

propagation des vibrations dues au trafic routier

par

D. Le Houedec

E. N. S. M., Nantes

RESUME - La méthode de calcul présentée conduit à la détermination analytique des composantes verticale et horizontale du déplacement d'un point de la surface d'un massif semi-infini, homogène, isotrope, élastique lorsque celui-ci est soumis à l'action d'un chargement uniformément réparti sur une bande schématisant une voie de circulation routière. Les solutions déduites de cette étude tiennent compte des contributions de l'onde superficielle R et des ondes de volume P et S. Les résultats appliqués aux cas de massifs sableux et argileux permettent de justifier des mesures expérimentales relevées in-situ et mettent en lumière d'une part l'insuffisance de la théorie selon laquelle l'influence de l'onde R est toujours prépondérante et d'autre part le domaine de validité pour lequel la contribution des ondes de volume peut être effectivement négligée.

INTRODUCTION

Les vibrations mécaniques comme les bruits, la pollution atmosphérique... font partie des désagréments conséquence de l'accroissement important de la densité du trafic routier. D'un autre côté, le sol a une double fonction : d'une part comme support de la chaussée et d'autre part comme milieu de propagation des vibrations. En site urbain, les sollicitations transmises aux édifices longeant des voies de circulation à fort trafic lourd peuvent atteindre des valeurs appréciables dont la répétition occasionne des dommages à la structure (fissuration de cloisons par exemple). Dans de précédentes études, (BOCQUENET et LE HOUEDEC (1979)) nous avons déjà analysé le comportement dynamique d'un ensemble chaussée-fondation soumis à un chargement dont les caractéristiques sont déduites de celles des véhicules et du profil de la chaussée. Les résultats obtenus montrent que le module de réaction de la fondation constitue le facteur le plus influent sur l'amplitude des efforts transmis au sol ; par contre, la vitesse du véhicule et la longueur d'onde du profil jouent un rôle nettement moins important.

La connaissance des sollicitations agissant sur les fondations des bâtiments nécessite l'analyse des phénomènes de propagation dans le sol des ébranlements dus au trafic routier. En fait, des études expérimentales nous ont déjà informés sur l'aptitude de certains sols à transmettre les vibrations.

Ainsi, nous admettons généralement que les amplitudes sont plus importantes dans les argiles que dans les sables ou les schistes décomposés. Par contre, pour certaines conditions de fréquences d'excitation ou de distances source-point de réponse, la règle précédente peut être infirmée comme le montrent les figures 1 et 2 suivantes.

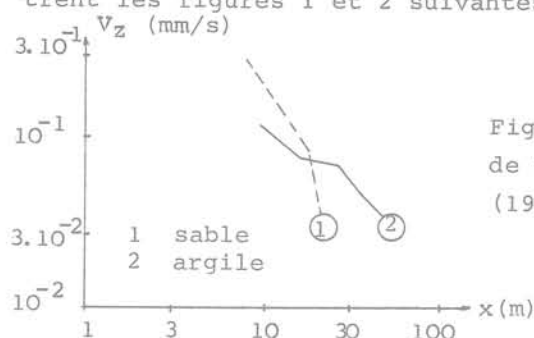
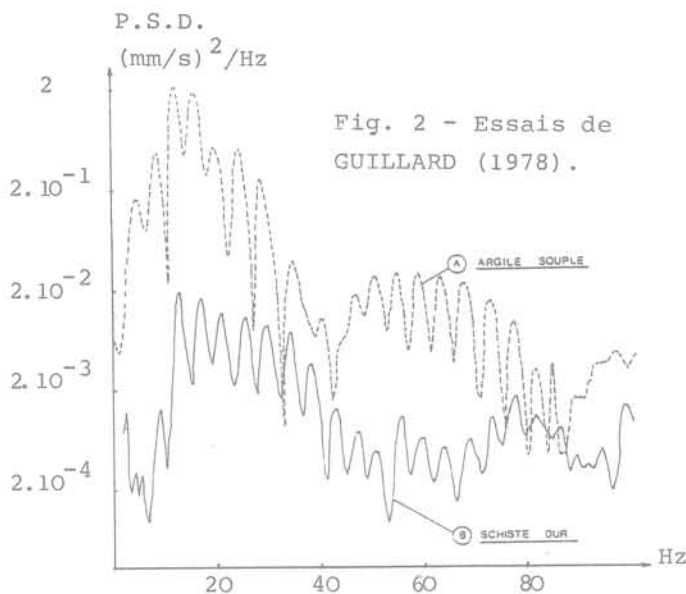


Fig. 1 - Essais de THOLEN (1974)

La fig. 1 donne les variations des vitesses verticales maximales obtenues en surface pour un sol sableux et un sol argileux. Ces réponses relevées dans le cas d'un trafic sur route sans obstacles montrent clairement que pour des distances à la chaussée inférieures à environ 20 m, les amplitudes sont supérieures sur le sable que sur l'argile.

La fig. 2 représente les variations de la densité spectrale de puissance de la vitesse verticale maximale en fonction de la fréquence de l'excitation. Si, d'une manière générale, les amplitudes sont bien supérieures

dans l'argile que dans le schiste, par contre, pour certaines fréquences (environ 30 et 80 Hz), cette règle n'est pas respectée. La justification de ces résultats constituera l'un des objectifs de l'étude ci-après.



D'autre part, on admet généralement que pour des distances supérieures à 5 fois la longueur de l'onde de Rayleigh, la contribution de l'onde superficielle R est prépondérante vis-à-vis de celle des ondes de volume P et S. D'un autre côté, MILLER et PURSEY (1955) ont montré dans le cas d'une zone circulaire chargée uniformément et reposant sur un massif semi-infini, élastique, homogène, isotrope, de coefficient de Poisson $\nu = 0,25$, que les énergies véhiculées par les ondes R, P et S correspondaient respectivement à 67, 26 et 7 pour cent de l'énergie totale transmise par la source. Compte tenu de ces indications, une certaine tendance visant à ne prendre en compte que l'onde superficielle R s'est développée dans la pratique. Si cette hypothèse peut être vérifiée pour des zones éloignées de la source de vibration, il n'en est pas de même pour des points assez rapprochés, ce qui est souvent le cas pour le trafic routier. En effet, la distance entre voie de circulation et bâtiment se limite parfois à la largeur d'un trottoir. L'autre objectif de notre étude concernera donc la recherche du domaine de validité à l'intérieur duquel la contribution de l'onde R est effectivement prépondérante.

HYPOTHESES D'ETUDE ET EQUATIONS DU MOUVEMENT

Dans l'étude que nous nous proposons de développer, les hypothèses de calcul concernent à la fois la schématisation des efforts transmis au sol par la chaussée, les caractéristiques physiques et dynamiques du massif considéré, et les contributions des différents types d'onde. Les hypothèses que nous avons choisies sont résumées sur la fig. 3.

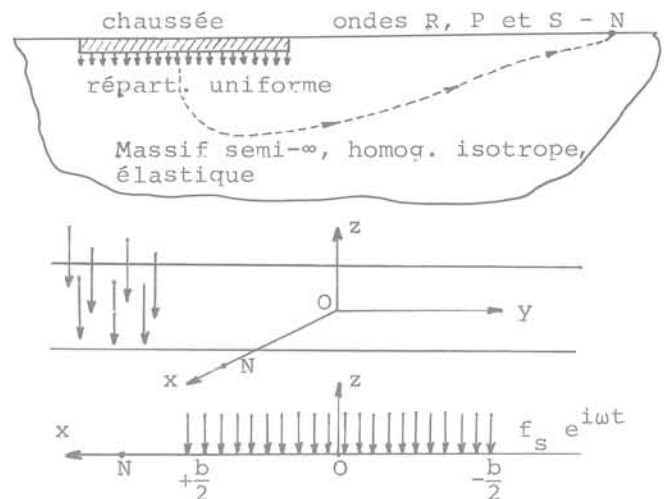


Fig. 3 - Schématisation du problème traité.

Ainsi, nous admettons qu'une charge uniformément répartie sur une bande de longueur infinie schématise le cas d'un trafic routier dense unidirectionnel. D'autre part, nous supposons que le massif semi-infini est homogène, isotrope et élastique ce qui, compte tenu de la donnée précédente, nous conduit à la résolution d'un problème bidimensionnel à déformation plane. Ces hypothèses vont nous permettre de déterminer en un point donné de la surface du massif l'amplitude totale de la réponse tout en précisant la contribution de chaque type d'onde. Comme l'a montré FREMOND (1968), il n'est pas utile de tenir compte des effets dynamiques supplémentaires dus aux vitesses des véhicules.

En appelant $\vec{U}(u_x, u_y, u_z)$ le vecteur déplacement en un point (x, y, z) du massif, l'équation des ondes élastiques en un point non chargé s'écrit :

$$[(\lambda + \mu) \text{grad div} + \mu \Delta - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}] \vec{U} = \vec{\sigma} \quad (1)$$

où λ et μ désignent les modules de Lamé du sol et ρ sa masse volumique. En admettant que $\vec{U}$ dérive d'un potentiel scalaire ϕ et d'un potentiel vectoriel $\vec{\psi}$, et en considérant l'hypothèse du cas bidimensionnel à déformation plane (pas de variation par rapport à y), nous obtenons à partir de (1) :

$$\rho \ddot{\phi} - (\lambda + 2\mu) (\phi_{,xx} + \phi_{,zz}) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \ddot{\vec{\psi}} - \mu (\vec{\psi}_{,xx} + \vec{\psi}_{,zz}) = 0 \quad (3)$$

D'autre part, la loi contraintes-déformations de l'élasticité linéaire s'écrit :

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \text{div} \vec{U} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i})$$

ce qui nous donne pour la contrainte normale σ_3 (perpendiculaire à xoy)

$$\sigma_3 = (\lambda + 2\mu) \phi_{,zz} + \lambda \phi_{,xx} + 2\mu \psi_{,xz} \quad (4)$$

et pour la contrainte de cisaillement τ_2 (tangente à xoz)

$$\tau_2 = \mu(-\psi_{,zz} + \psi_{,xx} + 2\psi_{,xz}) \quad (5)$$

Sur le plan supérieur du demi-espace, les conditions aux limites s'expriment par :

$$(\sigma_3)_{z=0} = f_s e^{i\omega t} \text{ si } x \in [-\frac{b}{2}, +\frac{b}{2}], = 0 \text{ ailleurs} \quad (6)$$

$$(\tau_2)_{z=0} = 0 \text{ quel que soit } x \quad (7)$$

Les sollicitations extérieures ne s'exerçant que sur une partie du domaine, le calcul analytique des solutions n'est pas possible avec le système précédent de relations. La recherche des réponses ne peut alors être envisagée qu'avec l'aide de la transformée complexe de Fourier.

DETERMINATION ANALYTIQUE DES DEPLACEMENTS A LA SURFACE DU MASSIF

Nous précisons d'abord que la transformée de Fourier $\tilde{f}(\xi)$ d'une fonction $f(x)$ est définie par la relation $\tilde{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{i\xi x} dx$

D'autre part, comme le massif est élastique, à une excitation du type $f_s e^{i\omega t}$ correspond une réponse de la forme $F(x,z,t) = F^*(x,z) e^{i\omega t}$. Ainsi, les équations (2) et (3) se transforment comme suit :

$$(K_p^2 - \xi^2) \tilde{\phi}^* + \tilde{\phi}_{,zz}^* = 0 \quad (8)$$

$$(K_s^2 - \xi^2) \tilde{\psi}^* + \tilde{\psi}_{,zz}^* = 0 \quad (9)$$

où $K_p = \frac{\omega}{v_p}$ et $K_s = \frac{\omega}{v_s}$, ω étant la pulsation de l'excitation, v_p et v_s étant respectivement les vitesses de propagation des ondes P et S.

Les solutions de (8) et (9) donnant une décroissance des ondes en fonction de la profondeur s'écrivent alors :

$$\tilde{\phi}^* = \tilde{\phi}_0^*(\xi) \exp(\xi^2 - K_p^2)^{1/2} z \quad (10)$$

$$\tilde{\psi}^* = \tilde{\psi}_0^*(\xi) \exp(\xi^2 - K_s^2)^{1/2} z \quad (11)$$

De même, nous déduisons les équations transformées de (4) et (5), c'est-à-dire :

$$\tilde{\sigma}_3^* = (\lambda + 2\mu) \tilde{\phi}_{,zz}^* - \lambda \xi^2 \tilde{\phi}^* - 2i\mu \xi \tilde{\psi}_{,z}^* \quad (12)$$

$$\tilde{\tau}_2^* = \mu(-\tilde{\psi}_{,zz}^* - \xi^2 \tilde{\psi}^* - 2i\xi \tilde{\phi}_{,z}^*) \quad (13)$$

Pour les conditions aux limites, nous opérons de manière identique :

$$(\tilde{\sigma}_3^*)_{z=0} = 2 \frac{f_s}{\mu} \sin \xi \frac{b}{2} \quad (14)$$

$$(\tilde{\tau}_2^*)_{z=0} = 0 \quad (15)$$

L'introduction des relations (10) et (11) dans les équations (12) et (13) puis (14) et (15) conduit à la détermination des fonctions $\tilde{\phi}_0^*(\xi)$ et $\tilde{\psi}_0^*(\xi)$. A l'aide de la transformée inverse de Fourier, nous déduisons $\phi_0^*(x)$ et $\psi_0^*(x)$, et par la suite $\phi^*(x,y)$ et $\psi^*(x,y)$ dont la connaissance permet d'obtenir les déplacements verticaux U_z^* et horizontaux U_x^* en surface ($z=0$) :

$$U_z^*_{z=0} = -\frac{f_s K_s^2}{\pi \mu} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \xi \frac{b}{2}}{\xi} \frac{(\xi^2 - K_p^2)^{1/2}}{F(\xi)} e^{-i\xi x} d\xi \quad (16)$$

$$U_x^*_{z=0} = \frac{if_s}{\pi \mu} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \xi \frac{b}{2}}{\xi} \frac{K_s^2 - 2\xi^2 + 2(\xi^2 - K_p^2)^{1/2}(\xi^2 - K_s^2)^{1/2}}{F(\xi)} e^{-i\xi x} d\xi \quad (17)$$

et $F(\xi) = (2\xi^2 - K_s^2)^2 - 4\xi^2(\xi^2 - K_p^2)^{1/2}(\xi^2 - K_s^2)^{1/2}$ est la fonction de Rayleigh. La fonction $F(\xi)$ s'annulant sur le domaine d'intégration, les intégrales (16) et (17) ne peuvent être calculées qu'en valeur principale de Cauchy. Le calcul d'une intégration en variable complexe permet de préciser la contribution apportée par chaque type d'onde au déplacement obtenu en surface. Le domaine utilisé est représenté sur la fig. 4.

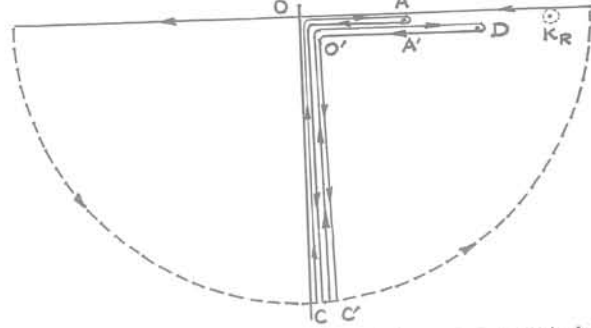


Fig. 4 - Domaine d'intégration en variable complexe.

En résumé, la contribution de l'onde primaire P est évaluée sur la ligne de branchement COAOC contournant le point de ramification K_p . De même, la contribution de l'onde S est calculée sur le contour C'O'A'DA'O'C' entourant K_s . Le résidu relatif au pôle K_R correspond à la contribution de l'onde superficielle R de Rayleigh. Ces différents calculs conduisent aux résultats suivants :

- pour le déplacement vertical en surface

$$U_z^*_{z=0} \frac{\mu}{f_s} = 2iK_s^2 \frac{\sin K_R \frac{b}{2}}{K_R} \frac{\sqrt{K_R^2 - K_p^2}}{F'(K_R)} e^{-iK_R x} + i\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i(K_p x + \frac{\pi}{4})} \frac{n}{(2n-1)^2} \left\{ \frac{1}{(K_p x)^{3/2}} \frac{\sin K_p \frac{b}{2}}{K_p} - \frac{3i}{2} \frac{1}{(K_p x)^{5/2}} \left[\frac{b}{2} \cos K_p \frac{b}{2} + \frac{-48n^4 + 96n^2 - 72n + 16n - 1}{(2n-1)^4} \frac{\sin K_p \frac{b}{2}}{K_p} \right] \right\}$$

$$+ 4i \sqrt{\frac{1}{\pi}} e^{-i(K_S x + \frac{\pi}{4})} (1-n) \left\{ \frac{1}{(K_S x)^{3/2}} \frac{\sin K_S \frac{b}{2}}{K_S} - \frac{3}{2} i \frac{1}{(K_S x)^{5/2}} \left(\frac{b}{2} \cos K_S \frac{b}{2} + \frac{32n^2 - 49n + 19}{1-n} \frac{\sin K_S \frac{b}{2}}{K_S} \right) \right\} \quad (18)$$

- pour le déplacement horizontal en surface

$$u_{z=0}^* \frac{\mu}{2f_s} = \sin K_R \frac{b}{2} \frac{K_S^2 - 2K_R^2 + 2\sqrt{(K_R^2 - K_P^2)(K_R^2 - K_S^2)}}{F'(K_R)} e^{-iK_R x} - i \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i(K_P x + \frac{\pi}{4})} \sqrt{n^2 - n^4} \left\{ \frac{1}{(2n-1)^{3/2}} \frac{\sin K_P \frac{b}{2}}{K_P} - \frac{3}{2} i \frac{1}{(K_P x)^{5/2}} \left(\frac{b}{2} \cos K_P \frac{b}{2} + \frac{48n^5 - 144n^4 + 160n^3 - 76n^2 + 11n}{(2n-1)^4(1-n)} \frac{\sin K_P \frac{b}{2}}{K_P} \right) \right\} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i(K_S x + \frac{\pi}{4})} \sqrt{1-n} \left\{ \frac{1}{(K_S x)^{3/2}} \frac{\sin K_S \frac{b}{2}}{K_S} - \frac{3}{2} i \frac{1}{(K_S x)^{5/2}} \left(\frac{b}{2} \cos K_S \frac{b}{2} + \frac{32n^2 - 52n + 21}{1-n} \frac{\sin K_S \frac{b}{2}}{K_S} \right) \right\} \quad (19)$$

$$\text{où } F(K_R) = 0 \text{ et } n = \frac{K_P^2}{K_S^2} = \frac{v_s^2}{v_p^2}$$

L'examen de ces expressions montre l'existence de 3 contributions :

- la première due à l'onde R se déplaçant à la vitesse $v_R = \frac{\omega}{K_P}$ est indépendante de la distance chaussée - point de réponse

- la seconde due à l'onde P de vitesse $v_p = \frac{\omega}{K_P}$ décroît en première approximation comme $\frac{1}{x^{3/2}}$

- la troisième due à l'onde S de vitesse $v_s = \frac{\omega}{K_S}$ diminue également en première approximation comme $\frac{1}{x^{3/2}}$

A notre connaissance, ces résultats obtenus dans le cas d'une bande chargée uniformément n'avaient pas été établis précédemment. Par contre, le cas limite d'une charge linéaire a déjà été traité par QUINLAN (1953), EWING, JARDETZKY et PRESS (1957), PRANGE (1978) dont les résultats sont en parfait accord avec ceux que nous déduisons pour $b = 0$ en ce qui concerne les contributions des ondes R, et P et S pour les termes en $\frac{1}{x^{3/2}}$. D'autre part, nous avons montré mathématiquement que les discordances constatées pour les termes en $\frac{1}{x^{5/2}}$ résultaient uniquement des développements limités incorrects utilisés par Prange.

RESULTATS NUMERIQUES ET COMPARAISON EXPERIMENTALE

Pour l'étude numérique, nous avons considéré deux massifs sableux et argileux dont les caractéristiques sont précisées ci-après :

- massif sableux	
$E = 50\,000 \text{ KPa}$	$v = 0,33$
$v_p = 194 \text{ m/s}$	$\rho = 2\,000 \text{ kg/m}^3$

- massif argileux

$E = 3\,000 \text{ KPa}$	$v = 0,4999$
$v_p = 1\,580 \text{ m/s}$	$\rho = 2\,000 \text{ kg/m}^3$

Remarquons simplement que le choix de la valeur de v de l'argile a été imposé par le fait qu'expérimentalement la vitesse de l'onde primaire est généralement supérieure à 1500 m/s. Nos solutions données par les relations (18) et (19) n'étant valables qu'à l'extérieur de la zone chargée, nous avons fait varier la distance x : axe de la chaussée - point de réponse, de 1,75 m (bord de la chaussée) à 100 m. D'autre part, pour tenir compte des caractéristiques des vibrations couramment produites par un trafic routier, nous avons considéré des fréquences d'excitation allant de 0,5 à 20 Hz. Les premiers résultats que nous donnons montrent les variations du coefficient de déplacement égal à $\frac{\mu u_z^*}{f_s}$ en fonction de la distance x et du nombre N de longueurs d'onde de Rayleigh défini par $N = \frac{x \cdot \omega}{2\pi v_R}$. Ainsi, la fig. 5 représente pour une fréquence de 5 Hz les réponses obtenues pour un massif sableux (axes vertical et horizontal) et argileux (axe vertical).

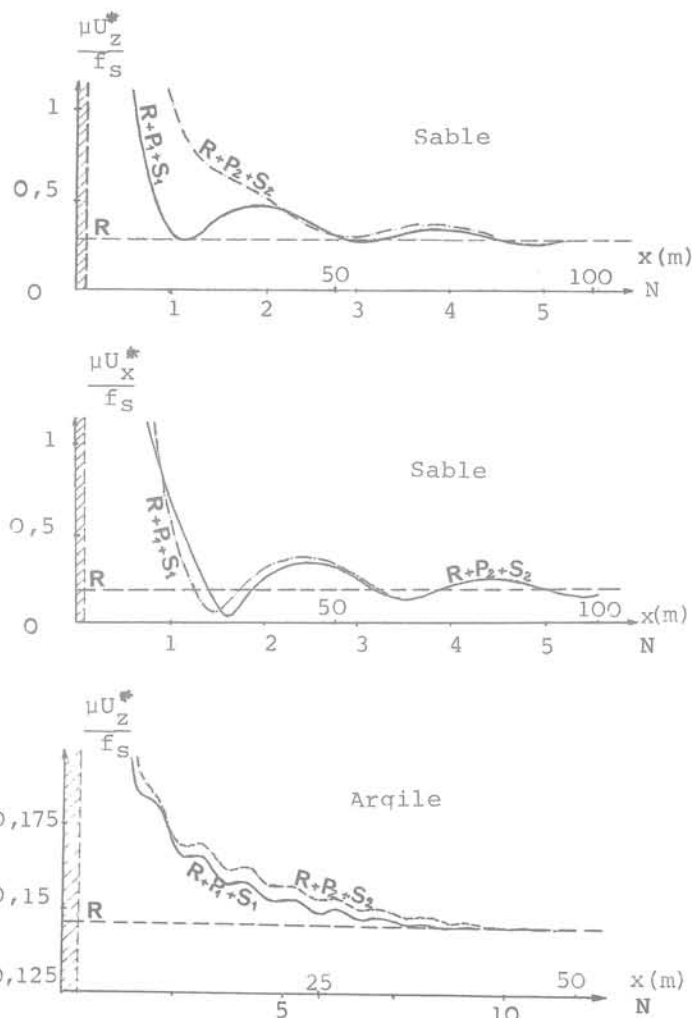


Fig. 5 - Réponses en un point de la surface du massif.

La droite notée (R) correspond à la contribution de l'onde R seulement et la courbe $(R+P_1+S_1)$ prend en compte la contribution de l'onde R et les termes de première approximation en $\frac{1}{x^{3/2}}$ pour les ondes P et S. La troisième courbe $(R+P_2+S_2)$ est relative aux solutions globales données par (18) et (19).

L'examen des différentes courbes que nous avons pu tracer montre que pour le sable le rapport déplacement vertical total - déplacement horizontal total varie selon les fréquences d'excitation entre 0,8 et 1,6 alors que le même rapport se situe constamment vers 1,6 en ne considérant que l'onde de Rayleigh. Les essais expérimentaux réalisés par THOLEN (1974) sur un massif sableux confirment nos variations avec un rapport évoluant entre 0,3 et 3. Ainsi, nous vérifions le fait qu'en ne tenant compte que de l'onde R, il n'est pas possible de justifier les mesures réalisées in-situ. D'autre part, la contribution des ondes P et S ne peut être éliminée (moins de 10 % de la contribution de l'onde R) que pour $N \geq 5$.

Pour l'argile, nous vérifions que les déplacements verticaux sont toujours supérieurs aux déplacements horizontaux, ce qui est confirmé par les essais de THOLEN (1974) et GUILLARD (1978). Par contre, la convergence n'est alors établie que pour $N \geq 8$.

Pour la comparaison des comportements des deux massifs, nous avons analysé les réponses en surface pour une pression de charge $f_s = 1$ kPa. La fig. 6 nous montre par ex. les résultats de vitesses verticales obtenues pour 2 fréquences différentes (1 et 5 Hz).

Ainsi, nous vérifions que si d'une manière générale, les amplitudes sont plus importantes dans les argiles que dans les sables, il peut exister certaines conditions de distance et pulsation telles que les résultats précédents soient infirmés. Ces conclusions concordent avec les constatations des fig. 1 et 2, et ne peuvent absolument pas être tirées des valeurs obtenues pour l'onde R seule. En effet, dans ce cas, les amplitudes dans l'argile sont toujours supérieures à celles dans le sable.

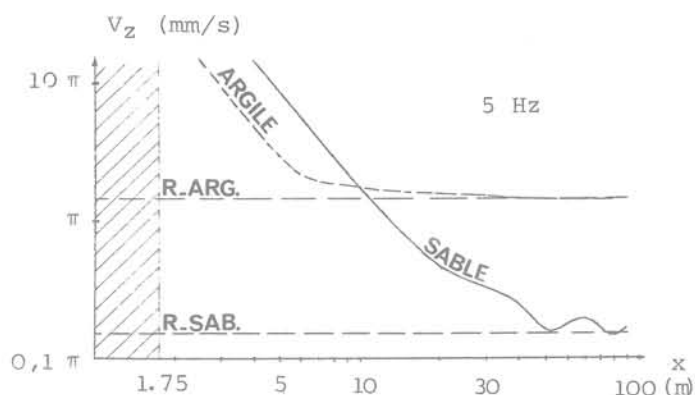


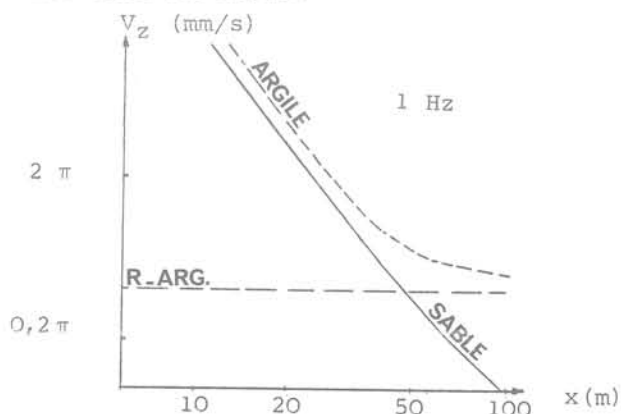
Fig. 6 - Variations des amplitudes maximales des vitesses verticales en fonction de la distance.

CONCLUSIONS

L'étude que nous venons de présenter nous a permis de déterminer en un point de la surface d'un massif, l'expression des déplacements dus à l'action d'une charge vibratoire répartie uniformément sur une bande schématisant une voie de trafic routier. Les solutions obtenues prennent en considération la contribution de l'onde superficielle R et des ondes de volume P et S. Nous montrons l'insuffisance de la théorie selon laquelle l'influence de l'onde R est toujours prépondérante. Par contre, cette affirmation est justifiée dans le domaine de validité suivant : $N \geq 5$ pour le sable et $N \geq 8$ pour l'argile. D'autre part, nous constatons que d'une manière générale les amplitudes sont plus importantes dans les argiles que dans les sables. Toutefois, pour certaines conditions de distance et de pulsation d'excitation, la remarque précédente n'est pas vérifiée. Ce résultat est justifié par les mesures relevées in-situ alors que l'élimination de la contribution des ondes P et S exclue généralement cette possibilité de comparaison. De plus, notre méthode de calcul offre l'avantage d'apporter une rectification à la méthode de calcul utilisée par PRANGE (1978).

REFERENCES

- Bocquet D & Le Houedec D, (1979). Comportement d'une chaussée reposant sur un matelas antivibratile et soumise à des charges roulantes vibratoires se déplaçant à vitesse constante. Annales de l'ITBTP N° 370 - Mars - 33-56.
- Ewing W M, Jardetzky W S & Press F, (1957). Elastic waves in layered media. International Series in the Earth Sciences - MacGraw-Hill Company - 380.
- Fremond M, (1968). Calcul des déflexions d'une structure stratifiée élastique soumise à des charges mouvantes. Annales des P et C N° IV - Juillet-Août - 237-252.



Guillard Y, (1978). Contribution à l'étude d'une fonction de transfert chaussée-sol. Thèse de 3e cycle - Université du Maine - Le Mans.

Miller G P & Pursey H, (1955). On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid. Proceedings Royal Society London A - N° 233 - 55-69.

Prange B, (1978). Primary and secondary interferences in wave fields. Dynamical Methods in soil and rock dynamics - AA Balkema - Rotterdam - 281-302.

Quinlan P M, (1953). The elastic theory of soil dynamics. Symposium on Dynamic Testing of Soils. ASTM Special Technical Publication - N° 156 - Juillet - 3-34.

Tholen O, (1974). Markvibrationer orsakade av vägtrafik. Statens väg-ochtrafikinstitut Stockholm - Rapport n° 53 (Traduction 77 T 5 LCPC).