contribution à l'étude de la stabilité d'une cavité souterraine dans un milieu avec radoucissement

par

P. Berest

et D. Nguyen Minh

Laboratoire de Mécanique des solides

et

M. Panet

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA STABILITE D'UNE CAVITE SOUTERRAINE DANS UN MILIEU AVEC RADOUCISSEMENT

On étudie les conditions de stabilité d'une cavité creusée dans un massif élastoplastique. La déformation plastique s'accompagne d'un radoucissement qui correspond à une perte progressive de cohésion avec une variation permanente de volume; lorsque la cohésion devient nulle, le milieu a un comportement plastique parfait. Le creusement est simulé en faisant décroître la pression intérieure. Des solutions explicites sont données pour les trois zones qui peuvent se succéder en s'éloignant de la cavité :

- zone parfaitement plastique ;
- zone plastique avec radoucissement;
- zone élastique.

Il y a stabilité sans soutènement lorsque la pression intérieure peut devenir nulle pour un déplacement radial fini. Il y a notamment instabilité si une zone plastique sans cohésion apparaît. Mais il est montré qu'il peut apparaître d'autres cas d'instabilité dans un milieu fini et que la pression intérieure peut, sous certaines conditions, avoir un minimum positif.

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF STABILITY OF AN UNDERGROUND CAVITY IN SOFTENING CONDITIONS

The authors investigate the stability conditions in a cavity excavated in an elastoplastic earth mass. Softening during the plastic deformation leads to progressive loss of cohesion with a permanent variation in volume. When the cohesion value falls to zero, the mass has perfectly plastic behaviour. The excavating is simulated by bringing down the internal pressure. Explicit solutions are given for the three areas which form in succession around the cavity:

- perfectly plastic area;
- plastic area with softening;
- elastic area.

There is stability without retaining when the internal pressure can fall to zero for a finite radial displacement. There is especially instability if a non-cohesive plastic area forms. But the article shows that other cases of instability may occur in a finite medium and that the internal pressure can in certain conditions, have a positive minimum value.



contribution à l'étude de la stabilité d'une cavité souterraine dans un milieu avec radoucissement

par P. BEREST, D. NGUYEN MINH et M. PANET

Les méthodes modernes de creusement des ouvrages souterrains reposent sur le contrôle des déformations et des déplacements qui accompagnent l'avancement des travaux; les techniques de soutènement sont en pratique déterminées de manière empirique. Des progrès pourront résulter d'une analyse plus quantitative des mesures, ce qui implique la mise au point de modèles satisfaisants. Ces modèles doivent prendre en compte de nombreux paramètres liés à l'état d'équilibre initial du massif, au comportement mécanique des terrains, à la géométrie de l'ouvrage, aux méthodes de construction ; les méthodes numériques actuelles constituent des outils susceptibles d'étudier des modèles aussi complexes. Néanmoins, les études théoriques et les solutions explicites fournissent des bases irremplaçables pour la réflexion proprement mécanique qui doit précéder l'élaboration de modèles plus complexes ; ils permettent bien entendu également de tester la validité des méthodes numériques.

Le creusement d'un ouvrage souterrain perturbe l'état d'équilibre initial du massif ; les champs de contrainte et de déformation qui en résultent sont fonctions du comportement des terrains. Des solutions explicitent existent pour des lois de comportements simples. Dans le cas d'un comportement élastique, la contrainte tangentielle est maximale au bord de l'excavation, mais si cette valeur calculée est supérieure à la résistance en compression simple du terrain, la contrainte tangentielle n'est plus maximale au bord de l'excavation ; il apparaît alors autour de l'excavation une zone dite décomprimée où se sont produites des déformations non élastiques. La stabilité de la zone décomprimée dépend essentiellement du comportement, après la rupture.

Dans l'hypothèse du comportement élastoplastique parfait d'un milieu cohérent, la zone décomprimée est stable sans soutènement. Au contraire, pour un milieu pulvérulent ou un milieu ayant un comportement élasto fragile (c'est-à-dire perdant toute cohésion au-delà de la résistance maximale), il n'y a pas de stabilité possible sans soutènement. L'étude de ces cas limites est désormais classique, mais ils ne donnent pas une explication satisfaisante des ruptures qui n'intéressent qu'une zone décomprimée souvent de faible épaisseur et qui se manifestent tantôt violemment comme dans le cas du granite du tunnel sous le Mont-Blanc [10] tantôt de manière très bénigne comme dans le cas des tunnels creusés dans la craie.

Pour les roches et les sols raides qui possèdent une vraie cohésion due à des liaisons solides entre les grains, les essais de compression qui permettent de contrôler les déformations au-delà de la résistance maximale, montrent une décroissance de la résistance jusqu'à une valeur correspondant au frottement résiduel entre les parties rompues. Dans cette phase de comportement après la rupture, la déformation axiale ε_1 peut être considérée comme la somme de la déformation élastique ε_1^e et d'une déformation permanente ε_1^p :

 $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^p$

On peut caractériser le radoucissement entre la résistance maximale et la résistance résiduelle par la pente

moyenne $\frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \varepsilon_1^p}$ qui est négative.

Le radoucissement s'accompagne généralement d'une augmentation de volume.

Les champs de contrainte et de déformation autour d'une excavation sphérique ou cylindrique de révolution, ont été étudiés par de nombreux auteurs dans le cas d'un comportement plastique parfait; D.W. Hobbs [2] a traité l'autre cas limite, celui du milieu élastique fragile avec chute de résistance brutale P. Egger [1], M. Panet [11], D. Nguyen Minh et P. Berest [9] ont étudié plus récemment le cas le plus général avec perte de résistance.

Nous présentons ici la solution analytique complète dans le cas théorique de l'élastoplasticité incrémentale avec écrouissage traitée en détail dans [9] pour une excavation sphérique dans un milieu non pesant. Le cas de l'excavation cylindrique n'est pas présenté ici ; l'apparition du régime d'arête soulève des difficultés qui sortent du cadre du présent article ; une discussion détaillée peut être trouvée dans [14] (*).

^(*) Le calcul en grandes déformations, avec des hypothèses plus limitatives, est présenté dans (15).

avec .

Les caractéristiques élastiques du massif sont le module d'Young E et le coefficient de Poisson v. Le critère de résistance maximale est un critère de Coulomb : angle de frottement interne Φ , et cohésion c. On rend compte du radoucissement en faisant décroître la cohésion c en fonction du paramètre d'écrouissage γ qui traduit l'état de déformation plastique.

Le paramètre d'écrouissage γ est défini par :

$$\gamma = \int_0^t \left(|\dot{\varepsilon}_1^p| + |\dot{\varepsilon}_2^p| + |\dot{\varepsilon}_3^p| \right) dt$$

 $\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p, \varepsilon_3^p$ étant les valeurs principales du tenseur vitesse de déformation plastique.

On admet alors la loi de variation de la cohésion :

$$c(\gamma) = c\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_o}\right) \quad \text{si } \frac{\gamma}{\gamma_o} < 1$$
$$c(\gamma) = 0 \qquad \qquad \text{si } \frac{\gamma}{\gamma_o} \ge 1$$

La cohésion résiduelle est nulle pour $\gamma \ge \gamma_o$, γ_o caractérise le radoucissement du matériau.

La fonction de charge s'écrit alors, en fonction des contraintes principales ordonnées, en comptant positivement les contraintes de compression :

$$f = \sigma_1 - k_p \sigma_3 - \sigma_c \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_o}\right)$$

avec

$$\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3 \ge -c (\gamma) \cot \Phi$$

où

$$k_p = \mathrm{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Phi}{2} \right)$$

 σ_c est la résistance en compression simple.

$$\sigma_c = \frac{2 \operatorname{c} \cos \Phi}{1 - \sin \Phi}$$

On posera également :

$$H = c \cot \varphi \Phi = \frac{\sigma_c}{2} \frac{1 - \sin \Phi}{\sin \Phi}$$

Les vitesses de déformation plastique dérivent d'un potentiel plastique différent de la fonction de charge (loi de comportement non associée).

$$g = \sigma_1 - \beta \sigma_3$$

où

$$1 \leq \beta \leq k_{\pi}$$

La contrainte principale intermédiaire n'intervient pas; il convient de distinguer [6] le cas où les trois contraintes principales sont distinctes (régime de face) de celui où deux contraintes sont égales (régime d'arête) :

— régime de face :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &> \sigma_2 > \sigma_3 \\ \dot{\varepsilon}_1^p &= \dot{\lambda} \\ \dot{\varepsilon}_2^p &= 0 \\ \dot{\varepsilon}_3^p &= -\beta \dot{\lambda} \end{aligned}$$

$$\dot{\lambda} > 0$$

- régime d'arête :

 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ $\dot{\varepsilon}_1^p = \dot{\lambda} + \dot{\mu}$

 $\dot{\varepsilon}_{2}^{p} = -\beta \dot{\mu} \\ \dot{\varepsilon}_{3}^{p} = -\beta \dot{\lambda}$

avec : $\lambda > 0, \mu > 0$ — régime d'arête :

$$\sigma_{1} = \sigma_{2} > \sigma_{3}$$

$$\dot{\varepsilon}_{1}^{p} = \dot{\lambda}$$

$$\dot{\varepsilon}_{2}^{p} = \dot{\mu}$$

$$\dot{\varepsilon}_{3}^{p} = -\beta (\dot{\lambda} + \dot{\mu})$$

avec :

$$\lambda > 0, \mu$$

Ce potentiel plastique rend compte d'une variation permanente de volume, la vitesse de dilatation volumique plastique étant $(1 - \beta)\dot{\lambda}$ en régime de face et $(1 - \beta)(\dot{\lambda} + \dot{\mu})$ en régime d'arête. Avec $\beta = 1$, la déformation plastique se fait à volume constant, si $\beta > 1$, il y a dilatance.

> 0

Les vitesses de déformation totales s'écrivent :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p$$

où $\dot{\epsilon}^e$ sont les vitesses de déformation élastiques.



Fig. 1. — Chute de résistance en fonction de la déformation plastique (radoucissement).

68

La variation de la fonction de charge avec le paramètre γ est représentée sur la figure 1.

La figure 2 donne l'allure de $\sigma_1 - \sigma_3$ en fonction de la déformation longitudinale ε_1 dans un essai de compression traxiale classique ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = \text{cste}$). La partie ABC correspond à la charge plastique et le segment D' D" à une décharge élastique. Le modèle fournit une courbe analogue pour les déformations transversales.

Les paramètres de résistance maximale c et Φ étant donnés par des essais triaxiaux classiques, il est possible de déterminer tous les autres paramètres du modèle par un seul essai de compression simple. La simplicité de ce modèle ne doit pas cependant faire illusion. Le comportement réel peut être beaucoup plus complexe ; il est notamment bien connu que l'angle de frottement interne décroît lui aussi en fonction de la déformation vers une valeur résiduelle. Les courbes expérimentales montrent également que le paramètre γ_o varie en fonction de la contrainte moyenne. L'intérêt du présent modèle est de fournir des solutions explicites pour des problèmes simples. D'un certain point de vue, il peut être considéré comme fournissant des solutions dans le sens de la sécurité.

Remarque à propos des roches dites de classe II

Dans l'essai de compression simple (fig. 2), on définit le paramètre $\chi = \frac{\varepsilon_{1b}}{\varepsilon_{1a}}$. Un calcul simple montre que :

$$\chi = \frac{2 \gamma_o E}{(1 + \beta) \sigma_c}$$

Si on trace de même la courbe σ_1 en fonction de ε_3 , on peut déterminer le paramètre $\chi' = \frac{\varepsilon_{3b}}{\varepsilon_{3a}}$

et $\chi' = \frac{\beta}{2\nu} \chi$



Fig. 2. — Courbe de variation de la déformation axiale en fonction du déviateur dans un essai triaxial.

Si χ est inférieur à 1 (fig. 2), la charge plastique ne peut plus être contrôlée de façon continue en déformation longitudinale; on peut rapprocher le modèle de comportement dans ce cas là des roches dites de classe II [13], par opposition aux roches dites de classe I.

Comme $\frac{\beta}{2\nu} \ge 1$, on a donc $\chi' > \chi$, on peut donc avoir $\chi' > 1 > \chi$, ce qui signifie que l'on pourrait

comme cela a déjà été pratiqué pour certaines roches de classe II (12). Enfin, on peut imaginer l'existence de matériaux non contrôlables en déformation axiale et en déformation latérale :

 $\sup(\chi',\chi) < 1$

2. ETUDE DE LA CONTRACTION D'UNE SPHERE CREUSE

A titre d'exemple, on présente le problème de la contraction d'une sphère creuse dans l'hypothèse d'une évolution quasi-statique en petites déformations et en petits déplacements. L'étude détaillée de ce problème est présentée par ailleurs [8].

Le rayon intérieur étant choisi comme unité de longueur, le rayon extérieur est ρ : y est le rayon de la frontière élasto-plastique et x est le rayon de la frontière entre la zone plastique où il subsiste une cohésion et celle où le matériau a perdu toute cohésion (fig. 3).

En symétrie sphérique, les contraintes sont :

$$\sigma_{rr} = \sigma_r$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\Phi\Phi} = \sigma_{\theta}$$

Des contraintes uniformes sont appliquées aux parois :

$$\sigma_{rr} (\rho) = p_1 = \text{cste}$$

$$\sigma_{rr} (1) = p_0$$

Dans le problème considéré, on fait décroître p_o de façon monotone depuis p_1 . On montrera qu'à partir d'un certain moment, lorsque ρ est fini, la poursuite de la charge plastique impose que p_o croisse. Dans la suite, l'unité de contrainte choisie sera c.

2.1. La solution dans la zone élastique

Pour $y < r \leq \rho$, dans la zone élastique, la solution s'écrit :



où A et B sont des contraintes données par :

$$A = \frac{p_1 \rho^3 - \sigma_r(y) y^3}{\rho^3 - y^3}$$
$$B = \frac{[p_1 - \sigma_r(y)] \rho^3 y^3}{\rho^3 - y^3}$$

 $\sigma_r(y)$ est déterminé par la relation :

$$\sigma_{\theta}(y) = k_{p} \sigma_{r}(y) + \sigma_{c}$$

Lorsque les zones plastiques ne sont pas apparues, les solutions sont obtenues en faisant y = 1 et $\sigma_r(y) = p_o.$

2.2. La solution dans la première zone plastique

Dans la zone plastique avec radoucissement, soit $1 \le r \le y$, où $x \le r \le y$ suivant qu'est apparue ou non une zone parfaitement plastique sans cohésion $(\gamma \ge \gamma_c)$, on a le système d'équations :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}_r} = 2\frac{\sigma_{\theta} - \sigma_r}{r}$$

$$\sigma_{\theta} = k_p \,\sigma_r + \sigma_c \,(\gamma)$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} - 2 \,\beta\lambda + \frac{1}{\mathrm{E}} \left[\sigma_r - p_1 - 2 \,\nu \left(\sigma - p_1\right)\right]$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} = \lambda + \frac{1 - \nu}{\mathrm{E}} \left[\sigma_{\theta} - p_1 - \frac{\nu}{1 - \nu} \left(\sigma_r - p_1\right)\right]$$

$$\gamma = 2(1 + \beta)\lambda$$

1

d'où :
$$\lambda_0 = \frac{\gamma_0}{2(1+\beta)}$$

Le paramètre d'écrouissage γ peut être remplacé par le paramètre de déformation plastique λ ; on a alors :

$$\begin{cases} c(\lambda) = c\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_0}\right) & \text{si} \quad 0 < \frac{\lambda}{\lambda_0} < 1 \\ c(\lambda) = 0 & \text{si} \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} > 1 \end{cases}$$

Dans le cas général ($\Phi = 0$), on est conduit à une équation différentielle d'Euler en σ_r .

$$(\omega - \omega_c) r^2 \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} + [4 (\omega - \omega_c) + 2 \omega_c (k_p - \beta)] r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \operatorname{tg} \Phi (1 + 2 \beta) (\sigma_r + H) = 0$$

où:
$$\omega = \frac{1 - \nu}{E \lambda_0} \times c$$

$$\omega_c = \frac{c}{\sigma_c}$$

te les racines réelles de l'

 α_1 et α_2 étant les racines réelles de l'équation carac-téristique ($\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 2 k_p - 1$), les solutions s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{r} + H = ar^{\alpha_{1}} + br^{\alpha_{2}} \\ \sigma_{\theta} + H = \left(1 + \frac{\alpha_{1}}{2}\right)ar^{-1} + \left(1 + \frac{\alpha_{2}}{2}\right)br^{-2} \\ \frac{\lambda}{\lambda_{0}} = a\chi_{1}r^{\alpha_{1}} + b\chi_{2}r^{\alpha_{2}} \\ \frac{1}{\lambda_{0}}\frac{u}{r} = aA_{1}r^{\alpha_{1}} + bA_{2}r^{\alpha_{2}} - \omega\frac{1 - 2\nu}{1 - \nu}(p_{1} + H) \end{cases}$$

en posant :

$$\chi_i = \omega_c \frac{\alpha_i}{2} - \operatorname{tg} \Phi$$
$$A_i = \frac{\omega - \omega_c}{2} \alpha_i + \operatorname{tg} \Phi + \omega \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu}$$

Cette solution n'a de sens que si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} \sigma_r \leqslant \sigma_{\theta} & \text{soit} & \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} > 0 \\ \sigma_r > - c \ (\lambda) \ \text{cotg} \ \Phi \\ \lambda > 0 \\ \lambda \varepsilon \ [0, \lambda_0] \\ v < \rho \end{cases}$$

L'existence de la zone plastique avec radoucissement et la posivité de $\dot{\lambda}$ entraîne $\omega < \omega_c$. On peut remarquer que cette condition qui s'écrit :

$$\gamma_0 > 2\left(1 + \beta\right) \frac{1 - \nu}{E} \sigma_c$$

est moins forte que la condition $\chi > 1$ sur la possibilité de contrôle des déformations longitudinales dans un essai de compression simple.

2.3. Cas où n'apparaît que la première zone plastique

La condition limite à l'intérieur de la cavité et la continuité de σ_r et λ (équivalente à celle de u) à la frontière élasto-plastique s'écrivent :

$$\begin{cases} a \chi_1 y^{\alpha_1} + b \chi_2 y^{\alpha_2} = 0 \\ a y^{\alpha_1} + b y^{\alpha_2} = \sigma_r (y) + H \\ a + b = p_0 + H \end{cases}$$

Les deux premières équations définissent dans un système d'axes a, b une courbe paramétrique c:

$$a = \frac{\chi_2}{\chi_2 - \chi_1} y^{-\alpha_1} \left[\sigma_r \left(y \right) + H \right]$$
$$b = \frac{\chi_1}{\chi_1 - \chi_2} y^{-\alpha_2} \left[\sigma_r \left(y \right) + H \right]$$

La troisième équation définit dans le même système d'axes une droite D parallèle à la deuxième bissectrice (fig. 4).

L'étude de la solution montre que, pour une valeur finie de ρ :

- la pression intérieure p_o ne peut pas descendre audessous d'une valeur minimale correspondant au point I sur la figure 4. Ce minimum peut être positif ou négatif. Si p_o devenait inférieure à cette valeur minimale, il n'y a plus d'équilibre possible, d'où effondrement brutal de la cavité;
- par contre, la deuxième zone parfaitement plastique sans cohésion peut ou ne peut pas apparaître avant ce phénomène suivant les cas; nous étudierons par la suite le cas où apparaît la deuxième zone plastique.

2.4. La solution dans la zone en plasticité parfaite avec cohésion nulle

On a à résoudre le même système d'équations qu'au paragraphe 2.2. où l'on fait $\sigma_c(\gamma) = 0$.



La solution est alors classique, on trouve :

$$\sigma_{r} = \sigma_{r} \left(x\right) \left(\frac{r}{x}\right)^{2(k_{p}-1)}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_{0}} = \left(\frac{x}{r}\right)^{1+2\beta} - \omega \sigma_{r} \left(x\right) \frac{\left(k_{p}-1\right) \left(2 k_{p}-1\right)}{2 \beta + 2 k_{p}-1}$$

$$\left[1 - \left(\frac{x}{r}\right)^{1+2\beta}\right] \left(\frac{x}{r}\right)^{2(1-k_{p})}$$

Cette solution est acceptable si :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \sigma_r > 0 \\ \lambda(r) \varepsilon [0, \lambda_0] & \text{pour } r \varepsilon [x, y] \\ \lambda(r) > \lambda_0 & \text{pour } r \varepsilon [1, x] \\ \lambda > 0 & \text{pour } r \varepsilon [1, y] \\ 1 < x < y < \rho \end{cases}$$

Les conditions aux limites pour r = x, r = y et r = 1 fournissent les équations suivantes :

$$\begin{cases} a \chi_1 y^{\alpha_1} + b \chi_2 y^{\alpha_2} = 0 \\ a y^{\alpha_1} + b y^{\alpha_2} = \sigma_r (y) + H \\ a \chi_1 x^{\alpha_1} + b \chi_2 x^{\alpha_2} = 1 \\ a x^{\alpha_1} + b x^{\alpha_2} = \sigma_r (x) + H \\ \sigma_r (1) = p_0 \end{cases}$$

La discussion de cette solution montre que, comme dans le cas précédent, la pression intérieure ne peut pas devenir inférieure à un minimum positif ou négatif.

Cette analyse permet de préciser dans le cadre des hypothèses faites, certaines conditions d'instabilité d'une excavation souterraine. Par instabilité, on entend l'effondrement de l'excavation.

Le creusement de l'excavation est simulé en faisant décroître la pression intérieure de la valeur correspondant à l'équilibre initial jusqu'à zéro. Le rôle d'un soutènement éventuel consiste à contrôler la convergence de l'excavation en exerçant une pression positive qui croît avec la convergence qui se produit ultérieurement. Lorsque apparaît une zone plastique sans cohésion, il n'y a pas de stabilité possible sans soutènement; si le massif est de dimensions très grandes vis-à-vis de l'excavation (ρ tendant vers l'infini), une pression de soutènement même très faible est théoriquement suffisante pour assurer la stabilité. En pratique, cela n'a pas de sens car les calculs précédents ont négligé l'influence de la pesanteur. Cette approximation n'est plus acceptable lorsque la zone décomprimée devient importante; lorsque les contraintes principales tendent à devenir égales, l'équation d'équilibre projetée sur la verticale en clé de voûte :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{2 \left(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}\right)}{r} = \rho g$$

montre que le terme de pesanteur devient prépondérant. On ne peut plus négliger le poids propre du matériau rompu au-dessus de la voûte qui sollicite le soutènement. L'existence d'un minimum pour la pression limite dans ce cas a été discutée par Mandel et d'Escatha [7].

Ces résultats sont maintenant bien connus, mais l'analyse ci-dessus fait apparaître un résultat nouveau. Lorsque les dimensions de la cavité ne sont pas négligeables vis-à-vis des dimensions du massif dans lequel elle est creusée (cela n'intéresse pas seulement les tunnels à faible profondeur, mais aussi les excavations creusées dans un horizon plus rigide et de faible épaisseur vis-à-vis du diamètre de la cavité), on peut atteindre sous certaines conditions une instabilité avant que la zone décomprimée ait perdu toute cohésion. Les conditions de soutènement sont dans ce cas plus sévères.

1

6

4

Des essais sont en cours pour mettre en évidence ce phénomène expérimentalement.

BIBLIOGRAPHIE

- EGGER (P.). (1973). Einfluss des Post-Failure-Verhaltens von Fels auf den Tunnelausbau unter besonderer Berücksichtigung des An kerausbau. Veröff. Instit. f. Boden- und Felsmech. univ. Karlsruhe. H. 57.
- [2] HOBBS (D.W.) (1966). A study of the Behavior of a Broken Rock under Triaxial Compression and its Applications to Mine Roadways. *Int. J. Rock Mech. and Min. Sc.*, vol. 3, 1966, pp. 11-43.
- [3] HOEG (K.), PREVOST (J.-H.) (1975). Soil Mechanics and Plasticity Analysis of Strain Softening. *Géotechnique*, vol. 25, nº 2, pp. 279-297.
- [4] HUDSON (J.A.), FAIRHURST (C.), BROWN (T.) (1971). Optimizing the Control of Rock Failure in Servo-controlled Laboratory Tests. *Rock Mechanics*, vol. 3, nº 4.
- [5] JAEGER (J.C.), COOK (N.G.W.) (1969). Fundamentals of Rock Mechanics Methuen and Co Ltd London.
- [6] MANDEL (J.) (1976). Cours de Science des Matériaux. Fasc. II. Plasticité et Poussée des Terres. ENSMP, 1976, pp. 22-24.
- [7] MANDEL (J.), D'ESCATHA (Y.) (1974). Stabilité d'une galerie peu profonde en terrain meuble. Cahier nº 6 du Comité Français de Mécanique des Roches. *Revue de l'Industrie Minérale*.
- [8] NGUYEN (Q.S.), BUI (H.D.) (1974). Sur les matériaux élastoplastiques à écrouissage négatif et positif. *Journal de Mécanique*, vol. 13, nº 2, pp. 321-342.

- [9] NGUYEN MINH (D.), BEREST (P.) (1977). Contraction d'une sphère creuse élastoplastique avec radoucissement. *Journal de Mécanique Appliquée*, vol. 1, n° 1, pp. 35-109.
- [10] PANET (M.) (1976). Stabilité et soutènement des tunnels dans « La Mécanique des Roches appliquée aux Ouvrages du génie civil ». Ch. IX, Ass. Amic. des Anciens Elèves de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. Paris.
- [11] PANET (M.) (1976). Analyse de la stabilité d'un tunnel creusé dans un massif rocheux en tenant compte du comportement après la rupture. *Rock Mechanics*, vol. 8, nº 4, pp. 209-223.
- [12] SALENÇON (J.) (1969). Contraction quasistatique d'une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élastoplastique. Annales des Ponts et Chaussées, vol. 4, pp. 231-236.
- [13] WAWERSICK (W.R.), FAIRHURST (C.) (1970). — A study of Brittle Rock Fracture in Laboratory Compression Experiments. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., vol 7, pp. 561-575.
- [14] NGUYEN MINH (D.), BEREST (P.) (1976). Contraction d'un cylindre creux élastoplastique avec radoucissement. Publication interne ; Laboratoire de Mécanique des Solides. Ecole Polytechnique.
- [15] NGUYEN MINH (D.), BEREST (P.) (1977). Etude en grandes transformations de la contraction et de l'expansion d'un cylindre creux élastoplastique avec radoucissement. Publication interne; Laboratoire de Mécanique des Solides. Ecole Polytechnique.