

Les modèles mathématiques hydrogéologiques ou outils d'aide à la décision en matière de protection des champs captants urbains : application à un champ captant de la Communauté urbaine de Lille

E. CARLIER

Université d'Artois
LAMH et HSE
Faculté des sciences
Jean-Perrin, SP 18
62307 Lens Cedex
carlier@univ-artois.fr.

Résumé

Nous présentons trois équations élémentaires : équation de diffusivité, équation de transfert de masse et équations des trajectoires de particules en écoulement souterrain et montrons, à partir d'un cas concret, de quelles façons elles peuvent, une fois transcrite en code numérique, aider à l'obtention d'éléments de réponses au double problème du développement économique et industriel et de la protection de la ressource en eau souterraine en zone urbaine. L'exemple du champ captant de Noyelles-lès-Seclin de la Communauté urbaine de Lille illustre cette problématique.

Mots-clés : pollution, modélisation numérique, eau souterraine, captage.

How the mathematical model of groundwater flow can help to protect the pumping wells in an urban area

Abstract

Three elementary equations of groundwater flow and solute transport are described : the diffusion equation, the transport equation of advection, dispersion and chemical reactions of dissolved constituents and the particle tracking equation. Starting from the example of the pumping wells of Noyelles-lès-Seclin near Lille (North of France), we show how numerical solutions of these equations can help people to get convenient solutions of economic and industrial development in urban area with respect to the safety of the good quality of groundwater.

Key words : pollution, numerical modelling, groundwater, pumping wells.

Introduction

Les grandes métropoles rencontrent des difficultés croissantes en matière d'alimentation en eau potable, difficultés liées à l'accroissement de la population et de l'urbanisation. Les deux questions fondamentales qui se posent sont : la ressource mobilisable est-elle suffisante ? Sa qualité est-elle compatible avec les règles sanitaires ? Les champs captants, associés à leurs périmètres de protection, sont de plus en plus menacés par l'augmentation du nombre d'infrastructures routières et l'extension inexorable de l'habitat. Les décideurs sont confrontés au double problème de la préservation de la ressource en eau et du développement économique. Les solutions adéquates ne peuvent être trouvées que par une approche scientifique menée par des spécialistes géologues, hydrogéologues, mécaniciens et géotechniciens. Ils sont amenés à résoudre des problèmes environnementaux tels que celui du tassement provoqué par des pompages, au demeurant indispensables, mais mettant en cause le bien des populations ; tel que celui de la protection de la ressource vis-à-vis de pollutions futures engendrées par des projets d'urbanisation. Les exemples sont nombreux (Fried *et al.*, 1971 ; Robertson *et al.*, 1974 ; Fried, 1975 ; MacFarlane *et al.*, 1983 ; MacKay *et al.*, 1986 ; Molz *et al.*, 1986 ; Killely et Moltyaner, 1988 ; Garabedian, 1987 ; Leblanc *et al.*, 1991 ; Boggs *et al.*, 1993) et il est clair que le degré d'expertise demandé relève de la recherche appliquée et que le nombre élevé de cas concrets permet de valider différentes approches scientifiques, de hiérarchiser leur applicabilité et d'innover en matière de méthodologie, que ce soit dans le domaine de l'expérimentation ou de la modélisation des processus naturels perturbés par l'activité humaine. Étant donné les enjeux sanitaires et économiques, toute décision doit être basée sur une expertise scientifique rigoureuse. L'exemple traité dans cette note est relatif à deux projets routiers dont l'un traverse le champ captant de Noyelles-Lez-Seclin. Pour déterminer l'impact de ces projets sur l'eau souterraine captée, et en fonction de l'applicabilité des différents modèles hydrodispersifs face aux données hydrogéologiques et hydrochimiques disponibles, le choix s'est porté sur un modèle de transfert par advection de particules polluantes permettant de simuler l'impact de pollutions accidentelles hypothétiques.

Les modèles de base

Modèle d'écoulement souterrain

Appliquées à un volume représentatif élémentaire de sol ou de roche (VRE), la loi de continuité, associée à la loi de comportement ou loi de Darcy permet d'obtenir l'équation de diffusivité suivante (de Marsily, 1986) :

$$S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right) + w = 0 \quad (1)$$

S_s : emmagasinement spécifique (L^{-1}) ;

K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} : perméabilités selon les axes X, Y et Z (LT^{-1}) ;

h : potentiel hydraulique (L) ;

w : débit par unité de volume (terme source) représentant les apports ou prélèvements (T^{-1}).

En général, S_s , K_{xx} , K_{yy} et K_{zz} sont fonction de l'espace et w est fonction de l'espace et du temps. L'équation 1 décrit les écoulements souterrains en régime transitoire et en milieu hétérogène et anisotrope dont elle constitue, avec des conditions aux limites sur les débits ou sur les potentiels, une représentation mathématique. Une solution de cette équation, au sens analytique, est une expression algébrique de $h(x, y, z, t)$. Hormis pour des hydrosystèmes souterrains simples, les solutions analytiques de 1 sont rarement possibles ; le recours à des méthodes numériques devient indispensable pour obtenir des solutions approchées. Les deux méthodes utilisées sont celles des différences finies (Varga, 1962 ; Remson *et al.*, 1971 ; Thomas, 1973 ; Prickett, 1975 ; Narasimhan et Witherspoon, 1976 ; Trescott *et al.*, 1976 ; Mercer et Faust, 1981 ; Wang et Anderson, 1982) et des éléments finis (Remson *et al.*, 1971, Strang et Fix, 1973 ; Zienkiewicz, 1977 ; Pinder et Gray, 1977 ; Mitchell et Wait, 1977 ; Dhatt et Touzot, 1981 ; Wang et Anderson, 1982).

Modèle de transfert de masse hydrodispersif incluant les réactions chimiques

La loi de continuité relative à un soluté transporté par l'eau au travers d'un volume représentatif élémentaire de sol ou de roche (VRE) s'écrit (Javandel *et al.*, 1984) :

$$R \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot C) + \frac{q_s}{n} \cdot C_s - \lambda \cdot \left(C + \frac{\rho_b}{n} \cdot C_a \right) \quad (2)$$

C : concentration du soluté (ML^{-3}) ;

x_i : distance le long des axes de coordonnées cartésiennes (L) ;

D_{ij} : coefficient de dispersion ($L^2 \cdot T^{-1}$) ;

v_i : vitesse moyenne de pore ($L \cdot T^{-1}$) ;

q_s : débit par unité de volume (terme source) représentant les apports et prélèvements (T^{-1}) ;

C_s : concentration du soluté dans le terme source ($M \cdot L^{-3}$) ;

n : porosité ;

C_a : concentration du soluté adsorbé par la matrice poreuse ($M \cdot M^{-1}$) ;

ρ_b : masse volumique du milieu poreux ($M \cdot L^{-3}$) ;

λ : constante de dégradation de premier ordre du soluté (T^{-1}).

R est appelé facteur ou coefficient de retard et répond à l'équation suivante :

$$R = 1 + \frac{\rho_b}{n} \cdot \frac{\partial C_a}{\partial C} \quad (3)$$

Les concentrations C et C_a sont reliées par des lois d'équilibre linéaire ou non linéaire de sorption appelées isothermes de sorption et sont intégrées généralement au coefficient de retard (Goode et Konikow, 1989). Trois principales isothermes de sorption sont utilisées

en fonction de la nature du soluté et de la matrice poreuse :

- l'isotherme linéaire :

$$C_a = K_d \cdot C \quad (4)$$

K_d est le coefficient de distribution ($L^3.M^{-1}$) ;

- l'isotherme non linéaire de Freundlich :

$$C_a = K_f \cdot C^g \quad (5)$$

K_f est la constante de Freundlich ($L^3.M^{-1}$)^g et g est l'exposant de Freundlich ;

- l'isotherme non linéaire de Langmuir :

$$C_a = \frac{K_l \cdot S \cdot C}{1 + K_l \cdot C} \quad (6)$$

K_l est la constante de Langmuir ($L^3.M^{-1}$), S est la concentration totale de sites de sorption disponibles ($M.M^{-1}$).

Actuellement, la méthode la plus performante de résolution de l'équation 2 permettant de s'affranchir des problèmes de dispersion numérique est basée sur l'approche mixte Euler-Lagrange (Zheng, 1990).

La dérivée particulaire $\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + v_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i}$ permet

d'exprimer la variation totale de la concentration du soluté due à l'advection, l'équation 2 devient :

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) + \frac{q_s}{n \cdot R} \cdot (C - C_s) - \frac{\lambda}{R} \cdot \left(C + \frac{P_b}{n} \cdot C_a \right) \quad (7)$$

La dérivée particulaire, sous forme d'équation aux différences finies, permet d'obtenir (Zheng, 1990) :

$$C_m^{n+1} = C_m^{n*} + \Delta t \cdot PD \quad (8)$$

– le terme PD représente la partie droite de l'équation 7 ;

– C_m^{n+1} représente la concentration moyenne du soluté dans la maille m au pas de temps n + 1 ;

– C_m^{n*} représente la concentration moyenne du soluté dans la maille m au pas de temps n + 1 due à l'advection seule ;

– C_m^{n*} est résolue par méthode lagrangienne en coordonnées mobiles, alors que le terme PD est résolu par différences finies en coordonnées fixes (Garder *et al.*, 1964 ; Konikow et Bredehoeft, 1978 ; Russell et Wheeler, 1983 ; Cheng *et al.*, 1984 ; Neuman, 1984 ; Farmer, 1987).

Ce type de modèle permet de suivre l'évolution spatiale et temporelle d'un polluant en trajectoire et en concentration. Les études de sensibilité des différents codes numériques montrent que l'incertitude sur le coefficient de dispersion et les coefficients d'échange doit être très faible si l'on veut avoir des résultats fiables. De plus, ces paramètres qui peuvent être obtenus en laboratoire peuvent ne pas être reproductibles à l'échelle du terrain.

2.3

Modèle particulaire de simulation des trajectoires (Pollock, 1994)

Cette approche consiste à calculer les composantes du vecteur vitesse par interpolation linéaire dans un volume élémentaire représentatif (VRE) parallélépipé-

dique de côtés Δx , Δy , Δz en fonction des coordonnées de deux sommets opposés x_1, y_1, z_1 et x_2, y_2, z_2 . Il s'agit d'un transport de particule par advection uniquement. Les vitesses au niveau des faces des mailles sont calculées, selon la loi de Darcy, par le rapport entre le débit de passage et le produit de la section par la porosité cinématique.

$$v_x = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{\Delta x} \cdot (x - x_1) + v_{x1}$$

$$v_y = \frac{v_{y2} - v_{y1}}{\Delta y} \cdot (y - y_1) + v_{y1} \quad (9)$$

$$v_z = \frac{v_{z2} - v_{z1}}{\Delta z} \cdot (z - z_1) + v_{z1}$$

En posant, $A_i = \frac{v_{i2} - v_{i1}}{\Delta i}$ où i représente l'indice

muet pour les indices x, y et z ; en utilisant l'indice p de position de la particule en x_p, y_p, z_p , l'équation 9, sous forme différentielle devient :

$$\frac{dv_i}{di} = A_i \quad (10)$$

$$\left(\frac{dv_i}{dt} \right)_p = \frac{dv_i}{di} \cdot \left(\frac{di}{dt} \right)_p = A_i \cdot v_{ip} \quad (11)$$

En intégrant entre t_1 et t_2 ($t_2 > t_1$) avec $t_2 - t_1 = \Delta t$, on exprime les coordonnées du point P à un temps futur t_2 par :

$$i_p(t_2) = i_1 + \frac{1}{A_i} \cdot [v_{ip}(t_1) \cdot e^{A_i \Delta t} - v_{i1}] \quad (13)$$

Le modèle particulaire permet de localiser les zones potentielles de pollution de captages. Ces zones doivent être assujetties à des prescriptions particulières telles que l'interdiction d'implantation d'industries polluantes, et peuvent aider au positionnement de tracés routiers compatibles avec la présence de champs captants alimentant en eau potable les métropoles.

3

Application au champ captant de Noyelles-lès-Seclin (Nord) de la Communauté urbaine de Lille

3.1

Problématique

Deux projets de déviation routière intéressent directement le champ captant de Noyelles-lès-Seclin. Le projet Ouest, passant au milieu du champ captant et le projet Nord-Est, passant à l'est du champ captant. Ce champ captant, d'importance vitale pour l'agglomération lilloise, est composé de 9 forages (F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7, F9 et F10). Il capte les eaux souterraines des craies séno-turonniennes et présente, sur le plan hydrogéologique, une vulnérabilité importante. Le problème posé est de déterminer le meilleur tracé avec comme contrainte la minimisation du risque de pollution des captages. Les pollutions engendrées par les structures routières sont saisonnières, chroniques et accidentelles. Les pollutions saisonnières sont caractérisées par des flux de chlorure dans les eaux, liés au salage en hiver ; les pollutions chroniques sont liées au lessivage par les

pluies de la plate-forme routière et sont caractérisées par des flux en hydrocarbures et en métaux lourds ; les pollutions accidentelles engendrent des flux d'hydrocarbures quand il s'agit d'accidents classiques, mais le trafic de substances toxiques par camions peut représenter un risque majeur pour le champ captant. Les pollutions chroniques et saisonnières peuvent être contrôlées par des structures d'assainissement adéquates, comme le recueil des eaux de ruissellement par des fossés étanches et un traitement dans des déboueurs-déshuileurs avant restitution au milieu naturel. En revanche, les pollutions accidentelles sont difficilement maîtrisables car leur ampleur peut être forte, surtout quand le trafic routier est important comme c'est le cas de l'agglomération lilloise. Nous nous sommes fixés comme objectif de localiser les captages directement menacés par les pollutions potentielles engendrées par les deux projets afin que les décideurs puissent avoir des éléments de réponse quant au choix du meilleur tracé.

L'absence de données de traçages, indispensables pour appréhender le coefficient de dispersion, n'a pas rendu possible la réalisation d'une analyse spatio-temporelle de la concentration de polluant. En revanche, la connaissance de l'hydrodynamique du champ captant a permis, après calage d'un modèle à différences finies, de simuler les trajectoires de particules polluantes par advection selon l'approche décrite au paragraphe 1.3.

3.2

Modélisation hydrodynamique et simulation des pollutions

Nous avons réalisé un modèle à 26 462 mailles (Fig. 1). L'aquifère, constitué par la craie séno-turonienne recouverte de quelques mètres de sable argileux, est monocouche. Le débit moyen horaire pompé, pour

l'ensemble des forages est, d'environ 1 500 m³/h. Le champ captant s'étend sur une distance est-ouest de 2,6 km et de 1 km selon la direction nord-sud. Le calage du modèle hydrodynamique a été réalisé en régime permanent. Le niveau statique initial est situé à environ 5 m de profondeur par rapport à la surface du sol.

L'équation de transmissivité est résolue par la méthode des différences finies, et donne pour chaque centre de maille la hauteur piézométrique, par rapport au niveau statique initial pris comme plan de référence dans notre cas. Il s'agit donc d'une carte de rabattements. La carte piézométrique (Fig. 2) montre un écoulement fortement convergent vers les forages. La modélisation a été réalisée à partir d'un prélèvement de 200 m³/h par forage, une transmissivité moyenne de 0,01 m²/s, une porosité moyenne de 1 %, avec des conditions aux limites de type potentiel imposé autour du domaine, égales à 0, car correspondant au niveau statique initial pris comme plan de référence.

Les situations de pollutions ont été simulées en considérant le transfert d'une particule dans un champ de vitesse et en calculant ses coordonnées pour des pas de temps successifs en tenant compte de la vitesse moyenne de l'écoulement souterrain, de la vitesse de la particule et des composantes du gradient de la vitesse moyenne d'écoulement dans une maille, selon l'approche décrite au paragraphe 1.3.

Des points d'introduction de polluant dans la nappe, simulant des pollutions accidentelles, ont été localisés au droit des deux projets en considérant une introduction immédiate du polluant dans la nappe. Cette approche qui ne prend pas en compte le transfert vertical dans la zone non saturée est conforme aux objectifs fixés consistant en la restitution des trajectoires. Ils sont au nombre de 9 pour la déviation Nord-Est et de 8 pour la déviation Ouest (Fig. 3). Les trajets des particules dans la nappe sont figurés par des lignes qui aboutissent aux forages (Fig. 3).

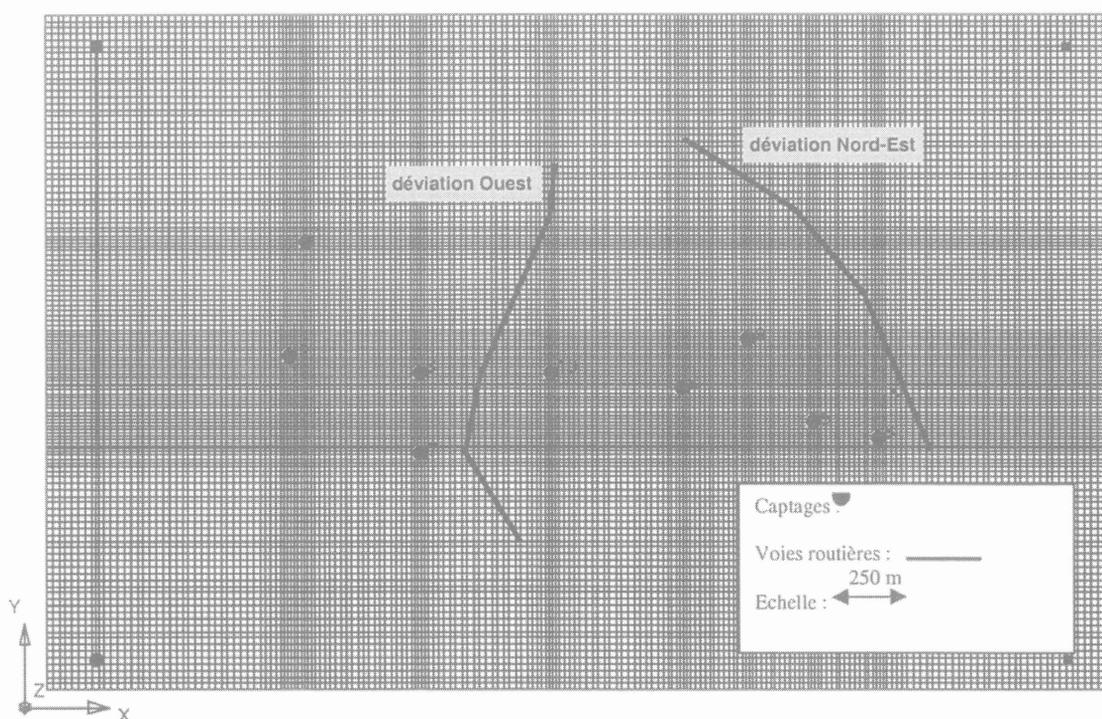


FIG. 1 Maillage du champ captant.
The mesh network of the area.

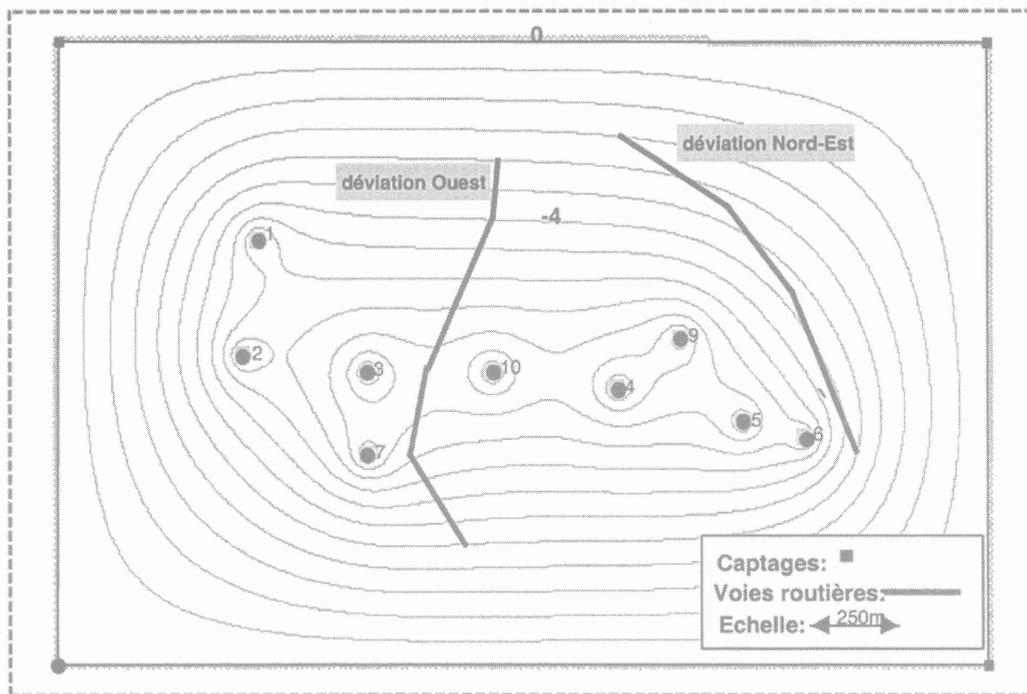


FIG. 2 Piézométrie du champ captant.
Flow map of the area.

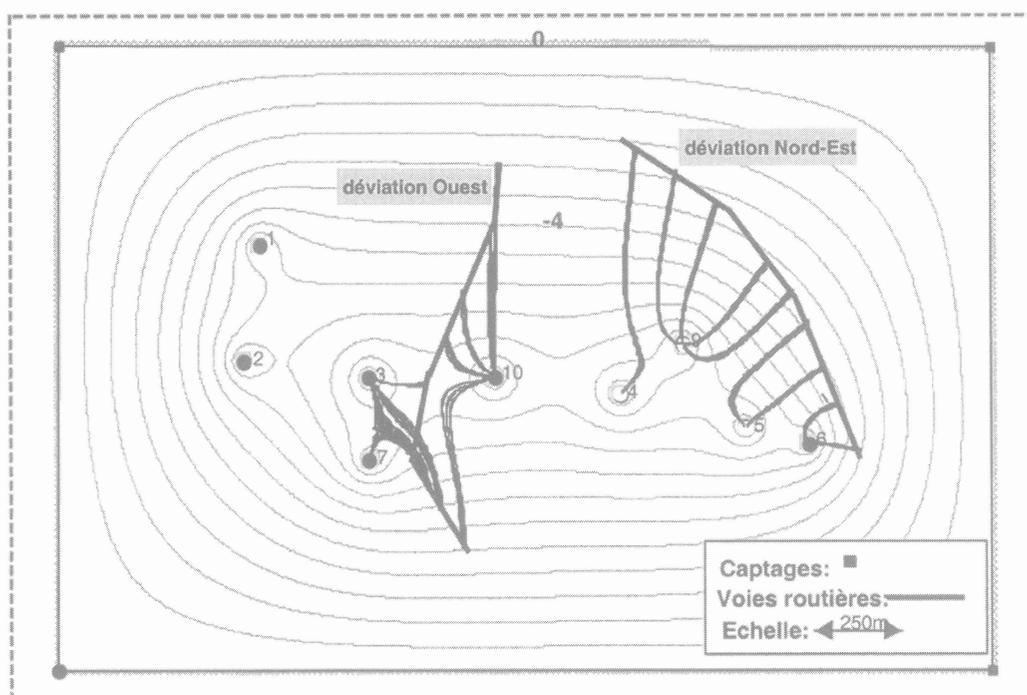


FIG. 3 Résultats de simulation de pollutions accidentelles.
Results of the pollution spreading simulations.

3.3

Commentaires

En ce qui concerne la déviation Ouest, les forages 3, 7 et 10 sont concernés. Le forage 10 est le plus vulnérable, alors que les zones de pollution potentielle des forages 3 et 7 sont plus localisées (Fig. 3).

Les forages 1, 2, 9, 4, 5 et 6 ne sont pas menacés par ce projet, car protégés par les forages 3, 7 et 10 qui agissent comme pièges hydrauliques de pollution.

Pour la déviation Nord-Est, les forages 9, 4, 5 et 6 sont concernés. Le forage 9 est le plus vulnérable. Les forages 5 et 6 sont concernés par des zones à risque plus limitées. Le forage 4 n'est menacé que par une pollution provenant d'un point situé au Nord (Fig. 3).

Les forages 1, 2, 3, 7 et 10 ne sont pas menacés par ce projet, car protégés par les forages 9, 4, 5 et 6 qui agissent comme pièges hydrauliques de pollution.

Ces résultats permettent de hiérarchiser, pour chaque forage, les risques de contamination en fonction de la localisation de pollutions accidentelles.

4

Conclusion

Les aménageurs en milieu urbain sont de plus en plus confrontés au double problème de l'extension des cités et de la préservation de l'environnement en général, qu'il s'agisse de la qualité de l'air, de l'eau, de la faune ou de la flore. De plus en plus fréquemment, des projets de construction, au demeurant fort utiles pour le développement économique, n'aboutissent pas par crainte, fondée ou non, de la dégradation d'une ressource vitale. En l'absence d'outils scientifiques efficaces, les décisions prises peuvent être non fondées et trop contraignantes.

L'exemple du champ captant de Noyelles-lès-Seclin montre que les deux projets de déviation routière présentent des risques potentiels de pollution du champ captant et il est très vraisemblable qu'ils seront incom-

patibles avec la réglementation actuelle en vigueur dont l'objectif est de pérenniser la qualité de l'eau destinée à l'alimentation des populations en réduisant au maximum les risques de pollution pouvant engendrer sa dégradation.

Néanmoins, en tenant compte de l'importance de ces projets routiers dans le développement économique de la métropole lilloise, il est possible de trouver des solutions moyennes en gérant le champ captant différemment par l'utilisation de certains forages comme pièges hydrauliques à pollution. Ces derniers ne contribueraient plus à la production d'eau mais, en revanche, protégeraient ceux destinés à l'alimentation en eau potable. Il apparaît qu'une approche scientifique du problème peut faire émerger des solutions permettant de rendre compatible le développement économique et la préservation du milieu naturel en site urbain.

REMERCIEMENTS

L'auteur remercie la Direction de la recherche et de la technologie de la région Nord-Pas-de-Calais pour l'aide financière qu'elle lui a accordé dans le cadre de l'Action « Ingénierie urbaine ».

Bibliographie

- Boggs J.M., Beard L.M., Long S.E., McGee M.P., MacIntyre W.G., Antworth C.P., Stauffer T.B. – *Database for the Second Macrodispersion Experiment (MADE-2)*. EPRI Report TR-102072, Electric Power Research Institute, Palo Alto (CA), 1993.
- Cheng R.T., Casali V., Milford S.N. – Eulerian-Lagrangian solution of the convection-dispersion equation in natural conditions ». *Water Resour. Res.*, 20 (7), 1984, p. 944-952.
- Dhatt G., Touzot G. – *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Maloine, Paris, 1981.
- Farmer C.L. – « Moving particle techniques », In Bear J., Corapcioglu M.Y., eds. *Advances in transport phenomena in porous media*, . NATO ASI Serie 128, Nijhoff, Boston, 1987, p. 952-1004.
- Fried J.J. – *Groundwater pollution*. Elsevier, Amsterdam, 1975.
- Fried J.J., Garnier, J.L., Ungemach P.O. – « Étude quantitative d'une pollution de nappe souterraine : la salure de la nappe phréatique dans le département du Haut-Rhin ». *Bull. Bur. Rech. Géol. Min.*, Sect. III, 1, 1971, p. 105-15.
- Garabedian S.P. – *Large-Scale Dispersive Transport in Aquifers : Field Experiments and Reactive Transport Theory*. Ph.D. Thesis, MIT, Cambridge, MA, 1987, 290 p.
- Garder A.O., Peaceman D.W., Pozzi A.L. – « Numerical calculation of multidimensional miscible displacement by the method of characteristics ». *Soc. Pet. Eng. J.*, 6 (2), 1964, p. 175-182.
- Goode D.J., Konikow, L.F. – *Modification of a method-of-Characteristics solute transport model to incorporate decay and equilibrium-controlled sorption and ion exchanges*. US Geological Survey Water-Resources Investigations Report 89-4030, 1989, 65 p.
- Javandel I., Doughty C., Tsang C.F. – *Groundwater transport : handbook of mathematical models*. Am. Geophys. Union, Water Resources Monogr. 10, Washington, DC, 1984.
- Killey R.W.D., Molyaner G.L. – « Twin Lake tracer tests : methods and permeabilities ». *Water Resour. Res.*, vol. 24, n° 10, 1988, p. 1585-1613.
- Konikow L.F., Bredehoeft J.D. – *Computer model of two-dimensional solute transport and dispersion in groundwater*. US Geol. Surv. Water Resour. Invest. Book 7, Chapter C2, 1978.
- Leblanc D.R., Garabedian S.P., Hess K.M., Gelhar L.W., Quadri R.D., Stollenwerk K.G., Wood W.W. – « Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massachusetts, 1 : experiment design and observed tracer movement ». *Water Resour. Res.*, vol. 27, n° 5, 1991, p. 895-910.
- MacFarlane D.S., Cherry J.A., Gillham R.W., Sudicky E.A. – « Migration of contaminants in groundwater at a landfill : a case study, 1 : groundwater flow and plume delineation ». *J. Hydrology*, vol. 63, 1983, p.1-29.
- MacKay D.M., Freyberg D.L., Roberts P.V., Cherry J.A. – « A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer, 1 : approach and overview of plume movement ». *Water Resour. Res.*, vol. 22, n° 13, 1986, p. 2017-2029.
- Marsily (de) G. – *Quantitative Hydrogeology*. Academic Press, INC, San Diego, 1986.
- Mercer J.W., Faust C.R. – *Groundwater modelling*. National Water Well Assoc., Columbus, Ohio, 1981.
- Mitchell A.R., Wait R. – *The finite elements method in partial differential equations*. Wiley, New York, 1977.
- Molz F.J., Güven J.G., Melville R.D., Matteson K.T. – « Performance, analysis, and simulation of a two-well tracer test at the Mobile site. 1983. An examination of scale-dependent dispersion coefficients ». *Water Resour. Res.*, vol. 22, n° 7, 1986, p. 1031-1037.
- Narasimhan T.N., Witherspoon P.A. – « An integrated finite differences method for analysing fluid flow in porous media ». *Water Resour. Res.* 12 (1), 1976, p. 57-64.
- Neuman S.P. – « Adaptive Eulerian-Lagrangian finite element method for advection-dispersion ». *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, vol. 20, 1984, p.321-337.
- Pinder G.F., Gray, W.G. – *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology*. Academic Press, London, 1977.
- Pollock D.W. – *A particle tracking post-processing package for MODFLOW. The US Geological Survey finite-difference groundwater flow model*. US Geological Survey, Reston, 1994.
- Prickett T.A. – « Modeling Techniques for groundwater evaluation ». *Adv. Hydrosc.*, 10, 1975, p. 1-43.
- Remson I., Hornberge, G.M., Molz F.J. – *Numerical Methods in Subsurface Hydrology with an Introduction to the Finite Element Method*. Wiley (Interscience), New York, 1971.

- Robertson J.B., Schoen R., Barraclough J.T. – *The influence of liquid waste disposal on the geochemistry of water at the National Reactor testing Station, Idaho, 1952-1970*. US Geol. Surv. Open File Rep., IDO-22053, 1974, 231 p.
- Russell J.L., Wheeler M.F. – « Finite element and finite difference methods for continuous flows in porous media ». *SIAM The Mathematics of Reservoir Simulation*. Ewing R.E., ed., 1983, Chapter II, p. 35-106.
- Strang G., Fix G. T. – *An analysis of the finite element method*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- Thomas R.G. – *Groundwater models. Irrigation and drainage*. Spec. Pap. Food Agricultural Organism, N. 21, UN, Rome, 1973.
- Trescot, P.C., Pinder G.F., Carson S.P. – « Finite difference model for aquifer simulations in two dimensions with results of numerical experiments ». *In Technique of Water Resources Investigations of the USGS, Book 7, Chap. C1: Automated data processing and computation*. US Geol. Survey, Washington, DC, 1976.
- Varga R.S. – *Matrix Iterative Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1962.
- Wang H.F., Anderson M.P. – *Introduction to Groundwater Modeling. Finite Difference and Finite Element Methods*. Freeman, San Francisco, 1982.
- Zheng C. – *A Modular Three-Dimensional Transport Model for Simulation of Advection, Dispersion and Chemical Reactions of Contaminants in Groundwater Systems*. The United States Environmental Protection Agency, 1990.
- Zienkiewicz O.C. – *The Finite Elements Method*. McGraw-Hill, New York, 1977, 3rd ed.