

# Courbe de convergence d'un tunnel pour un modèle phénoménologique d'endommagement

**F. MARTIN**

Centre d'études des tunnels  
25, av. François-Mitterrand  
69674 Bron Cedex  
LMT Cachan, ENS Cachan  
Univ. Paris 6/CNRS

**R. DESMORAT**

LMT Cachan, ENS Cachan  
61, av. du Président-Wilson  
94230 Cachan

**A. SAITTA**

Laboratoire régional  
des ponts et chaussées  
d'Aix-en-Provence  
107, rue Albert-Einstein  
13791 Aix-en-Provence

## Résumé

Une solution semi-analytique au calcul de la courbe de convergence d'un terrain est présentée. Les non-linéarités des matériaux rocheux sont modélisées en utilisant le formalisme de l'endommagement phénoménologique isotrope. Une validation de la solution par la méthode des matrices de transfert est proposée. Le tunnel du Bois de Peu, près de Besançon, sert d'application concrète aux calculs montrant la possibilité d'utiliser la mécanique de l'endommagement pour le dimensionnement en travaux souterrains.

*Mots-clés* : endommagement, convergence-confinement, courbe de convergence, méthode des matrices de transfert, méthode hodographique, tunnels, non-linéarités.

# Ground reaction curve for a phenomenological damage model

## Abstract

A closed-form solution of the ground reaction curve is presented. Non-linearities of rock materials are modelled by using the isotropic phenomenological damage formalism. A validation of the solution by the transfer matrix method is proposed. The « Bois de Peu » tunnel, close to Besançon, provides a practical application to calculations showing the possibility to use the damage mechanics for design in underground work.

*Key words* : damage, convergence-confinement ground reaction curve, transfer matrix method, hodograph method, tunnels, non-linearities.

NDLR : Les discussions sur  
cet article sont acceptées  
jusqu'au 1<sup>er</sup> mars 2007.

## Introduction

### L'endommagement

Le phénomène d'endommagement des matériaux rocheux est connu depuis fort longtemps. Il se traduit concrètement par une perte progressive de rigidité, accompagnée le plus souvent d'un radoucissement [1]. A l'échelle des minéraux, des microfissures s'ouvrent entre grains et se rejoignent progressivement (coalescence) jusqu'à la ruine macroscopique.

On a vu se développer depuis quelques années des modèles et des concepts d'endommagement des géomatériaux basés sur la théorie de la mécanique de la fracture et de l'homogénéisation macroscopique [2, 3]. Ces modèles – répondant parfaitement à la modélisation pointue d'ouvrages dans des matériaux endommageables (argilites, grès, granites, marnes indurées, etc.) – nécessitent toutefois l'identification d'un nombre relativement important de paramètres avec parfois la mise en oeuvre d'essais compliqués ; ils conduisent souvent à des difficultés numériques conséquentes, tant au niveau de l'implémentation dans un code de calculs par éléments ou différences finis qu'au niveau du temps de calcul.

La mécanique de l'endommagement phénoménologique – ou mécanique de l'endommagement continu [4, 5] – est en développement depuis près de 30 ans et a montré son utilité et son efficacité pour un nombre important de matériaux et d'applications [6-9]. Les modèles les plus utilisés ont un nombre restreint de paramètres et un simple essai monotone suffit souvent pour leur identification. Pour les roches, le couplage de l'endommagement avec la plasticité et la viscoplasticité a été proposé par plusieurs auteurs [10], en particulier pour les argilites de l'Est de la France [11-13]. Dans ces mêmes argilites, des travaux ont été menés sur la relation entre l'endommagement et la perméabilité [14].

Le présent travail propose une application d'un modèle simple d'élasticité endommageable [15] au cas particulier des travaux souterrains : le calcul de la courbe de convergence. La simplicité du modèle permet d'obtenir une solution semi-analytique pour un comportement néanmoins fortement non linéaire.

### Rappel sur la méthode convergence-confinement

La méthode convergence-confinement [16] est d'usage très courant en ingénierie souterraine pour sa simplicité et sa rapidité d'utilisation. Elle permet de fixer les ordres de grandeur des convergences et des efforts dans les soutènements, et ainsi de prédimensionner aisément les cintres, coques de béton projeté ou revêtements en béton coffré selon le choix du concepteur.

Plus qu'une méthode, ce concept repose sur une formulation entièrement analytique du problème mécanique [17, 18], issue de calculs en milieux continus utilisant des hypothèses simplificatrices :

- axisymétrie d'axe  $\vec{z}$ , l'axe du tunnel :
- massif homogène isotrope,
- contraintes initiales isotropes,
- cavité circulaire,
- cavité à moyenne ou grande profondeur ;
- état en déformations planes ( $\epsilon_z = 0$ ).

La méthode est basée sur une modélisation simple du déconfinement progressif du massif autour du front de taille par l'introduction d'une pression fictive dont l'évolution est gouvernée par le taux de déconfinement  $\lambda(x)$  où  $x$  est la distance au front de taille [19] (Fig. 1) :

$$P_f(x) = (1 - \lambda(x))\sigma_0 \quad (1)$$

où  $\sigma_0$  est la contrainte initiale isotrope et  $P_f$  la pression fictive radiale en paroi.

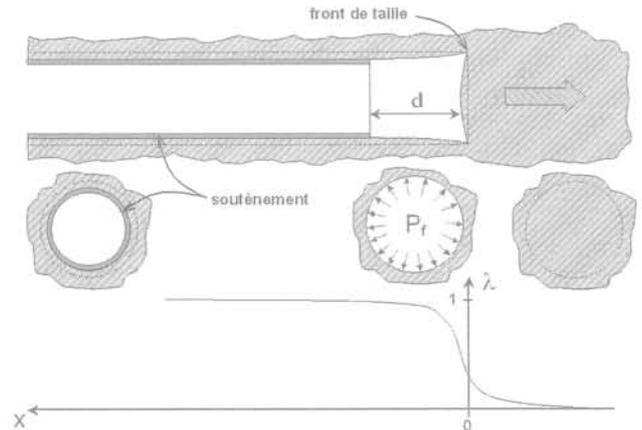


FIG. 1 Notion de déconfinement en déformations planes : introduction d'une pression fictive  $P_f$  et du taux de déconfinement  $\lambda$ .

Loss of confinement concept in plane strains : introduction of a fictive pressure  $P_f$  and a confinement loss  $\lambda$ .

L'interaction soutènement-terrain est prise en compte comme suit : la distance  $d$  de pose du soutènement pilote directement le niveau de chargement de celui-ci placé en arrière du front. La courbe de convergence qui nous intéresse dans cet article est l'expression de la pression  $P_f(x)$  en fonction du déplacement en paroi  $u(x)$ . Il s'agit donc d'une courbe paramétrique, de paramètre  $x$ . Son intersection avec la courbe de confinement – ou de chargement du soutènement – monotone croissante donne l'équilibre final du système.

## La méthode hodographique en travaux souterrains

La méthode de calcul dite hodographique a été proposée et adaptée aux travaux souterrains par Biot en 1974 [20], afin d'étudier l'impact du comportement non linéaire des roches sur les convergences. Elle fut ensuite reprise par Detournay *et al.* en 1985 [21] qui l'utilisèrent pour calculer l'expression de la courbe de convergence dans le cas d'un matériau élasto-plastique avec écrouissage positif. Récemment, Mitaim *et al.* ont utilisé la méthode hodographique dans le cas d'une approche modélisant l'endommagement rocheux par la mécanique de la rupture [22], ainsi que pour un modèle de sol hyperbolique [23]. Précisons juste, à ce

## Loi d'endommagement et expression énergétique

stade, que la méthode hodographique décrite ci-après a l'avantage de permettre la reformulation d'un problème aux dérivées partielles en une équation différentielle, non linéaire dans le cas des matériaux endommageables. Cette réécriture des équations de la statique permet ainsi de résoudre des problèmes non linéaires avec des méthodes d'intégration numérique courantes (Euler, Runge-Kutta, etc.).

Dans les conditions d'application de la méthode convergence-confinement décrites au paragraphe précédent et dans le repère cylindrique habituel, les déformations s'expriment en fonction du déplacement  $U$  d'un point :

$$\varepsilon_r = -\frac{dU}{dr} \quad (2)$$

$$\varepsilon_\theta = -\frac{U}{r} \quad (3)$$

L'équation d'équilibre s'écrit dans le cas axisymétrique :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4)$$

En combinant (2) et (3) on obtient :

$$\frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{r} = \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} \quad (5)$$

Les équations (4) et (5) forment un système dont on déduit l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\sigma_r}{d\varepsilon_\theta} = -\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta} \quad (6)$$

Une condition nécessaire à la transformation hodographique est la possibilité d'exprimer les déformations exclusivement en fonction des contraintes :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r(\sigma_r, \sigma_\theta) \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta(\sigma_r, \sigma_\theta) \quad (7)$$

De cette formulation on tire la différentielle de  $\varepsilon_\theta$  :

$$d\varepsilon_\theta = \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_r} d\sigma_r + \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta} d\sigma_\theta \quad (8)$$

que l'on introduit dans (6) pour obtenir :

$$\frac{d\sigma_r}{d\varepsilon_\theta} = \frac{\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta}}{-\frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{\sigma_r - \sigma_\theta} - \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_r}}$$

soit encore l'écriture suivante, plus commode pour la suite de notre étude :

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r}(\sigma_r, \sigma_\theta) = -\frac{\frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{\sigma_r - \sigma_\theta} + \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_r}}{\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta}}$$

Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre d'inconnue  $\sigma_\theta$ , fonction de la variable  $\sigma_r$  dont la solution est recherchée sous la forme  $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\sigma_r)$ . La loi de comportement du matériau permet de relier les contraintes aux déformations  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta(\sigma_r)$ . L'équation (3) sert ici à calculer l'équation de la courbe de convergence :

$$U = -R \times \varepsilon_\theta(\sigma_r) \quad (10)$$

où  $R$  est le rayon du tunnel.

Pour aboutir à une solution explicite de l'équation (9), le modèle d'endommagement choisi ne doit pas être trop complexe. Le modèle isotrope de Marigo [15], écrit dans un formalisme thermodynamique simple, accompagné d'une loi d'évolution de la variable  $D$  en racine carrée de l'énergie élastique, a été choisi. Bien que l'isotropie de l'endommagement rocheux soit une hypothèse très forte, elle permet dans un premier temps d'obtenir une solution. Cette modélisation donne une expression linéaire de  $D$  en fonction des déformations. Avec le formalisme de la mécanique de l'endommagement [4], l'énergie libre  $\Psi$  du matériau est écrite ( $\rho$  est la masse volumique) :

$$\rho \Psi = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} (1-D) : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (11)$$

où  $\underline{\underline{E}}$  est le tenseur de Hooke du matériau sain, supposé isotrope.

La loi d'élasticité endommageable dérive de ce potentiel thermodynamique :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{E}} (1-D) : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (12)$$

La variable associée à  $D$  est appelée taux de restitution de densité d'énergie ; elle est notée  $Y$  et s'exprime ainsi :

$$Y = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (13)$$

Dans le cas d'une sollicitation monotone, comme celle du creusement d'un tunnel classique, l'évolution de l'endommagement peut être écrite :

$$D = \begin{cases} 0 & \text{si } y < y_D \\ \frac{\sqrt{Y} - \sqrt{Y_D}}{S} & \text{si } y \geq y_D \end{cases} \quad (14)$$

soit encore, en définissant une fonction critère d'endommagement  $F_D$  :

$$F_D = Y - \kappa(D) = Y - (SD + \sqrt{Y_D})^2 \quad (15)$$

de sorte que si  $F_D < 0$ , le matériau se comporte de façon purement élastique et si  $F_D = 0$ , l'endommagement évolue.

Ce modèle nécessite l'identification de deux paramètres caractéristiques du matériau considéré, en plus du module de Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  : le seuil d'endommagement  $Y_D$  et la résistance à l'endommagement  $S$ . Le paragraphe 7 explicite le rôle de ces deux paramètres.

Dans ces conditions, les hypothèses de déformations planes imposent :

$$\sigma_z = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (16)$$

Soit :

$$Y = \frac{1+\nu}{2E(1-D)^2} (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{2E(1-D)^2} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)^2$$

en remplaçant  $\sigma_z$  par son expression (16), on aboutit à une expression uniquement dépendante de  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  et  $D$  que l'on peut réécrire :

$$Y = \frac{w_\varepsilon(\sigma_r, \sigma_\theta)}{(1-D)^2} \quad (17)$$

où l'on a posé :

$$w_e = \frac{1-v^2}{2E} (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2) - \frac{v(1+v)}{E} \sigma_r \sigma_\theta \quad (18)$$

Dans toute la suite, nous travaillerons en incréments globaux de contraintes et de déformations (entre l'instant  $t$  et l'instant initial) de sorte que  $\sigma = \sigma_t - \sigma_0$  et  $\varepsilon = \varepsilon_t - \varepsilon_0$ , avec  $\sigma_0$  et  $\varepsilon_0$  respectivement la contrainte et la déformation initiales au point considéré.

4

## Réécriture de la loi de comportement

Pour un matériau endommagé suivant la loi d'évolution précédente, l'équation (14) peut aussi s'exprimer en fonction de  $w_e$  :

$$D = \frac{1}{S} \left( \frac{\sqrt{w_e}}{1-D} - \sqrt{Y_D} \right) \quad (19)$$

On en tire une équation du second degré en  $D$  :

$$D^2 - \frac{S - \sqrt{Y_D}}{S} D + \frac{\sqrt{w_e} - \sqrt{Y_D}}{S} = 0 \quad (20)$$

En faisant l'hypothèse d'une résistance à l'endommagement suffisamment élevée,  $S \geq \sqrt{Y_D}$ , l'équation précédente livre une expression analytique de  $D$  en fonction de  $w_e$ , donc en fonction de  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  :

$$D = \frac{S - \sqrt{Y_D}}{2S} - \sqrt{\left( \frac{S - \sqrt{Y_D}}{2S} \right)^2 - \frac{\sqrt{w_e} (\sigma_r, \sigma_\theta) - \sqrt{Y_D}}{S}} \quad (21)$$

L'intégration de l'équation (9) pour la méthode hodographique nécessite les expressions de  $\varepsilon_r$  et  $\varepsilon_\theta$ , expressions que l'on obtient aisément en écrivant la loi d'élasticité endommageable :

$$\varepsilon = \frac{\underline{\underline{E}}^{-1} : \sigma}{1-D}$$

En développant et en remplaçant  $\sigma_z$  par son expression (16), on aboutit alors à :

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{1+v}{E(1-D)} [(1-v)\sigma_r - v\sigma_\theta] = \varepsilon_r(\sigma_r, \sigma_\theta) \\ \varepsilon_\theta = \frac{1+v}{E(1-D)} [(1-v)\sigma_\theta - v\sigma_r] = \varepsilon_\theta(\sigma_r, \sigma_\theta) \end{cases} \quad (22)$$

5

## Calcul de la courbe de convergence

Les étapes suivantes du calcul de la courbe de convergence consistent tout d'abord à remplacer l'endommagement  $D$  par son expression (21), puis à expliciter successivement :

$$\varepsilon_r - \varepsilon_\theta, \quad \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_r} \text{ et } \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta}$$

On aboutit au final à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r} = \frac{4\lambda(\lambda-L)(1-v)((\lambda-L)^2 - M) - (2N\sigma_r + P\sigma_\theta)((1-v)\sigma_\theta - v\sigma_r)}{-4\lambda(\lambda-L)(1-v)((\lambda-L)^2 - M) + (2N\sigma_\theta + P\sigma_r)((1-v)\sigma_\theta - v\sigma_r)} \quad (23)$$

où l'on a posé :

$$\beta = L - \sqrt{M + \sqrt{N(\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2) + P\sigma_r\sigma_\theta}} \quad (24)$$

$$L = \frac{E(S + \sqrt{Y_D})}{2S} \quad (25)$$

$$M = E^2 \left[ \left( \frac{S - \sqrt{Y_D}}{2S} \right)^2 + \frac{\sqrt{Y_D}}{S} \right] \quad (26)$$

$$N = \frac{E^3(1-v^2)}{2S^2} \quad (27)$$

$$P = -\frac{E^3 v(1+v)}{S^2} \quad (28)$$

Par une routine d'intégration numérique, par exemple de type Runge-Kutta, il est ensuite possible de calculer point par point le chemin de contrainte en paroi et de tracer ainsi de manière quasi analytique la courbe de convergence d'un tunnel. Le détail de la feuille de calcul d'un tableur classique est fourni en annexe.

6

## Validation par la méthode des matrices de transfert

La méthode des matrices de transfert est une méthode de calcul permettant d'approcher les valeurs du couple déplacement radial-contrainte radiale ( $U, \sigma_r$ ) à n'importe quelle distance de la paroi d'un tunnel dans le cadre restreint de la méthode convergence-confinement. Lacroix expose en détail cette méthode [24] pour la première fois et pour le calcul des structures en RDM. L'application au creusement d'un tunnel et au calcul de la courbe de convergence a été détaillée par Sulem en 1994 [25]. Nous nous proposons dans la suite de vérifier la validité de la solution semi-analytique issue de (23) à l'aide de cette méthode et réciproquement de valider la programmation de la méthode des matrices de transfert.

6.1

### Détail de la méthode

La méthode est basée sur l'utilisation des lois incrémentales pour exprimer les non-linéarités de comportement. Partons de la relation linéaire suivante considérée, dans notre cas, valable pour le problème en déformations planes d'un tunnel circulaire :

$$\Delta \sigma = [L] : \Delta \varepsilon \quad (29)$$

Il s'agit de la loi de comportement incrémentale, où l'incrément de contrainte est relié à l'incrément de déformations totales par une matrice  $[L]$  (tenseur de Hooke en élasticité ou opérateur tangent en plasticité). On peut aisément réduire la notation tensorielle à une notation matricielle de la loi de comportement en posant :

$$\Delta \vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \Delta \sigma_r \\ \Delta \sigma_\theta \end{pmatrix} \text{ et } \Delta \vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_r \\ \Delta \varepsilon_\theta \end{pmatrix} \quad (30)$$

La contrainte intermédiaire longitudinale  $\sigma_z$  n'est pas nulle, mais elle ne jouera aucun rôle dans la modélisation que nous avons choisie : les critères sont exprimés en déformations et rappelons qu'avec le repère choisi  $\varepsilon_z = 0$ . Les grandeurs mécaniques exprimées dans le repère cylindrique correspondent aux grands déformations principales.

Divisons le terrain autour du tunnel en un nombre  $N$  important de tubes creux concentriques et d'épaisseurs assez petites pour pouvoir considérer que la loi linéarisée (29) est valable sur chaque section ainsi formée (Fig. 2). Chaque tranche d'indice  $i$  est caractérisée par son rayon  $\rho_i$ . On choisit une répartition géométrique des rayons, car c'est à la paroi que les évolutions sont les plus grandes. Trois paramètres « numériques » sont donc introduits ici :

- le nombre total d'anneaux  $N$  ;
- le rayon du dernier anneau, qui fixe la condition aux limites « infinie » ;
- l'épaisseur du premier anneau.

La deuxième incrémentation est celle du déconfinement en paroi issu de la méthode convergence-confinement (éq. 1). Pour modéliser cette décompression progressive du terrain autour du front de taille, on considérera l'indice  $j$  tel que la pression fictive est exprimée comme suit :

$$(P_f)_j = \sigma_0 \left( 1 - \frac{j}{M} \right) \quad \text{avec } j \in (1, \dots, M) \quad (31)$$

Cela revient simplement à considérer  $j$  incréments de déconfinements successifs pour arriver au final à une pression en paroi  $P_f = 0$ . Le schéma de résolution est explicite.

La solution analytique en contraintes et déformations pour une loi de comportement linéaire et pour un tube épais de longueur infinie, soumis à un chargement intérieur et extérieur, est connue. Il est donc possible d'écrire les solutions analytiques pour chaque anneau  $[\rho_i, \rho_{i+1}]$  de proche en proche : contrairement aux éléments finis où les inconnues nodales sont directement les déplacements, les inconnues autour de la cavité circulaire sont les constantes d'intégration tranche par tranche du problème linéaire tangent (dénotées  $A$  et  $B$  ci-après).

En se plaçant sur l'anneau  $i$  entre  $[\rho_i, \rho_{i+1}]$  et à l'état de déconfinement  $j$ , on peut écrire l'équation d'équilibre en coordonnées cylindriques :

$$\frac{d(\Delta\sigma_r)_{i,j}}{dr} + \frac{(\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta)_{i,j}}{r} = 0 \quad (32)$$

En couplant cette dernière avec la loi de comportement incrémentale (29) et l'expression des déforma-

tions en fonction des déplacements (2, 3), on obtient la solution générale :

$$(\Delta U)_{i,j} = A_{i,j} \rho^{\alpha_{i,j}} + B_{i,j} \rho^{\beta_{i,j}} \quad (33)$$

$A_{i,j}$  et  $B_{i,j}$  sont les deux constantes d'intégration qu'il va falloir déterminer,  $\alpha_{i,j}$  et  $\beta_{i,j}$  deux constantes unique-ment fonction des composantes de la matrice  $[L]$  (i.e. déterminées explicitement à chaque itération). La contrainte radiale se calcule par l'intermédiaire de la loi de comportement :

$$(\Delta\sigma_r)_{i,j} = A_{i,j} (L_{11}\alpha + L_{12})_{i,j} \rho^{\alpha_{i,j}} + B_{i,j} (L_{11}\beta + L_{12})_{i,j} \rho^{\beta_{i,j}} \quad (34)$$

A partir des conditions aux limites et des conditions de raccordement entre anneaux (interface parfaite), il reste à déterminer  $A$  et  $B$  qui sont les inconnues nodales.

Nous devons donc exprimer les incréments de déplacement et de contrainte radiale  $\Delta U$  et  $\Delta\sigma_r$  de chaque côté de la frontière matérialisée par le rayon  $\rho_i$ . Par l'écriture de la continuité mécanique, l'égalité des deux dernières expressions nous permet directement de relier les constantes  $A_{i-1,j}$  et  $B_{i-1,j}$  de l'anneau  $i-1$  aux constantes  $A_{i,j}$  et  $B_{i,j}$  de l'anneau  $i$ . Cette relation peut s'écrire sous forme d'un système matriciel :

$$\begin{pmatrix} A_{i,j} \\ B_{i,j} \end{pmatrix} = [T]_{i,j} \begin{pmatrix} A_{i-1,j} \\ B_{i-1,j} \end{pmatrix} \quad (35)$$

La matrice  $[T]_{i,j}$  ainsi obtenue est calculable analytiquement à partir des données du problème. Il s'agit de la matrice de transfert correspondant à la couche de discrétisation  $i$  et à l'incrément de déconfinement  $j$ .

La récurrence précédente permet de trouver les constantes de proche en proche – et par conséquent les incréments de contrainte et de déplacement – mais il demeure toujours au final deux inconnues parmi les couples  $(\Delta U, \Delta\sigma_r)_{i,j}$ . On utilise alors les conditions aux limites aux bords du modèle pour lever complètement l'indétermination :

- $(\Delta U)_{N,j} = 0$  et  $(\Delta\sigma_r)_{1,j} = \frac{\sigma_0}{M}$  pour chaque incrément de déconfinement  $j$  si on choisit de piloter en contraintes ;
- $(\Delta\sigma_r)_{N,j} = 0$  et  $(\Delta U)_{1,j} = \Delta u$  pour chaque  $j$  si on choisit de piloter en déplacements. Dans ce cas  $\Delta u$  est une constante fixée à l'avance, correspondant à l'incrément de déplacement en paroi.

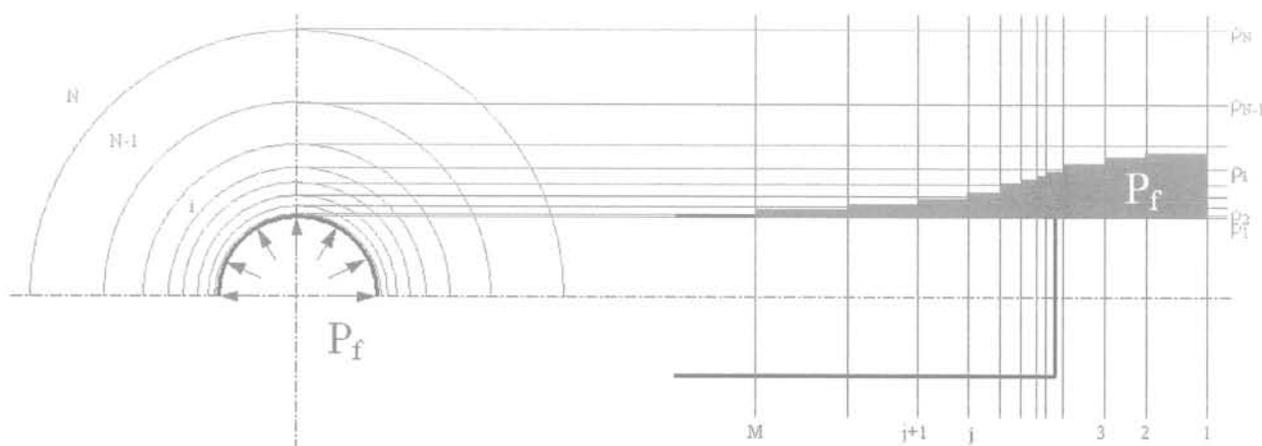


FIG. 2 Discretisation spatio-déconfinante de la méthode des matrices de transfert (vue en travers et en long du tunnel). Discretization of space and fictive pressure in the transfer matrix method (transversal and longitudinal view of the tunnel).

## Calcul de la courbe de convergence avec le modèle d'endommagement

Pour tracer la courbe de convergence avec la loi d'endommagement choisie, il suffit de calculer explicitement la matrice incrémentale [L]. Dans notre cas, la loi de Marigo (14) s'écrit sous la forme du critère d'endommagement  $F_D$  (éq. 15).

La condition de constance  $F_D = 0$  et  $\dot{F}_D = 0$  impose :

$$\dot{F}_D = \frac{\partial F_D}{\partial \mathbf{y}} \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial F_D}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (36)$$

Ce qui donne :

$$\dot{D} = \frac{\dot{\mathbf{y}}}{2S(SD + \sqrt{Y_D})} \quad (37)$$

Or, sachant que le tenseur d'élasticité [E] est symétrique :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})^T [E] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (38)$$

en remplaçant dans l'équation (37), on obtient la forme incrémentale suivante :

$$\dot{D} = \frac{(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})^T [E] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{2S(SD + \sqrt{Y_D})} \quad (39)$$

La loi d'élasticité s'écrit sous forme incrémentale :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-D)[E]\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{D}[E]\boldsymbol{\varepsilon} \quad (40)$$

En remplaçant  $\dot{D}$  par son expression (39), on a  $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = [L] : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  avec pour matrice tangente :

$$[L] = (1-D)[E] - \frac{[E]\boldsymbol{\varepsilon}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})^T[E]}{2S(SD + \sqrt{Y_D})} \quad (41)$$

Grâce à cette matrice, il est possible de calculer de proche en proche les incréments de déplacement  $\Delta U$  et de contrainte radiale  $\Delta \sigma_r$  pour chaque tranche de terrain considérée.

Pour valider la feuille de calcul basée sur la méthode hodographique, nous avons comparé les résultats issus des deux méthodes pour un exemple, celui d'un tunnel routier classique à une cinquantaine de mètres de profondeur ( $S = 0,35 \text{ MPa}^{1/2}$ ,  $Y_D = 0,005 \text{ MPa}$ ,  $E = 80 \text{ MPa}$ ,

$\nu = 0,3$ ,  $\sigma_0 = 1,25 \text{ MPa}$  et  $R = 6 \text{ m}$ ). La figure 3 est le résultat des deux calculs, comparés entre eux et avec un calcul purement élastique, sans endommagement. On remarque que les courbes de convergence, de chemin de contrainte et d'endommagement sont rigoureusement identiques. Par ailleurs, la comparaison avec d'autres jeux de paramètres permet de valider la solution semi-analytique ainsi que l'implémentation numérique par la méthode des matrices de transfert.

Le chemin de contrainte concorde bien avec les observations en paroi. L'endommagement fait chuter la contrainte orthoradiale tandis que la contrainte radiale continue de diminuer pour finalement s'annuler à la fin du déconfinement. Cet amoindrissement de l'effet de voûte entraîne une augmentation du déplacement radial du massif. La courbe de convergence le confirme très nettement.

## 7

## Analyse de sensibilité aux paramètres d'endommagement $Y_D$ et $S$

La loi d'endommagement de Marigo utilise quatre paramètres :  $E$ ,  $\nu$ ,  $Y_D$  et  $S$ . L'identification de ceux-ci, à partir d'un essai triaxial, sera explicitée au paragraphe 8.

La figure 4 présente les résultats comparés du chemin de contrainte et de la courbe de convergence pour différentes valeurs de  $S$  allant de 0,25 à  $1 \text{ MPa}^{1/2}$ . On observe ainsi que le paramètre  $S$  pilote la rapidité à laquelle la roche s'endommage. Plus  $S$  est grand et plus le matériau se rapproche d'un comportement parfaitement élastique. Pour des faibles valeurs, la chute de contrainte orthoradiale  $\sigma_\theta$  est beaucoup plus rapide et le calcul s'arrête bien plus tôt (perte d'unicité).

Sur la figure 5, la valeur de la résistance à l'endommagement  $S$  a été fixée et c'est la valeur du seuil d'endommagement  $Y_D$  qui varie. Ce seuil, exprimé en énergie élastique, simule donc bien le moment où les premiers symptômes d'endommagement se font sentir. Dans bien des cas les matériaux rocheux ont un comportement non linéaire dès les premières déformations. Les chemins de contrainte et les courbes de convergence réels se rapprochent donc plus de ceux

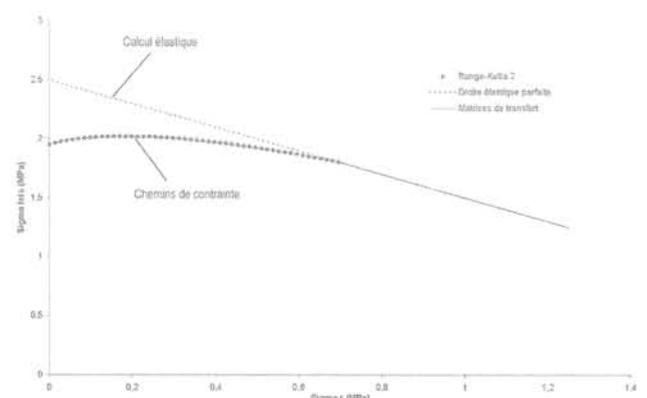
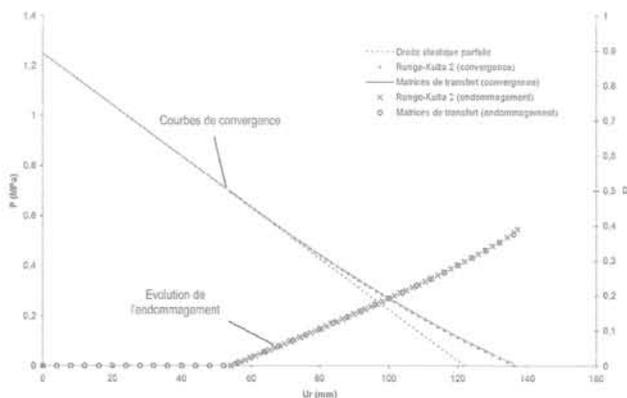


FIG. 3 Comparaison des deux méthodes pour un exemple de validation (contrainte initiale  $\sigma_0$  de 1,25 MPa). Comparison of the two methods for the selected validation example.

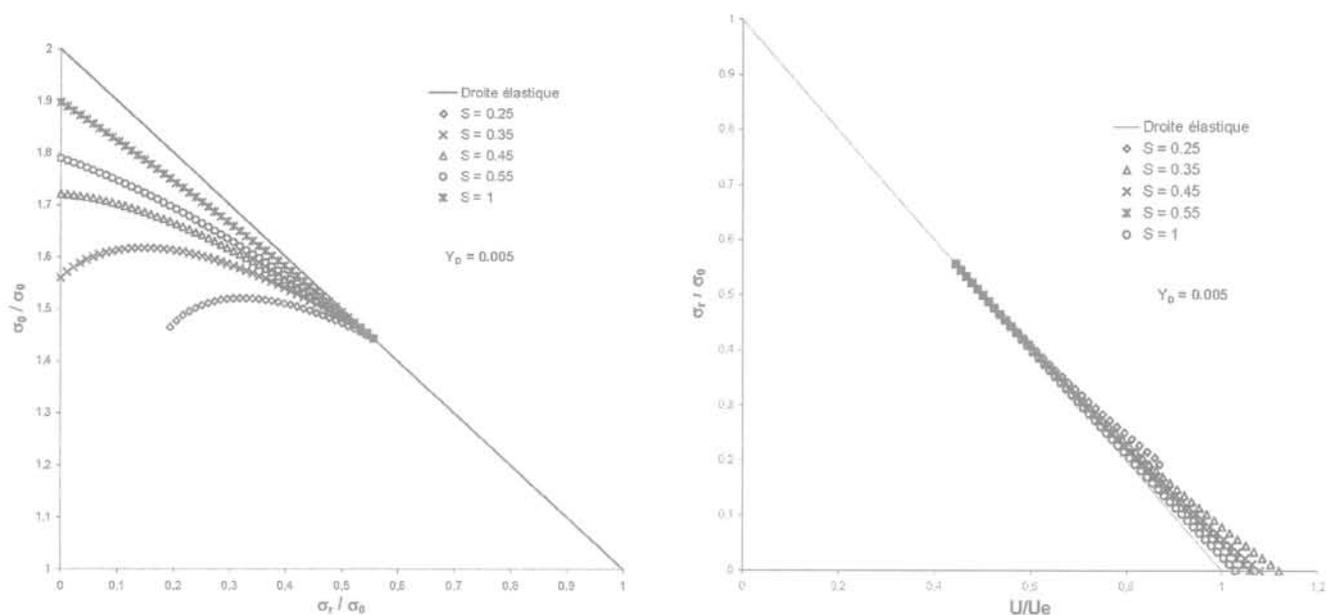


FIG. 4 Variation normalisée du chemin de contrainte (à gauche) et de la courbe de convergence (à droite) pour diverses valeurs de  $S$  (en  $\text{MPa}^{1/2}$ ) à  $Y_D$  fixé (en MPa). Dimensionless variation of the stress way (on the left) and of the GRC (on the right) for various values of  $S$  (in  $\text{MPa}^{1/2}$ ) for  $Y_D$  fixed (in MPa).

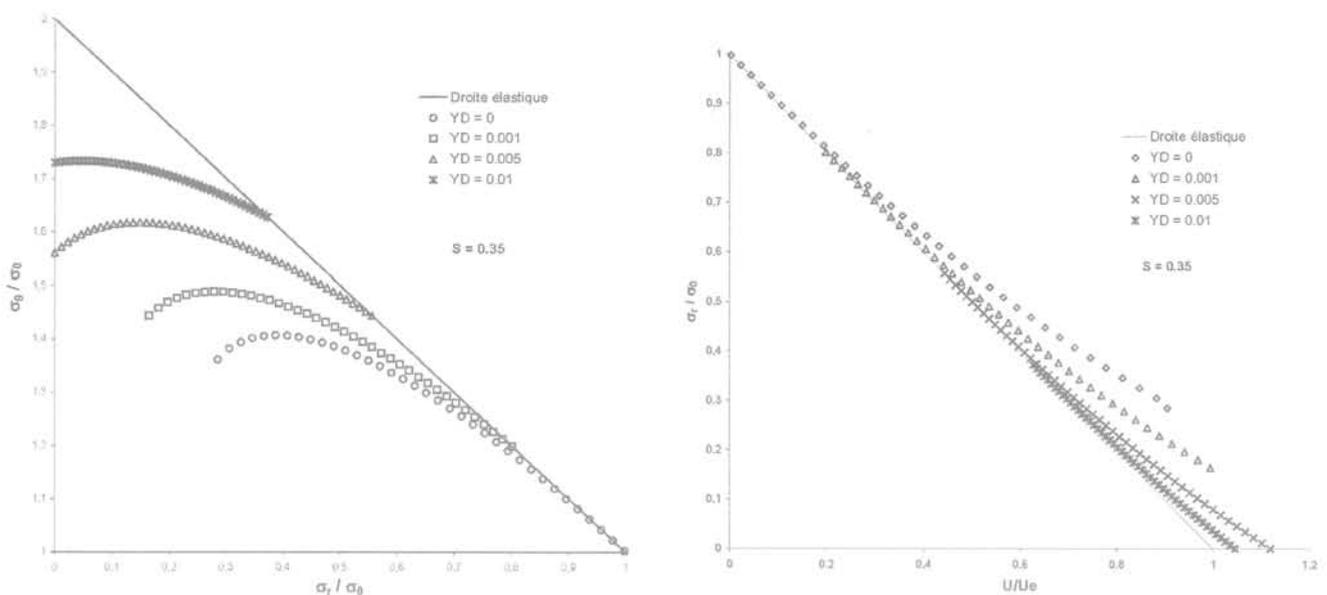


FIG. 5 Variation normalisée du chemin de contrainte (à gauche) et de la courbe de convergence (à droite) pour diverses valeurs de  $Y_D$  (en MPa) à  $S$  fixé (en  $\text{MPa}^{1/2}$ ). Dimensionless variation of the stress way (on the left) and of the GRC (on the right) for various values of  $Y_D$  (in MPa) for  $S$  fixed (in  $\text{MPa}^{1/2}$ ).

## 8

# Cas des marnes du tunnel du Bois de Peu

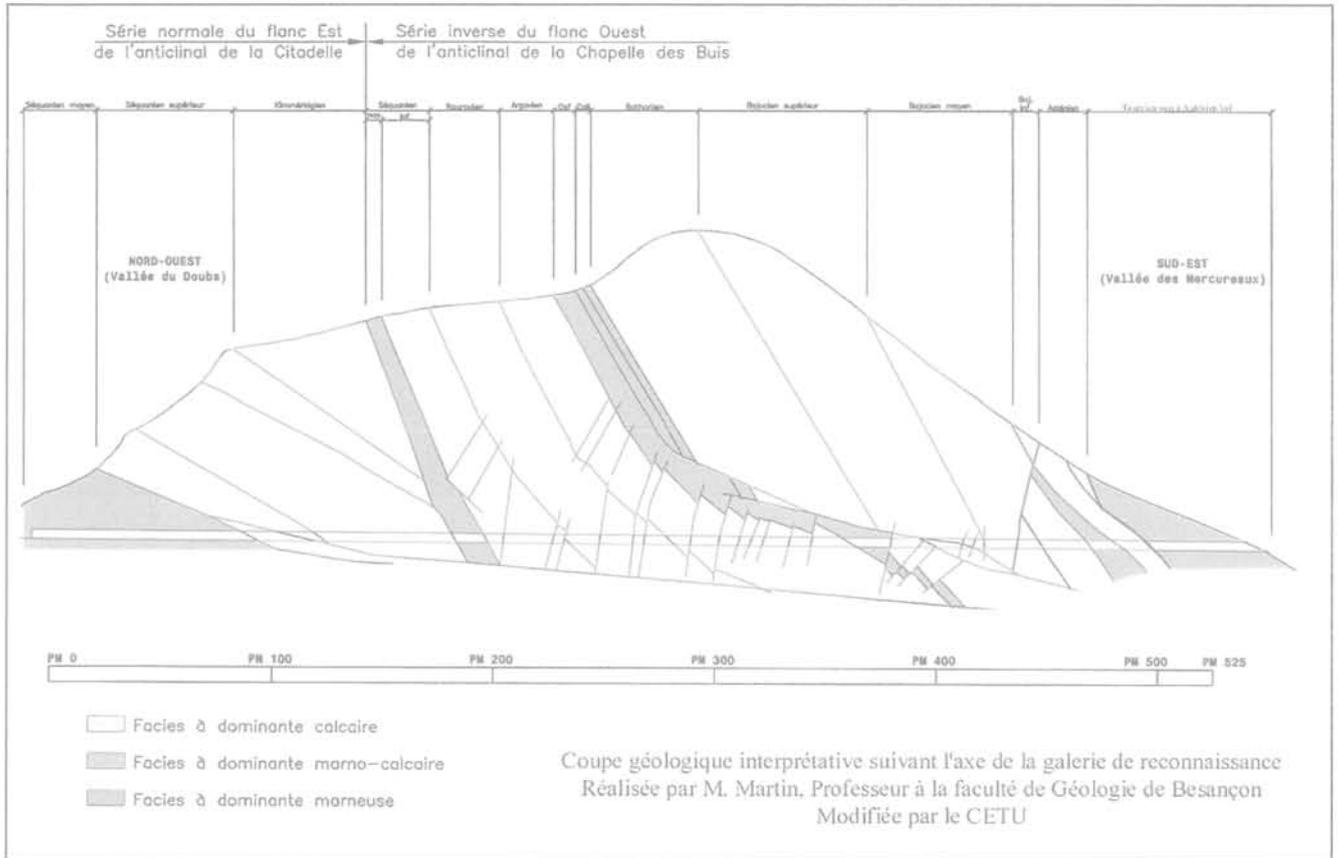
## 8.1

### Présentation du projet et de la géologie

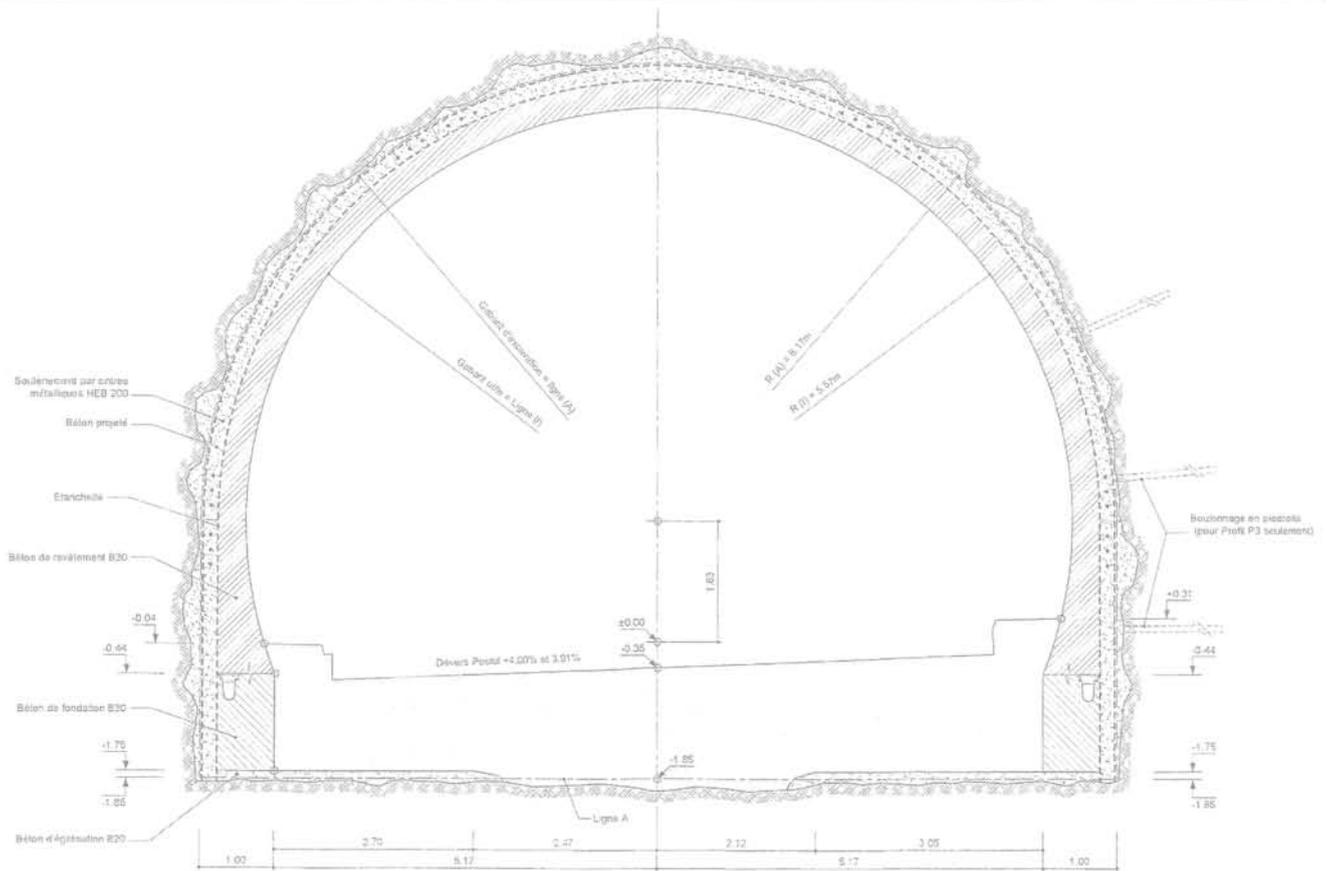
Le tunnel du Bois de Peu est un des ouvrages d'art de la future RN 57, appelée « voie des Mercureaux », qui permettra de contourner l'agglomération de Besançon par le sud. Les travaux du tunnel, constitué de deux tubes longs de 500 mètres chacun, ont débuté à l'été 2005.

L'ouvrage se situe entièrement dans des formations sédimentaires du Jurassique. Il traverse tout d'abord, sur une centaine de mètres depuis la tête Doubs, le flanc est de l'anticlinal de la Citadelle puis le flanc ouest de l'anticlinal de La Chapelle des Buis. Ces structures se chevauchent les unes sur les autres par le biais de quatre failles majeures et d'une multitude de discontinuités, dans les calcaires, issues du mouvement compressif global (Fig. 6). La présence de marnes homogènes, roches très déformables, dans la partie sud-est du tracé s'ajoute à la complexité d'ensemble du modèle géologique et a poussé à la réalisation de reconnaissances détaillées.

Une galerie de reconnaissance a ainsi été creusée sur toute la longueur du projet et 41 sondages ont été réalisés et exploités pour définir 18 unités géologiques et géotechniques.



**FIG. 6** Coupe géologique prévisionnelle du tunnel du Bois de Peu.  
 Estimated geological cut of the « Bois de Peu » tunnel.



**FIG. 7** Profil en travers du tunnel du Bois de Peu dans une section courante (rayon moyen d'excavation de 6 m).  
 Transversal cut of the « Bois de Peu tunnel » in a common section.

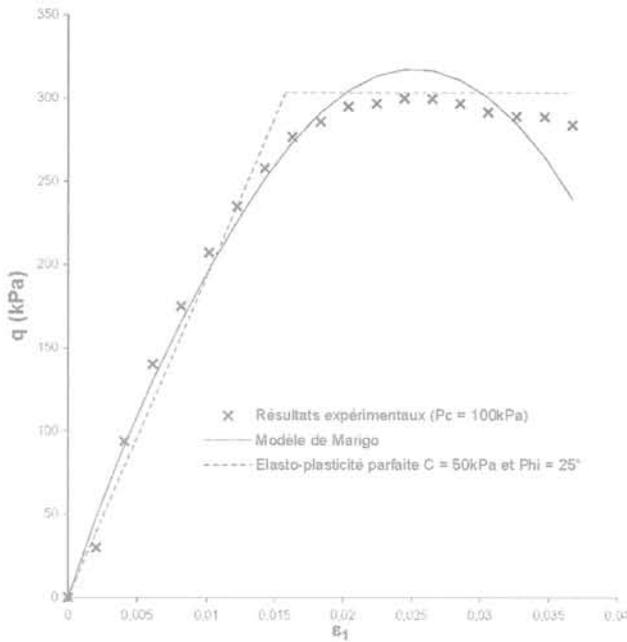
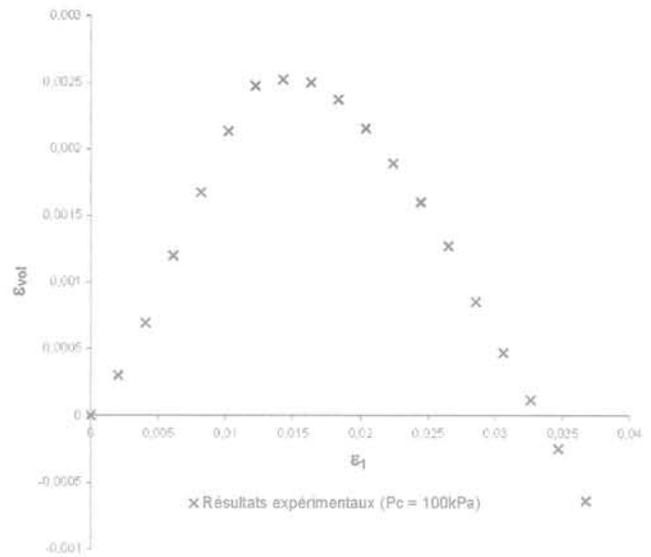


FIG. 8 Courbes  $q/\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_{vol}/\varepsilon_1$  de la marne pour une pression de confinement de 100 kPa.  
 $q/\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_{vol}/\varepsilon_1$  curves of the marl.



## 8.2

### Application du modèle aux marnes du Toarcien

La tête sud de l'ouvrage se situe dans les marnes à faible pourcentage de  $\text{CaCO}_3$  du Toarcien et de l'Aalénien. Le LRPC d'Aix-en-Provence a réalisé une campagne d'essais spécifiques sur ces marnes rencontrées lors de la réalisation du sondage horizontal carotté SCH2000 [26]. La roche que nous avons étudiée est une argile marneuse du Toarcien, homogène et continue à l'échelle de l'ouvrage.

Le comportement intrinsèque du matériau est fortement plastique. Mais en étudiant un peu plus en détails les résultats des essais triaxiaux CD aux petites déformations, et en l'absence d'essais de décharge, on peut le représenter par le modèle d'élasticité endommageable précédent.

Les résultats triaxiaux bruts limités aux petites déformations sont fournis (Fig. 8), avec une pression de confinement de 100 kPa. On remarque une forte non-linéarité dès le début de l'essai. La courbe de déformations volumiques montre deux phases bien distinctes de contractance puis de dilatance.

Supposons que l'endommagement n'intervienne pas de la même façon pour les déformations déviatoriques et isotropes [1, 6]. On fait alors intervenir un nouveau paramètre  $\eta$  qui module la variable  $D$  pour la partie isotrope des déformations (en compression ici) :

$$\sigma = 2G(1 - D)\varepsilon^D + K(1 - \eta D)\varepsilon_{vol} \quad (42)$$

$G$  et  $K$  sont respectivement le module de cisaillement et de compressibilité de la roche, mesurés avec les tangentes initiales de l'essai triaxial. Dans le cas d'un essai triaxial, avec  $\sigma_2 = \sigma_3 = P_c$ , on peut développer les expressions de  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ . Le déviateur est alors :

$$q = 2G(1 - D)(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (43)$$

Sachant que  $\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$ , on peut exprimer  $D$  de la façon suivante :

$$D = 1 - \frac{q}{G(3\varepsilon_1 - \varepsilon_{vol})} \quad (44)$$

De la même manière, il est possible d'exprimer le taux de restitution de densité d'énergie  $Y$ . L'énergie libre s'exprime ainsi :

$$\rho\psi = G(1 - D)\varepsilon^D + \frac{1}{2}K(1 - \eta D)\varepsilon_{vol}^2 \quad (45)$$

Et par définition (éq. 13), développée dans le cas particulier de l'état triaxial de révolution :

$$Y = \frac{1}{6}G(3\varepsilon_1 - \varepsilon_{vol})^2 + \frac{\eta K}{2}\varepsilon_{vol}^2 \quad (46)$$

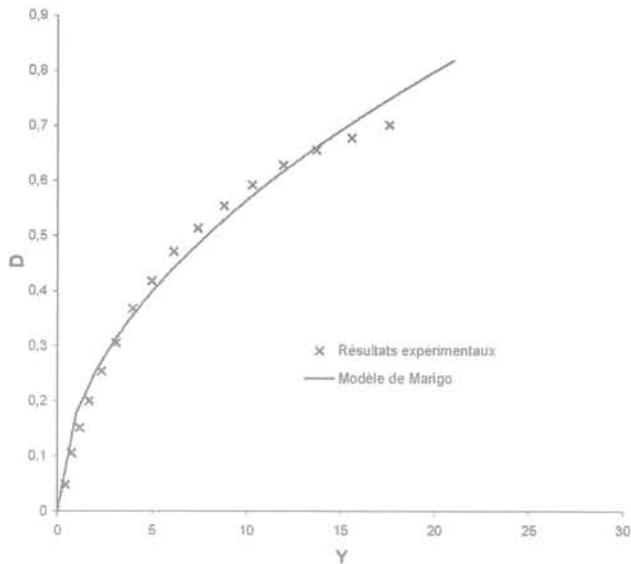
Il suffit ensuite de calculer le couple  $(D, Y)$  pour chaque point expérimental, grâce aux équations (44) et (46). L'expérience montre que lors de la phase de cisaillement d'un échantillon, en condition triaxiale de révolution, l'endommagement déviatorique est prédominant<sup>(1)</sup> (cf. [1]) ce qui justifie de poser  $\eta = 0$  en première approximation. Le résultat est donné sur la figure 9. Chaque point est issu de l'exploitation directe des deux courbes de l'essai triaxial.

Par ailleurs nous avons à notre disposition le modèle de Marigo qui relie  $D$  à  $Y$  par le biais de l'équation (14). Il nous suffit donc de choisir les valeurs *ad hoc* de  $Y_p$  et  $S$  pour que le modèle se rapproche le plus de la loi d'évolution expérimentale. Le modèle choisi avec les paramètres suivants est représenté en trait plein sur la figure 9,  $E = 24 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,4$ ,  $Y_D = 0$ ,  $S = 0,177 \text{ MPa}^{1/2}$ .

Pour vérifier que nos paramètres sont bien choisis, il est possible de retracer la courbe  $(q, \varepsilon_1)$  avec l'évolution de  $D$  pilotée par notre modèle. Le résultat est superposé au trait continu sur la figure 8, graphe de gauche.

A titre d'illustration enfin, il est possible de calculer la courbe de convergence du tunnel du Bois de Peu à faible profondeur et à court terme (Fig. 10). Bien qu'étant à la limite d'applicabilité de la méthode convergence-confinement, les résultats sont tout de même

<sup>(1)</sup> La compression purement isotrope peut toutefois entraîner un endommagement très important jusqu'à la ruine de l'échantillon sous très fort confinement. C'est le cas pour les roches très poreuses (craies par exemple) ou pour les effets à long terme causés par la dilatance.



**FIG. 9** Évolution de l'endommagement  $D$  de la marne en fonction de la variable  $Y$  en MPa. Damage evolution  $D$  of the marl function to the  $Y$  variable in MPa.

intéressants : ils permettent, au stade du prédimensionnement, de mieux appréhender qualitativement le comportement de l'ouvrage et de comparer différentes lois constitutives. La courbe élastique endommagée s'éloigne du calcul purement élastique pour atteindre une convergence finale absolue de 38 mm (soit 3 mm de plus et une déformation orthoradiale finale de 0,6 % environ). L'ordre de grandeur des convergences obtenues avec cette méthode – très faibles car considérées à une profondeur modérée, pour coller avec notre modèle – n'a bien sûr pas été dimensionnant pour le calcul du soutènement du tunnel de Bois de Peu. Il s'agit simplement d'une première étape vers une modélisation numérique 2D ou 3D, plus conforme.

### Comparaison avec un modèle élastoplastique

Le calage des paramètres du modèle de Mohr-Coulomb est possible à partir de notre essai triaxial. Le module de Young est alors pris égal à 19,2 MPa et le coefficient de Poisson à 0,4. Le couple cohésion  $c = 50$  kPa et angle de frottement interne  $\phi = 25^\circ$  permet d'obtenir la courbe élasto-plastique représentée en trait pointillé sur la figure 8, graphe de gauche.

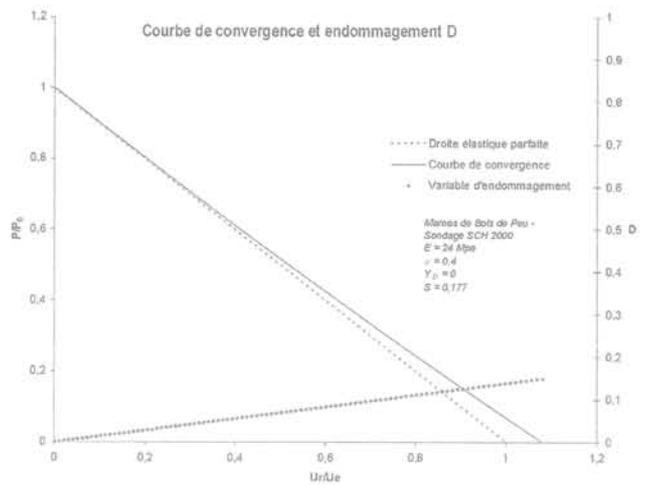
La convergence finale qui en découle, calculée à partir des formules élastoplastiques de la littérature [17] est de 44,8 mm soit pratiquement celle du calcul purement élastique (très peu de plasticité à ce niveau de contrainte et pour le modèle choisi). La prise en compte d'une élasticité linéaire « équivalente » donne une convergence légèrement plus importante que celle calculée avec la loi d'endommagement.

En d'autres termes, il est possible d'identifier un modèle d'endommagement pour l'argile marneuse du Toarcien et d'envisager un dimensionnement en travaux souterrains.

9

## Conclusion

Après avoir présenté succinctement la méthode de calcul hodographique, nous avons développé, à l'aide



**FIG. 10** Exemple de courbe de convergence pour le tunnel du Bois de Peu (valeurs normalisées pour  $\sigma_0 = 100$  kPa et  $U_e = 35$  mm). Example of GRC for the « Bois de Peu » tunnel.

de cette dernière, l'expression de la courbe de convergence dans le cas d'un endommagement isotrope de type Marigo. La validation de cette solution a été effectuée conjointement à la programmation de la méthode des matrices de transfert.

L'application de ce modèle sur un exemple concret a permis de tracer la courbe de convergence correspondante. Ce cas simple a mis en évidence la possibilité de prendre en compte un type de comportement non linéaire, élastique endommageable, dans les calculs de convergence-confinement. Cette approche constitue une alternative intéressante au modèle de Mohr-Coulomb lorsque les déformations élastiques restent importantes face aux déformations plastiques irréversibles. C'est le cas des roches tendres aux petites déformations et des roches homogènes dites « fragiles » dans leur ensemble. Lorsque cela est possible, ce comportement endommageable est très bien mis en évidence sur un essai triaxial avec décharge. Comparativement aux modèles élastoplastiques courants, on conserve le nombre restreint de paramètres à identifier : deux paramètres d'élasticité  $E$ ,  $\nu$  ; un seuil d'endommagement  $Y_D$  et un paramètre d'endommagement  $S$ .

L'application plus générale des lois d'endommagement continues pour le dimensionnement des travaux souterrains (calculs 2D et surtout 3D) passera obligatoirement par plusieurs étapes de perfectionnement :

- les expérimentations montrent que la raideur initiale du matériau rocheux, après consolidation isotrope, augmente avec le confinement [1, 26]. Ceci n'est pas traduisible par un mécanisme d'endommagement seul, mais par un mécanisme additionnel de refermeture graduelle des micropores et des micro-fissures [6] ;
- la détermination précise du seuil d'endommagement, lorsqu'il existe, et sa modélisation comme dépendant de la pression de confinement sont deux points à approfondir ;
- la modélisation de l'anisotropie du matériau, initiale ou induite par l'endommagement, permettra de rendre compte de façon plus précise des phénomènes observés [6, 12, 13] ;
- le couplage endommagement-plasticité et l'intégration des effets différés, essentiels pour les roches présentant une ductilité certaine [27, 13] ;

– l'utilisation de lois d'endommagement avec un comportement post-pic beaucoup moins brutal que celui utilisé dans cet article. Ce dernier surestime assez fortement la dégradation du matériau étudié.

Il faut par ailleurs garder à l'esprit qu'afin d'être utilisés en travaux souterrains, les modèles développés

devront conserver leur simplicité d'identification, tout en apportant un gain de compréhension avéré des mécanismes rocheux. En particulier, les modèles d'endommagement continus devraient s'avérer extrêmement utiles pour la compréhension des mécanismes rencontrés dans les tunnels profonds creusés au rocher.

## A Feuille de calcul automatique

La figure A.1 représente la partie « haute » de la feuille de calcul produite par le Cetu pour calculer la courbe de convergence et le chemin de contrainte avec

le modèle proposé au paragraphe 3. Cette feuille fournit une résolution de l'équation (23) par la méthode de Runge-Kutta 2. Les données sont à rentrer dans le tableau de gauche, colonne B.

Le contenu des autres colonnes du tableau, d'après la Fig. A.1, pour la ligne 7 est calculé par les formules suivantes :

- E7 = B23 ;
- F7 =  $\$B\$10*(1 - ((\$B\$12 - \text{RACINE}(\$B\$13))/(2*\$B\$12)) + \text{RACINE}(((\$B\$12 - \text{RACINE}(\$B\$13))/\$B\$12)^2 + 4*((\text{RACINE}(\$B\$13) - \text{RACINE}((1 - \$B\$11^2)/(2*\$B\$10)*(E7^2 + L7^2) - \$B\$11*(1 + \$B\$11)/\$B\$10*E7*L7))/\$B\$12)/4))$  ;
- G7 =  $-(4*F7*(F7 - \$B\$16)*(1 - \$B\$11)*((F7 - \$B\$16)^2 - \$B\$17) - (2*\$B\$18*E7 + \$B\$19*L7)*((1 - \$B\$11)*L7 - \$B\$11*E7))/(4*F7*(F7 - \$B\$16)*(1 - \$B\$11)*((F7 - \$B\$16)^2 - \$B\$17) - (2*\$B\$18*L7 + \$B\$19*E7)*((1 - \$B\$11)*L7 - \$B\$11*E7))$  ;
- H7 = E7 +  $\$B\$27/2$  ;
- I7 = L7 +  $\$B\$27/2*G7$  ;
- J7 =  $\$B\$10*(1 - ((\$B\$12 - \text{RACINE}(\$B\$13))/(2*\$B\$12)) + \text{RACINE}(((\$B\$12 - \text{RACINE}(\$B\$13))/\$B\$12)^2 + 4*((\text{RACINE}(\$B\$13) - \text{RACINE}((1 - \$B\$11^2)/(2*\$B\$10)*(H7^2 + I7^2) - \$B\$11*(1 + \$B\$11)/\$B\$10*H7*I7))/\$B\$12)/4))$  ;
- K7 =  $-(4*J7*(J7 - \$B\$16)*(1 - \$B\$11)*((J7 - \$B\$16)^2 - \$B\$17) - (2*\$B\$18*H7 + \$B\$19*I7)*((1 - \$B\$11)*I7 - \$B\$11*H7))/(4*J7*(J7 - \$B\$16)*(1 - \$B\$11)*((J7 - \$B\$16)^2 - \$B\$17) - (2*\$B\$18*I7 + \$B\$19*H7)*((1 - \$B\$11)*I7 - \$B\$11*H7))$  ;
- L7 = B22 ;
- M7 = E7 +  $\$B\$8$  ;
- N7 = L7 +  $\$B\$8$  ;
- O7 =  $1000*\$B\$7*((1 + \$B\$11)*((1 - \$B\$11)*L7 - \$B\$11*E7)/F7)$  ;
- P7 =  $1 - (F7/\$B\$10)$ .

Pour les lignes 8 à 106, correspondant à 100 points de calcul, il suffit de changer l'indice de ligne<sup>(2)</sup> dans les formules. Pour les colonnes E et L, la formule change à partir de la ligne 8 :

- E8 =  $\$B\$23 + (-\$B\$8 - \$B\$23)/(\$B\$26 - 1)*D7$  ;
- L8 = L7 +  $\$B\$27*K7$ .

Les résultats sont contenus dans les colonnes M( $\sigma_r$ ), N( $\sigma_\theta$ ), O(U) et P(D).

<sup>(2)</sup> Sauf pour les valeurs précédées de \$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Endommagement : Loi sans plasticité en racine de Y															
2	Calcul de la courbe de convergence par la méthode hodographique															
3																
4																
5																
6	Données		Point	z	B(z)	f(z)	X = z + h/2	Y = z + h/2*(z/g)	B(X)	f(X)	g	Sigma r	Sigma theta	U	D	
7	R =	8 m	1	-0,35082	80	-0,835010461	-0,3553845	0,394615239	79,8801944	-0,932526209	0,35082	0,89918	1,60082	34,205262275	0	
8	σ <sub>r</sub> =	1,25 MPa	2	-0,35991	79,76030334	-0,830031954	-0,3644471	0,382154127	79,6399963	-0,827618825	0,358384705	0,89009	1,60938	35,0921442	0,002998209	
9			3	-0,36889	79,51961004	-0,824935491	-0,37352369	0,369647272	79,39880157	-0,822452852	0,365900723	0,88101	1,61590	35,98170048	0,006004874	
10	E =	80 MPa	4	-0,37807	79,2779068	-0,81989982	-0,38261229	0,377094136	79,16658675	-0,817327052	0,373370728	0,87193	1,62317	36,87999905	0,009026155	
11	ν =	0,3	5	-0,38715	79,03517998	-0,814743654	-0,39169488	0,38449417	78,91334105	-0,814140084	0,380794178	0,86285	1,63079	37,76894789	0,01206025	
12	S =	0,4 MPa <sup>1/2</sup>	6	-0,39624	78,79141588	-0,809525662	-0,40077747	0,391846812	78,56300512	-0,806890606	0,388170516	0,85376	1,63717	38,66663647	0,015107305	
13	Yd =	0,002 MPa	7	-0,40532	78,54659328	-0,804244471	-0,40986007	0,399151469	78,4237081	-0,804577225	0,395499176	0,84468	1,64350	39,56723081	0,018167509	
14			8	-0,41440	78,30071837	-0,798898683	-0,41894266	0,406407812	78,17727826	-0,798199499	0,402779976	0,83565	1,64926	40,47058349	0,021241046	
15	Calculs intermédiaires		9	-0,42348	78,05370718	-0,793486775	-0,42802526	0,413614583	77,92978529	-0,79075294	0,41001124	0,82652	1,65501	41,37678363	0,024328103	
16	L =	44,47213595	10	-0,43257	77,80653004	-0,788007294	-0,43730785	0,420771787	77,68114724	-0,78523901	0,417193212	0,81743	1,66075	42,28586195	0,027428876	
17	M =	1977,770876	11	-0,44165	77,55651529	-0,782456656	-0,44619044	0,427878936	77,43140504	-0,779655119	0,424232519	0,80835	1,66648	43,19794876	0,0305643559	
18	N =	M56000	12	-0,45073	77,30821127	-0,776839244	-0,45527304	0,434994367	77,18053121	-0,77399622	0,431408509	0,79927	1,67221	44,112779	0,033672359	
19	O =	-1248000	13	-0,45981	77,05476126	-0,771117386	-0,46439563	0,441839443	76,92824993	-0,768270018	0,438436434	0,79019	1,67791	45,03068223	0,036815494	
20	U =	121,879 mm	14	-0,46890	76,80214815	-0,765381352	-0,47343822	0,448890149	76,67529654	-0,762466849	0,445414325	0,78110	1,68361	45,95952627	0,039973148	
21	σ <sub>r</sub> =	2,0 MPa	15	-0,47798	76,54635434	-0,762539335	-0,48202508	0,456798797	76,42090361	-0,759588189	0,452339503	0,77202	1,70234	46,8766442	0,043145671	
22	Δσ <sub>r</sub> =	0,350823208 MPa	16	-0,48706	76,29336177	-0,753818626	-0,49160341	0,462633678	76,16530243	-0,7560626649	0,459211269	0,76294	1,70921	47,80257141	0,046332978	
23	Δσ <sub>θ</sub> =	-0,350823208 MPa	17	-0,49614	76,03715189	-0,747618956	-0,50068901	0,469424069	75,90847452	-0,744588275	0,466028905	0,75396	1,71603	48,7327096	0,049535801	
24	Ud =	34,205262275 mm	18	-0,50523	75,77970565	-0,741536651	-0,5097636	0,476198228	75,65040044	-0,738463338	0,472791881	0,74477	1,72273	49,6655948	0,052753679	
25	Runge-Kutta 2		19	-0,51431	75,52100346	-0,73373543	-0,51895119	0,482838393	75,39106034	-0,732255433	0,479498843	0,73569	1,72950	50,6024638	0,055987457	
26	Nbr iter =	100	20	-0,52339	75,26102621	-0,72922432	-0,52793379	0,489460784	75,13043383	-0,725996048	0,486149622	0,72661	1,73615	51,54219418	0,059237185	
27	h =	-0,00908259 MPa	21	-0,53248	74,99375021	-0,722783274	-0,53701638	0,49602056	74,86848991	-0,719578213	0,492743226	0,71752	1,74274	52,48510432	0,062503122	
28			22	-0,54156	74,73718718	-0,716263581	-0,54609698	0,502632019	74,60523701	-0,713100279	0,499278845	0,70844	1,74928	53,4319244	0,065789535	
29	initialisation	0	23	-0,55064	74,47222423	-0,709831016	-0,55518157	0,508979196	74,34062291	-0,706530235	0,505795645	0,69926	1,75576	54,38094162	0,069084637	
30			24	-0,55972	74,20792885	-0,703213089	-0,56426416	0,518368272	74,07463477	-0,703213089	0,512172772	0,69028	1,76217	55,33390882	0,072400889	

FIG. A.1. Présentation de la feuille de calcul automatique du Cetu. Presentation of the Cetu automatic worksheet.

- [1] Charlez P.A. – Rock Mechanics, Theoretical fundamentals, vol. 1. Technip, Paris, 1991.
- [2] Zhao D., Swoboda G., Laabmayr F. – Damage mechanics and its application for the design of an underground theater. *Tunneling and Underground Space Technology*, 19, 2004, p. 567-575.
- [3] Homand-Etienne F., Hoxha D., Shao J.F. – A continuum damage constitutive law for brittle rocks. *Computers and Geotechnics*, 22(2), 1998, p. 135-151.
- [4] Lemaitre J., Chaboche J.-L. – Mécanique des matériaux solides. Dunod, 1985.
- [5] Krajcinovic D., Lemaitre J. – Continuum Damage Mechanics Theory and Applications. CISM lectures, Springer, 1987.
- [6] Lemaitre J., Desmorat R. – Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures. Springer, 2005.
- [7] Mazars J. – Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse d'État, Université Paris 6, 1984.
- [8] Chen H.H., Dusseault M.B. – A continuum damage mechanics model for geomaterials. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41 (3), 2004.
- [9] Ladeveze P., Gasser A., Allix O. – Damage mechanics modelling for ceramic composites. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 116, 1994.
- [10] Salari M.R., Saeb S., William K.J., Patchet S.J., Carrasco R.C. – A coupled elastoplastic damage model for geomaterials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Special issue on failure analysis of geomaterials, 2003.
- [11] Conil-Aublive N. – Modélisation du comportement des argiles raides destinées au stockage des déchets radioactifs. XXI<sup>es</sup> rencontres universitaires de génie civil, France, 2003.
- [12] Chiarelli A.S., Shao J.F., Hoteit N. – Modeling of elastoplastic damage behavior of a claystone. *International Journal of Plasticity*, 19, 2003, p. 23-45.
- [13] Pellet F. – Viscoplasticité et endommagement des roches en application à la modélisation du comportement à long terme des ouvrages souterrains. Habilitation à diriger des recherches, Université Joseph-Fourier – Grenoble I, 2004.
- [14] Maleki K., Pouya A., Courtois A., Su K. – Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des argiles raides. 16<sup>e</sup> Congrès français de mécanique, Nice, 2003.
- [15] Marigo J.-J. – Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique. C.R. Académie des sciences de Paris, II (292 19), 1981, p. 1309-1312.
- [16] Panet M. – Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement. Presses des Ponts et Chaussées, 1995.
- [17] Martin F., Saitta A. – Manuel théorique du logiciel C-Lambda. Rapport technique, CETU-Ittech, 2004.
- [18] Carranza-Torres C. – Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41 (3), 2004.
- [19] Corbetta F., Bernaud D., Nguyen Minh D. – Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de la similitude. *Revue française de géotechnique*, 54, 1991, p. 5-11.
- [20] Biot M.A. – Exact simplified non-linear stress and fracture analysis around cavities in rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 11, 1974, p. 261-266.
- [21] Detournay E., Vardoulakis I. – Determination of the ground reaction curve using the hodograph method. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 22, 1985, p. 173-176.
- [22] Mitaim S., Detournay E. – Damage around a cylindrical opening in a brittle rock mass. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41, 2004, p. 1447-1457.
- [23] Mitaim S., Detournay E. – Determination of ground reaction curve for hyperbolic soil model using the hodograph method. *Canadian Geotechnics*, 42, 2005, p. 964-968.
- [24] Lacroix R. – La méthode des matrices de transfert. *Annales de l'ITBTP*, 231-232, 1967, p. 346-363.
- [25] Sulem J. – Analytical methods for the study of tunnel deformation during excavation. 5th ciclo di conferenza di Meccanica e Ingegneria delle Rocce Politecnico di Torino, Italie, Ed. G. Barla, 1994.
- [26] Serratrice J.F. – Essais triaxiaux sur les marnes du sondage SCH 2000 (Bois de Peu). Rapport d'essais, CETE Méditerranée, 2001.
- [27] Laigle F. – Modèle conceptuel pour le développement de lois de comportement adaptées à la conception des ouvrages souterrains. Thèse, École centrale de Lyon, 2004.