

approche probabiliste et géostatistique de la notion de porosité fissurale

par

A. Thomas

Tectonophysicien
Chargé de Recherche CNRS
E. N. S. Géologie de Nancy

A. Pineau

Mécanicien des Roches
Assistante à l'ENSG

P. Richard

Ingénieur Physicien
ENSG-INPL

1 Introduction

Tous les modèles traitant du mouvement des fluides dans les milieux poreux et une partie des modèles mécaniques de tels milieux, font référence au paramètre porosité classiquement défini comme le rapport $\ell = U_p/u$ du volume U_p des vides dans un volume u de mesure.

Il est évident que cette définition est insuffisante si la porosité dépend du volume de mesure, comme c'est le cas général pour la porosité fissurale.

Cornet (1) propose une définition de la porosité comme fonction scalaire d'une variable vectorielle et analyse successivement :

- la porosité linéaire;
- la porosité de surface;
- la porosité volumique.

Nous verrons que certains aspects de cette définition peuvent légitimement être repris pour la porosité fissurale, mais que les caractères spécifiques des réseaux de fissures ou fractures vont nous obliger à abandonner certaines hypothèses telles que la stationnarité, ce qui nous amènera à considérer les porosités linéaire, de surface et volumique en un point comme des fonctions de variables régionalisées, ce qui implique d'une part d'associer une probabilité à toute définition de la porosité dans un domaine, d'autre part de caractériser clairement l'interdépendance entre la porosité et les distributions de fissures dans le domaine de mesure.

2 Porosité linéaire

2.1 Définition de F. H. Cornet

Considérant 2 points x et y à l'intérieur d'un volume rocheux, Cornet (1) définit après Scheidegger (5) la porosité linéaire du vecteur $u = x - y$ par :

$$\ell(u, x) = |u_p| \cdot |u|^{-1} \quad (1)$$

où $|u_p|$ est la portion de u appartenant à l'espace poreux.

Si $|u| = 0$

$$\begin{cases} \ell(x, 0) = 0 & \text{si } x \text{ appartient à la matrice solide,} \\ \ell(x, 0) = 1 & \text{si } x \text{ appartient à l'espace poreux.} \end{cases}$$

A partir d'une représentation approchée des variations, quand $|u|$ augmente, de $\ell(x, u)$ pour un point x situé à l'intérieur de la matrice solide, et pour un point x' de l'espace poreux au voisinage de x (fig. 1), il constate que pour des valeurs de u suffisamment grandes, les valeurs de $\ell(x, u)$ et de $\ell(x', u)$ deviennent très proches.

D'où une définition de la porosité linéaire en un point x dans une direction v : (v vecteur unitaire)

$$\ell = \ell(x, u_0)$$

où $u_0 = kv$ est défini comme la valeur de u pour laquelle :

$$\Delta\ell = |\ell(x, u_0) - \ell(x', u_0)| \leq \varepsilon. \quad (2)$$

ε étant choisi avec la précision voulue par l'investigateur.

Nous aborderons le problème fissural avec une approche un peu différente.

2.2 Analyse des hypothèses

La formulation précédente suppose plusieurs hypothèses implicites, en général légitimes pour la porosité matricielle mais qui méritent examen pour la fissuration.

► La première hypothèse est que l'équation (2) que nous écrivons

$$|\Delta\ell| \leq \varepsilon \quad (2')$$

ne comporte qu'une solution.

► La seconde est que la valeur de u_0 fournie par l'équation (2) est indépendante de la position de x .

► La troisième est que la valeur de u_0 ne dépend pas

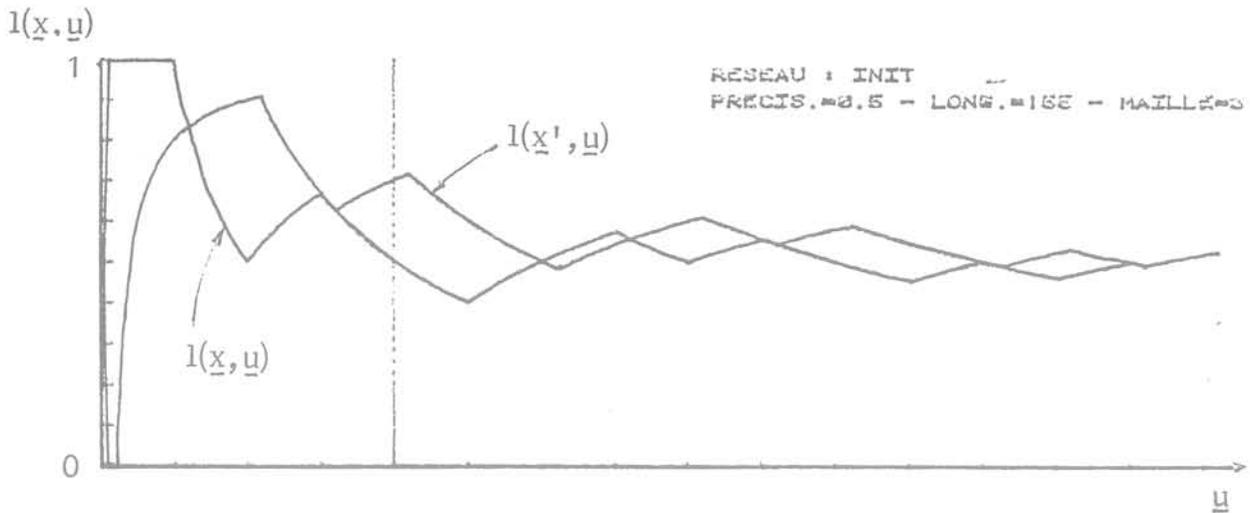


Fig. 1 Variation de $l(x, u)$ en fonction de u

de $\Delta x = |x - x'|$ pourvu que celui-ci soit « suffisamment petit », mais dépend de l'appartenance de x et x' à des milieux différents.

■ On voit sur la figure 1 que l'hypothèse (1) n'est légitime que si l'on raisonne sur une forme lissée de la fonction $l(x, u)$ ou sur une courbe-enveloppe. Elle est illégitime pour la courbe réelle.

■ L'hypothèse (2) en sous-tend une autre qui est la stationnarité de la distribution des « vides » dans le champ d'investigation.

■ L'hypothèse (3) est à rejeter si l'on ne postule pas que Δx est très petit par rapport à un pore. La figure 2, montre que :

- indépendamment des appartenances respectives de x et x' à la matrice et aux vides, $\Delta \ell$ varie largement avec Δx (courbes 3.4.5.);
- cette variation n'est amplifiée qu'au voisinage de l'origine de u si x et x' sont dans des milieux différents (courbes 3 et 4 ou 1 et 2).

Nous reformulerons donc la définition de la porosité linéaire en tenant compte des remarques faites précédemment.

Pour la porosité fissurale, il nous paraît essentiel de tenir compte de l'importante « instabilité » initiale liée à la valeur de Δx , et d'autre part d'envisager le problème des distributions non stationnaires.

Pour cela, il est plus facile de considérer $\ell(x, u)$ comme le produit :

- de la fonction continue dérivable $f(u) = |u|^{-1}$;
- d'une fonction $Up(x, u)$ continue dérivable, mais dont la dérivée est un processus aléatoire discontinu (fig. 3).

La fonction $Up(x, u)$ est parfaitement définie par la donnée de cette dérivée :

$$|\delta Up| = d |Up| / d |u|. \quad (3)$$

$|\delta Up|$ est une épreuve d'un processus aléatoire classique (fig. 3) prenant la valeur 0 et 1 par saut à des instants ou abscisses aléatoires : nous la désignerons par « densité de vides fissuraux ».

Ceci posé, la porosité linéaire s'écrit donc :

$$\ell(x, u) = \frac{1}{|u|} \int_0^u |\delta Up| du \quad (4)$$

et cette intégrale est définie pour chaque épreuve de la fonction aléatoire Up_x . Puisque ce n'est autre que la moyenne sur u de la densité de vides fissuraux δUp_x , au voisinage de l'origine x .

Puisqu'il s'agit d'une variable aléatoire exprimée sur un support spatial, δUp peut être considéré comme une variable régionalisée dont $\ell(x, u)$ mesurée sur u représente un estimateur δUp_x de la moyenne réelle δUp_x supposée stationnaire dans le domaine de mesure « linéaire » u , au voisinage de x .

Rappelons que la stationnarité d'ordre 2, hypothèse de la géostatistique minière, suppose les 2 premiers moments invariants par translation sur l'espace de définition, en l'occurrence :

$$\begin{aligned} E[\delta Up(u)] &= m \\ E[\delta Up(u+h) - \delta Up(u)]^2 &= 2\gamma(h). \end{aligned} \quad (5)$$

Notre problème est de choisir un vecteur u_0 appartenant au domaine stationnaire u tel que l'estimateur $\delta Up_x(u_0) = \ell(x, u_0)$ représente une estimation satisfaisante de la porosité cherchée δUp .

$2\gamma(h)$ représente la variance d'estimation de $\delta Up(u_0 + h)$ par $\delta Up(u_0)$. Il est clair que la moyenne m dépend de la longueur u_0 que laquelle elle est calculée et du choix de l'origine pour un u_0 donné. En revanche la variance d'estimation ne dépend que de u_0 si δUp est stationnaire.

On ne peut donc caractériser la variance de la porosité qu'en fonction d'un segment u_0 et le choix de ce segment doit être tel que l'estimation $\ell(x, u_0) = \delta Up(u_0)$ ne dépende pas, à un seuil de probabilité donné, du choix de x dans le champ de mesure.

2.3 Variations liées au choix de l'origine. Détermination d'un seuil

Essayons d'abord de faire la part des variations liées au choix de l'origine dans un réseau supposé stationnaire ou pas. Il s'agit donc d'apprécier la valeur au voisinage de l'origine de la quantité :

$$\Delta \ell(x, x', u) = |\ell(x, u) - \ell(x', u)|$$

lorsque x et x' , restant voisins, se situent l'un dans un pore, l'autre dans un pont.

Cette fonction a été représentée sur la figure 4 pour différents doublets (x_s, x_1) de la figure 2 a.



Fig. 2a

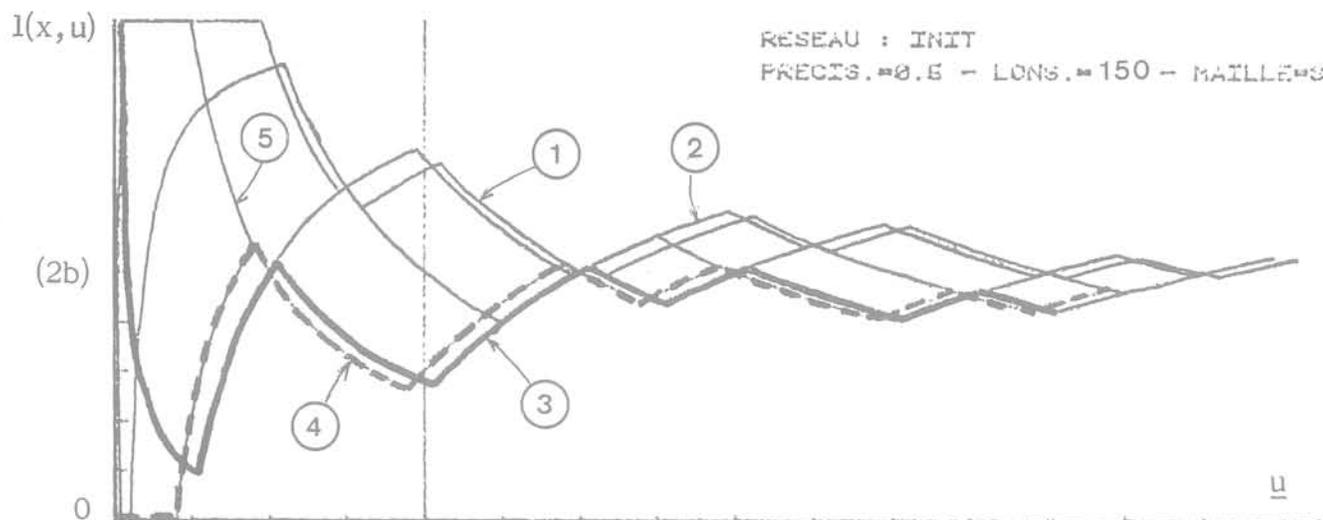


Fig. 2b variations de $l(x, u)$ pour différentes positions dans le réseau de la figure 2a (ramenées à une origine commune)

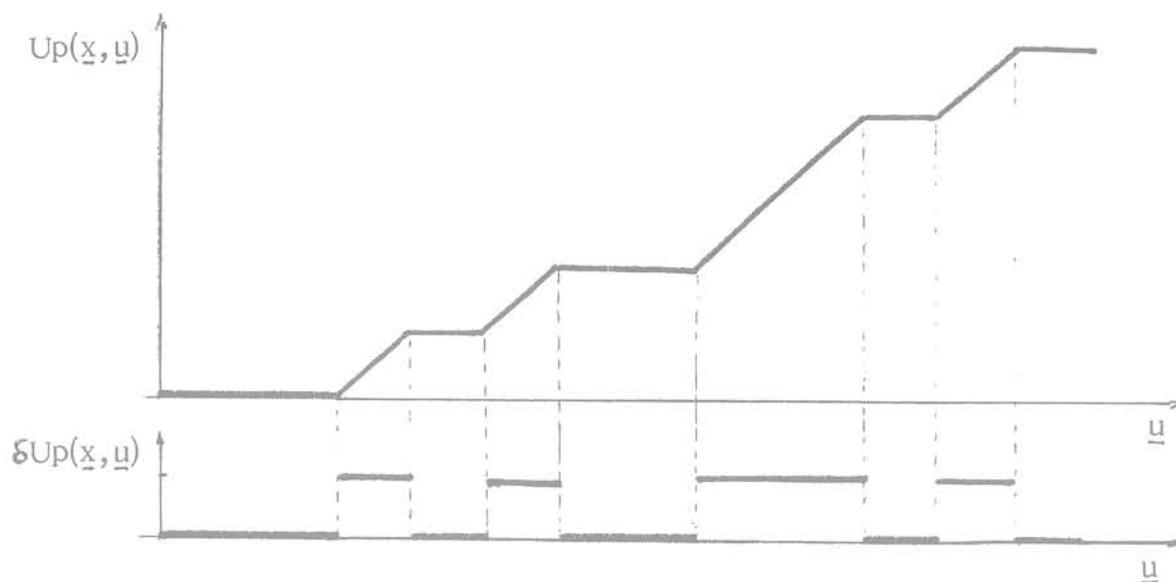


Fig. 3 Fonctions $U_p(x, u)$ et $\delta U_p(x, u)$

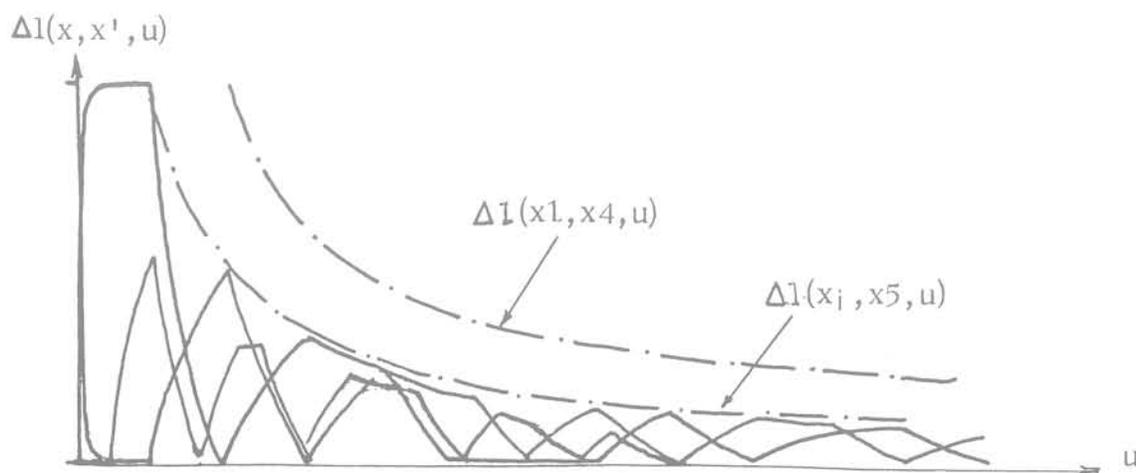


Fig. 4 Variation de $\Delta l(x, x', u)$ pour différents couples (x, x')

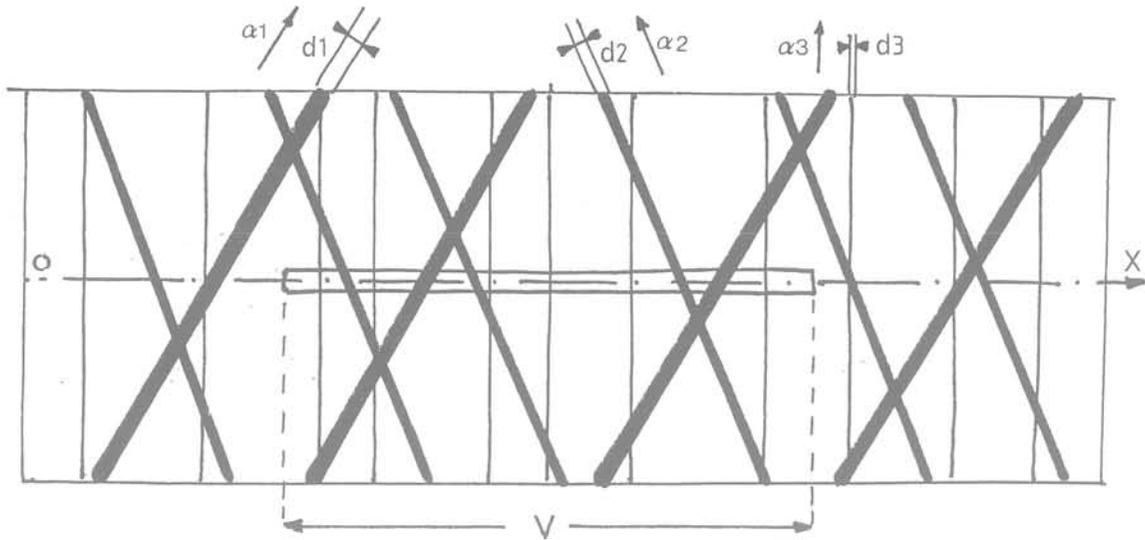


Fig. 5 Schéma de fracturation sur lequel est effectuée la mesure de porosité linéaire

Il est bien clair que $\Delta\ell$ est limité supérieurement par la courbe enveloppe $\Delta\ell(x, x', u)$ définie par :

$$\Delta\ell(x, x', u) = |x - x'| \cdot |u|^{-1}. \quad (6)$$

Si l'on admet que x est choisi au hasard dans le champ d'investigation, entre x' et un point x'' de son voisinage dans le milieu différent contigu dans la direction de u , $\Delta\ell$ est borné supérieurement par la courbe :

$$\Delta\ell \text{Max}(x', x'', u) = \text{Max}|x' - x''| \cdot |u|^{-1} \quad (7)$$

où $\text{Max}|x' - x''|$ représente la dimension du plus grand pore ou du plus grand pont sur l'espace accessible au vecteur $|x' - x''|$.

Supposons donc que dans un champ V , on veuille échantillonner la porosité sur des segments de longueur u implantés au hasard. Le choix d'un seuil de variation nécessite la connaissance de la borne supérieure $\Delta\ell \text{Max}$ déterminée par le plus grand pore ou le plus grand pont qui n'est pas nécessairement pris en compte par l'échantillonnage.

Supposons que nous possédons, dans un plan (C) incluant le champ de mesure V et grand par rapport à lui une statistique ayant permis de dégager 3 familles f_i de fractures linéaires d'orientations respectivement $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, par rapport à un axe repère d'épaisseur d_1, d_2, d_3 , distribuées chacune selon un processus Poissonnien de densité $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ connue.

2.3.1 Détermination du plus grand pore en probabilité

On sait calculer les probabilités des intersections de ce réseau avec le champ de mesure linéaire V .

Les probabilités pour que V soit recoupé par un nombre $n = N$ de fractures sont pour chaque famille i :

$$P_i(n = N) = \frac{(\lambda_i V)^n e^{-\lambda_i V}}{n!} \text{ avec } \lambda_i = \lambda_i \sin \alpha_i \quad (8)$$

le support de V étant pris comme axe origine.

Les probabilités pour que V soit recoupé au moins par une fracture sont pour chaque famille :

$$P_i(n \geq 1) = 1 - P_i(n = 0)$$

donc : $P_i(n \geq 1) = 1 - e^{-\lambda_i V}$ (9)

La largeur du pore correspondant est $D_i = d_i / \sin \alpha_i$ si l'on prend le support de V comme axe origine.

Ainsi à l'ensemble des 3 familles de segments intersectés par V , peut-on associer la loi de probabilité discontinue de la figure 6.

A un seuil de probabilité donné, on peut donc déterminer le plus grand pore probable dans V : dans l'exemple précédent au seuil de 90 % le plus grand pore probable a la dimension D_1 , au seuil de 75 % le plus grand a la dimension D_2 .

2.3.2 Détermination du plus grand pont en probabilité

On peut disposer d'une statistique sur les intervalles ou user des relations probabilistes simples existant entre la distribution des intervalles et celle des fractures pour chaque famille.

La figure 7 montre en coordonnées gausso-logarithmiques un exemple de 3 lois de distribution pour les intervalles relatifs aux 3 familles f_1, f_2, f_3 .

La probabilité globale $P(D)$ d'un intervalle de dimension $D \geq d_0$ donnée est la convolution des probabilités $P_1(D), P_2(D), P_3(D)$. C'est une loi continue.

La probabilité du plus grand pore ou du plus grand pont est alors représentée par la courbe $P(D)$ de la figure 8. Dans notre exemple :

- au seuil de 90 % le plus grand élément probable est un pont de dimension $D = D_{\text{max}}(90)$;
- au seuil de 50 % le plus grand élément est un pore de dimension $D = D_{\text{max}}(50)$.

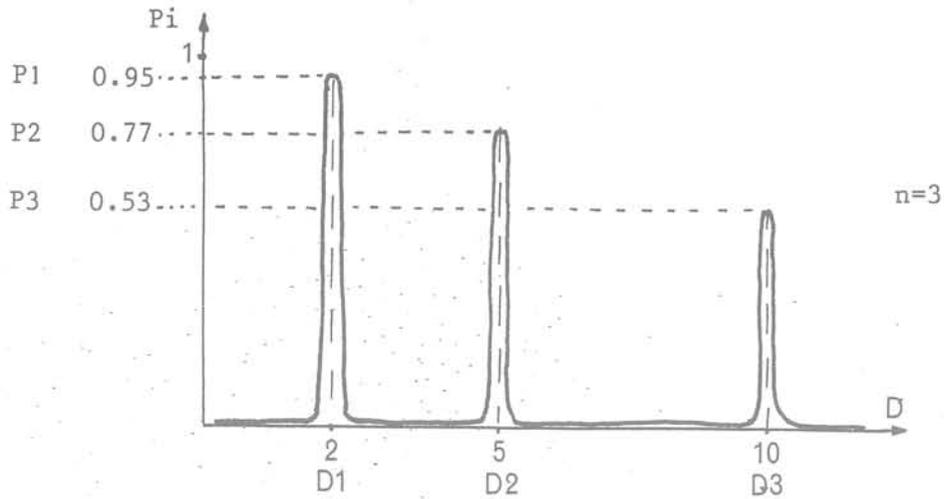


Fig. 6 Loi de probabilité discontinue $P_i (n \geq 1) = f(D_i)$ $\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = 0.5$ $\lambda_3 = 0.25$

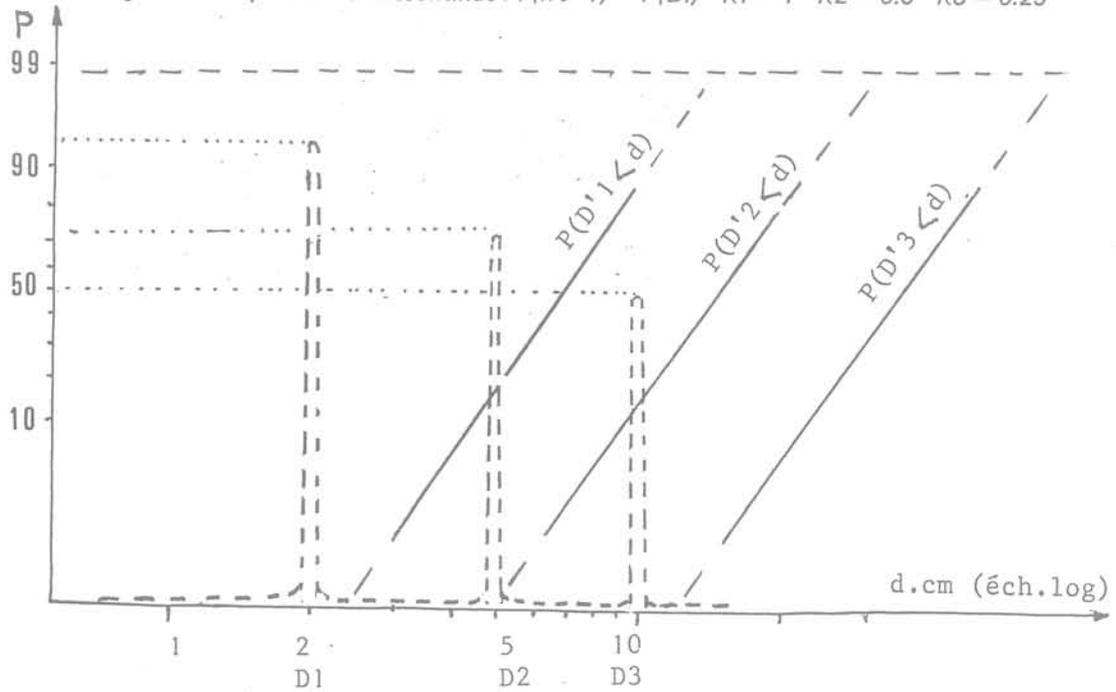


Fig. 7 Distribution des intervalles ou «ponts» pour f_1, f_2, f_3

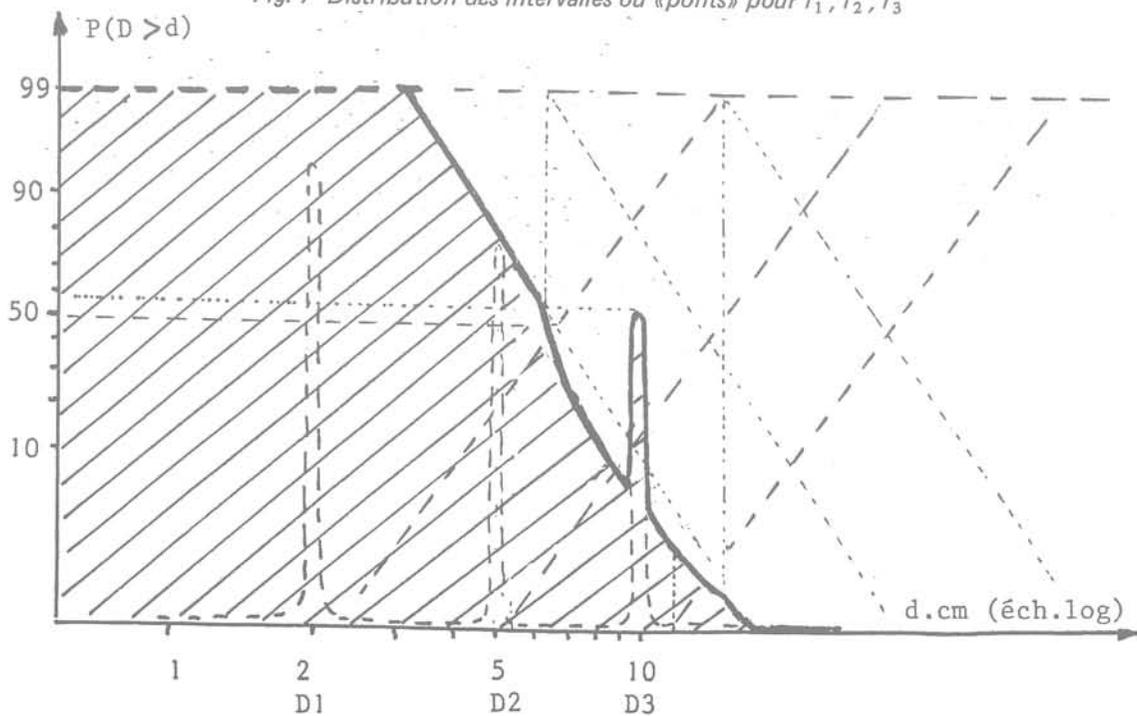


Fig. 8 Probabilité du plus grand pore ou du plus grand pont

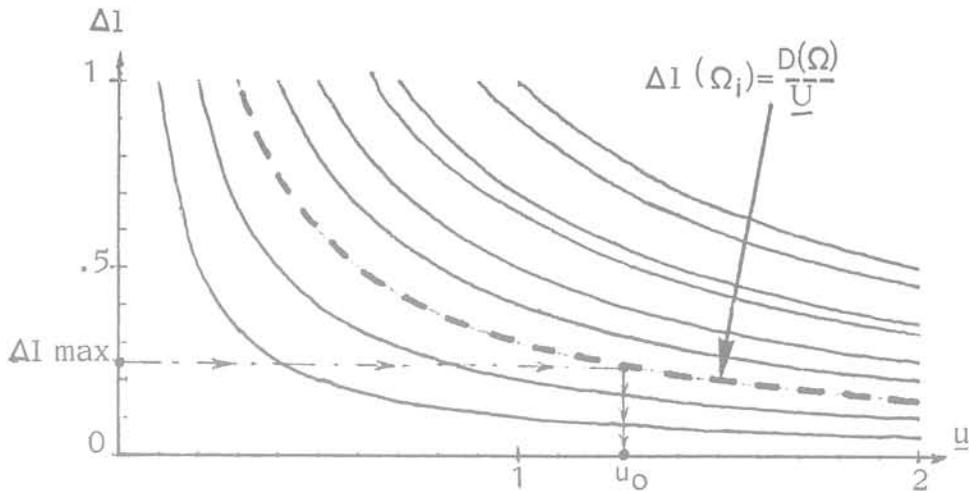


Fig. 9 Détermination de la longueur minimale u_0

2.3.3 Détermination du seuil u_0

Nous savons donc que $\Delta l(x, u)$ est bornée supérieurement sur V au seuil de $\Omega = 90\%$ par exemple, par la courbe :

$$\Delta l_{\Omega}(x, u) = \frac{D_{\max}(\Omega)}{u} \quad (10)$$

Le choix d'un écart maximum Δl_{\max} sur la porosité donne, à ce seuil de probabilité, la valeur minimale u_0 sur laquelle doit être effectuée une mesure avec une origine prise au hasard sur V pour que l'écart sur la porosité lié au choix de l'origine soit inférieur ou égal à Δl_{\max} (fig. 9).

2.4 Définition de la porosité

La porosité échantillonnée au point x de V sera dans ces conditions le rapport

$$\ell_{\Omega}(x, u) = |u_p| \cdot |u_0|^{-1}$$

associé à la probabilité Ω et à l'erreur admissible Δl_{\max} .

Il est bien clair que la porosité ainsi définie est une fonction de Ω et Δl_{\max} mais n'est plus fonction de x si elle est stationnaire sur V . Il faudrait écrire :

$$\ell[u(\Omega, \Delta l_{\max})] = u_p / u_0(\Omega, \Delta l_{\max}) \quad (11)$$

Essayons de préciser la valeur de cette estimation ponctuelle de la porosité lorsque l'on se déplace dans le champ V .

La figure 10 montre l'ensemble, ramené à la même origine, des courbes de porosité obtenues sur le réseau figuré (YY 750) de 7,50 m en échantillonnant tous les 40 cm sur une longueur minimum u_0 , en direction horizontale sur un banc de calcaire Bajocien des environs de Nancy.

u_0 a été déterminé à partir du plus grand pore réel ($\Omega = 1$) observé sur V : $D_{\max} = 21$ cm pour une variation admissible de 0,1 sur la porosité :

$$u_0(1, 0.1) = \frac{D_{\max}}{\Delta l_{\max}} = \frac{21}{.1} = 210 \text{ cm.}$$

L'échantillonnage de la porosité telle que nous l'avons défini est donc représenté par l'intersection des courbes avec la droites $u = u_0$.

Cet échantillon nous donne une certaine dispersion de la porosité. Notre problème est maintenant d'analyser la variance de cette dispersion dans le champ de mesure. Nous utiliserons pour cela la variance d'estimation de $\ell(x+h, u_0)$ par $\ell(x, u_0)$ lorsque x se

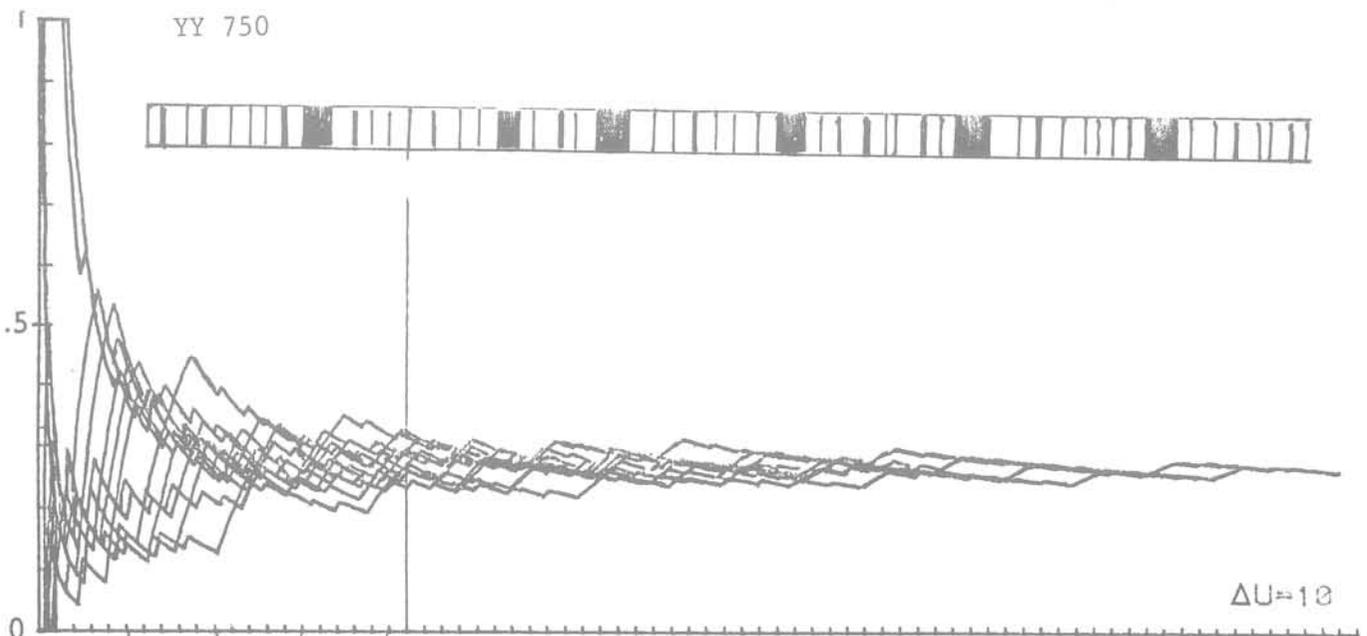


Fig. 10 Diagrammes de porosité d'un réseau gigogne à 2 familles

déplace dans le champ, c'est-à-dire le variogramme, outil géostatistique qui nous permettra de tester la stationnarité et de déterminer à chaque échelle d'analyse la maille optimale d'échantillonnage de la porosité $l(u_0)$ qui minimise la variance d'estimation.

2.5 Analyse de la variance. Test de stationnarité

Les deux outils classiques de cette analyse sont :

$\sigma^2 = E[\ell(x+h) - \ell(x)]^2$ variance d'extension ou variogramme

ou $C(h) = \frac{1}{2} \sigma^2$ fonction intrinsèque ou demi-variogramme

$C(h) = E[\ell(x+h) \cdot \ell(x)] - m^2$ covariance centrée. Pour nous affranchir du biais lié à l'estimation simultanée de l'espérance m et de la covariance non centrée, nous avons préféré comme il est d'usage en géostatistique, user du variogramme.

On se reportera à Serra (2.3.4) pour la compréhension de ce remarquable outil structural. Nous nous contenterons ici de rappeler :

que le comportement à l'origine caractérise les propriétés de continuité de la variable régionalisée (fig. 10) :

- comportement parabolique : variable à haute continuité (10a);
 - comportement linéaire : régionalisations continues en moyenne;
 - effet de « pépète » : indiquant une régionalisation par une structure d'échelle inférieure à l'échelle d'analyse (10c);
 - variable purement aléatoire : variance indépendante de l'espace (10d);
- que le comportement à « l'infini » caractérise les « transitions » dans la régionalisation (fig. 11) :

- palier structural au-delà d'une « portée » p (fig. 12a) qui caractérise un phénomène stationnaire au-delà de cette portée (12b);
- structures gigognes caractérisées par l'existence de plusieurs paliers définissant chacun une échelle où le phénomène est stationnaire.

Notre propos n'est pas ici d'étudier des régionalisations précises de porosité mais de montrer l'intérêt du variogramme pour la définition de la porosité dans un champ V , et ceci que quelques exemples tirés d'une analyse de fracturation sur un front de taille du Bajocien Moyen à Nancy (France), analyse automatique effectuée selon une méthode originale de A. Thomas (6).

2.5.1 Influence de u_0 sur la variance

Les figures 13 A, B, C et D représentent respectivement les variogrammes du réseau YY 750 correspondant à 4 valeurs de la tolérance ΔL_{\max} et donc 4 valeurs de u_0 pour un échantillonnage à maille 10 cm.

L'amplitude C de la variance varie fortement avec ΔL_{\max} (ou u_0) comme le montrent les valeurs de C_{\max} dans le tableau suivant :

	A	B	C	D
ΔL_{\max}	0,05	0,1	0,2	0,5
U_0 (cm)	420	210	105	42
$C_{\max} \times 10^4$	16	48	242	1468

Pour analyser cette variation, nous avons reporté sur la figure 14, sur un même graphique les fonctions :

$\text{Log } C = f(h)$ pour les 4 valeurs de ΔL_{\max} (ou u_0).

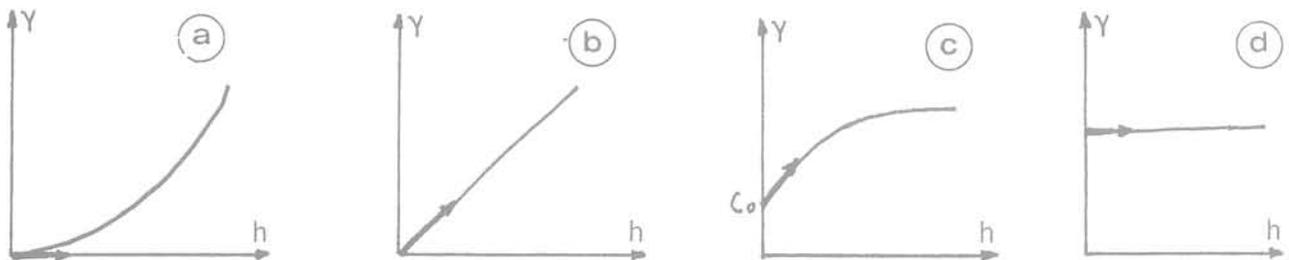


Fig. 11 Comportement à l'origine du variogramme (d'après SERRA)

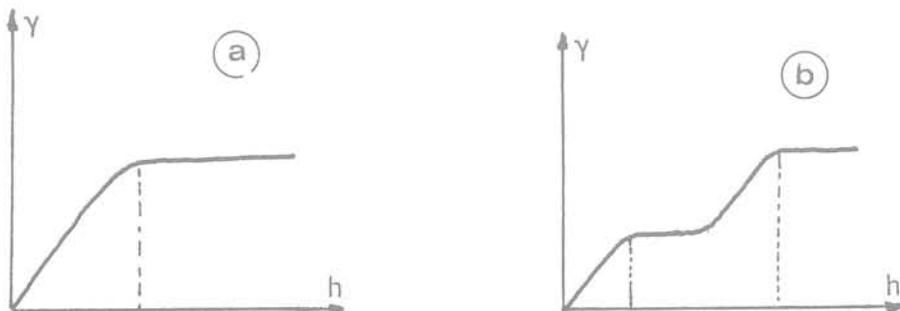
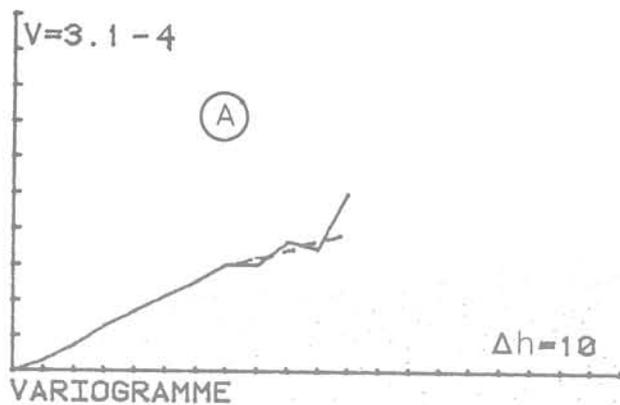
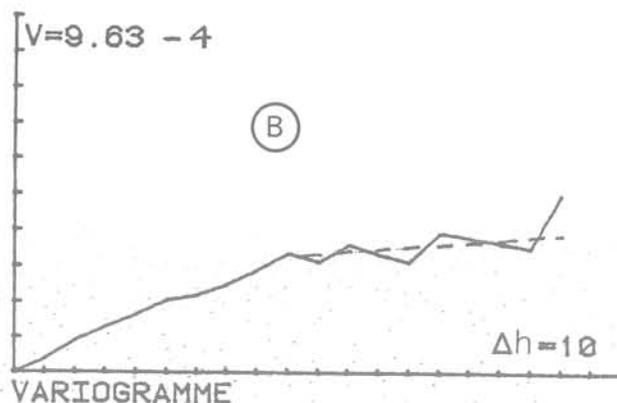


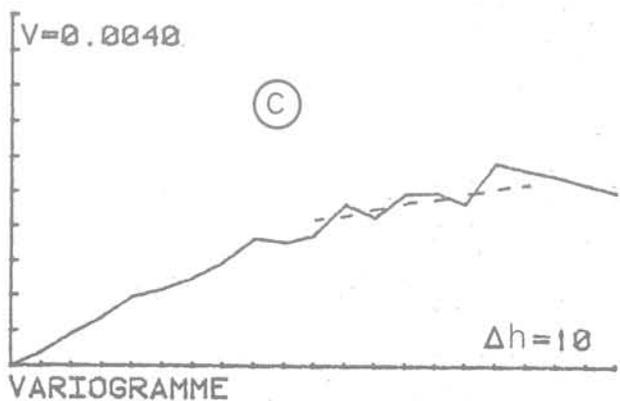
Fig. 12 Comportement à l'infini du variogramme (d'après SERRA)



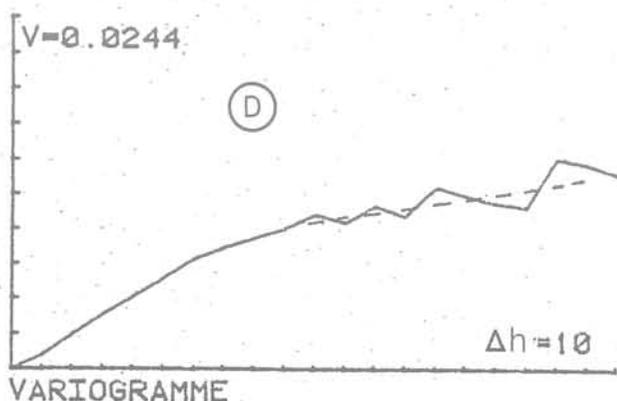
$\Delta L_{\max} = 0.05$ - MAILLE=10



$\Delta L_{\max} = 0.1$ - MAILLE=10



$\Delta L_{\max} = 0.2$ - MAILLE=10



$\Delta L_{\max} = 0.5$ - MAILLE=10

Fig. 13 A, B, C, D : variogrammes du réseau YY750 à maille 100 cm

Si nous utilisons la figure 14 pour construire la fonction $\log C = g(\Delta \ell)$ pour $h = 190, 110, 40$ par exemple, on obtient les courbes de la figure 15 qui montrent que pour $\Delta \ell < 0,2$, c'est-à-dire tant que $u_0 > 105$, la variation de $\log C$ avec $\Delta \ell$ est quasi linéaire. Cette loi varie avec h pour les faibles valeurs de h et se stabilise au voisinage de $h = 100$.

Ceci signifie qu'une maille d'échantillonnage comprise entre 100 et 200 permet d'accéder à une porosité quasi stationnaire sur le champ, dont la variance ne dépend que de u_0 et de façon univoque. Fixer u_0 à partir de ΔL_{\max} et d'une probabilité revient donc à fixer un seuil de variance à cette maille.

2.6 Analyse structurale

Essayons de préciser les caractères structuraux du réseau déductible des variogrammes lorsque varie la maille de réalisation de ces variogrammes.

On notera d'abord que, abstraction faite de l'amplitude C et donc à une affinité près, les caractères du variogramme ne varient pratiquement pas avec u_0 .

En revanche, on constate en comparant respectivement les figures 13A-16B et 13C-16B que l'information structurale varie avec la maille du variogramme. En particulier :

- les mailles 10 cm et 20 cm font apparaître une structure de dimension voisine de 80 cm matérialisée par un palier sensiblement stationnaire jusqu'à 200 cm (limite d'investigation). Cette structure

correspond manifestement à la famille de grosses fractures.

A une maille d'échantillonnage inférieure à 80 cm, cette structure échappe à l'investigateur comme le montre la partie quasi linéaire des courbes au voisinage de l'origine. Un léger « effet de pépite » laisse prévoir une structure d'ordre inférieur.

La figure 16 à maille 5 cm dégage en fait une double structure de dimension inférieure à 80 cm correspondant respectivement à des portées de 5 à 10 cm et de 25 à 30 cm qui doivent représenter les 2 générations de fissures les plus fines observables sur le réseau. L'amorce du palier à 80 cm y est visible également.

Ce variogramme met donc bien en évidence la structure gigogne de ce réseau sur lequel apparaît clairement qu'il existe plusieurs définitions possibles de la porosité, chacune correspondant à un domaine de stationnarité de la fonction $\ell(x, u)$.

Il y a donc 3 échelles d'échantillonnage pour lesquelles on peut définir une porosité stationnaire dans le champ V :

- maille d'échantillonnage de 5 à 20 cm;
- maille d'échantillonnage de 30 à 50 cm;
- maille d'échantillonnage de 80 à 200 cm.

Le principe d'économie conduisant à choisir la plus grande maille à chaque échelle, les mailles optimales seront 20, 50 et 200 cm selon que l'on désire voir la « carte de porosité » prendre en compte l'une ou l'autre de ces structures.

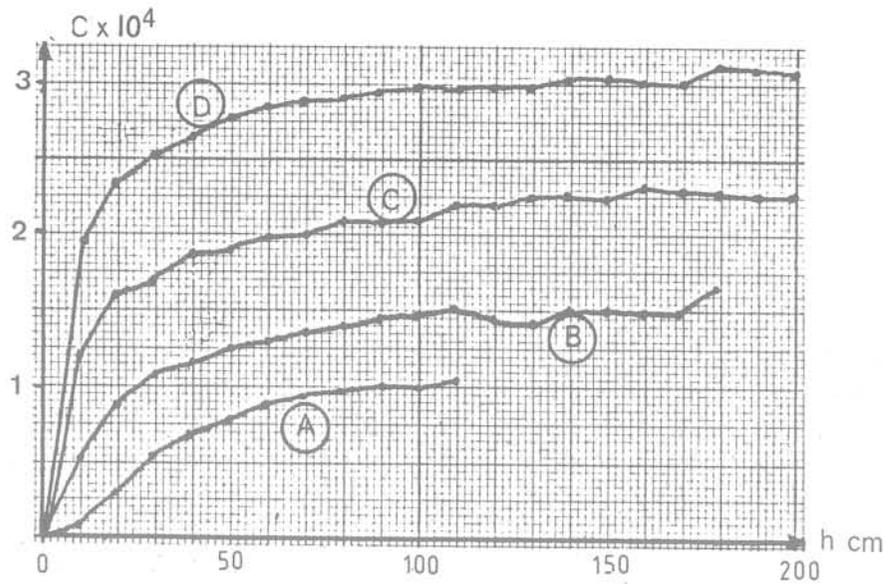


Fig. 14 Amplitude de la variance avec le pas «h» pour différentes valeurs de Δl_{max}

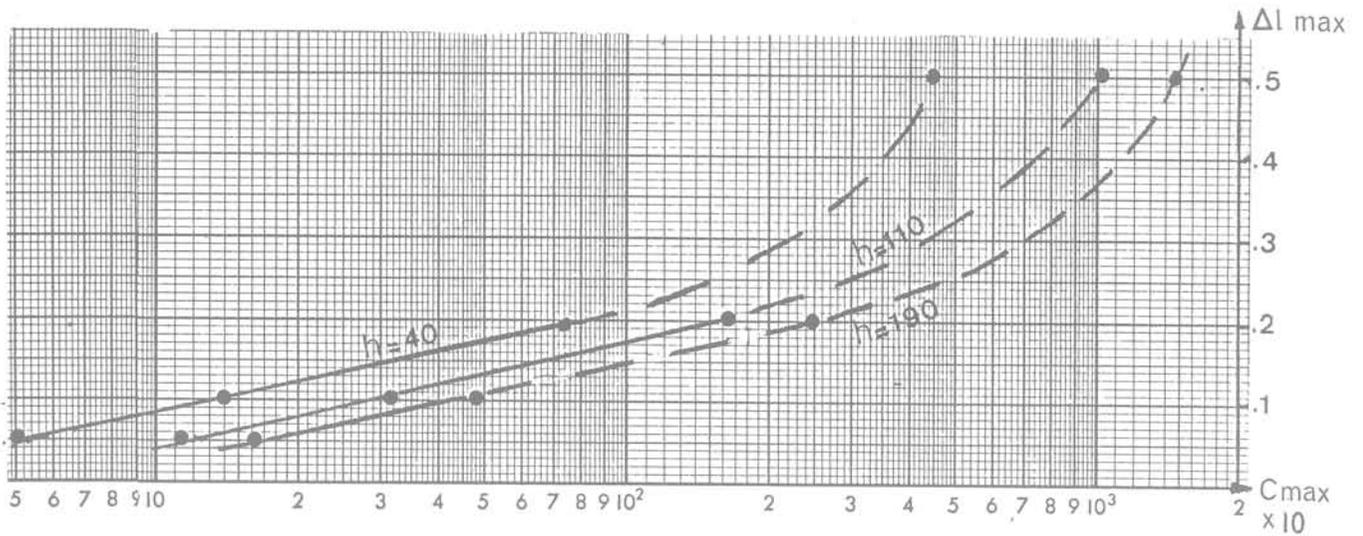


Fig. 15 Variation de l'amplitude C_{max} avec L_{max} pour quelques valeurs de «h»

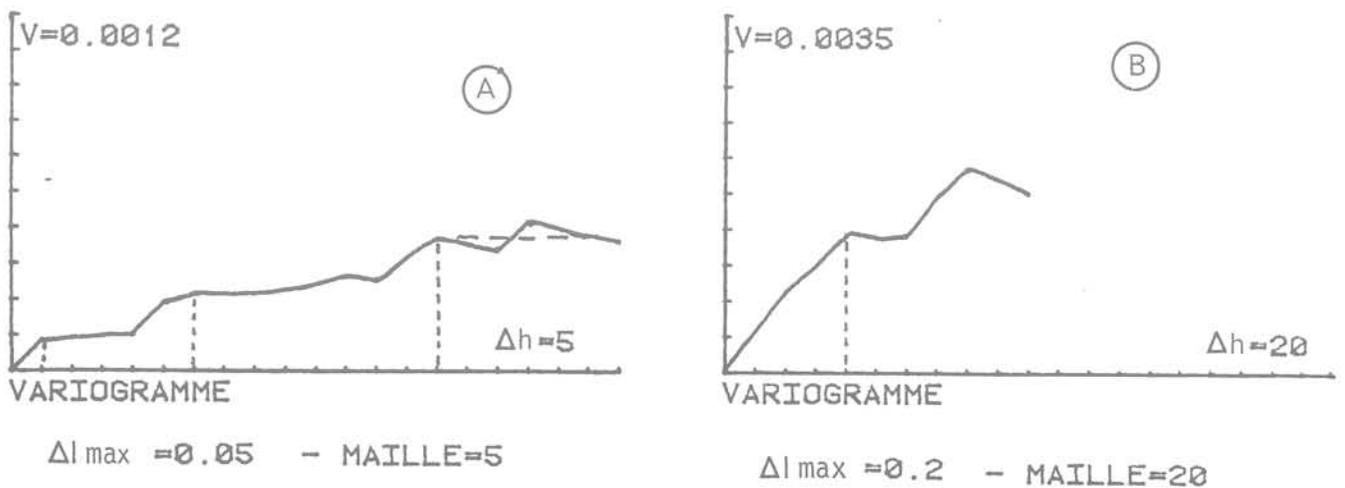


Fig. 16 Variogrammes du réseau YY750 aux mailles 5 et 20

3 Porosité de surface et porosité de volume

Notre définition de la porosité fissurale linéaire ne diffère de la définition de F. H. Cornet que par la définition de la longueur de mesure u_0 et l'introduction de la notion géostatistique de maille de mesure optimale.

Elle ne modifie pratiquement pas la formulation utilisée par Cornet.

3.1 Porosité de surface

$$f = f(\Omega, \Delta\ell, a_0n) = \frac{a_0^2}{a_0} \quad (12)$$

qui s'exprime en fonction de la porosité linéaire par :

$$f(\Omega, \Delta\ell, a_0n) = \int_0^{2\pi} \frac{\ell(\Omega, \Delta\ell, u_0) \cdot |u_0|^2 d\theta}{\int_0^{2\pi} |u_0|^2 d\theta} \quad (13)$$

où n est le vecteur unitaire normal à la surface plane d'aire a_0 .

En vertu de ce qui a été exposé u_0 ne dépend pas de x en régime stationnaire mais dépend de θ sauf en cas d'isotropie (fig. 17A).

3.2 Porosité de volume

La définition de Cornet s'écrit

$$n(\Omega, \Delta\ell) = V_0^2/V_0$$

où :

$$V_0 = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{u_0} |u|^2 \sin \theta |du| \quad (15)$$

$$V_0^p = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{u_0} 1(\Omega, \Delta\ell, u_0) |u|^2 \sin \theta |du| \quad (6)$$

En coordonnées sphériques, u_0 dépend alors de φ et θ mais pas de x en régime stationnaire (fig. 17B).

Notons que les calculs dans le plan et dans l'espace sont très simplifiés s'il existe un nombre limité de familles de fractures pour lesquelles on peut définir indépendamment les porosités normales partielles.

Par exemple, dans le plan, si l'on individualise les k porosités normales $\ell_i(u_{oi})$ de k familles (à partir d'une statistique sur leurs densités respectives) la valeur de $\ell_i(u)$ ne change pas avec l'angle θ si l'on fait subir à u_{oi} la transformation :

$$u_{oi}' = u_{oi} \cos \theta_i \text{ dans le plan}$$

$$u_{oi}' = u_{oi} \cos \theta_i \cos \Phi_i \text{ dans l'espace.}$$

La porosité plane ou volumique s'écrit alors :

$$f(\Omega, \Delta\ell) = \sum_{i=1}^{i=k} \ell(\Omega, \Delta\ell, u_{oi}') \quad (17)$$

$\ell(\Omega, \Delta\ell, u_{oi}')$ étant la porosité linéaire mesurée dans une direction quelconque recoupant les k familles de fractures.

Dans chaque cas, u_{oi} est défini par un ensemble de k vecteur u_{oi} .

L'analyse de la variance de la porosité plane ou spatiale nécessite dans le cas général une « montée sous puissance » qui n'est pas simple sauf dans le cas précédent d'un nombre fini de familles où son expression devient :

$$\gamma(h') = \sum_{i=1}^{i=k} \gamma_i(h') - \sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=k} C_{ij}(h') \quad (18)$$

h' étant défini par :

$$h' = h/\cos \theta_i \text{ dans le plan}$$

$$h' = h/\cos \theta_i \cos \Phi \text{ dans l'espace}$$

$C_{ij}(h')$ étant la covariance $\ell(x, u_{oi}')$ avec $\ell(x, u_{oj}')$.

4 Conclusion

La porosité fissurale doit être analysée comme fonction d'une variable régionalisée vectorielle.

Elle peut être définie en probabilité dans un domaine stationnaire et peut alors prendre des valeurs différentes dans un même champ s'il y existe des structures définissant plusieurs domaines stationnaires en fonction de l'échelle d'investigation.

Cependant, nous avons dans ce qui précède considéré toute fracture comme un vide, ce qui n'est évidemment pas le cas général. La détermination de l'épaisseur moyenne des fractures n'est pas non plus un problème simple. Si l'on utilise une analyse de fracturation pour accéder à la porosité, il convient donc en général d'affecter à la porosité « théorique » de fissure un coefficient traduisant statistiquement le taux de remplissage de chaque famille de fissures. Un autre coefficient doit rendre compte des divergences entre porosité « optique » et porosité effective.

Mais il reste vrai que l'on pourra difficilement dans l'avenir concevoir des modèles sérieux en mécanique des roches et hydraulique des milieux fissurés sans aborder de front la caractérisation structurale du champ de porosité. Le développement efficace des méthodes numériques dans ces problèmes passe par cette analyse.

On notera, en outre, que s'il existe une relation entre la perméabilité des familles de fractures et leur orientation, l'analyse peut déboucher sur une régionalisation du tenseur de perméabilité.

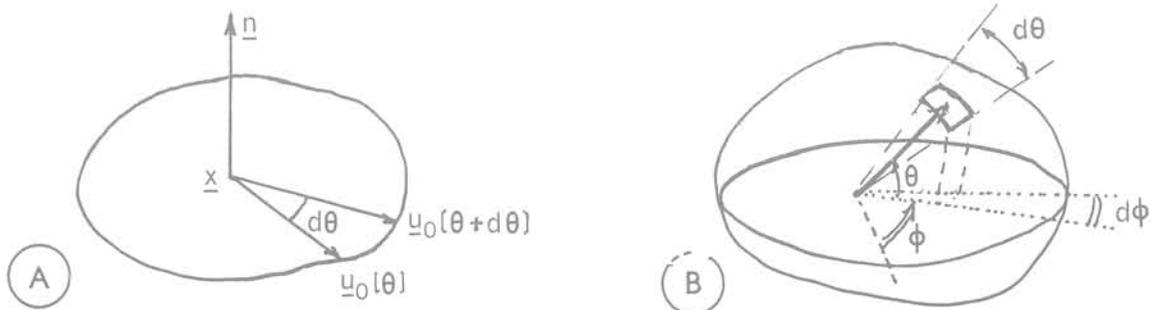


Fig. 17 Variation de $u_0(\theta)$ dans le plan, de $u_0(\varphi, \theta)$ dans l'espace

Références bibliographiques

1 Cornet F.H. (1977) - « Étude du comportement élastique et fragile des roches saturées par un liquide. » *Revue Fr. de Géotechnique* n° 2; pp. 91-100.

2 Maas A., Matheron G., Serra J. (1967) - « Morphologie mathématique et granulométries en place. » *Annales des Mines*; Nov. Déc. 1967; vol. XI, pp. 735-753.

3 Serra (1967) - « Un critère nouveau de découverte de structures : le variogramme. » *Sc. de la Terre*; Tome XII, n° 4, pp. 275-299.

4 Serra J. (1968) - « Les structures gigognes : morphologie mathématique et interprétation métallogénique. » *Mineral Deposita* (Berlin); Vol. 3, pp. 135-154.

5 Scheidegger A.E. (1964) - « The physics of flow through porous media. » Revised Edition, The MacMillan comp; New York.

6 Thomas A., Therme P., Richard P. (1981) - « A new method for quick measuring and computing parameters of rock jointing. » *C.r. 22° US symposium of Rock Mechanics*. Juin 1981. M.I.T. Cambridge, USA.

