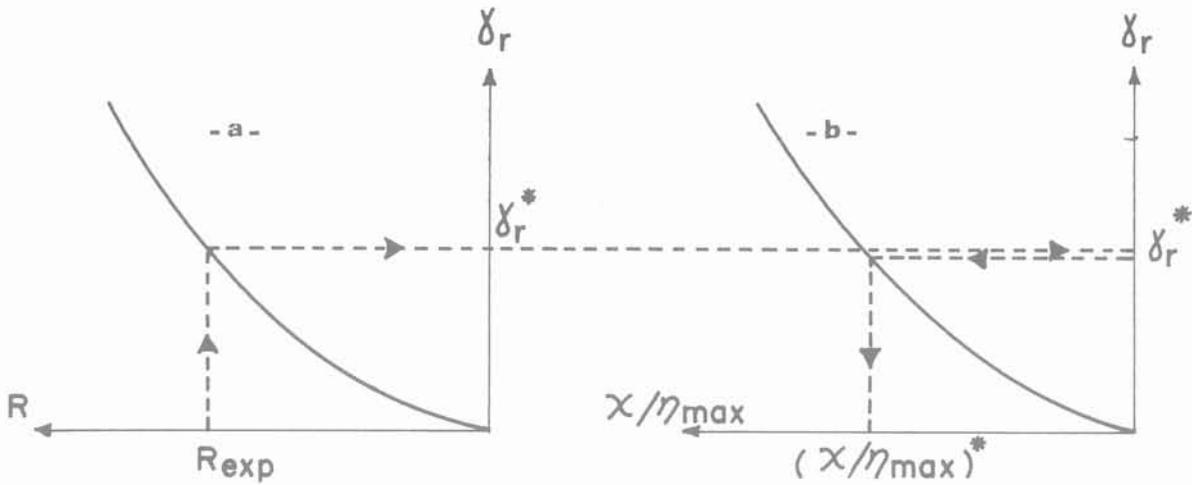


Fig. 7. — Méthode graphique de détermination de  $\eta_{max}^*$  et  $\gamma_r^*$ .  
 Fig. 7. — Graphical method for the determination of  $\eta_{max}^*$  and  $\gamma_r^*$ .

7b, la quantité  $(\chi/\eta_{max})^*$  en résulte. Le coefficient de perte maximal du matériau  $\eta_{max}^*$  est alors donnée par la relation :

$$\eta_{max}^* = \frac{\chi_{exp}}{(\chi/\eta_{max})^*}$$

Les paramètres du modèle de HARDIN et DRNEVICH sont donc identifiés.

## 6. CONCLUSION

L'interprétation d'un essai pressiométrique cyclique à l'aide de la méthode viscoélastique équivalente a permis de mettre au point un procédé d'exploitation pratique des résultats expérimentaux.

En déterminant l'aire et la pente moyenne de la boucle pressiométrique expérimentale, les caractéristiques  $\eta_{max}$  et  $\gamma_r$  du modèle hyperbolique de HARDIN et DRNEVICH peuvent être déterminées, sous réserve que le module de cisaillement maximal  $G_{max}$  et le module de compressibilité volumique  $K$  soient connus. Ainsi, en associant l'essai pressiométrique cyclique à un essai in-situ de mesure de  $G_{max}$ , il est en théorie possible de déterminer complètement in-situ les paramètres nécessaires à la modélisation viscoélastique équivalente.

Pour l'avenir, l'existence d'une méthode d'interprétation de l'essai pressiométrique cyclique permet d'envisager et motive l'emploi du pressiomètre pour l'acquisition des paramètres dynamiques du sol. Cependant, l'amplitude de la distorsion cyclique devant rester limitée pour qu'une boucle pressiométrique stabilisée puisse être obtenue, il est nécessaire de travailler dans le domaine des petites variations du volume de la sonde. Ceci pose le

problème technologique de la qualité de leur mesure. La modélisation présentée fournit l'éclairage nécessaire à la définition de l'outil expérimental apte à la mise en œuvre de l'essai pressiométrique cyclique.

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été développé dans le cadre des recherches du groupe « Dynamique » du GRECO « Rhéologie des Géomatériaux ». Il a bénéficié du soutien du SEPTEN (EDF).

## BIBLIOGRAPHIE

- HARDIN B., DRNEVICH V. (1972a), *Shear modulus and damping in soils : Measurement and parameter effects*. Journal of the Soils Mechanics and Foundations Division, vol. 98, n° SM6.
- HARDIN B., DRNEVICH V. (1972b), *Shear modulus and damping in soils : Design equations and curves*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, vol. 98, n° SM7.
- IWASAKI J., TATSUOKA F., TAKAGI Y. (1978), *Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading*. Soils and Foundations, vol. 18, n° 1.
- MARTIN P.P. (1975), *Non linear methods for dynamic analysis of ground response*. PhD Thesis, University of California, Berkeley.
- NAHRA R., FRANK R. (1986), *Contributions numériques et analytiques à l'étude de la consolidation autour du pressiomètre*. Rapport de Recherche n° 137, LCPC.
- PECKER A. (1984), *Dynamique des Sols*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.