

Estimation par une approche variationnelle du tassement d'une fondation rigide sur sol renforcé par colonnes

M. BOUASSIDA
Z. GUETIF

Unité Modélisation et Calcul
de Structures, ENIT
BP 37, Le Belvédère
1002, Tunis (Tunisie)

P. DE BUHAN
L. DORMIEUX

Laboratoire des Matériaux
et Structures de Génie Civil
(LCPC-ENPC
CNRS UMR 113), ENPC
6-8, avenue Blaise-Pascal
77455 Marne-la-Vallée
Cedex 02

Résumé

La possibilité de prévoir le tassement d'une semelle de fondation reposant sur un massif de sol renforcé par colonnes nécessite d'évaluer le module apparent, qui caractérise la réponse globale d'un tel ouvrage. Se plaçant dans le cadre d'un comportement élastique linéaire des constituants, l'utilisation du principe de minimum de l'énergie complémentaire permet d'aboutir à une minoration de ce module apparent et donc à une majoration du tassement de la fondation pour un niveau de chargement donné. On montre que la mise en œuvre d'une telle approche à l'aide d'une famille de champs de contrainte exploitant l'hétérogénéité du sol renforcé, permet d'améliorer sensiblement l'estimation fournie par une simple « loi des mélanges ». Les résultats ainsi obtenus sont présentés sous formes d'abaques facilement utilisables par les ingénieurs afin d'optimiser le schéma de renforcement et notamment de déterminer la valeur optimale du facteur de substitution du sol par le matériau de renforcement, qu'il convient d'adopter.

Mots-clés : approche variationnelle, colonnes, élasticité linéaire, facteur de substitution, fondation rigide, prédimensionnement, tassement.

A variational method for predicting the settlement of a foundation resting on a soil reinforced by columns

Abstract

Predicting the settlement of a foundation raft resting upon a soil reinforced by columns, requires being able to evaluate its apparent stiffness modulus which characterizes its global response. Adopting linear elasticity as a framework for the constitutive behaviour of the reinforced soil constituents, and making use of the minimum complementary energy principle, results in determining a lower bound estimate for the apparent stiffness modulus, that is an upper bound estimate for the foundation settlement subject to a prescribed load. It is shown in particular that the implementation of such a principle based on piecewise continuous stress fields, makes it possible to significantly improve the simplified estimate derived from the « law of mixtures ». The obtained results are illustrated in terms of convenient engineering design charts on the basis of which an optimal choice for the replacement ratio can be achieved.

Key words : linear elasticity, design, columns, settlement, variational approach, replacement factor, rigid foundation.

NDLE : Les discussions sur cet article sont acceptées jusqu'au 1^{er} septembre 2003.

Introduction

L'objectif de renforcement par colonnes concerne principalement l'augmentation de portance et la réduction du tassement d'un sol de fondation généralement peu résistant et/ou fortement compressible. Parmi les autres avantages liés à l'emploi de cette technique, on peut également citer la réduction de temps de consolidation dans le cas d'un renforcement par vibro-substitution d'un sol saturé par un matériau drainant, ainsi que l'élimination du risque de liquéfaction lors de secousses sismiques dans le cas d'un renforcement par vibro-compactage de sables lâches saturés: Aboshi *et al.* (1979), Datye et Nagaraja (1981), Datye (1982), Barksdale (1987).

L'augmentation de la capacité portante due au renforcement par colonnes a fait l'objet de plusieurs études récentes, parmi lesquelles on peut citer les contributions récentes de Bouassida *et al.* (1995) ou Bouassida et Hadhri (1995) qui abordent ce problème dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture. En ce qui concerne la réduction du tassement que l'on peut attendre du renforcement par colonnes il convient de signaler les travaux de Baalam et Booker (1981) ou Rao et Ranjan (1985). Une approche simplifiée de ce dernier problème consiste à adopter une loi de comportement élastique linéaire tant pour le sol de fondation initial, que pour le matériau constitutif des colonnes, négligeant aussi bien le comportement élastoplastique susceptible d'apparaître à partir d'un certain niveau de chargement, que le comportement différé de l'ouvrage dû au phénomène de consolidation dans le cas d'un sol de fondation saturé, les colonnes de renforcement agissant comme des drains.

On propose, dans ce qui suit, une méthode de calcul permettant d'estimer le tassement d'une semelle de fondation rigide reposant sur un groupe de colonnes en contact avec un substratum considéré comme indéformable. La résolution, y compris par voie numérique, du problème d'équilibre élastique ainsi défini, apparaît difficile en raison principalement de la forte hétérogénéité de la zone de sol renforcé. Se référant ainsi à une méthode de calcul par éléments finis, il convient en effet de discrétiser la zone renforcée en éléments de taille significativement plus faible que par exemple l'espacement entre colonnes, ce qui peut se révéler une tâche complexe, voire impossible, dans le cas d'un maillage dense de colonnes.

L'alternative à un tel calcul que nous proposons ici consiste à recourir aux méthodes variationnelles en élasticité linéaire (Salençon, 1995), déjà utilisées à plusieurs reprises dans un contexte géotechnique: interprétation de l'essai pressiométrique (Dormieux, 1992), évaluation des tassements en surface engendrés par le creusement d'un tunnel (Dormieux *et al.*, 1992). On utilise plus spécifiquement ici le principe du minimum en contraintes de l'énergie complémentaire.

Présentation du problème

L'objet de la présente étude est l'estimation du tassement d'une fondation superficielle ayant la forme d'une dalle circulaire de rayon R , supposée indéfor-

mable, reposant sur un massif de sol dont les propriétés élastiques initiales sont caractérisées par un module d'Young E_s et un coefficient de Poisson ν_s . Ce massif est renforcé par un groupe de colonnes dont le matériau constitutif est également modélisé comme un matériau élastique linéaire isotrope, de caractéristiques E_c et ν_c . Ces colonnes seront supposées être cylindriques de section quelconque, en contact avec le radier en partie supérieure (plan $z = 0$), tandis qu'elles reposent en partie inférieure sur un substratum rigide localisé à la profondeur $z = -H$ (Fig. 1). L'emplacement des colonnes sous le radier est en revanche arbitraire; elles ne sont pas nécessairement disposées suivant un maillage régulier tel que celui représenté sur la figure 1.

L'aire totale de contact entre le radier, le massif et le sol, notée $A = \pi R^2$, peut se décomposer comme suit :

$$A = A_c + A_s \quad (1)$$

où A_s et A_c désignent respectivement la somme des sections des colonnes de renforcement et l'aire du sol non renforcé situé sous la fondation. On pose alors :

$$A_c = \eta A \quad A_s = (1 - \eta)A \quad (2)$$

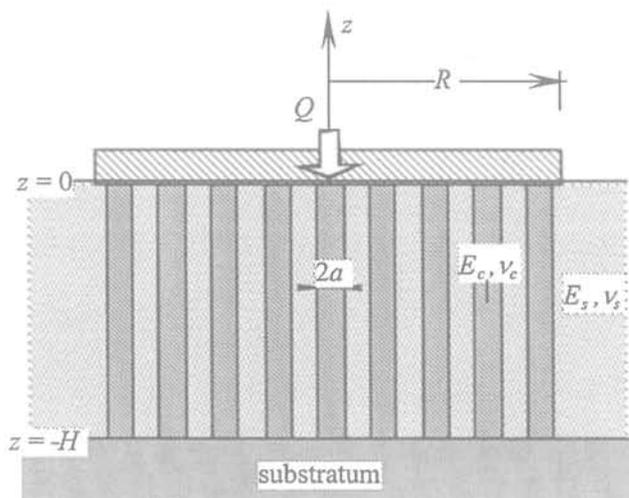


FIG. 1 Semelle de fondation reposant sur un massif renforcé par colonnes.

η désignant le *facteur de substitution* du sol, qui n'est autre que la fraction volumique du matériau de renforcement dans la zone de sol située sous la fondation.

Dans l'état initial, c'est-à-dire après la mise en place des colonnes de renforcement, mais préalablement à l'application du chargement transmis par la semelle de fondation (Fig. 2a), le champ de contrainte régnant dans le massif renforcé est noté $\underline{\sigma}^0$. Ce champ est *statiquement admissible*, c'est-à-dire qu'il vérifie d'une part l'équation d'équilibre en tout point du massif :

$$\text{div } \underline{\sigma}^0 + \underline{\gamma}_i = 0 \quad (3)$$

où $\underline{\gamma}_i$, $i = s, c$, désignent les poids volumiques respectifs du sol en place et du matériau de renforcement, d'autre part, les conditions aux limites sur le plan supérieur ($z = 0$), soit :

$$\underline{\sigma}^0 \cdot \underline{e}_z = 0 \quad (4)$$

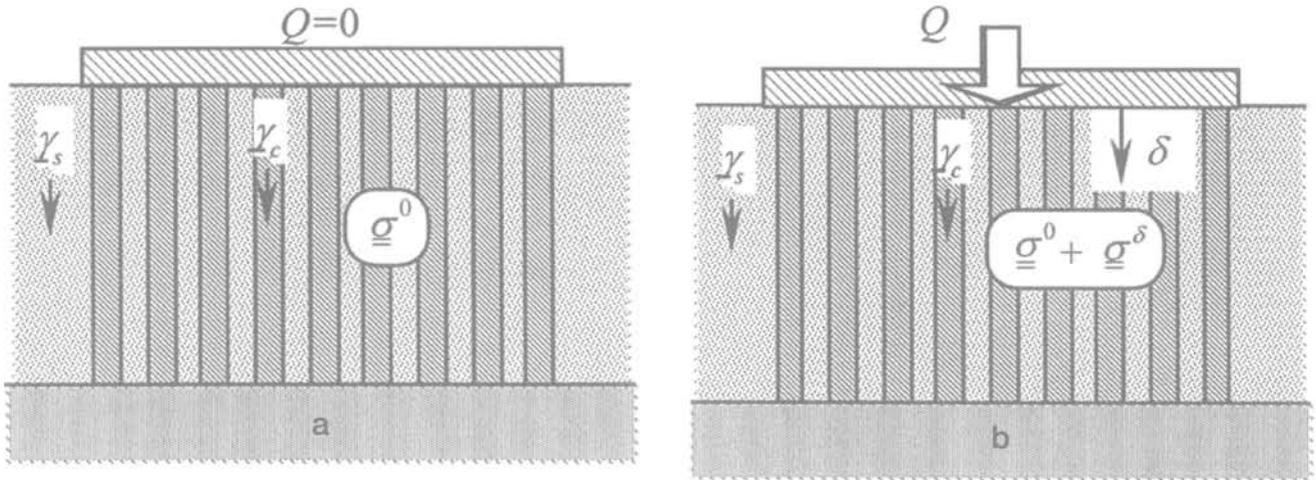


FIG. 2 États du système avant (a) et après (b) l'application du changement dû à la semelle de fondation.

A l'extérieur de la zone d'application de la semelle ($r > R$), ainsi que :

$$Q = - \int_{z=0, r \leq R} \sigma_{zz}^0 dS = 0 \quad (5)$$

qui traduit la nullité de la résultante des efforts appliqués par la semelle de fondation sur le massif.

Le massif ainsi renforcé est alors soumis au chargement exercé par la semelle de fondation à laquelle on impose, à partir de sa position initiale un déplacement purement vertical $-\delta e_z$, $\delta > 0$ (Fig. 2b). Cette hypothèse postule l'égalité du tassement en tête des colonnes et du sol environnant. Elle a été communément adoptée par les méthodes de calcul antérieures particulièrement en élasticité linéaire. En procédant à un calcul par éléments finis, Baalam et Booker (1981) ont par exemple vérifié, sur une cellule élémentaire représentative du comportement d'un groupe de colonnes infiniment chargé, que le tassement est quasi constant en surface aussi bien sur la colonne que sur le sol environnant. On désigne alors par $\underline{\sigma}^0 + \underline{\sigma}^\delta$ le champ de contrainte correspondant, solution élastique du problème précédent, et vérifiant donc en particulier les équations (3) et (4), ainsi que l'équation (5) dans laquelle le paramètre de chargement Q est égal à la résultante verticale des efforts appliqués au massif par la fondation à laquelle on fait subir un déplacement δ . Désignant de même par $\underline{\xi}$ la solution élastique en déplacement, cinématiquement admissible pour le problème, c'est-à-dire vérifiant en particulier les conditions aux limites suivantes :

$$\underline{\xi}(z = -H) = 0 \text{ et } \underline{\xi}_z(z = 0, r \leq R) = -\delta \quad (6)$$

le champ de déformation linéarisé correspondant $\underline{\varepsilon}$ est associé au champ de contrainte par la loi de comportement élastique qui s'écrit localement en fonction de la variation de contrainte entre l'état initial et l'état actuel :

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1 + \nu_i}{E_i} (\underline{\sigma}^\delta) - \frac{\nu_i}{E_i} (tr \underline{\sigma}^\delta) \underline{1}, \quad i = s \text{ ou } c \quad (7)$$

Il en résulte immédiatement en vertu du principe de superposition que le couple $(\underline{\xi}, \underline{\sigma}^0)$ est solution d'un problème d'élasticité possédant la même géométrie que le problème initialement posé, constitué des mêmes matériaux élastiques, mais dont l'état initial est naturel (contraintes nulles en tout point, absence de forces de pesanteur). Il apparaît en particulier que la valeur de l'effort résultant correspondant sera identique à celle du problème initial puisque, en vertu de (5) :

$$Q = - \int_{z=0, r \leq R} (\sigma_{zz}^0 + \sigma_{zz}^\delta) dS = - \int_{z=0, r \leq R} \sigma_{zz}^\delta dS \quad (8)$$

Il est commode d'introduire le module apparent du sol de fondation défini comme suit :

$$E^a = \frac{(Q / \pi R^2)}{(\delta / H)} \quad (9)$$

3

Approche variationnelle en contrainte : cas du renforcement avec un maillage de colonnes arbitraire

La solution du problème d'élasticité précédent, et donc la détermination exacte du module apparent, est bien évidemment hors de portée des méthodes analytiques, en raison notamment du caractère composite du sol renforcé. Cette dernière caractéristique rend également très délicate, voire impossible, l'utilisation d'une approche numérique telle que la méthode des éléments finis. L'obtention de résultats suffisamment précis exigerait en effet de discrétiser le sol de fondation en éléments finis de taille significativement inférieure à celle de l'hétérogénéité du sol renforcé, en l'occurrence le diamètre des colonnes. La dimension du problème numérique à traiter serait incomparablement supérieure à celle relative à un sol de fondation homogène.

La solution alternative, ici choisie, consiste à recourir à une solution approchée du problème découlant de l'application des méthodes énergétiques en élasticité linéaire (Salençon, 1995), notamment du principe du minimum en contrainte.

Ce dernier exprime que, parmi tous les champs de contrainte *statiquement admissibles* (s.a.) pour le problème posé, le champ solution $\underline{\underline{\sigma}}^0$, noté désormais pour simplifier $\underline{\underline{\sigma}}$, rend minimale la fonctionnelle *énergie complémentaire* du système. Cette dernière a pour expression générale :

$$U(\underline{\underline{\sigma}}) = W^*(\underline{\underline{\sigma}}) - \Phi^*(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (10)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}$ désigne un champ de contrainte s.a. quelconque, c'est-à-dire vérifiant :

$$\begin{cases} \text{div } \underline{\underline{\sigma}} = 0 & (z \leq 0) \\ \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{e}}_z = 0 & (z = 0, r > R) \end{cases} \quad (11)$$

Dans l'équation (10) le premier terme du second membre représente l'énergie élastique de contrainte calculée pour le champ $\underline{\underline{\sigma}}$, définie comme suit :

$$W^*(\underline{\underline{\sigma}}) = \int_{\Omega_s} \left[\frac{1+\nu_s}{2E_s} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}^2) - \frac{\nu_s}{2E_s} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}})^2 \right] d\Omega_s + \int_{\Omega_c} \left[\frac{1+\nu_c}{2E_c} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}^2) - \frac{\nu_c}{2E_c} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}})^2 \right] d\Omega_c \quad (12)$$

Dans cette expression, Ω_s et Ω_c représentent respectivement les domaines géométriques occupés par le sol en place et les colonnes de renforcement. Le second terme a pour expression générale :

$$\Phi^*(\underline{\underline{\sigma}}) = \sum_k \int_{S_k} \zeta_k^d \sigma'_{kl} n_l dS_k \quad (13)$$

Où S_k désigne la partie de la frontière du système où la $k^{\text{ième}}$ composante du déplacement est donnée : $\zeta_k = \zeta_k^d$. Dans le cas présent, cette fonctionnelle s'écrit, en tenant compte de (6) :

$$\Phi^*(\underline{\underline{\sigma}}) = \int_{\substack{z=0 \\ r \leq R}} -\delta \sigma'_{zz} dS \quad (14)$$

Par ailleurs le théorème de Clapeyron permet d'expliciter l'énergie élastique pour la solution en contrainte du problème ; soit en l'absence de forces de volume :

$$W^*(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} \underline{\underline{\zeta}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} dS = -\frac{1}{2} \int_{\substack{z=0 \\ r \leq R}} \delta \sigma'_{zz} dS = \frac{1}{2} Q \delta = \frac{1}{2} \Phi^*(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (15)$$

de sorte que le principe du minimum de l'énergie complémentaire devient :

$$\forall \underline{\underline{\sigma}} \text{ s.a. } U^*(\underline{\underline{\sigma}}) = W^*(\underline{\underline{\sigma}}) - \Phi^*(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{2} Q \delta \leq U^*(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (16)$$

ou encore en tenant compte de la définition (9) :

$$\forall \underline{\underline{\sigma}} \text{ s.a., } E^a \geq -\frac{2H}{\pi R^2 \delta^2} U^*(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (17)$$

L'application du principe du minimum en

contrainte, permet ainsi d'obtenir une *estimation par défaut* du module apparent du sol de la fondation.

4

Construction d'une famille de champs de contrainte statiquement admissibles

L'idée consiste à subdiviser le massif de fondation renforcé en trois zones complémentaires (Fig. 3) :

- la zone (I) constituée du sol initial situé à l'extérieur du cylindre de rayon R et de hauteur H localisé sous la semelle circulaire :

$$(I) = \{0 \geq z \geq -H; r > R\} \quad (18)$$

- la zone (II) est constituée de l'ensemble des colonnes de renforcement, cylindres de hauteur H , dont la somme des sections transversales est égale à $\eta \pi R^2$;

- enfin, la zone (III) correspond au sol initial situé sous la fondation ; son volume est égal à $(1 - \eta) \pi R^2 H$.

On considère alors la famille suivante de champs de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ statiquement admissible, dépendant de trois paramètres scalaires (p, q, q') et définie comme suit dans chacune des zones préalablement définies :

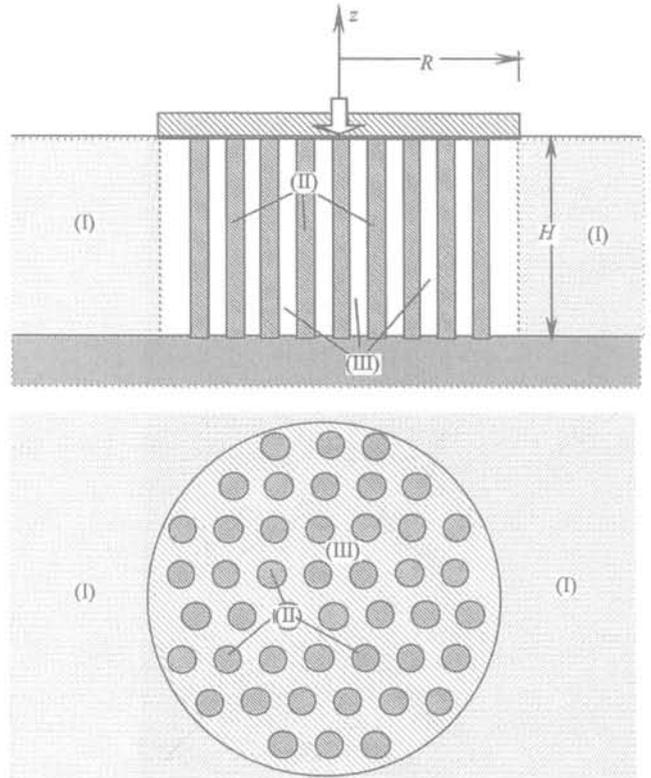


FIG. 3 Zonage du champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ (cas d'une semelle de fondation circulaire).

• Zone (I) : $\underline{\underline{\sigma}}' = p \left(\frac{R}{r} \right)^2 (\underline{\underline{e}}_\theta \otimes \underline{\underline{e}}_\theta - \underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_r) \quad (19)$

• Zone (II) : $\underline{\underline{\sigma}}' = -p (\underline{\underline{e}}_\theta \otimes \underline{\underline{e}}_\theta + \underline{\underline{e}}_r \otimes \underline{\underline{e}}_r) - q \underline{\underline{e}}_z \otimes \underline{\underline{e}}_z \quad (20)$

• Zone (III) : $\underline{\sigma}' = -p(\underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r) - q'\underline{e}_z \otimes \underline{e}_z$ (21)

où $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z)$ désigne la base orthonormée locale attachée à tout point dans le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Cette famille est constituée des champs de contrainte constants par morceaux sous la fondation (zones (II) et (III)) et décroissant en $1/r^2$ à l'extérieur (zone (I)). L'indépendance vis-à-vis de la variable z , c'est-à-dire de la profondeur, est d'autant plus justifiée que le rapport H/R est petit, c'est-à-dire que l'épaisseur de la couche est faible en regard du rayon de la fondation. Ce choix recoupe les conclusions de Priebe (1985) qui a, sous ces hypothèses, mis en évidence le peu d'influence de la profondeur sur la contrainte verticale dans les colonnes.

Cette classe de champs de contrainte est par construction statiquement admissible pour le problème. En effet, l'équation d'équilibre ($\text{div} \underline{\sigma}' = 0$) est satisfaite dans chacune des zones, tandis que la condition de continuité du vecteur contrainte est vérifiée à la traversée des surfaces de séparation entre les zones (I) et (III) d'une part, (II) et (III) d'autre part. Par ailleurs, la condition aux limites de surface libre sur le plan supérieur du massif, à l'extérieur de l'aire d'application du poinçon est bien évidemment satisfaite. Le calcul de l'énergie complémentaire correspondante est alors le suivant :

$$U^*(\underline{\sigma}') W_{(I)}^*(\underline{\sigma}') + W_{(II)}^*(\underline{\sigma}') + W_{(III)}^*(\underline{\sigma}') - \Phi^*(\underline{\sigma}') \quad (22)$$

avec :

• Zone (I) :

$$W_{(I)}^*(\underline{\sigma}') = \int_{(I)} \left(\frac{1 + \nu_s}{2E_s} \right) p^2 \left(\frac{R}{r} \right)^4 r dr d\theta dz = \quad (23)$$

$$= \pi R^2 H \left(\frac{1 + \nu_s}{E_s} \right) p^2$$

• Zone (II) :

$$W_{(II)}^*(\underline{\sigma}') = \eta \pi R^2 H \left[\left(\frac{1 + \nu_c}{2E_c} \right) (2p^2 + q^2) - \frac{\nu_c}{2E_c} (2p + q)^2 \right] \quad (24)$$

• Zone (III) :

$$W_{(III)}^*(\underline{\sigma}') = (1 - \eta) \pi R^2 H \left[\left(\frac{1 + \nu_s}{2E_s} \right) (2p^2 + q^2) - \frac{\nu_s}{2E_s} (2p + q)^2 \right] \quad (25)$$

La fonctionnelle linéaire $\Phi^*(\underline{\sigma}')$ vaut par ailleurs, compte tenu de (14) :

$$\Phi^*(\underline{\sigma}') = \delta \pi R^2 [(1 - \eta)q' + \eta q] \quad (26)$$

Il apparaît ainsi que l'énergie complémentaire relative au champ défini par (19), (20) et (21) est une fonction quadratique des paramètres scalaires (p, q, q') . L'application du principe du minimum (17) conduit dès lors à minimiser cette fonction par rapport à ces paramètres. Les valeurs correspondantes des paramètres sont :

$$p = \nu^* E^* \frac{\delta}{H}, q = (E_c + 2\nu_c \nu^* E^*) \frac{\delta}{H}, q' = (E_s + 2\nu_s \nu^* E^*) \frac{\delta}{H} \quad (27)$$

avec :

$$\nu^* = (1 - \eta) \nu_s + \eta \nu_c \text{ et}$$

$$E^* = \left[\frac{1 + \nu_s}{E_s} + \eta \frac{(1 + \nu_c)(1 - 2\nu_c)}{E_c} \right] (1 - \eta) \frac{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)^{-1}}{E_s} \quad (28)$$

Reportant ces valeurs dans (17), on obtient en définitive, tous calculs faits, la borne inférieure suivante du module de rigidité apparent de la fondation circulaire :

$$E^a \geq E^{cir} = (1 - \eta) E_s + \eta E_c + 2(\nu^*)^2 E^* \quad (29)$$

Dans le cas particulier où le coefficient de Poisson des matériaux constitutifs du sol renforcé est nul ($\nu_s = \nu_c = 0$), la borne (29) est égale à la moyenne des modules d'Young des matériaux pondérée par leurs fractions volumiques respectives dans la zone située sous la semelle de fondation : $\langle E \rangle = (1 - \eta) E_s + \eta E_c$ (« loi des mélanges »). On constate qu'une telle estimation a été proposée par plusieurs auteurs Broms (1982), Rao et Ranjan (1985), Chow (1996), sans qu'aucune justification lui conférant le statut de borne inférieure pour le module de rigidité apparent de la fondation ne soit donnée. Cette dernière estimation correspond d'ailleurs à la valeur de la borne qui aurait été calculée

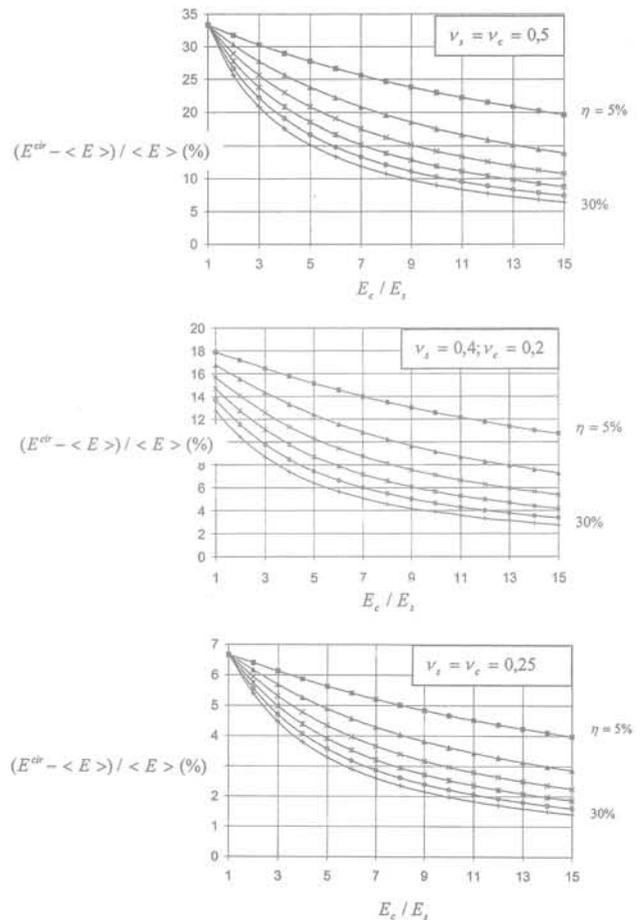


FIG. 4 Amélioration relative de la borne donnée par l'approche variationnelle en contrainte par rapport à celle fournie par la loi des mélanges.

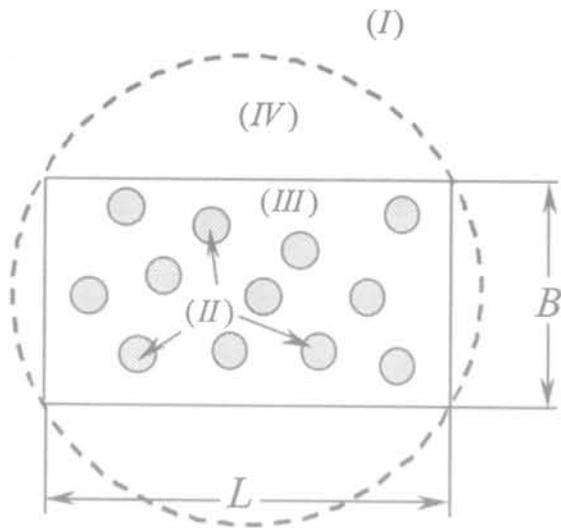


FIG. 5 Zonage du champ de contrainte dans le cas d'une fondation rectangulaire.

dans le cas général à l'aide de champs $\underline{\sigma}'$ définis par les équations (19) à (21) avec $p = 0$, c'est-à-dire se restreignant à des champs identiquement nuls dans la zone (I) et purement uniaxiaux dans les zones (II) et (III). Une telle approche variationnelle simplifiée ne permet alors pas de bénéficier du « confinement » apporté par le sol situé dans la zone (I).

La figure 4 donne pour différentes valeurs des coefficients de Poisson du sol et du matériau de renforcement, l'amélioration relative de la borne E^{cir} par rapport à celle donnée par la loi des mélanges en fonction du rapport E_c/E_s et du facteur de substitution η . On observe que cette amélioration est d'autant plus marquée, pouvant atteindre près de 30 %, que E_c/E_s et η sont faibles et que les coefficients de Poisson des matériaux sont élevés, c'est-à-dire proches de 0,5. L'équation (29) fait en particulier apparaître que $E^{cir} = \langle E \rangle$ lorsque ces derniers sont nuls. Il convient d'observer que la borne obtenue est indépendante du rapport entre le rayon R de la semelle de fondation et la profondeur H de la couche de sol. De même, n'étant fonction que du facteur de substitution η , elle demeure valable quelle que soit la disposition géométrique des colonnes de renforcement sous la fondation (diamètre, espacement moyen...).

Le résultat ci-dessus, établi pour la fondation circulaire, peut être facilement étendu au cas d'une fondation rectangulaire de largeur B et de longueur L . En considérant le cercle circonscrit au rectangle d'aire $A = BL$ (cercle de rayon $R = 1/2\sqrt{B^2 + L^2}$: figure 5), on construit le champ de contrainte défini par (19), (20) et (21) auquel on ajoute la zone (IV) dans laquelle le champ de contrainte a pour expression :

$$\bullet \text{ Zone (IV) : } \underline{\sigma}' = -p(\underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r) \quad (30)$$

En utilisant la même démarche que pour la fondation circulaire, la solution du problème de minimisation en contrainte est obtenue par minimisation de l'énergie complémentaire par rapport aux paramètres (p, q, q') qui définissent le champ à quatre zones précédent.

On obtient ainsi, tous calculs faits, la minoration suivante du module apparent de la fondation :

$$E^a \geq E^{rec} = (1 - \eta)E_s + \eta E_c + 2(v^*)^2 E^{**} \quad (31)$$

avec :

$$E^{**} = \left[\frac{\left(\frac{\pi(B^2 + L^2)}{2BL} \right) - 1 + \nu_s}{E_s} + \eta \frac{(1 + \nu_c)(1 - 2\nu_c)}{E_c} + (1 - \eta) \frac{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)}{E_s} \right]^{-1} \quad (32)$$

5

Résultats et commentaires

Les formules (29) et (31) permettent de mettre quantitativement en évidence l'amélioration apportée par le renforcement par colonnes du point de vue de la diminution des tassements de l'ouvrage. En effet en l'absence de renforcement de l'ouvrage ($E_c = E_s, \nu_c = \nu_s$ ou $\eta = 0$), la minoration (29) devient dans le cas de la semelle circulaire :

$$E^a \geq E_0^{cir} = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \quad (33)$$

De même, dans le cas d'un radier de forme rectangulaire, on obtient :

$$E^a \geq E_0^{rec} = E_s \left(\frac{\frac{\pi}{2}(L/B + B/L)}{\frac{\pi}{2}(L/B + B/L) - 2\nu_s^2} \right) \quad (34)$$

Il est alors commode d'introduire dans chaque cas le facteur de renforcement défini comme le rapport entre les bornes obtenues dans les cas renforcé et non renforcé :

$$\frac{E^{cir}}{E_0^{cir}} = \Gamma^{cir}(\eta, E_c/E_s, \nu_s, \nu_c) \quad (35)$$

$$\frac{E^{rec}}{E_0^{rec}} = \Gamma^{rec}(\eta, E_c/E_s, \nu_s, \nu_c) \quad (36)$$

qui apparaît ainsi comme une fonction adimensionnelle des seules variables sans dimensions $\eta, E_c/E_s, \nu_s$ et ν_c . On constate bien évidemment que ce facteur est supérieur à l'unité lorsque le rapport des modules d'Young du matériau constitutif des colonnes et du sol initial est lui-même plus grand que un.

Les différents résultats obtenus sont illustrés sur la figure 6 qui montre différentes courbes donnant la variation des facteurs de renforcement Γ^{cir} et Γ^{rec} , en fonction du rapport des modules E_c/E_s pour différentes valeurs du facteur de substitution ainsi que des coefficients de Poisson des matériaux dans le cas d'une fondation circulaire ou de forme carrée ($B/L = 1$). Ces facteurs de renforcement sont des fonctions affines croissantes du rapport E_c/E_s , la pente des droites représentatives étant bien évidemment elle-même une fonction croissante du facteur de la substitution η . On constate en particulier sur ces courbes qu'à une valeur fixée du facteur de substitution, l'effet du renforcement est légèrement plus marqué pour des coefficients de Poisson faibles que dans le cas de coefficients égaux à 0,5 (milieux incompressibles).

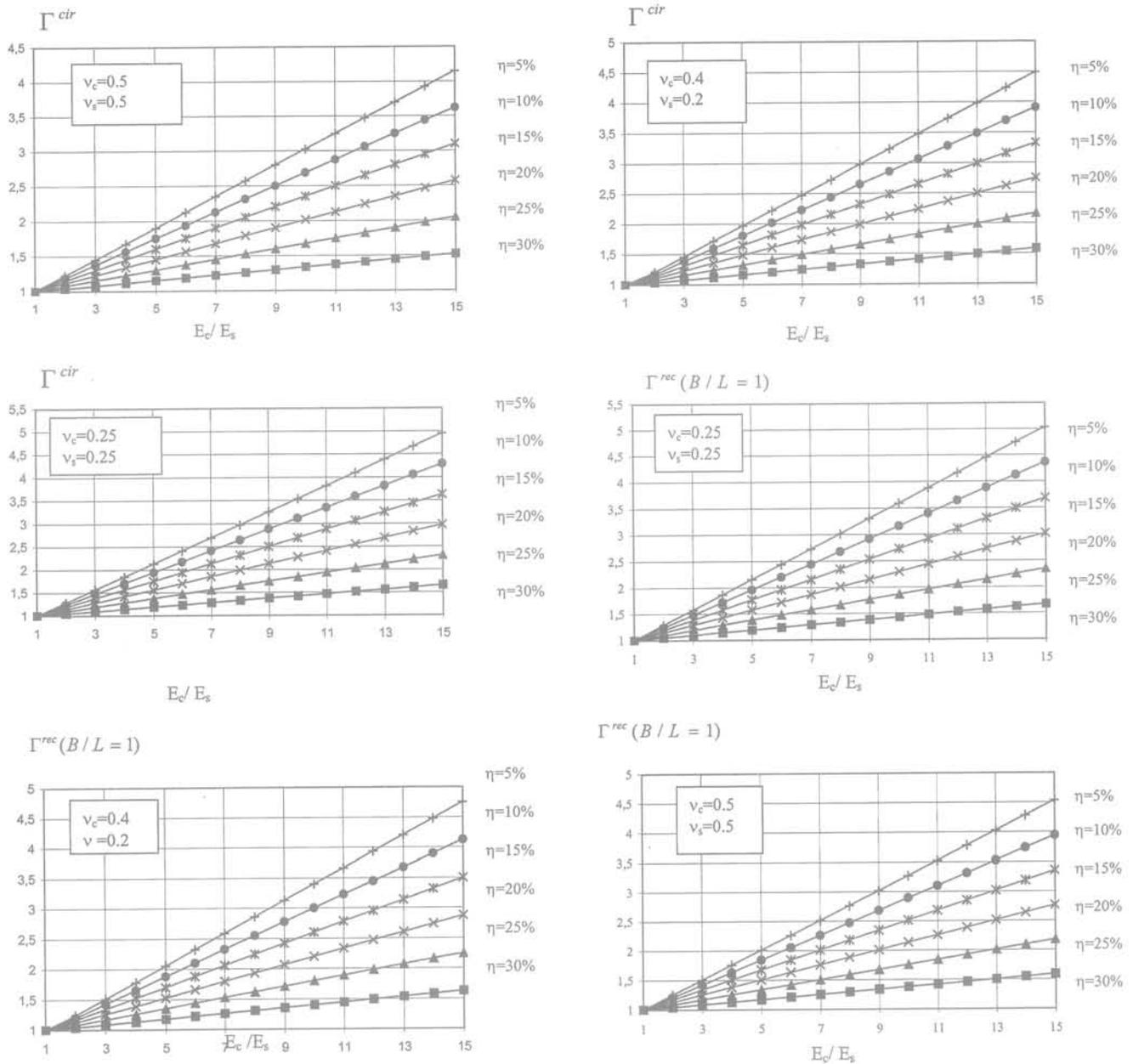


FIG. 6 Variations du facteur de renforcement Γ en fonction du rapport E_c/E_s (semelles de fondation circulaire et carrée).

La minoration ainsi obtenue pour le module apparent du sol renforcé permet d'aboutir à une *majoration du tassement* de la semelle de fondation soumise à l'action d'une charge donnée. A titre d'illustration, la figure 7 donne l'évolution de ce *majorant du tassement relatif* δ/H en fonction du module d'Young E_s , pour différentes valeurs du facteur de substitution et des coefficients de Poisson, le jeu des autres paramètres étant fixé comme suit :

$$E_s = 5\,000 \text{ kPa}, Q/A = 100 \text{ kPa} \quad (37)$$

Ce type de courbes donne, pour des caractéristiques connues des matériaux, le facteur de substitution minimal du schéma de renforcement du sol par colonnes qui permet de limiter le tassement de l'ouvrage à une valeur jugée compatible avec le bon fonctionnement de ce dernier.

Lorsque le majorant du tassement calculé est pris comme une valeur admissible prescrite par le praticien, on en détermine le facteur de substitution par excès donc du côté de la sécurité (Bouassida, 2001). Cette démarche permet de faire un prédimensionnement du renforcement par colonnes.

6

Conclusion

Le recours à une approche variationnelle en élasticité linéaire a permis de fournir des estimations du tassement d'une fondation rigide sur sol renforcé par un groupe de colonnes. Le cadre théorique de l'approche adoptée a permis plus précisément de calculer un minorant du module apparent du sol renforcé qui conduit en conséquence à une estimation par excès (donc allant dans le sens de la sécurité) du tassement

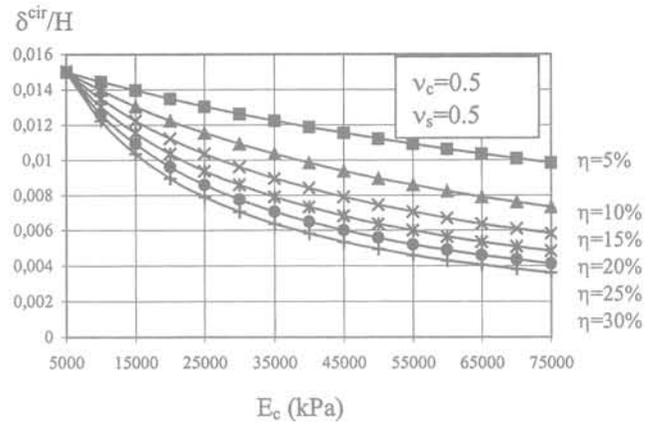
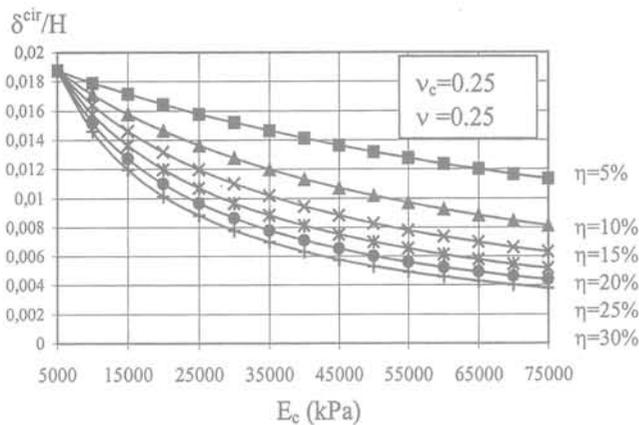
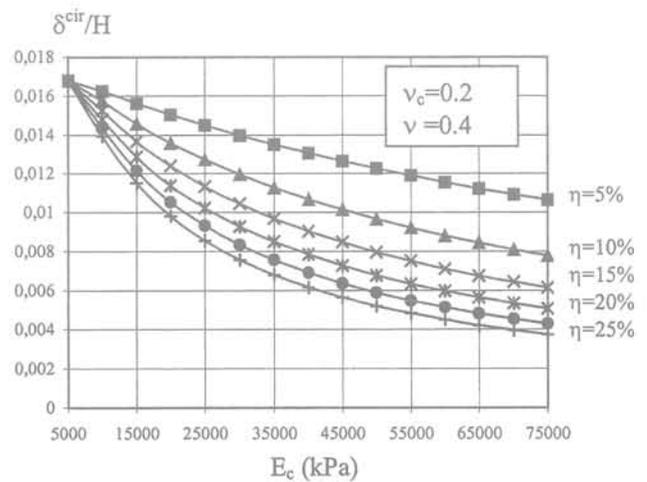
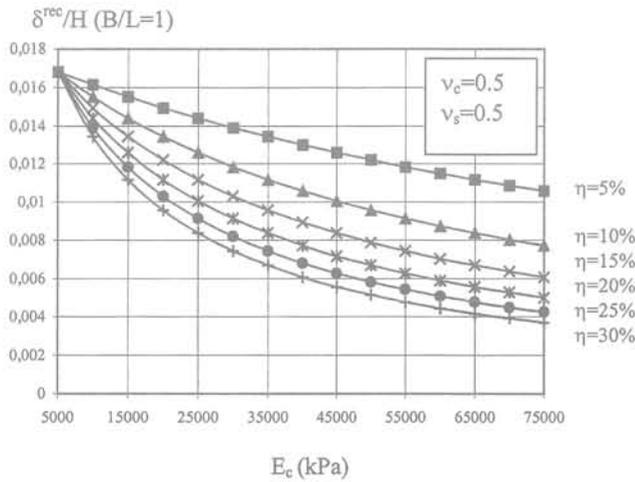
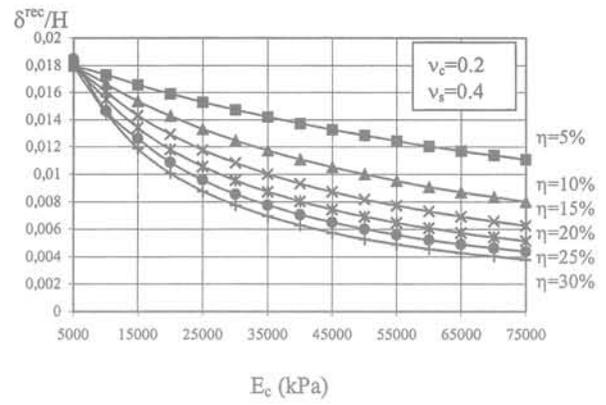
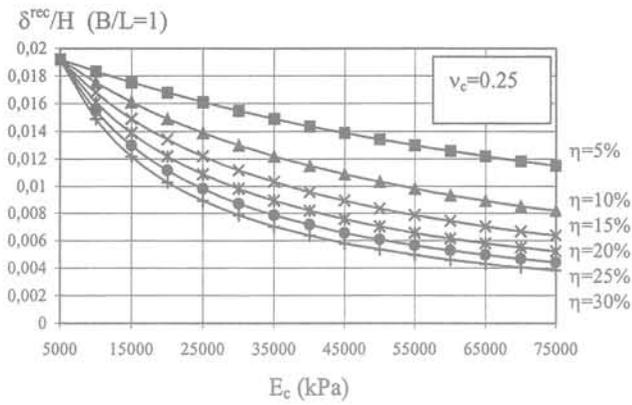


FIG. 7 Courbes donnant une majoration du tassement relatif de la fondation sous un chargement donné (semelles de fondation circulaire et carrée).

de la fondation. Ce qui, du point de vue pratique, constitue l'intérêt majeur de cette approche. Les résultats présentés s'appliquent à une fondation de forme circulaire ou rectangulaire, sous laquelle toutes les colonnes sont en contact avec un substratum rigide, mais disposées selon un maillage quelconque. Ils sont présentés sous forme d'abaques d'usage facile pour les praticiens, et permettent de proposer, pour un chargement donné, le choix du facteur de substitution en fonction du tassement admissible considéré. Toutefois, la validation de la méthode de calcul ici développée nécessite de procéder à une comparaison, d'une part, avec des résultats issus d'autres méthodes en élasticité linéaire et, d'autre part, avec des résultats expérimentaux.

Dans le cas où le sol initial est une argile molle saturée renforcée par des colonnes de matériau fortement drainant, la méthode de calcul ici proposée permet d'aboutir à des estimations du tassement à court terme ou à long terme de la fondation, selon les modules adoptés. La prévision de l'évolution dans le temps de ce tassement dû au phénomène de consolidation, nécessite en revanche de prendre en compte un modèle de comportement plus élaboré des matériaux, de type poroélastique par exemple. Une telle recherche est actuellement en cours.

N.B. Les auteurs tiennent à souligner que ce travail a bénéficié du soutien du CMCU dans le cadre du projet n° 1 F11 10.

- Aboshi H., Ichimoto E., Enoki M., Harada K. – « The "compozer" : a method to improve characteristics of soft clays by inclusion of large diameter sand columns ». *C.R. Colloque Int. Renf. Sols*, Paris, vol. 1, 1979, p.211-216.
- Balaam N.P., Booker J.R. – « Analysis of rigid rafts supported by granular piles ». *Int. J. An. Num. Meth. Geomech.*, 1981, p. 379-403.
- Barksdale R.D., Bachus R.C. – *Design and construction of stone columns*, vol. 1, Final Report n° FHWA/RD 83-026. US Federal Highway Administration, Washington, 1983.
- Bouassida M., de Buhan P., Dormieux L. – « Bearing capacity of a foundation resting on a soil improved by a group of columns ». *Géotechnique*, 45, n° 1, 1995, p. 25-34.
- Bouassida M., Hadhri T. – « Extreme load of soils reinforced by columns : the case of an isolated column ». *Soils and Foundations*, vol. 35, n° 1, 1995, p. 21-36.
- Bouassida M. – « Sur une nouvelle méthode de dimensionnement des fondations sur sol renforcé par colonnes ». *Congrès satellite francophone Istanbul*, 25 août 2001 (à paraître).
- Broms B.G. – « Lime columns in theory and practice ». *Proc. Int. Conf. of Soil Mech. Found. Eng.*, Mexico, 1982, p. 149-165.
- Chow – « Settlement analysis of sand compaction pile ». *Soils and Foundations*, vol. 36, n° 1, 1996, p.111-113.
- Datye K.R. – « Settlement and bearing capacity of foundation system with stone columns ». *Proc. Symposium on soil and rock improvement techniques including geotextiles, reinforced earth and modern piling methods*. AIT, Bangkok, paper A1, 1982, p. A.1.1-A, 1.27.
- Datye K.R., Nagaraja S.S. – « Design approach and field control for stone columns ». *Proceeding 10th ICSMFE*, Stockholm, vol. 3, 1981, p. 637-640.
- Dormieux L. – « Bounding solutions for the pressuremeter modulus using variational principles in elasticity ». *Int. J. An. Num. Meth. Geomech.*, vol. 16, 1992, p. 311-321.
- Dormieux L., de Buhan P., Leca E. – « Estimation par une méthode variationnelle en élasticité des déformations lors du creusement d'un tunnel : application au calcul du tassement de surface ». *Revue française géotechnique*, n° 59, 1992, p. 15-32.
- Priebe – « The design of vibroreplacement ». *Ground Engineering*, 1985, p. 31-37.
- Rao G., Ranjan G. – « Settlement analysis of skirted granular piles ». *Jl. of Geotech. Eng.*, ASCE, vol. 111, 1985, p. 1264-1281.
- Salençon J. – « *Mécanique du continu. Tome II : Thermoélasticité* ». Paris, Éditions Ellipses, 1995.

