

effets non linéaires en dynamique des sols : essais in situ

non linear effects in soil dynamics in situ experiments

G. BONNET

J.-F. HEITZ

Institut de mécanique de Grenoble *

Rev. Franç. Géotech. n° 46, p.p. 19-30 (janvier 1989)

Résumé

Devant le nombre croissant de codes de calcul d'ouvrages, un effort important est porté sur le développement d'essais de reconnaissance des sols in situ permettant de déterminer les paramètres dynamiques caractéristiques du comportement complexe des terrains de fondation. Dans cet article, l'essai de sismique harmonique de surface est présenté ainsi que le cheminement conduisant à interpréter au mieux cet essai. L'introduction d'une loi de comportement non linéaire autorise une analyse harmonique de la réponse en accélération du sol sous sollicitations dynamiques. Un premier résultat fournit une estimation de la distorsion réalisée au cours de l'essai et montre la stabilité de la procédure de calcul.

Abstract

With the increasing number of computer programs for the simulation of foundations behaviour under seismic solicitation, an important work is devoted to the development of in situ tests which allow to evaluate the parameters characterizing the dynamic behaviour of those foundations. In this paper, the surface harmonic seismic test and the progress leading to interpretate this test are presented. The introduction of non linear constitutive equations allows to analyse the harmonic spectrum of soil acceleration response under dynamic solicitation. A first result gives an estimation of shear strain levels which occur during tests and shows the stability of the computation scheme.

* Domaine universitaire, B.P. 68, 38402 St-Martin-d'Hères.

NOTATIONS

a_n	: fonction d'ordre n du second invariant du déviateur des déformations et du tenseur des déformations
D_n^m	: coefficients de l'analyse de Fourier
e_{ij}	: tenseur des déformations
$\bar{e}_{ij}$	: déviateur du tenseur des déformations
e_v	: dilatation volumique
F_i	: terme de source de non linéarités
$\bar{F}_i$	: terme F_i en approximation quasistatique
G_n	: module de cisaillement d'ordre n
G_o	: module de cisaillement aux faibles distorsions
I_2	: second invariant du déviateur des déformations
L	: opérateur différentiel linéaire
u_{0i}	: déplacement du sol en approximation linéaire
u_{1i}	: correction non linéaire du déplacement du sol

$\ddot{u}_i$	: accélération du sol
u_{ij}^*	: fonction de Green en déplacement
X	: point de mesure du déplacement résultant
α, α_1	: paramètre caractéristique du comportement non linéaire
β	: coefficient d'amortissement du sol
γ	: distorsion
δ	: symbole de Kronecker
ϵ	: petit paramètre
λ_n	: coefficient de Lamé d'ordre n
λ_o	: coefficient de Lamé aux faibles distorsions
ν	: coefficient de Poisson
ρ	: densité volumique du sol
σ_{ij}	: tenseur des contraintes
ξ	: point d'application de la force correspondant à F_i
Ω	: domaine des non linéarités

1. INTRODUCTION

Devant le nombre croissant de codes de calcul d'ouvrages en terre sous sollicitations dynamiques, il s'avère nécessaire de réaliser des essais permettant de déterminer expérimentalement in situ les caractéristiques non linéaires des sols sous de telles sollicitations.

Des essais ont été conduits par SHANNON et al. (SHANNON et al., 1980) mais sont difficiles à réaliser car ils nécessitent le forage de puits très proches et par ailleurs des énergies importantes. Le travail décrit ci-après s'inscrit dans une logique qui doit conduire à la réalisation d'essais nécessitant de faibles énergies : l'effort est porté sur l'interprétation d'un effet secondaire de la réponse non linéaire qui est la modification du spectre entre l'excitation et la réponse. En particulier, l'excitation, étant de type sinusoïdal établi, va générer une réponse non linéaire comprenant toutes les harmoniques de la fréquence du signal d'excitation. Ces harmoniques sont caractéristiques de la réponse non linéaire du sol.

2. ESSAI DE SISMIQUE HARMONIQUE DE SURFACE (ESSAI S.H.S.)

2.1. Principe de l'essai

L'essai se définit par la génération d'une excitation harmonique en surface et par la réception à distance de l'accélération du sol en surface (fig. 1). Cet essai génère préférentiellement des ondes de Rayleigh se propageant dans une zone proche de la surface. Ces ondes sont atténuées rapidement en profondeur.

Ce principe correspond exactement à l'essai classique d'ondes de Rayleigh stationnaire (RICHART et al., 1970) pour lequel il est proposé une utilisation et une interprétation originales dans le but de déterminer des paramètres caractéristiques du comportement non linéaire du sol.

2.2. Description de l'essai

Une source harmonique est utilisée à l'excitation. Cette source est constituée d'un piston couplé à un pot vibrant (fig. 2) et pilotée par le générateur d'un analyseur de réponse en fréquence type SOLARTRON 1250 (Enertec-Schlumberger) au moyen duquel on fixe la fréquence d'excitation. Un amplificateur de puissance fournit l'amplitude de la force dynamique désirée. Cette force est contrôlée par un capteur de force dynamique (piézoélectrique). Pour assurer un bon couplage piston-sol, une charge statique, contrôlée par un capteur de force statique, est appliquée directement sur le piston par vérin pneumatique.

À la réception, deux accéléromètres (composante verticale) sont placés à la source et à distance. De plus, pour connaître la réponse du sol suivant les composantes radiale et verticale de façon simultanée, un vélocimètre est disponible pour la mesure. La réponse en accélération spectrale est obtenue grâce à l'analyseur qui permet d'obtenir le spectre d'harmoniques relatif à chacune de ces mesures.

Cet essai nécessite également des conditionneurs (ou amplificateurs de charge) associés à chacun des capteurs ainsi qu'un oscilloscope permettant de contrôler à tout moment la forme des signaux d'excitation et de réception. Un schéma du montage de l'essai est présenté sur la figure 3.



Fig. 1. — Principe de l'essai S.H.S.

Fig. 1. — Principle of S.H.S. experiment.

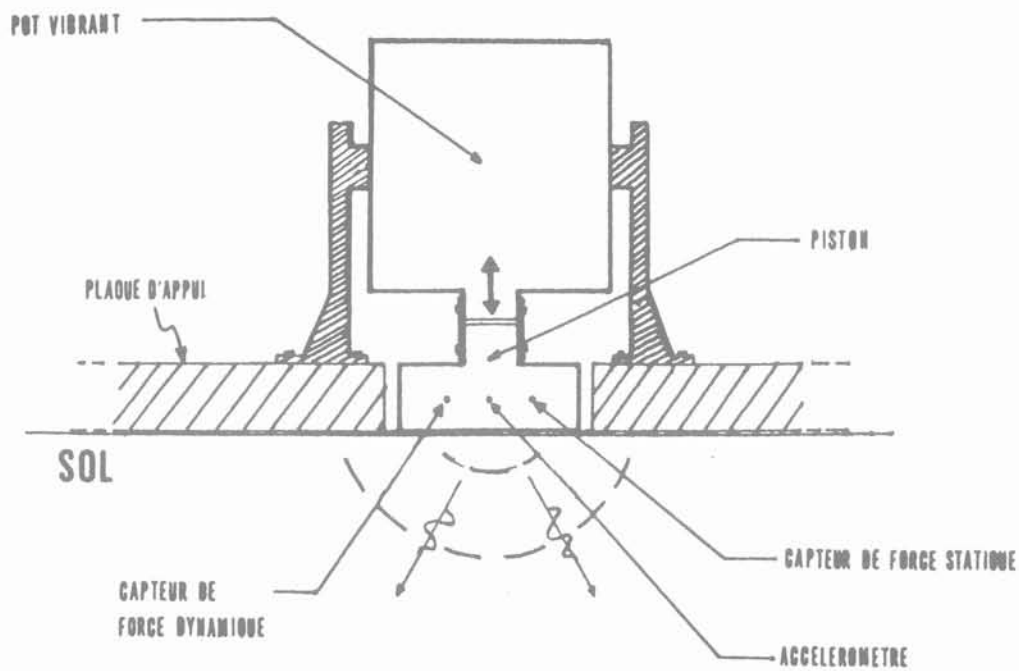


Fig. 2. — Tête d'excitation de l'essai S.H.S.
Fig. 2. — Loading part of S.H.S. experiment.

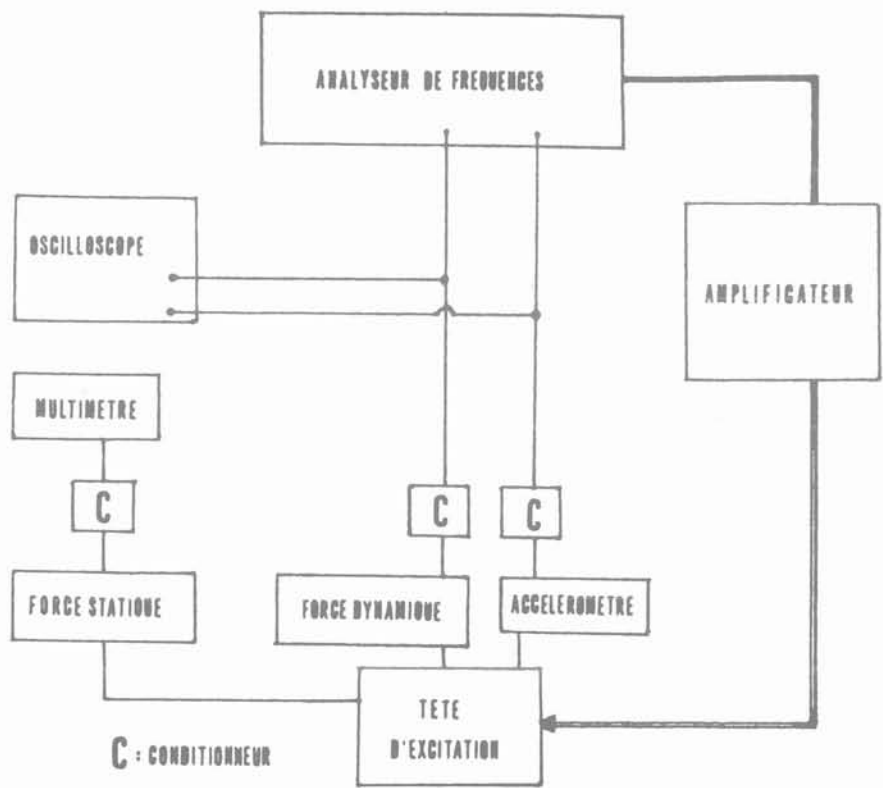


Fig. 3. — Chaîne instrumentale.
Fig. 3. — Experimental set-up.

2.3. Intérêt de l'essai

L'utilisation d'une source sismique harmonique présente l'avantage de pouvoir contrôler le contenu fréquentiel de l'excitation. Cet essai peut donc être mis en œuvre dans un environnement bruyant pourvu que le contenu spectral du bruit n'interfère pas avec le spectre du signal utile. Ceci garantit à la réception un enregistrement à bon rapport signal sur bruit.

Par ailleurs, l'émission d'un signal monofréquentiel (sinusoïdal) permet d'obtenir à la réception directement la fonction de transfert du sol sans traitement particulier et de ne mesurer finalement que des amplitudes et des phases.

Enfin, le caractère non destructif de l'essai autorise la reproduction des mesures.

2.4. Déroulement des essais

Un premier essai à faible niveau de distorsion ($\gamma < 10^{-5}$) permet à partir de la mesure des amplitudes et des phases d'évaluer les modules de cisaillement G et d'amortissement β du sol.

Les essais ultérieurs, à niveau croissant de distorsion, permettent d'obtenir les spectres de réponse en accélération à partir desquels les paramètres dynamiques non linéaires sont calculés.

2.5. Résultats expérimentaux

La figure 4 montre les résultats obtenus en surface d'un sol composé de limon argileux. On peut constater que le spectre d'accélération A comprend des harmoniques dont l'amplitude peut aller jusqu'à 80 % de l'amplitude obtenue à la fréquence fondamentale et ceci bien que la force d'excitation F soit parfaitement sinusoïdale, comme le montre le spectre de F reporté en figure 4. C'est la génération de ces harmoniques qu'il faut interpréter pour remonter aux caractéristiques du comportement non linéaire du sol. Cette interprétation fait l'objet des paragraphes suivants.

3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT NON LINÉAIRE DES SOLS

Des essais dynamiques au laboratoire ont permis à SEED et al. de tracer des courbes moyennes expérimentales de l'évolution du module de cisaillement G et du coefficient d'amortissement β en fonction du niveau de distorsion γ pour des sables pulvérulents et des argiles (SEED et al., 1973).

Ces résultats montrent que la rigidité décroît et que l'amortissement croît lorsque le niveau de distorsion augmente (fig. 5).

De nombreux auteurs ont proposé de formaliser ce comportement particulier : HARDIN et DRNEVICH, 1970 ; RAMBERG et OSGOOD (RICHART et al., 1975) mais

le formalisme proposé est construit en configuration unidimensionnelle.

On se propose ci-après de généraliser ce comportement en configuration tridimensionnelle.

3.1. Choix de la variable

Pour obtenir une écriture indépendante du référentiel choisi, nous proposons d'exprimer que les coefficients élastiques ne dépendent que du second invariant du déviateur des déformations, noté I_2 , dont l'expression est donnée ci-après :

$$I_2 = \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} (\bar{e}_{ij} \cdot \bar{e}_{ji} - \bar{e}_{ij})$$

avec $\bar{e}_{ij}$ qui représente le déviateur des déformations et qui s'exprime en fonction du tenseur e_{ij} des déformations et de la dilatation volumique e_v , tel que :

$$\bar{e}_{ij} = e_{ij} - e_v/3 \cdot \delta_{ij}$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker tel que $\delta_{ij} = 1$ pour $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ pour $i \neq j$.

Dans le cas particulier unidimensionnel de l'excitation d'un horizon de sol par une contrainte de cisaillement à sa base, seule la composante e_{xz} du tenseur des déformations est non nulle.

De ce fait, I_2 devient :

$$I_2 = -1/4 \cdot \gamma^2 \text{ où } \gamma = 2 e_{xz}$$

On retrouve alors le schéma classique où G n'est fonction que de γ . Si nous admettons que la réponse du sol est identique en traction et compression, il est nécessaire d'utiliser dans le formalisme, le second invariant I_2 en module soit $|I_2|$.

3.2. Choix de la loi de comportement adoptée

La loi de Hardin-Drnevich (1970) stipule que $G/G_0 = 1/(1 + \alpha |\gamma|)$. On peut envisager une généralisation de cette loi telle que :

$$G/G_0 (I_2) = 1 / (1 + \alpha \cdot |I_2|^{1/2}) \quad (2.2.1.)$$

Toutefois, ce type de loi présente l'inconvénient suivant : lorsque l'on étudie la réponse spectrale du sol, il faut calculer le spectre d'une fonction de G/G_0 (cf. ci-après). Avec une loi du type ci-dessus, il n'est pas possible de calculer analytiquement le spectre de la réponse, sur lequel repose toute l'interprétation.

On peut envisager d'utiliser le développement en série de l'expression (2.2.1.) mais ce développement a un rayon de convergence trop faible. Il est donc nécessaire d'utiliser une expression différente de G/G_0 , pour laquelle le rayon de convergence soit plus important.

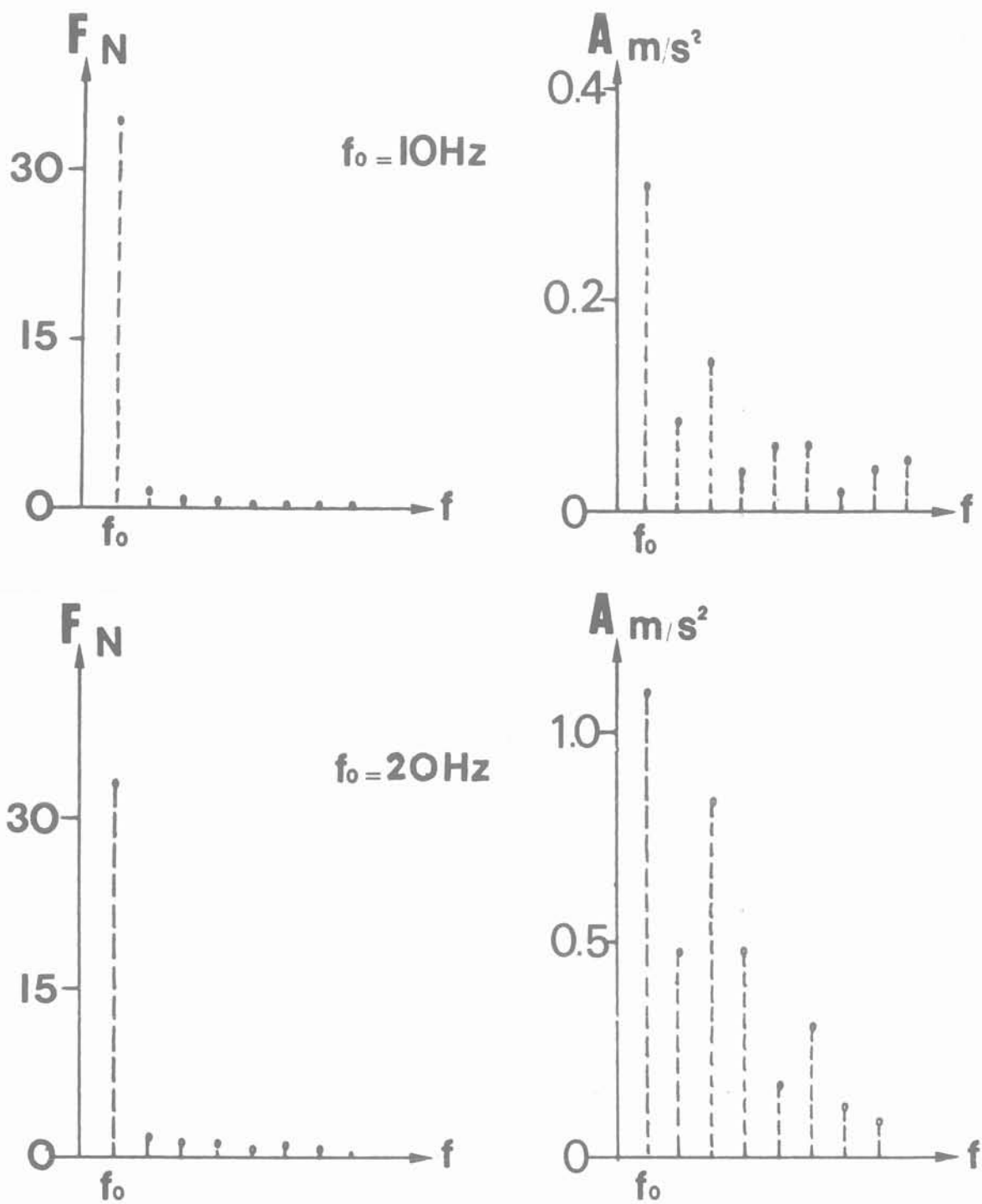


Fig. 4. — Résultats expérimentaux.
Fig. 4. — Experimental results.

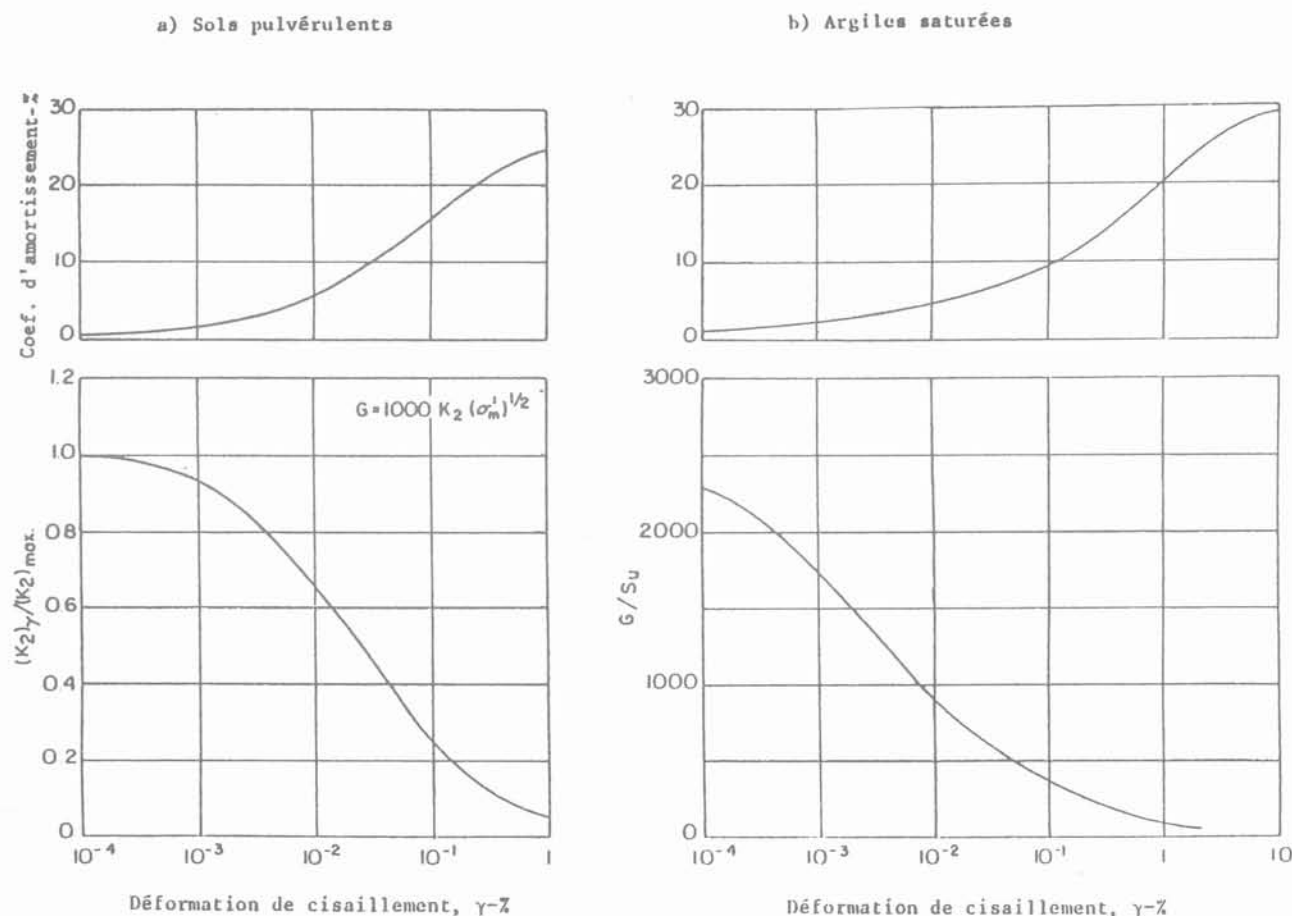


Fig. 5. — Courbes moyennes de SEED
(d'après SEED et al., 1973).

Fig. 5. — Seed's mean curves (after SEED et al., 1973)

Notre choix s'est porté sur une fonction de type exponentiel :

$$G/G_0(I_2) = \exp(-\alpha_1 |I_2|^{1/2}) \quad (2.2.2)$$

qui présente un rayon de convergence infini en I_2 et dont le développement en série s'écrit :

$$G/G_0(I_2) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha_1^n}{n!} |I_2|^{n/2} \quad (2.2.3.)$$

La figure 6 montre la courbe G/G_0 obtenue que l'on peut comparer aux différentes expressions classiques. La courbe obtenue est bien placée pour représenter les résultats expérimentaux. Cette expression sera donc utilisée dans la suite pour l'interprétation des essais.

4. INTERPRÉTATION DE L'ESSAI S.H.S

L'interprétation repose essentiellement sur deux points :

— calcul du spectre d'harmoniques générées au cours de l'essai ;

— utilisation d'une méthode de perturbation à partir de la réponse linéaire.

4.1. Calcul du champ d'ondes généré au cours de l'essai : principe du calcul

4.1.1. Equations du problème

Soit σ_{ij} le tenseur des contraintes développées dans le sol. Si ρ est la densité du sol et $\ddot{u}_i$, le champ d'accélération dans le sol dérivé du champ de déplacement u_i , la loi de la dynamique s'écrit :

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (3.1.1)$$

Le comportement adopté pour le sol s'exprime :

$$\sigma_{ij} = \lambda(I_2) e_v \delta_{ij} + 2 G(I_2) e_{ij} \quad (3.1.2)$$

avec

$$\lambda(I_2) = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n / n!) \lambda_n |I_2|^{n/2} \quad (3.1.3.)$$

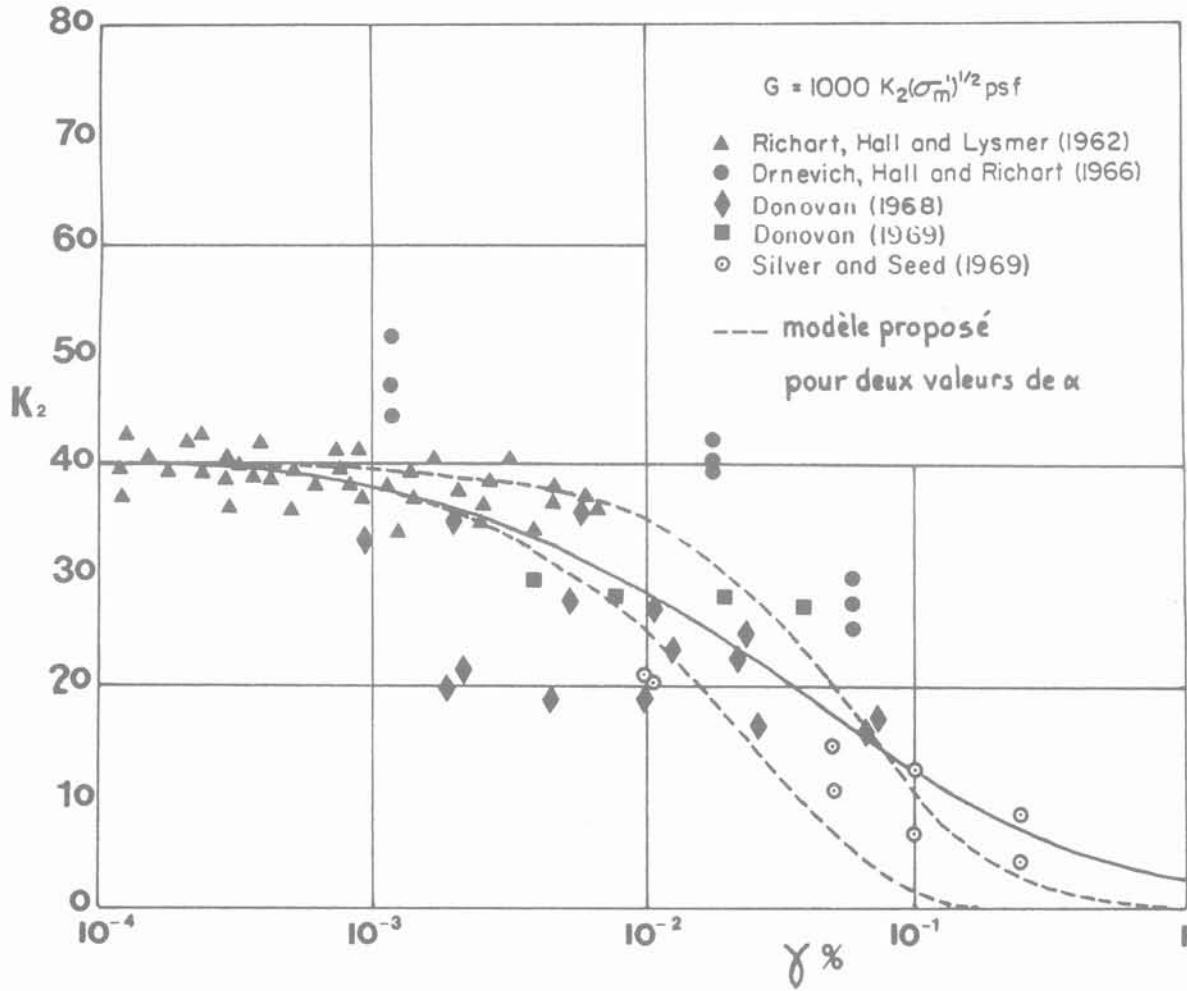


Fig. 6. — Résultats expérimentaux (d'après SEED et al., 1973) et modélisation proposée de la variation du module de cisaillement G en fonction de la distorsion.

Fig. 6. — Experimental results (after SEED et al., 1973) and proposed modelization of shear strain modulus G variation interns of shear strain level.

$$G(I_2) = G_0 + \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n / n!) G_n \cdot |I_2|^{n/2} \quad (3.1.4.)$$

si : $\lambda_n = b(\nu) \cdot G_n$ et $G_n = \alpha_1^n \cdot G_0$

alors : $\lambda_n = b(\nu) G_0 \alpha_1^n$

mais : $\lambda_0 = b(\nu) \cdot G_0$ d'où : $\lambda_n = \alpha_1^n \cdot \lambda_0$

L'équation résultant des expressions (3.1.1) et (3.1.2) permettant le calcul du déplacement u_i est :

$$(\lambda(I_2) e_{ij} \delta_{ij} + 2 G(I_2) e_{ij})_{,j} - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (3.1.5)$$

Le développement de cette équation nécessite de connaître les expressions $(\lambda(I_2))_{,j}$ et $(G(I_2))_{,j}$ décrites ci-après :

$$((\lambda(I_2))_{,j}) = \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n \lambda_n / 2 (n-1)!) \cdot |I_2|^{n/2-1} \cdot |I_2|_{,j} \quad (3.1.6)$$

$$((G(I_2))_{,j}) = \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n G_n / 2 (n-1)!) \cdot |I_2|^{n/2-1} \cdot |I_2|_{,j} \quad (3.1.7)$$

Etant donné que : $e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ (3.1.8)

L'équation du problème devient :

$$(\lambda_0 + G_0) u_{j,j} + G_0 u_{i,j} - \rho \ddot{u}_i = F_i \quad (3.1.9)$$

où l'on a posé :

$$\begin{aligned} F_i = & \left(\sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^{n+1}/n!) \cdot |I_2|^{n/2} (\lambda_n + G_n) u_{i,j} \right. \\ & + \left(\sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^{n+1}/n!) \cdot |I_2|^{n/2} G_n u_{i,j} \right) \\ & + \left(\sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^{n+1}/2(n-1)!) \cdot |I_2|^{n/2-1} (\lambda_n |I_2|_{,i} e_v \right. \\ & \left. \left. + 2 G_n |I_2|_{,j} e_{ij} \right) \right) \quad (3.1.10) \end{aligned}$$

4.1.2. Méthode de résolution

La méthode de résolution adoptée pour calculer u_i est une méthode de perturbation qui repose sur l'hypothèse suivante : le terme F_i du second membre est petit devant chacun des termes du premier membre.

L'équation (3.1.9) peut s'écrire :

$$L(u_i) = F(u_i) = \epsilon F^*(u_i) \quad (3.1.11)$$

où ϵ est petit devant l'unité et L , un opérateur différentiel linéaire apparaissant dans le premier membre de l'équation. $F(u_i)$ a pour composante F_i .

ϵ étant petit, on peut s'attendre à ce que la solution u_i de (3.1.11) soit proche de la solution U_0 telle que :

$$L(U_0) = 0 \quad (3.1.12)$$

u_0 est appelée solution génératrice (BLAQUIÈRE, 1966). La solution de l'équation (3.1.11) s'écrit alors : $u = u_0 + u_1$, où u_1 est petit devant u_0 . On doit donc vérifier :

$$L(u_0 + u_1) = F(u_0 + u_1) \quad (3.1.13)$$

Puisque u_1 est petit devant u_0 , on peut poser $u_1 = \epsilon u_1^*$, où u_1^* est du même ordre que u_0 . En remplaçant dans l'équation ci-dessous, on obtient :

$$\epsilon L(u_1^*) = F(u_0 + \epsilon u_1^*) \simeq \epsilon F^*(u_0) \quad (3.1.14)$$

La correction u_1 est donc solution de :

$$L(u_1) = F(u_0) \quad (3.1.15)$$

La résolution de l'équation (3.1.15) se décompose donc en deux étapes :

- obtention de l'approximation linéaire u_0 , solution de : $L(u_0) = 0$
- calcul de la correction u_1 , solution de : $L(u_1) = F(u_0)$.

La méthode exposée est tout à fait générale et peut être simplifiée sous l'hypothèse suivante : le terme F_i apparaissant au second membre de (3.1.9) n'est à prendre en compte qu'au voisinage de la source dans un domaine Ω où les distorsions sont importantes. Dans ce cas, si l'extension de ce domaine de non linéarités Ω est faible devant la longueur d'onde, on peut supposer que la réponse du sol en approximation linéaire est en phase avec la sollicita-

tion. Cette hypothèse revient donc à considérer que le champ peut être calculé à partir d'une approximation « quasi-statique » où les termes d'inertie peuvent être négligés. L'équation à résoudre s'écrit alors :

$$(\lambda_0 + G_0) u_{i,j} + G_0 u_{i,j} = \bar{F}_i \quad (3.1.16)$$

où les F_i sont calculés à partir de l'approximation quasi-statique.

4.1.3. Sources de non linéarités

Les sources de non linéarités F_i se calculent à partir de I_2 et e_{ij} . Par ailleurs si u_0 est le champ en approximation linéaire, on a :

$u_0 = \bar{u}_0 \cdot \cos wt$, $e_{ij} = \bar{e}_{ij} \cdot \cos wt$ et $I_2 = \bar{I}_2 \cdot \cos^2 wt$. On obtient ainsi :

$$\bar{F}_i = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (\bar{I}_2, \bar{e}_{ij}) \cdot |\cos^2 wt|^{n/2} \cdot \cos wt \quad (3.1.17)$$

avec :

$$\begin{aligned} a_n = & ((-1)^{n+1}/2(n-1)!) \cdot \bar{I}_2^{n/2-1} [\lambda_n \bar{I}_2|_{,i} \bar{u}_{j,j} \\ & + 2 G_n \bar{I}_2|_{,j} \bar{e}_{ij}] \quad (3.1.18) \end{aligned}$$

On suppose que ν est constant, il existe alors une relation simple entre

$a_{n+1} (\bar{I}_2, \bar{e}_{ij})$ et $a_n (\bar{I}_2, \bar{e}_{ij})$ telle que :

$$a_{n+1} = (-\alpha_1/n) \cdot \bar{I}_2^{1/2} a_n \quad (3.1.19)$$

Cette formule de récurrence permet de calculer tous les a_n en fonction de a_1 :

$$a_n = ((-\alpha_1 \cdot \bar{I}_2^{1/2})^{n-1} / (n-1)!) \cdot a_1 \quad (3.1.20)$$

avec :

$$a_1 = G_1 \bar{I}_2^{-1/2} \cdot [b(\nu)/2 \cdot \bar{I}_2|_{,i} \bar{u}_{j,j} + \bar{I}_2|_{,j} \bar{e}_{ij}] \quad (3.1.21)$$

Considérons maintenant la partie temporelle de I_2 . On remarque immédiatement :

$$\begin{aligned} |\cos^2 wt|^{n/2} \cdot \cos wt &= \\ |\cos wt|^n \cdot \cos wt &= \sum_{n=1}^{\infty} D_n^m \cdot \cos(2m-1)wt \end{aligned}$$

Les coefficients D_n^m sont obtenus par analyse en série de Fourier. Leur calcul montre que :

$$\begin{aligned} - \text{si } m &= 2q, D_n^m = 0, \forall n \\ - \text{si } m &= 2q-1, \end{aligned}$$

et $n = 2p$,

$$D_{2p}^{2q-1} = ((2p-1)! / ((p-q)! (p+q-1)!)) / 2^{p-1}$$

et $n = 2p-1$,

$$D_{2p-1}^{2q-1} = \sum_{s=1}^p D_{2(p-1)}^S \cdot K_{2s-1}^{2q-1}$$

avec :

$$K \frac{2q-1}{2s-1} = \frac{(-1)^{s+q+2}}{\pi} \cdot \frac{8m(2s-1)}{[m_2-4(s-1)^2][m^2-4s^2]}$$

Finalement l'expression complète du terme F_i , source de non linéarité, est donnée par :

$$\bar{F}_i = a_1 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-\alpha)^{n-1} / (n-1)! \right\} \cdot [\bar{I}_2]^{(n-1)/2} \cdot D_n^m \cdot \cos(2m-1) \omega t \quad (3.1.22)$$

Le spectre de force correspondant est un spectre d'harmoniques impaires. C'est l'hypothèse d'une réponse identique du sol en traction et en compression qui conduit à ce résultat.

4.1.4. Calcul de la correction non linéaire

La correction non linéaire U_1 est solution de (3.1.15). La solution s'écrit alors :

$$u_{1i}(x) = \int_{\Omega_{\xi}} u_{ij}^*(x; \xi) \cdot F_j(\xi) d\Omega_{\xi} \quad (3.1.23)$$

où u_{ij}^* est la fonction de Green correspondant à un demi-espace et se définit comme le déplacement élémentaire au point X, dans la direction i, créé par une force unité sur un anneau passant par le point ξ , dans la direction j (fig. 7). Ω_{ξ} correspond au domaine sur lequel les distorsions sont suffisamment importantes pour que les termes non linéaires interviennent.

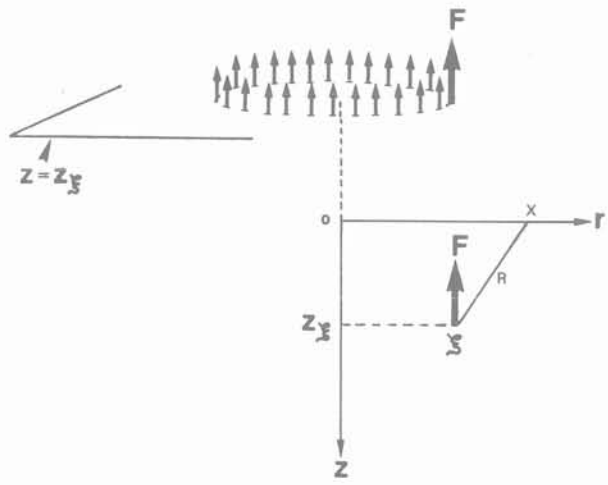


Fig. 7. — Force annulaire équivalente en représentation axisymétrique.

Fig. 7. — Force equivalent to a circular distribution with axisymmetry.

Notons que u_{ij}^* s'exprime sur la base des intégrales elliptiques complètes de 1^e, 2^e et 3^e espèces et que les composantes du déplacement u_i considérées ci-dessus permettent de déterminer l'amplitude d'une des composantes du spectre. Les autres composantes du spectre sont obtenues comme décrit au paragraphe 3.1.4.

En résumé, le calcul comprend quatre phases :

- a. calcul de l'approximation linéaire (3.1.12) ;
- b. calcul des termes de sources (3.1.22) ;
- c. calcul des fonctions de Green, u_{ij}^* ;
- d. calcul de la correction non linéaire (3.1.15).

4.2. Différentes phases du calcul

a. Calcul de l'approximation linéaire.

Le calcul de l'approximation linéaire dans l'hypothèse quasi-statique est fourni par les solutions de GERARD et HARRISSON rappelées dans l'ouvrage classique de DAVIS et POULOS 1974 dont on donne en annexe le détail.

b. Calcul des termes de source

Les termes de source sont obtenus en dérivant le déplacement u_0 en approximation quasi-statique. Le programme de calcul symbolique « REDUCE » a été utilisé pour effectuer ces dérivations.

c. Calcul des fonctions de Green u_{ij}^* en représentation axisymétrique.

Ces fonctions de Green sont obtenues en intégrant les solutions classiques correspondant au demi-espace (BREBBIA et al., 1984).

d. Calcul de la correction non linéaire

La convolution correspondant à l'intégrale (3.1.23) est calculée numériquement en décomposant le volume d'intégration, rapporté à un domaine bidimensionnel par

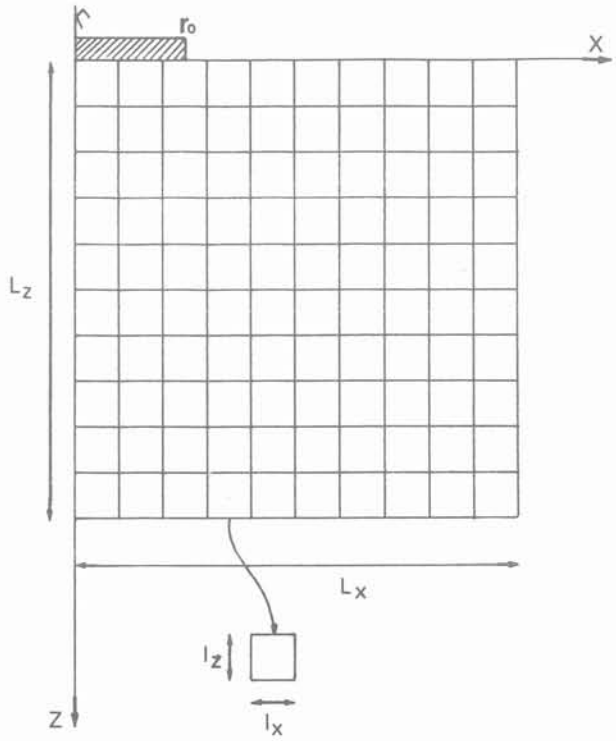


Fig. 8. — Maillage du domaine des non linéarités.
Fig. 8. — Mesh of the non linear domain.

propriété d'axisymétrie, sur un ensemble d'éléments rectangulaires (fig. 8). C'est la seule phase numérique du calcul.

4.3. Programme de calcul

Le programme de calcul utilisant la méthode décrite précédemment a été mis au point. L'intégration numérique nécessaire au calcul de l'intégrale (3.1.23) s'effectue par quadrature de Gauss, excepté pour l'élément tel que $X = \xi$ qui nécessite une intégration singulière. Celle-ci est réalisée au moyen de la méthode de MANG (MANG et al., 1985) qui consiste essentiellement en une réduction de l'ordre de singularité en $1/r$ par transformation géométrique.

5. PREMIERS RÉSULTATS NUMÉRIQUES

5.1. Calcul du champ des distorsions

On a effectué, pour le maillage reporté en figure 8, le calcul du champ des distorsions $|I_2|^{1/2}$ correspondant à l'essai décrit précédemment. Les résultats sont reportés en figure 9. Bien entendu, la distorsion diverge au voisinage du bord du piston excitateur mais le calcul donne la valeur de la distorsion moyenne sur l'élément correspondant. On peut constater que la distorsion moyenne maximale obtenue est de l'ordre de 10^{-4} . Cela permet de déterminer le nombre de termes à conserver dans le développement de G/G_0 (2.2.4.) pour le calcul des termes de source.

5.2. Convergence du processus d'intégration

Un calcul de la correction non linéaire u_1 a été effectué pour une distorsion moyenne $\gamma = 10^{-5}$ pour laquelle on peut conserver un seul terme du développement, soit :

$$G/G_0(I_2) = \exp(-\alpha_1 |I_2|^{1/2}) \approx 1 - \alpha_1 |I_2|^{1/2} \quad (4.1)$$

Ce calcul a été effectué pour plusieurs types de maillage et plusieurs extensions de la zone d'intégration des termes non linéaires. Les tableaux 1 et 2 et la figure 10 permettent de constater que la convergence est assurée.

6. CONCLUSION

L'essai S.H.S. réalisé permet d'assurer des distorsions importantes. L'interprétation développée ci-dessus a permis de montrer que l'existence de telles distorsions conduit à un spectre de réponse comprenant toutes les harmoniques impaires de la fréquence du signal d'excitation. Par ailleurs cette interprétation permet d'obtenir les distorsions réalisées au cours de l'essai.

Le calcul effectué au § 5.2. qui a permis de conclure à la convergence du processus d'intégration ne permet

Tableau 1. — Déplacement vertical calculé fonction de l'extension L du maillage ($l_x/r_0 = 0.4$ et $l_z/r_0 = 0.5$)
Table 1. — Computed vertical displacement in terms of L extent ($l_x/r_0 = 0.4$ and $l_z/r_0 = 0.5$)

L_x/r_0	L_z/r_0	N	$ U1_z $ (m)
4.0	8	170	$2.23 \cdot 10^{-8}$
4.8	8	192	$2.72 \cdot 10^{-8}$
4.0	10	200	$2.57 \cdot 10^{-8}$
4.0	12	240	$2.78 \cdot 10^{-8}$

N : nombre d'éléments du maillage.

Tableau 2. — Déplacement vertical calculé fonction de la taille l_z du maillage ($L_x/r_0 = 4.8$ et $L_z/r_0 = 8$ et $l_x = 0.4$)
Table 2. — Computed vertical displacement in terms of l_z extent ($L_x/r_0 = 4.8$, $L_z/r_0 = 8$ and $l_x = 0.4$)

l_z/r_0	N	$ U1_z $ (m)	$\Delta U/U$
1.0	96	$3.67 \cdot 10^{-8}$	23 %
0.5	192	$2.72 \cdot 10^{-8}$	7 %
0.4	240	$2.92 \cdot 10^{-8}$	—

N : nombre d'éléments du maillage.

pas l'interprétation de l'essai décrit § 2 car la distorsion réalisée expérimentalement sort du cadre de l'hypothèse (4.1.).

La prise en compte d'un nombre suffisant de termes dans le développement de $\exp(-\alpha_1 |I_2|^{1/2})$ doit permettre l'interprétation quantitative de cet essai.

La méthode d'interprétation de l'essai S.H.S. ainsi mise au point pourra ensuite être étendue à d'autres configurations en particulier à des essais harmoniques Cross-hole effectués en forage, en cours de réalisation sur un principe similaire à l'essai de pompage harmonique

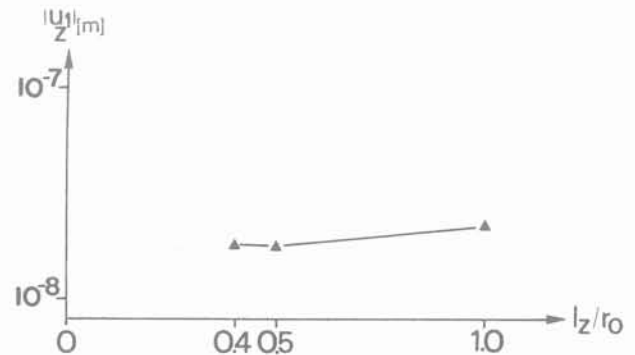


Fig. 10. — Stabilité du processus de calcul : variation du déplacement vertical calculé en fonction de la taille de la maille.

Stability of computation scheme : variation of computed vertical displacement in terms of element size.

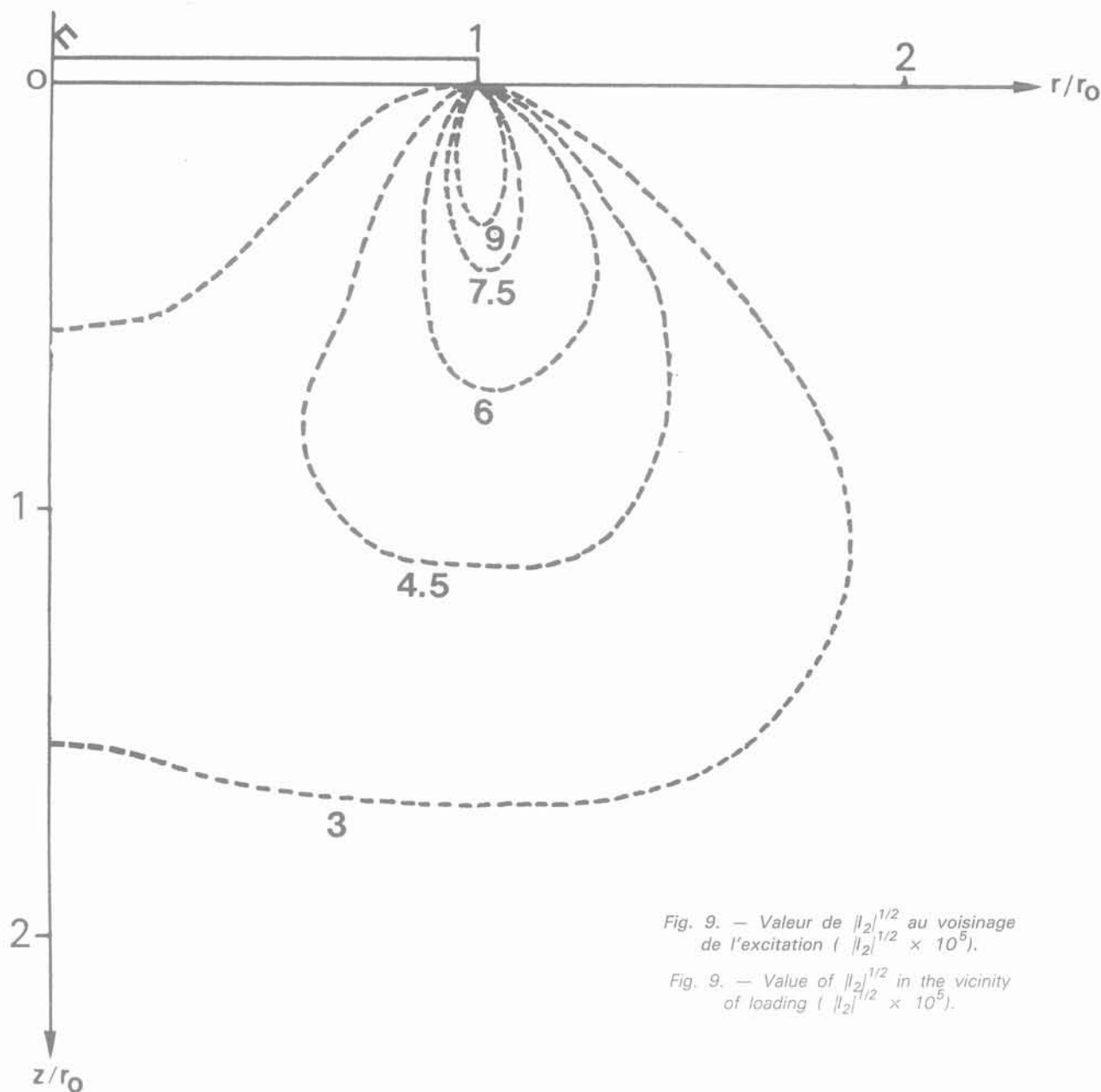


Fig. 9. — Valeur de $|l_2|^{1/2}$ au voisinage de l'excitation ($|l_2|^{1/2} \times 10^5$).

Fig. 9. — Value of $|l_2|^{1/2}$ in the vicinity of loading ($|l_2|^{1/2} \times 10^5$).

CROSNIER et al. (1983). On aboutira ainsi à une méthode expérimentale permettant d'obtenir les paramètres du comportement non linéaire à l'aide d'essais nécessitant une énergie modérée.

BIBLIOGRAPHIE

- BLAQUIERE A. (1966), *Analyse des systèmes non linéaires*. Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires, I.N.S.T.N. (Saclay) P.U.F., 1966, p. 88-94.
- BREBBIA C.A., TELLES J.C.F., WROBEL L.C. (1984), *Boundary Element Techniques. Theory and Applications in Engineering*. SpringerVerlag., Berlin, 1974.
- CROSNIER B., PORTALES J.L., FRAS G., JOUANNA P. (1983), *Reconnaissance par pompage harmonique de milieux rocheux*. Matériaux et Constructions vol. 16, n° 92, pp. 71-83, 1983.
- GERRARD C.M., HARRISON W.J. (1974), *Circular loads applied to a cross-anisotropic half-space in Elastic solutions for Soil and Rock Mechanics* (DAVID G. & POULOS E.), John Wiley and Sons Inc., 1974.
- HARDINS B.O., DRNEVICH V.P. (1970), *Shear modulus and damping in soils I. Measurement and parameter effects, II. Design equations and curves*. Techn. Rep. Univ. Kentucky UKY, n° 26 and 27-70-CE2. Soil Mechanics series, 1970.

- MANG H.A., HONG-BAO L.I., GUO-MING HAN (1985), *A new method for evaluating singular integrals in stress analysis of solids by the direct boundary element technique*. Int. J. for num. mech. in Eng., vol. 21, 1985, p. 2071-2098.
- RICHART F.E., WOODS R.D. (1970), *Vibration of Soils and Foundations*. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1970, p. 111-120.
- RICHART F.E., WYLIE E.B. (1975), *Influence of Dynamic soil properties on response soil masses*. Symp. Struct. and Geotech. Mech., Univ. of Ill, Urbana, Oct., 1975.
- SEED H.B., LEE K.L., IDRIS I.M., MAKDISIF F. (1973), *Analyses of the slides in the San Francisco Dams during the Earthquake of Feb. 9 1971*. EERC Rep. n° 73-2, Univ. Of California, Berkeley, 1973.
- SHANNON, WILSON, AGABIAN (1980), *Evaluation of in situ damping characteristics*. NUREG/CR - 1938, sept. 1980, 170 p.

ANNEXE

Composantes du tenseur des déformations en représentation axisymétrique et en approximation linéaire élastique

Le calcul nécessite de connaître les expressions analytiques des composantes e_{rr} , e_{zz} , $e_{\theta\theta}$ et e_{rz} du tenseur des déformations associées au chargement circulaire uniforme T appliqué en surface d'un demi-espace. Chacune

des coordonnées r et z , apparaissant dans les expressions qui suivent, est normalisée par r_0 , rayon de charge.

Soit $A = f/2\pi r_0^2$ alors :

$$e_{rr} = A \left\{ [2(\lambda_0 + G_0)]^{-1} \cdot (f_1^{-1} \sin \frac{f_2}{2} - (1 - f_1 \sin \frac{f_2}{2})) - (Z/2 G_0) \cdot (f_1^{-3} (Z \sin \frac{3F_2}{2} - \cos \frac{3F_2}{2}) - F_1^{-1} (\cos \frac{F_2}{2} - Z \sin \frac{F_2}{2})) \right\}$$

$$e_{\theta\theta} = A \left\{ [2(\lambda_0 + G_0)]^{-1} \cdot (1 - f_1 \sin \frac{F_2}{2}) - (Z/2 G_0) F_1^{-1} (\cos \frac{f_2}{2} - Z \sin \frac{F_2}{2}) \right\}$$

$$e_{zz} = A \left\{ [2(\lambda_0 + G_0)]^{-1} \cdot (F_1^{-1} \sin \frac{F_2}{2} + (Z/2 G_0) f_1^{-3} (Z \sin \frac{3F_2}{2} - \cos \frac{3F_2}{2})) \right\}$$

$$e_{rz} = \frac{A}{G_0} r z f_1^{-3} \sin \frac{3f_2}{2}$$

avec :

$$f_1 = \left[(z^2 + r^2 - 1)^2 + 4 z^2 \right]^{1/4}$$

$$f_2 = \text{Arctg} \left[2 Z \cdot (Z^2 + r^2 - 1)^{-1} \right]$$