vibrofoncage à fréquence élevée

par

J. G. Sieffert

Docteur-Ingénieur Maître-Assistant — Laboratoire de Génie Civil École Nationale Supérieure de Mécanique

Le Laboratoire de Génie Civil de l'E.N.S.M. travaille depuis plusieurs années sur le fonçage dynamique des pieux et des palplanches. Dans ce cadre, un procédé original de vibrofonçage a été développé. Il se distingue des techniques classiques par la fréquence des vibrations appliquées en tête du pieu. Sur les chantiers, on utilise des vibrateurs à balourds dont la fréquence ne peut guère dépasser quelques dizaines de Hertz, ce qui a pour conséquence de soumettre le sol au voisinage du pieu à des déplacements d'amplitudes importants. De plus, la possibilité d'adapter la fréquence aux caractéristiques du pieu et du sol est très limitée.

Le procédé que nous étudions fait appel à un excitateur électromagnétique qui a été conçu pour fournir des vibrations dans la gamme 1500 - 3000 Hz de façon à pouvoir exciter le pieu au voisinage de l'une de ses fréquences propres. Les amplitudes de déformation du pieu sont faibles (quelques dizaines de microns) et le sol n'est sollicité que dans un volume très réduit et à des fréquences totalement différentes des fréquences propres des constructions courantes. On devrait donc pouvoir utiliser ce procédé pour réaliser des fonçages près de bâtiments existants sans entraîner de désordre pour eux.

Une expérimentation systématique de fonçage sur modèle réduit réalisée dans du sable sec a permis de vérifier qu'il était possible d'utiliser ce procédé. Après avoir donné les principaux résultats de ces essais, nous proposerons une résolution théorique du problème en nous attachant plus particulièrement à l'influence du frottement latéral. Enfin, on comparera les résultats d'essais réalisés dans le cas d'une vitesse d'enfoncement nulle avec les résultats analytiques.

1 Essais systématiques de fonçage

1.1 Matériel utilisé

Le sol retenu pour les essais est un sable de Loire sec

et propre ne contenant que des éléments compris entre 0,125 et 2,5 mm. Les coefficients d'uniformité et de courbure, déterminés à partir de la courbe granulométrique (fig. 1), sont respectivement de 2,5 et 0,77, c'està-dire qu'il s'agit d'un sable mal gradué suivant la classification U.S.C.S.* Le sable sec est un matériau peu sensible au remaniement et dont la mise en place en volumes importants homogènes peut être réalisée de façon relativement satisfaisante, sinon sans problème. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi ce type de matériau.

La cuve contenant le sol est un cylindre métallique de 0,98 m de diamètre et de 2,75 m de hauteur. Malgré tout le soin apporté au remplissage de cette cuve, il semble subsister une certaine variation de densité du sol, aussi bien dans le sens transversal que vertical, qui expliquerait en partie la dispersion des résultats. La densité moyenne du sable sur l'ensemble du volume mis en place varie de 1,67 à 1,69 d'un remplissage à l'autre, soit un écart relatif maximum de 1,2 %.

L'excitateur est du type électromagnétique à entrefers 4. Il comporte des bobinages dont les uns sont alimentés en courant continu délivré par un générateur stabilisé et les autres en courant alternatif fourni par un amplificateur de puissance à l'entrée duquel est branché un générateur de fréquence. L'impédance du circuit alternatif est abaissée par l'utilisation d'un condensateur. Le schéma de principe de l'alimentation de l'excitateur est représenté à la figure 2. La superposition des champs magnétiques continus et alternatifs crée une force périodique dans les entrefers dont la section totale est de 20 cm2. La masse de l'excitateur est de 7,5 kg. Le pieu est une barre pleine en acier étiré de 30 mm de diamètre et de 2,95 m de longueur. Il se termine à son extrémité inférieure par un cône d'angle au sommet de 120°. Il est fixé à l'excitateur par l'intermédiaire d'un capteur de force piézo-électrique qui mesure la force d'amplitude F

*Unified Soil Classification System (U.S.A.)



Fig. 1 Courbe granulométrique

appliquée par l'excitateur à la tête du pieu et qui dans toute la suite sera appelée « force de fonçage ». Un capteur supplémentaire mesure l'accélération de la section supérieure du pieu. On trouvera le schéma de principe de la chaîne de mesure à la figure 2.

Remarque :

Bernhard P.K. |1|, |2| a également réalisé des essais de vibrofonçage à fréquence élevée. Mais le système d'excitation utilisé (du type bobine - aimant permanent) ne peut délivrer que des forces d'amplitudes faibles si on ne veut pas atteindre un poids exagéré. Aussi, les fiches qu'il a obtenues n'ont-elles pas dépassé une vingtaine de centimètres pour un pieu en acier de 19 mm de diamètre.

1.2 Principe des essais

Quelques essais préliminaires ont mis en évidence que seule une excitation à la fréquence de résonance de l'ensemble excitateur-pieu conduit à un fonçage efficace. L'impédance mécanique du vibrateur n'étant pas négligeable devant celle du pieu, les fréquences de résonance sont différentes de celles du pieu isolé. Dans le système de Bernhard |1|, |2|, les vibrations sont créées par une bobine de masse très réduite : les fréquences de résonance de l'ensemble sont alors très voisines de celles du pieu.

Les fréquences de résonance du système excitateurpieu non fiché ont été déterminées par un balayage en fréquence, effectué à courants founis constants. La force de fonçage maximum est obtenue dans ces conditions pour 1 860 Hz, et c'est cette fréquence qui a été retenue pour les essais systématiques de fonçage.

Chaque essai a été réalisé en maintenant constante la force de fonçage ainsi que le poids apparent P du système qui pouvait être modifié par l'adjonction de contre poids. Un système de guidage assurait le déplacement vertical du pieu (figure 3).

La courbe donnant la fiche X du pieu en fonction du temps t a été relevé pour chaque essai.

1.3 Principaux resultats

Les essais ont été menés en utilisant cinq valeurs différentes de l'amplitude de la force de fonçage : 50 daN - 75 daN - 100 daN - 125 daN et 150 daN et quatre valeurs du poids apparent : 15,2 daN - 17,4 daN - 19,5 daN et 21,6 daN. On trouvera à la figure 4 deux exemples de réseaux de courbes de fonçage. Le premier est obtenu pour une même amplitude de la force de fonçage et le second pour un même poids



Fig. 2 Schéma du dispositif expérimental

apparent. Comme on pouvait s'y attendre, on constate que la vitesse d'enfoncement est une fonction croissante du poids du système ainsi que de la force de fonçage c'est-à-dire de l'énergie fournie au pieu.

A partir de courbes de fonçage, on a calculé point par point la vitesse d'enfoncement X en fonction de la fiche X. A titre d'exemple, la figure 5 représente les points déduits des courbes de la figure 4. On constate que dans le plan (LnX, LnX), les points s'ordonnent relativement bien autour de droites. On peut donc proposer une relation empirique de la forme :

$$X = Q_2 X^{-\omega_1}$$
(1)

où Q_1 et Q_2 sont des termes positifs fonction à priori des deux seuls paramètres F et P que nous avons fait varier. Les valeurs de Q_1 et Q_2 , calculées en exprimant la fiche en mètre et la vitesse en mètre par seconde, sont représentées respectivement sur les figures 6 et 7. La figure 5 a fait apparaître des droites parallèles, ce qui veut dire que le coefficient Q_1 serait indépendant du poids apparent P. Ce fait est confirmé par la figure 6 où l'on remarque que pour chaque valeur de F considérée, les points représentatifs de Q_1 sont disposés de façon quelconque par rapport aux valeurs de P. Bien que la dispersion des résultats soit









Fig. 4 Courbes de fonçage







Fig. 6



Fig. 7

relativement importante, on peut en première approche proposer une loi empirique de Q_1 en fonction de F sous une forme hyperbolique :

 $Q_1 = q_1 + q_1' F^{-1}$.

L'étude des variations de Q_2 est plus complexe dans la mesure où ce coefficient dépend de P et de F. La figure 7 montre que Q_2 est une fonction croissante du poids apparent et de la force de fonçage. On remarque que l'influence du poids est d'autant plus sensible que la force de fonçage est importante. En toute première approximation, on peut estimer que le coefficient Q_2 est une fonction du carré de F. Le domaine de variation du poids apparent est trop réduit pour que l'on puisse proposer une loi de variation.

Bien que nous ayons limité les essais à un seul type de sol, nous estimons qu'avec une autre granulométrie, on obtiendrait les mêmes résultats (même allure des courbes avec des valeurs numériques différentes).

2 Analyse théorique du problème

Après avoir vérifié expérimentalement qu'il était possible d'obtenir des enfoncements importants en utilisant des vibrations à fréquence élevée, une résolution théorique du problème a été proposée [6]. On se limitera ici à rappeler les hypothèses utilisées et à donner les équations ainsi que les principaux résultats obtenus.

2.1 Hypothèses

L'interaction sol-pieu au cours d'un fonçage dynamique est un phénomène extrêmement complexe dont l'étude ne peut être abordée que moyennant des hypothèses simplificatrices. Celles-ci porteront sur l'excitateur, sur le pieu et sur les forces de frottement latéral et les forces de pointe appliquées par le sol au pieu.

Le fonctionnement mécanique de l'excitateur peut être schématisé par deux masses M_1 et $M_{2'}$ un ressort de raideur K et un amortisseur de coefficient B. Une force alternative $\xi \cos \omega t$ s'applique entre les deux masse (figure 8). Cet excitateur ne transmet que des vibrations longitudinales au pieu.

Le pieu est assimilable à une barre de masse M_p, de section uniforme S et de longueur L. Le comportement du matériau homogène et isotrope, constitutif de cette barre, est supposé identique à celui du solide de Kelvin-Voigt. Pour faciliter la mise en équation du mouvement de chaque section du pieu, la barre est décomposée en n éléments (figure 8). La valeur des masses élémentaires est m sauf aux extrémités où elle est m/2. Chaque élément a pour raideur équivalente k et pour coefficient d'amortissement équivalent b.

Soient K_p et B_p respectivement la raideur et le coefficient d'amortissement équivalent de l'ensemble de la barre. Désignons par E le module d'Young du matériau et par η son coefficient de viscosité. On a alors les relations suivantes :

$$m = \frac{M_p}{n}$$
 $k = nK_p = \frac{ESn}{L}$ $b = nB_p = \frac{\eta Sn}{L}$ (3)

Le comportement du sol sous le pieu peut être caractérisé à priori par une phase élastique schématisée par un ressort de raideur K_s et par une phase plastique schématisée par une force F_p . Pour rendre compte de la dissipation d'énergie à la pointe du pieu, on peut également introduire un amortisseur de

coefficient B_s (figure 8). Tous ces termes dépendent entre autres de la fiche du pieu, des caractéristiques du sol et des caractéristiques des vibrations auxquelles est soumis le pieu.

Le modèle usuel développé à partir de celui de Smith [7] fait appel à des ressorts et à des amortisseurs pour représenter l'action latérale du sol sur le pieu. Si ce schéma semble bien adapté au cas des sols fins saturés, il apparaît difficilement applicable au cas du sable sec qui est un matériau essentiellement frottant. Nous supposerons donc que le frottement sol-pieu est du type sec, le coefficient de frottement f dépendant à priori des caractéristiques du sol, de l'état de surface du pieu et des vibrations auxquelles est soumis le pieu.

Dans une première approche du problème, nous considérerons que f est constant le long du pieu et que la pression normale $\sigma(x)$ appliquée par le sol en un point du pieu situé à la profondeur x est une fonction linéaire de x :

$$\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{c}\mathbf{x} \tag{4}$$

Si on désigne par \dot{y}_i la vitesse de déplacement d'un élément i du pieu, de périmètre s et de longueur ℓ_i , la force de frottement latérale $F_{\ell i}$ appliquée par le sol à cet élément a pour expression :

$$F_{\ell i} = -k\alpha_i \operatorname{sgn}(\dot{y}_i) \tag{5}$$

avec :
$$\alpha_i = fcs\ell_i x_i k^{-1}$$
 (6)

Si l'élément i est hors du sol : $\alpha_i = 0$.

Le mouvement de chaque élément du système excitateur-pieu peut se décomposer en un mouvement de translation d'ensemble X et en un mouvement périodique u autour de la position d'équilibre.

On a donc pour l'excitateur :

$$Y_i = X + U_i \tag{7}$$

et pour le pieu :

$$y_i = X + u_i \tag{8}$$

La vitesse d'un élément est donc la somme d'une vitesse périodique \dot{u}_i et d'une vitesse d'ensemble \dot{X} supposée constante sur une période.

La figure 10 visualise les variations de la force de frottement latéral F_{ei} en fonction du temps dans le cas d'une vitesse périodique sinusoïdale.

Deux cas particuliers peuvent se présenter :

- la vitesse d'ensemble est nulle : la force de frottement moyenne sur une période est alors nulle;

- la vitesse d'ensemble est supérieure au module de la vitesse périodique : la force de frottement est constante pendant toute la période.

2.2 Mise en équation - Solution

Les équations régissant le mouvement périodique de chaque élément s'écrivent :

— pour les deux masses de l'excitateur : M.Ü. = K(II. - II.) + B(Ü. - II.) + 5 co

$$\begin{aligned} M_{1}U_{1} &= K(U_{2} - U_{1}) + B(U_{2} - U_{1}) + \xi \cos \omega t & (9) \\ \left(M_{2} + \frac{m}{2}\right) \ddot{U}_{2} &= -K(U_{2} - U_{1}) \\ &+ k(u_{1} - U_{2}) - B(\dot{U}_{2} - \dot{U}_{1}) + b(\dot{u}_{1} - \dot{U}_{2}) - \xi \cos \omega t \\ & (10) \end{aligned}$$

 $\begin{array}{l} --\text{ pour un élément quelconque du pieu (i = 1 à n - 1) :} \\ m\ddot{u}_i = k(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) + b(\dot{u}_{i+1} - 2\dot{u}_i + \dot{u}_{i-1}) - h'_i k\alpha_i \\ (11) \end{array}$



pour le dernier élément du pieu :

$$\frac{m}{2}\ddot{u}_{n} = -k(u_{n} - u_{n-1}) - K_{s}u_{n} - b(\dot{u}_{n} - \dot{u}_{n-1}) - B_{s}\dot{u}_{n} - h'_{n}k\alpha_{n}$$
(12)

Si \dot{y}_i ne change pas de signe sur une période : $h'_i = 0$. Si \dot{y}_i change de signe sur une période : $h'_i = \text{sgn}(\dot{y}_i)$. Ce système non linéaire peut être résolu par la méthode de Van Der Pol qui consiste en une linéarisation au premier ordre en supposant que le mouvement de chaque élément est sinusoïdal :

$$\begin{split} u_i &= \frac{\xi \mathcal{H}_i}{K_p} \cos \left(\omega t + \phi_i \right) & i = 1 \text{ à n} \\ U_i &= \frac{\xi \mathcal{H}'_i}{K_p} \cos \left(\omega t + \Phi_i \right) & i = 1 \text{ à 2} \end{split} \tag{13}$$

 $\mathcal{A}_i, \mathcal{A}'_i, \phi_i, \Phi_i$ représentent respectivement les amplitudes réduites et les phases des éléments du pieu et des éléments de l'excitateur.

Introduisons les variables sans dimensions :

$$\mu_{1} = \frac{M_{1}}{M_{p}} \qquad \mu_{2} = \frac{M_{2}}{M_{p}}$$

$$\delta = \frac{K}{K_{p}} \qquad \delta_{s} = \frac{K_{s}}{K_{p}} \qquad (14)$$

$$\beta = \frac{B}{B_{p}} \qquad \beta_{s} = \frac{B_{s}}{B_{p}}.$$

On définit le paramètre ψ caractéristique de la vitesse d'ensemble par :

$$\psi = \frac{\dot{X}K_{p}}{\omega\xi}$$
(15)

et le paramètre λ caractéristique du frottement :

$$\lambda = \frac{fc}{\xi}$$
(16)

qui a la dimension inverse d'un volume. On obtient alors la solution suivante :

$$\begin{split} \mathcal{A}_{i-1}^{2} &= C_{i}^{2} + S_{i}^{2} & \cos \Delta \phi_{i} = \frac{C_{i}}{\mathcal{A}_{i-1}} & \sin \Delta \phi_{i} = \frac{S_{i}}{\mathcal{A}_{i-1}} \\ \text{avec} : & C_{n} = \frac{1}{dn^{2}} \Big\{ \Big[dn^{2} - \frac{r^{2}}{2} + n(\delta_{s} + 4\epsilon^{2}r^{2}\beta_{s}) \Big] \mathcal{A}_{n} \\ & + \frac{8n\epsilon r}{\pi} h_{n}\lambda \, s\ell_{n} \, x_{n} \Big\} \\ S_{n} &= -\frac{1}{dn^{2}} \Big\{ \epsilon r^{2} \Big[r + 2n\epsilon \, (\delta_{s} + \beta_{s}) \Big] \mathcal{A}_{n} + \frac{4n}{\pi} h_{n}\lambda \, s\ell_{n} \, x_{n} \Big\} \\ C_{i} &= \frac{1}{dn^{2}} \Big\{ (2dn^{2} - r^{2}) \, \mathcal{A}_{i} - d_{n}^{2} \, \mathcal{A}_{i+1} \, \cos \Delta \phi_{i+1} + \frac{8n\epsilon r}{\pi} h_{i}\lambda \, s\ell_{i} \, x_{i} \Big\} \\ S_{i} &= -\frac{1}{dn^{2}} \Big\{ 2\epsilon r^{3} \mathcal{A}_{i} - dn^{2} \mathcal{A}_{i+1} \, \sin \Delta \phi_{i+1} + \frac{4n}{\pi} h_{i}\lambda \, s\ell_{i} \, x_{i} \Big\} \\ \mathcal{A}_{1}'^{2} &= \frac{H^{2} + G^{2}}{\mu_{1}^{2}r^{4}} & \cos \Delta \phi = \frac{H}{\mu_{1}r^{2} \mathcal{A}_{1}'} & \sin \Delta \phi = \frac{G}{\mu_{1}r^{2} \mathcal{A}_{1}'} \\ \text{avec} : & H = n \Big\{ \Big[1 - \Big(n\mu_{2} + \frac{1}{2} \Big) \frac{r^{2}}{n^{2}} \Big] \mathcal{A}_{2}' \end{split}$$

+
$$[2\varepsilon r \sin \Delta \varphi_1 - \cos \Delta \varphi_1] \mathcal{A}_1$$

$$\begin{split} & \mathsf{G} = \mathsf{n} \Big\{ -2\varepsilon r \,\mathcal{A}_2' + [2\varepsilon r \,\cos\Delta\phi_1 + \sin\Delta\phi_1] \,\mathcal{A}_1 \Big\} \\ & \cos\phi_1 = (\delta - \mu_1 r^2) \,\mathcal{A}_1' + (2\varepsilon r\beta \,\sin\Delta\varphi - \delta\cos\Delta\varphi) \,\mathcal{A}_2' \\ & \sin\phi_1 = -2\varepsilon r\beta \mathcal{A}_1' + (2\varepsilon r\beta \,\cos\Delta\varphi + \delta\sin\Delta\varphi) \,\mathcal{A}_2'. \end{split}$$

Précisons encore que les relations donnant C_i et S_i sont valables pour i = 1 à n - 1.

Si l'élément i est hors du sol ou si $\psi > \mathcal{A}_i$, $h_i = 0$. Si l'élément i est dans le sol et si $\psi \leq \mathcal{A}_i$, $h_i =$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\psi}{\mathcal{A}_i}\right)^2} \tag{18}$$

Les déphasages sont définis par :

$$\begin{array}{ll} \Delta \phi_i = \phi_i - \phi_{i-1} & i = 1 \text{ à n} \\ \text{et } \Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 & \end{array} \tag{19}$$

2.3 Analyse d'un cas particulier

L'objectif fixé étant de déterminer l'influence du frottement latéral, il a semblé indispensable de réduire au maximum le nombre de paramètres. On se limite donc ici au cas particulier d'une vitesse d'enfoncement d'ensemble nulle ($\psi = 0$) et d'une force de pointe nulle ($K_s = 0$, $B_s = 0$, $F_p = 0$).

Pour ce genre d'étude, il est indispensable de tenir compte de l'amortissement interne du matériau constitutif du pieu. On a déjà pu mettre en évidence [5] le faible écart sur les valeurs des fréquences de résonance entre le système amorti et le système non amorti. Par contre, dans ce dernier cas, les amplitudes de déformation deviennent infinies, ce qui non seulement n'a pas de sens physique mais encore rend délicat la résolution numérique du système d'équation (17).

Les principaux résultats sont les suivants 6 :

— l'amplitude a, de déplacement d'un élément quelconque du pieu ainsi que l'amplitude de la force de fonçage sont une fonction linéaire du paramètre caractéristique λ de frottement et en toute première approximation une fonction du carré de la fiche. On a donc la relation semi-empirique extrêmement simple :

$$\frac{a_{i}}{a_{i_{0}}} = \frac{F}{F_{o}} = 1 - \overline{\alpha}\lambda \left(\frac{X}{L}\right)^{2}$$
(20)

où a_{ia} et F_o désignent respectivement les amplitudes de déplacement et de la force de fonçage pour une fiche nulle. Le terme $\overline{\alpha}$, qui a la dimension d'un volume, ne dépend que des caractéristiques du pieu et de l'excitateur ainsi que de la fréquence des vibrations. Pour un système donné, la valeur numérique de $\overline{\alpha}$ est plus faible si la fréquence d'excitation correspond à l'existence d'un ventre de vibration en tête du pieu que si elle correspond à l'existence d'un nœud. Des variations de λ ou de X entraîneront donc des variations relatives des amplitudes moindres dans le premier cas que dans le second.

La relation (20) n'est valable que lorsque le rapport des amplitudes est supérieur à 0,15. On se limitera à ce cas dans toute la suite. Il est à remarquer également que cette relation (20) est très approchée pour les petites fiches.

— Les fréquences de résonance sont pratiquement indépendantes de la fiche et du paramètre de frottement, et la déformée du pieu reste très voisine d'une sinusoïde.

3 Vérification expérimentale

La vérification expérimentale présentée ici ne porte que sur le cas particulier exposé au § 2, 3.

3.1 Dispositif expérimental

Le but des essais était en particulier de déterminer les variations des amplitudes de déformation d'un pieu en fonction de la fiche, des amplitudes initiales et de la fréquence de résonance. Dans un premier temps, on se proposait de répartir cinq accéléromètres dans un tube de façon à définir au moins approximativement l'allure de la déformée. Ce système a dû être abandonné : le montage des capteurs nécessitant un nombre important de pièces fixées les unes aux autres, le pieu ne se comportait plus comme une barre de section uniforme. Il a donc fallu se limiter à la mesure des accélérations à la pointe du pieu. Pour cela, on a utilisé un tube en acier fermé à son extrémité inférieure par un cône d'angle au sommet 120°. L'accéléromètre est fixé à l'intérieur du tube sur ce cône. A cette modification près, le dispositif expérimental ne diffère pas de celui représenté à la figure 2.

Le matériel d'essai a les caractéristiques suivantes : — l'excitateur $M_1 = 4,69 \text{ kg}$ $M_2 = 3,12 \text{ kg}$

- l'excitateur
$$M_1 = 4,69 \text{ kg}$$
 $M_2 = 3,12$
 $k = 6,28 \ 10^8 \text{ N/m}$
- le pieu $M_p = 7,11 \text{ kg}$ L = 1,76 m
diamètre extérieur : 35,3 mm
section d'acier : 5,18 cm²

 $E = 2 \ 10^{12} Pa.$

Pour éviter les problèmes évoqués précédemment, on n'a pas négligé l'amortissement interne du matériau constitutif de la barre. Une étude précédente [5] a montré que pour l'acier un coefficient de viscosité η de $10^5 P\ell$ est une valeur raisonnable qui n'introduit que des écarts parfaitement négligeables par rapport aux résultats établis en l'absence d'amortissement [3] tant qu'il ne s'agit pas dans l'absolu des valeurs des amplitudes de déplacement. En contre partie, on a négligé l'amortissement interne de l'excitateur.

 Le sable et la cuve utilisés pour ces mesures sont les mêmes que ceux qui ont servi aux essais de fonçage (§ 1.1).

3.2 Vérifications préliminaires

Avant de faire des mesures dans du sable, on a vérifié la bonne concordance entre le modèle excitateur-pieu et le matériel existant dans le cas d'une fiche nulle.

Fréquences de résonance

La première vérification porte sur la comparaison entre les fréquences de résonance calculées et mesurées. Seuls les deuxième et troisième modes ont été retenus ici. Les résultats consignés dans le tableau ci-dessous montrent la très bonne concordance entre le modèle et le matériel réel.

	Fréquences de résonance (Hertz)			
	Calculées	mesurées	écart	
2° mode : N ₂	2100	2 2 2 2 0	5,7 %	
3° mode : N ₃	2898	2988	3,1 %	

		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
To	n	10011	- 7
101	\mathcal{O}	icau	

Soient a_{n_0} et a_{o_0} les amplitudes respectivement de la pointe et de l'extrémité supérieure du pieu. Dans le cas d'un milieu non amorti, il a été établi que |3|:

$$\frac{a_{o_0}}{a_{n_0}} = \left| \cos \left(2\pi NL \sqrt{\frac{\rho}{E}} \right) \right|$$
(21)

où N désigne la fréquence d'excitation et ρ la masse volumique du matériau.

Ce rapport vaut 0,135 à 2220 Hz et 0,971 a 2988 Hz. L'extrémité inférieure du pieu étant libre, on y trouve toujours un ventre de vibration. Par conséquent, à la fréquence N₂ on a presque un nœud de vibration alors qu'à la fréquence N₃ on y a pratiquement un ventre.

Amplitude de la force de fonçage et de l'accélération de la pointe

Deux éléments seront mesurés au cours des essais : l'amplitude F de la force de fonçage et l'amplitude γ_n de l'accélération de pointe. Il est intéressant de comparer les résultats théoriques et expérimentaux en l'absence de sol. Il a été établi dans le cas d'un milieu non amorti |3| :

$$\frac{F_{o}}{\gamma_{n_{0}}} = \frac{S\sqrt{E\rho}}{2\pi N} \left| \sin\left(2\pi NL\sqrt{\frac{\rho}{E}}\right) \right|$$
(22)

où F_o et γ_{n_o} désignent respectivement les amplitudes de la force de fonçage et de l'accélération de la pointe pour une fiche nulle.

Les résultats expérimentaux portent sur une dizaine de valeurs obtenues à différents niveaux de vibration. Le tableau 2 confirme la très bonne concordance entre le modèle et le système réel.

Fréquence	F_0/γ_{n_0}			
	Calcul	Mesure	Écart moyen	
N ₂ N ₃	1,45 0,261	$\begin{array}{c} 1,53 \pm 0,01 \\ 0,275 \pm 0,008 \end{array}$	5,5 % 5,4 %	

Tableau 2

Calcul des coefficients $\overline{\alpha}$

L'application numérique des relations (17) et (20) à partir des valeurs indiquées au § 3.1 conduit aux résultats suivants :

$$\overline{\alpha}(N_2) = 0,268 \text{ m}^3$$
 $\overline{\alpha}(N_2) = 0,0846 \text{ m}^3$
(23)

Le calcul indique donc que les variations relatives des amplitudes avec X et λ devraient être environ trois fois plus faibles pour le troisième mode que pour le deuxième.

3.3 Principe des mesures

Après ces vérifications préliminaires, une série de mesures a été réalisée en présence de sable. Le principe expérimental retenu est le suivant : le système excitateur-pieu est vibro-foncé jusqu'à une fiche de 1,5 m environ. Il est ensuite attaché à un point fixe par l'intermédiaire d'un anneau dynamométrique (figure 11). Dans cette configuration, quatre forces « constantes » (désignées ainsi par opposition aux forces périodiques) équilibrent le système : la résultante des forces de pointe, la résultante des forces de frottement latéral, le poids du pieu et de l'excitateur, et la force reprise par l'anneau dynamométrique.

En admettant que le frottement latéral est du type sec, la force moyenne sur une période est nulle lorsque la vitesse d'ensemble est nulle (§ 2.1). De façon à diminuer le plus possible sinon à annuler les forces de pointe, le pieu est remonté de quelques centimètres à l'aide d'un vérin. Ainsi, si les hypothèses retenues



Fig. 11 Schéma de principe

jusqu'ici sont vérifiées, l'anneau dynamométrique doit encaisser très exactement le poids du système. Cette condition était vérifiée pour les quelques 230 points de mesure réalisés.

Après avoir relevé les valeurs fournies par les capteurs de force et d'accélération, le pieu était remonté d'une dizaine de centimètres et de nouvelles mesures étaient effectuées. Ce processus a été réitéré jusqu'à l'extraction complète. Pour chaque essai (c'est-à-dire de la fiche maximum à la fiche nulle), on a fourni à l'excitateur des courants continu et alternatif constants : on utilisait donc une même amplitude ξ de la force d'excitation. Par contre, cette force d'excitation était modifiée d'un essai à l'autre.

3.4 Résultats des mesures

Proportionalité entre la force de fonçage et l'accélération de la pointe

Dans un premier temps, il convenait de vérifier la première partie de la relation (20), c'est-à-dire de s'assurer que le rapport F/γ_n est indépendant de la fiche et de l'amplitude de la force d'excitation. Sur les 230 couples (F, γ_n) dont nous disposons, l'écart se situe aux alentours de 6 %, atteignant toutefois exceptionnellement 10 %. On peut donc s'estimer satisfait des résultats.

Par ailleurs, il a été impossible de mettre en évidence une modification significative des fréquences de résonance du système avec la fiche, ce qui confirme les résultats de l'étude théorique [6].

Variation de an/ano en fonction de la fiche

On trouvera à la figure 12 un exemple de la façon dont se disposent les points expérimentaux dans le diagramme $(X^2/L^2, a_n/a_{n_0})$. Il est à remarquer que toutes les courbes obtenues présentent la même allure : elles ne peuvent pas être assimilées à des droites passant par (O, 1). Par contre, la linéarisation est possible en utilisant deux segments de droite. L'intersection de ces deux droites a, dans ce même repère, une abscisse qui varie entre 0,05 et 0,15. La constatation de l'existence d'une bilinéarité nous amène à reconsidérer les résultats théoriques. En donnant la relation (20), il a été précisé qu'elle était très approchée pour les petites fiches. A la figure 13, sont représentés les points calculés à partir des relations (17) à titre d'exemple pour $\gamma = 3 \text{ m}^{-3}$. On remarque que pour la fréquence N₂, il existe effectivement un changement de pente en un point d'abscisse voisine de 0,08, valeur située dans l'intervalle obtenu expérimentalement. Pour la fréquence N₃, ce changement de pente existe également, mais il est pratiquement indécelable.

Si on peut donc justifier la bilinéarité expérimentale, il n'en reste pas moins que le changement de pente est beaucoup plus important que ne le laisse prévoir la théorie.

Variation de a_n/a_{n_0} en fonction de a_{n_0}

Les domaines de variations de F_{or} , γ_{nor} , a_{no} ont été respectivement de 380 à 1090 N, de 245 à 700 m/s² et de 1,25 à 3,6 microns à 2220 Hz et de 140 à 485 N, de 510 à 1730 m/s² et de 1,44 à 4,9 microns à 2988 Hz. Si pour chaque essai on a bien les résultats indiqués ci-dessus, la dispersion d'un essai à l'autre est trop importante pour que l'on puisse donner une loi de variation des pentes des droites en fonction des conditions initiales. Concernant les pentes de la seconde partie linéaire, il est toutefois possible de donner les indications suivantes :

— globalement pour chacune des fréquences, la valeur absolue p de cette pente est une fonction décroissante de a_{no} , ce qui signifie que les variations des amplitudes sont d'autant plus faibles que ces amplitudes sont grandes initialement;

systématiquement, pour une même valeur des courants fournis à l'excitateur, la valeur de p est plus faible à 2988 Hz qu'à 2220 Hz. On peut préciser que pour N₂, p varie entre 0,4 et 0,8 et que pour N₃, p varie entre 0,1 et 0,3, soit un rapport variant de 2,7 à 4. Ces chiffres sont à rapprocher de la valeur théorique 3,16 du rapport des pentes obtenu pour un même λ. Si l'on admet que le rendement de l'excitateur est indépendant de la fréquence, c'est-à-dire qu'à des courants fournis donnés, il correspond à une seule valeur de l'amplitude & de la force d'excitation, on constate que les variations des amplitudes sont systématiquement plus faibles à 2988 Hz qu'à 2220 Hz. Si c'est bien le niveau des vibrations qui conditionne la diminution du coefficient de frottement, la fréquence N₃ devrait conduire à un enfoncement plus rapide que la fréquence N2, toutes choses égales par ailleurs. Les courbes données à titre purement indicatif à la figure 14 confirment cette conclusion.

Conclusion :

Au terme de cette étude, trois conclusions s'imposent :

 le vibrofonçage a fréquence élevée est possible et les vitesses d'enfoncement sont d'autant plus grandes que le poids du système excitateur-pieu ainsi que l'amplitude de la force de fonçage sont importants;

 — l'hypothèse d'un frottement latéral du type sec n'a jamais pu être mise en défaut par les résultats des expérimentations;

- comme le laissait prévoir la théorie, c'est la fréquence correspondant à l'existence d'un ventre de







Fig. 13 Variations théoriques des amplitudes



Fig. 14 Courbes de fonçage

vibration en tête qui conduit aux variations les plus faibles des amplitudes de déformation du pieu et aux enfoncements les plus rapides. C'est l'existence de ce ventre qui permet la transmission d'une énergie importante de l'excitateur au pieu donc au sol.

Nous estimons que ces trois points peuvent être extrapolés aux cas réels. Néanmoins, une vérification sur des essais en grandeur nature est souhaitable. En attendant, la suite de l'étude sera consacrée aux énergies fournies au pieu et dissipées par le frottement latéral. Un montage expérimental destiné à mesurer ces termes est actuellement en cours d'élaboration. Il conviendra également de comparer ces énergies à celles mises en jeu avec les moyens classiques de fonçage. Un problème subsiste : celui de la dispersion des résultats due vraisemblablement à des variations même faibles de la densité du sol : il semble que ce terme soit finalement le paramètre essentiel du problème du vibrofonçage à fréquence élevée.

Références Bibliographiques

[1] BERNHARD P.K. (1967) « Fluidization phenomena in soils during vibrocompaction and vibro-pile-driving and pulling. » Cold Regions Research and Engineering Laboratory - Hanover - New Hampshire - octobre 1967. [2] BERNHARD P.K. (1968) «Pile-soil Interactions during Vibro-Pile-Driving.» Journal of Matérials, Vol. 3 n° 1 - mars 1968 - pages

Journal of Materials, Vol. 3 nº 1 - mars 1966 - pages 178-209.

[3] DUBIGEON S. - SIEFFERT J.G. (1975) « Étude du système formé par un excitateur et une barre de section uniforme. »

Annales E. N. S. M. Nantes - 2^e semestre 1975 - pages 17-27.

[4] SIEFFERT J.-G (1974) «Contribution à l'étude expérimentale du vibrofonçage des pieux à fréquence élevée. »

Thèse de Docteur-Ingénieur - Nantes - avril 1974.

[5] SIEFFERT J.-G. (1978) « Contribution à l'étude du vibrofonçage des palplanches. Étude du rôle de l'amortissement interne dans un système excitateur à haute fréquence-barre. »

[6] SIEFFERT J.-G. « Comportement d'une palplanche partiellement fichée dans le sol et soumise à une excitation sinusoïdale longitudinale. » Annales des Ponts et Chaussées (à paraître).

[7] SMITH E.-A.-L. (1960) « Pile-driving analysis by the wave equation » Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division - Proceedings of the A.S.C.E. Vol. 86 n° SM4 - Août 1960 - pages 35-61.

Principales notations

$A_i, a_i:$	amplitude du déplacement périodique	
B. B., B., b :	coefficient d'amortissement	NAT-1
E :	module d'Young du pieu	
F	amplitude de la force de foncade	
Earth	force de frottement latéral sur l'élément i	
E. :	phase plastique de la force de pointe	
f:	coefficient de frottement	IVILI
K. K., K. k :	raideur	MAT-2
L	longueur du pieu	
e. :	longueur de l'élément i	
M. M. M. m.	masse	1 L
N :	fréquence	T-11
n :	nombre d'éléments de la décomposition	
P	noids apparent du système	MI T-2
Q., Q., q., q'	coefficients expérimentaux	IVILI
r:	pulsation réduite	
S:	section du pieu	12
s:	périmètre du pieu	
t :	temps	
U., u. :	déplacement périodique de l'élément i	1
X :	fiche du pieu	1
x :	profondeur à partir de la surface du sol	
×:	vitesse de foncage	1 7-1
$Y_{ir} y_i$:	déplacement de l'élément i	
α, :	coefficient de la force de frottement	1
ā:	coefficient semi-empirique	13
β, β, :	coefficient d'amortissement réduit	101
γ ₂ :	amplitude de l'accélération de la pointe	117-21
δ, δ, :	raideur réduite	1-1
8:	coefficient d'amortissement	
ξ:	amplitude de la force d'excitation	MI T ²
λ:	paramètre caractéristique du frottement	1-3
μ1, μ2:	masses réduites	
ρ:	masse volumique	MI -3
σ:	pression normale du sol sur le pieu	MI -1T-2
ϕ_i, ϕ_i :	phase de l'élément i	1
ψ:	paramètre caractéristique de la vitesse de foncage	
ω:	pulsation	T-1
	15-14-14-34-35-05-04-1	T
0		

5

