

mesure des contraintes au sein d'un massif analogique de Schneebeli

par

J.-C. Faugeras

Assistant au C.U.S.T. de Clermont-Ferrand

R. Gourves

Maître-Assistant au C.U.S.T. de Clermont-Ferrand

Groupe de Recherche Génie Civil de l'Université de Clermont II

1 Introduction

La connaissance de l'état de contrainte dans les milieux pulvérulents pose encore à l'heure actuelle de sérieux problèmes que de nombreux chercheurs ont plusieurs fois mis en évidence.

Schneebeli (1) a montré la possibilité de réaliser un milieu pulvérulent obéissant à la loi de Coulomb, par un empilage de petits cylindres parallèles, horizontaux et de même longueur. Un tel modèle permet l'étude de problèmes à deux dimensions et de nombreux auteurs (2, 3, 4, 5) l'ont utilisé notamment pour mieux comprendre les schémas de rupture du sol de fondation, l'équilibre limite des coins de poussée et de butée, la stabilité des murs de terre armée, etc... Jusqu'à présent ce modèle ne permettait que de visualiser les différents phénomènes bien que certaines tentatives aient été faites (6, 7) pour déterminer les contraintes dans ce type de milieu sans donner de résultats satisfaisants, la meilleure méthode consistant cependant à utiliser des capteurs à friction (8). La méthode que nous nous proposons de présenter ici repose sur un principe simple et permet d'obtenir l'état de contrainte en tous points du milieu. Si quelques problèmes de précision dans les résultats obtenus semblent continuer à se poser, l'amélioration du processus expérimental nous conduira dans un proche avenir à définir de façon très précise le champ de contrainte.

2 Principe de la méthode

Dans un massif constitué par un empilement de cylindres, la force nécessaire à déplacer l'un d'entre eux selon son axe longitudinal est fonction de la profondeur à laquelle il se situe, le milieu étant pesant. La méthode mise au point est fondée sur cette constatation.

2.1 Méthode pour un seul cylindre

On peut représenter les forces agissant sur un seul

cylindre comme indiqué à la figure 1a. Nous ne prenons en compte que les forces radiales, la résistance à l'enfoncement des rouleaux n'étant proportionnelle qu'à ces dernières dans la direction considérée. Nous pouvons écrire :

$$F_T = \text{tg } \delta \cdot \Sigma F_i$$

avec : F_T force nécessaire à déplacer un rouleau selon son axe longitudinal

δ angle de frottement longitudinal des rouleaux

ΣF_i somme des forces appliquées.

Sous l'action des F_i le rouleau est en équilibre. Nous pouvons donc définir la pression isotrope équivalente à laquelle est soumis le rouleau par l'expression :

$\Sigma F_i = p \times 2\pi r$ pour une longueur unité, r étant le rayon du cylindre.

Dans la mesure où nous sommes en présence d'un milieu granulaire, il est nécessaire d'introduire la notion de contrainte macroscopique qui ne peut être utilisée qu'en considérant un nombre important de rouleaux. De plus à l'intérieur du massif analogique se créent des voûtes de charge, ce qui implique que certains grains ne sont soumis qu'à la seule force de pesanteur.

Cette méthode ne peut donc présenter un intérêt qu'au niveau d'une étude statistique du comportement de grains pris singulièrement.

2.2 Méthode pour plusieurs cylindres

Dans ce cas nous déplaçons simultanément plusieurs rouleaux, toujours selon une distance parallèle à leur axe longitudinal et nous appelons « découpe » la limite de l'empreinte créée dans le massif par ce déplacement. Nous nous intéressons au cas où cette découpe est quasi circulaire ou à ellipse d'inertie circulaire (figures 1b et 1c).

En gardant les mêmes notations que précédemment, nous pouvons écrire :

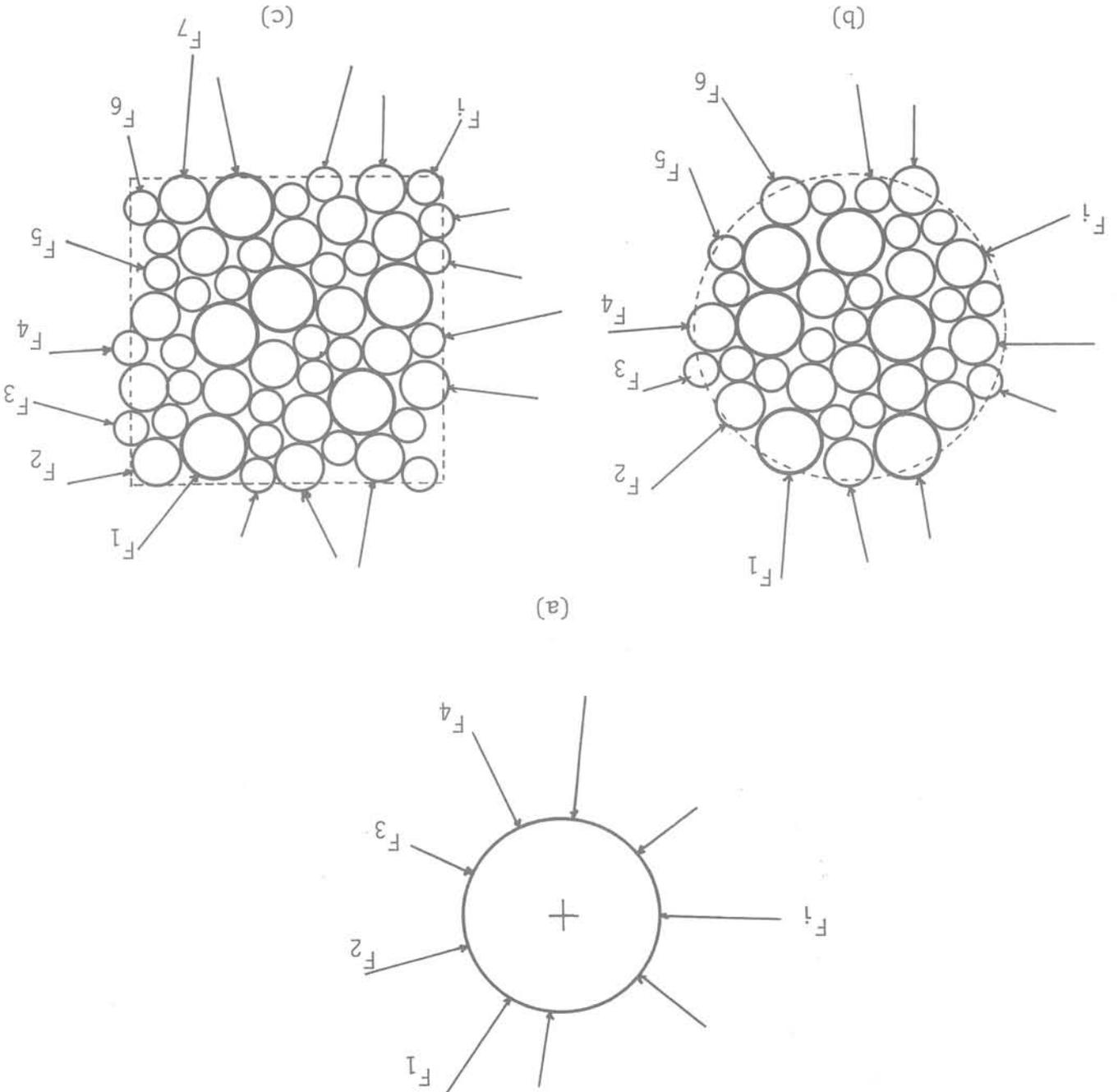
$$F_T = \text{tg } \delta \cdot \Sigma F_i$$

Au vu des résultats précédents nous avons pensé qu'il était possible d'obtenir l'état de contrainte en utilisant un autre type de découpe, comme le montre la figure 3.

2.3 Méthode conduisant à la détermination du champ de contrainte

Dans un milieu continu, la notion de contrainte est satisfaisante, ne peut cependant pas être exploitée ces deux paramètres, mais cette méthode, bien que chargée. Nous obtenons une bonne corrélation entre La figure 2 montre l'évolution de la pression p en fonction de la profondeur au sein d'un massif non $\Sigma F_1 = p \times 2\pi R$ (R rayon de la découpe). et de même :

Fig. 1 Schéma des forces agissant sur les rouleaux



L'expression de la force nécessaire pour déplacer les rouleaux selon leur axe longitudinal peut être mise sous la forme :

$$F_z = \lambda \sigma_z + \mu \sigma_x$$

définie comme étant la limite du rapport dF/dS lorsque dS tend vers zéro. Si nous considérons une surface contenue dans un plan coupant un matériau granulaire, nous appellerons contrainte normale la somme des composantes normales des forces s'exerçant sur les particules, divisée par l'aire de cette surface. Dans notre cas, σ_z est donc la contrainte moyenne macroscopique qui s'exerce sur une facette de normale Oz. Il est de même possible de définir une contrainte normale σ_x .

pour déplacer les rouleaux. λ et μ sont des coefficients qui dépendent des caractéristiques géométriques de la plaque utilisée

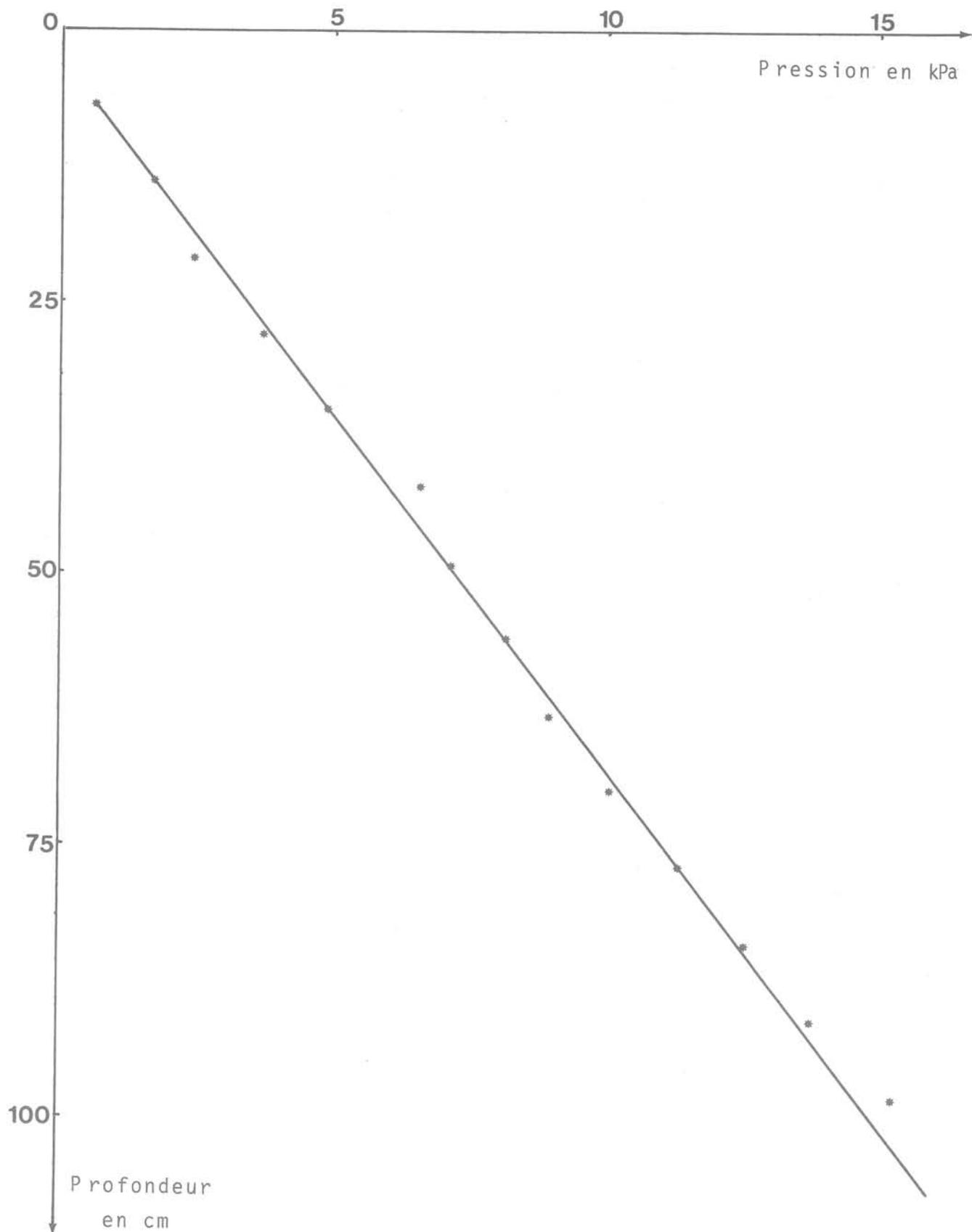


Fig. 2 Variation de pression isotrope au sein du massif

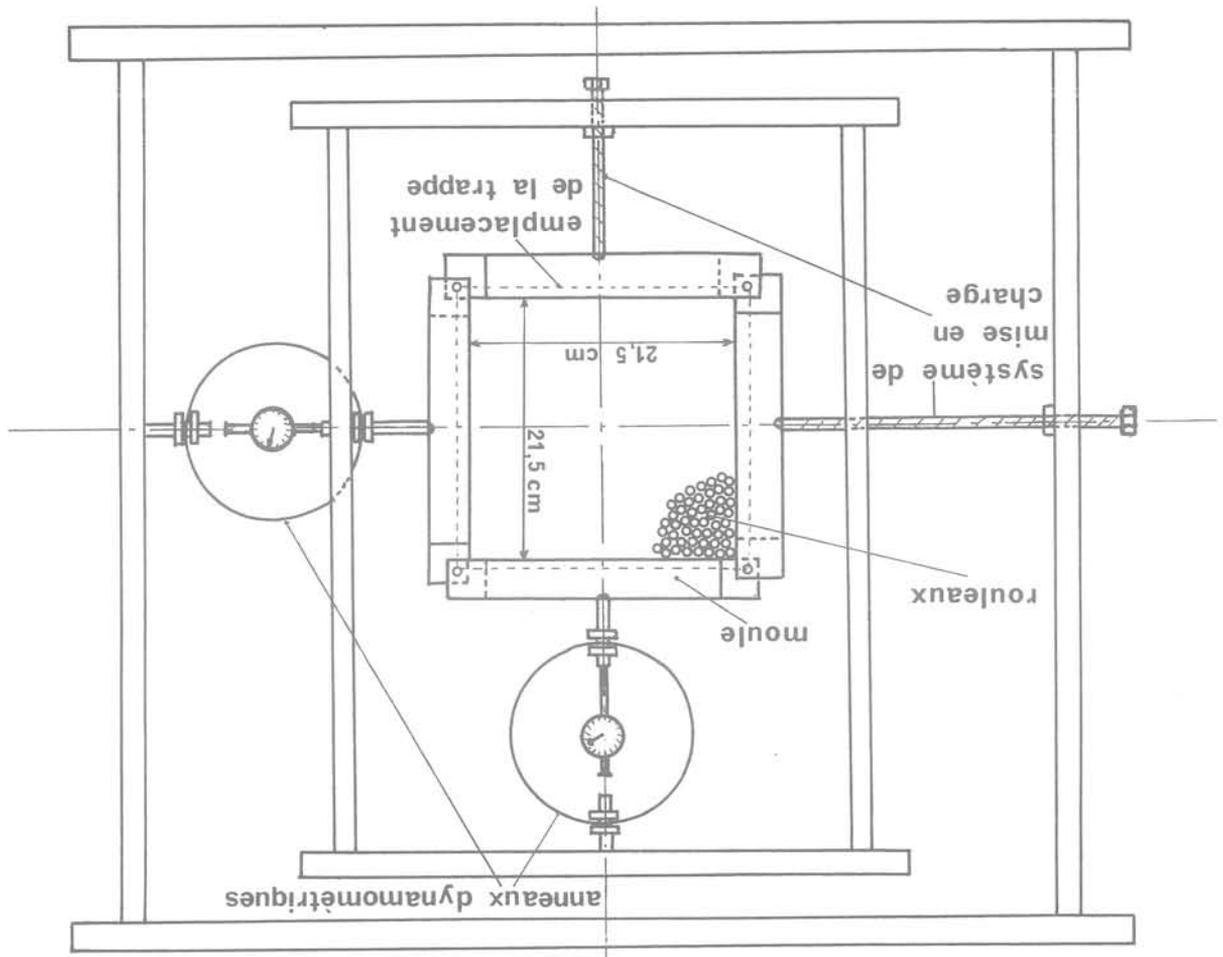


Fig. 5 Schéma de principe de l'appareil de compression biaxial

Fig. 4 Formes des découpes

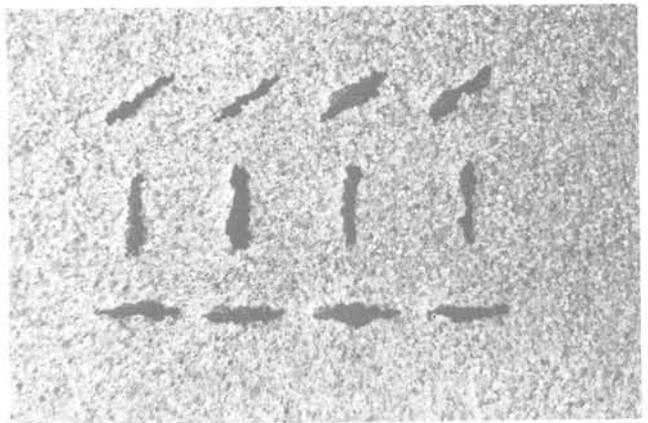
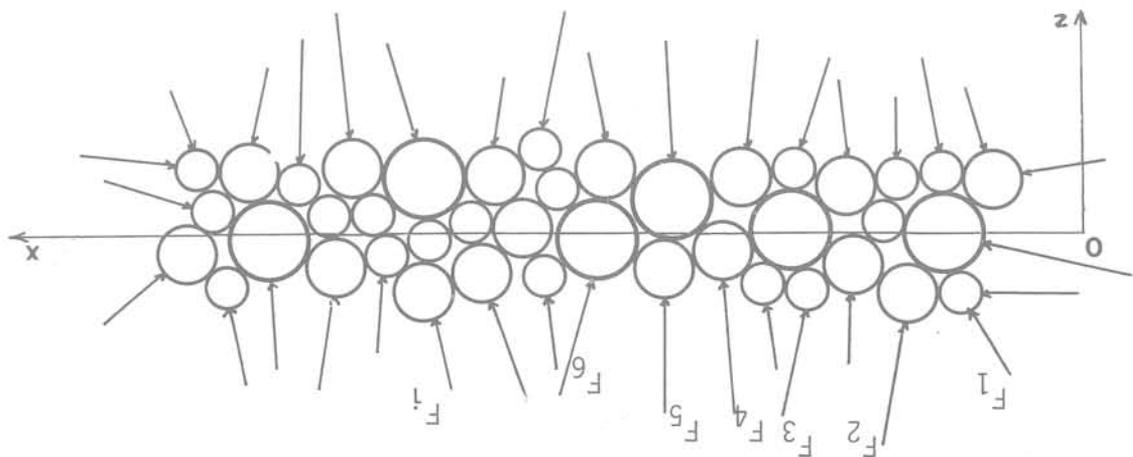


Fig. 3 Découpe obtenue avec une plaque



De plus, quelle que soit l'orientation de la découpe dans le plan xOz , le contour de celle-ci présente la même configuration (fig. 4). L'isotropie nous permet donc d'écrire :

$$F_{\theta} = \lambda \sigma_{\theta} + \mu \sigma_{\theta + \pi/2}$$

avec : θ angle que fait le grand axe de la découpe avec la direction Ox .

3 Détermination des coefficients λ et μ

Pour déterminer les coefficients λ et μ , il faut opérer dans un champ de contrainte connu. Pour ce faire nous avons conçu une machine de compression biaxiale.

3.1 Appareillage utilisé

Nous avons choisi d'utiliser des rouleaux en PVC en raison de leur faible poids volumique ($13,4 \text{ kN/m}^3$). Leurs diamètres sont de 2, 3 et 4 mm également répartis en poids et leur longueur de 6 cm. Leur angle de frottement φ a été déterminé de deux façons différentes :

- à l'appareil biaxial : $20^{\circ} < \varphi < 32^{\circ}$;
- la mesure de la pente de talus naturel a donné des résultats très légèrement inférieurs : $27^{\circ} < \varphi < 31^{\circ}$.

Pour mesurer les F_{θ} nous utilisons un dynamomètre de 10 daN de capacité dont la précision est de $\pm 0,5 \%$ de la valeur de fin d'échelle. En bout, une plaque de 5 cm de large et de 1 mm d'épaisseur permet de pousser sur les rouleaux. Comme le montre le schéma de la figure 5, la machine de compression biaxiale est constituée par un moule en quatre éléments mobiles les uns par rapport aux autres et contenant les rouleaux. Les parois en contact avec les rouleaux sont recouvertes d'un lubrifiant à sec pour éviter la création de voûtes de charge. Deux cadres métalliques indépendants assurent la mise en charge par un système vis-écrou. Les efforts appliqués sont mesurés par deux anneaux dynamométriques, ce qui permet de déterminer l'état de contrainte.

L'ensemble est posé sur une plaque à surface lisse, des rouleaux étant entreposés entre les différents éléments constituant l'appareil et la plaque, ceci afin de minimiser les frottements. Une trappe placée sous le moule permet de pousser sur les rouleaux en vue de la mesure des F_{θ} .

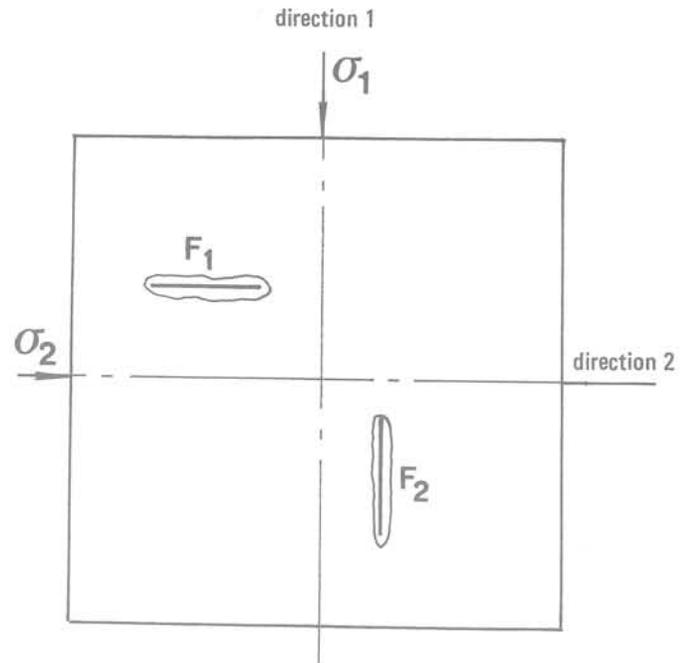


Fig. 6 Notations utilisées

3.2 Mise en œuvre des essais et résultats

Nous adoptons les notations de la figure 6. Après plusieurs tentatives, nous avons adopté la méthode suivante pour la détermination de λ et μ :

- application d'un champ de contrainte constant σ_1, σ_2 ;
- mesure des F_1 en 15 points différents (fig. 7 a);
- déchargement du système et remise en place des rouleaux, ceci pour éviter la création de lignes préférentielles de glissement;
- application du même champ de contrainte que précédemment;
- mesure des F_1 à nouveau en 15 points mais différents des précédents (fig. 7 b);
- déchargement du système et remise en place des rouleaux.

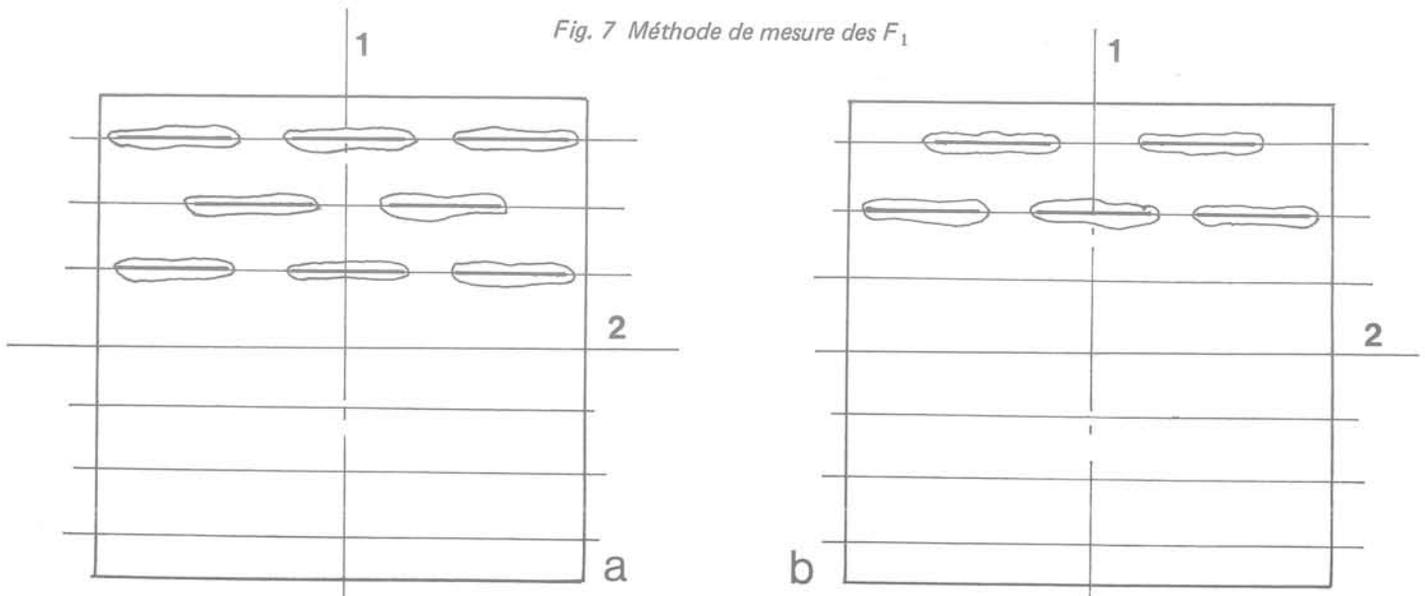


Fig. 7 Méthode de mesure des F_1

$$\sigma_1 = 61,2 \text{ kPa} \quad \sigma_2 = 31,1 \text{ kPa} \quad \sigma_1/\sigma_2 = 1,97$$

Valeurs des F_1

						Moyenne par ligne
ligne 1	7,06	7,05	7,80	6,80	6,50	7,04
ligne 2	6,80	6,80	6,60	7,15	7,20	6,91
ligne 3	6,70	8,05	7,75	7,35	6,90	7,35
ligne 4	7,00	6,70	7,70	7,05	6,75	7,04
ligne 5	6,30	7,20	7,30	7,50	7,30	7,12
ligne 6	7,75	5,85	7,70	7,80	7,35	7,29
moyenne	6,93	6,94	7,47	7,27	7,00	7,12

Valeur des F_2

						Moyenne par ligne
ligne 1	5,10	5,10	4,65	3,90	4,50	4,65
ligne 2	5,25	5,00	4,25	4,10	5,45	4,81
ligne 3	5,45	5,55	4,55	5,30	5,35	5,24
ligne 4	4,20	4,85	4,85	5,15	5,05	4,82
ligne 5	4,70	5,35	5,05	5,05	5,45	5,12
ligne 6	4,05	4,45	4,35	4,40	6,15	4,68
moyenne	4,79	5,05	4,62	4,65	5,32	4,89

$$\lambda_{\text{moyen}} = 10,22 \text{ cm}^2 \quad \mu_{\text{moyen}} = 2,80 \text{ cm}^2$$

Fig. 8 Exemple de résultats obtenus au biaxial

Pour un même déviateur nous obtenons ainsi 30 mesures de F_1 . La mesure des F_2 s'effectue selon le même principe. Un exemple des résultats ainsi obtenus est donné figure 8.

La manipulation décrite ci-dessus est effectuée cinq fois. Le déviateur est alors fixé à une nouvelle valeur et le processus est recommencé.

Connaissant F_1 , F_2 , σ_1 et σ_2 il est alors possible de déterminer λ et μ par les relations :

$$\lambda = \frac{\sigma_1 F_1 - \sigma_2 F_2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{\sigma_1 F_2 - \sigma_2 F_1}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}$$

Les résultats que nous présentons ci-après sont des valeurs moyennes :

σ_1/σ_2	moyenne F_1 en daN	écart-type F_1	moyenne F_2 en daN	écart-type F_2	λ en cm^2	μ en cm^2
1,97	6,99	0,55	4,88	0,59	10,02	2,86
1,46	5,70	0,56	4,41	0,58	11,04	2,08
1,18	5,77	0,57	5,21	0,54	10,47	2,47

D'après ces résultats, nous pouvons considérer λ et μ comme constants et indépendants du déviateur. Dans la suite de cette étude, nous prendrons les valeurs moyennes suivantes :

$$\lambda = 10,5 \text{ cm}^2 \quad \mu = 2,6 \text{ cm}^2$$

4 Traitement automatique des données

Les résultats que nous présentons ultérieurement ont été obtenus sur un massif de 1,20 m de hauteur et de 2,10 m de longueur. La constitution de ce massif était bien évidemment identique à celle de l'échantillon testé à l'appareil de compression biaxial.

Pour faciliter l'analyse des résultats, nous avons effectué un maillage du massif de $0,07 \times 0,07 \text{ m}$, ce qui permet de prendre 392 mesures. Compte tenu de ce nombre relativement important, nous avons utilisé pour l'exploitation des résultats un moyen de calcul automatique.

Les différentes valeurs des mesures sont stockées sous forme de tableaux de 14 lignes et 28 colonnes correspondant au maillage du massif (fig. 9). Il faut noter que les résultats obtenus par la méthode de mesure utilisée présentent une assez grande dispersion. Pour diminuer ces écarts deux solutions peuvent être envisagées. Nous pouvons soit effectuer un grand nombre de mesures en chaque point du massif, soit effectuer un lissage des valeurs obtenues. Pour des raisons de mise en œuvre, il était préférable d'utiliser la deuxième solution. Comme le montrent les courbes de la figure 10, nous constatons une nette amélioration. Après plusieurs essais, nous avons opté pour le schéma de lissage suivant :

$$\begin{array}{ccc} A_{i-1,j-1} & A_{i-1,j} & A_{i-1,j+1} \\ (1) & (2) & (1) \\ A_{i,j-1} & A_{i,j} & A_{i,j+1} \\ (2) & (3) & (2) \\ A_{i+1,j-1} & A_{i+1,j} & A_{i+1,j+1} \\ (1) & (2) & (1) \end{array}$$

La valeur lissée du terme $A_{i,j}$ est telle que :

$$A_{i,j} = \frac{[A_{i,j} \times 3 + (A_{i-1,j} + A_{i+1,j} + A_{i,j-1} + A_{i,j+1}) \times 2 + (A_{i-1,j-1} + A_{i+1,j+1} + A_{i-1,j+1} + A_{i+1,j-1})]}{15}$$

La suite des calculs s'effectue à partir de ces valeurs lissées :

— détermination de σ_x et σ_z :

$$\text{nous avons : } F_z = \lambda \sigma_z + \mu \sigma_x \quad \text{et} \quad F_x = \lambda \sigma_x + \mu \sigma_z$$

nous en déduisons :

$$\sigma_z = \frac{1}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda F_z - \mu F_x)$$

$$\sigma_x = \frac{1}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda F_x - \mu F_z)$$

— détermination de θ :

appelons θ l'angle dont il faut faire tourner le repère initial pour obtenir le repère des contraintes principales. Un calcul simple à partir du cercle de Mohr des contraintes, en exprimant les contraintes en fonction des forces F définies précédemment conduit à :

$$\text{tg } 2\theta = \frac{F_z + F_x - 2F_{45}}{F_z - F_x}$$

F_{45} étant la force mesurée pour une découpe à 45° .

On voit ainsi que θ est indépendant de λ et μ et qu'il suffit de trois manipulations pour le déterminer, la méthode étant classique en extensométrie :

— détermination de σ_1 et σ_2 .

Les contraintes principales sont déterminées par les expressions connues :

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2 \cos 2\theta} \quad \text{et} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2 \cos 2\theta}$$

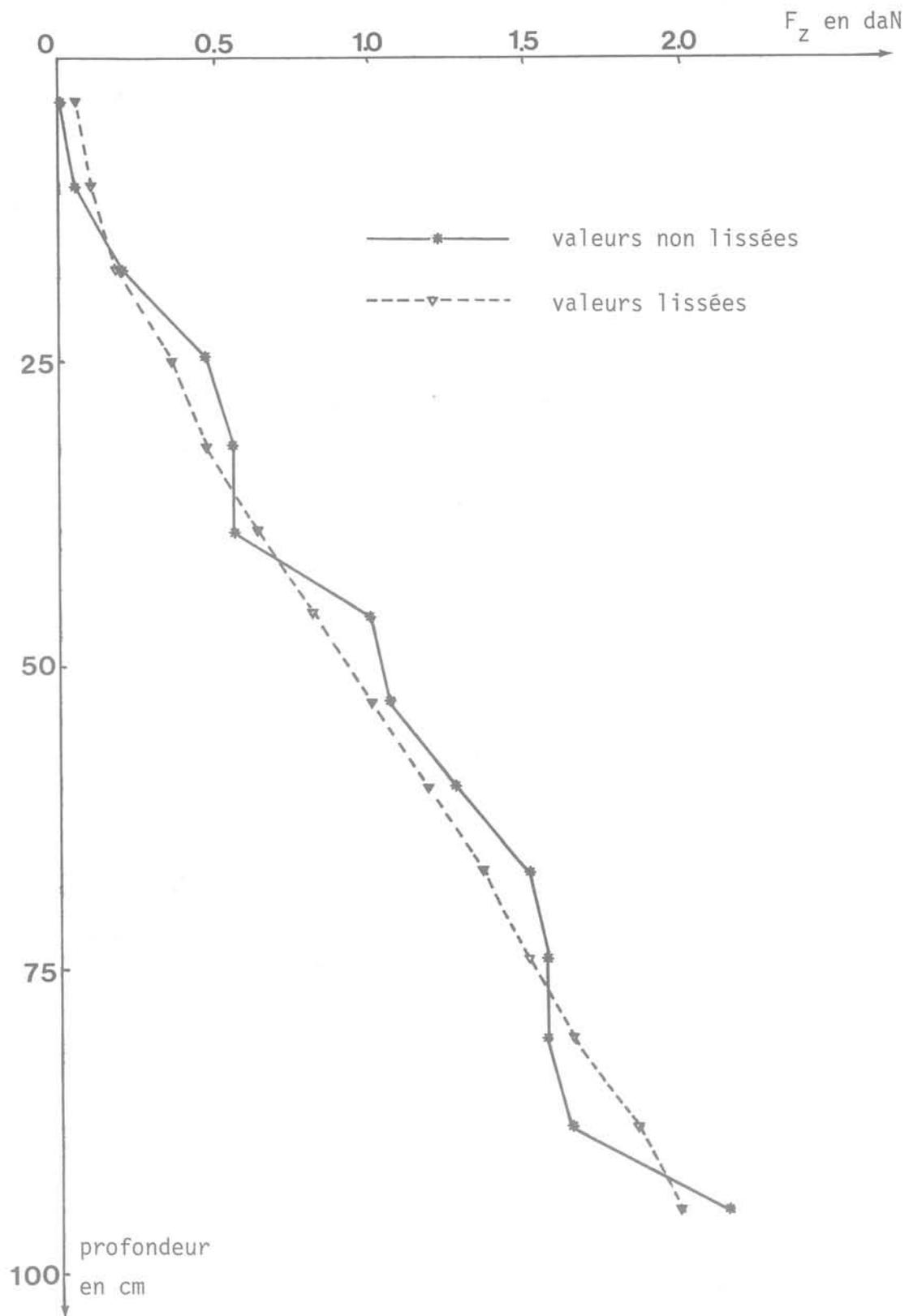


Fig. 10 Valeurs de F_z en fonction de la profondeur

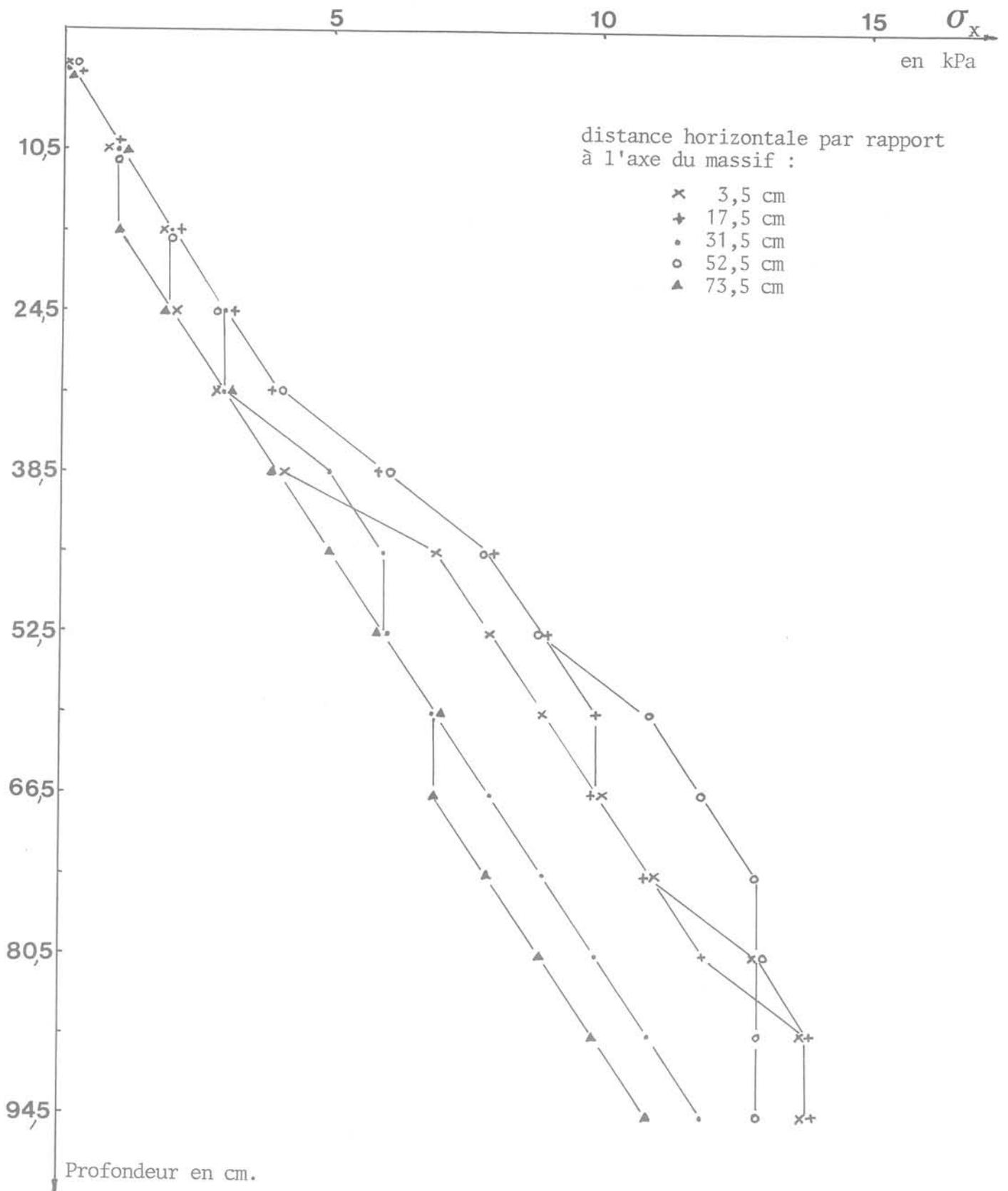


Fig. 11 Evolution des contraintes σ_x en fonction de la profondeur

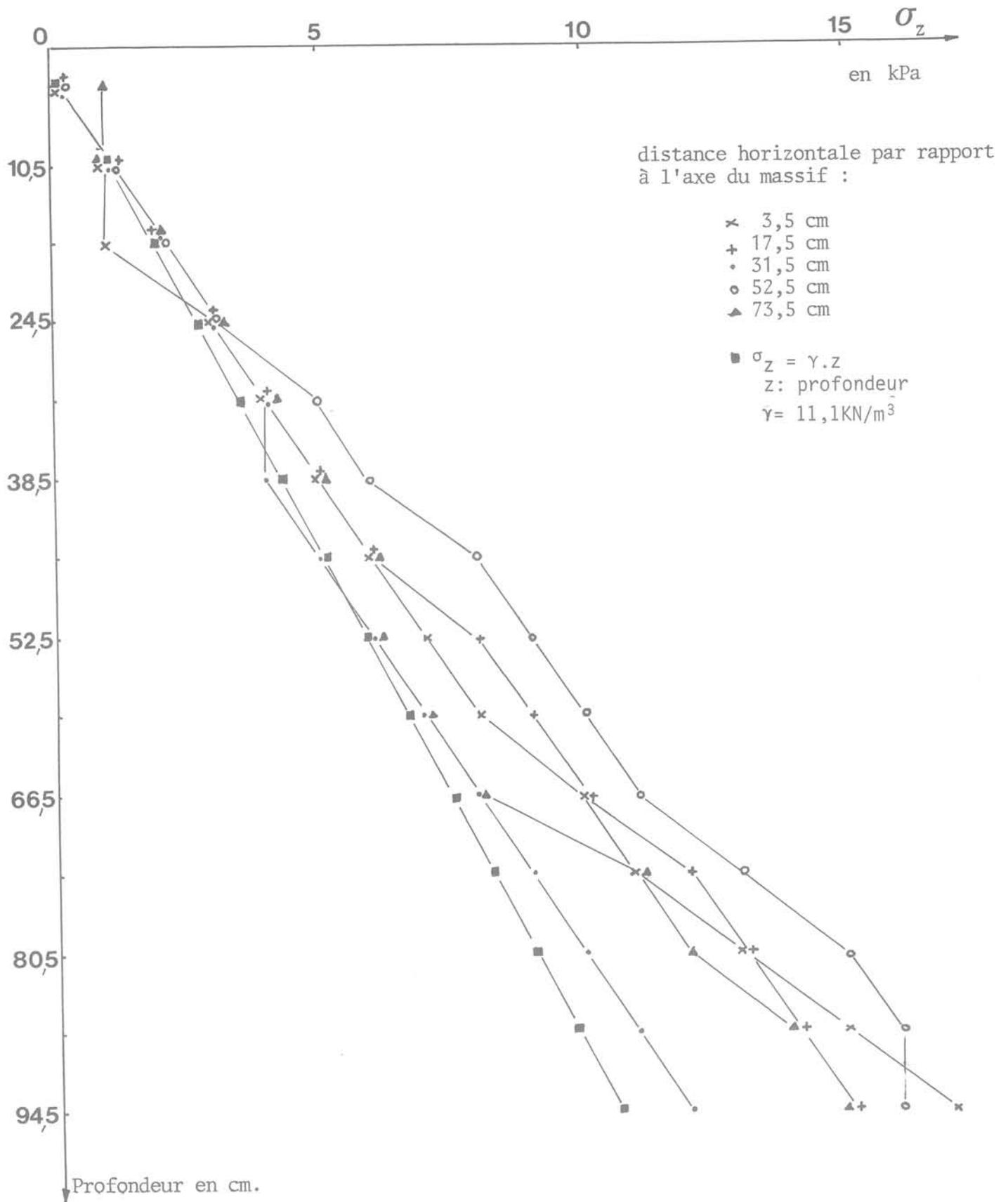


Fig. 12 Evolution des contraintes σ_z en fonction de la profondeur

qu'elle permet d'obtenir l'état de contrainte en tous points du massif ainsi que l'allure générale des isostatiques.

L'interprétation des résultats peut conduire à la détermination des zones plastifiées et permettre l'analyse de l'évolution de ces zones au cours du chargement.

Outre la vérification de certaines théories, il est également possible de retrouver ainsi les divers chemins de contraintes suivis au cours d'essais de

chargement d'ouvrages ou bien au cours de la réalisation de certains essais de mécanique des sols.

Bien que n'étant effectuée que sur des modèles bidimensionnels, nous pensons que cette méthode peut permettre d'étudier avec profit un certain nombre de problèmes de mécanique des sols dans la mesure où c'est, en quelque sorte, le sol qui est son propre capteur de force. Le milieu n'est donc pas modifié par la présence d'appareils de mesures susceptibles d'engendrer des effets parasites.

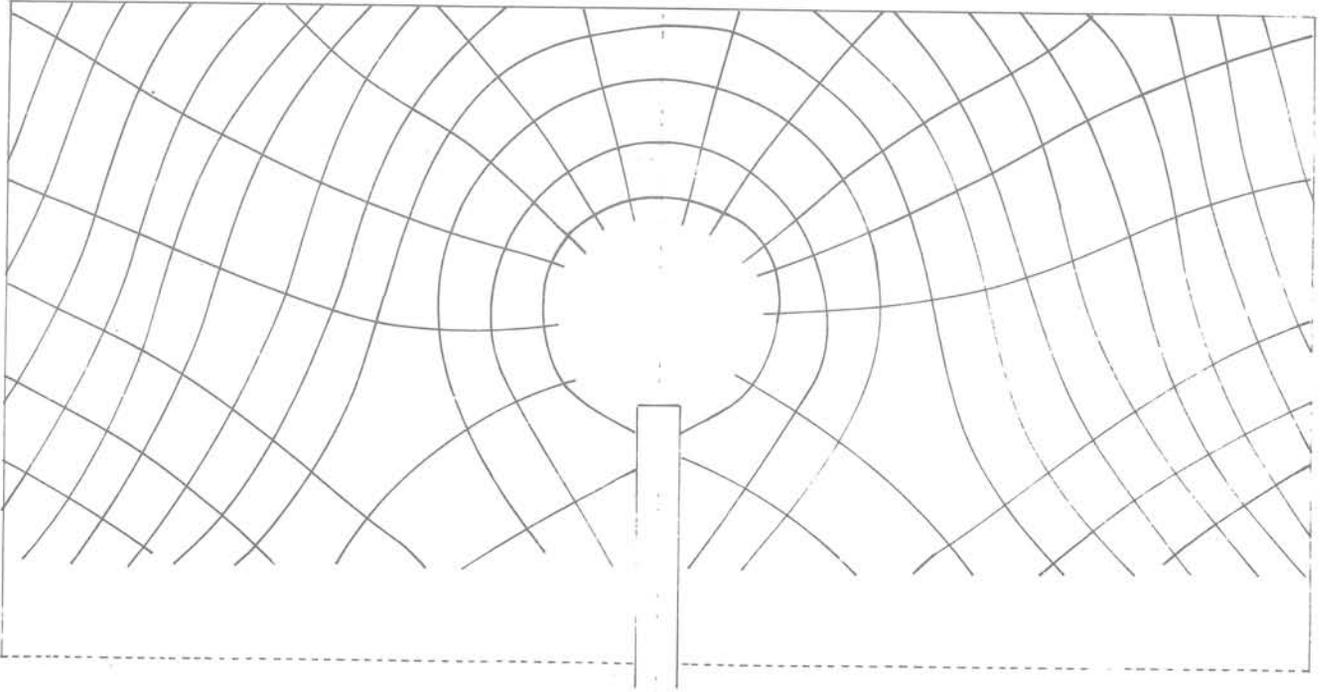
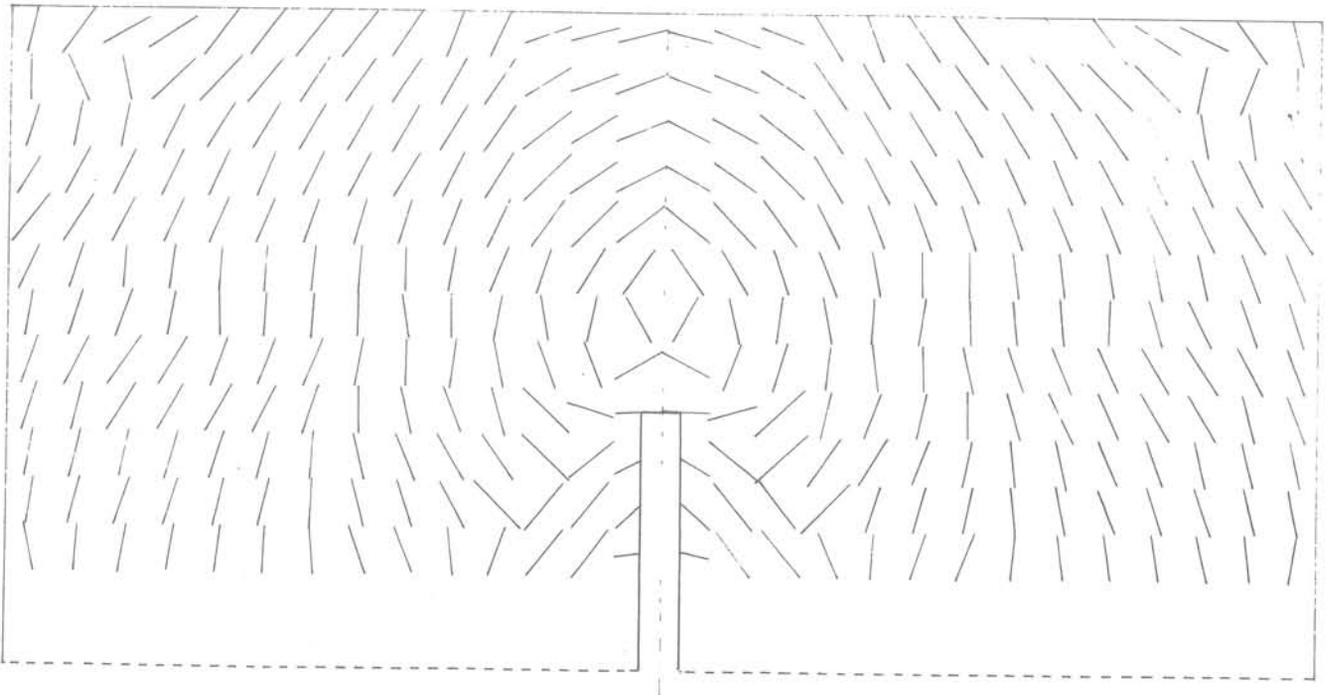


Fig. 14 Isostatiques pour une contrainte moyenne sous la pointe du pieu de 90 kPa

Fig. 13 Allure générale des isostatiques pour une contrainte moyenne sous la pointe du pieu de 27 kPa



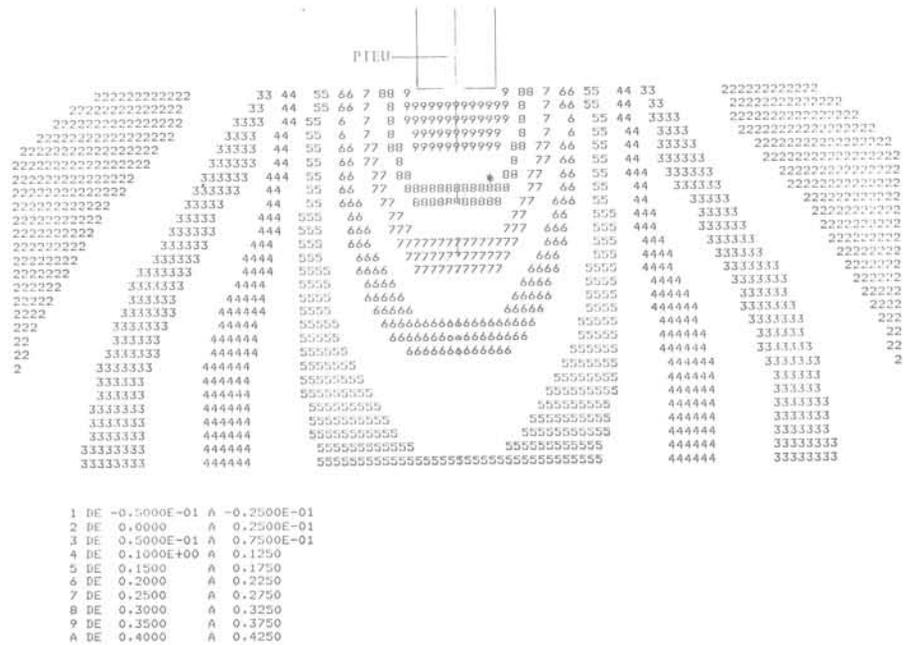
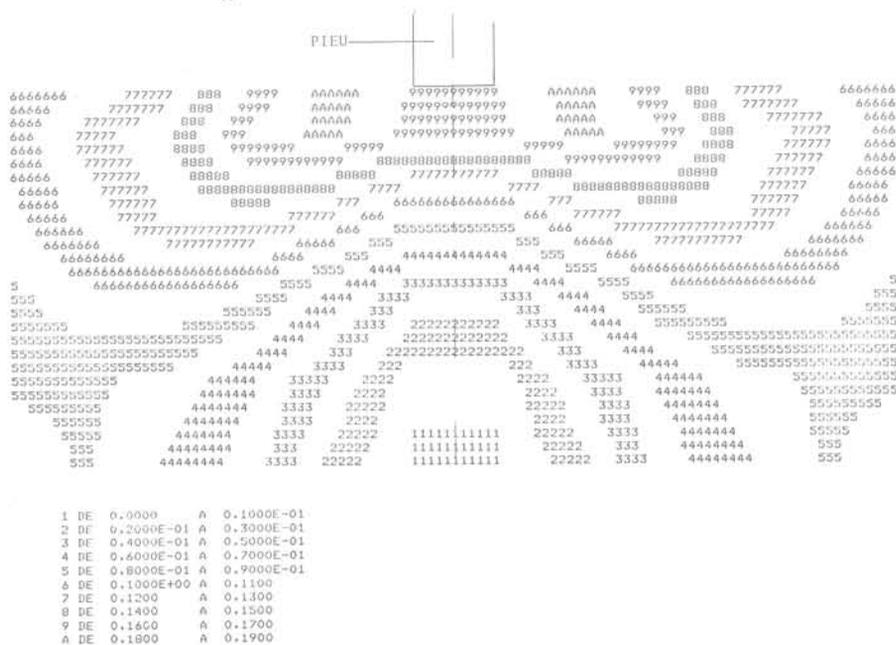


Fig. 15 Isobares en σ_z pour une contrainte moyenne sous la pointe du pieu de 90 kPa

Fig. 16 Isobares en σ_x pour une contrainte moyenne sous la pointe du pieu de 90 kPa



Références Bibliographiques

- [1] G. Schneebeli - Une analogie mécanique pour les terres sans cohésion. Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome 243. Paris 1956.
- [2] J. Biarez - Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents. Thèse. Grenoble 1962.
- [3] Nguyen Than Long, F. Schlosser, Y. Guegan, G. Legay - Étude des murs en terre armée sur modèles réduits bidimensionnels. Rapport de recherche n° 30. L. C. P. C. Paris 1973.
- [4] J. M. Gresillon - Étude des fondations profondes en milieu pulvérulent. Thèse. Grenoble 1970.
- [5] M. Burel - Étude expérimentale de la force portante des fondations par analogie avec des rouleaux. Thèse. Grenoble 1960.
- [6] W. Cichy, E. Dembicki, W. Odrobinsky, A. Tejchman, B. Zadroga - Bearing capacity of subsoil under shallow foundations study and model test. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdanskiej. Gdansk 1978.
- [7] A. Ferri - Étude sur modèle analogique bidimensionnel du comportement d'un sol sollicité par une fondation profonde. Mémoire Cust. Clermont 1978.
- [8] C. Behnia - Étude des voûtes en terre armée. Thèse. Paris VI 1972.
- [9] J. C. Faugas - L'essai de compressibilité des sols au pénétromètre statique et son interprétation sur modèle analogique. Thèse. Toulouse 1979.