

# La méthode de Kranz d'hier à aujourd'hui : une revue critique

**A. CORFDIR**

Institut Navier, CERMES  
ENPC, 6 et 8, avenue  
Blaise-Pascal  
77455 Marne-la-vallée  
corfdir@cermes.enpc.fr

## Résumé

La méthode de Kranz concerne les murs et parois ancrés et doit permettre de vérifier la longueur des ancrages. Cette méthode déjà ancienne (1939) visait à satisfaire les besoins apparus quelque temps auparavant avec le développement des ancrages et des écrans. Au cours de presque soixante-dix ans, il s'est produit une évolution des techniques d'ancrages qui sont passées de la plaque d'ancrage au scellement. En parallèle, diverses adaptations de la méthode originale de Kranz ont été proposées et utilisées. Des expériences ont aussi été réalisées pour tester la validité de la démarche proposée par Kranz. Finalement, on étudie le bien-fondé de méthodes dérivées de Kranz au vu des pratiques actuelles et on évoque quelques alternatives possibles.

*Mots-clés* : soutènement, ancrage, méthode de Kranz.

# Kranz's method from yesterday to today : a critical review

## Abstract

Kranz's method deals with anchored walls and allows to verify the length of anchorings. This already ancient method (1939) aimed at satisfying necessities appeared a little while previously with the development of anchored walls. During almost 70 years, there was an evolution of the technique of anchorings which change from anchor plates to grouted anchorages. In parallel, different adaptations of Kranz's original method were proposed and used. Experiments were also conducted to test the validity of Kranz's method. Finally, one studies the validity of methods derived from Kranz's in view of current practices and one evokes possible alternatives.

*Key words* : retaining wall, anchoring, Kranz's method.

*NDLR : Les discussions sur  
cet article sont acceptées  
jusqu'au 1<sup>er</sup> septembre 2009.*

## Introduction

La pratique d'ancrages des murs de soutènement ou des quais par des tirants métalliques dans le sol remonte au moins à la première moitié du XIX<sup>e</sup> siècle. La technique des parois minces utilisant des ancrages s'est développée avec l'utilisation de palplanches en acier. Le développement est progressif jusque dans les années 1930 qui voient croître rapidement les tonnages consommés dans différents pays et notamment l'Allemagne, les États-Unis (Pascal, 1957). Parallèlement, des efforts pour rationaliser la conception des ouvrages de soutènement se développent activement. Les questions sont nombreuses a priori : répartition des efforts de poussée sur la paroi, résistance des ancrages à l'arrachement, position des dispositifs d'ancrages. En ce qui concerne la longueur des ancrages ou plus généralement la position des dispositifs d'ancrages, c'est, de loin, le nom de Kranz qui a le plus marqué, en particulier en Allemagne et en France.

Les recommandations sur les tirants d'ancrage font fréquemment référence à la méthode de Kranz (EAU 1990), (ROSA 2000) ou à une méthode de Kranz modifiée (TA. 72), (Balay, 1988, *Techniques de l'ingénieur*). Dans les dernières recommandations françaises (TA 95), une méthode de Kranz modifiée est présentée mais sans citer le nom de Kranz. L'objectif exprimé est d'assurer la stabilité vis-à-vis d'un type de rupture par renversement (TA 95), d'assurer la stabilité d'ensemble (TA 72), de vérifier la stabilité du massif d'ancrage (Balay, 1988) (Houy, 1986) ou la stabilité de l'ancrage selon le plan de rupture inférieur (EAU, 1990). Les recommandations ROSA 2000 précisent qu'il s'agit d'un mode de rupture externe (glissement généralisé du massif d'ancrage) et qu'on cherche à se prémunir d'une longueur insuffisante des tirants entre le rideau principal et le massif d'ancrage. Cette vérification doit être nettement distinguée de la vérification à l'arrachement.

Nous allons d'abord resituer le contexte scientifique dans lequel a travaillé Kranz, rappeler la méthode qu'il a proposée, puis les diverses méthodes dérivées qui ont repris des éléments de la méthode de Kranz originelle. Enfin nous proposerons une analyse de ces méthodes dérivées tendant à remettre en question la pertinence du choix particulier du coefficient de sécurité qu'elles ont en commun et à proposer de se rapprocher des modes de justification d'autres types d'ouvrages.

## 2

## Avant Kranz

## 2.1

### Le développement des écrans et des travaux allemands sur les ancrages jusqu'aux années 1930

On ne peut prétendre tenter ici un historique complet et on se focalisera sur la période beaucoup mieux documentée de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle et du début du XX<sup>e</sup> siècle. Cette période est notamment marquée par l'apparition des palplanches de type moderne (Pile Buck, 2007) : acier laminé au lieu de fonte, profils nou-

veaux (brevet de Larssen en 1904), abandon des assemblages par rivets (serrure Larssen sans rivet en 1914). Les quantités de palplanches utilisées augmentent très fortement au cours des trente premières années du siècle (Pascal, 1957).

Ce développement des écrans suscite parallèlement des réflexions sur leur conception et leur dimensionnement et notamment sur leur ancrage. Sur ce sujet, les ingénieurs allemands se montrent alors particulièrement actifs et notamment les ingénieurs en travaux maritimes ou fluviaux, cumulant exercice de responsabilité et travail scientifique et technique. Ainsi, plusieurs auteurs allemands nés dans la deuxième moitié du XIX<sup>e</sup> siècle ont marqué leur époque : il faut citer essentiellement : Heinrich Müller-Breslau (1851-1925), Max Möller (1854-1935), Hans Detlef Krey (1866-1928) qui se consacra beaucoup aux travaux hydrauliques et développa un laboratoire de mécanique des sols à Berlin, Otto Franzius (1877-1936), fondateur à Hanovre d'un institut de recherche qui porte maintenant son nom, auteur de livres sur les voies navigables. Un peu plus tard, viennent les noms d'Arnold Agatz (1891-1980), d'Erich Lohmeyer (1886-1966), lequel fut en poste au port de Hambourg et collabora à partir de 1927 au traité de géotechnique de Ludwig Brennecke (1843-1931), ingénieur en travaux maritimes longtemps au port de Wilhelmshaven. Il faudrait également noter Johann Ohde (1905-1953) qui débuta sa carrière sous la direction de Krey et qui publia une série d'articles sur la poussée avant la thèse de Kranz. Il faut citer enfin des travaux d'expérimentateurs comme Wilhelm Buchholz et Hans Petermann qui soutinrent dans les années 1930 leurs thèses sur la résistance des ancrages à l'université technique de Hanovre.

## 2.2

### L'état des réflexions sur la longueur des ancrages avant 1939

Max Möller (1902) propose une théorie de l'ancrage en complément de ses tables de poussée, théorie qui est reprise telle quelle dans l'adaptation en français (Möller, 1933). Möller ne sépare pas le mur du sol dont il est solidaire par les ancrages : « Le prisme de terrain constitue une partie intégrante du mur », et on calcule la poussée s'exerçant sur ce nouvel ensemble. Un raccourcissement des ancrages nécessite une augmentation de la fiche. Il conclut finalement que des murs à ancrages courts (Fig. 1), n'atteignant pas le plan de poussée maximum nécessitent la même profondeur de fondation que les murs non ancrés mais permettent la construction d'un mur plus léger avec une épaisseur plus faible. Pour des ancrages très longs, atteignant la ligne de talus naturel, il va jusqu'à affirmer que la profondeur de fondation peut, à la limite, être choisie nulle.

Un peu plus tard, Krey (1918)<sup>(1)</sup> distingue trois cas : (1) le bloc constitué du mur et du sol ancré est au-dessus de la ligne de glissement correspondant à la poussée ; (2) il est entre la ligne de glissement et la pente de talus naturel ; (3) il est en dessous de la pente de talus naturel. Il donne une estimation de la force dans l'ancrage dans le cas où zone de poussée sur le mur et zone de butée contre le mur d'ancrage s'interpénètrent

<sup>(1)</sup> Il s'agit d'une deuxième édition augmentée ; la première édition est parue en 1912.

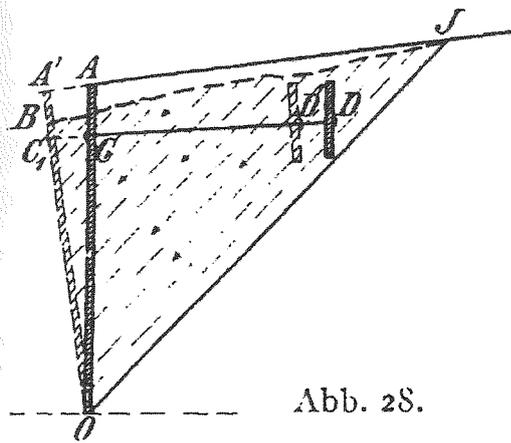


Abb. 28.

FIG. 1 Illustration de l'inefficacité d'un ancrage situé au-dessus de la ligne de glissement (Krey, 1918).

Illustration of the ineffectiveness of an anchoring situated over the sliding line (Krey, 1918).

partiellement. La conclusion est que pour une distance suffisante, la force à laquelle l'ancrage peut résister atteint une valeur maximale quand il n'y a plus interpénétration de ces deux zones. Contrairement à Möller, il ne reconnaît aucune utilité aux ancrages à l'intérieur de cette ligne de glissement, il ne raisonne plus comme si le mur et le sol ancré formaient un bloc : il fait intervenir force d'ancrage et poussée sur la paroi.

Inversement, une longueur suffisante de l'ancrage doit permettre d'évaluer l'effort sans tenir compte de la présence du mur.

Brenneke et Lohmeyer (1930) combinent qualitativement les deux critères de non interpénétration des zones de poussée et de butée d'une part et de position de l'ancrage par rapport à la pente de talus naturel d'autre part, en distinguant plusieurs zones (Fig. 2) (à noter que cela ne figure pas dans la troisième édition (Brennecke, 1906) et que Kranz attribue ces conditions à Lohmeyer).

Franzius (1927) recommande que l'ancrage soit placé de telle sorte qu'il n'y ait pas intersection. Il introduit une configuration particulière appelée « cas long », dans laquelle il n'y a pas d'interaction entre zone active et zone passive. Mais il impose à titre de sécurité de diminuer de 5 degrés l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la limite de la zone de poussée.

Buchholz (1932), élève de Franzius, estime au vu de ses résultats expérimentaux que cette minoration de 5 degrés n'est pas utile. Ceci donne la condition suivante sur L (Fig. 3) :

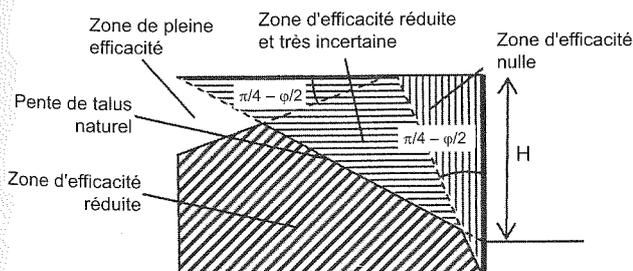


FIG. 2 Zones de plus ou moins grande efficacité des ancrages d'après Brenneke et Lohmeyer (1930).

Zones of more or less big efficiency of anchorings according to Brenneke and Lohmeyer (1930).

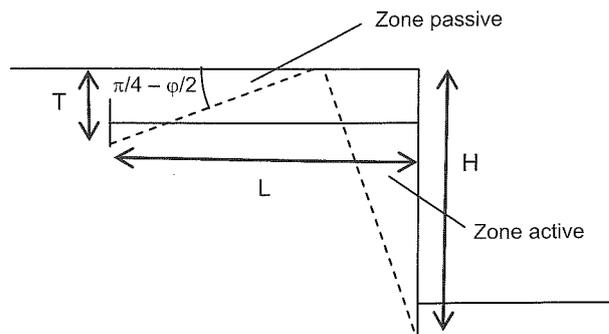


FIG. 3 Définition des ancrages longs. Definition of long anchorings.

$$L \geq H \cot\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) + T \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \quad (1)$$

Kranz signale la variante d'Agatz (1936) qui permet de raccourcir un peu la longueur minimale pour être dans le cas long : au lieu de faire partir la zone active depuis la base de la paroi, il propose de considérer qu'elle commence au point de moment nul.

Ces considérations ne font intervenir ni la force dans l'ancrage ni la résistance de l'ancrage. D'ailleurs Ohde (1938) est conscient du fait que la répartition des pressions sur un mur simplement ancré dépend des déformations du mur et est différente selon que le mur tourne autour de son point d'ancrage ou autour de sa base.

### 3

## La méthode de Kranz

### 3.1

### Une thèse théorique dans un contexte quasi exclusivement germanophone

C'est donc dans un contexte d'une tradition allemande bien développée de recherche sur les questions d'ancrage qu'Egidius Kranz a réalisé ses travaux et soutenu sa thèse de docteur ingénieur le 9 juin 1939 à Berlin. Elle a fait l'objet d'une première édition en 1940 par Ernst et Sohn (53 p.), suivie après la guerre d'une seconde édition inchangée en 1953, toujours chez le même éditeur. Cette seconde édition est plus facilement accessible. Probablement, il est aussi l'auteur d'un article sur des travaux maritimes mettant en œuvre notamment des palplanches (Kranz, 1932). Nous n'avons pas trouvé trace de publications de Kranz après 1939 ; il est bien possible, compte tenu des circonstances historiques, que son oeuvre scientifique ait été alors interrompue.

Suivant les usages académiques, Kranz (1940) commence par présenter l'état de l'art avec des références extrêmement précises. Ces références sont de provenance germanique à une exception près, un ouvrage de Dean (1935). Encore, cette référence est-elle invoquée non pas au titre du problème principal des ancrages mais pour la question du point d'application de la poussée sur un mur. De même, il n'utilise pas de références expérimentales ; les travaux de Petermann (1933) et de Buchholz et Petermann (1935) sont bien signalés dans la liste bibliographique mais ne sont pas du tout pris en compte. Il ne compare ses résultats qu'à ceux d'autres calculs.

Kranz parle exclusivement de mur d'ancrage à l'exclusion notamment des plaques d'ancrages pourtant en usage à son époque. Il n'explique pas ce choix mais on peut penser que la raison en est de légitimer ses calculs à deux dimensions.

Dans son avant-propos de décembre 1939, Kranz pose le problème des ancrages courts de la manière suivante : comment trouver la surface de glissement la plus défavorable ? comment alors calculer la butée du sol ?

Le dernier point peut être reformulé de manière plus opérationnelle en : comment caractériser la sécurité de l'ouvrage pour cette surface de glissement ?

### 3.2

## Position de Kranz vis-à-vis de ses prédécesseurs

Kranz (1953) critique sévèrement ses prédécesseurs. Il reproche à Möller d'avoir considéré le prisme de sol entre le mur de soutènement et le mur d'ancrage comme un bloc rigide, ce qui selon lui ôte toute pertinence aux travaux de Möller pour éclaircir la question posée. Nous reviendrons sur ce point quand nous examinerons les diverses évolutions de la méthode de Kranz.

Kranz n'est guère plus indulgent envers Lohmeyer (1930) et Krey (1936). Du premier, il critique en particulier l'utilisation de la pente de talus naturel et le choix de considérer cette droite de talus naturel à partir de la surface du sol devant le mur et non à partir de la base de la paroi. Au second, il reproche une incohérence au sujet de la hauteur du mur sur laquelle s'exerce la poussée. Le calcul de Krey prend en compte seulement la partie au dessus du sol devant le mur.

### 3.3

## La méthode de Kranz

Kranz s'intéresse au cas qui pose problème, celui de l'ancrage court, quand la condition (1) n'est pas satisfaite. Il se place dans le cadre le plus simple possible : il suppose que la surface du massif est horizontale, que le mur est vertical et l'ancrage horizontal. La méthode vise essentiellement à déterminer la force maximale supportable dans l'ancrage et à la comparer à la force que le tirant doit reprendre du fait de la poussée des terres. Bien que la répartition de la poussée des terres dépende de différents facteurs, il retient l'hypothèse que la poussée globale peut être calculée de manière classique.

Kranz choisit d'étudier l'équilibre du bloc ABFE. Il en déduit une valeur maximale supportable de la force de traction  $T_{max}$  dans l'ancrage. Il faut noter que dans son approche la force  $T_{max}$  dans l'ancrage est bien une force extérieure pour le bloc étudié. Les autres forces agissant sur ce bloc sont son poids, la poussée des terres sur AF et BE, la réaction sur EF, ces dernières étant toutes supposées inclinées de par rapport à la normale. On note qu'il envisage deux variantes selon le choix du point E. La variante II est préférée par Kranz en raison de sa plus grande simplicité.

Le terrain pris en compte par Kranz ne comporte pas le coin de terre BCD, près du mur, supposé en poussée.

On peut considérer l'état limite considéré par Kranz comme un état limite d'arrachement du mur d'ancrage. Avec la technique du mur d'ancrage, il est naturel de modéliser cette résistance à l'arrachement par la mise en butée d'un bloc limité par ce mur. L'utilisation d'autres techniques d'ancrage rendra beaucoup plus délicate une modélisation de ce type.

La condition de stabilité de Kranz compare la force  $T_{max}$  maximale compatible avec la stabilité du bloc ABFE et la force  $T$  que doit reprendre le tirant au niveau du mur, c'est à dire ici la composante horizontale de la poussée des terres sur le mur. La condition de stabilité de Kranz s'écrit en définitive :

$$T_{max} \geq T \quad (2)$$

Cette condition ne fait pas intervenir la résistance du tirant proprement dit, celle-ci doit toujours être supérieure à  $T$ . Donc, suivant Kranz lui-même et la problématique affichée dans son avant-propos, on peut considérer que sa méthode repose sur deux éléments : un certain choix des lignes de rupture et un certain choix de paramètre pour mesurer la sécurité.

### 4

## Les critiques anciennes de la méthode de Kranz

Des critiques ont été formulées au fil des années qui portent sur les deux caractéristiques essentielles de la méthode de Kranz : le choix du bloc étudié et le choix du paramètre caractérisant la sécurité. On peut citer Jelinek et Ostermeyer (1967a,b), Ranke et Ostermeyer (1968), Verdeyen et Nuyens (1966). Verdeyen et Nuyens (1966) s'avèrent quelque peu gênés pour classer la méthode de Kranz et finalement choisissent de la mettre parmi les méthodes empiriques faute de pouvoir la rattacher clairement à une autre catégorie (états

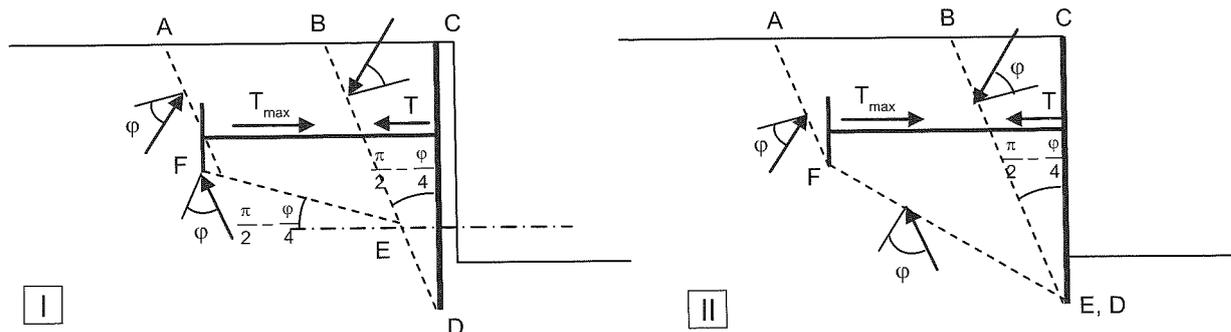


FIG. 4 Bloc de Kranz avec les deux variantes I et II. Kranz's block with two variants (I and II).

d'équilibre limite ou bien théorie élastique), malgré l'absence de données expérimentales dans l'ouvrage de Kranz.

#### 4.1

### L'apport des expériences

Tout d'abord, citons pour mémoire les expériences de Rowe (1952) et de Hanna et Matallana (1970) à Sheffield sur des modèles réduits de parois ancrées. Les tirants étaient solidaires du bâti de l'appareillage avec mesure de la force. Ces expériences ne peuvent être représentatives que du cas des ancrages longs.

#### 4.1.1

### Expériences de Jelinek et Ostermeyer

Les expériences ont été menées avec du sable (Jelinek et Ostermeyer, 1967a et b).

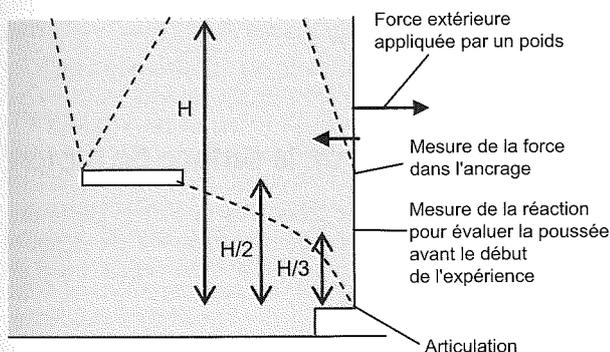


FIG. 5 Schéma de l'expérience et allure des lignes de ruptures selon Jelinek et Ostermeyer (1967a, b) : cas de l'ancrage court.

Scheme of the test and pattern of the failure lines according to Jelinek and Ostermeyer (1967a, b) : case of the short anchoring.

L'ancrage est un élément plutôt 2D ; il va agir essentiellement par frottement. La ligne de rupture principale peut être assimilée à une spirale logarithmique allant de l'extrémité aval de l'ancrage à l'articulation. Des lignes de ruptures sont également constatées à l'amont de l'ancrage et un coin de glissement près de la paroi. Le sol au-dessus de l'ancrage a tendance à se comporter comme un bloc qui ne se déforme pas.

#### 4.1.2

### Expériences de Verdeyen et collaborateurs

On fait référence principalement à Verdeyen et Nuyens (1964). Des données complémentaires peuvent être trouvées dans Verdeyen *et al.* (1971) et dans Verdeyen et Roisin (1961). Cette dernière référence montre les surfaces de rupture pour une paroi sans ancrage mais présente l'intérêt d'envisager l'effet de surcharges verticales. Ces expériences sont plus proches du cas envisagé par Kranz : l'ancrage agit par mise en butée du terrain, la paroi tient en place par une fiche et non pas une articulation irréaliste.

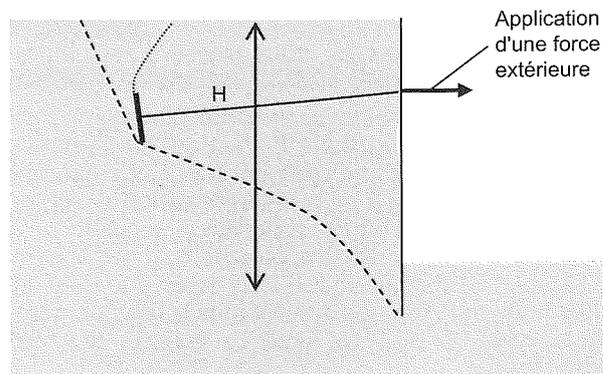


FIG. 6 Schéma de l'expérience et allure des lignes de rupture des expériences d'après (Verdeyen et Nuyens, 1964) : cas de l'ancrage court.

Scheme of the test and pattern of the failure lines according to Verdeyen and Nuyens (1964) : case of the short anchoring

Pour l'ancrage court, la géométrie globale de la zone déplacée est semblable à celle obtenue dans les expériences de Jelinek et Ostermeyer. En revanche le comportement interne est différent. Pour l'ancrage long, l'allure est sensiblement différente avec une zone en déformation autour de l'ancrage séparée de la zone en déformation près de la paroi.

#### 4.1.3

### Commentaires et conclusions

Globalement, aucune des expériences ne donne des figures de glissement semblables à celles postulées par Kranz.

Jelinek et Ostermeyer notent (1967a) :

- que la ligne de rupture droite (FE sur la figure 4) ne correspond pas à l'optimum, c'est-à-dire au minimum de réaction mobilisable, ce qui est confirmé par les expériences sur modèle, celles de Jelinek et Ostermeyer comme celles de Verdeyen et de ses collaborateurs ;
- qu'on constate expérimentalement sur des modèles que les deux lignes de rupture BD et FE (Fig. 4) peuvent apparaître successivement mais pas simultanément. L'équivalent de la ligne BD n'est d'ailleurs pas visible dans les expériences de Verdeyen et de ses collaborateurs qui sont les plus représentatives du problème étudié par Kranz.

Notons toutefois que ces études de rupture sur modèle présentent l'inconvénient, comme du reste la méthode de Kranz, d'étudier l'effet d'une surcharge horizontale ou dans la direction du tirant, ce qui ne correspond pas en général au problème réel. Des essais réalisés avec d'autres moyens (centrifugeuse) permettraient d'éviter ce biais.

#### 4.2

### Critiques sur le choix du paramètre mesurant la sécurité

Jelinek et Ostermeyer (1967b) font également des critiques sur le choix fait par Kranz du paramètre représentant la sécurité :

- la force de traction dans l'ancrage est une force intérieure au massif et n'a en aucun cas d'influence sur la stabilité globale du système ; ils raisonnent sur des

schémas de rupture à un seul bloc (voir figures 7-II, 8) à la différence de Kranz qui utilise toujours deux blocs et qui n'étudie donc pas la stabilité globale du système ;

– le coefficient de sécurité proposé par Kranz : traction maximale supportable  $P$ /traction  $A$  résultant de la poussée des terres ne convient pas. Cette définition conduit notamment à ce que l'application d'une précontrainte dans l'ancrage diminue la sécurité ce qui est anormal si on considère, comme eux, des schémas de rupture à un seul bloc. Il faut noter que dans leur raisonnement la traction  $A$  n'est plus la traction découlant simplement de l'état limite de poussée des terres contre le mur.

Ranke et Ostermeyer reprennent et complètent ces critiques (1968). Ils reprochent au coefficient de sécurité de Kranz de comparer une force interne et une force externe. Mais ils se résignent à utiliser ce coefficient de sécurité car ils sont forcés de constater qu'un système alternatif de coefficients de sécurité partiel ne s'est pas encore imposé pour ce type de travaux.

5

## Les variantes de la méthode de Kranz

On peut considérer qu'il y a dans la méthode de Kranz deux éléments essentiels :

- un certain choix du bloc dont il faut étudier la stabilité ;
- une définition particulière d'un coefficient de sécurité.

La méthode de Kranz est restée longtemps appliquée en Allemagne en gardant le bloc préconisé par Kranz (option II de la figure 4) : voir par exemple (EAU, 1990). Jessberger (1963) l'a adaptée au cas des ancrages

scellés par injection, en proposant d'effectuer le calcul comme s'il y avait un mur d'ancrage situé à la moitié de la longueur de la zone scellée.

On constate de nombreuses variantes depuis le texte de Kranz (1939) ; elles portent principalement sur le choix des blocs étudiés : le nombre de blocs, la nature géométrique des frontières entre blocs. D'autres auteurs ont proposé de changer la définition du coefficient de sécurité.

5.1

### Choix d'un seul bloc

D'une manière générale, les variantes n'ont plus pris en compte une décomposition du massif de terre entre ancrage et écran en 2 blocs.

Ceci a pour conséquence de clarifier le type d'analyse que l'on mène : avec la méthode de Kranz originelle, on pouvait penser saisir quelque chose de la stabilité interne du massif de contour extérieur ACDEF puisqu'on envisage sa rupture le long de la ligne BE. Les méthodes modifiées consistent clairement à étudier la stabilité externe du massif A'CD'F.

5.2

### Forme géométrique de la surface de rupture

Les variantes portent aussi sur la forme de la surface de rupture. Elle peut être composée de deux ou plusieurs segments de droite, d'arc de cercle ou d'arc de spirale logarithmique.

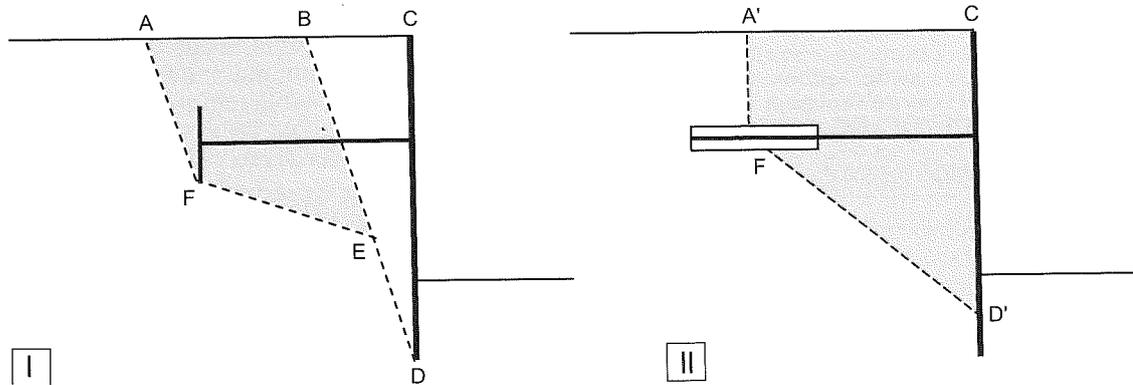


FIG. 7

Changement dans le choix du bloc considéré I : méthode de Kranz originelle ; II : méthode modifiée voir par exemple (ROSA 2000).

Change in the choice of the considered block : I original method of Kranz ; II modified method e.g. (ROSA 2000).

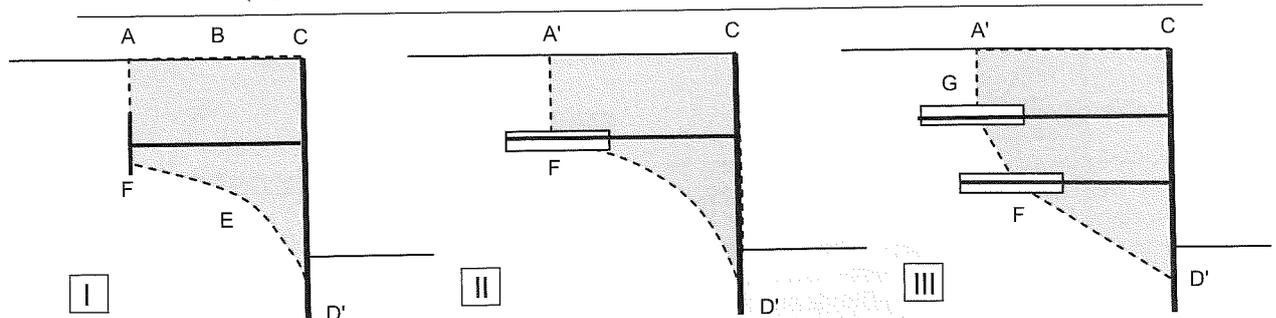


FIG. 8

Différents choix de géométrie de la ligne de rupture : I : spirale logarithmique ; II : arc de cercle ; III : segments de droite.

Various choices of the failure line : I : logarithmic spira ; II : arc of a circle ; III : straight segments.

## Définition du coefficient de sécurité

Nous pouvons reprendre la synthèse faite par Houy (1986). Les segments de droite avaient été retenus par Kranz, la spirale logarithmique par Jelinek et Ostermeyer (1967a, 1967b), Verdeyen et Nuyens (1964) et Brinch Hansen et Lungren (1960). Les arcs de cercle ont été proposés par Brinch-Hansen (1953), Cambefort (1975) et TA 95, comme approximation de la spirale logarithmique. Les trois possibilités sont envisagées dans le projet de norme écrans (Pr NF P94-282).

Notons que Houy (1986) propose d'appliquer un coefficient de réduction à la force maximale dans l'ancrage évaluée par la méthode de Kranz. Cette réduction dépend de l'angle de frottement interne du sol. Elle est évaluée en prenant en considération une ligne de rupture en spirale à la place du segment de droite de Kranz.

## Limites du bloc étudié

Les auteurs varient aussi sur les limites du bloc sur la surface horizontale supérieure du massif et sur la paroi.

Dans la méthode originelle de Kranz (1939), la ligne de rupture passe par la partie inférieure de l'ancrage et s'éloigne de la paroi en faisant un angle de  $\pi/4 - \phi/2$  avec la verticale (ligne AF de la figure 7-I). Pour les autres auteurs, la ligne de rupture rejoint verticalement la surface supérieure du massif (ligne FA' de la figure 7-II) avec prise en compte de la poussée sur FA', ce qui n'est pas strictement équivalent si on se place dans le cadre rigoureux de l'approche cinématique du calcul à la rupture.

L'intersection de la ligne de rupture et de la paroi est fixée à l'extrémité inférieure de la paroi pour la méthode originelle de Kranz. Jelinek et Ostermeyer (1967a, b), Brinch Hansen et Lundgren (1960) reprennent la même option. Mais en général, c'est le point d'effort tranchant nul qui est retenu comme lieu de formation d'une rotule, voir par exemple Balay (1988), Houy (1986). Le projet de norme écrans (Pr NF P94-282) comporte une annexe informative intitulée « Procédure pour vérifier la stabilité du massif d'ancrage ». Cette annexe garde ouvertes beaucoup d'options de calcul tout en gardant la définition de Kranz de la condition de stabilité. Cette annexe prend acte que la vérification se fait habituellement en utilisant comme limite du bloc le point d'effort tranchant nul, mais indique néanmoins qu'il est loisible d'envisager d'autres positions. Dans ce cas, si la charge déstabilisante est trouvée inférieure pour une autre position, il convient « d'examiner si on est dans une configuration qui sort du domaine d'ouvrages pour lesquels on peut considérer que la procédure habituelle (M au point d'effort tranchant nul) a été validée ».

Enfin, le troisième point à fixer est celui déterminé par la position du bord inférieur du dispositif d'ancrage. La méthode originelle de Kranz (1953) envisageait des plaques d'ancrage ou un rideau. La ligne de rupture choisie passait par le bord inférieur de cette plaque ou de ce rideau. Dans le cas d'un ancrage du type scellement, la recommandation usuelle est de faire passer la ligne de rupture par la moitié de la zone de scellement (Ranke et Ostermeyer, 1968). Mais Strom et Ebeling (2002) proposent de fixer ce point au tiers de la longueur de scellement à partir de l'extrémité libre.

Nous avons déjà rappelé les critiques émises par Jelinek et Ostermeyer (1967b) et Ranke et Ostermeyer (1968) sans recommander d'alternative. Littlejohn (1972) recommande le changement du coefficient de sécurité en proposant de le définir de la manière suivante :

$$F = \frac{\tan \phi'}{\tan \phi'_n} \quad (3)$$

où  $\phi'_n$  est l'angle de frottement interne minimal permettant d'assurer l'équilibre et  $\phi'$  est l'angle de frottement interne du sol.

Cette idée est reprise ultérieurement par Schulz (1976) et Ostermeyer (1977).

## Discussion : quelle approche proposer ?

### Une certaine confusion

La méthode de Kranz et ses variantes, bien que largement répandues, soulèvent des doutes dans l'esprit de nombreux praticiens. Les variantes sont nombreuses. Les incompréhensions ne sont pas rares. A titre d'anecdote, nous donnons ici (Fig. 9) un exemple d'interprétation erronée de la méthode de Kranz.

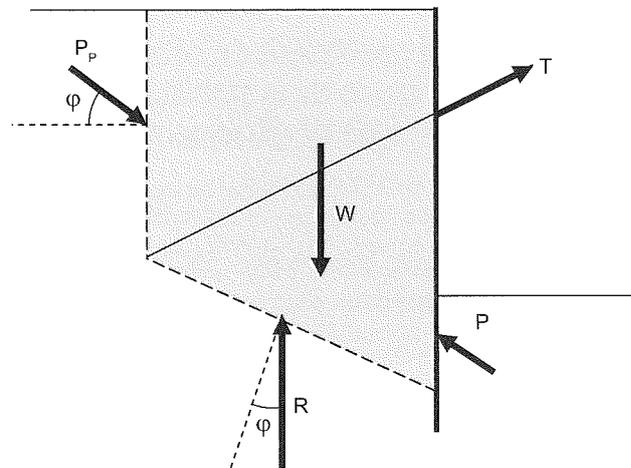


FIG. 9 Inventaire des forces : exemple d'interprétation erronée de la méthode de Kranz.  
Inventory of forces : example of erroneous interpretation of Kranz's method.

On voit ici l'erreur : ou le système comporte outre le bloc de sol la partie de paroi contiguë et alors la force  $T$  sur le tirant est une force intérieure au système, ou le système se limite au bloc de sol, alors il faut ajouter la réaction de la paroi sur le sol.

## 6.2

### Étude de l'effort d'arrachement ou de la stabilité suivant une ligne de glissement profonde ?

Il est indispensable lorsqu'on considère ces mécanismes avec un bloc rigide de séparer la question de l'équilibre interne et de l'équilibre externe. La question de l'équilibre interne est celle de la résistance du tirant et de l'arrachement. Cette question de l'arrachement est primordiale. Kranz essayait de l'aborder puisque le bloc qu'il considère est une sous-partie du bloc considéré dans les approches ultérieures. De même sa définition du coefficient de sécurité devient tout à fait naturelle dans cette perspective.

Mais cette approche pose des problèmes et tout d'abord celui de la nature de l'ancrage : autant on pouvait légitimement essayer d'appliquer les méthodes usuelles d'équilibre limite pour un mur d'ancrage, autant, ces méthodes paraissent inapplicables pour les plaques d'ancrage où l'effet 3D est déterminant et pour les ancrages scellés qui sont maintenant la solution usuelle.

Cette évolution a certainement contribué à ce qu'on renonce à traiter l'arrachement par la modélisation et le calcul. Cette question est réglée pour l'instant par les essais de traction des tirants. Dans la pratique française, les vérifications de type Kranz ne visent plus à vérifier cette résistance à l'arrachement. Elles ne peuvent plus espérer le faire d'ailleurs puisqu'elles considèrent l'ancrage et le bloc de sol compris entre le mur et l'ancrage comme un ensemble. Pour essayer de saisir cet effet d'arrachement il faudrait revenir à des schémas de rupture plus complexes comme ceux envisagés par Kranz.

De ce fait, la stabilité des blocs doit maintenant être comprise clairement comme un examen de stabilité externe pour le bloc étudié.

## 6.3

### Inadaptation du coefficient de sécurité de Kranz pour l'étude de la stabilité globale du bloc pour une ligne de glissement profonde

Pour l'étude de cette stabilité externe ce sont les forces de calcul (forces réelles éventuellement majorées par un coefficient de sécurité partiel) qui doivent être utilisées. Faire intervenir une force de traction supplémentaire dans la direction de l'ancrage ne paraît pas compatible avec la démarche des ELU telle qu'elle est comprise dans les Eurocodes. Or nous allons voir que les méthodes dérivées de la méthode de Kranz reviennent à étudier un état ultime sous l'effet d'une force extérieure complémentaire. C'est ce que notaient déjà Jelinek et Ostermeyer (1967b), avec la simplification de forces de poussée et de butée sans inclinaison (frottement nul).

Nous allons suivre ici la variante détaillée dans les recommandations (TA 95). Considérons par exemple l'inventaire des forces figurant dans (TA 95) (Fig. 10).

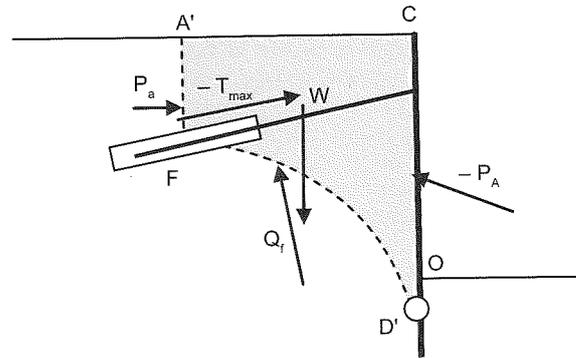


FIG. 10 Inventaire des forces d'après une méthode dérivée de celle de Kranz (TA 95).  
Inventory of forces according to a method derived of Kranz's (TA 95).

Le système considéré est le massif de sable A'CD'F (figure 10). Il ne comporte ni la paroi ni l'ancrage. L'ancrage applique une force  $T$  au massif de sol et la paroi exerce une force  $-P_A$  réaction à la poussée. Le point  $D'$  est le point d'effort tranchant nul. Il s'agit de déterminer la force  $T_{max}$  maximale compatible avec l'équilibre.

Quittant maintenant la démarche du document TA 95, on considère les forces qui s'exercent sur la partie CD' du mur d'ancrage (Fig. 11-I). On a : la force de poussée du mur  $P_A$ , la traction  $T$  dans le tirant, la force normale dans le mur  $N$  (l'effort tranchant est supposé nul en  $D'$ ). Pour fermer le funiculaire des forces il faut ajouter une force horizontale  $F$  appliquée au mur.

On considère maintenant comme système l'ensemble formé du massif de sable A'CD'F de l'ancrage et de la partie de la paroi D'C. On se rapproche ainsi de la démarche du FHWA (1999). Pour ce nouveau système les forces sont le poids  $W$ , la poussée  $P_A$ , la butée  $P_p$  sur partie D'O,  $Q_r$  la résultante des forces sur D'F,  $N$  l'effort normal en  $D'$  dans la paroi. Si le coefficient de sécurité sur la traction était de 1, on aurait la traction maximale qui fermerait le funiculaire des forces avec les différentes autres forces. Pour arriver à mobiliser la traction jusqu'à  $T_{max}$ , il faut ajouter une force extérieure  $F$  égale à la projection horizontale de  $T_{max} - P_A - P_p$  (Fig. 11). Déterminer la force  $F$  extérieure maximale supportable est équivalent à déterminer  $T_{max}$ .

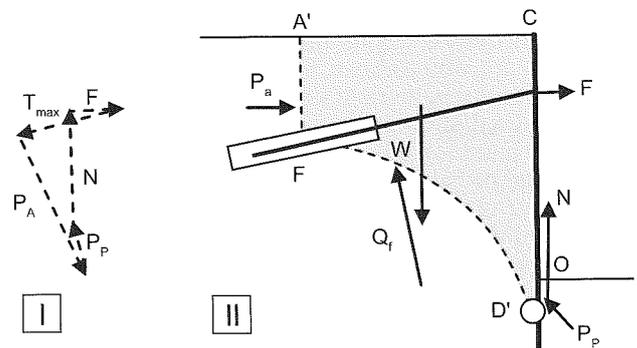


FIG. 11 Introduction d'une force extérieure  $F$  remplaçant la réaction du mur et l'effort transmis par l'ancrage au terrain. I : diagramme des forces s'exerçant sur la partie CD' du mur ; II : inventaire des forces s'exerçant sur l'ensemble bloc + paroi.

Introduction of an external force  $F$  replacing the reaction of the wall and the effort passed on by the anchoring to the ground. I : diagram of forces exercising on the part CD' of the wall ; II : inventory of forces exercising on the set block + wall.

Il devient alors clair que la méthode proposée par TA95 revient à évaluer la stabilité sous l'effet d'une charge extérieure  $F$ . Faire intervenir une telle force qui n'existe pas dans le chargement réel revient à changer de problème. Ceci est notamment de nature à changer les lignes de rupture les plus défavorables et ce sans raison (voir annexe A).

Le coefficient de sécurité associé à Kranz est généralement pris égal à 1,5. On a la condition :

$$\frac{T_{\max}}{T} \geq 1,5 \quad (4)$$

Cette condition peut être réécrite en exprimant  $T_{\max}$  en fonction des projections horizontales de  $F$ , de  $P_A$  de  $P_p$  et de  $N$  et en désignant par l'indice  $h$  la composante horizontale des forces :

$$\frac{T_{\max}}{T} = \frac{(T_{\max})_h}{(T)_h} = \frac{(P_A)_h - (P_p)_h + F}{(P_A)_h - (P_p)_h} \geq 1,5 \quad (5)$$

Soit :

$$F \geq 0,5 ((P_A)_h - (P_p)_h) \quad (6)$$

Cette condition porte finalement sur la résistance du système à une sollicitation extérieure fictive  $F$ , qui ne figure pas parmi les sollicitations agissant sur le système. Ceci conduit à proposer l'abandon du coefficient de sécurité défini par Kranz, compte tenu de son usage actuel.

L'autre point faible soulevé par Jelinek et Ostermeyer (1967b) est que la force réelle dans l'ancrage ne doit pas avoir d'influence sur cette stabilité de glissement sur une ligne de rupture profonde. C'est une autocontrainte dont on peut imposer la valeur, au moins dans un certain intervalle, par un dispositif mécanique comme un vérin.

## 6.4

## Les alternatives actuelles dans les pays anglo-saxons

Dans certains pays, la méthode de Kranz ou ses méthodes dérivées ne semblent pas utilisées, notamment en Grande-Bretagne et aux États-Unis. Notons que l'ouvrage sur les parois moulées (SEI/ASCE 2000) traite du cas des butons mais pas des tirants ancrés. La présentation de Terzaghi en 1953 à l'ASCE ne fait pas non plus référence à la méthode de Kranz (traduction allemande, Terzaghi, 1957).

## 6.4.1

### Le cas de la norme BSI

La norme (BSI, 1994) prévoit trois types d'ancrage par « corps mort » (*deadman anchors*) par pieux travaillant en tension ou par pieu ancré (*anchor pile*). Le cas avec des pieux sous tension est très différent puisqu'il reporte la charge de l'ancrage loin de l'extrémité du tirant.

Deux cas sont distingués : ou les zones active et passive n'interfèrent pas ou elles interfèrent. Si elles interfèrent, l'espace compris entre les deux parois doit être considéré comme un seul bloc dont il faut étudier la stabilité au glissement sur le plan de rupture inférieur. La stabilité interne de ce bloc doit aussi être considérée. Cette norme semble plutôt conçue en pensant au cas d'un ancrage réalisé par un rideau arrière.

## Le cas du manuel FHWA

Le manuel FHWA (1999) envisage le problème du dimensionnement de la partie libre de l'ancrage (p. 67-68). Cette longueur doit permettre de localiser la partie ancrée à une distance minimale de la surface de rupture potentielle critique, de localiser la zone d'ancrage dans un sol adapté à l'ancrage, d'assurer la stabilité globale du système ancré, de supporter les mouvements à long terme. En général, la partie libre doit être à une distance minimale de  $H/5$  ou de 1,5 m derrière la surface de rupture potentielle critique. Dans un sol sans cohésion, on peut supposer que cette surface est celle qui limite la zone de poussée (angle de  $(45^\circ + \phi/2)$  avec l'horizontale en partant du fond de l'excavation).

Une estimation plus précise de cette surface de rupture peut être faite en cherchant l'angle  $\alpha$  conduisant à la plus forte tension dans l'ancrage (Fig. 12).

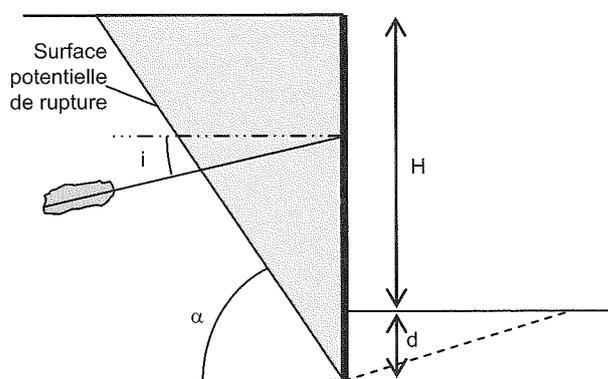


FIG. 12 Exemple d'un mur ancré d'après (FHWA, 1999).

Example of an anchored wall according to (FHWA, 1999).

Cette analyse prend comme système le bloc de sol en grisé et le mur sans l'ancrage. Elle considère que la zone de rupture potentielle est située en dehors de la zone d'ancrage du tirant et que l'on peut bénéficier pleinement de la résistance du tirant.

La force  $P$  que doivent reprendre la composante horizontale de la force d'ancrage et la force résistante horizontale du mur est :

$$P = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \frac{(1 + \xi)^2}{\tan \alpha} - K_p \xi^2 (\sin \delta + \frac{\cos \delta}{\tan(\alpha - \phi)}) \right] \tan(\alpha - \phi) \quad (7)$$

avec  $\gamma$  le poids volumique du sol,  $\delta$  l'angle de frottement sol/mur et  $\zeta = d/H$ . On choisit  $\alpha$  qui maximise  $P$ .

## 6.5

## Une possibilité : aller vers des méthodes de calcul de type plus général analysant la stabilité de blocs

Une alternative naturelle est d'appliquer à la stabilité de différents blocs les méthodes utilisées de manière habituelle pour d'autres types d'ouvrages où on étudie la stabilité de blocs délimités par différentes lignes de rupture. Cela constituerait en quelque sorte un retour à Möller (1933) qui au sujet des parois ancrées prescrit : « Il faut toujours s'assurer que la construction présente une sécurité suffisante par rapport à un plan de glissement arbitraire ».

Là encore plusieurs possibilités s'ouvrent ; ne retenir *a priori* que quelques lignes de rupture, soit optimiser le choix d'une ligne de rupture parmi toutes celles possibles, ce qui suppose d'avoir des outils de calcul adaptés.

L'annexe B évoque sommairement cette possibilité qui est semblable à celle proposée pour les murs à ancrages multiples (Schlosser, 1991). Il s'agit là d'une méthode utilisant des outils plus récents (calcul à la rupture, logiciels) que la méthode de Kranz.

7

## Conclusion

La méthode originelle de Kranz et ses nombreuses variantes ont pour objectif de vérifier la stabilité d'un ouvrage en prenant en compte la longueur des ancrages. Elles diffèrent par le choix du bloc dont on étudie la stabilité. En revanche, elles reprennent le coefficient de sécurité typique de la méthode de Kranz qui est le rapport entre la force maximale et la force qui découle du calcul de poussée. La détermination de cette force maximale revient à l'étude de la stabilité quand on applique une force extérieure déstabilisatrice. C'est ce qui a été reproduit (ou à peu près) dans les expériences déjà anciennes qui ont été rappelées. Cela correspond en fait à l'étude d'un problème qui diffère du problème réel.

Ce calcul pourrait être remplacé, d'une part, par des dispositions constructives telles que proposées par des documents britannique et américain et, d'autre part, par des calculs de stabilité utilisant des lignes de rupture et menés suivant les méthodes classiques compatibles avec l'Eurocode 7. Bien entendu, une telle évolution ne peut être recommandée que si toutes les dispositions pour la mise en œuvre pratique sont prévues, comme le demande Heibaum (2005).

### REMERCIEMENTS

L'auteur tient à remercier Emmanuel Bourgeois pour une relecture critique d'une version antérieure.

## Annexe A

### L'introduction d'une force extérieure horizontale fait varier la ligne de rupture optimale

Nous allons donner un exemple *le plus simple possible*, dans le cadre du calcul à la rupture (approche cinématique). Nous supposons que le sol est purement cohésif de cohésion  $C$ . Il y a une surcharge verticale imposée  $F_v$  et le poids  $W$  est dû à un poids volumique homogène  $\gamma$  (Fig. 10). Nous étudions la stabilité d'un prisme de Coulomb.

Nous allons vérifier que le choix de l'angle optimal  $\alpha$  dépend de la force horizontale appliquée.

On évalue la puissance des forces extérieures  $P_e$  et la puissance résistante maximale  $P_{rm}$  :

$$P_e = U(F_h \sin \alpha + F_v \cos \alpha + \frac{\gamma H^2}{2} \sin \alpha) \quad (A.1)$$

$$P_{rm} = U \frac{HC}{\cos \alpha} \quad (A.2)$$

La condition nécessaire de stabilité s'écrit :

$$C \geq (\frac{\gamma H}{2} + \frac{F_h}{H}) \sin \alpha \cos \alpha + \frac{F_v}{H} \cos^2 \alpha \quad (A.3)$$

Clairement, le choix optimal de  $\alpha$  dépend du rapport

$$\frac{F_h + \gamma H^2 / 2}{F_v} \text{ et est donc influencé par } F_h.$$

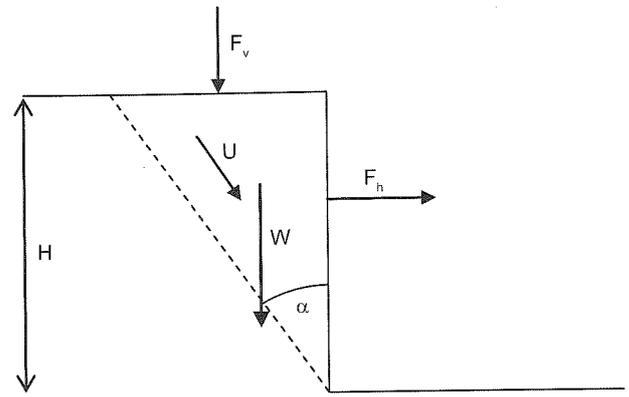


FIG. A1

Exemple montrant qu'une force horizontale supplémentaire influence les lignes de rupture.

Example showing that a supplementary horizontal force influences the failure lines.

## Annexe B

### Aller vers des méthodes utilisées pour d'autres ouvrages ?

Une alternative naturelle est d'étudier la stabilité de différents blocs selon les méthodes utilisées de manière habituelle pour d'autres types d'ouvrages : étude de la stabilité de blocs suivant des lignes de rupture. Là encore, plusieurs possibilités s'ouvrent ; ne retenir *a priori* que quelques lignes de rupture, soit optimiser le choix d'un ligne de rupture parmi toutes celles possibles, ce qui suppose d'avoir des outils de calcul adaptés. La disponibilité de moyens de calculs permet aujourd'hui de ne pas se limiter aux segments droits mais d'envisager cercles ou arcs de spirale logarithmique.

On peut ainsi définir comme condition à vérifier que le travail des forces motrices agissant sur le bloc soit inférieur avec un coefficient de sécurité partiel au travail de forces résistantes (poids, surcharges) ; ces forces résistantes sont les forces de cisaillement le long de la ligne de rupture et une contribution éventuelle de la résistance d'un ancrage coupé par la ligne de rupture envisagée. Une telle définition est adaptée à une démarche type calcul à la rupture comme suggéré par le projet de norme « écrans » (Pr NF P94-282), mais on peut aussi l'écrire comme le rapport des forces de

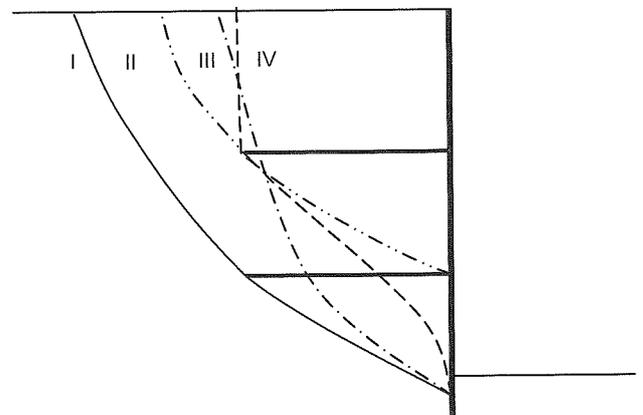


FIG. B1

Exemples de lignes de rupture pour la vérification des longueurs d'ancrage.

Examples of failure lines for the check of the anchoring length.

cisaillement nécessaires sur la résistance au cisaillement. Il faut bien noter qu'un calcul de ce type prend en compte de manière explicite la résistance des ancres ainsi que leurs longueurs, alors que la méthode de Kranz ne s'intéresse qu'à la longueur.

Par ailleurs, la prise en compte de telles lignes coupant éventuellement tirant ou bulbe d'ancrage permet de prendre en compte l'éventuelle interaction entre longueur du tirant et résistance du tirant et de son ancrage dans le dimensionnement (Aljewifi, 2006). Cette interaction intervient quand on abandonne l'hypothèse simplificatrice du point d'ancrage fictif situé à la moitié de la zone d'ancrage. On peut notamment prendre comme hypothèse que la résistance de l'ancrage dans le sol à prendre en compte est proportion-

nelle à la partie laissée en dehors du massif par la ligne de rupture considérée. Cette possibilité est offerte par certains programmes de calcul (TALREN, 2005). Une telle méthode se rapprocherait très sensiblement de ce qui est préconisé pour les états limites ultimes des sols renforcés (Schlosser et Unterreiner, 1994), (Clouterre, 1991) et plus encore des murs à ancres multiples (Schlosser, 1991). Elle engloberait à la fois la vérification de la stabilité globale et celle de la longueur des ancres et de la résistance des tirants.

Enfin, l'utilisation du calcul à la rupture, peut déjà permettre d'envisager des mécanismes de rupture plus complexes avec par exemple deux blocs, ce qui se rapprocherait de certaines observations expérimentales, au prix toutefois d'une certaine complication.

## Bibliographie

- Aljewifi H. – Stabilité d'un écran ancré : longueur d'ancrage, rapport de stage master MSROE, ENPC, 2006, 35 p.
- Agatz A. – *Der Kampf des Ingenieurs gegen Erde und Wasser im Grundbau*, Springer Verlag, 1936, 276 p.
- Anderson W.F., Hanna T.H., Abdel-Malek, M.N. – Overall stability of anchored retaining walls. *Journal of Geotechnical Engineering*, ACSE, vol. 109, n° 11, 1983, p. 1416-1433.
- Balay J. – Parois moulées ancrages. *Techniques de l'ingénieur*, C 252, 1988, 12 p.
- Brennecke L. – *Der Grundbau*. Verlag Deutsche Bauzeitung, Berlin, 1906, 595 p. (3<sup>e</sup> éd.).
- Brennecke L., Lohmeyer E. – *Der Grundbau*, tome 2. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1930, 278 p. (4<sup>e</sup> éd.).
- Brinch Hansen J. – *Earth Pressure calculation*. Danish Technical Press, Copenhagen, 1951.
- Brinch Hansen J., Lungren H. – Hauptprobleme der Bodenmechanik, Springer-Verlag, Berlin, 1960, 282 p.
- BSI – Code of Practice for earth retaining structures, BS 8002. British Standards Institution, 1994, 112 p.
- Buchholz W. – Erdwiderstand auf Ankerplatten, in *Jahrbuch der Hafenbautechnischen Gesellschaft. Zwölfter band 1930-1931*, Verlag der Hafenbautechnischen Gesellschaft, Hambourg, 1932, p. 300-326.
- Buchholz W., Petermann H. – Berechnungsverfahren für Ankerplatten und Wände. *Der Bauingenieur*, Heft 19/20, 1935, p. 227-230.
- Cambefort H. – Parois de soutènement maintenues par une ligne d'ancrage. *Annales ITBTP*, n° 333, novembre 1975, p. 25-44.
- Clouterre – *Recommendation Clouterre 1991 pour la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle des soutènements réalisés par clouage des sols*. Presses de l'ENPC, 1991, 272 p.
- Dean A.C. – *Piles and Pile Driving*. Crosby Lockwood & Son Ltd, London, 1935.
- DIN 1054 – *Ground Verification of the safety of earthworks and foundations* (version anglaise de Baugrund Sicherheitsnachweise im Erd und Grundbau), Beuth Verlag, Berlin, 2005, 123 p.
- EAU 2004 – *Recommendations of the Committee for Waterfront Structures Harbours and Waterways*. 8<sup>th</sup> English edition, Translation of the 10<sup>th</sup> German edition, John Wiley and Sons, 2006, 636 p.
- EAU 1990 – *Recommendations of the Committee for Waterfront Structures Harbours and Waterways*. 6<sup>th</sup> English edition, Ernst & Sohn, Berlin, 1992, 623 p.
- Franzius O. – *Der Grundbau*, Julius Springer, Berlin, 1927, 360 p.
- FHWA – Geotechnical Engineering Circular n° 4, Ground Anchors and Anchored Systems, publication N° FHWA-IF-99-015, U.S. Department of Transportation, 1999, 281 p.
- Hanna T.H., Matallana G.Z. – The behavior of tied-back retaining walls. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 7, 1970, p. 372-396.
- Heibbaum M. – Neue Regeln für Erdstatische Nachweise und daraus abgeleitete Empfehlungen. *Hansa* n° 11/2005, (<http://hansa-online.de/print.asp?artikelID=600>).
- Houy A. – Dimensionnement des ouvrages en palplanches en acier, édité par l'auteur, Metz, 1986, 492 p.
- Jelinek R., Ostermeyer H. – Zur Berechnung von Fangedämmen und verankerten Stützwänden. *Die Bautechnik*, 44, n° 5, 1967a, p. 167-171.
- Jelinek R., Ostermeyer H. – Zur Berechnung von Fangedämmen und verankerten Stützwänden. *Die Bautechnik*, 44, n° 6, 1967b, p. 203-207.
- Jessberger H.L. – Theorie und Praxis eines neuzeitlichen Verankerungsverfahrens. *Die Bautechnik*, n° 7, 1968, p. 226-232.
- Kranz E. – Die Arbeiten und Bauten auf den Ostfriesischen Inseln von Borkum bis Speikerooog. *Jahrbuch der Hafenbautechnischen Gesellschaft. Zwölfter band 1930-1931*, Verlag der Hafenbautechnischen Gesellschaft, Hambourg, 1932, p. 174-180.
- Kranz E. – Über die Verankerung von Spundwänden, 1<sup>re</sup> éd. 1940, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 2<sup>e</sup> éd. 1953, 53 p.
- Krey H. – *Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes in grössere Tiefe*. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 2<sup>e</sup> éd. 1918.
- Krey H. – *Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes*. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 5<sup>e</sup> éd. 1936.
- Littlejohn G.S. – Anchored Diaphragm Walls in Sand. *Anchor Design, Ground Engineering*, vol. 5, n° 1, 1972, p. 12-17.
- Möller M. – *Erddruck-Tabellen mit Erläuterung über Erddruck und Verankerungen*. S. Hirzel, Leipzig, 1902.
- Müller-Breslau H. – *Erddruck auf Stützmauern*. Alfred Kröner Verlag, Stuttgart, 1<sup>re</sup> éd. 1906, 2<sup>e</sup> éd. 1947.
- Möller M. – *Erddruck-Tabellen mit Erläuterung über Erddruck und Verankerung*. Verlag von S. Hirzel, Leipzig, 1902, 148 p.
- Möller M. – *Poussée des terres*. Édition française revue et complétée par H. Lurié, Paris et Liège, Librairie polytechnique Ch. Béranger, 1933, 324 p.
- Pascal R. – Conception et calcul des murs de quai à tirants. *Annales des ponts et chaussées*, 1957, p. 319-355 et 445-472.
- Ohde J. – Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung. *Die Bautechnik*, 1938, p. 150-159, 176-180, 241-245, 331-335, 480-487, 570-571, 753-761.
- Ostermeyer H. – Practice in the Detail Design Application of Anchorages. *A review of Diaphragm walls*, Institution of civil Engineers, London, 1977, p. 55-61.
- Peterman H. – Bewegung und Kraft bei Ankerplatten. *Der Bauingenieur*, Heft 43/44, 1933, p. 531-536.
- Pile Buck – History and types of sheet piling, (<http://pz27.pilebuckinternational.com/overview/history.php>), 2007.
- Pr NF P94-282 – Calcul géotechnique, Ouvrages de soutènement, Écrans, projet de norme française, AFNOR, version du 20/11/2006, 193 p.
- Ranke A., Ostermeyer H. – Beitrag zur Stabilitätsuntersuchung mehrfach verankerter Baugrubenumschließungen. *Die Bautechnik*, 45, n° 10, 1968, p. 341-350.
- ROSA 2000 – Recommendation pour le calcul aux états limites des ouvrages en site aquatique, série ouvrages, fascicule « Rideaux de soutènement », CD Rom, CETMEF, 2001, 44 p.
- Rowe P.W. – *Anchored sheet-pile walls*. The Institution of Civil Engineers, London, 1952.
- Roth S. – Steel sheet pile as prefabricated elements in harbour construction. *Bulletin de l'AIPCN* (Association internationale des congrès de navigation), n° 59, 1987, p. 101-117.

- Schlosser F. – Murs de soutènement. *Techniques de l'Ingénieur*, traité Construction, document C244, 1991, 23 p.
- Schlosser F., Unterreiner P. – Renforcement des sols par inclusions, in *Techniques de l'Ingénieur*, traité Construction, document C 245, 1994, 19 p.
- Schulz H. – The Definition of the Factor of Safety of Multi-Tied Back Walls, Proceedings. *6th European Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering*, Vienne, vol. 2, 1976, p. 473-478.
- SEI/ACSE 2000 – Effective Analysis of Diaphragm Walls, ACSE, 98 p.
- Strom R.W., Ebeling R. – Methods Used in Tieback Wall Design and Construction to Prevent Local Anchor Failure, Progressive Anchorage Failure, and Ground Mass Stability Failure. USACE, ERDC/ITL TR-02-11, 2002, 178 p.
- T.A. 72 – *Recommandations concernant la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle des tirants d'ancrage*. Eyrolles, 123 p.
- T.A. 95 – *Tirants d'ancrage. Recommandations concernant la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle*. Eyrolles, 151 p.
- TALRE, 2005, TALREN 4 – Manuel d'utilisation. Société Terrasol, 128 p.
- Terzaghi – *Verankerte Spundwände*. VEB Verlag Technik Berlin, 1957 (traduction de Transactions of ASCE, 1953).
- Verdeyen J., Nuyens J. – Vérification expérimentale des méthodes de calcul des rideaux d'ancrage de palplanches simplement ancrées. *Symposium Rhéologie et mécanique des sols*, Grenoble 1-4/1964, sous la direction de J. Kravtchenko et P.M. Sirieys, Springer, 1966, p. 416-428.
- Verdeyen J., Roisin V., Nuyens J. – Applications de la mécanique des sols, volume 2, Vander, Louvain, Dunod, Paris, 1971, 463 p.
- Verdeyen J., Roisin V. – Relation entre les effets des surcharges extérieures concentrées et les caractéristiques des écrans souples. *Comptes rendus du 5<sup>e</sup> congrès international de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations*, Pais, 17-22 juillet 1961, tome 2, Dunod, p. 501-508.
- Weißbach A. – Gelbdruck DIN 1054. Sicherheitsnachweise im Erd und Grundbau. *Der Prüfingenieur*, n° 20, 2002, p. 17-25.