

Détermination des paramètres hydrodynamiques des matériaux non saturés par la méthode inverse

A. ABDALLAH
F. MASROURI

Laboratoire Environnement,
Géomécanique et Ouvrages
École Nationale
Supérieure de Géologie
rue Marcel Roubault
BP 40
54501 Vandœuvre-lès-Nancy
Adel.Abdallah@
ensg.inpl-nancy.fr
Farimah.Masrouri@
ensg.inpl-nancy.fr

Résumé

La modélisation de l'hydrodynamique des milieux poreux non saturés exige essentiellement la connaissance des évolutions de la conductivité hydraulique et de la teneur en eau en fonction du potentiel hydrique. La détermination de ces deux fonctions est basée principalement sur une expérimentation délicate, longue et coûteuse. Au cours des deux dernières décennies, les modèles numériques ont considérablement progressé. Ils représentent actuellement des outils précieux capables de suppléer à l'expérience pour améliorer l'interprétation des résultats, affiner l'identification des paramètres et réduire le nombre des essais nécessaires. Nous résumons dans cet article les problèmes pratiques que pose la détermination des paramètres hydrodynamiques des matériaux non saturés. Nous présentons par la suite l'application de la méthode inverse à l'identification de ces paramètres. L'approche consiste à estimer des paramètres qui ont une signification physique, mais qui sont difficilement mesurables à partir de mesures effectuées sur d'autres variables qui peuvent leur être reliées moyennant un modèle théorique. Nous donnerons enfin notre appréciation quant à l'apport de cette approche à la caractérisation hydrodynamique des milieux poreux non saturés.

Mots-clés : méthode inverse, non saturé, conductivité hydraulique, courbe de rétention, modélisation.

Determination of the hydraulic parameters of unsaturated materials by the inverse method

Abstract

The modeling of hydraulic transfers in unsaturated porous media requires the definition of the relations between the hydraulic conductivity, the water content and the hydraulic potential of the medium. These determinations are based on tedious, time consuming and expensive experiments. Within the last two decades, considerable progress has been made on numerical models. They now are valuable tools able to complement experimentations in order to improve their interpretation, to refine the parameter identifications and to reduce the amount of necessary data. In this paper, practical problems encountered with the determination of unsaturated hydraulic parameters are summarized. The application of the inverse method used for improving the identification of unsaturated hydraulic parameters is then presented. This approach aims at estimating parameters that have a physical meaning but that are of a difficult determination. These parameters are determined through other parameters that are linked to them through a theoretical model. Finally, some comments about the contribution of the inverse method to the characterization of the hydraulic behaviour of unsaturated porous media are made.

Key words : unsaturated, hydraulic conductivity, retention curve, modeling, inverse method.

NDLR : Les discussions sur cet article sont acceptées jusqu'au 1^{er} avril 2006.

Introduction

Les applications de l'écoulement dans les milieux poreux non saturés sont nombreuses aussi bien dans le domaine de la Géotechnique de l'Environnement que dans celui de l'Aménagement Urbain. En effet, la gestion et le stockage d'un volume croissant de déchets industriels et urbains requièrent l'implantation de sites de stockage et la prévention des risques de pollution du sol récepteur et de la nappe phréatique. Par ailleurs, les dysfonctionnements de plus en plus fréquents des réseaux d'assainissement suite à l'imperméabilisation croissante des surfaces urbaines incitent de plus en plus les collectivités locales à se tourner vers les techniques qualifiées d'« alternatives » par l'implantation de différents types d'ouvrages destinés à contrôler l'infiltration des eaux pluviales (chaussées à structure drainante, tranchées et fossés d'infiltration, etc.). L'étude de tous ces problèmes fait intervenir le transfert hydrique à travers un milieu non saturé (sols naturels en place ou sols fins compactés). Il est donc primordial d'identifier les paramètres hydrodynamiques de ces matériaux pour dimensionner et prévoir le fonctionnement des ouvrages.

Les paramètres hydrodynamiques des milieux non saturés sont généralement déterminés à partir d'essais de laboratoire et *in situ* délicats et très lents. Pour de nombreuses applications, on a de plus en plus recours aux modèles numériques afin de simuler des problèmes dont l'échelle spatio-temporelle est très largement supérieure à celle des essais. Malgré les progrès énormes qu'ont connus ces modèles, leur fiabilité dépend très largement de la précision avec laquelle les paramètres des matériaux sont déterminés.

Nous présentons ici les différentes méthodes qui peuvent être utilisées pour identifier les paramètres hydrodynamiques des milieux poreux non saturés. L'accent sera mis sur les techniques d'inversion numérique et l'intérêt que leur emploi peut avoir pour améliorer la caractérisation des matériaux.

Théorie de l'écoulement dans les milieux poreux non saturés

Le transfert isotherme de l'humidité dans un milieu poreux supposé indéformable est régi par la loi de Richards (1931) qui s'écrit dans le cas d'une infiltration unidimensionnelle de haut en bas :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = C(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\Psi) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (1)$$

où : Ψ , est le potentiel hydrique du matériau ; θ , sa teneur en eau volumique ; z , la coordonnée verticale comptée positive vers le bas (profondeur) ; t , le temps ; k , la conductivité hydraulique et $C(\Psi)$, la capacité de rétention de l'humidité du matériau. Cette équation montre que l'écoulement dans les milieux non saturés est conditionné par deux caractéristiques principales du matériau :

– la courbe de conductivité hydraulique donnant la variation de cette dernière avec le potentiel hydrique : $k(\Psi)$;

– la courbe de rétention de l'humidité définie par la relation entre la teneur en eau volumique et le potentiel hydrique : $\theta(\Psi)$; cette relation intervient dans l'équation par sa dérivée $C(\Psi)$.

Ces deux courbes représentent des fonctions très fortement non linéaires. De plus, elles font apparaître un effet d'hystérésis entre les chemins d'humidification et de drainage. Nous présentons sommairement dans le paragraphe suivant les méthodes utilisées pour les définir expérimentalement.

Détermination expérimentale des paramètres hydrodynamiques non saturés

Détermination de la conductivité hydraulique non saturée

Les essais permettant de déterminer la conductivité hydraulique des matériaux non saturés sont encore peu répandus. En effet, les techniques expérimentales utilisées pour l'imposition et la mesure de succion sont complexes et délicates. La détermination de la conductivité hydraulique non saturée peut se faire, comme pour les matériaux saturés, sous un régime permanent ou transitoire. Toutefois, les essais en régime permanent imposent d'utiliser des éprouvettes de petites dimensions et sont à réserver aux matériaux grossiers pour lesquels, l'établissement du régime permanent est relativement rapide. Nous nous intéresserons ici exclusivement aux méthodes en régime transitoire, parmi lesquelles on peut distinguer : les méthodes basées sur l'imposition de la succion et celles reposant sur la mesure de la succion.

Méthodes basées sur l'imposition de la succion

Le principe de ces méthodes est de soumettre le matériau à une succion par l'une des méthodes d'imposition : surpression d'air (Gardner, 1956) ; méthode osmotique (Zur, 1966) ou méthode des solutions salines. On mesure, après l'établissement de l'équilibre hydrique, le flux d'écoulement provoqué par un gradient hydraulique afin de déterminer la conductivité hydraulique du milieu en appliquant la loi de Darcy généralisée. Plus encore que les limites des différentes techniques d'imposition de la succion, l'inconvénient de ces méthodes réside dans le fait qu'elles ne peuvent s'appliquer qu'à des échantillons de petite dimension (quelques cm). Ceci afin de réduire le temps nécessaire à l'établissement de l'équilibre après l'imposition de la succion.

Méthode basée sur les mesures locales de la succion ou de la teneur en eau : méthode des profils instantanés

Cette méthode est basée sur des mesures locales de succion ou de teneur en eau effectuées à différentes cotes dans une éprouvette de matériau soumise à un

écoulement (humidification ou séchage). L'avantage principal de la méthode provient de la possibilité de tester des éprouvettes de grande taille (quelques dizaines de cm). La mesure de la teneur en eau d'abord destructive (Bruce et Klute, 1956), a évolué vers des techniques non destructives tels que la gammamétrie (Vachaud, 1968 ; Angulo, 1989 ; Tabani, 1999 et Rolland, 2002). Pour la mesure de la succion, les tensiomètres (Richards et Weeks, 1953, Daniel, 1983 et Amraoui, 1996), les psychromètres (Hamilton *et al.*, 1981 et Daniel, 1983) et la méthode du papier filtre (Ed Diny, 1993) ont été utilisés. Les profils spatio-temporels de succion (respectivement de teneur en eau) permettent de calculer le gradient hydraulique local (respectivement le flux unitaire d'écoulement). En l'absence de mesures simultanées de succion et de teneur en eau, techniquement très délicates, la méthode nécessite la détermination en parallèle de la courbe de rétention de l'humidité du milieu afin de permettre le calcul de la conductivité hydraulique. Cela constitue l'un des inconvénients majeurs de la méthode, puisque la courbe de rétention est généralement obtenue sur des échantillons de plus petite taille qui ne peuvent reproduire la structure de l'éprouvette soumise à l'écoulement.

3.2

Détermination de la courbe de rétention de l'humidité

La détermination au laboratoire de la courbe de rétention de l'humidité s'effectue en général, en portant un échantillon de matériau à une teneur en eau donnée et en mesurant la succion qui y règne après l'établissement de l'équilibre hydrique (ou inversement). On obtient ainsi un point de la courbe. Cette opération est recommencée ensuite après avoir augmenté (humidification) ou diminué (séchage) la teneur en eau du matériau. La détermination en suivant les deux chemins est nécessaire vu que des relations différentes gouvernent les processus de séchage et d'humidification (effet d'hystérésis).

La détermination de la succion peut être effectuée par l'une des techniques de mesure citées précédemment. On est souvent amené à associer plusieurs techniques de mesure afin de parcourir une gamme de succion assez large. La procédure expérimentale est lente et délicate et n'aboutit généralement qu'à un nombre limité de points. Par ailleurs, les propriétés de rétention de l'humidité des sols sont directement reliées à la

structure, il est donc nécessaire de s'assurer que celle-ci est bien représentative de l'état du matériau que l'on veut caractériser.

4

Modèles mathématiques pour les paramètres hydrodynamiques non saturés

Vu les difficultés liées à la caractérisation expérimentale des milieux poreux non saturés, il semble primordial de disposer de modèles théoriques capables de décrire la courbe de rétention de l'humidité et la courbe de conductivité hydraulique non saturée du matériau. Des synthèses et des comparaisons des différents modèles publiés ont été présentées notamment par Mualem (1986), Alonso *et al.* (1987), Fredlund et Rahadjo (1993), Barbour (1998), Huang *et al.* (1998), Sillers et Fredlund (2001) et Agus *et al.* (2003). Nous présentons dans ce qui suit, les concepts de base des différentes familles de modèles proposés pour ces deux courbes. Ici, les équations des modèles de conductivité hydraulique seront présentées mais il est important de signaler que l'évolution des modèles pour la courbe de rétention de l'humidité est tout à fait similaire. En effet, la plupart de ces modèles sont en fait, des modèles combinés permettant de décrire les deux courbes. Nous nous référerons aux équations de la courbe de rétention lorsque cela sera nécessaire.

4.1

Modèles empiriques

Les formules empiriques exprimant la conductivité hydraulique en fonction de l'état hydrique du matériau peuvent être intéressantes dans le cas où l'on dispose d'un certain nombre de données expérimentales. Elles permettent d'approcher, d'interpoler ou d'extrapoler la courbe expérimentale et de simplifier ainsi la procédure numérique pour la modélisation, de gagner en temps de calcul et d'augmenter la précision. Dans une étude critique des différentes méthodes de prédiction de la conductivité hydraulique des matériaux non saturés, Mualem (1986) récapitule les formules empiriques les plus fréquemment utilisées (Tableau I). Les coefficients dans ces formules sont déterminés par ajustement aux données mesurées. Quand le nombre de mesures dis-

TABLEAU I Modèles empiriques pour la conductivité hydraulique non saturée.
Empirical Models for the unsaturated hydraulic conductivity.

Auteur (année)	Équation	Paramètres
Richards (1931)	$k = a\Psi + b$	a et b
Wind (1955)	$k = a \Psi ^{-n}$	a et n
Gardner (1958)	$k = k_s \cdot \exp[\alpha\Psi]$ $k = \frac{a}{ \Psi ^n + b}$	α , a, b et n
Brooks et Corey (1964)	$k = k_s$ pour $\Psi \leq \Psi_{cr}$ $k = (\Psi/\Psi_{cr})^{-n}$ pour $\Psi \geq \Psi_{cr}$	k_s , n et Ψ_{cr}
Rijtema (1965)	$k = k_s$ pour $\Psi \leq \Psi_{cr}$ $k = k_s \cdot \exp[-\alpha(\Psi - \Psi_{cr})]$ pour $\Psi_{cr} \leq \Psi \leq \Psi_r$ $k = k_s (\Psi/\Psi_r)^{-n}$ pour $\Psi > \Psi_r$	α , n, Ψ_{cr} et Ψ_r

ponibles est supérieur au nombre des coefficients, une procédure de lissage de la courbe peut être adoptée pour minimiser l'erreur. Toutefois, l'approche empirique est à utiliser avec certaines restrictions. En effet, aucune relation n'est valable pour tous les cas et même si une formule s'avère adéquate pour une classe de matériaux, il faut remarquer que les coefficients peuvent varier considérablement d'un matériau à un autre. Il convient de signaler en plus, qu'à cause du phénomène d'hystérésis, toutes les formules sont à employer pour un processus monotone : séchage ou humidification. Quand les deux processus s'alternent, il est nécessaire de réajuster les coefficients et parfois même d'adopter une autre formulation pour le modèle. Comme le montre l'expérience, la relation $k(\theta)$ laisse apparaître un effet d'hystérésis moins significatif que $k(\Psi)$. Il est donc préférable de considérer des expressions de la conductivité hydraulique en fonction de la teneur en eau dès que des phases successives d'humidification et de séchage sont étudiées (Mualem, 1986).

4.2

Modèles macroscopiques

Ces modèles considèrent le sol à l'échelle de Darcy et non pas à celle du pore. Mualem (1986) cite les étapes suivantes comme étant communes à tous ces modèles :

- supposer une analogie entre l'écoulement à travers un milieu poreux avec un régime laminaire où la vitesse d'écoulement et le potentiel hydrique ne sont définis qu'à l'échelle microscopique ;

- résoudre l'équation de l'écoulement laminaire analytiquement pour un système très simple, pour déduire des formules mathématiques reliant les variables d'écoulement, comme la vitesse moyenne, le gradient hydraulique, le rayon hydraulique, la conductivité hydraulique, etc. ;

- faire une analogie directe entre ces variables et celles qui correspondent à l'échelle macroscopique (de Darcy), définies pour le système solide-air-eau.

Ces relations fort simples sont très intéressantes pour la modélisation de l'écoulement dans les milieux poreux non saturés, mais restent limitées puisqu'elles ne tiennent pas compte de la distribution dimensionnelle des rayons des pores du matériau. En effet, le flux

dans un milieu poreux ne dépend pas seulement des conditions d'écoulement mais aussi des propriétés de la matrice du matériau.

4.3

Modèles statistiques

De nombreux auteurs ont proposé des modèles reposant sur le traitement statistique des résultats de calculs répétés (Purcell, 1949 ; Childs et Collis-George, 1950 ; Burdine, 1953 ; Wyllie et Gardner, 1958 ; Farrel et Larson, 1972 ; Mualem, 1976 ; Mualem et Degan, 1978). Le concept de ces modèles repose sur trois hypothèses de base, formulées par Mualem (1986) comme suit :

- le milieu poreux peut être considéré comme un ensemble de pores interconnectés répartis de façon aléatoire ; les pores sont caractérisés par leur échelle (dite « rayon du pore ») décrite par une distribution statistique ;

- l'équation de Hagen-Poiseuille est supposée valide et peut donc s'utiliser pour estimer la conductivité hydraulique à l'échelle du pore ; la conductivité totale est obtenue par intégration, selon les contributions des pores remplis ;

- la courbe de rétention du matériau est considérée généralement comme ayant une forme analogue à celle donnée par la fonction de distribution des rayons de pores.

Ces modèles diffèrent les uns des autres par l'interprétation de la configuration géométrique du pore élémentaire (section droite, fréquence et tortuosité) et par l'estimation qu'ils font de sa contribution à la conductivité totale du milieu.

Les auteurs qui ont adopté cette approche sont nombreux (Childs et Collis-George, 1950 ; Marshall, 1958 ; Kunze *et al.*, 1968 ; Green et Corey, 1971 ; Mualem, 1976 ; Fredlund et Xing, 1994, etc.) mais nous nous limiterons dans le tableau II à citer les modèles les plus fréquemment utilisés.

Dans le tableau II, S_e désigne le degré de saturation effective du matériau défini par :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2)$$

TABEAU II Modèles statistiques pour la conductivité hydraulique non saturée.
Statistical Models for the unsaturated hydraulic conductivity.

Auteur (année)	Équation	Définitions
Childs et Collis-George (1950)	$\frac{k(\theta)}{k_s} = \frac{\int_0^\theta (\theta - \xi) d\xi}{\int_0^\theta \Psi^2} \bigg/ \frac{\int_0^\theta (\theta - \xi) d\xi}{\int_0^\theta \Psi^2}$	ξ , est une variable d'intégration.
Burdine (1953)	$\frac{k(\theta)}{k_s} = S_e^l \left[\frac{\int_0^\theta d\theta}{\int_0^\theta \Psi^2} \bigg/ \frac{\int_0^\theta d\theta}{\int_0^\theta \Psi^2} \right]$	l , est un paramètre de connectivité des pores qui décrit la tortuosité des chemins d'écoulement. Burdine propose une valeur de 2.
Mualem (1976)	$\frac{k(\theta)}{k_s} = S_e^l \left[\frac{\int_0^\theta d\theta}{\int_0^\theta \Psi} \bigg/ \frac{\int_0^\theta d\theta}{\int_0^\theta \Psi} \right]^2$	l , est ici aussi, le paramètre de connectivité des pores qui décrit la tortuosité. Mualem suggère qu'une valeur de 0,5 conviendrait pour la majorité des sols.
Fredlund et Xing (1994)	$\frac{k(\Psi)}{k_s} = \frac{\int_{\ln(\Psi_s)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta(\Psi)}{e^y} \theta'(e^y) dy}{\int_{\ln(\Psi_s)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta_s}{e^y} \theta'(e^y) dy}$	$b = \ln(10^6)$; Ψ_s : succion au point d'entrée d'air ; y : variable d'intégration.

où : θ est la teneur en eau volumique, θ_s et θ_r étant respectivement les teneurs en eau volumiques saturée et résiduelle.

Différentes formulations de la conductivité hydraulique ont été proposées en combinant une des différentes expressions décrivant la courbe de rétention $\theta(\Psi)$ avec l'un ou l'autre de ces modèles. Le modèle combiné de conductivité hydraulique et de rétention de van Genuchten (1980)-Mualem (1976) est actuellement le plus utilisé (équations (3) et (4)). De nombreux auteurs cités notamment par van Genuchten *et al.* (1991) ont montré qu'il convient à une assez large gamme de matériaux.

$$S_e(\Psi) = \frac{1}{[1 + (\alpha\Psi)^n]^m} \quad (3)$$

$$k(\Psi) = k_s \cdot \frac{[1 - (\alpha\Psi)^{n-1} [1 + (\alpha\Psi)^n]^{-m}]^2}{[1 + (\alpha\Psi)^n]^{m/2}} \quad (4)$$

où : α , m et n sont des paramètres de forme qui peuvent être reliés à la distribution dimensionnelle des rayons de pores et k_s représente la conductivité du sol à l'état saturé.

5

Détermination des paramètres hydrodynamiques non saturés par la méthode inverse

5.1

Définition du problème inverse

Généralement, on parle de problème inverse à chaque fois que des modèles mathématiques sont utilisés pour expliquer ou confirmer des observations. L'approche consiste à estimer certains paramètres du modèle considéré, qui peuvent avoir une signification physique mais qui sont difficilement mesurables, à partir de mesures effectuées sur d'autres variables qui leur sont reliées. Le principe est d'estimer ces paramètres en minimisant la différence entre les variables observées et calculées, sous l'hypothèse qu'un modèle mathématique déterministe simple incluant un petit nombre de paramètres inconnus décrive de façon satisfaisante le problème étudié.

Pour illustrer la position du problème inverse, considérons un vecteur de paramètres (\vec{P}) défini par n paramètres à déterminer (P_1, P_2, \dots, P_n) appartenant à l'espace des paramètres de dimension n et un vecteur observations (\vec{O}) défini par m observations (O_1, O_2, \dots, O_m) appartenant à l'espace des observations de dimension m . Supposons que l'on dispose d'un modèle mathématique décrivant le problème direct représenté par un opérateur Φ :

$$(\vec{O}) = \Phi [(\vec{P})] \quad (5)$$

La résolution du problème inverse consiste à identifier un estimateur Γ de Φ^{-1} qui relie les observations (\vec{O}) aux paramètres (\vec{P}) :

$$(\vec{P}) = \Gamma (\Phi^{-1} [(\vec{O})]) \quad (6)$$

On dit généralement que le problème inverse est bien posé si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- à chaque vecteur observations (\vec{O}), correspond un vecteur paramètres (\vec{P}) : condition d'identifiabilité de la solution ;
- ce vecteur (\vec{P}) est unique : condition d'unicité de la solution ;
- une légère perturbation sur le vecteur (\vec{O}) n'engendre pas des variations disproportionnées sur le vecteur (\vec{P}) : condition de stabilité de la solution.

5.2

Résolution du problème inverse

Les techniques adoptées par différents auteurs pour résoudre le problème inverse dans le domaine de l'hydraulique des sols ont été revues notamment par Neuman (1973), Yeh (1986) ainsi que par McLaughlin et Townley (1996). Il s'en dégage principalement deux types de méthodes. Cette classification se base sur le critère d'erreur utilisé. Nous exposons dans ce qui suit, les grandes lignes de la méthodologie à la base de ces deux familles de méthodes.

5.2.1

Méthodes directes

Le critère d'erreur considéré dans ces méthodes est introduit dans l'équation utilisée pour résoudre le problème direct. Un terme d'erreur est ajouté à cette équation pour tenir compte des incertitudes sur les mesures et sur les éventuelles interpolations. Ce terme d'erreur est ensuite minimisé pour aboutir à l'estimation des paramètres inconnus. Différentes techniques ont été utilisées pour la minimisation de l'erreur : la méthode de l'énergie dissipée, l'inversion de matrice, l'intégration directe de l'équation différentielle, etc. (Yeh, 1986).

Cette approche est intéressante dans la mesure où elle permet de réduire le temps de calcul nécessaire en intégrant le calcul des dérivées des observations par rapport aux paramètres à identifier dans l'équation du problème direct. Ceci conduit à rendre la formulation du problème très complexe. Mais l'inconvénient majeur de ces méthodes réside dans le fait qu'elles ne peuvent tenir compte de l'erreur sur les observations. De ce fait, l'approche doit se limiter aux cas où une grande quantité d'observations est disponible. De plus, cette approche ne convient pas aux sols non saturés dont l'équation d'écoulement est fortement non linéaire.

5.2.2

Méthodes indirectes

Le critère d'erreur utilisé ici est généralement basé sur la minimisation de la différence entre les valeurs mesurées et estimées d'une (ou plusieurs) variable(s) mesurable(s) qui en dépend(ent) (par exemple, le débit, la charge hydraulique en un point donné ou bien le volume d'eau infiltré/drainé). Cette différence est habituellement nommée : *fonction objectif*. En général, la procédure commence par une estimation initiale des paramètres qui sera réajustée de façon itérative jusqu'à ce que la réponse du modèle soit suffisamment rapprochée des observations. Diverses techniques numériques ont été utilisées pour l'optimisation : la méthode de Gauss-Newton, la méthode du gradient conjugué, la méthode de Newton-Raphson, etc.

La procédure itérative convient très bien au cas non saturé. L'intérêt principal de ces méthodes réside dans le fait qu'elles peuvent très bien s'appliquer aux cas où la quantité d'observations est limitée. Cependant, le problème d'optimisation est normalement fortement non linéaire et souvent non convexe (Yeh, 1986), ce qui exige une étude de faisabilité et une analyse prudente des résultats pour valider la solution.

5.3

Faisabilité et validation de la méthode inverse

Diverses techniques de validation des procédures inverses pour l'estimation des paramètres ont été employées. Elles permettent la vérification de l'identifiabilité, l'unicité et la stabilité de la solution, mais aussi d'apprécier la sensibilité de la solution à chacun des paramètres estimés. Parmi les moyens de validation les plus couramment utilisés, on peut citer : les surfaces de réponse, l'examen de la matrice des covariances ou encore le calcul de la sensibilité aux paramètres.

5.3.1

Les surfaces de réponse

Les surfaces de réponse permettent d'évaluer la fiabilité des procédures inverses (Russo *et al.*, 1991). Le principe est de montrer l'influence d'un couple de paramètres sur la *fonction objectif*. Les paramètres estimés sont donc considérés deux à deux et perturbés autour de leurs valeurs optimales. La *fonction objectif* est évaluée en utilisant le modèle direct, et portée sur un graphe dans le plan formé par les deux paramètres. Si les valeurs sont suffisamment nombreuses, des courbes d'isovaleurs peuvent être tracées. Ces graphiques sont appelés : « surfaces de réponse ».

L'étude de ces isovaleurs permet d'apprécier l'unicité et la stabilité de la solution. En effet, si la solution est unique, elles forment des courbes concentriques autour de la solution (Fig. 1). Dans le cas contraire, les surfaces de réponse laissent apparaître une zone de minimum étendue (Fig. 2). L'étude de la stabilité peut se faire en introduisant différentes perturbations sur les observations et en comparant le déplacement du minimum sur les surfaces de réponse correspondantes. La

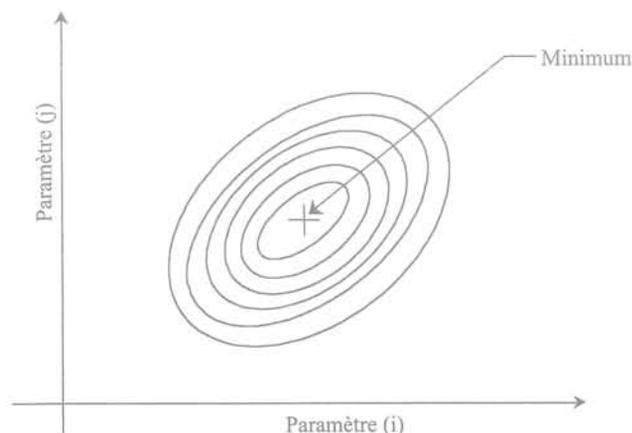


FIG. 1 Surface de réponse typique d'un problème inverse bien-posé.
A typical response surface of an well-posed inverse problem.

solution est jugée instable si les minima sont significativement éloignés ou si les isovaleurs s'espacent lorsque les perturbations deviennent plus importantes.

Les surfaces de réponse représentent un moyen efficace pour vérifier la cohérence de la procédure inverse. Cependant, leur mise en œuvre exige la réalisation d'un grand nombre de calculs, ce qui alourdit très rapidement la démarche.

5.3.2

L'analyse de la matrice de covariance

La matrice de covariance des paramètres estimés permet d'étudier l'incertitude et la corrélation entre les paramètres. Les termes de la diagonale correspondent aux variances de chacun des paramètres estimés et les termes hors diagonale à la covariance entre deux paramètres. Cette matrice de covariance peut être définie par :

$$\text{Cov}(\bar{P}) = E [((\bar{P}) - (\bar{P})') \cdot ((\bar{P}) - (\bar{P})')^T] \quad (7)$$

où :

(\bar{P}) représente le vecteur des paramètres « réels » ;

$(\bar{P})'$, le vecteur des paramètres estimés ;

T, en exposant, indique la transposée d'une matrice ;

E est l'espérance mathématique.

Une approximation de la matrice de covariance des paramètres estimés peut être calculée par :

$$\text{Cov}(\bar{P}) = \frac{J(\bar{P})}{N_o - N_p} [A]^{-1} \quad (8)$$

où :

$J(P')$ est l'erreur égale à l'écart entre les observations et les variables calculées ;

N_o , le nombre d'observations disponibles ;

N_p , le nombre des paramètres à identifier ;

$[A]$, le produit $(J_D^T \cdot J_D)$ avec J_D , la matrice jacobienne de la *fonction objectif* par rapport aux paramètres.

La variance d'un paramètre est d'autant plus faible que l'incertitude sur ce paramètre est réduite. La corrélation entre les paramètres renseigne sur leur interdépendance par rapport à la *fonction objectif*. Selon Yeh (1986), une corrélation entre les paramètres, également

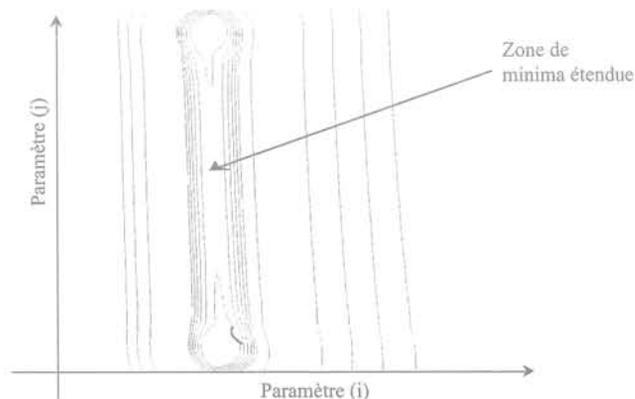


FIG. 2 Surface de réponse typique d'un problème inverse mal-posé.
A typical response surface of an ill-posed inverse problem.

appelée « colinéarité », peut engendrer une convergence lente de la procédure itérative de minimisation et conduit, dans tous les cas, à des paramètres mal optimisés. Une manière plus rigoureuse de traiter un problème de colinéarité lorsque l'on dispose d'un nombre suffisant d'observations, peut être l'utilisation de techniques statistiques telles que l'analyse en composantes principales afin de chercher une relation entre les deux paramètres corrélés pour pouvoir n'en estimer qu'un seul.

5.4

Illustration de la résolution du problème inverse sur un essai d'infiltration au laboratoire

Afin d'illustrer la résolution du problème inverse sur un exemple pratique, nous présentons ici une estimation des paramètres du modèle combiné de van Genuchten-Mualem à partir d'un essai d'imbibition sur une colonne de limon de Jossigny. Le tableau III résume les caractéristiques géotechniques du sol. La colonne de 20 cm de hauteur et de 9 cm de diamètre est formée d'une couche de sol homogène compacté statiquement sous une pression de 1 000 kPa à une teneur en eau volumique de 7,4 %. Une charge hydraulique nulle est appliquée à la base de la colonne. L'évolution du profil de teneur en eau est suivie au cours de l'essai à l'aide d'un dispositif gammamétrique (Tabani, 1999). La courbe de rétention du sol a été déterminée par la méthode du papier filtre sur des éprouvettes, de 4 cm d'épaisseur et de 9 cm de diamètre, compactées dans les mêmes conditions que la colonne. Un ajustement des données de rétention ainsi obtenues par le modèle de van Genuchten-Mualem et un essai de perméabilité à la saturation, ont permis de déterminer les paramètres résumés dans le tableau IV. Les simulations numériques ont été réalisées à l'aide du code de calcul numérique en différences finies *InfEP* (Abdallah, 1999).

TABLEAU III Résultats de l'identification géotechnique du limon de Jossigny.
Results of Jossigny silt geotechnical identification.

Densité des grains	γ_s/γ_w	2,73
Limite de liquidité	w_L (%)	37,3
Limite de plasticité	w_p (%)	28,0
Indice de plasticité	I_p	9,3
Valeur de bleu	VBS	3,8
% de carbonate de calcium		3,0
% de matière organique		0,9

TABLEAU IV Paramètres de van Genuchten-Mualem ajustés sur la courbe de rétention expérimentale.
Van Genuchten-Mualem parameters fitted to the experimental water retention curve.

k_s^* [m/s]	θ_r [%]	θ_s [%]	n	m	α [1/cm]
$1,5 \cdot 10^{-6}$	5	40	1,236	0,191	$6,662 \cdot 10^{-4}$

5.4.1

Méthode de résolution du problème inverse

Nous exposons ici le principe de la procédure inverse utilisée pour cette illustration.

Technique numérique d'inversion

L'objectif de l'optimisation consiste à déterminer un jeu de paramètres (P_j) à partir d'un nombre limité d'observations (O_j) de façon à minimiser l'écart au sens des moindres carrés avec les estimations faites par le modèle (O_j^*). On définit ainsi la *fonction objectif* par :

$$\chi^2(\bar{P}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{O_i - O_i(\bar{P})}{\sigma_i} \right)^2 \quad (9)$$

où :

- N est le nombre des observations ;
- σ_i est l'écart type qui correspond à l'incertitude sur l'observation O_i .

La *fonction objectif* doit être pondérée si elle fait intervenir des observations de variables différentes présentant des ordres de grandeur différents sur les moyennes ou sur les écarts types. Le choix judicieux des coefficients de pondération permet en général, de ramener ces variables à des ordres de grandeur comparables. Pour le cas que nous traitons ici et étant donné que les données dont nous disposons sont toutes des teneurs en eau volumiques déterminées par la même technique, aucune pondération n'est nécessaire puisque l'écart type est identique pour toutes les observations.

La procédure itérative consiste à partir d'un vecteur initial de paramètres ($\bar{P}^{(0)}$), à calculer pour chaque pas d'optimisation (m), un vecteur incrément ($\bar{P}^{(m)}$), qui appliqué au jeu de paramètres permet de faire diminuer la *fonction objectif*, soit :

$$\chi^2(\bar{P}^{(m+1)}) < \chi^2(\bar{P}^{(m)}) \quad (10)$$

avec :

$$\bar{P}^{(m+1)} = \bar{P}^{(m)} + \Delta \bar{P}^{(m)} \quad (11)$$

La méthode utilisée est celle proposée par Levenberg (1944) et améliorée par Marquardt (1963). Cette méthode est reconnue comme étant assez robuste. En particulier, elle permet de régulariser les problèmes mal posés et convient donc très bien à l'inversion des modèles d'écoulement en milieu non saturé (Lehmann, 1996). La souplesse de la méthode provient de l'introduction d'un paramètre de relaxation λ dans l'expression du vecteur incrément :

$$\Delta \bar{P}^{(m)} = (\lambda \cdot \bar{D} + \bar{H}^{-1}) \cdot [-\bar{G}(\bar{P}^{(m)})] \quad (12)$$

où \bar{D} , est la matrice identité ; \bar{G} , le gradient (vecteur des premières dérivées partielles) et \bar{H} , le Hessien (la matrice des secondes dérivées partielles) de la *fonction objectif*. Le paramètre de relaxation (λ traduit en quelque sorte, le degré de confiance que l'on peut avoir dans les estimations initiales des paramètres. Press et al. (1992) recommandent de commencer les itérations avec une valeur de λ assez faible (0,001). La *fonction objectif* est d'abord évaluée avec le jeu initial de paramètres, puis l'équation (12) est résolue pour déterminer l'incrément, et la *fonction objectif* est recalculée avec le nouveau jeu de paramètres. Si elle augmente, le paramètre λ est multiplié par 10 et l'itération continue. Si l'on se rapproche du minimum, le pas d'optimisation est validé et le coefficient λ est divisé par 10 pour initialiser le pas suivant. Le calcul est arrêté si l'un des critères d'arrêt est vérifié. La figure 3 présente un organigramme de l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Calcul numérique des dérivées

Pour l'optimisation non linéaire, une attention particulière est à accorder à la méthode de calcul du gra-

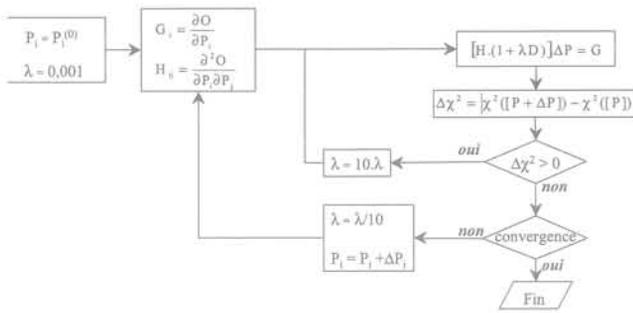


FIG. 3 Algorithme de Levenberg-Marquardt.
Levenberg-Marquardt algorithm.

dient. Généralement, la manière la plus simple pour calculer numériquement une dérivée est la méthode des différences finies. Elle consiste à perturber le paramètre variable autour de la valeur de calcul. Si l'intervalle de perturbation est judicieusement choisi, il est possible de linéariser la fonction ce qui permet le calcul de la dérivée par :

$$\frac{\partial O(p_k)}{\partial p_k} = \frac{O(p_k + \delta p) - O(p_k - \delta p)}{2\delta p} \quad (13)$$

où :

- p_k est la valeur du paramètre où l'on souhaite calculer la dérivée ;
- δp est l'intervalle de la perturbation.

La principale difficulté liée à cette méthode concerne le choix de l'intervalle de perturbation, δp . Un intervalle trop réduit peut dans certains cas conduire à une pente nulle si la limite de précision est atteinte. Un intervalle trop large conduit à une pente très éloignée de la dérivée réelle. Cette méthode de calcul du gradient est malgré tout, la plus utilisée avec les méthodes d'optimisation. La valeur δp à adopter dépend bien entendu de la fonction à dériver. Généralement, une étude de la sensibilité des résultats à ce paramètre est nécessaire pour le choisir (Yeh, 1986).

Critères d'arrêt de l'optimisation

L'optimisation non linéaire étant menée selon un schéma itératif, plusieurs tests d'arrêt sont nécessaires pour juger de l'évolution du calcul. Le premier critère à inclure dans le test d'arrêt concerne la valeur de la *fonction objectif*. En effet, si celle-ci devient inférieure à une tolérance admise par l'utilisateur (ϵ_1), le calcul peut être arrêté :

$$O(\bar{P}^{(m)}) \leq \epsilon_1 \quad (14)$$

Ce critère est rarement vérifié pour des cas réels, car il traduit une parfaite adéquation entre les observations et les résultats du modèle. Dans la pratique, l'arrêt du calcul est décidé en se basant sur l'évolution de la *fonction objectif* au cours des itérations plutôt que sur sa valeur. Un deuxième critère d'arrêt teste l'évolution de la *fonction objectif* au cours de la dernière itération. Dans le cas où elle tend vers zéro avec une erreur (ϵ_2) près, cela suppose que l'on converge vers un minimum :

$$\frac{O(\bar{P}^{(m-1)}) - O(\bar{P}^{(m)})}{O(\bar{P}^{(m)})} \leq \epsilon_2 \quad (15)$$

C'est souvent ce deuxième critère qui est vérifié en premier dans des applications pratiques. Mais sa vérification peut être obtenue dans des cas difficiles où les observations incluent des bruits importants, même si le minimum n'est pas atteint. Un troisième critère consiste à imposer un nombre maximal d'itération pour la méthode de Levenberg-Marquardt. Il faut insister ici sur le fait que la vérification de l'un des critères d'arrêt n'est pas forcément un indicateur de convergence vers « la » solution. Elle n'exclut pas les vérifications de l'unicité et de la stabilité de cette dernière.

5.4.2

Résultats de l'estimation

Nous avons choisi d'identifier la conductivité hydraulique saturée (k_s) et deux paramètres de forme de van Genuchten (α et m) en adoptant la restriction $m = 1 - 1/n$ proposée par van Genuchten *et al.* (1991) pour calculer n . Les teneurs en eau volumiques, saturée (θ_s) et résiduelle (θ_r), ont été fixées étant donné que leur détermination au laboratoire ne pose pas de problème particulier. Afin de vérifier l'unicité de la solution obtenue, trois calculs ont été effectués avec des jeux de paramètres initiaux différents. Par ailleurs, de légères perturbations de $\pm 1\%$ ont été appliquées aux données expérimentales pour tester la stabilité de la solution. A chaque fois, les paramètres ont pu être estimés correctement avec un nombre relativement réduit de pas d'optimisation (16 à 18) et les variations relatives des estimations n'ont pas dépassé 0,4 %. Le tableau V fournit les valeurs initiales et finales de α , m et k_s pour les calculs réalisés et la figure 4 compare la simulation réalisée avec ces valeurs de paramètres aux données expérimentales. Nous notons le bon accord entre la simulation et l'expérience après l'inversion.

TABLEAU V Résultats des optimisations avec les différents jeux de paramètres initiaux.
Optimization results with different initial parameters sets.

Paramètre [unité]	Valeurs initiales	Valeurs estimées
α [1/cm]	1,00 10 ⁻⁴	3,19 10 ⁻⁴
	6,66 10 ⁻⁴	3,20 10 ⁻⁴
	1,00 10 ⁻³	3,20 10 ⁻⁴
m [-]	1,00 10 ⁻¹	3,17 10 ⁻¹
	1,91 10 ⁻¹	3,17 10 ⁻¹
	3,00 10 ⁻¹	3,17 10 ⁻¹
k_s [m/s]	1,50 10 ⁻⁹	8,75 10 ⁻⁹
	1,50 10 ⁻⁸	8,76 10 ⁻⁹
	1,50 10 ⁻⁷	8,79 10 ⁻⁹

L'évolution de la *fonction objectif* et des paramètres réduits par rapport à leurs valeurs finales, est représentée sur la figure 5 pour ce même calcul. Elle montre des évolutions assez rapides et monotones indiquant que les données ne présentent que peu de bruit, ce qui conduit à une *fonction objectif* finale assez proche de zéro (0,23 pour ce calcul). Ces résultats confirment donc que le nombre et la qualité des mesures, fournies par le dispositif gammamétrique, permettent d'identifier simultanément les paramètres α , m et k_s pour une couche de sol homogène avec une précision satisfaisante.

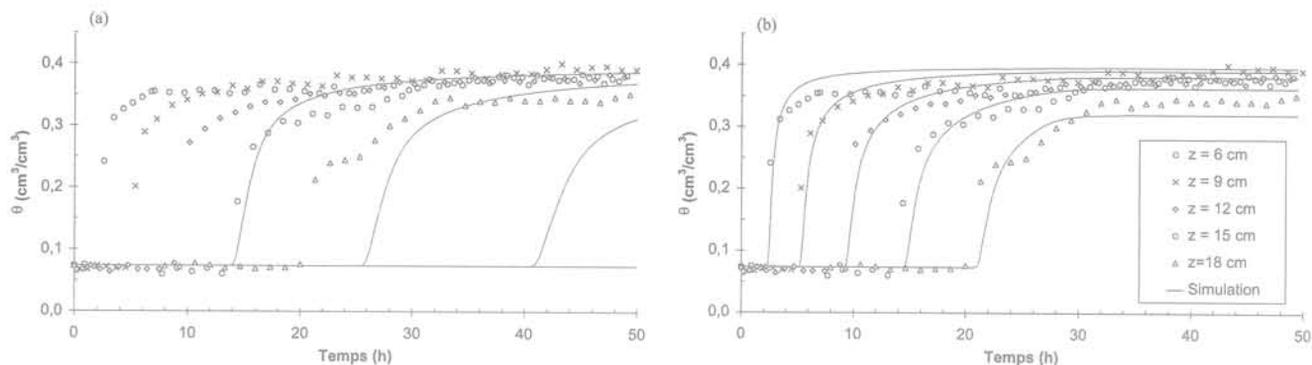


FIG. 4 Simulations de l'essai réalisées en utilisant les paramètres obtenus par l'ajustement de la courbe de rétention expérimentale (a) et ceux obtenus par la méthode inverse (b) comparés aux données expérimentales.

Test simulations carried out with parameters obtained by fitting the experimental water retention curve (a) and those obtained by the inverse method (b) compared with experimental data.

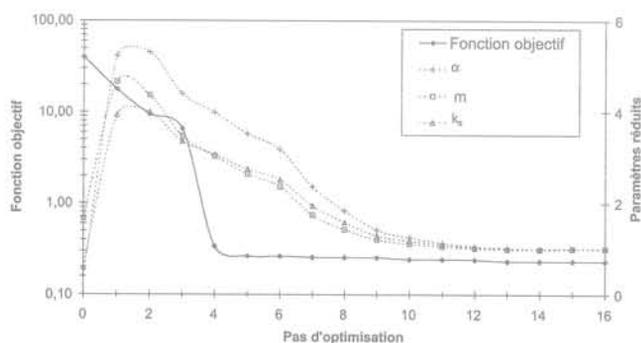


FIG. 5 Évolution des paramètres et de la fonction objectif au cours de l'optimisation.

Parameters and objective function evolution during the optimization.

La figure 6 confronte la courbe de rétention obtenue par la résolution du problème inverse à celle obtenue par l'ajustement des mesures au laboratoire par la méthode du papier filtre. Nous remarquons un très bon accord entre ces deux courbes pour des degrés de saturation élevés ($> 0,75$) et un décalage qui s'accroît pour les faibles degrés de saturation. Sur la figure 7, la courbe de conductivité hydraulique résultant de l'inversion est comparée à celle obtenue à partir du traitement des pro-

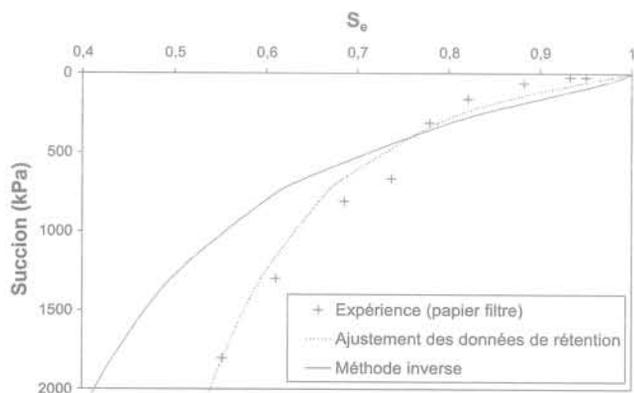


FIG. 6 Comparaison de la courbe de rétention expérimentale et de celle obtenue par la résolution du problème inverse.

Comparison between the experimental water retention curve and the one obtained from inverse problem solution.

files de teneur en eau mesurés par la méthode des profils instantanés ainsi qu'à la prédiction de cette courbe à partir de l'ajustement de la courbe de rétention. Nous constatons ici que le résultat de l'inversion est plus en accord avec celui de la méthode des profils instantanés qu'avec la prédiction de van Genuchten-Mualem. L'inversion numérique a donc permis d'obtenir une courbe de conductivité hydraulique en accord avec les résultats de la méthode des profils instantanés tout en améliorant la détermination de la courbe de rétention de l'humidité surtout pour les faibles degrés de saturation. En effet, cette dernière avait été déterminée par des essais supplémentaires sur de éprouvettes de taille différente.

5.5

Apport de la méthode inverse à la détermination des paramètres hydrodynamiques des milieux poreux non saturés

Une des premières études consacrées à l'applicabilité de la méthode inverse pour l'estimation des paramètres hydrodynamiques de matériaux non saturés, a été celle de Zachmann *et al.*, 1981. Elle visait à examiner

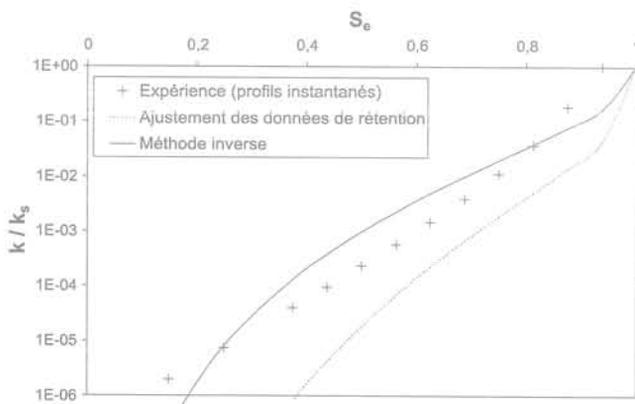


FIG. 7 Comparaison de la courbe de conductivité hydraulique expérimentale et de celle obtenue par la résolution du problème inverse.

Comparison between the experimental hydraulic conductivity curve and the one obtained from inverse problem solution.

l'influence de la variable mesurée à introduire dans la *fonction objectif*. Des procédures inverses ont été présentées en utilisant des *fonctions objectif* construites par des combinaisons des variables mesurées au cours d'essais d'infiltration réalisés au laboratoire sur des colonnes de matériau non saturé. Ces variables sont l'évolution de l'infiltration cumulée en fonction du temps, la variation de la pression capillaire et la teneur en eau en un point donné en fonction du temps. Le problème inverse a été résolu par une méthode indirecte. Les auteurs ont conclu que l'infiltration cumulée permet d'obtenir les meilleurs résultats alors qu'elle est la variable la plus facile à mesurer.

Russo (1988) s'est intéressé à étudier l'effet du modèle théorique utilisé pour décrire les caractéristiques hydrodynamiques des sol au cours des procédures d'inversion numérique. Ils ont étudié la faisabilité d'une estimation des paramètres par approche inverse utilisant des mesures au laboratoire. Les résultats obtenus par 3 modèles différents, ceux de Childs et Collis-George (1950), Burdine (1953) et Mualem (1976), ont été comparés. La conclusion la plus intéressante de ce travail signale l'importance de l'introduction d'un complément d'information sur certains paramètres mesurables dans la *fonction objectif* (la conductivité hydraulique saturée en l'occurrence), ce qui a pour effet de renforcer la stabilité et d'assurer l'unicité de la solution. Cette recommandation est reprise par Russo *et al.* (1991) qui ont adopté une démarche similaire en considérant les modèles de Brooks et Corey (1964), Mualem (1976)-Gardner (1958) et Mualem (1976)-van Genuchten (1980). Toutes ces études ont montré que la formulation de Mualem-van Genuchten semble être bien adaptée à la plupart des sols pour décrire à la fois la courbe de rétention de l'humidité et la courbe de conductivité hydraulique. La méthode inverse permet donc en plus de la détermination simultanée de la courbe de rétention de l'humidité et de la conductivité hydraulique du matériau, de vérifier l'adéquation du modèle et la pertinence de certaines hypothèses relatives aux paramètres. D'autres auteurs ont par la même procédure, suggéré l'introduction de données supplémentaires telles que l'infiltration cumulée (Eching *et al.*, 1994) ou des données relatives à la courbe de rétention du matériau (Simunek et van Genuchten, 1996 et Bohne *et al.*, 1999). Simunek et van Genuchten (1996) ont rapporté que les données fournies par un seul tensiomètre placé dans l'éprouvette de sol testé au cours d'un essai de drainage permettaient d'identifier correctement tous les paramètres hydrodynamiques non saturés du matériau. Ils ont toutefois obtenu de meilleurs résultats lorsque le tensiomètre était placé près de la surface drainée du sol. Cela démontre l'apport de l'étude du problème inverse dans la conception même des essais où elle peut renseigner sur la nature et l'emplacement des mesures nécessaires.

Depuis quelques années, cette méthode se révèle d'un intérêt indéniable pour traiter certains problèmes complexes pour lesquels les mesures directes ou indirectes de tous les paramètres sont quasi impossibles. Ainsi, différents auteurs ont essayé par la méthode inverse, de caractériser l'effet de phénomènes bien particuliers et complexes tels que l'hystérésis (Kool et Parker, 1988), la présence d'hétérogénéités dans le matériau (Zhang et Yeh, 1997 ; Lehmann et Ackerer, 1997), le

gonflement des sols argileux (Garnier *et al.*, 1997) ou les écoulements préférentiels à travers les macropores dans les sols naturels (Chen *et al.*, 1993 ; Mohanty *et al.*, 1997) ou compactés (Abdallah, 1999). Abdallah et Masrouri (2002) ont étudié la faisabilité de l'utilisation de l'essai de perméabilité à l'infiltromètre double-anneau pour estimer par la méthode inverse, les paramètres hydrodynamiques non saturés du sol.

6

Conclusion

Le passage en revue des méthodes de détermination des propriétés hydrodynamiques des milieux poreux non saturés nous a permis de mettre l'accent sur les principales difficultés qui compliquent la caractérisation de ces matériaux :

- les techniques de mesure des caractéristiques hydrodynamiques non saturées sont généralement complexes et lentes ;
- il est très délicat de mesurer la teneur en eau et la succion simultanément, ce qui impose souvent la détermination de la courbe de rétention en parallèle sur une éprouvette qui n'est pas forcément représentative de la structure et de l'état initial du matériau testé ;
- les données expérimentales généralement peu nombreuses et limitées par les gammes de succion couvertes par les techniques d'imposition et de mesure, ne peuvent représenter complètement les relations très fortement non linéaires qui décrivent les paramètres ;
- les paramètres des milieux poreux non saturés présentent un caractère hystérétique, ils dépendent donc de l'histoire hydrique du matériau ;
- à l'échelle du terrain, la variabilité de ces paramètres dans le matériau peut être très importante, ce qui peut nécessiter une quantité importante de données expérimentales.

Nous avons également mis en avant les apports de la méthode inverse à la caractérisation hydraulique des matériaux non saturés :

- l'estimation simultanée de la courbe de rétention de l'humidité et de la courbe de conductivité hydraulique à partir d'un même essai ;
- l'association de la modélisation analytique ou numérique à l'expérimentation ;
- la possibilité de juger l'adéquation des données expérimentales et d'apprécier la pertinence des modèles théoriques ;
- l'applicabilité à l'étude des cas complexes (milieux hétérogènes, écoulements préférentiels, matériaux gonflants, couplage hydromécanique, etc.) et à l'échelle du terrain.

L'étude du problème inverse nous paraît intéressante non seulement pour estimer les paramètres d'un modèle théorique, mais surtout pour donner des indications sur le type et la quantité de mesures nécessaires, ce qui permet d'optimiser les essais. Elle permet également d'apprécier l'adéquation du modèle et des conditions d'essais. Elle est applicable à des cas complexes sur le terrain. Tous ces aspects sont précieux dans un domaine où l'expérimentation est complexe.

- Abdallah A. – *Modélisation de l'infiltration dans les sols fins compactés : intégration des écoulements préférentiels dans les macropores*. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, France, 1999, 167 p.
- Abdallah A., Masroufi F. – Numerical simulation of in situ infiltration test and application to unsaturated hydraulic parameters identification. Proc. 3rd unsaturated soils conference, UNSAT 2002, 10-13 March, Recife, Brazil. Jucá, de Campos & Marinho (eds), vol. 1, 2002, p. 45-5.
- Agus S.S., Leong E.C., Schanz T. – Assessment of statistical models for indirect determination of permeability functions from soil-water characteristic curve. *Géotechnique* 53 (2), 2003, p. 279-282.
- Alonso E.E., Gens A., Hight D.W. – General Report : Special Problem Soils. 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation engineering 3, Dublin. Balkema, Rotterdam, 1987, p. 1087-1146.
- Amraoui N. – *Étude de l'infiltration dans les sols fins non saturés*. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, France, 1996, 325 p.
- Angulo R. – *Caractérisation hydrodynamique de sols déformables partiellement saturés : étude expérimentale à l'aide de la spectrométrie gamma double-source*. Thèse de doctorat, 1989, INPG, Grenoble, France.
- Barbour S.L. – The soil-water characteristic curve : a historical perspective. *Canadian Geotechnical Journal* 35, 1998, p. 873-894.
- Bohne K., Radcliffe D., Wessolek G., Zacharias S. – Inverse method to estimate soil hydraulic parameters from field measurements of ponded infiltration. Proc. International Workshop on Characterization and Measurement of the Hydraulic Properties of Unsaturated Porous Media, Riverside, Univ. of California, USA, 1999, p. 799-815.
- Brooks R.H., Corey A.T. – Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Paper* 3, 1964, Colorado State University, Fort-Collins, USA.
- Bruce R.R., Klut A. – The measurement of soil water diffusivity. *Soil Science Society of America Journal* 20, 1956, p. 458-462.
- Burdine N.T. – Relative permeability calculation from size distribution data. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers* 1953, 198, p. 71-78.
- Chen C., Thomas D.M., Green R.E., Wagnert R.J. – Two-domain estimation of hydraulic properties in macropore soils. *Soil Science Society of America Journal*, 57, 1993, p. 680-685.
- Childs E.C., Collis-George N. – The permeability of porous materials. Proc. of the Royal Society, London, UK, A-201, 1950, p. 392-405.
- Daniel D.E. – Permeability test for unsaturated soils. *Geotechnical Testing Journal* 6 (2), 1983, p. 81-86.
- Eching S.O., Hopmans J.W., Wendroth O. – Unsaturated hydraulic conductivity from transient multistep outflow and soil water pressure data. *Soil Science Society of America Journal* 58, 1994, p. 687-695.
- Ed Diny S. – *Étude expérimentale des transferts hydriques et du comportement mécanique d'un limon non saturé*. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, France, 1993, 178 p.
- Farrel D.A., Larson W.E. – Modeling the pore structure of porous media. *Water Resources Research* 3, 1972, p. 699-706.
- Fredlund D.G., Rahadjo H. – Soil mechanics for unsaturated soils. John Wiley, 1993, New York.
- Fredlund D.G., Xing A. – Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal* 31, 1994, p. 521-532.
- Gardner R. – Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data. Proc. of the Soil Science Society of America 20, 1956, p. 317-320.
- Gardner W.R. – Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water-table. *Soil Science* 85, 1958, p. 228-232.
- Garnier P., Perrier E., Angulo A.J., Baveye Ph. – Numerical model of 3-dimensional anisotropic deformation and water flow in swelling soil. *Soil Science* 162 (6), 1997, p. 410-420.
- Green R.E., Corey J.C. – Calculation of hydraulic conductivity : a further evaluation of some predictive methods. Proc. of the Soil Science Society of America 35, 1971, p. 3-8.
- Hamilton J., Daniel D.E., Olson R.E. – Measurement of hydraulic conductivity of partially saturated soils ; permeability and groundwater contaminant transport. American Society for Testing and Material, STP 746, Zimmie & Riggs (eds), 1981, p. 183-196.
- Huang S.Y., Barbour S.L., Fredlund – Development and verification of a coefficient of permeability function for a deformable unsaturated soil. *Canadian Geotechnical Journal* 35, 1998, p. 411-425.
- Kool J.B., Parker, J.C. – Analysis of the inverse problem for transient unsaturated flow. *Water Resources Research* 24 (6), 1988, p. 817-830.
- Kunze R.J., Uehara G., Graham K. – Important factors in the calculation of the hydraulic conductivity. Proc. of the Soil Science Society of America 32, 1968, p. 760-765.
- Lehmann F. – *Hydrodynamique en milieux poreux hétérogènes non saturés : identification des paramètres par approche inverse*. Thèse de doctorat, Université Louis-Pasteur, Strasbourg, France, 1996, 170 p.
- Lehman F., Ackerer Ph. – Determining soil hydraulic properties by inverse method in one-dimensional unsaturated flow. *Journal of Environmental Quality*, 26, 1997, p. 76-81.
- Levenberg K. – A Method for the Solution of Certain Non Linear Problems in Least Squares. *Quarterly of Applied Mathematics* 2, 1944, p. 164-168.
- Marquardt D.W. – An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters. *Journal on Industrial & Applied Mathematics* 11 (2), 1963, p. 431-441.
- Marshall T.J. (1958) – A relation between permeability and size-distribution of pores. *Journal of Soil Science*, (9), p. 1-8.
- McLaughlin D., Townley L.R. – A reassessment of the groundwater inverse problem. *Water Resources Research* 32 (5), 1996, p. 1133-1161.
- Mohanty B.P., Bowman R.S., Hendrickx M.H., van Genuchten M.T. – New piecewise-continuous functions for modeling preferential flow in an intermittent-flood-irrigated field. *Water Resources Research* 33 (9), 1997, p. 2049-2063.
- Mualem Y. – A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research* 12, 1976, p. 513-522.
- Mualem Y. – Hydraulic conductivity of unsaturated soils : prediction and formulas. Methods of Soil Analysis, Part 1: Physical and Mineralogical Methods. Agronomy Monograph n° 9, American Society of Agronomy – Soil Science Society of America, 1986, p. 799-823.
- Mualem Y., Degan G. – Hydraulic conductivity of soils : unified approach to the statistical models. *Soil Science Society of America Journal* 42, 1978, p. 392-395.
- Neuman S.P. – Calibration of disturbed parameter groundwater flow models viewed as a multiobjective decision process under uncertainty. *Water Resources Research* 9 (4), 1973, p. 1006-1021.
- Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. – Numerical recipes in C : the art of scientific computing. Cambridge University Press, 1992.
- Purcell W.R. – Capillary pressures : Their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom. American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers, *Petroleum Transactions* 186, 1949, p. 39-48.
- Richards L.A. – Capillary conduction of liquids through porous media. *Physics* 1, 1931, p. 318-333.
- Richards S.J., Weeks L.V. – Capillary conductivity values from moisture yield and tension measurements in soil columns. Proc. of the Soil Science Society of America 17, 1953, p. 206-209.
- Rijtema P.E. – An analysis of actual evapotranspiration. *Agricultural Research Report* 859, Wageningen, PUDOC, NL, 1965, 107 p.
- Rolland S. – *Transfert hydrique dans des sols argileux gonflants : influence du confinement*. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, France, 2002, 200 p.
- Russo D. – Determining soil hydraulic properties by parameter estimation : on the selection of a model for the hydraulic properties. *Water Resources Research* 24 (3), 1988, p. 453-459.
- Russo D., Bresler E., Shani U., Parker J.C. – Analyses of infiltration events in relation to determining soil hydraulic properties by inverse problem methodology. *Water Resources Research* 27 (6), 1991, p. 1361-1373.
- Sillers W.S., Fredlund D.G. (2001) – Statistical assessment of soil-water characteristic curve models for geotechnical engineering. *Canadian Geotechnical Journal* 38, 2001, p. 1297-1313.
- Simunek J., van Genuchten M.Th. – Estimating unsaturated soil hydraulic properties form disc infiltrometer data by numerical inversion. *Water Resources Research* 32 (9), 1996, p. 2683-2696.

Bibliographie

- Tabani Ph. – *Transfert hydrique dans des sols déformables*. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, France, 1999, 173 p.
- Vachaud G. – *Contribution à l'étude des problèmes d'écoulements en milieux poreux non saturés*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 1968, 159 p.
- van Genuchten M.Th. – A closed-form equation predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44, 1980, p. 892-898.
- van Genuchten M.Th., Leij F.J., Yates S.R. – The RETC Code for Quantifying the Hydraulic Functions of Unsaturated Soils, Ada, Okla: Robert S. Kerr Environmental Research Laboratory, Office of Research and Development, US Environmental Protection Agency, 1991, Washington DC, USA.
- Wind G.P. – Field Experiment Concerning Capillary Rise of Moisture in Heavy Clay Soil. *Netherlands Journal of agricultural Science* 3, 1955, p. 60-69.
- Wyllie M.R.J., Gardner G.H.F. – The Generalized Kozeny-Carman equation: a novel approach to problems of fluid flow. *World Oil Prod. Sect.* 146, 1958, p. 210-228.
- Yeh W.W.-G. – Review of parameter identification procedures in ground-water hydrology: the inverse problem. *Water Resources Research* 22 (2), 1986, p. 95-108.
- Zachmann D.W., Duchateau P.C., Klute A. – The calibration of the Richards equation for a draining column by parameter identification. *Soil Science Society of America Journal* 45, 1981, p. 1012-1015.
- Zhang, J., Yeh, T.-C.J. – An iterative inverse method for steady flow in the vadoze zone. *Water Resources Research* 33 (1), 1997, p. 63-71.
- Zur B. – Osmotic control of the matric soil-water potential, I: Soil water system. *Soil Science* 102, 1966, p. 394-398.