

Jean Pierre Giroud

mécanique des sols

tables pour
le calcul
des fondations

tome 2

Dunod

MÉCANIQUE DES SOLS

**TABLES POUR LE CALCUL
DES FONDATIONS**

TOME 2

MÉCANIQUE DES SOLS

TABLES POUR LE CALCUL DES FONDATIONS

PAR
Jean-Pierre GIROUD

TOME 2
Tassement

DUNOD
PARIS

Jean-Pierre GIROUD est né en 1938. Il est ingénieur de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris, Licencié ès Sciences, Docteur de Spécialité et doit soutenir prochainement une thèse de Doctorat ès Sciences. Il enseigne la Mécanique des Sols à Grenoble comme professeur à l'Institut Universitaire de Technologie et il est chargé, à l'Université, du cours de préparation au doctorat qui, jusqu'à ces dernières années, était le seul cours en France à ce niveau en Mécanique des Sols. Monsieur GIROUD a effectué seul, ou en collaboration, des recherches sur la physico-chimie des argiles, la locomotion tous terrains, les sols gelés, la terre armée, les granulats routiers, les remblais, et, plus particulièrement sur les fondations. Ces travaux ont fait l'objet d'une soixantaine de publications, de conférences et de communications à des congrès, en France et à l'étranger. Par ailleurs, en tant qu'ingénieur ou expert près les tribunaux, il a été consulté pour une cinquantaine de projets, notamment de fondations et de barrages en terre, domaine où il est l'auteur de certaines innovations techniques. Membre de plusieurs sociétés savantes françaises et étrangères, Jean-Pierre GIROUD a reçu, en 1972, le "Prix des Jeunes" que la Société des Ingénieurs Civils de France décerne chaque année à un ingénieur de moins de 35 ans pour l'ensemble de ses travaux.

© DUNOD, 1973

"Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur, ou de ses ayants-droit, ou ayants-cause, est illicite (loi du 11 mars 1957, alinéa 1^e de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. La loi du 11 mars 1957 n'autorise, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective d'une part, et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration".

*à mes parents, à ma femme, à mes
enfants et à ceux qui n'aiment
que les dédicaces très classiques.*

Note ajoutée à l'édition numérique :

La raison de cette dédicace très classique est la suivante.

La dédicace sous forme de poème du Volume 1 m'avait valu des critiques de la part de deux professeurs conservateurs de l'Université de Grenoble et, naturellement, le soutien des autres professeurs et collègues.

La dédicace ci-dessus du Volume 2 fut une réponse ironique à ceux qui m'avaient critiqué et un clin d'œil à ceux qui m'avaient soutenu.

JPG

AVANT - PROPOS

Les "Tables pour le calcul des fondations" comprennent 8 chapitres. Le premier est consacré à des généralités, les cinq suivants (chap. 2 à 6) constituent la première partie de l'ouvrage relative aux calculs de tassement et les deux derniers (chap. 7 et 8), la deuxième partie relative aux calculs de force portante.

Le volume I, terminé en octobre 1971, aura paru en décembre 1972.

Le volume II, que nous présentons ici, comprend les chapitres 4, 5 et 6 qui sont la fin de la première partie. Ainsi, les volumes I et II constituent la somme de tous les résultats théoriques actuellement disponibles, à notre connaissance, pour le calcul des tassements.

Le volume III, bientôt terminé, regroupera les résultats relatifs au calcul de la force portante des fondations.

J. P. G.

mars 1972.

SOMMAIRE

TOME 1	<ul style="list-style-type: none">- Préface- Introduction- Chapitre 1 : Généralités- Chapitre 2 : Charges concentrées- Chapitre 3 : Fondations circulaires	<p><u>1re Partie :</u> Tassement</p> <p><u>2e Partie :</u> Force Portante</p>
TOME 2	<ul style="list-style-type: none">- Chapitre 4 : Fondations rectangulaires- Chapitre 5 : Fondations de forme quelconque- Chapitre 6 : Fondations de grande longueur	
TOME 3	<ul style="list-style-type: none">- Chapitre 7 : Charge normale centrée- Chapitre 8 : Charge inclinée et excentrée	

TABLE DES MATIÈRES

Liste des notations.....	XV
Chapitre 4. - FONDATIONS RECTANGULAIRES.....	
4.1 Fondation rectangulaire exerçant une charge <u>linéairement répartie</u> sur un sol homogène d'épaisseur infinie.....	3
4.2 Fondation rectangulaire exerçant une charge <u>normale linéairement répartie</u> sur un sol homogène d'épaisseur infinie.....	71
4.3 Fondation rectangulaire exerçant une charge <u>normale uniformément répartie</u> sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie.....	127
4.4 Fondation rectangulaire exerçant une charge <u>inclinée uniformément répartie</u> sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie.....	185
4.5 Fondation rectangulaire <u>rigide</u> exerçant une charge verticale sur un sol homogène d'épaisseur infinie.....	201
4.6 <u>Remblai</u> à base rectangulaire sur un sol homogène d'épaisseur infinie.....	211
Chapitre 5. - FONDATIONS DE FORME QUELCONQUE.....	
5.1 Fondation de forme quelconque sur un sol homogène d' <u>épaisseur infinie</u>	241
5.2 Fondation de forme quelconque sur une couche de sol d' <u>épaisseur finie</u>	255

Chapitre 6. - FONDATIONS DE GRANDE LONGUEUR.....	273
6.1 Charge concentrée sur une ligne de grande longueur exercée sur une couche de sol <u>d'épaisseur infinie</u>	279
6.2 Charge normale concentrée sur une ligne de grande longueur exercée sur une couche de sol homogène <u>d'épaisseur finie</u>	287
6.3 Charge normale concentrée sur une ligne de grande longueur exercée sur un sol composé de <u>deux couches</u>	291
6.4 Fondation de grande longueur exerçant une charge <u>linéaire-</u> <u>ment répartie</u> sur un sol homogène <u>d'épaisseur infinie</u>	297
6.5 Fondation de grande longueur exerçant une charge <u>normale</u> <u>uniforme</u> sur une couche de sol homogène <u>d'épaisseur finie</u>	329
6.6 Fondation de grande longueur exerçant une charge <u>normale</u> <u>uniforme</u> sur un sol composé de deux couches.....	355
6.7 Fondation de grande longueur exerçant une charge <u>normale</u> <u>uniforme</u> sur un sol <u>d'épaisseur infinie</u> dont le module augmente avec la profondeur.....	359
6.8 Fondation <u>rigide</u> de grande longueur exerçant une charge inclinée et excentrée sur un sol homogène <u>d'épaisseur infinie</u>	365
6.9 Fondation <u>rigide</u> de grande longueur exerçant une charge normale excentrée sur une couche de sol homogène <u>d'épaisseur finie</u>	395
6.10 <u>Remblai</u> de grande longueur et de section triangulaire ou tra- pézoïdale sur un sol homogène <u>d'épaisseur infinie</u>	401
6.11 <u>Remblai</u> de grande longueur et de section symétrique triangu- laire ou trapézoïdale sur une couche de sol homogène <u>d'épais-</u> <u>seur finie</u>	433
6.12 Charge de grande longueur <u>distribuée de façon quelconque</u> sur un sol homogène <u>d'épaisseur infinie</u>	473
6.13 Charge de grande longueur <u>distribuée de façon quelconque</u> sur une couche de sol homogène <u>d'épaisseur finie</u>	487
INDEX.....	499

LISTE DES NOTATIONS

Nous ne donnons ici que les notations générales utilisées
dans plusieurs chapitres

a : demi-largeur de fondations de longueur infinie, demi-côté parallèle à Ox de fondations rectangulaires.

B : largeur des fondations rectangulaires ou des fondations de longueur infinie.

b : longueur de semelle filante, demi-côté parallèle à Oy de fondation rectangulaire.

c : cohésion du sol (pour les calculs de force portante), largeur de la pente d'un remblai (pour les calculs de tassement).

D : profondeur de la base des fondations.

d : distance.

E : module d'Young du sol.

E_x, E_y : distance entre le centre de la fondation et le point d'application de la charge suivant Ox et Oy.

e_x, e_y : excentricité de la charge suivant Ox et Oy.

e_{opt} : excentricité optimale.

F : force appliquée sur le sol.

f : force par unité de longueur.

f_n, f_t : composantes normale et tangentielle de f.

$f_n \lim$: force portante par unité de longueur.

g : accélération de la pesanteur.

H : épaisseur d'une couche de sol reposant sur un substratum (rarement : cohésion normale, $H = c \cotg \phi$).

h : hauteur du remblai.

L : longueur des fondations rectangulaires.
 \mathcal{M} : moment.
 $\mathcal{M}_x, \mathcal{M}_y$: moments respectivement autour de Ox et de Oy .
 N : composante normale de F .
 p : contrainte normale uniforme.
 q : contrainte normale suivant une distribution linéaire antisymétrique.
 R : rayon des fondations circulaires.
 r : distance radiale.
 r, θ, z : coordonnées cylindriques d'un point.
 r_{cq}, r_γ : coefficients de réduction sur la force portante dûs à l'excentricité de la charge.
 s : contrainte tangentielle uniforme.
 T : composante tangentielle de F .
 t : contrainte tangentielle suivant une distribution linéaire symétrique.
 u, v : composantes horizontales du déplacement (coordonnées cartésiennes).
 u_r, u_θ : composantes horizontales du déplacement (coordonnées cylindriques).
 u_ρ, u_θ, u_ψ : composantes du déplacement (coordonnées sphériques).
 w : tassement (composante verticale du déplacement).
 w_m : tassement moyen.
 x, y, z : coordonnées cartésiennes d'un point.
 α : rapport des côtés d'un rectangle.
 β : pente du terrain (quelquefois : épaisseur adimensionnelle de la couche).
 γ : poids volumique du sol.
 γ' : poids volumique immersé.
 γ_d : poids volumique sec.
 γ_{sat} : poids volumique saturé.
 $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$: composantes tangentielles du tenseur déformation (distorsions).
 δ : inclinaison de la charge.
 δ' : inclinaison des contraintes au contact de la fondation et du sol.
 δ^* : inclinaison fictive.
 ϵ : variation de volume du sol (sert quelquefois à désigner ± 1).
 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$: composantes normales du tenseur déformation (dilatations).
 ζ : désigne z/a ou $z/2a$.
 θ : angle entre Ox et Or .

ν : coefficient de Poisson du sol.

π : 3,1416.

ρ : distance entre l'origine O et le point considéré (quelquefois : masse volumique du sol).

σ_x , σ_y , σ_z : composantes normales du tenseur contrainte.

σ_m : contrainte moyenne.

τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} : composantes tangentielles du tenseur contrainte.

ϕ : angle de frottement interne du sol.

ψ : rotation.

ϕ_x , ϕ_y : rotation autour de Ox, de Oy.

ϕ_m : rotation moyenne.

ψ : angle entre l'axe Oz et l'axe Op.

ω : inclinaison de la base d'une fondation.

4-1

4-2

4-3

4-4

Chapitre 4

4-5

4-6

FONDATIONS RECTANGULAIRES

Fondation rectangulaire exerçant une charge linéairement répartie sur un sol homogène d'épaisseur infinie

Section 4-1

Fondation rectangulaire exerçant une charge normale linéairement répartie sur un sol homogène d'épaisseur infinie

Section 4-2

Fondation rectangulaire exerçant une charge normale uniformément répartie sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

Section 4-3

Fondation rectangulaire exerçant une charge inclinée uniformément répartie sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

Section 4-4

Fondation rectangulaire rigide exerçant une charge verticale sur un sol homogène d'épaisseur infinie

Section 4-5

Remblai à base rectangulaire sur un sol homogène d'épaisseur infinie

Section 4-6

Notations

L : Longueur du rectangle

B : Largeur du rectangle

2 a : côté du rectangle parallèle à Ox

2 b : côté du rectangle parallèle à Oy

Par conséquent : $\begin{cases} \text{si } 2a > 2b : 2a = L \\ \text{si } 2b > 2a : 2b = L \end{cases}$

Si L/B est très grand on pourra se reporter au chapitre sur les « Fondations de grande longueur ».

SECTION 4-1

**FONDATION RECTANGULAIRE EXERÇANT UNE CHARGE
LINÉAIREMENT RÉPARTIE**

(Semelles, Radiers souples, Fondations de murs de soutènement
et de contreforts de barrages)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul du tassement moyen
- Calcul de la rotation moyenne
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques de valeurs numériques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). S'il n'est pas homogène, les valeurs données ici pour les contraintes (en particulier pour σ_z) peuvent cependant être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles (sauf, peut-être, dans le cas d'une couche de sol très dur reposant sur des terrains bien plus mous). Au contraire, pour que les valeurs du tassement et de la rotation données ici soient correctes, il faut que les hypothèses (homogénéité et épaisseur infinie) soient respectées, du moins avec une bonne approximation. Par exemple, si le sol est composé d'une couche d'épaisseur H reposant sur un substratum peu déformable, il faut, pour que l'erreur sur le tassement et la rotation soit inférieure à 20 %, que la condition suivante soit respectée :

$$(1) \quad H > L + 2B$$

avec :

L , B : longueur et largeur de la fondation rectangulaire.

DEFINITION DE LA CHARGE

La fondation rectangulaire considérée ici exerce sur le sol des contraintes réparties de la façon suivante (Fig. 1) :

- les contraintes normales varient linéairement parallèlement au côté 2 a (aucune variation parallèle au côté 2 b) ;

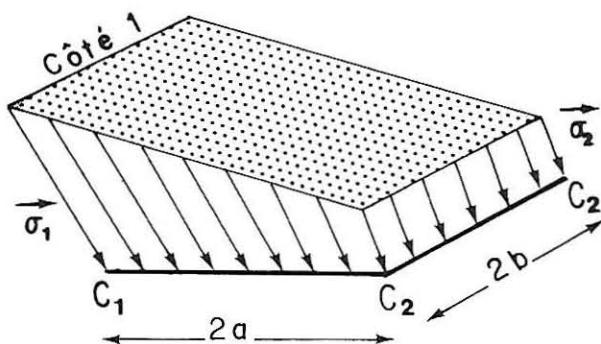


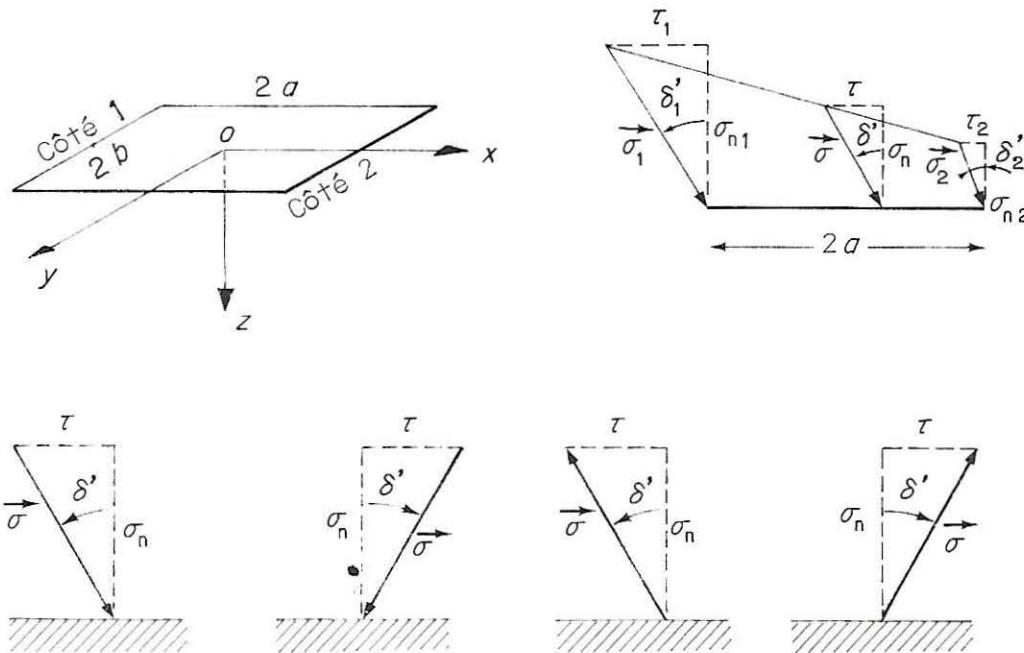
FIG. 1. — Répartition linéaire de contraintes. Notons que celles-ci ne sont pas nécessairement parallèles.

— les contraintes tangentielles sont parallèles au côté 2 a et varient linéairement parallèlement à ce côté (aucune variation parallèle au côté 2 b) ;

— les contraintes normales et tangentielles varient indépendamment.

Sur la figure 1, les contraintes normales sont toutes des compressions et les contraintes tangentielles ont toutes le même sens. Pour plus de généralité, il est nécessaire de définir les conventions suivantes (Fig. 2) :

- l'axe Oz est vertical orienté vers le bas ;
- l'axe Ox est horizontal orienté vers la droite, parallèle au côté 2a ;
- le repère Oxyz est de sens direct ;
- en suivant l'axe Ox, on rencontre d'abord le côté numéroté 1 puis le côté numéroté 2 du rectangle chargé ;



$\sigma_n > 0$	$\sigma_n > 0$	$\sigma_n < 0$	$\sigma_n < 0$
$\tau > 0$	$\tau < 0$	$\tau < 0$	$\tau > 0$
$\delta' > 0$	$\delta' < 0$	$\delta' > 0$	$\delta' < 0$

FIG. 2. — Conventions de signes.

- les contraintes normales de compression sont positives (autrement dit, les contraintes normales exercées sur le rectangle sont positives si elles ont même sens que Oz) ;
- les contraintes tangentielles exercées sur le rectangle sont positives si elles ont même sens que Ox ;
- l'inclinaison δ' est l'angle que fait une contrainte avec la normale à la surface chargée. Cet angle est positif dans le sens trigonométrique :

$$(2) \quad \operatorname{tg} = \delta' = \tau / \sigma_n$$

avec :

τ , σ_n : composantes tangentielle et normale d'une contrainte σ .

La distribution linéaire est complètement définie par les contraintes sur les côtés 1 et 2, σ_1 et σ_2 , dont les composantes normale et tangentielle sont respectivement σ_{n1} , τ_1 et σ_{n2} , τ_2 . Cette distribution linéaire peut être considérée comme la somme de deux charges linéaires (Fig. 3) : l'une purement normale définie par p et q , l'autre purement tangentielle définie par s et t . D'où les relations suivantes :

$$(3) \quad \begin{cases} p = \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n2}}{2} & q = \frac{\sigma_{n1} - \sigma_{n2}}{2} \\ s = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} & t = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \sigma_{n1} = p + q & \sigma_{n2} = p - q \\ \tau_1 = s + t & \tau_2 = s - t \end{cases}$$

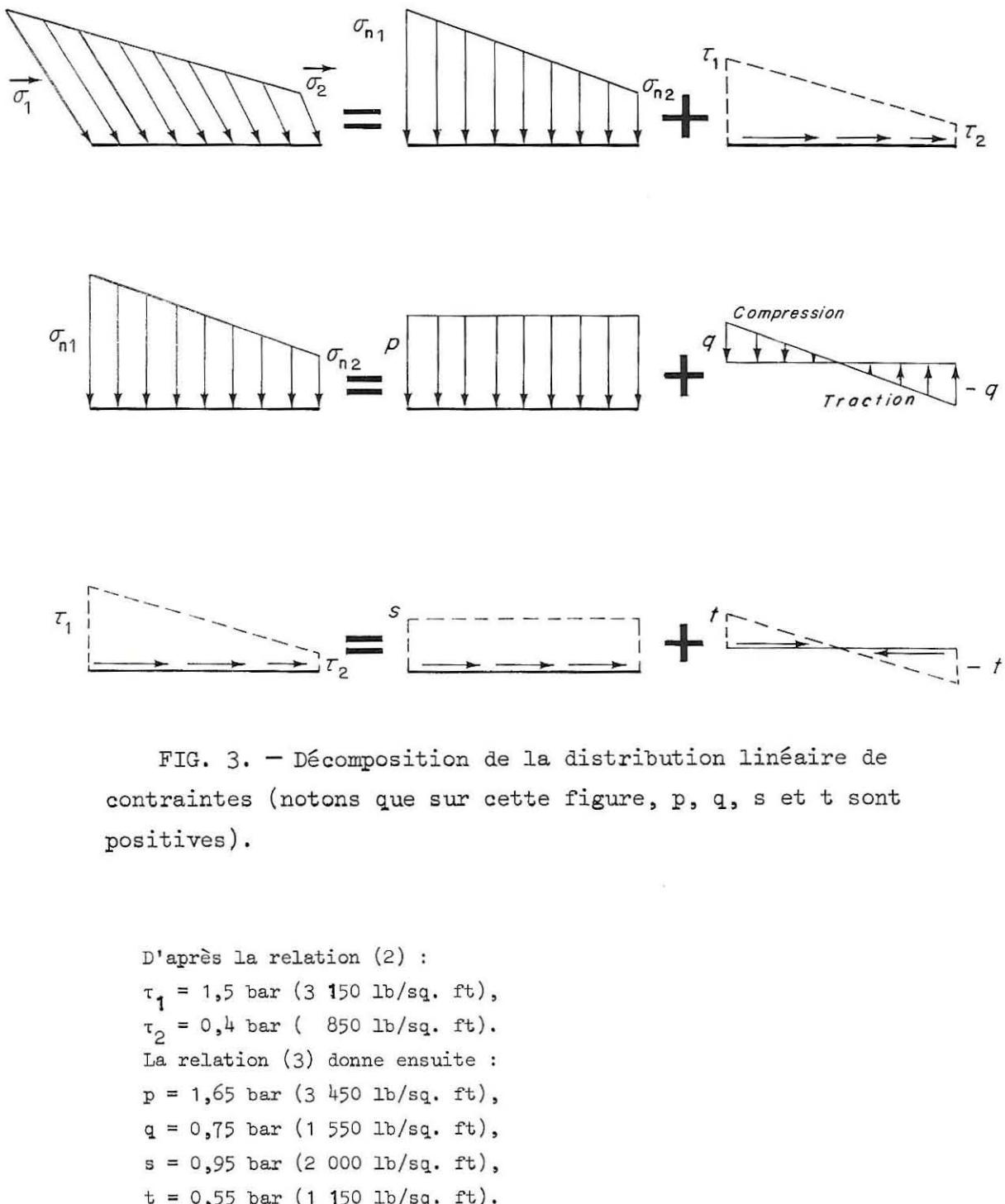
Pour le calcul du tassement et des contraintes, dans la suite, nous utiliserons les quatre termes p , q , s et t pour définir la charge.

Exemple 1 :

Soit une charge linéaire définie par :

$$\begin{array}{ll} \sigma_{n1} = 2,4 \text{ bars (5 000 lb/sq. ft)} & \delta'_1 = 32^\circ \\ \sigma_{n2} = 0,9 \text{ bar (1 900 lb/sq. ft)} & \delta'_2 = 24^\circ \end{array}$$

On demande de décomposer cette charge en p , q , s et t .



Dans cet exemple les contraintes p , q , s et t sont positives mais, en général elles peuvent avoir n'importe quel signe, comme le montre la figure 4 où les signes indiqués dans les cadres sont respectivement ceux de p , q , s et t .

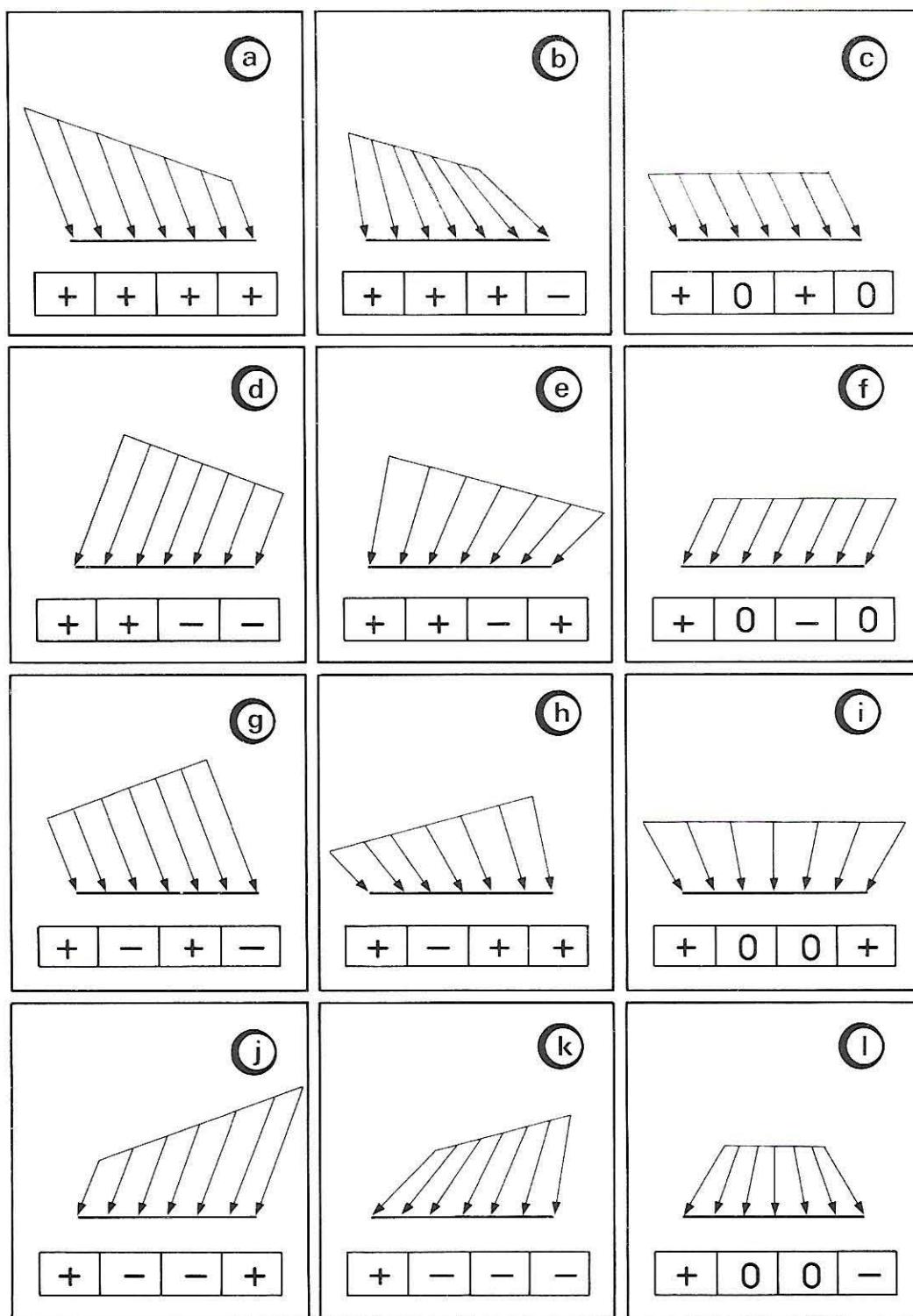


FIG. 4. — Quelques exemples de décomposition. Les signes indiqués sont respectivement ceux de p, q, s et t.

La résultante de la charge linéairement répartie est une force F dont les composantes normale et tangentielle sont N et T (Fig. 5). Son point d'application est défini par sa distance λ au côté 1 ou sa distance E_x au centre du rectangle ($E_x < 0$ si le point d'application est à gauche du centre du rectangle). Le moment de la charge par rapport au centre du rectangle est M compté positivement dans le sens trigonométrique. On peut établir les relations suivantes :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} N = (\sigma_{n1} + \sigma_{n2}) 2 ab = 4 p ab = F \cos \delta \\ T = (\tau_1 + \tau_2) 2 ab = 4 s ab = F \sin \delta \\ M = \frac{\sigma_{n1} - \sigma_{n2}}{3} a^2 b = \frac{4 qa^2 b}{3} = - E_x N \end{array} \right.$$

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{(\sigma_{n2} - \sigma_{n1}) a}{3(\sigma_{n2} + \sigma_{n1})} = - \frac{qa}{3p} = - \frac{4 qa^2 b}{3N} \\ \lambda = a + E_x = \frac{2 a (2 \sigma_{n2} + \sigma_{n1})}{3(\sigma_{n2} + \sigma_{n1})} = \frac{a(3p - q)}{3p} \end{array} \right.$$

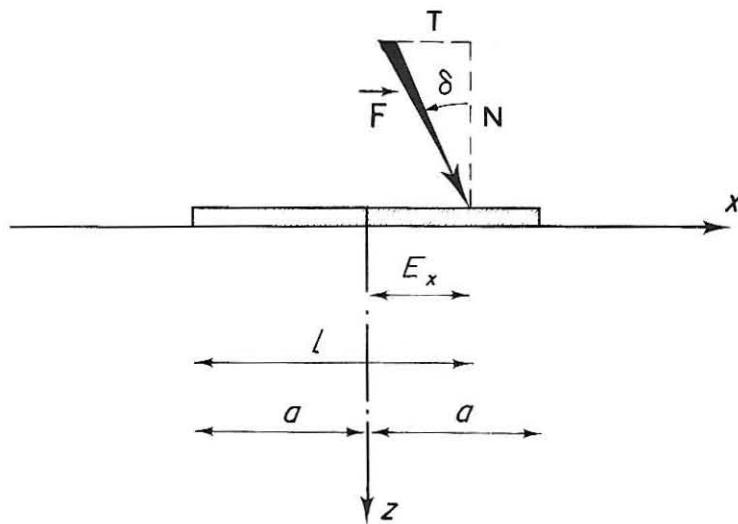


FIG. 5. — Définition de la résultante des charges appliquées par la fondation sur le sol. L'inclinaison de la résultante est l'angle δ , positif dans le sens trigonométrique.

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{n1} = \frac{N}{4ab} \left(1 - \frac{3Ex}{a} \right) \\ \sigma_{n2} = \frac{N}{4ab} \left(1 + \frac{3Ex}{a} \right) \\ \tau_1 + \tau_2 = \frac{T}{2ab} \end{array} \right.$$

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} p = \frac{N}{4ab} \\ q = \frac{3N}{4ab} \left(1 - \ell/a \right) = - \frac{3ExN}{4a^2b} \\ s = \frac{T}{4ab} \end{array} \right.$$

Exemple 2 :

Quelle est la résultante de la répartition linéaire de l'exemple 1 sachant qu'elle s'exerce sur un rectangle pour lequel $2a = 5 \text{ m}$ (16,5 ft) et $2b = 7 \text{ m}$ (23 ft) ?

En appliquant les formules (5) on obtient :

$$\begin{aligned} N &= 57,8 \times 10^5 \text{ newtons (1 300 000 lb),} \\ T &= 32,2 \times 10^5 \text{ newtons (750 000 lb).} \end{aligned}$$

D'où, l'inclinaison de la résultante :

$$\delta = \operatorname{Arctg} \frac{T}{N} = 30^\circ,$$

et sa grandeur :

$$F = \frac{N}{\cos \delta} = 66,5 \times 10^5 \text{ newtons} = 1 500 000 \text{ lb.}$$

Notons que le côté $2b$ peut être supérieur, égal ou inférieur au côté $2a$. Si l'on veut appeler L la longueur et B la largeur du rectangle on aura donc, selon les cas, $L = 2b$ et $B = 2a$, ou $L = 2a$ et $B = 2b$.

Signalons enfin que dans le cas particulier très important de la charge normale uniforme on a :

$$q = s = t = 0$$

Toutes les formules se simplifient alors considérablement.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

La charge linéaire exercée par la fondation sur le sol étant définie par les quatre charges élémentaires p , q , s et t , le tassement des points C_1 et C_2 (coins), B_1 et B_2 (milieux des côtés $2b$), A (milieu des côtés $2a$) et O (centre) (voir Fig. 6) est donné par les formules suivantes :

1. Si $b \geq a$:

$$(9) \quad w_C = \frac{1 - \nu^2}{E} 2a(pP_C \pm qQ_C) - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2a(\pm sS_C + tT_C)$$

$$(10) \quad w_B = \frac{1 - \nu^2}{E} 2a(pP_M \pm qQ_B) - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2a(\pm sS_B + tT_B)$$

$$(11) \quad w_A = \frac{1 - \nu^2}{E} 2a pP_N + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2a tT_A$$

$$(12) \quad w_O = \frac{1 - \nu^2}{E} 2a pP_O + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2a tT_O$$

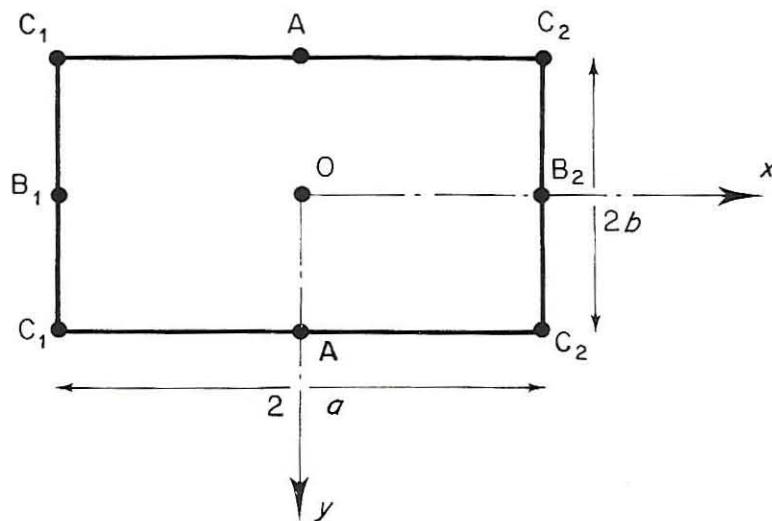


FIG. 6. — Emplacement des points où le tassement est donné.
A gauche, côté N° 1 du rectangle, à droite côté N° 2.

2. Si $b \leq a$:

$$(13) \quad w_C = \frac{1 - \nu^2}{E} 2 b (pP_c \pm qQ'_c) - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2 b (\pm sS'_c + tT'_c)$$

$$(14) \quad w_B = \frac{1 - \nu^2}{E} 2 b (pP_N \pm qQ'_B) - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2 b (\pm sS'_B + tT'_B)$$

$$(15) \quad w_A = \frac{1 - \nu^2}{E} 2 b pP_M + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2 b tT'_A$$

$$(16) \quad w_O = \frac{1 - \nu^2}{E} 2 b pP_O + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2 b tT'_O$$

avec :

w : tassement ;

p , q , s et t : quatre contraintes définissant la charge linéaire exercée par la fondation sur le sol ;

E , ν : module d'YOUNG et coefficient de POISSON du sol ;

$2a$: côté du rectangle chargé parallèle à $0x$ (axe suivant lequel varie la charge) ;

$2b$: côté du rectangle chargé parallèle à $0y$ (axe suivant lequel la charge ne varie pas) ;

\pm : prendre $+$ pour C_1 et B_1 et $-$ pour C_2 et B_2 ;

P , Q , S et T : coefficients sans dimensions dépendant du rapport b/a et dont les valeurs numériques sont données sous forme de tables et de graphiques.

Exemple 3 :

Quel est le tassement des coins du rectangle indiqué dans les exemples 1 et 2 si les propriétés du sol sont $E = 170$ bars ($355\ 000$ lb/sq. ft) et $\nu = 0,26$?

Le rapport des côtés est :

$$\frac{b}{a} = \frac{7}{5} = \frac{23}{16,5} = 1,4$$

Il faut donc utiliser la formule (9) car $b > a$. On lit dans les tableaux :

$$P_c = 0,658 \quad Q_c = 0,153$$

$$S_c = 0,197 \quad T_c = 0,017$$

Calculons :

$$\frac{(1 + v)(1 - 2v)}{E} 2a = 1,78 \text{ cm/bar} = 2,8 \times 10^{-5} \text{ ft}^3/\text{lb}.$$

$$\frac{1 - v^2}{E} 2a = 2,74 \text{ cm/bar} = 4,3 \times 10^{-5} \text{ ft}^3/\text{lb},$$

On obtient alors, pour le coin C₁ :

$$w_{c1} = 2,74 (1,65 \times 0,658 + 0,75 \times 0,153) \\ - 1,78 (0,95 \times 0,197 + 0,55 \times 0,017)$$

$$= 2,9 \text{ cm}$$

$$w_{c1} = 4,3 \times 10^{-5} (3450 \times 0,658 + 1550 \times 0,153) \\ - 2,8 \times 10^{-5} (2000 \times 0,197 + 1150 \times 0,017) \\ = 0,1 \text{ ft}$$

Pour le coin C₂, il faudrait refaire le même calcul avec le signe moins lorsque l'on a le choix t.

Exemple 4 :

Quel est le tassement du centre d'une charge normale de 1,36 bar (2 850 lb/sq. ft) uniformément répartie sur une surface rectangulaire de 5,2 m (17 ft) de longueur et 2,7 m (9 ft) de largeur et reposant sur un sol de grande épaisseur de module d'Young 55 bars (115 000 lb/sq. ft) et de coefficient de Poisson 0,5 ?

La charge étant uniforme, q = s = t = 0. Il ne reste que le terme p égal à 1,36 bar (2 850 lb/sq. ft). On obtient alors le même résultat en prenant soit la formule (12) avec 2a = 2,7 m (9 ft) et $\alpha = b/a = 1,9$, soit la formule (16) avec 2b = 2,7 (9 ft) et $\alpha = a/b = 1,9$:

$$w_0 = \frac{1 - (0,5)^2}{55} \times 1,36 \times 2,7 \times 1,500 = 0,075 = 7,5 \text{ cm},$$

$$w_0 = \frac{1 - (0,5)^2}{115 000} \times 2,850 \times 9 \times 1,500 = 0,25 \text{ ft} = 3 \text{ in.}$$

CALCUL DU TASSEMENT MOYEN

Le tassement moyen est la moyenne des valeurs du tassement de tous les points de la surface rectangulaire linéairement chargée (Fig. 7). Il est très voisin du tassement qu'aurait une fondation rigide de mêmes dimensions supportant la même charge totale sur le même sol. Il est donné par :

1 • Si $b \geq a$:

$$(17) \quad w_m = \frac{1 - \nu^2}{E} 2a p P_m + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2a t T_m.$$

2 • Si $b \leq a$:

$$(18) \quad w_m = \frac{1 - \nu^2}{E} 2b p P_m + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} 2b t T'_m,$$

avec :

w_m : tassement moyen ;

p et t : deux contraintes définissant la charge linéaire exercée par la fondation sur le sol (les deux autres, q et s , n'interviennent pas) ;

E , ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

$2a$: côté du rectangle chargé parallèle à Ox (axe suivant lequel la charge varie).

$2b$: côté du rectangle chargé parallèle à Oy (axe suivant lequel la charge ne varie pas) ;

P_m , T_m et T'_m : coefficients sans dimensions dépendant du rapport b/a et dont les valeurs numériques sont données sous forme de tables et de graphiques.

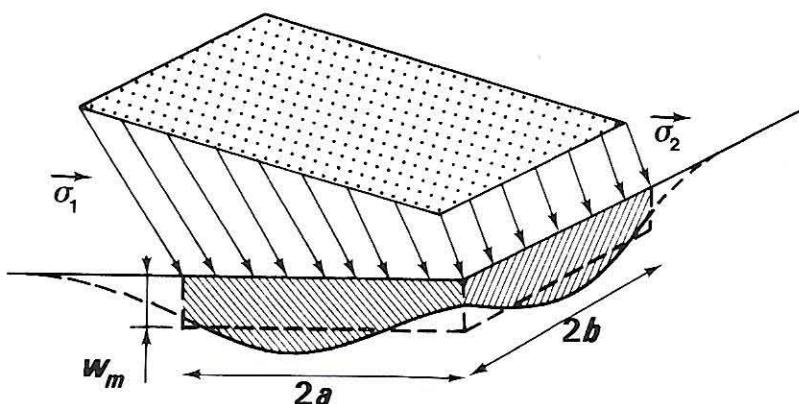


FIG. 7. — Tassement moyen de l'aire rectangulaire chargée : le volume hachuré est égal à $w_m ab$.

Exemple 5 :

Quel est le tassement moyen du rectangle de l'exemple 3 ?

Comme b est plus grand que a , il faut utiliser la formule (17). On lit dans les tableaux pour $\alpha = 1,4$:

$$P_m = 1,112 \quad T_m = 0,093$$

Le tassement moyen vaut alors :

$$\begin{aligned} w_m &= 2,74 \times 1,65 \times 1,112 + 1,78 \times 0,55 \times 0,093 \\ &= 5,04 + 0,09 = 5,13 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_m &= 4,3 \times 10^{-5} \times 3450 \times 1,112 + 2,8 \times 10^{-5} \times 1150 \times 0,093 \\ &= 0,165 + 0,003 = 0,168 \text{ ft} \approx 2 \text{ in.} \end{aligned}$$

On voit que l'influence des charges tangentielles sur le tassement moyen est négligeable.

Exemple 6 :

Quel est le tassement moyen du rectangle de l'exemple 4 ?

$$w_m = \frac{1 - (0,5)^2}{55} \times 1,36 \times 2,7 \times 1,273 = 0,064 \cdot m = 6,4 \text{ cm}$$

$$w_m = \frac{1 - (0,5)^2}{115\ 000} \times 2850 \times 9 \times 1,273 = 0,21 \text{ ft} = 2,5 \text{ in.}$$

CALCUL DE LA ROTATION MOYENNE

Des quatre charges élémentaires (Fig. 3), seules q et s provoquent une rotation de la fondation. Celle-ci ne reste pas plane, mais on peut définir un plan moyen. L'angle que fait ce plan avec le plan horizontal passant par le centre de la fondation est appelé rotation moyenne de la fondation (Fig. 8). Cette rotation est très voisine de la rotation d'une fondation rigide de mêmes dimensions exerçant, sur le même sol, la même résultante de charges. Elle est donnée par :

$$(19) \quad \phi_m \approx \operatorname{tg} \phi_m = \frac{1 - \nu^2}{E} q Q_\phi - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} s S_\phi$$

avec :

ϕ_m : angle de rotation moyenne, positif dans le sens trigonométrique ;

E, ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

q, s : deux contraintes définissant la charge linéaire exercée par la fondation sur le sol (les deux autres, p et t , n'interviennent pas) ;

Q_ϕ, S_ϕ : coefficient sans dimensions donnés dans un tableau et un graphique en fonction de b/a .

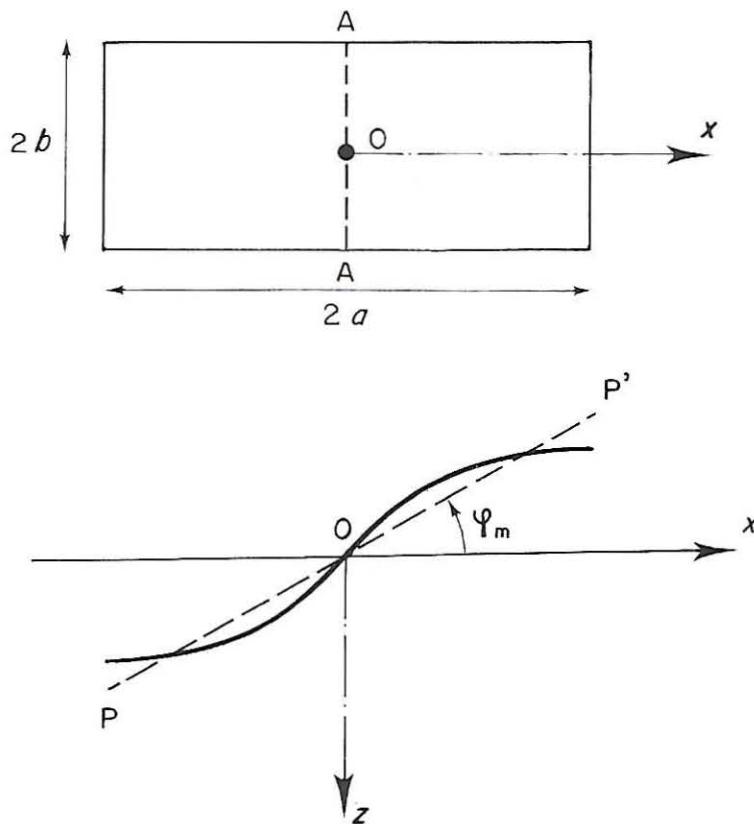


FIG. 8. — Définition de la rotation d'une fondation rectangulaire sous l'effet des charges q et s définies sur la figure 3. AA est l'intersection du plan moyen avec le plan horizontal passant par le centre O de la fondation (Nota : étant donnée la déformée du sol, dont la trace dans le plan Oxz est représentée par la courbe, il y a plusieurs façons de définir le plan moyen PP' : nous avons pris la définition proposée par Vogt. Voir la bibliographie à la fin de la section).

Exemple 7 :

Quelle est la rotation moyenne de la fondation de l'exemple 3 ?

Pour $b/a = 1,4$, on lit dans le tableau :

$$Q_\phi = 0,799 \quad \text{et} \quad S_\phi = 0,556.$$

Par ailleurs, d'après l'exemple 1 :

$$q = 0,75 \text{ bar (1 550 lb/sq. ft)}$$

$$s = 0,95 \text{ bar (2 000 lb/sq. ft).}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \phi_m &= \frac{1 - (0,26)^2}{170} \times 0,75 \times 0,799 - \frac{(1 + 0,26)(1 - 0,62)}{170} \times 0,95 \times 0,556 \\ &= 0,0029 - 0,0019 = 0,001 \text{ radian} = 3,4 \text{ minutes,} \end{aligned}$$

ou bien, en unités britanniques :

$$\begin{aligned} \phi_m &= \frac{1 - (0,26)^2}{355\ 000} \times 1\ 550 \times 0,799 - \frac{1,26 \times 0,48}{355\ 000} \times 2\ 000 \times 0,556 \\ &= 0,001 \text{ radian} = 3,4 \text{ minutes.} \end{aligned}$$

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes provoquées dans le sol par la charge linéaire définie précédemment sont données par les formules suivantes :

1 • A la verticale d'un coin du rectangle chargé

$$(20) \quad \sigma_x = p \left[K_2 - (1 - 2\nu) K'_2 \right] + \epsilon q \left[M_2 - (1 - 2\nu) M'_2 \right] - \epsilon s \left[K_3 - (1 - 2\nu) K'_3 \right] - t \left[M_3 - (1 - 2\nu) M'_3 \right]$$

$$(21) \quad \sigma_y = p \left[L_2 - (1 - 2\nu) L'_2 \right] + \epsilon q \left[N_2 - (1 - 2\nu) N'_2 \right] - \epsilon s \left[K_5 - (1 - 2\nu) K'_5 \right] - t \left[M_5 - (1 - 2\nu) M'_5 \right]$$

$$(22) \quad \sigma_z = p K_0 + \epsilon q M_0 - \epsilon s K_1 - t M_1$$

$$(23) \quad \tau_{xy} = -\epsilon'' p \left[K_4 - (1 - 2\nu) K'_4 \right] - \epsilon' q \left[M_4 - (1 - 2\nu) M'_4 \right] + \epsilon' s \left[L_5 + (1 - 2\nu) L'_3 \right] + \epsilon'' t \left[N_5 + (1 - 2\nu) N'_3 \right]$$

$$(24) \quad \tau_{zz} = \epsilon' p L_1 + \epsilon'' q N_1 - \epsilon'' s K_4 - \epsilon' t M_4$$

$$(25) \quad \tau_{zx} = -\epsilon p K_1 - q M_1 + s K_2 + \epsilon t M_2$$

$$(26) \quad \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = (1 + \nu)(p \Sigma_p + \epsilon q \Sigma_q - \epsilon s \Sigma_s - t \Sigma_t)$$

2 • A la verticale du centre du rectangle chargé

$$(27) \quad \sigma_x = 4 p [K_2 - (1 - 2 \nu) K'_2] + 2 t [K_3 - M_3 - (1 - 2 \nu) (K'_3 - M'_3)]$$

$$(28) \quad \sigma_y = 4 p [L_2 - (1 - 2 \nu) L'_2] + 2 t [K_5 - M_5 - (1 - 2 \nu) (K'_5 - M'_5)]$$

$$(29) \quad \sigma_z = 4 p K_0 + 2 t (K_1 - M_1)$$

$$(30) \quad \tau_{xy} = 0$$

$$(31) \quad \tau_{yz} = 0$$

$$(32) \quad \tau_{zx} = 2 q (K_1 - M_1) + 4 s K_2$$

$$(33) \quad \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = (1 + \nu) [4 p \Sigma_p + 2 t (\Sigma_s - \Sigma_t)]$$

avec :

p , q , s et t : quatre contraintes définissant la charge linéaire exercée par la fondation sur le sol ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

ϵ , ϵ' et ϵ'' : trois coefficients valant + 1 ou - 1 selon le coin considéré (Voir Fig. 9) ;

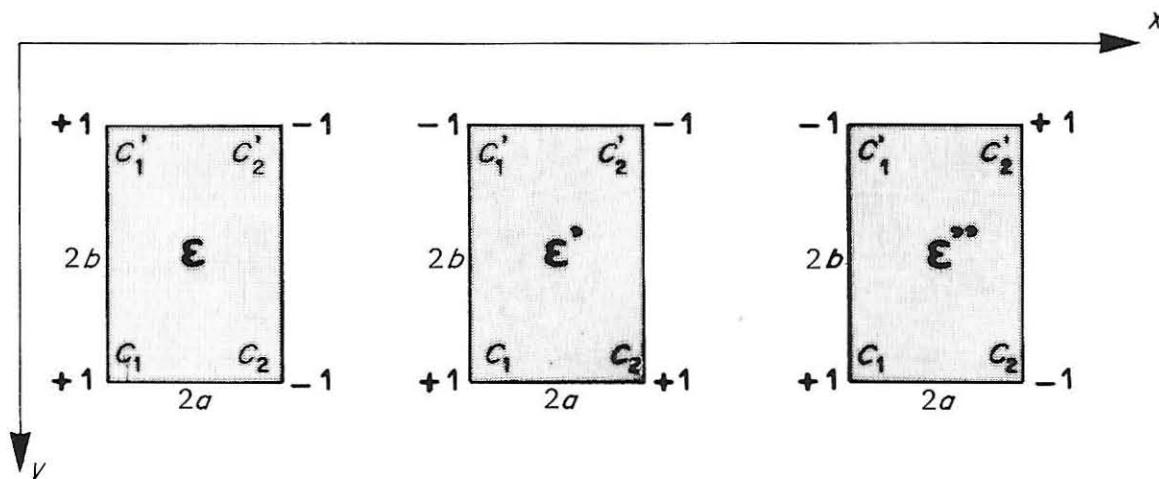


FIG. 9. — Valeur des coefficients ϵ , ϵ' et ϵ'' des formules (20) à (26).

K , L , M , N et Σ : Coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données sous forme de tables et graphiques en fonction de b/a et z/a ;

$2a$ et $2b$: côtés du rectangle respectivement parallèles et perpendiculaire à Ox (axe suivant lequel varie la charge) ;
 z : profondeur du point où l'on calcule les contraintes.

Exemple 8 :

Quelle est la valeur de la contrainte σ_z à $2,5$ m ($8,2$ ft) de profondeur sous le coin C_2 (Fig. 9) et sous le centre d'une fondation rectangulaire de côtés $2a = 5$ m ($16,5$ ft) et $2b = 7,5$ m ($24,5$ ft) ? Le coefficient de Poisson du sol est $0,3$ et la charge est définie par les quatre contraintes : $p = 1,7$ bar ($3\ 550$ lb/sq. ft), $q = 0,65$ bar ($1\ 360$ lb/sq. ft), $s = 1,05$ bar ($2\ 200$ lb/sq. ft) et $t = 0,55$ bar ($1\ 150$ lb/sq. ft).

Contrainte σ_z sous le coin C_2 :

On utilise la formule (22) avec $\epsilon = -1$ d'après la figure 9. Pour $b/a = 1,5$, et $z/2a = 0,5$, on lit dans les tables :

$$\begin{array}{ll} K_0 = 0,238 & M_0 = 0,112 \\ K_1 = 0,125 & M_1 = 0,015 \end{array}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0,238 \times 1,7 - 0,112 \times 0,65 + 0,125 \times 1,05 - 0,015 \times 0,55 \\ &= 0,455 \text{ bar} \\ &= 0,238 \times 3\ 550 - 0,112 \times 1\ 360 + 0,125 \times 2\ 200 - 0,015 \times 1\ 150 \\ &= 950 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

Contrainte σ_z sous le centre :

On utilise la formule (29). Pour $b/a = 1,5$ et $2z/2a = 1$, on lit dans les tables :

$$K_0 = 0,194 \quad K_1 = 0,075 \quad M_1 = -0,010$$

D'où :

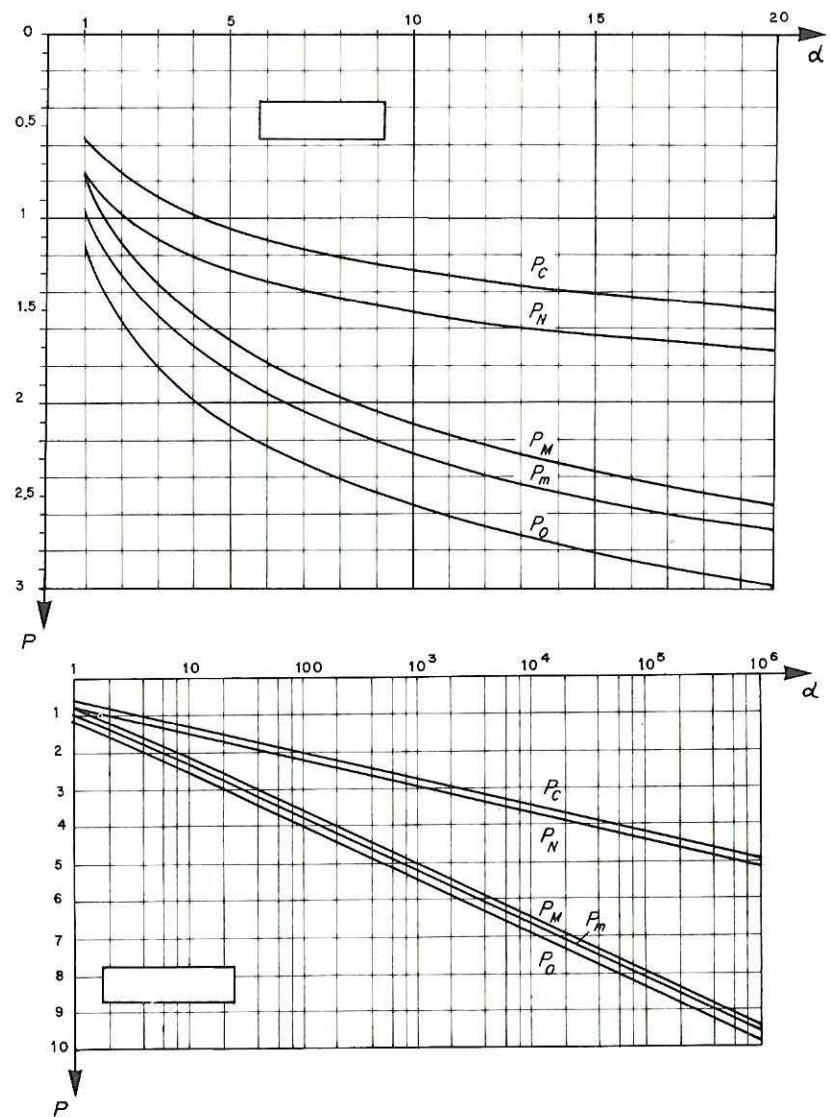
$$\begin{aligned} \sigma_z &= 4 \times 1,7 \times 0,194 + 2 \times 0,55 (0,075 + 0,010) \\ &= 1,41 \text{ bar} \\ \sigma_z &= 4 \times 3\ 550 \times 0,194 + 2 \times 1\ 150 (0,075 + 0,010) \\ &= 2\ 950 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

TABLES ET GRAPHIQUES

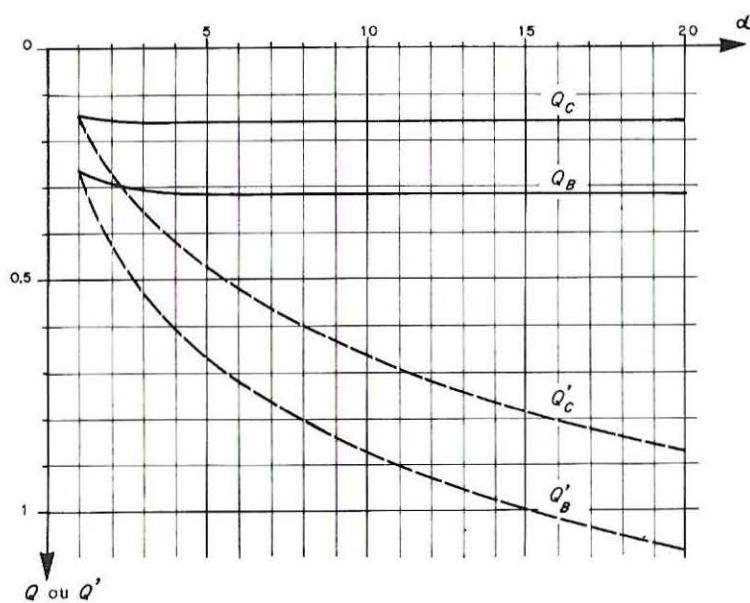
— <u>Calcul du tassement</u> Coefficients : $P_c, P_m, P_n, P_o, P_m \dots$ $Q_c, Q_b, Q'_c, Q'_b \dots$ $S_c, S_b, S'_c, S'_b \dots$ $T_c, T_b, T_a, T_o, T_m \dots$ $T'_c, T'_b, T'_a, T'_o, T'_m \dots$	p. 21 p. 22 p. 22 p. 23 p. 23
— <u>Calcul de la rotation</u> Coefficients : $Q_\phi, S_\phi \dots$	p. 24-25
— <u>Calcul des contraintes</u> Coefficients : $K_0, K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 \dots$ $K'_2, K'_3, K'_4, K'_5 \dots$ $L_1, L_2, L_5, L'_2, L'_3 \dots$ $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 \dots$ $M'_2, M'_3, M'_4, M'_5 \dots$ $N_1, N_2, N_5, N'_2, N'_3 \dots$ $\Sigma_p, \Sigma_q, \Sigma_s, \Sigma_t \dots$	p. 26-34 p. 35-38 p. 39-43 p. 44-51 p. 52-55 p. 56-60 p. 61

$\alpha = b/a$ si $b \geq a$ et $\alpha = a/b$ si $a \geq b$

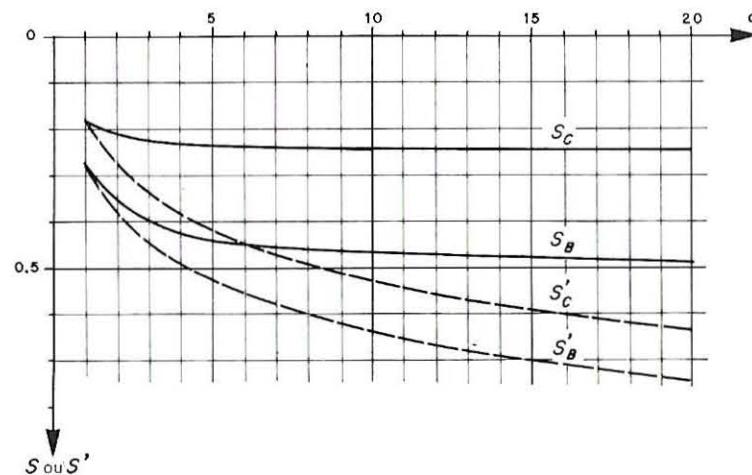
α	P_C	P_M	P_N	P_O	P_m	α	P_C	P_M	P_N	P_O	P_m
1	0.561	0.766	0.766	1.122	0.946	15	1.401	2.362	1.621	2.802	2.498
1.1	0.588	0.810	0.795	1.176	0.992	20	1.493	2.544	1.713	2.985	2.677
1.2	0.613	0.852	0.822	1.226	1.035	25	1.584	2.686	1.784	3.127	2.817
1.3	0.636	0.892	0.847	1.273	1.075	30	1.622	2.802	1.842	3.243	2.932
1.4	0.658	0.930	0.870	1.317	1.112	40	1.713	2.985	1.934	3.426	3.113
1.5	0.679	0.966	0.892	1.358	1.148	50	1.784	3.127	2.005	3.568	3.254
1.6	0.698	1.000	0.912	1.396	1.181	60	1.842	3.243	2.063	3.684	3.370
1.7	0.716	1.033	0.931	1.433	1.213	70	1.891	3.341	2.112	3.783	3.467
1.8	0.734	1.064	0.949	1.467	1.244	80	1.934	3.426	2.154	3.868	3.552
1.9	0.750	1.094	0.966	1.500	1.273	90	1.971	3.501	2.192	3.943	3.627
2	0.766	1.122	0.982	1.532	1.300	100	2.005	3.568	2.225	4.010	3.693
2.2	0.795	1.176	1.012	1.590	1.353	200	2.225	4.010	2.446	4.451	4.134
2.4	0.822	1.226	1.039	1.644	1.401	300	2.355	4.268	2.575	4.709	4.391
2.5	0.835	1.250	1.052	1.669	1.424	400	2.446	4.451	2.667	4.892	4.574
3	0.892	1.358	1.110	1.783	1.527	500	2.517	4.593	2.738	5.034	4.717
3.5	0.940	1.450	1.159	1.880	1.616	600	2.575	4.709	2.796	5.150	4.833
4	0.982	1.532	1.201	1.964	1.694	700	2.624	4.807	2.845	5.248	4.931
4.5	1.019	1.604	1.239	2.038	1.763	800	2.667	4.892	2.887	5.333	5.015
5	1.052	1.669	1.272	2.105	1.826	900	2.704	4.967	2.925	5.408	5.092
6	1.110	1.783	1.330	2.220	1.935	10^3	2.738	5.034	2.958	5.476	5.158
7	1.159	1.880	1.379	2.318	2.028	10^4	3.471	6.500	3.691	6.941	6.623
8	1.201	1.964	1.422	2.403	2.110	10^5	4.204	7.966	4.424	8.407	8.089
9	1.239	2.038	1.459	2.477	2.182	10^6	4.937	9.432	5.157	9.874	9.555
10	1.272	2.105	1.493	2.544	2.246	∞	∞	∞	∞	∞	∞



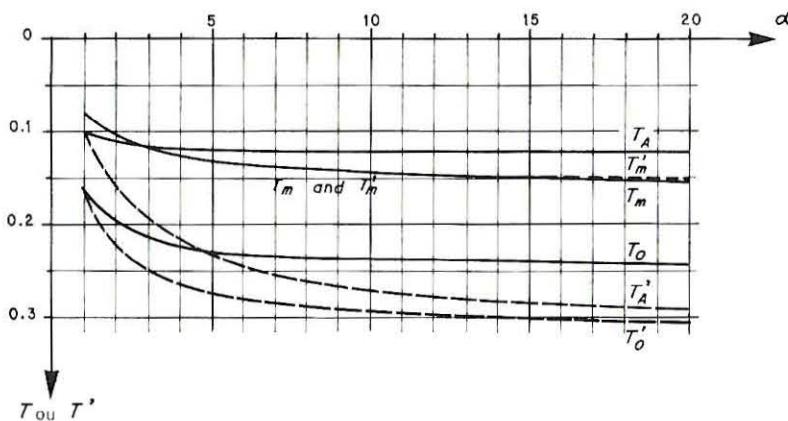
b ≥ a			a ≥ b					
b/a	Q _C	Q _B	a/b	Q' _C	Q' _B	a/b	Q' _C	Q' _B
1	0.149	0.263	1	0.149	0.263	15	0.785	0.995
1.1	0.150	0.269	1.1	0.162	0.282	20	0.872	1.084
1.2	0.151	0.274	1.2	0.174	0.300	25	0.940	1.154
1.3	0.152	0.279	1.3	0.187	0.317	30	0.995	1.211
1.4	0.153	0.282	1.4	0.198	0.334	40	1.084	1.301
1.5	0.154	0.286	1.5	0.210	0.349	50	1.154	1.371
1.6	0.154	0.289	1.6	0.221	0.364	60	1.211	1.429
1.7	0.155	0.291	1.7	0.232	0.379	70	1.259	1.478
1.8	0.155	0.294	1.8	0.243	0.392	80	1.301	1.520
1.9	0.156	0.296	1.9	0.253	0.406	90	1.338	1.557
2	0.166	0.297	2	0.263	0.418	100	1.371	1.590
2.2	0.167	0.300	2.2	0.282	0.442	200	1.590	1.810
2.4	0.157	0.303	2.4	0.300	0.465	300	1.719	1.939
2.5	0.157	0.304	2.5	0.309	0.475	400	1.810	2.031
3	0.158	0.308	3	0.349	0.524	500	1.881	2.101
3.5	0.158	0.310	3.5	0.386	0.566	600	1.939	2.159
4	0.158	0.312	4	0.418	0.603	700	1.988	2.208
4.5	0.159	0.313	4.5	0.448	0.636	800	2.031	2.251
5	0.159	0.314	5	0.475	0.666	900	2.068	2.288
6	0.159	0.315	6	0.524	0.719	10 ³	2.101	2.322
7	0.159	0.316	7	0.566	0.765	10 ⁴	2.834	3.055
8	0.159	0.317	8	0.603	0.804	10 ⁵	3.567	3.788
10	0.159	0.317	9	0.636	0.840	10 ⁶	4.300	4.521
∞	0.159	0.318	10	0.666	0.872	∞	∞	∞



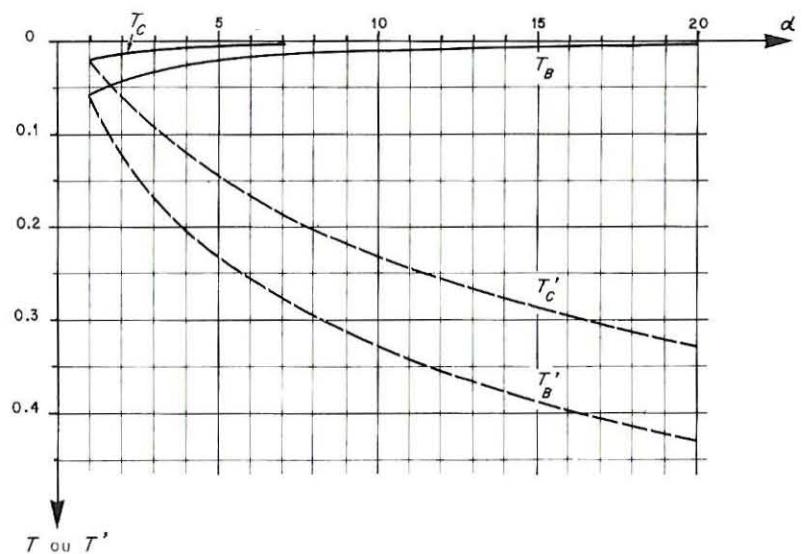
b ≥ a			a ≥ b					
b/a	S _C	S _B	a/b	S' _C	S' _B	a/b	S' _C	S' _B
1	0.180	0.276	1	0.180	0.276	15	0.590	0.701
1.1	0.185	0.288	1.1	0.192	0.290	20	0.636	0.746
1.2	0.190	0.299	1.2	0.204	0.303	25	0.671	0.782
1.3	0.194	0.309	1.3	0.214	0.315	30	0.701	0.811
1.4	0.197	0.318	1.4	0.225	0.326	40	0.746	0.857
1.5	0.200	0.327	1.5	0.234	0.337	50	0.782	0.892
1.6	0.203	0.335	1.6	0.243	0.347	60	0.811	0.921
1.7	0.206	0.342	1.7	0.252	0.356	70	0.835	0.946
1.8	0.208	0.348	1.8	0.260	0.365	80	0.857	0.967
1.9	0.210	0.355	1.9	0.268	0.373	90	0.875	0.986
2	0.212	0.360	2	0.276	0.381	100	0.892	1.002
2.2	0.215	0.371	2.2	0.290	0.396	200	1.002	1.113
2.5	0.219	0.384	2.4	0.303	0.410	300	1.067	1.177
3	0.224	0.401	2.5	0.309	0.416	400	1.113	1.223
3.5	0.228	0.413	3	0.337	0.445	500	1.148	1.259
4	0.230	0.423	3.5	0.361	0.469	600	1.177	1.288
4.5	0.232	0.431	4	0.381	0.491	700	1.202	1.312
5	0.234	0.438	4.5	0.400	0.509	800	1.223	1.333
7	0.239	0.455	5	0.416	0.526	900	1.242	1.352
10	0.242	0.468	6	0.445	0.555	10 ³	1.259	1.369
15	0.245	0.479	7	0.469	0.579	10 ⁴	1.625	1.735
20	0.246	0.484	8	0.491	0.601	10 ⁵	1.991	2.102
40	0.248	0.492	9	0.509	0.619	10 ⁶	2.358	2.469
∞	0.250	0.500	10	0.526	0.638	∞	∞	∞

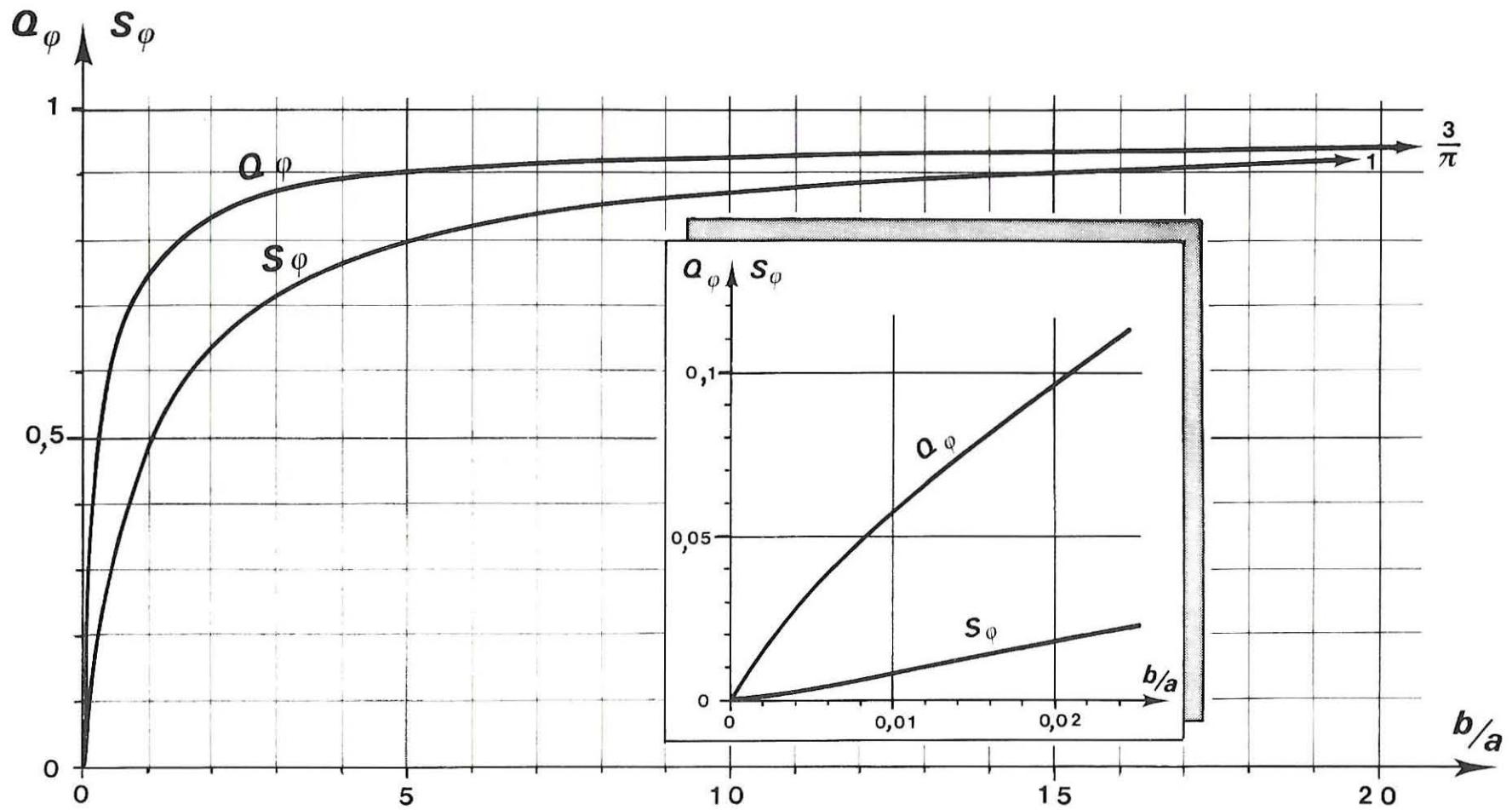


$b \geq a$						
$\frac{b}{a}$	T_C	T_B	T_A	T_O	T_m	$\frac{b}{a}$
1	0.021	0.057	0.100	0.159	0.080	1
1.1	0.020	0.056	0.102	0.166	0.083	1.1
1.2	0.019	0.054	0.104	0.171	0.087	1.2
1.3	0.018	0.052	0.105	0.176	0.090	1.3
1.4	0.017	0.051	0.107	0.181	0.093	1.4
1.5	0.016	0.049	0.108	0.185	0.095	1.5
1.6	0.015	0.048	0.109	0.188	0.098	1.6
1.7	0.014	0.046	0.110	0.191	0.100	1.7
1.8	0.014	0.045	0.110	0.194	0.102	1.8
1.9	0.013	0.043	0.111	0.197	0.104	1.9
2	0.012	0.042	0.112	0.199	0.106	2
2.2	0.011	0.039	0.113	0.204	0.109	2.2
2.5	0.010	0.036	0.114	0.209	0.113	2.5
3	0.009	0.031	0.116	0.215	0.119	3
3.5	0.007	0.028	0.117	0.220	0.124	3.5
4	0.007	0.025	0.118	0.224	0.127	4
5	0.005	0.020	0.120	0.229	0.133	5
7	0.004	0.015	0.121	0.235	0.140	7
10	0.003	0.010	0.122	0.239	0.146	10
15	0.002	0.007	0.123	0.243	0.151	15
20	0.001	0.005	0.124	0.245	0.155	20
50	0.001	0.002	0.124	0.248	0.161	50
100	0.000	0.001	0.125	0.249	0.163	100
∞	0	0	0.125	0.250	0.167	∞



$a \geq b$				$a \leq b$					
$\frac{a}{b}$	T_A^*	T_O^*	T_m^*	$\frac{a}{b}$	T_C^*	T_B^*	$\frac{a}{b}$	T_C^*	T_B^*
1	0.100	0.159	0.080	1	0.021	0.057	15	0.288	0.390
1.1	0.107	0.168	0.083	1.1	0.024	0.064	20	0.330	0.434
1.2	0.114	0.176	0.087	1.2	0.028	0.071	25	0.363	0.468
1.3	0.121	0.183	0.090	1.3	0.032	0.078	30	0.390	0.497
1.4	0.127	0.189	0.093	1.4	0.035	0.084	40	0.434	0.541
1.5	0.133	0.195	0.096	1.5	0.039	0.090	50	0.468	0.576
1.6	0.139	0.201	0.098	1.6	0.043	0.096	60	0.497	0.605
1.7	0.144	0.206	0.100	1.7	0.046	0.102	70	0.521	0.629
1.8	0.150	0.210	0.102	1.8	0.050	0.108	80	0.541	0.650
1.9	0.154	0.215	0.104	1.9	0.053	0.114	90	0.560	0.669
2	0.159	0.219	0.106	2	0.057	0.119	100	0.576	0.685
2.2	0.168	0.226	0.110	2.2	0.064	0.129	200	0.685	0.795
2.5	0.179	0.235	0.114	2.4	0.071	0.139	300	0.749	0.859
3	0.195	0.247	0.119	2.5	0.074	0.144	400	0.795	0.905
3.5	0.208	0.255	0.124	3	0.090	0.165	500	0.830	0.940
4	0.219	0.262	0.127	3.5	0.105	0.185	600	0.859	0.969
5	0.235	0.273	0.133	4	0.119	0.202	700	0.884	0.994
7	0.255	0.285	0.139	4.5	0.132	0.217	800	0.905	1.015
10	0.273	0.294	0.145	5	0.144	0.232	900	0.924	1.034
15	0.287	0.302	0.149	6	0.185	0.257	10^3	0.940	1.051
20	0.294	0.306	0.151	7	0.185	0.278	10^4	1.307	1.417
50	0.308	0.313	0.156	8	0.202	0.297	10^5	1.673	1.784
100	0.313	0.316	0.158	9	0.217	0.315	10^6	2.039	2.150
∞	0.318	0.318	0.159	10	0.232	0.330	∞	∞	∞





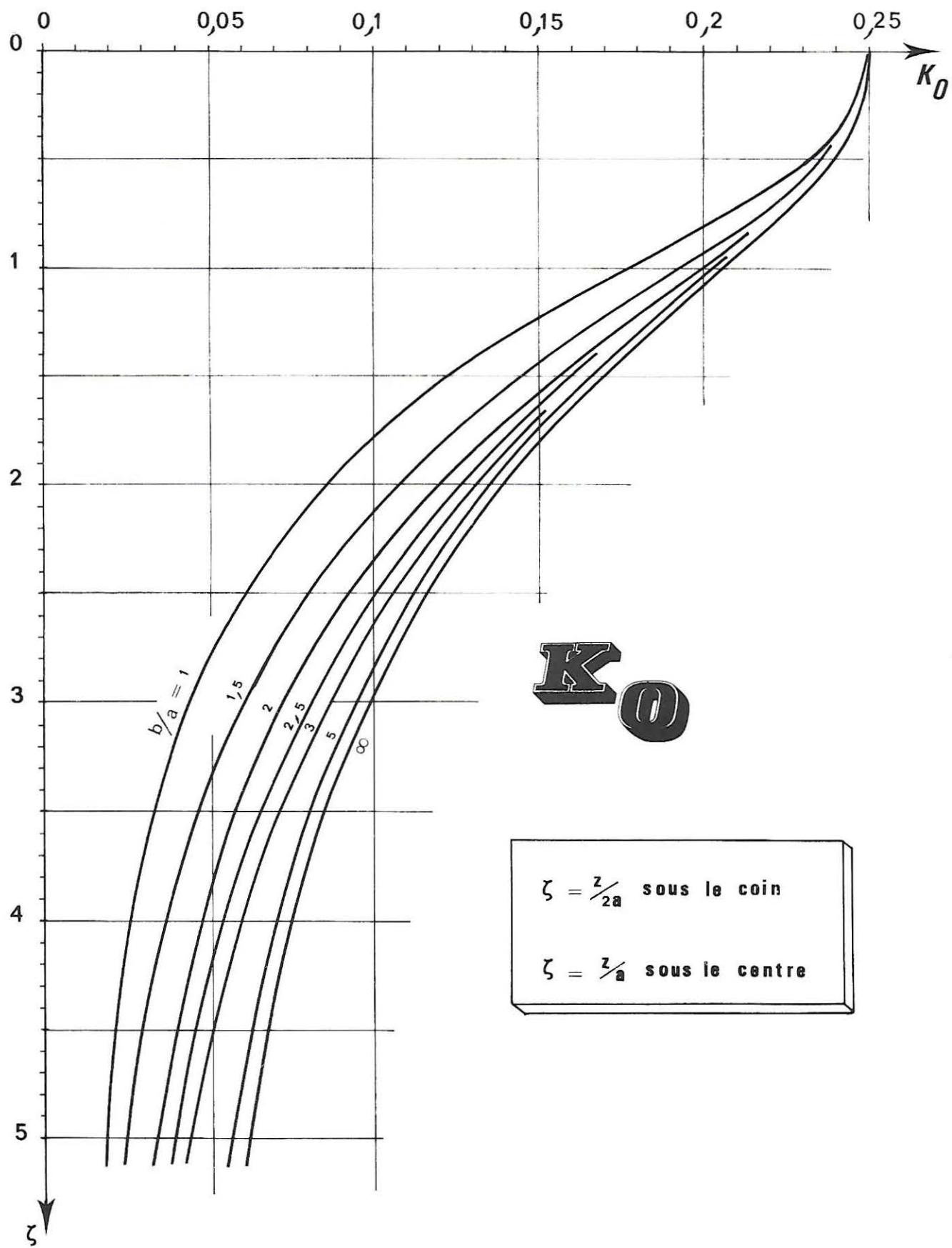
$$Q_\phi = \frac{4}{\pi} \left[\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{b} - \frac{2}{3} \frac{(a^2 + b^2)^{3/2} - (a^3 + 3/2 b^3)}{a^2 b} - \frac{2}{15} \frac{(a^2 + b^2)^{5/2} - (a^5 + b^5)}{a^4 b} + \frac{b}{a} \log \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right]$$

$$S_\phi = 1 - \frac{1}{2 \pi} \left[4 \frac{a^2 + b^2}{a^2} \operatorname{Arctg} \frac{a}{b} - 3 \frac{b}{a} - \left(\frac{b}{a} \right)^3 \log \frac{a^2 + b^2}{b} + \frac{a}{b} \log \frac{a^2 + b^2}{a^2} \right]$$

b/a	Q_φ	S_φ
0.000	0.000	0.000
0.002	0.015	0.001
0.004	0.027	0.003
0.006	0.038	0.005
0.008	0.047	0.007
0.010	0.057	0.009
0.012	0.065	0.011
0.014	0.073	0.013
0.016	0.081	0.015
0.018	0.089	0.016
0.020	0.096	0.018
0.022	0.103	0.020
0.024	0.110	0.022
0.026	0.117	0.024
0.028	0.123	0.025
0.030	0.129	0.027
0.032	0.135	0.029
0.034	0.141	0.031
0.036	0.147	0.033
0.038	0.153	0.034
0.040	0.158	0.036
0.042	0.164	0.038
0.044	0.169	0.040
0.046	0.174	0.041
0.048	0.179	0.043
0.050	0.184	0.045
0.052	0.189	0.047
0.054	0.194	0.048
0.056	0.199	0.050
0.058	0.204	0.052
0.060	0.208	0.053
0.062	0.213	0.055
0.064	0.217	0.057
0.066	0.222	0.059
0.068	0.226	0.060
0.070	0.230	0.062

b/a	Q_φ	S_φ
0.072	0.234	0.064
0.074	0.238	0.065
0.076	0.242	0.067
0.078	0.246	0.069
0.080	0.250	0.070
0.082	0.254	0.072
0.084	0.258	0.073
0.086	0.262	0.075
0.088	0.266	0.077
0.090	0.269	0.078
0.092	0.273	0.080
0.094	0.277	0.081
0.096	0.280	0.083
0.098	0.284	0.085
0.100	0.287	0.086
0.110	0.304	0.094
0.120	0.320	0.102
0.130	0.335	0.109
0.140	0.349	0.117
0.150	0.362	0.124
0.160	0.375	0.131
0.170	0.387	0.138
0.180	0.399	0.145
0.190	0.410	0.152
0.200	0.421	0.159
0.220	0.441	0.172
0.240	0.460	0.184
0.250	0.469	0.191
0.260	0.477	0.197
0.280	0.494	0.208
0.300	0.509	0.220
0.350	0.543	0.247
0.400	0.572	0.273
0.450	0.597	0.296
0.500	0.620	0.318
0.550	0.639	0.339

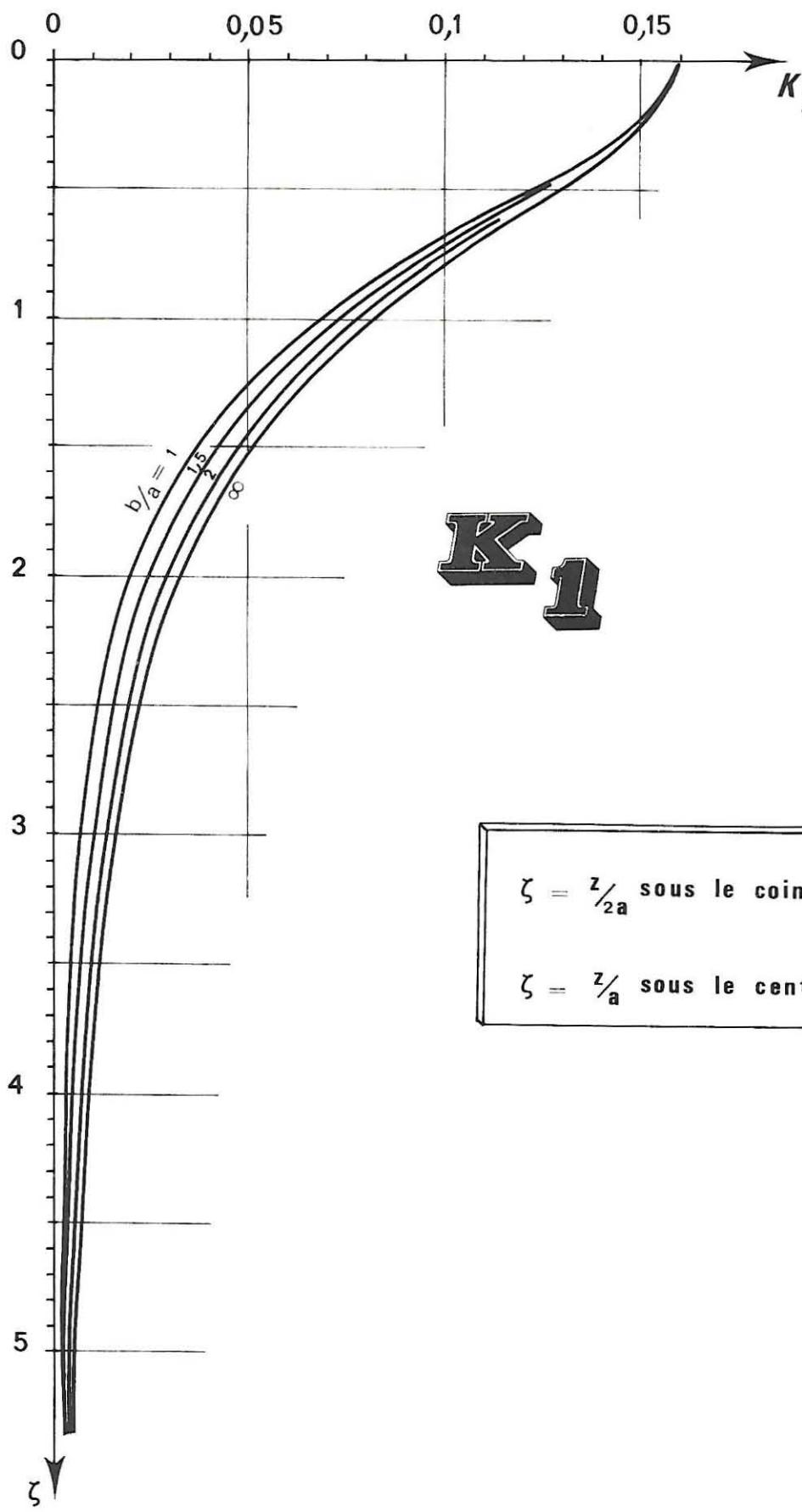
b/a	Q_φ	S_φ
0.600	0.657	0.358
0.650	0.673	0.376
0.700	0.687	0.393
0.750	0.700	0.409
0.800	0.712	0.424
0.850	0.722	0.438
0.900	0.732	0.452
0.950	0.741	0.465
1.000	0.750	0.477
1.100	0.764	0.500
1.200	0.777	0.520
1.300	0.789	0.539
1.400	0.799	0.556
1.500	0.808	0.572
1.600	0.815	0.586
1.700	0.823	0.600
1.800	0.829	0.612
1.900	0.835	0.624
2.000	0.840	0.635
2.100	0.845	0.645
2.200	0.849	0.654
2.300	0.854	0.663
2.400	0.857	0.672
2.500	0.861	0.680
2.600	0.864	0.687
2.700	0.867	0.695
2.800	0.870	0.702
2.900	0.873	0.708
3.000	0.875	0.714
3.500	0.886	0.741
4.000	0.894	0.763
5.000	0.906	0.796
7.000	0.919	0.839
10.000	0.929	0.876
20.000	0.942	0.927
∞	0.954	1.000

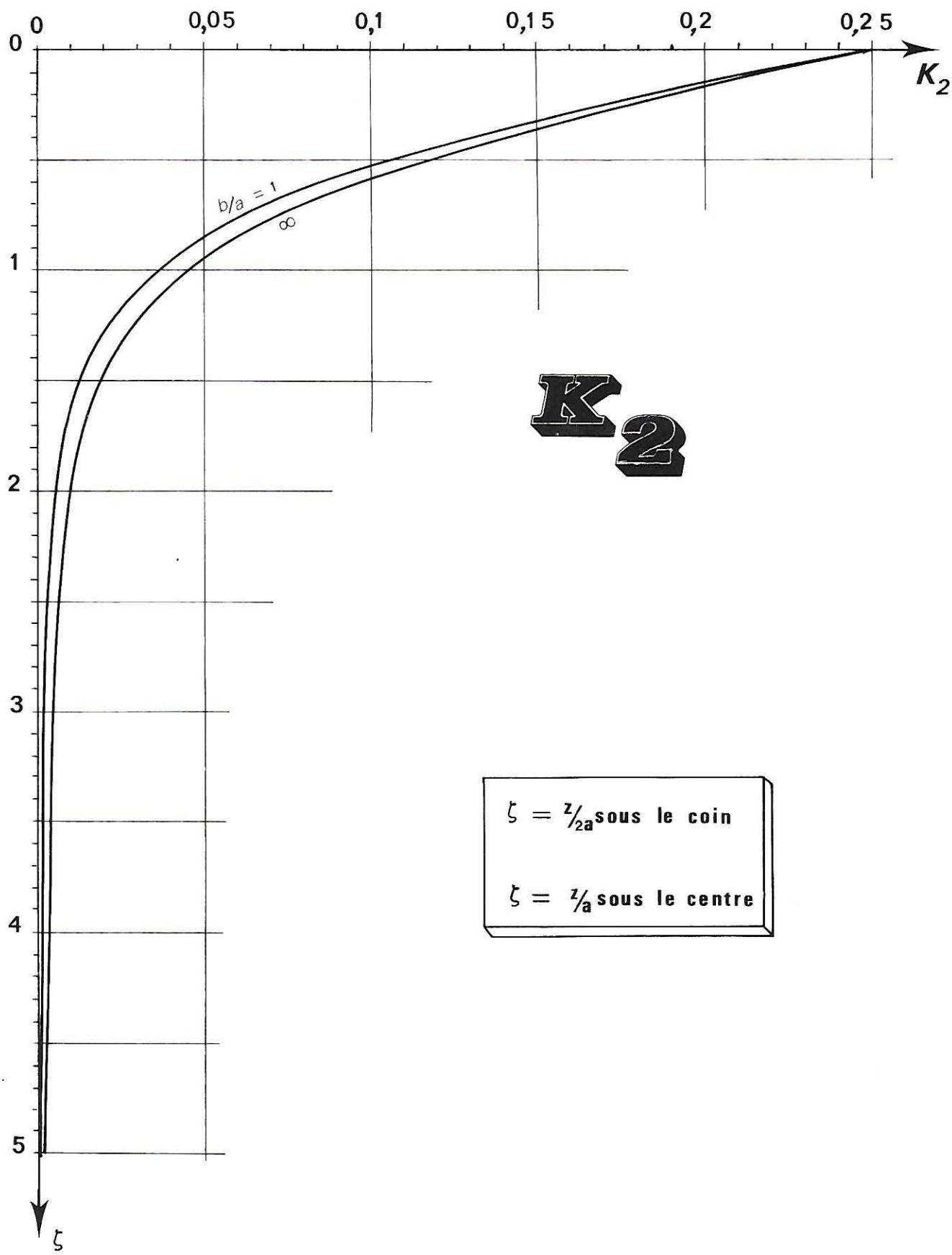


K₀		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.137	0.204	0.234	0.240	0.244	0.247	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249
	0,4	0.000	0.076	0.136	0.187	0.202	0.218	0.231	0.240	0.243	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244
	0,5	0.000	0.061	0.113	0.164	0.181	0.200	0.218	0.232	0.238	0.239	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240
	0,6	0.000	0.051	0.096	0.143	0.161	0.182	0.204	0.223	0.231	0.233	0.234	0.234	0.234	0.234	0.234
	0,8	0.000	0.037	0.071	0.111	0.127	0.148	0.173	0.200	0.214	0.218	0.219	0.220	0.220	0.220	0.220
	1	0.000	0.028	0.055	0.087	0.101	0.120	0.145	0.175	0.194	0.200	0.202	0.203	0.204	0.205	0.205
	1,2	0.000	0.022	0.043	0.069	0.081	0.098	0.121	0.152	0.173	0.182	0.185	0.187	0.189	0.189	0.189
	1,4	0.000	0.018	0.035	0.056	0.066	0.080	0.101	0.131	0.154	0.164	0.169	0.171	0.174	0.174	0.174
	1,5	0.000	0.016	0.031	0.051	0.060	0.073	0.092	0.121	0.145	0.156	0.161	0.164	0.166	0.167	0.167
	1,6	0.000	0.014	0.028	0.046	0.055	0.067	0.085	0.112	0.136	0.148	0.154	0.157	0.160	0.160	0.160
	1,8	0.000	0.012	0.024	0.039	0.046	0.056	0.072	0.097	0.121	0.133	0.140	0.143	0.147	0.148	0.148
	2	0.000	0.010	0.020	0.033	0.039	0.048	0.061	0.084	0.107	0.120	0.127	0.131	0.136	0.137	0.137
	2,5	0.000	0.007	0.013	0.022	0.027	0.033	0.043	0.060	0.080	0.093	0.101	0.106	0.113	0.115	0.115
	3	0.000	0.005	0.010	0.016	0.019	0.024	0.031	0.045	0.061	0.073	0.081	0.087	0.096	0.099	0.099
	4	0.000	0.003	0.006	0.009	0.011	0.014	0.019	0.027	0.038	0.048	0.055	0.060	0.071	0.076	0.076
	5	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.012	0.018	0.026	0.033	0.039	0.043	0.055	0.061	0.062
	10	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.020	0.028	0.032	
	15	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.010	0.016	0.021
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.016
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.006	

K 1		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
0,2	0.000	0.071	0.111	0.135	0.140	0.145	0.149	0.152	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153
0,4	0.000	0.037	0.067	0.095	0.105	0.115	0.125	0.133	0.136	0.137	0.137	0.137	0.137	0.137	0.137	0.137
0,5	0.000	0.028	0.054	0.079	0.089	0.100	0.111	0.121	0.125	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127
0,6	0.000	0.023	0.043	0.066	0.075	0.085	0.097	0.109	0.115	0.116	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117
0,8	0.000	0.015	0.029	0.046	0.053	0.062	0.073	0.086	0.093	0.095	0.096	0.097	0.097	0.097	0.097	0.097
1	0.000	0.010	0.020	0.032	0.037	0.045	0.054	0.067	0.075	0.077	0.079	0.079	0.079	0.080	0.080	0.080
1,2	0.000	0.007	0.014	0.023	0.027	0.033	0.040	0.051	0.059	0.062	0.064	0.064	0.065	0.065	0.065	0.065
1,4	0.000	0.005	0.010	0.017	0.020	0.024	0.030	0.040	0.047	0.050	0.052	0.053	0.054	0.054	0.054	0.054
1,5	0.000	0.004	0.009	0.014	0.017	0.021	0.026	0.035	0.042	0.045	0.047	0.048	0.049	0.049	0.049	0.049
1,6	0.000	0.004	0.008	0.013	0.015	0.018	0.023	0.031	0.038	0.041	0.043	0.044	0.045	0.045	0.045	0.045
1,8	0.000	0.003	0.006	0.010	0.011	0.014	0.018	0.024	0.030	0.034	0.035	0.036	0.037	0.038	0.038	0.038
2	0.000	0.002	0.004	0.007	0.009	0.011	0.014	0.019	0.025	0.028	0.029	0.030	0.032	0.032	0.032	0.032
2,5	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.011	0.015	0.018	0.019	0.020	0.022	0.022	0.022	0.022
3	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.010	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.016	0.016
4	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.007	0.009	0.009	0.009	0.009
5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.006
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Section 4-1





K_2		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	$2,5$	3	5	10	∞
	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.069	0.116	0.149	0.159	0.169	0.177	0.184	0.187	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188
	0,4	0.000	0.031	0.058	0.085	0.095	0.106	0.118	0.128	0.133	0.134	0.134	0.134	0.135	0.135	0.135
	0,5	0.000	0.022	0.043	0.064	0.073	0.083	0.094	0.105	0.110	0.112	0.112	0.112	0.113	0.113	0.113
	0,6	0.000	0.017	0.032	0.049	0.056	0.065	0.075	0.086	0.091	0.093	0.093	0.094	0.094	0.094	0.094
	0,8	0.000	0.009	0.018	0.029	0.034	0.040	0.047	0.057	0.062	0.064	0.064	0.065	0.065	0.065	0.065
	1	0.000	0.006	0.011	0.018	0.021	0.025	0.030	0.037	0.042	0.044	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045
	1,2	0.000	0.003	0.007	0.011	0.013	0.016	0.020	0.025	0.029	0.031	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
	1,4	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.013	0.017	0.020	0.022	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023
	1,5	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.008	0.011	0.014	0.017	0.019	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
	1,6	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.012	0.015	0.016	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017
	1,8	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.011	0.012	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013
	2	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010
	2,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

K ₃			<i>b/a</i>														
			0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
			0	INFINI													
$\zeta = \frac{z}{2a}$	0	0.000	0.000	INFINI													
	0,2	0.000	0.000	0.107	0.189	0.259	0.282	0.307	0.332	0.353	0.362	0.364	0.365	0.365	0.365	0.366	0.366
	0,4	0.000	0.000	0.037	0.069	0.104	0.117	0.133	0.150	0.167	0.175	0.177	0.177	0.178	0.178	0.178	0.178
$\zeta = \frac{z}{a}$	0,5	0.000	0.023	0.045	0.069	0.079	0.091	0.104	0.118	0.125	0.127	0.128	0.129	0.129	0.129	0.129	0.129
	0,6	0.000	0.000	0.016	0.030	0.047	0.054	0.063	0.074	0.085	0.091	0.093	0.094	0.094	0.094	0.095	0.095
	0,8	0.000	0.000	0.007	0.014	0.023	0.026	0.031	0.038	0.045	0.050	0.052	0.052	0.052	0.053	0.053	0.053
$\zeta = \frac{z}{a}$	1	0.000	0.004	0.007	0.012	0.014	0.016	0.020	0.025	0.028	0.030	0.030	0.030	0.031	0.031	0.031	0.031
	1,2	0.000	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.011	0.014	0.017	0.018	0.018	0.018	0.019	0.019	0.019
	1,4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.006	0.009	0.010	0.011	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012
$\zeta = \frac{z}{2a}$	1,5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.008	0.009	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010
	1,6	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.007	0.008	0.008	0.008	0.008
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
$\zeta = \frac{z}{a}$	2	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
$\zeta = \frac{z}{2a}$	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\zeta = \frac{z}{a}$	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000

K₄		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
	0,2	0.000	0.017	0.046	0.076	0.086	0.097	0.108	0.119	0.124	0.126	0.127	0.127	0.128	0.128	0.128
	0,4	0.000	0.004	0.016	0.034	0.043	0.054	0.068	0.084	0.094	0.097	0.098	0.099	0.100	0.100	0.100
	0,5	0.000	0.003	0.010	0.024	0.031	0.040	0.054	0.070	0.080	0.084	0.086	0.087	0.088	0.088	0.088
	0,6	0.000	0.002	0.007	0.017	0.022	0.030	0.042	0.058	0.068	0.073	0.075	0.076	0.077	0.077	0.077
	0,8	0.000	0.001	0.004	0.009	0.012	0.017	0.026	0.039	0.049	0.054	0.057	0.058	0.059	0.060	0.060
	1	0.000	0.001	0.002	0.005	0.007	0.010	0.016	0.026	0.036	0.040	0.043	0.044	0.046	0.047	0.047
	1,2	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.006	0.010	0.018	0.026	0.030	0.033	0.034	0.036	0.037	0.037
	1,4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007	0.012	0.019	0.023	0.025	0.027	0.029	0.030	0.030
	1,5	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.010	0.016	0.020	0.022	0.024	0.026	0.027	0.027
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.014	0.017	0.020	0.021	0.023	0.024	0.024
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.006	0.010	0.013	0.015	0.017	0.019	0.020	0.020
	2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.008	0.010	0.012	0.014	0.016	0.017	0.017
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.007	0.008	0.010	0.011	0.011
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.008	0.008
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.004	0.005
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.003
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

K 5		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{5}$	2	$\frac{2}{5}$	3	5	10	∞
$\zeta = \frac{z}{2a}$	0	0.000	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI
$\zeta = \frac{z}{a}$	0,2	0.000	0.005	0.027	0.066	0.085	0.109	0.142	0.185	0.218	0.234	0.242	0.247	0.255	0.258	0.259
$\zeta = \frac{z}{a}$	0,4	0.000	0.001	0.005	0.017	0.025	0.038	0.059	0.091	0.118	0.133	0.141	0.145	0.153	0.156	0.158
$\zeta = \frac{z}{2a}$	0,5	0.000	0.000	0.003	0.010	0.015	0.024	0.039	0.065	0.090	0.104	0.111	0.116	0.123	0.127	0.128
$\zeta = \frac{z}{a}$	0,6	0.000	0.000	0.002	0.006	0.009	0.015	0.026	0.048	0.070	0.082	0.089	0.094	0.101	0.105	0.106
$\zeta = \frac{z}{2a}$	0,8	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.007	0.013	0.026	0.042	0.053	0.059	0.063	0.070	0.074	0.075
$\zeta = \frac{z}{a}$	1	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.007	0.015	0.027	0.035	0.040	0.044	0.051	0.054	0.055
$\zeta = \frac{z}{2a}$	1,2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.009	0.017	0.024	0.028	0.032	0.038	0.041	0.042
$\zeta = \frac{z}{a}$	1,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.011	0.016	0.020	0.023	0.029	0.032	0.033
$\zeta = \frac{z}{2a}$	1,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.009	0.013	0.017	0.020	0.025	0.028	0.029
$\zeta = \frac{z}{a}$	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.007	0.011	0.015	0.017	0.022	0.025	0.026
$\zeta = \frac{z}{2a}$	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.008	0.011	0.013	0.017	0.020	0.021
$\zeta = \frac{z}{a}$	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.006	0.008	0.010	0.014	0.017	0.018
$\zeta = \frac{z}{2a}$	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.008	0.011	0.012	0.012
$\zeta = \frac{z}{a}$	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.008	0.008
$\zeta = \frac{z}{2a}$	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.005	0.005
$\zeta = \frac{z}{a}$	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003
$\zeta = \frac{z}{2a}$	10	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
$\zeta = \frac{z}{a}$	15	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\zeta = \frac{z}{2a}$	20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\zeta = \frac{z}{a}$	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

K'		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$\zeta \left\{ \begin{array}{l} = \frac{z}{2a} \\ = \frac{z}{a} \end{array} \right.$	0	0.000	0.143	0.128	0.109	0.100	0.088	0.071	0.047	0.027	0.017	0.011	0.008	0.003	0.001	0.000
	0,2	0.000	0.025	0.040	0.048	0.049	0.048	0.044	0.033	0.021	0.014	0.010	0.007	0.003	0.001	0.000
	0,4	0.000	0.009	0.016	0.023	0.025	0.026	0.026	0.023	0.016	0.011	0.008	0.006	0.003	0.001	0.000
	0,5	0.000	0.006	0.011	0.016	0.018	0.020	0.021	0.019	0.014	0.010	0.008	0.006	0.003	0.001	0.000
	0,6	0.000	0.004	0.008	0.012	0.013	0.015	0.016	0.016	0.012	0.009	0.007	0.005	0.002	0.001	0.000
	0,8	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.009	0.007	0.006	0.005	0.002	0.001	0.000
	1	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.002	0.001	0.000
	1,2	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.006	0.005	0.004	0.004	0.002	0.001	0.000
	1,4	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.004	0.003	0.002	0.001	0.000
	1,5	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.001	0.000
	1,6	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.001	0.000
	1,8	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000
	2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	-0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

K' 5		b/a															
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	$\frac{2}{5}$	3	5	10	∞	
	0	0.000	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	INFINI	
	0,2	0.000	0.036	0.069	0.105	0.120	0.139	0.164	0.197	0.223	0.236	0.244	0.248	0.255	0.258	0.259	
	0,4	0.000	0.016	0.031	0.049	0.058	0.069	0.085	0.107	0.127	0.137	0.143	0.147	0.153	0.157	0.158	
	0,5	0.000	0.011	0.023	0.036	0.043	0.051	0.064	0.083	0.100	0.109	0.115	0.118	0.124	0.127	0.128	
	0,6	0.000	0.009	0.017	0.028	0.032	0.039	0.050	0.065	0.080	0.088	0.093	0.096	0.102	0.105	0.106	
	0,8	0.000	0.005	0.010	0.017	0.020	0.024	0.031	0.042	0.053	0.059	0.063	0.066	0.071	0.074	0.075	
	1	0.000	0.003	0.007	0.011	0.013	0.016	0.020	0.028	0.036	0.041	0.045	0.047	0.052	0.054	0.055	
	1,2	0.000	0.002	0.004	0.007	0.009	0.011	0.014	0.019	0.025	0.030	0.033	0.035	0.039	0.041	0.042	
	1,4	0.000	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.010	0.014	0.018	0.022	0.024	0.026	0.030	0.032	0.033	
	1,5	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.012	0.016	0.019	0.021	0.023	0.026	0.028	0.029	
	1,6	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.007	0.010	0.014	0.016	0.019	0.020	0.023	0.025	0.026	
	1,8	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.008	0.010	0.013	0.014	0.016	0.019	0.020	0.021	
	2	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.008	0.010	0.011	0.012	0.015	0.017	0.018	
	2,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.007	0.009	0.011	0.012	
	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.005	0.006	0.008	0.008	
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005		
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003		
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001		
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

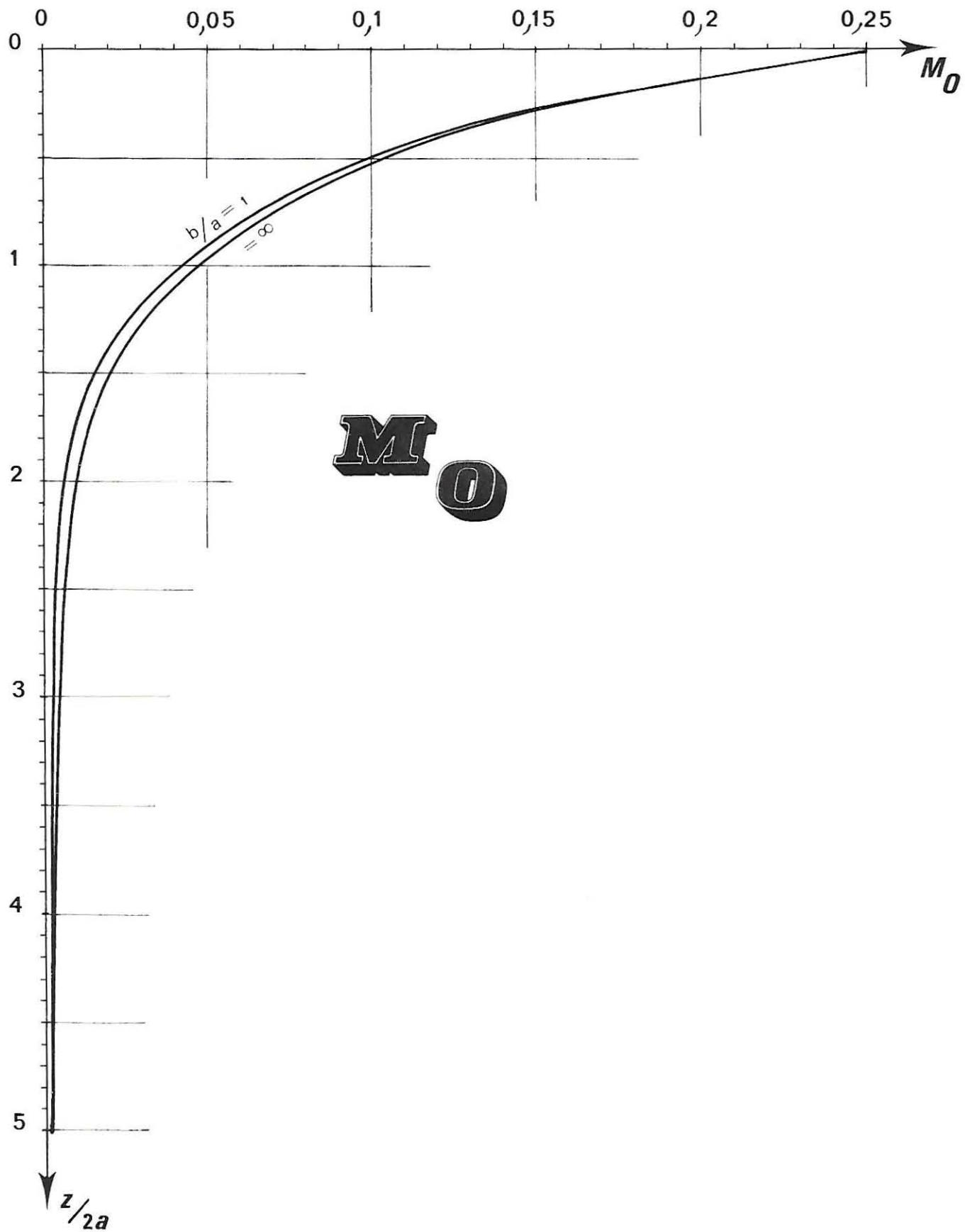
L_1		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	$2,5$	3	5	10	∞
$Z/2a$	0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
	0,2	0.000	0.032	0.079	0.117	0.127	0.137	0.145	0.152	0.155	0.155	0.156	0.156	0.156	0.156	0.156
	0,4	0.000	0.009	0.032	0.064	0.079	0.095	0.115	0.133	0.142	0.145	0.146	0.147	0.148	0.148	0.148
	0,5	0.000	0.006	0.022	0.048	0.061	0.077	0.098	0.121	0.134	0.138	0.140	0.141	0.142	0.142	0.142
	0,6	0.000	0.004	0.015	0.036	0.047	0.062	0.083	0.109	0.125	0.131	0.133	0.135	0.136	0.136	0.136
	0,8	0.000	0.002	0.009	0.022	0.029	0.041	0.059	0.086	0.106	0.115	0.119	0.121	0.124	0.124	0.124
	1	0.000	0.001	0.005	0.014	0.019	0.028	0.042	0.067	0.089	0.100	0.105	0.108	0.111	0.112	0.113
	1,2	0.000	0.001	0.004	0.009	0.013	0.019	0.030	0.051	0.073	0.085	0.092	0.095	0.100	0.102	0.102
	1,4	0.000	0.001	0.002	0.007	0.009	0.014	0.022	0.040	0.060	0.073	0.080	0.084	0.090	0.092	0.093
	1,5	0.000	0.001	0.002	0.006	0.008	0.012	0.019	0.035	0.054	0.067	0.075	0.079	0.086	0.088	0.088
$Z/2a$	1,6	0.000	0.000	0.002	0.005	0.007	0.010	0.017	0.031	0.049	0.062	0.070	0.074	0.082	0.084	0.084
	1,8	0.000	0.000	0.001	0.004	0.005	0.008	0.013	0.024	0.040	0.052	0.061	0.066	0.074	0.077	0.077
	2	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.006	0.010	0.019	0.033	0.045	0.053	0.058	0.067	0.071	0.071
	2,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.006	0.011	0.021	0.030	0.037	0.043	0.054	0.058	0.059
	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.007	0.014	0.021	0.027	0.032	0.043	0.049	0.050
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.007	0.011	0.015	0.019	0.029	0.037	0.039
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.006	0.009	0.011	0.020	0.028	0.031
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.010	0.016	
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.011	
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.008	
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

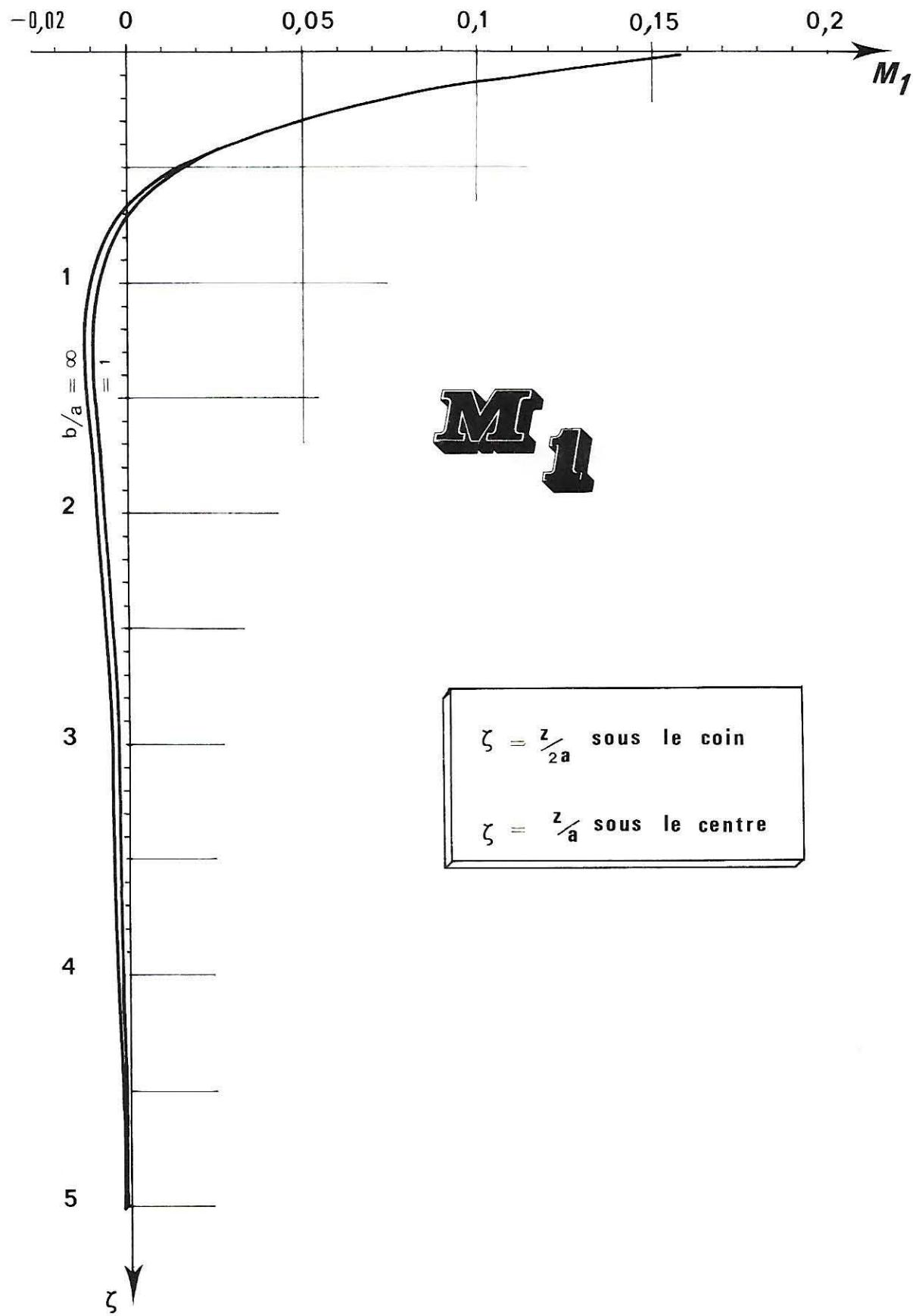
L_2		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.010	0.045	0.094	0.112	0.134	0.158	0.184	0.201	0.208	0.211	0.214	0.217	0.218	0.219
	0,4	0.000	0.002	0.010	0.032	0.045	0.064	0.091	0.128	0.156	0.169	0.176	0.179	0.186	0.188	0.189
	0,5	0.000	0.001	0.006	0.020	0.029	0.044	0.068	0.105	0.136	0.151	0.159	0.164	0.172	0.175	0.176
	0,6	0.000	0.000	0.003	0.013	0.019	0.031	0.051	0.086	0.118	0.134	0.144	0.149	0.158	0.163	0.164
	0,8	0.000	0.000	0.001	0.006	0.009	0.016	0.029	0.057	0.087	0.106	0.117	0.124	0.135	0.141	0.143
	1	0.000	0.003	0.001	0.003	0.005	0.009	0.017	0.037	0.064	0.083	0.095	0.103	0.116	0.123	0.125
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	0.005	0.011	0.025	0.047	0.065	0.077	0.085	0.100	0.108	0.111
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.007	0.017	0.035	0.051	0.062	0.071	0.087	0.095	0.099
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.005	0.014	0.030	0.045	0.056	0.064	0.081	0.090	0.094
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.012	0.026	0.040	0.051	0.059	0.076	0.085	0.089
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.008	0.020	0.031	0.041	0.049	0.066	0.077	0.081
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.006	0.015	0.025	0.034	0.041	0.058	0.069	0.074
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	0.014	0.021	0.027	0.043	0.055	0.061
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.004	0.008	0.013	0.018	0.032	0.045	0.051	
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.006	0.008	0.018	0.031	0.039
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.011	0.022	0.031
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.016
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.011
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.008
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

L 5	b/a	0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0.000	INFINI	INFINI	INFINI	0.094	0.111	0.133	0.158	0.185	0.201	0.207	0.209	0.210	0.212	0.212	0.212
0,2	0.000	0.017	0.051	0.014	0.032	0.040	0.053	0.070	0.091	0.104	0.109	0.112	0.113	0.114	0.114	0.114
0,4	0.000	0.004	0.014	0.014	0.032	0.040	0.053	0.070	0.091	0.104	0.109	0.112	0.113	0.114	0.114	0.114
0,5	0.000	0.002	0.008	0.020	0.026	0.035	0.048	0.065	0.078	0.082	0.085	0.086	0.087	0.087	0.087	0.087
0,6	0.000	0.001	0.005	0.013	0.017	0.024	0.033	0.048	0.059	0.063	0.065	0.066	0.067	0.068	0.068	0.068
0,8	0.000	0.001	0.002	0.006	0.008	0.011	0.017	0.026	0.034	0.038	0.040	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042
1	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.006	0.009	0.015	0.021	0.024	0.025	0.026	0.027	0.028	0.028	0.028
1,2	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.009	0.013	0.015	0.017	0.017	0.018	0.019	0.019	0.019
1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.010	0.011	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013
1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.011	0.011	0.011
1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.008	0.008	0.009	0.010	0.010	0.010
1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.005	0.005	0.006	0.007	0.007	0.007	0.007
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005
2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000

		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
$\zeta = \frac{z_{2a}}{a}$	0	0.000	0.016	0.031	0.051	0.061	0.074	0.094	0.125	0.156	0.176	0.189	0.199	0.219	0.234	0.250
centre	0,2	0.000	0.013	0.025	0.041	0.049	0.060	0.076	0.103	0.130	0.148	0.160	0.169	0.188	0.203	0.219
	0,4	0.000	0.010	0.020	0.032	0.039	0.047	0.061	0.083	0.106	0.122	0.123	0.141	0.159	0.174	0.189
$\zeta = \frac{z}{a}$	0,5	0.000	0.009	0.017	0.029	0.034	0.042	0.054	0.074	0.096	0.111	0.121	0.129	0.146	0.161	0.176
	0,6	0.000	0.008	0.015	0.025	0.030	0.037	0.048	0.066	0.086	0.100	0.110	0.118	0.134	0.149	0.164
	0,8	0.000	0.006	0.012	0.020	0.023	0.029	0.037	0.052	0.069	0.082	0.091	0.098	0.114	0.127	0.143
	1	0.000	0.005	0.009	0.015	0.018	0.023	0.029	0.042	0.056	0.067	0.075	0.082	0.097	0.110	0.125
	1,2	0.000	0.004	0.007	0.012	0.015	0.018	0.024	0.034	0.046	0.056	0.063	0.069	0.083	0.096	0.111
	1,4	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.015	0.019	0.027	0.038	0.046	0.053	0.058	0.072	0.084	0.099
	1,5	0.000	0.003	0.005	0.009	0.011	0.013	0.017	0.025	0.035	0.043	0.049	0.054	0.067	0.079	0.094
	1,6	0.000	0.002	0.005	0.008	0.010	0.012	0.016	0.023	0.032	0.039	0.045	0.050	0.062	0.074	0.089
	1,8	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.013	0.019	0.027	0.033	0.039	0.043	0.055	0.066	0.081
	2	0.000	0.002	0.003	0.006	0.007	0.008	0.011	0.016	0.023	0.029	0.033	0.038	0.048	0.059	0.074
	2,5	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.011	0.016	0.020	0.024	0.027	0.036	0.047	0.061
	3	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.008	0.012	0.015	0.018	0.021	0.028	0.038	0.051
	4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.018	0.026	0.039
	5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.013	0.019	0.031
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.004	0.007	0.016	
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.011
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.008
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

M		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
Z/2a	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.109	0.160	0.180	0.183	0.186	0.187	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188
	0,4	0.000	0.047	0.083	0.111	0.118	0.126	0.131	0.134	0.134	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135
	0,5	0.000	0.033	0.060	0.085	0.092	0.100	0.107	0.111	0.112	0.113	0.113	0.113	0.113	0.113	0.113
	0,6	0.000	0.023	0.044	0.065	0.072	0.079	0.087	0.092	0.093	0.094	0.094	0.094	0.094	0.094	0.094
	0,8	0.000	0.013	0.025	0.038	0.043	0.049	0.056	0.062	0.064	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065
	1	0.000	0.007	0.015	0.023	0.026	0.031	0.036	0.042	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045
	1,2	0.000	0.005	0.009	0.014	0.017	0.020	0.024	0.029	0.031	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
	1,4	0.000	0.003	0.006	0.009	0.011	0.013	0.016	0.020	0.022	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023
	1,5	0.000	0.002	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.017	0.019	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
	1,6	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.011	0.014	0.016	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017
	1,8	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
	2	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
	2,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006	0.006
	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000





b/a		M^1														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
0,2	0	0.000	0.043	0.065	0.075	0.076	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078
0,4	0	0.000	0.012	0.021	0.027	0.029	0.030	0.031	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030	0.030
0,6	0	0.000	0.006	0.006	0.011	0.015	0.016	0.017	0.017	0.016	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015
0,8	0	0.000	0.000	0.003	0.005	0.007	0.008	0.008	0.007	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.004	0.004
1	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.006	-0.008	-0.010	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011
1,2	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.004	-0.004	-0.005	-0.005	-0.006	-0.008	-0.011	-0.012	-0.012	-0.012	-0.012	-0.012
1,4	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.006	-0.008	-0.011	-0.012	-0.012	-0.012	-0.012	-0.012
1,5	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.006	-0.008	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011
1,6	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.006	-0.008	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011
1,8	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.005	-0.006	-0.008	-0.011	-0.012	-0.012	-0.012	-0.012	-0.012
2	0	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.007	-0.007	-0.008	-0.008	-0.009	-0.009	-0.009
2,5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.003	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.005	-0.005
3	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.004	-0.004
4	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003
5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002
10	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
15	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
20	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
50	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000

M¹

$$\left. \begin{array}{l} = \frac{z}{2a} \text{ coin} \\ = \frac{z}{2a} \text{ centre} \end{array} \right\}$$

M₂		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0,2	0	0.000	0.026	0.040	0.046	0.046	0.046	0.045	0.043	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
0,4	0	0.000	0.002	0.003	0.002	0.001	-0.000	-0.002	-0.005	-0.007	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
0,5	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.005	-0.006	-0.008	-0.010	-0.013	-0.015	-0.016	-0.016	-0.016	-0.016	-0.016	-0.016
0,6	0	0.000	-0.002	-0.004	-0.007	-0.009	-0.010	-0.013	-0.016	-0.018	-0.019	-0.019	-0.020	-0.020	-0.020	-0.020
0,8	0	0.000	-0.002	-0.005	-0.007	-0.009	-0.010	-0.013	-0.016	-0.018	-0.019	-0.019	-0.019	-0.019	-0.019	-0.019
1	0	0.000	-0.002	-0.003	-0.006	-0.007	-0.008	-0.010	-0.013	-0.015	-0.015	-0.016	-0.016	-0.016	-0.016	-0.016
1,2	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.004	-0.005	-0.006	-0.007	-0.009	-0.011	-0.012	-0.012	-0.012	-0.013	-0.013	-0.013
1,4	0	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.005	-0.007	-0.008	-0.009	-0.009	-0.009	-0.010	-0.010	-0.010
1,5	0	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.006	-0.007	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.009	-0.009
1,6	0	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.006	-0.007	-0.007	-0.007	-0.007	-0.008	-0.008
1,8	0	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.005	-0.005	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006
2	0	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.004	-0.004	-0.005	-0.005	-0.005
2,5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003
3	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002
4	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
10	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
15	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
20	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
50	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000

M₃		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
<i>z/a</i>	centre	0	0.000	INFINI												
0,2	0.000	0.013	0.017	0.012	0.008	0.002	-0.006	-0.015	-0.019	-0.020	-0.021	-0.021	-0.021	-0.021	-0.021	
0,4	0.000	-0.006	-0.012	-0.020	-0.024	-0.028	-0.035	-0.042	-0.046	-0.047	-0.047	-0.048	-0.048	-0.048	-0.048	
0,5	0.000	-0.006	-0.012	-0.019	-0.022	-0.026	-0.031	-0.037	-0.041	-0.042	-0.042	-0.043	-0.043	-0.043	-0.043	
0,6	0.000	-0.005	-0.010	-0.015	-0.018	-0.021	-0.026	-0.031	-0.034	-0.035	-0.036	-0.036	-0.036	-0.036	-0.036	
0,8	0.000	-0.003	-0.006	-0.009	-0.011	-0.013	-0.016	-0.020	-0.022	-0.023	-0.023	-0.023	-0.024	-0.024	-0.023	
1	0.000	-0.002	-0.003	-0.005	-0.006	-0.008	-0.009	-0.012	-0.014	-0.014	-0.015	-0.015	-0.015	-0.015	-0.015	
1,2	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.006	-0.007	-0.009	-0.009	-0.010	-0.010	-0.010	-0.010	-0.010	
1,4	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	
1,5	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005	
1,6	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	
1,8	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	
2	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	
2,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	
3	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	
4	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	
5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	
10	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	
15	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	
20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	
50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

M₄		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
0,2	0	0.000	0.010	0.026	0.038	0.041	0.044	0.045	0.045	0.044	0.044	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043
0,4	0	0.000	0.001	0.005	0.009	0.011	0.012	0.013	0.012	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
0,5	0	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.005	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0,6	0	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.000	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004
0,8	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.003	-0.005	-0.007	-0.007	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
1	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.004	-0.006	-0.007	-0.008	-0.008	-0.009	-0.009	-0.009
1,2	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.005	-0.006	-0.007	-0.007	-0.008	-0.008	-0.008
1,4	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.003	-0.004	-0.005	-0.006	-0.006	-0.007	-0.007	-0.007
1,5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.004	-0.005	-0.006	-0.006	-0.007	-0.007	-0.007
1,6	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.005	-0.006	-0.006	-0.006
1,8	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.005	-0.006	-0.006
2	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.005	-0.005	-0.005
2,5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003
3	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.003
4	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002
5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
10	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
15	0	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
20	0	0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
50	0	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000

M^2		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
0	0	0.000	0.161	0.115	0.077	0.063	0.048	0.031	0.015	0.006	0.003	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
0,2	0	0.000	0.026	0.037	0.036	0.033	0.028	0.021	0.011	0.005	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0,4	0	0.000	0.007	0.012	0.015	0.015	0.015	0.012	0.008	0.004	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0,5	0	0.000	0.004	0.008	0.010	0.010	0.010	0.009	0.006	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0,6	0	0.000	0.003	0.005	0.007	0.007	0.008	0.007	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0,8	0	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1,2	0	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1,4	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1,5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1,6	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1,8	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2,5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

N 1		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
0,2	0	0.000	0.025	0.061	0.087	0.093	0.098	0.102	0.104	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105
0,4	0	0.000	0.006	0.019	0.037	0.044	0.052	0.060	0.065	0.067	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
0,5	0	0.000	0.003	0.011	0.024	0.030	0.037	0.045	0.051	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
0,6	0	0.000	0.002	0.007	0.016	0.020	0.026	0.033	0.040	0.043	0.043	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044
0,8	0	0.000	0.001	0.003	0.007	0.010	0.013	0.018	0.024	0.027	0.028	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029
1	0	0.000	0.000	0.001	0.004	0.005	0.007	0.010	0.015	0.018	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019
1,2	0	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.009	0.012	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013
1,4	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.006	0.008	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.010
1,5	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008
1,6	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
1,8	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
2	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
2,5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
3	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
4	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000

N_2		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$Z/2a$	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.008	0.034	0.067	0.078	0.090	0.101	0.110	0.114	0.114	0.115	0.115	0.115	0.115	0.115
	0,4	0.000	0.001	0.006	0.018	0.024	0.033	0.044	0.056	0.061	0.062	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
	0,5	0.000	0.000	0.003	0.010	0.014	0.020	0.029	0.040	0.045	0.047	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048
	0,6	0.000	0.000	0.002	0.006	0.008	0.013	0.019	0.028	0.034	0.036	0.036	0.037	0.037	0.037	0.037
	0,8	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	0.005	0.009	0.015	0.019	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.023
	1	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.008	0.011	0.013	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.006	0.007	0.007	0.007
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.004	0.004	0.004	0.005	0.005	0.005
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

N^2		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$Z/2a$	0	0.000	0.089	0.135	0.173	0.187	0.202	0.219	0.235	0.244	0.247	0.248	0.249	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.022	0.042	0.062	0.070	0.079	0.091	0.103	0.110	0.112	0.113	0.114	0.115	0.115	0.115
	0,4	0.000	0.009	0.018	0.028	0.033	0.038	0.045	0.054	0.059	0.061	0.062	0.063	0.063	0.063	0.063
	0,5	0.000	0.006	0.013	0.020	0.023	0.027	0.033	0.040	0.044	0.046	0.047	0.047	0.048	0.048	0.048
	0,6	0.000	0.005	0.009	0.014	0.017	0.020	0.024	0.029	0.033	0.035	0.036	0.036	0.037	0.037	0.037
	0,8	0.000	0.002	0.005	0.008	0.009	0.011	0.013	0.017	0.020	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.023
	1	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015
	1,2	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.009	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010
	1,4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.006	0.006	0.006	0.007	0.007	0.007
	1,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006	0.006
	1,6	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.005	0.005	0.005
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000

\sum_P		b/a														
		0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$\zeta \left\{ \begin{array}{l} = z/a \\ = z/a \end{array} \right. \text{ coin centre}$	0	0.000	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
	0,2	0.000	0.145	0.244	0.318	0.340	0.364	0.388	0.411	0.424	0.430	0.432	0.434	0.436	0.437	0.437
	0,4	0.000	0.072	0.136	0.203	0.228	0.258	0.293	0.331	0.354	0.364	0.369	0.372	0.376	0.378	0.379
	0,5	0.000	0.056	0.108	0.165	0.189	0.218	0.254	0.295	0.323	0.334	0.340	0.344	0.349	0.352	0.352
	0,6	0.000	0.045	0.087	0.137	0.158	0.185	0.220	0.263	0.293	0.307	0.314	0.318	0.324	0.327	0.328
	0,8	0.000	0.031	0.061	0.097	0.114	0.136	0.167	0.209	0.242	0.258	0.267	0.272	0.280	0.284	0.285
	1	0.000	0.022	0.044	0.072	0.085	0.102	0.128	0.167	0.200	0.218	0.228	0.234	0.244	0.248	0.250
	1,2	0.000	0.017	0.034	0.055	0.065	0.079	0.101	0.134	0.167	0.185	0.196	0.203	0.214	0.219	0.221
	1,4	0.000	0.013	0.026	0.043	0.051	0.063	0.080	0.110	0.140	0.158	0.169	0.177	0.189	0.195	0.197
	1,5	0.000	0.012	0.023	0.038	0.046	0.056	0.072	0.100	0.128	0.146	0.158	0.165	0.178	0.185	0.187
	1,6	0.000	0.011	0.021	0.034	0.041	0.051	0.065	0.091	0.118	0.136	0.147	0.155	0.168	0.175	0.178
	1,8	0.000	0.009	0.017	0.028	0.034	0.041	0.054	0.076	0.101	0.118	0.129	0.137	0.151	0.159	0.161
	2	0.000	0.007	0.014	0.023	0.028	0.035	0.045	0.064	0.086	0.102	0.114	0.121	0.136	0.145	0.148
	2,5	0.000	0.005	0.009	0.016	0.019	0.023	0.031	0.044	0.061	0.075	0.085	0.092	0.108	0.117	0.121
	3	0.000	0.003	0.007	0.011	0.013	0.017	0.022	0.032	0.045	0.056	0.065	0.072	0.087	0.098	0.102
	4	0.000	0.002	0.004	0.006	0.008	0.010	0.013	0.019	0.027	0.035	0.041	0.046	0.061	0.072	0.078
	5	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.008	0.012	0.018	0.023	0.028	0.032	0.044	0.056	0.063
	10	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.008	0.009	0.014	0.022	0.032
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.007	0.012	0.021	
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.007	0.016	
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.006	

		b/a														
		0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
ζ	Q	0	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0	0	0.000	0.021	0.040	0.060	0.067	0.075	0.084	0.092	0.095	0.096	0.096	0.096	0.096	0.096	0.096
0,2	0	0.000	0.014	0.028	0.042	0.048	0.054	0.062	0.069	0.073	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074	0.074
0,4	0	0.000	0.007	0.014	0.022	0.025	0.029	0.035	0.041	0.044	0.045	0.045	0.045	0.046	0.046	0.046
0,5	0,5	0.000	0.004	0.008	0.012	0.014	0.017	0.020	0.025	0.028	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029
0,6	0,6	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.012	0.016	0.018	0.019	0.019	0.019	0.020	0.020	0.020
0,8	0,8	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013	0.013	0.013	0.014	0.014	0.014
1	1,2	0.000	0.000	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.011	0.011	0.011	0.012	0.012	0.012
1,4	1,4	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013	0.013	0.013	0.014	0.014	0.014
1,5	1,5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.011	0.011	0.011	0.012	0.012	0.012
1,6	1,6	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010
1,8	1,8	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.006	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
2	2,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
2,5	2,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
3	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
4	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
5	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

$\sum S$	b/a														
	0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0.000	INFINI													
0,2	0.000	0.122	0.219	0.306	0.338	0.374	0.415	0.460	0.488	0.500	0.507	0.510	0.515	0.518	0.519
0,4	0.000	0.049	0.094	0.144	0.165	0.191	0.222	0.260	0.286	0.298	0.303	0.307	0.312	0.314	0.315
0,5	0.000	0.035	0.068	0.105	0.122	0.143	0.170	0.203	0.228	0.239	0.244	0.248	0.253	0.255	0.256
0,6	0.000	0.026	0.050	0.079	0.092	0.109	0.132	0.161	0.184	0.194	0.200	0.203	0.208	0.211	0.212
0,8	0.000	0.015	0.029	0.047	0.055	0.067	0.082	0.105	0.124	0.133	0.139	0.142	0.147	0.149	0.150
1	0.000	0.009	0.018	0.030	0.035	0.043	0.054	0.071	0.086	0.095	0.099	0.102	0.107	0.110	0.110
1,2	0.000	0.006	0.012	0.020	0.024	0.029	0.037	0.050	0.062	0.069	0.074	0.076	0.081	0.083	0.084
1,4	0.000	0.004	0.008	0.014	0.016	0.020	0.026	0.036	0.046	0.052	0.056	0.058	0.063	0.065	0.066
1,5	0.000	0.004	0.007	0.012	0.014	0.017	0.022	0.030	0.039	0.045	0.049	0.051	0.056	0.058	0.059
1,6	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.015	0.019	0.026	0.034	0.040	0.043	0.045	0.050	0.052	0.052
1,8	0.000	0.002	0.004	0.007	0.009	0.011	0.014	0.020	0.026	0.031	0.034	0.036	0.040	0.042	0.043
2	0.000	0.002	0.003	0.006	0.007	0.008	0.011	0.015	0.021	0.024	0.027	0.029	0.033	0.035	0.036
2,5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.008	0.012	0.014	0.016	0.018	0.021	0.023	0.024
3	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.009	0.011	0.012	0.014	0.016	0.017
4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.009	0.010
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.006
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

$\sum T$		b/a														
		0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	INFINI													
	0,2	0.000	0.040	0.065	0.078	0.081	0.081	0.079	0.072	0.066	0.062	0.061	0.060	0.058	0.057	0.057
	0,4	0.000	0.004	0.007	0.008	0.007	0.006	0.003	-0.003	-0.010	-0.013	-0.014	-0.016	-0.017	-0.018	-0.018
	0,5	0.000	0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.004	-0.008	-0.014	-0.020	-0.023	-0.024	-0.025	-0.027	-0.028	-0.028
	0,6	0.000	-0.001	-0.003	-0.005	-0.007	-0.009	-0.012	-0.018	-0.023	-0.026	-0.028	-0.029	-0.030	-0.031	-0.031
	0,8	0.000	-0.002	-0.004	-0.007	-0.008	-0.010	-0.013	-0.018	-0.023	-0.025	-0.027	-0.028	-0.029	-0.030	-0.030
coin	1	0.000	-0.002	-0.004	-0.006	-0.007	-0.008	-0.011	-0.015	-0.019	-0.021	-0.023	-0.024	-0.025	-0.026	-0.026
centre	1,2	0.000	-0.001	-0.003	-0.005	-0.005	-0.007	-0.009	-0.012	-0.015	-0.017	-0.019	-0.019	-0.021	-0.022	-0.022
	1,4	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.007	-0.009	-0.012	-0.014	-0.015	-0.016	-0.017	-0.018	-0.018
$\frac{z}{2a}$	1,5	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.006	-0.008	-0.011	-0.012	-0.013	-0.014	-0.016	-0.016	-0.016
	1,6	0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.005	-0.007	-0.009	-0.011	-0.012	-0.013	-0.014	-0.015	-0.015
	1,8	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.006	-0.008	-0.009	-0.010	-0.011	-0.012	-0.012	-0.013
$\frac{z}{a}$	2	0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	-0.006	-0.007	-0.008	-0.009	-0.010	-0.011	-0.011
	2,5	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.005	-0.006	-0.007	-0.007	-0.007
	3	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.005	-0.005	-0.005
	4	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003
	5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002
	10	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
	15	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
	20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000

EXPRESSION DES COEFFICIENTS P, Q, S, T, Q', S' et T'.

$1 \leq \alpha \leq \infty$	$\alpha \rightarrow \infty$	$\alpha = \infty$
(a) Coefficient $P(\alpha = b/a \text{ si } b \geq a, \text{ et } \alpha = a/b \text{ si } a \geq b)$		
$P_C = \frac{1}{\pi} \left[\log e (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \alpha \log e \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{\pi} (1 + \log e 2\alpha)$	∞
$P_M = \frac{1}{\pi} \left[2 \log e \frac{\alpha + \sqrt{4 + \alpha^2}}{2} + \alpha \log e \frac{2 + \sqrt{4 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{2}{\pi} (1 + \log e \alpha)$	∞
$P_N = \frac{1}{\pi} \left[\log e (2\alpha + \sqrt{1 + 4\alpha^2}) + 2\alpha \log e \frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha^2}}{2\alpha} \right]$	$\frac{1}{\pi} (1 + \log e 4\alpha)$	∞
$P_O = \frac{2}{\pi} \left[\log e (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \alpha \log e \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{2}{\pi} (1 + \log e 2\alpha)$	∞
$P_m = \frac{2}{\pi} \left[\log e (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \alpha \log e \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} + \frac{1 + \alpha^3 - (1 + \alpha^2)^{3/2}}{3\alpha} \right]$	$\frac{1}{\pi} (1 + 2 \log e 2\alpha)$	∞
(b) Coefficients Q, S, et T ($b \geq a, \text{ et } \alpha = b/a$)		
$Q_C = \frac{\alpha}{\pi} \left[\alpha - \sqrt{1 + \alpha^2} + \log e \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{12\alpha^2} \right)$	$\frac{1}{2\pi}$
$Q_B = \frac{\alpha}{2\pi} \left[\alpha - \sqrt{4 + \alpha^2} + 2 \log e \frac{2 + \sqrt{4 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{1}{3\alpha^2} \right)$	$\frac{1}{\pi}$
$S_C = \frac{1}{2\pi} \left[\arctan \alpha + \alpha \log e \frac{\sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{\pi\alpha} \right)$	$\frac{1}{4}$
$S_B = \frac{1}{\pi} \left[\arctan \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \log e \frac{\sqrt{4 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi\alpha}$	$\frac{1}{2}$
$T_C = \frac{\alpha}{2\pi} \left[-1 + \alpha \arctan \frac{1}{\alpha} + \log e \frac{\sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{12\pi\alpha}$	0
$T_B = \frac{\alpha}{2\pi} \left[-1 + \frac{\alpha}{2} \arctan \frac{2}{\alpha} + \log e \frac{\sqrt{4 + \alpha^2}}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{3\pi\alpha}$	0
$T_A = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{1}{4} + \alpha^2 \right) \arctan \frac{1}{2\alpha} \right]$	$\frac{1}{8} - \frac{1}{12\pi\alpha}$	$\frac{1}{8}$
$T_O = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha + \frac{\pi}{2} - (1 + \alpha^2) \arctan \frac{1}{\alpha} \right]$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{3\pi\alpha}$	$\frac{1}{4}$
$T_m = \frac{1}{12\pi} \left[3\alpha + 4 \arctan \alpha - 4\alpha^2 \arctan \frac{1}{\alpha} + \alpha^3 \log e \frac{1 + \alpha^2}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha} \log e (1 + \alpha^2) \right]$	$\frac{1}{6} - \frac{19 + 12 \log e \alpha}{72\pi\alpha}$	$\frac{1}{6}$
(c) Coefficients Q', S', et T' ($a \geq b, \text{ et } \alpha = a/b$)		
$Q'_C = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} + \log e (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) \right]$	$\frac{1}{\pi} (-1 + \log e 2\alpha)$	∞
$Q'_B = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\sqrt{1 + 4\alpha^2}}{\alpha} + 2 \log e (2\alpha + \sqrt{1 + 4\alpha^2}) \right]$	$\frac{1}{\pi} (-1 + \log e 4\alpha)$	∞
$S'_C = \frac{\alpha}{2\pi} \left[\arctan \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \log e \sqrt{1 + \alpha^2} \right]$	$\frac{1}{2\pi} (\log e \alpha + 1)$	∞
$S'_B = \frac{\alpha}{\pi} \left[\arctan \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha} \log e \sqrt{1 + 4\alpha^2} \right]$	$\frac{1}{2\pi} (\log e 2\alpha + 1)$	∞
$T'_C = \frac{1}{2\pi} \left[-1 + \frac{1}{\alpha} \arctan \alpha + \log e \sqrt{1 + \alpha^2} \right]$	$\frac{1}{2\pi} (-1 + \log e \alpha)$	∞
$T'_B = \frac{1}{2\pi} \left[-1 + \frac{1}{2\alpha} \arctan 2\alpha + \log e \sqrt{1 + 4\alpha^2} \right]$	$\frac{1}{2\pi} (-1 + \log e 2\alpha)$	∞
$T'_A = \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2\alpha} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\alpha^2} \right) \arctan \frac{\alpha}{2} \right]$	$\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{\pi}$
$T'_O = \frac{1}{2\pi} \left[1 + \frac{\pi}{2} \alpha - \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) \arctan \alpha \right]$	$\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4\alpha}$	$\frac{1}{\pi}$
$T'_m = \frac{1}{12\pi} \left[3 + 4\alpha \arctan \frac{1}{\alpha} - \frac{4}{\alpha} \arctan \alpha + \frac{1}{\alpha^2} \log e (1 + \alpha^2) - \alpha^2 \log e \frac{1 + \alpha^2}{\alpha^2} \right]$	$\frac{1}{2\pi} - \frac{1}{6\alpha} + \frac{2 \log e \alpha}{\alpha^2}$	$\frac{1}{2\pi}$

ÉCRITURE EXPLICITE DE K, L, M, N et Σ

(COEFFICIENTS DONT LES VALEURS NUMÉRIQUES SE TROUVENT DANS

LES TABLES ET GRAPHIQUES PRÉCEDENTS)

$$\alpha = b/a$$

$$\zeta = \begin{cases} z/2a & \text{coin} \\ z/a & \text{centre} \end{cases}$$

$$K_0 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\alpha\zeta}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \left(\frac{1}{1+\zeta^2} + \frac{1}{\alpha^2+\zeta^2} \right) + \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$K_1 = \frac{\alpha}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{(1+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$K_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{\alpha\zeta}{(1+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$K_3 = \frac{1}{2\pi} \left[2 \operatorname{Log} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} - \frac{\alpha}{(1+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$K_4 = \frac{1}{2\pi} \left[1 - \frac{\zeta}{\sqrt{1+\zeta^2}} - \frac{\zeta}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} + \frac{\zeta}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$K_5 = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right) + \operatorname{Log} \frac{(\alpha + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})\sqrt{1+\zeta^2}}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right]$$

$$K'_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \alpha \right]$$

$$K'_3 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\alpha(\zeta - \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})}{1+\alpha^2} + \frac{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}-\zeta}{\alpha} \right]$$

$$K'_4 = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Log} \frac{(\zeta + \sqrt{1+\zeta^2})(\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})}{2\zeta(\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})}$$

$$K'_5 = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \left(\frac{1}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{1}{\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right) + \operatorname{Log} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right]$$

$$L_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{1+\zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{(\alpha^2+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$L_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\alpha \zeta}{(\alpha^2 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right]$$

$$L_5 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta^2}} + \operatorname{Log} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} (1 + \sqrt{1 + \zeta^2})}{\zeta (1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} \right]$$

$$L'_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}}{\alpha \zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{1}{\alpha} \right]$$

$$L'_3 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\zeta + \sqrt{1 + \zeta^2}} - \frac{1}{\zeta + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right]$$

$$M_0 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\alpha \zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \left(\frac{1}{\alpha^2 + \zeta^2} - \frac{1}{1 + \zeta^2} \right) + 2 \alpha \zeta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} \right) \right]$$

$$M_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\alpha \zeta^2}{(1 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} - 2 \zeta \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right]$$

$$M_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\alpha \zeta}{(1 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + 4 \zeta \operatorname{Log} \frac{\zeta (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})}{\sqrt{1 + \zeta^2} (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})} + \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right]$$

$$M_3 = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Log} \frac{\sqrt{1 + \zeta^2} (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} - 3 \alpha \operatorname{Log} \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\alpha}{2(1 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + 3 \zeta \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right]$$

$$M_4 = \frac{1}{2\pi} \left[1 + \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2}} - \frac{\zeta}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + 2 \zeta \operatorname{Log} \frac{\zeta (1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} (1 + \sqrt{1 + \zeta^2})} \right]$$

$$M_5 = \frac{1}{2\pi} \left[-\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right) + \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} + 2\zeta \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$M'_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \alpha - 2\alpha \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$M'_3 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\alpha}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} + \frac{\alpha}{\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} - 2\alpha \log \frac{1 + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right. \\ \left. + 2\zeta \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\alpha^2+\zeta^2+\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$M'_4 = \frac{1}{2\pi} \left[2\alpha \operatorname{Arctg} \alpha - 2\alpha \operatorname{Arctg} \frac{\alpha \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\zeta} + \log \frac{(\zeta + \sqrt{1+\zeta^2})(\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})\zeta}{2\zeta(\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right. \\ \left. - 2\zeta \log \frac{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})} \right]$$

$$M'_5 = \frac{1}{2\pi} \left[-\frac{\alpha}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{\alpha}{\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} + \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right. \\ \left. + 2\zeta \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{1+\zeta^2+\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$N_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{1+\zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{(\alpha^2+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} + \frac{2\zeta^2}{\sqrt{1+\zeta^2}} - 2\zeta - \frac{2\zeta^2}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} + \frac{2\zeta^2}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right]$$

$$N_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{\alpha\zeta}{(\alpha^2+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{2\alpha\zeta}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right. \\ \left. + \frac{2\alpha\zeta}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} - 2\zeta \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right]$$

$$N_5 = \frac{1}{2\pi} \left[4(\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2} - \sqrt{\alpha^2+\zeta^2} - \sqrt{1+\zeta^2} + \zeta) - \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{1+\zeta^2}} + \log \frac{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right]$$

$$\begin{aligned}
 N'_2 &= \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\alpha\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{1}{\alpha} - 2\alpha \operatorname{Log} \frac{\zeta + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right. \\
 &\quad \left. - 2\zeta \operatorname{Log} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right] \\
 N'_3 &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\zeta + \sqrt{1+\zeta^2}} - \frac{1}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - \frac{2\alpha^2}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} + \frac{2\alpha^2}{\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} \right. \\
 &\quad \left. + 2\zeta \operatorname{Log} \frac{2\zeta(\zeta + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})}{(\zeta + \sqrt{1+\zeta^2})(\zeta + \sqrt{\alpha^2+\zeta^2})} \right] \\
 \Sigma_p &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \\
 \Sigma_q &= \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} - 2\zeta \operatorname{Log} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \right] \\
 \Sigma_s &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Log} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} \\
 \Sigma_t &= \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Log} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2})} - 2\alpha \operatorname{Log} \frac{1 + \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}}{\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}} + 2\zeta \operatorname{Arctg} \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1+\alpha^2+\zeta^2}} \right]
 \end{aligned}$$

BIBLIOGRAPHIE

A l'exception des coefficients Q_ϕ et S_ϕ dus à Vogt [5], nous avons calculé tous les autres coefficients utilisés dans cette section et ceci a fait l'objet de deux publications [2, 3]. Signalons toutefois que Vogt [5] avait déjà calculé les coefficients P_c , P_m et S_c , Steinbrenner [4], les coefficients P_c et K_o et Florin [1], les coefficients K_1 , K_2 , K'_2 , L_2 et L'_2 .

REFERENCES

- [1] V.A. FLORIN", Osnovi Mecaniki Gruntov", Vol. 1 (Moscou, 1959), p. 124.
- [2] J.P. GIROUD", Settlement of a Linearly Loaded Rectangular Area", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 94, SM 4 (July 1968, 813-831).

- [3] J.P. GIROUD, "Stresses under loaded rectangular area", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 96, SM 1 (January 1970), 263-268.
- [4] W. STEINBRENNER, "Boden mechanik und neuzeitlicher Strassenbau", Volk und Reich Verlag (Berlin, 1936).
- [5] F. VOGT, "Über die Berechnung der Fundamentdeformation", Avhandlinger utgit av Det Norske Videnskaps Akademi Math. Naturv. Klasse (Oslo, 1925), p. 8, 9 et 24.

Articles et ouvrages donnant des résultats liés à ceux de cette section :

N.N. AMBRASEYS, "Discussion on Linearly Variable Load Distribution on A Rectangular Foundation", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 86, SM 3 (June 1960), 123-125.

R.F. BAKER and H. GRAY, "Design of Foundations, Embankments and Cut Slopes", Highway Engineering Hand book, Woods Ed., Mc Graw-Hill (New-York, 1960), 11-18.

R.E. FADUM, "Influence Values for Estimating Stresses in Elastic Foundations", Comptes-Rendus du 2^e Congrès International de Mécanique des Sols, 3 (Rotterdam, 1948) 77-84.

R. JELINEK, "Setzungsberechnung Ausmittig Belasteter Fundamente", Baupl. und Bau-technik, 3, 4 (Avril 1949) 117.

A.R. JUMIKIS, "Soil vertical stresses influence charts for rectangles", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97, SM 2 (February 1971), 521-528.

S. SPAGNOLETTI, "Sul Comportamento della Diga a Gravità Alleggerita a Elementi Cavi Tipo Marcello", L'Energia Elettrica, 37, 10 (Ottobre 1960), 877-907.

A.C STAMATOPOULOS, "Linearly variable load distribution on a rectangular foundation", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 85, SM 6 (December 1959), 137-152 (p. 146)

K. SZECHI, "Der Grundbau Untersuchung und Festigkeitslehre des Baugrundes", Springer Verlag (Wien, 1963), p. 276.

SECTION 4-2

**FONDATION RECTANGULAIRE EXERÇANT UNE CHARGE
NORMALE LINÉAIREMENT RÉPARTIE**

(Semelle, Radier souple)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

4-2DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si le sol n'est pas homogène, les valeurs données ici pour les contraintes (en particulier pour σ_z) peuvent cependant être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles, sauf, peut-être, dans le cas d'une *couche de sol très dur reposant sur des terrains bien plus mous*. Au contraire, pour que les valeurs du tassement données ici soient correctes, il faut que les hypothèses (homogénéité et épaisseur infinie) soient respectées, du moins avec une bonne approximation. Par exemple, si le sol est composé d'une couche d'épaisseur H reposant sur un substratum peu déformable, il faut, pour que l'erreur sur le tassement soit inférieure à 20 %, que la condition suivante soit respectée :

$$(1) \quad H > L + 2B,$$

avec :

L, B : longueur et largeur de la fondation rectangulaire.

DEFINITION DE LA CHARGE

Nous supposons que la charge exercée se traduit, au contact fondation/sol, par une distribution linéaire de contraintes normales. Pour la définir, nous donnons p_1, p_2 et p_3 , valeurs de la contrainte normale aux trois coins du rectangle, C_1, C_2 et C_3 définis par (Fig. 1) :

$$C_1 C_2 = 2a : \text{côté parallèle à } Ox$$

$$C_1 C_3 = 2b : \text{côté parallèle à } Oy$$

C_1 : coin choisi de façon que le trièdre $Oxyz$ soit de sens direct (Deux positions sont possibles pour C_1 : celle de la figure 1, et celle qui consiste à mettre C'_1 en C_4 , C'_2 en C_3 et C'_3 en C_2 et à changer l'orientation des axes Ox et Oy).

Notons que $2a$ peut-être soit le petit côté ($2a = B$), soit le grand côté ($2a = L$) du rectangle.

En prenant l'origine des axes en C_1 , la contrainte normale $p(x, y)$ en un point quelconque du rectangle s'écrit :

$$(2) \quad p(x, y) = p_1 + (p_2 - p_1) \frac{x}{2a} + (p_3 - p_1) \frac{y}{2b}$$

En particulier, on a au centre :

$$(3) \quad p_0 = \frac{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}{4} = \frac{p_1 + p_4}{2} = \frac{p_2 + p_3}{2}$$

et, au quatrième coin :

$$(4) \quad p_4 = p_2 + p_3 - p_1$$

Cette distribution linéaire de contraintes normales admet une résultante (Fig. 1) dont l'intensité et le point d'application sont définis par les relations suivantes :

$$(5) \quad N = \frac{p_2 + p_3}{2} \quad LB = 2 ab (p_2 + p_3)$$

$$(6) \quad e_x = \frac{p_2 - p_1}{6(p_2 + p_3)}$$

$$(7) \quad e_y = \frac{p_3 - p_1}{6(p_2 + p_3)}$$

avec :

N : résultante des contraintes normales exercées par la fondation sur le sol ;

e_x, e_y : excentricité de N (Fig. 1).

$$E_x = 2a e_x \\ E_y = 2b e_y$$

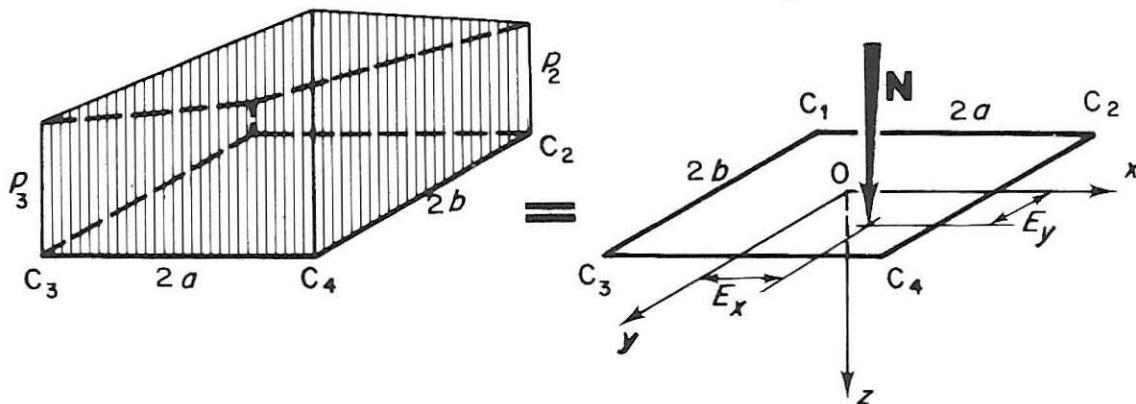


FIG. 1. — Définition de la charge et de sa résultante.

4-2

Inversement, les relations suivantes permettent de trouver la répartition linéaire qui correspond à une résultante donnée par N , e_x et e_y :

$$(8) \quad p_1 = \frac{N}{LB} (1 - 6 e_x - 6 e_y)$$

$$(9) \quad p_2 = \frac{N}{LB} (1 + 6 e_x - 6 e_y)$$

$$(10) \quad p_3 = \frac{N}{LB} (1 - 6 e_x + 6 e_y)$$

$$(11) \quad p_4 = \frac{N}{LB} (1 + 6 e_x + 6 e_y)$$

Toutefois il faut bien noter qu'une résultante donnée est équivalente à une infinité de répartitions de contraintes. Parmi celles-ci, une seule est linéaire et elle est définie par (8) (9) (10) et (11).

Exemple 1 :

Soit un radier de 12 m (40 ft) de large et 18 m (60 ft) de long, supportant une charge de $2,5 \times 10^7$ newtons ($5,7 \times 10^6$ lb) avec un excentrement de $E_x = 1,8$ m (6 ft) et $E_y = 0,6$ m (2 ft), l'axe Ox étant choisi parallèle au grand côté (Fig. 2). Quelle est la répartition linéaire équivalente de contraintes normales ?

Calculons d'abord l'excentricité :

$$e_x = \frac{E_x}{2a} = \frac{1,8}{18} = \frac{6}{60} = 0,1$$

$$e_y = \frac{E_y}{2b} = \frac{0,6}{12} = \frac{2}{40} = 0,05.$$

Le calcul de p_1 se fait alors à l'aide de (8) :

$$p_1 = \frac{2,5 \times 10^7}{12 \times 18} (1 - 0,6 - 0,3) = 0,12 \times 10^5 \text{ Pascals} = 0,12 \text{ bar},$$

$$p_1 = \frac{5,7 \times 10^6}{40 \times 60} (1 - 0,6 - 0,3) = 250 \text{ lb/sq. ft.}$$

De même, à l'aide de (9) (10) et (11) :

$$p_2 = 1,51 \text{ bar (3 100 lb/sq. ft)},$$

$$p_3 = 0,81 \text{ bar (1 700 lb/sq. ft)},$$

$$p_4 = 2,20 \text{ bars (4 550 lb/sq. ft)}.$$

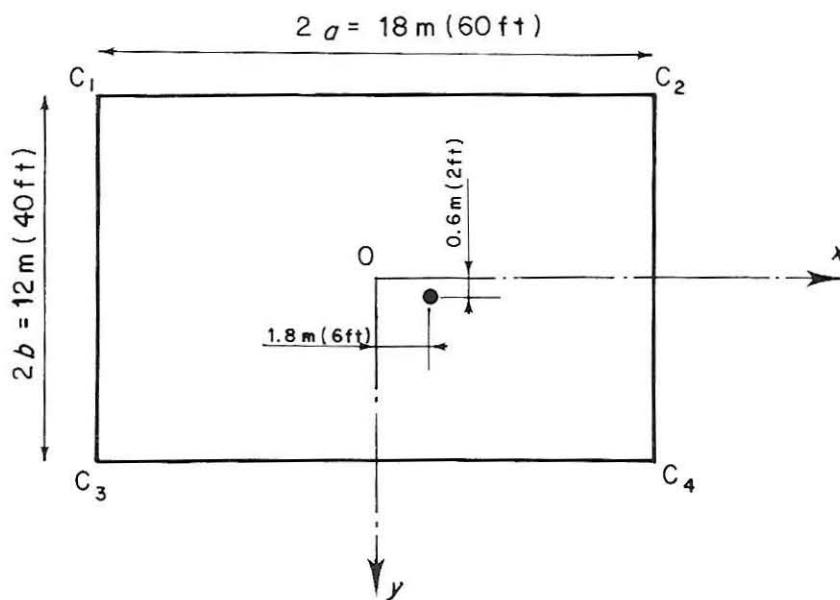


FIG. 2. — Définition du radier de l'exemple 1.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Le tassement du centre du rectangle se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$(12) \quad w_0 = \frac{1 - \nu^2}{E} B(p_2 + p_3) o_w = \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{N}{L} 2 o_w$$

avec :

w_0 : tassement du centre O ;

E, ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

L, B : grand et petit côté du rectangle ;

N : résultante des charges normales exercées par la fondation sur le sol ;

p_2 , p_3 : deux contraintes définissant la répartition linéaire de charge (Voir formule (3)) ;

o_w : coefficient sans dimensions dont les valeurs numériques sont données en fonction de L/B dans un tableau et un graphique.

4-2

Le calcul du tassement de l'un quelconque des quatre coins se fait en appeler C ce soin et A et B les deux coins voisins tels que CA = B (largeur du rectangle) et CB = L (longueur du rectangle) (Fig. 3).

La formule s'écrit :

$$(13) \quad w_C = \frac{1 - \nu^2}{E} B(p_A A_w + p_B + B_w + p_C C_w)$$

avec :

w_C : tassement du coin C

p_A , p_B , p_C : contraintes normales aux points A, B et C ;

E, ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

B : largeur du rectangle ;

A_w , B_w , C_w : coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans une table en fonction de L/B.

Cas particulier : charge uniformément répartie :

La charge est définie alors par :

$$(14) \quad p_A = p_B = p_C = p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p = \frac{N}{LB}$$

Le tassement du centre s'écrit :

$$(15) \quad w_0 = 2 \frac{1 - \nu^2}{E} B p O_w = 2 \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{N}{L} O_w$$

Le tassement d'un coin s'écrit :

$$(16) \quad w_c = \frac{1 - \nu^2}{E} B p O_w = \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{N}{L} O_w = \frac{w_0}{2}$$

Exemple 2 :

Quel est le tassement du centre et des coins du radier couple de l'exemple 1 s'il est supporté par un sol homogène de caractéristiques E = 300 bars (628 000 lb/sq. ft) et $\nu = 0,3$?

Pour L/B = 1,5 on lit dans la table :

$$\begin{array}{ll} A_w = 0,262 & B_w = 0,234 \\ C_w = 0,182 & O_w = 0,679 \end{array}$$

Par ailleurs, calculons l'expression suivante, qui servira dans tous les calculs :

$$\frac{1-v^2}{E} B = \frac{1-(0,3)^2}{300} \times 12 \times 100 = 3,64 \text{ cm/bar}$$

$$\frac{1-v^2}{E} B = \frac{1-(0,3)^2}{628 \ 000} \times 39 = 5,65 \ 10^{-5} \text{ ft/lb sq. ft.}$$

Calcul du tassement du centre :

$$\begin{aligned} p_2 + p_3 &= 0,12 + 2,20 = 1,51 + 0,81 = 2,32 \text{ bars} \\ &= 250 + 4 \ 550 = 3 \ 100 + 1 \ 700 = 4 \ 800 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} w_0 &= 3,64 \times 2,32 \times 0,679 = 5,7 \text{ cm} \\ &= 5,65 \times 10^{-5} \times 4 \ 800 \times 0,679 = 0,185 \text{ ft.} \end{aligned}$$

Calcul du tassement du coin C₁ :

Pour cela, plaçons le point C en C₁, le point A en C₃ et le point B en C₂ (Fig. 3 A). On a alors :

$$p_A = p_3 = 0,81 \text{ bar (} 1 \ 700 \text{ lb/sq. ft)}$$

$$p_B = p_2 = 1,51 \text{ bar (} 3 \ 100 \text{ lb/sq. ft)}$$

$$p_C = p_1 = 0,12 \text{ bar (} 250 \text{ lb/sq. ft}).$$

D'où :

$$\begin{aligned} w_{C1} &= 3,64 (0,81 \times 0,262 + 1,51 \times 0,234 + 0,12 \times 0,182) \\ &= 2,1 \text{ cm} \\ &= 5,65 \times 10^{-5} (1 \ 700 \times 0,262 + 3 \ 100 \times 0,234 + 250 \times 0,182) = 0,069 \text{ ft.} \end{aligned}$$

Calcul du tassement des autres coins :

- Tassement de C₂ : on place C en C₂, A en C₄ et B en C₁ (Fig. 3 b)
- Tassement de C₃ : on place C en C₃, A en C₁ et B en C₄ (Fig. 3 c)
- Tassement de C₄ : on place C en C₄, A en C₂ et B en C₃ (Fig. 3 d).

En procédant ensuite comme pour C₁, on trouve :

$$w_{C2} = 3,1 \text{ cm (} 0,1 \text{ ft)}$$

$$w_{C3} = 2,5 \text{ cm (} 0,08 \text{ ft)}$$

$$w_{C4} = 3,6 \text{ cm (} 0,115 \text{ ft)}$$

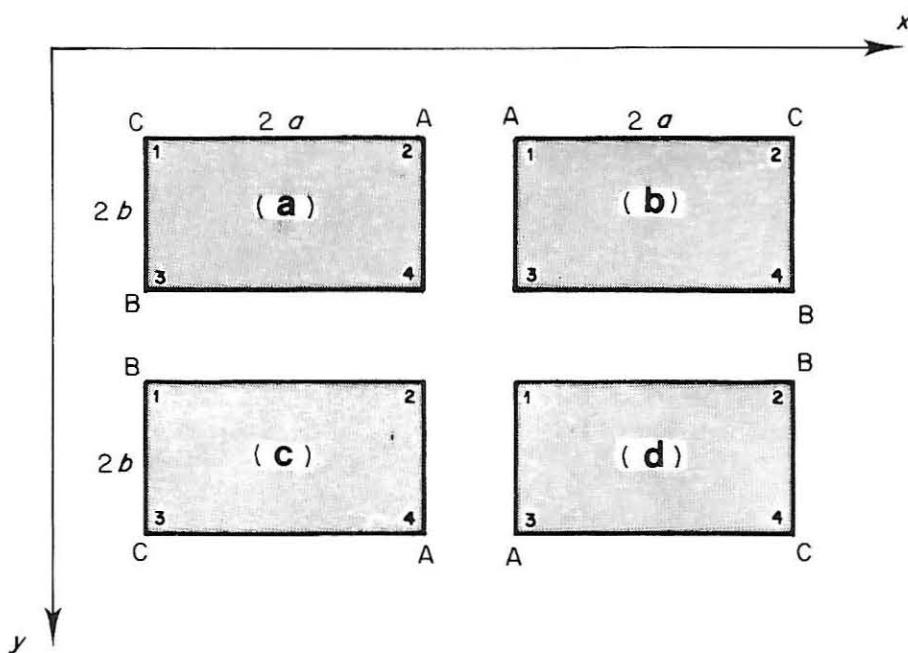


FIG. 3. — Position des points A, B et C pour le calcul du tassement (a) en C_1 (b) en C_3 (d) en C_4 (voir exemple 2).

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes provoquées dans le sol par la charge linéaire définie plus haut sont données par les formules suivantes :

1. A la verticale du centre du rectangle chargé :

$$(17) \quad \sigma_x = 2(p_2 + p_3) [o_x - (1 - 2\nu) o'_x]$$

$$(18) \quad \sigma_y = 2(p_2 + p_3) [o_y - (1 - 2\nu) o'_y]$$

$$(19) \quad \sigma_z = 2(p_2 + p_3) o_z$$

$$(20) \quad \tau_{xy} = 0 \text{ (zéro)}$$

$$(21) \quad \tau_{yz} = 2(p_1 - p_3) B_{yz}$$

$$(22) \quad \tau_{zx} = 2(p_1 - p_2) A_{zx}$$

Notons que :

$$(23) \quad p_2 + p_3 = p_1 + p_4 = \frac{2 N}{LB}$$

$$(24) \quad p_1 - p_3 = p_2 - p_4$$

$$(25) \quad p_1 - p_2 = p_3 - p_4$$

2. A la verticale d'un coin du rectangle chargé :

Le calcul des contraintes sous l'un quelconque des quatre coins se fait en appelant C ce coin et A et B les deux coins voisins tels que CA = 2 a (côté parallèle à Ox) et CB = 2 b (côté parallèle à Oy) (Fig. 4).

Les formules s'écrivent :

$$(26) \quad \sigma_x = p_A A_x + p_B B_x + p_C C_x - (1 - 2 \nu)(p_A A'_x + p_B B'_x + p_C C'_x)$$

$$(27) \quad \sigma_y = p_A A_y + p_B B_y + p_C C_y - (1 - 2 \nu)(p_A A'_y + p_B B'_y + p_C C'_y)$$

$$(28) \quad \sigma_z = p_A A_z + p_B B_z + p_C C_z$$

$$(29) \quad \tau_{xy} = \pm [p_A A_{xy} + p_B B_{xy} + p_C C_{xy} - (1 - 2 \nu)(p_A A'_{xy} + p_B B'_{xy} + p_C C'_{xy})]$$

$$(30) \quad \tau_{yz} = \pm [p_A A_{yz} + p_B B_{yz} + p_C C_{yz}]$$

$$(31) \quad \tau_{zx} = \pm [p_A A_{zx} + p_B B_{zx} + p_C C_{zx}]$$

avec :

ν : coefficient de Poisson du sol ;

p_1, p_2, p_3 et p_4 : valeurs des contraintes normales aux quatre coins C_1, C_2, C_3 et C_4 du rectangle ;

p_A, p_B et p_C : valeurs des contraintes normales aux trois points A, B et C (Notons que ces points changent de place selon le coin à la verticale duquel on fait le calcul, comme on le voit sur la Fig. 4) ;

Signe \pm : Ce signe dépend de la position du coin considéré par rapport aux axes (Fig. 5) ;

O_i, A_i, B_i et C_i : coefficients sans dimensions donnés dans les tables et graphiques en fonction de b/a et ζ ;

4-2

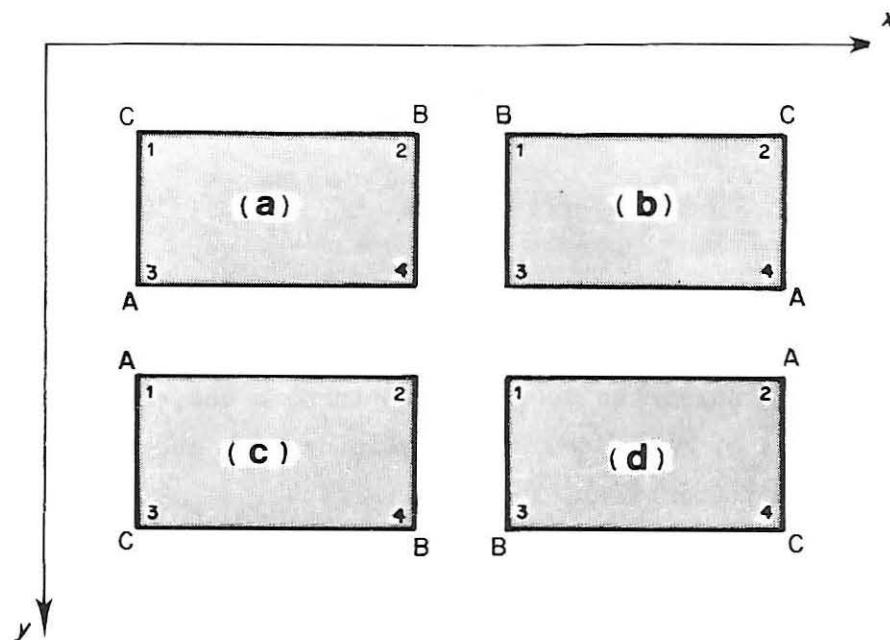


FIG. 4. — Position des points A, B et C pour le calcul des contraintes à la verticale

- (a) du coin C_1
- (b) du coin C_2
- (c) du coin C_3
- (d) du coin C_4 .

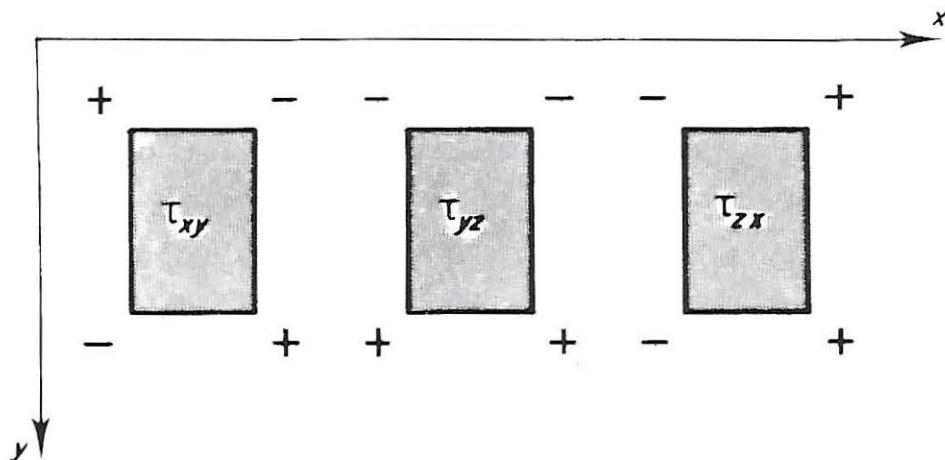


FIG. 5. — Valeur de signe \pm dans les formules (29) (30) et (31).

2 a, 2 b : côtés du rectangle respectivement parallèles à O_x et O_y

(Nota : 2a vaut B ou L selon que c'est le petit côté ou le grand qui est parallèle à O_x) ;

ζ : paramètre sans dimensions valant $z/2a$ à la verticale des coins et z/a à la verticale du centre.

Cas particulier : charge uniformément répartie

La charge est alors définie par :

$$(32) \quad p_A = p_B = p_C = p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p = \frac{N}{LB}$$

Les contraintes à la verticale du centre s'écrivent :

$$(33) \quad \sigma_x = \frac{4}{3} p \left[O_x - (1 - 2 \nu) O'_x \right]$$

$$(34) \quad \sigma_y = \frac{4}{3} p \left[O_y - (1 - 2 \nu) O'_y \right]$$

$$(35) \quad \sigma_z = \frac{4}{3} p O_z$$

$$(36) \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

Les contraintes à la verticale d'un coin s'écrivent :

$$(37) \quad \sigma_x = p \left[O_x - (1 - 2 \nu) O'_x \right]$$

$$(38) \quad \sigma_y = p \left[O_y - (1 - 2 \nu) O'_y \right]$$

$$(39) \quad \sigma_z = p O_z$$

$$(40) \quad \tau_{xy} = \pm p \left[(A_{xy} + B_{xy} + C_{xy}) - (1 - 2 \nu)(A'_{xy} + B'_{xy} + C'_{xy}) \right]$$

$$(41) \quad \tau_{yz} = \pm p \left[A_{yz} + B_{yz} + C_{yz} \right]$$

$$(42) \quad \tau_{zx} = \pm p \left[A_{zx} + B_{zx} + C_{zx} \right]$$

Exemple 3 :

Quelle est la contrainte τ_{yz} à la profondeur $z = 18 \text{ m}$ (60 ft) sous le coin C_2 (Fig. 2) du radier défini dans les exemples 1 et 2 ?

Nous sommes alors dans le cas de la figure 4 b : il faut alors placer le point C en position C_2 , le point A en C_1 et le point B en C_4 . Donc, d'après l'exemple 1 :

$$p_A = p_1 = 0,12 \text{ bar} \quad (250 \text{ lb/sq. ft})$$

$$p_B = p_4 = 2,20 \text{ bars} \quad (4550 \text{ lb/sq. ft})$$

$$p_C = p_2 = 1,51 \text{ bar} \quad (1700 \text{ lb/sq. ft}).$$

4-2

Le calcul de τ_{yz} se fait alors par la formule (30) avec le signe moins d'après la figure 5.

Pour $b/a = 2/3$ et $z/2a = 1$, les tables donnent :

$$A_{yz} = 0,016 \quad B_{yz} = 0,026 \quad C_{yz} = 0,000.$$

D'où :

$$\begin{aligned}\tau_{yz} &= -(0,12 \times 0,016 + 2,20 \times 0,026 + 0) \\ &= -0,059 \text{ bar} \\ &= -(250 \times 0,016 + 4 \times 550 \times 0,026 + 0) \\ &= -122 \text{ lb/sq. ft.}\end{aligned}$$

TABLES ET GRAPHIQUES

— Calcul du tassement

Coefficients : $A_w, B_w, C_w, O_w \dots \dots \dots$ p. 84

— Calcul des contraintes

Coefficients : $A_x, B_x, C_x, A'_x, B'_x, C'_x \dots \dots \dots$ p. 85- 90

$A_y, B_y, C_y, A'_y, B'_y, C'_y \dots \dots \dots$ p. 91- 96

$A_z, B_z, C_z \dots \dots \dots$ p. 97-101

$A_{xy}, B_{xy}, C_{xy}, A'_{xy}, B'_{xy}, C'_{xy} \dots \dots \dots$ p. 102-107

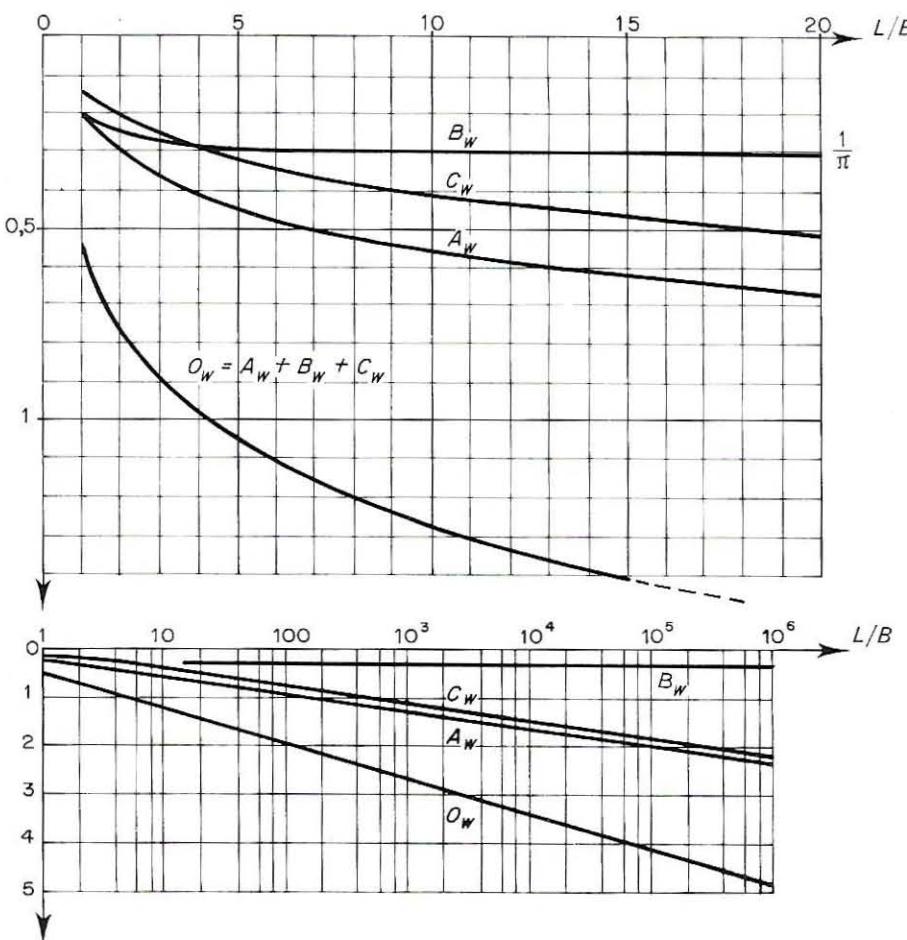
$A_{yz}, B_{yz}, C_{yz} \dots \dots \dots$ p. 108-110

$A_{zx}, B_{zx}, C_{zx} \dots \dots \dots$ p. 111-113

$O_x, O_y, O'_x, O'_y, O_z \dots \dots \dots$ p. 114-123

4-2

L/B	A_w	B_w	C_w	$O_w = \frac{O_w}{A_w + B_w + C_w}$	L/B	A_w	B_w	C_w	$O_w = \frac{O_w}{A_w + B_w + C_w}$
1	0,206	0,206	0,149	0,561	15	0,621	0,308	0,472	1,401
1,1	0,219	0,213	0,156	0,588	20	0,667	0,310	0,515	1,493
1,2	0,231	0,219	0,163	0,613	25	0,702	0,312	0,549	1,564
1,3	0,242	0,225	0,169	0,636	30	0,731	0,313	0,577	1,622
1,4	0,253	0,230	0,176	0,658	40	0,777	0,314	0,622	1,713
1,5	0,262	0,234	0,182	0,679	50	0,813	0,315	0,657	1,784
1,6	0,272	0,238	0,188	0,698	60	0,842	0,316	0,685	1,842
1,7	0,281	0,242	0,193	0,716	70	0,866	0,316	0,709	1,891
1,8	0,289	0,246	0,199	0,734	80	0,887	0,316	0,730	1,934
1,9	0,297	0,249	0,204	0,750	90	0,906	0,317	0,749	1,971
2	0,305	0,252	0,209	0,766	100	0,923	0,317	0,765	2,005
2,2	0,319	0,257	0,219	0,795	200	1,033	0,318	0,875	2,225
2,4	0,333	0,261	0,229	0,822	300	1,098	0,318	0,939	2,355
2,5	0,339	0,263	0,233	0,835	400	1,144	0,318	0,985	2,446
3	0,367	0,271	0,254	0,892	500	1,179	0,318	1,020	2,517
3,5	0,391	0,277	0,272	0,940	600	1,208	0,318	1,049	2,575
4	0,412	0,282	0,288	0,982	700	1,233	0,318	1,073	2,624
4,5	0,430	0,286	0,303	1,019	800	1,254	0,318	1,095	2,667
5	0,447	0,289	0,317	1,052	900	1,273	0,318	1,113	2,704
6	0,476	0,293	0,341	1,110	10^3	1,290	0,318	1,130	2,738
7	0,500	0,297	0,362	1,159	10^4	1,656	0,318	1,497	3,471
8	0,521	0,299	0,381	1,201	10^5	2,023	0,318	1,863	4,204
9	0,540	0,301	0,398	1,239	10^6	2,390	0,318	2,230	4,938
10	0,557	0,303	0,413	1,272	∞	∞	0,318	∞	∞



A X	b/a														
	0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,2	0.000	0.021	0.038	0.052	0.056	0.061	0.066	0.071	0.072	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073	0.073
0,4	0.000	0.015	0.028	0.042	0.047	0.053	0.060	0.067	0.070	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071
0,5	0.000	0.012	0.023	0.035	0.039	0.045	0.052	0.059	0.063	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
0,6	0.000	0.009	0.018	0.028	0.032	0.038	0.044	0.051	0.055	0.056	0.056	0.057	0.057	0.057	0.057
0,8	0.000	0.006	0.011	0.018	0.021	0.025	0.030	0.036	0.040	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
1	0.000	0.004	0.007	0.012	0.014	0.016	0.020	0.025	0.028	0.030	0.030	0.030	0.031	0.031	0.031
1,2	0.000	0.002	0.005	0.008	0.009	0.011	0.013	0.017	0.020	0.021	0.022	0.022	0.022	0.022	0.022
1,4	0.000	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.012	0.014	0.015	0.016	0.017	0.017	0.017	0.017
1,5	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
1,6	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.011	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
1,8	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.008	0.008	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
2	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.006	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
2,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000

X		<i>b/a</i>															
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞	
<i>Z/2a</i>	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	0,2	0.000	0.033	0.051	0.056	0.056	0.053	0.047	0.037	0.027	0.021	0.017	0.014	0.008	0.004	0.000	
	0,4	0.000	0.015	0.028	0.038	0.040	0.042	0.042	0.036	0.028	0.022	0.018	0.015	0.009	0.005	0.000	
	0,5	0.000	0.011	0.021	0.030	0.032	0.035	0.036	0.033	0.026	0.021	0.017	0.014	0.009	0.004	0.000	
	0,6	0.000	0.008	0.016	0.023	0.026	0.028	0.030	0.029	0.023	0.019	0.016	0.013	0.008	0.004	0.000	
	0,8	0.000	0.005	0.009	0.014	0.016	0.018	0.020	0.021	0.018	0.015	0.013	0.011	0.007	0.003	0.000	
	1	0.000	0.003	0.005	0.009	0.010	0.012	0.013	0.015	0.014	0.012	0.010	0.009	0.005	0.003	0.000	
	1,2	0.000	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.010	0.010	0.009	0.008	0.007	0.004	0.002	0.000	
	1,4	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.007	0.006	0.006	0.004	0.002	0.000	
	1,5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.006	0.006	0.005	0.003	0.002	0.000	
	1,6	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.005	0.005	0.004	0.003	0.002	0.000	
	1,8	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.002	0.001	0.000	
	2	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.001	0.000	
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	15	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	20	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	50	0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	

$A'X$		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$Z/2a$	0	0.000	0.037	0.052	0.061	0.063	0.064	0.063	0.055	0.044	0.036	0.030	0.025	0.016	0.008	0.000
	0,2	0.000	0.017	0.030	0.041	0.044	0.047	0.049	0.046	0.039	0.032	0.027	0.024	0.015	0.008	-0.000
	0,4	0.000	0.010	0.018	0.027	0.030	0.034	0.037	0.038	0.034	0.029	0.025	0.022	0.014	0.008	-0.000
	0,5	0.000	0.008	0.014	0.022	0.025	0.028	0.032	0.034	0.031	0.027	0.024	0.021	0.014	0.008	-0.000
	0,6	0.000	0.006	0.012	0.018	0.021	0.024	0.028	0.030	0.029	0.026	0.023	0.020	0.014	0.007	-0.000
	0,8	0.000	0.004	0.008	0.013	0.015	0.018	0.021	0.024	0.025	0.023	0.021	0.019	0.013	0.007	-0.000
	1	0.000	0.003	0.006	0.009	0.011	0.013	0.016	0.020	0.021	0.020	0.019	0.017	0.013	0.007	0.000
	1,2	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.013	0.016	0.018	0.018	0.017	0.016	0.012	0.007	0.000
	1,4	0.000	0.002	0.003	0.006	0.007	0.008	0.010	0.013	0.015	0.016	0.016	0.015	0.011	0.007	0.000
	1,5	0.000	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.012	0.014	0.015	0.015	0.014	0.011	0.007	-0.000
	1,6	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.011	0.013	0.014	0.014	0.014	0.011	0.007	-0.000
	1,8	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.007	0.009	0.012	0.012	0.012	0.012	0.010	0.007	0.000
	2	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.008	0.010	0.011	0.012	0.011	0.010	0.006	-0.000
	2,5	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.008	0.009	0.009	0.009	0.006	0.000
	3	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.008	0.006	-0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.005	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.004	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	-0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	-0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	-0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000

B'		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
<i>Z/2a</i>	0	0.000	-0.008	-0.016	-0.025	-0.030	-0.036	-0.044	-0.055	-0.063	-0.064	-0.063	-0.061	-0.052	-0.037	-0.000
	0,2	0.000	0.028	0.041	0.041	0.037	0.031	0.019	0.000	-0.017	-0.026	-0.031	-0.033	-0.027	-0.027	-0.000
	0,4	0.000	0.013	0.023	0.030	0.031	0.030	0.026	0.015	-0.000	-0.010	-0.016	-0.019	-0.023	-0.021	-0.000
	0,5	0.000	0.010	0.018	0.024	0.026	0.027	0.025	0.017	0.004	-0.005	-0.010	-0.014	-0.020	-0.019	-0.000
	0,6	0.000	0.007	0.014	0.020	0.022	0.024	0.024	0.018	0.008	-0.001	-0.006	-0.010	-0.017	-0.017	-0.000
	0,8	0.000	0.005	0.009	0.014	0.016	0.018	0.019	0.018	0.011	0.004	-0.001	-0.004	-0.012	-0.014	-0.000
	1	0.000	0.003	0.006	0.010	0.011	0.013	0.015	0.016	0.012	0.007	0.003	-0.001	-0.008	-0.012	-0.000
	1,2	0.000	0.002	0.005	0.007	0.009	0.010	0.012	0.014	0.012	0.009	0.005	0.002	-0.005	-0.010	-0.000
	1,4	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.008	0.010	0.012	0.011	0.009	0.006	0.004	-0.003	-0.008	-0.000
	1,5	0.000	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.011	0.011	0.009	0.007	0.004	-0.002	-0.008	-0.000
<i>Z/2a</i>	1,6	0.000	0.001	0.003	0.005	0.005	0.006	0.008	0.010	0.010	0.009	0.007	0.005	-0.002	-0.007	-0.000
	1,8	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.007	0.009	0.009	0.009	0.007	0.006	-0.006	-0.006	-0.000
	2	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.007	0.008	0.008	0.007	0.006	0.001	-0.005	-0.000
	2,5	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.007	0.006	0.002	-0.003	-0.000
<i>Z/2a</i>	3	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.006	0.006	0.003	-0.001	-0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.004	0.004	0.000	-0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.001	-0.000	-0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	-0.000
<i>Z/2a</i>	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	-0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	-0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000

c' x		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$z/2a$	0	0.000	0.205	0.182	0.163	0.156	0.148	0.138	0.125	0.112	0.102	0.094	0.087	0.068	0.045	0.000
	0,2	0.000	0.014	0.026	0.036	0.040	0.045	0.050	0.057	0.061	0.061	0.059	0.057	0.049	0.035	0.000
	0,4	0.000	0.004	0.007	0.012	0.015	0.018	0.023	0.031	0.038	0.041	0.042	0.042	0.038	0.029	0.000
	0,5	0.000	0.002	0.004	0.008	0.009	0.012	0.016	0.023	0.030	0.034	0.035	0.036	0.034	0.027	0.000
	0,6	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.008	0.011	0.017	0.024	0.028	0.030	0.031	0.031	0.025	0.000
	0,8	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.016	0.020	0.022	0.024	0.025	0.022	0.000
	1	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.006	0.011	0.014	0.017	0.018	0.021	0.019	0.000
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.010	0.013	0.014	0.017	0.017	0.000
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.005	0.008	0.010	0.011	0.015	0.015	0.000
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.009	0.010	0.014	0.014	0.000
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.013	0.014	0.000
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.004	0.006	0.007	0.011	0.012	0.000
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.006	0.009	0.011	0.000
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.009	0.000
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

A <i>y</i>		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
<i>Z/2a</i>	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.001	0.005	0.013	0.017	0.022	0.028	0.037	0.044	0.047	0.048	0.049	0.051	0.052	0.052
	0,4	0.000	0.000	0.002	0.007	0.010	0.015	0.023	0.036	0.047	0.053	0.056	0.058	0.061	0.063	0.063
	0,5	0.000	0.000	0.001	0.005	0.008	0.012	0.020	0.033	0.045	0.052	0.056	0.058	0.062	0.063	0.064
	0,6	0.000	0.000	0.001	0.004	0.006	0.009	0.016	0.029	0.042	0.049	0.054	0.056	0.061	0.063	0.063
	0,8	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	0.005	0.010	0.021	0.034	0.042	0.047	0.051	0.056	0.059	0.060
	1	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.007	0.015	0.027	0.035	0.040	0.044	0.051	0.054	0.055
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.010	0.020	0.028	0.034	0.038	0.045	0.049	0.050
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.007	0.015	0.023	0.028	0.032	0.040	0.044	0.046	
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.006	0.013	0.020	0.026	0.030	0.038	0.042	0.044
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.012	0.018	0.023	0.027	0.035	0.040	0.042
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.004	0.009	0.014	0.019	0.023	0.031	0.036	0.039
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.007	0.012	0.016	0.019	0.028	0.033	0.036
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.007	0.010	0.013	0.021	0.027	0.030	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.006	0.009	0.016	0.022	0.025	
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.009	0.015	0.019
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.011	0.016	
	10	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	
	15	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	
	20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	

B <i>y</i>		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.007	0.031	0.057	0.064	0.071	0.074	0.071	0.060	0.051	0.044	0.039	0.026	0.014	0.000
	0,4	0.000	0.001	0.007	0.022	0.030	0.041	0.055	0.067	0.067	0.061	0.055	0.050	0.034	0.019	0.000
	0,5	0.000	0.001	0.004	0.014	0.020	0.030	0.043	0.059	0.064	0.061	0.056	0.051	0.037	0.021	0.000
	0,6	0.000	0.000	0.002	0.009	0.014	0.021	0.034	0.051	0.060	0.060	0.056	0.052	0.038	0.022	0.000
	0,8	0.000	0.000	0.001	0.004	0.007	0.011	0.020	0.036	0.049	0.053	0.052	0.050	0.039	0.023	0.000
	1	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.006	0.012	0.025	0.039	0.045	0.047	0.046	0.038	0.023	0.000
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.008	0.017	0.030	0.038	0.041	0.042	0.036	0.023	0.000
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.012	0.023	0.031	0.035	0.037	0.034	0.023	0.000
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.010	0.020	0.028	0.032	0.035	0.033	0.023	0.000
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.008	0.018	0.025	0.030	0.032	0.032	0.023	0.000
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.006	0.013	0.020	0.025	0.028	0.030	0.022	0.000
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.010	0.016	0.021	0.024	0.028	0.021	0.000
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.006	0.010	0.014	0.017	0.023	0.020	0.000
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.006	0.009	0.012	0.018	0.018	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.006	0.011	0.015	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.007	0.012	0.000
	10	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.000
	15	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
	20	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
	50	0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

γ		b/a														
		0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	$2,5$	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0,2	0	0.000	0.002	0.009	0.024	0.031	0.041	0.056	0.077	0.097	0.110	0.119	0.125	0.140	0.153	0.167
0,4	0	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.007	0.013	0.025	0.041	0.054	0.064	0.072	0.090	0.107	0.126
0,5	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.013	0.026	0.038	0.047	0.055	0.073	0.091	0.112
0,6	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.016	0.026	0.034	0.041	0.060	0.078	0.101
0,8	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	0.004	0.011	0.017	0.023	0.040	0.059	0.083	
1	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.001	0.003	0.008	0.012	0.028	0.045	0.070
1,2	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.003	-0.003	-0.001	0.002	0.006	0.019	0.035	0.060
1,4	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.001	0.002	0.012	0.028	0.053	
1,5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.002	0.000	0.010	0.025	0.050
1,6	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.002	-0.001	0.008	0.022	0.047
1,8	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.003	-0.003	-0.003	-0.002	-0.005	0.018	0.042	
2	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	0.003	0.015	0.038
2,5	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.001	0.009	0.031
3	0	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.002	0.005	0.026
4	0	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.001	0.020
5	0	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.016
10	0	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	0.008
15	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.005
20	0	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.004
50	0	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.002

A'	y	b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	-0.037	-0.052	-0.061	-0.063	-0.064	-0.063	-0.055	-0.044	-0.036	-0.030	-0.025	-0.016	-0.008	-0.000
	0,2	0.000	-0.005	-0.008	-0.010	-0.010	-0.007	0.000	0.010	0.018	0.023	0.027	0.037	0.044	0.052	
	0,4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.008	0.015	0.024	0.031	0.036	0.039	0.048	0.055	0.063
	0,5	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.007	0.010	0.017	0.026	0.032	0.037	0.041	0.049	0.056	0.064
	0,6	0.000	0.002	0.003	0.006	0.007	0.009	0.012	0.018	0.026	0.032	0.037	0.041	0.049	0.056	0.063
	0,8	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.012	0.018	0.025	0.030	0.035	0.038	0.046	0.052	0.060
	1	0.000	0.002	0.003	0.006	0.007	0.008	0.011	0.016	0.022	0.027	0.031	0.034	0.041	0.048	0.055
	1,2	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.014	0.019	0.024	0.027	0.030	0.037	0.043	0.050
	1,4	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.008	0.012	0.016	0.020	0.023	0.026	0.032	0.039	0.046
	1,5	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.011	0.015	0.019	0.022	0.024	0.031	0.037	0.044
	1,6	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.010	0.014	0.018	0.020	0.023	0.029	0.035	0.042
	1,8	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.009	0.012	0.015	0.018	0.020	0.026	0.031	0.039
	2	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.011	0.013	0.016	0.018	0.023	0.028	0.036
	2,5	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.008	0.010	0.011	0.013	0.018	0.023	0.030
	3	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.007	0.009	0.010	0.014	0.018	0.025
	4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.009	0.013	0.019
	5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.010	0.016
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.008
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002

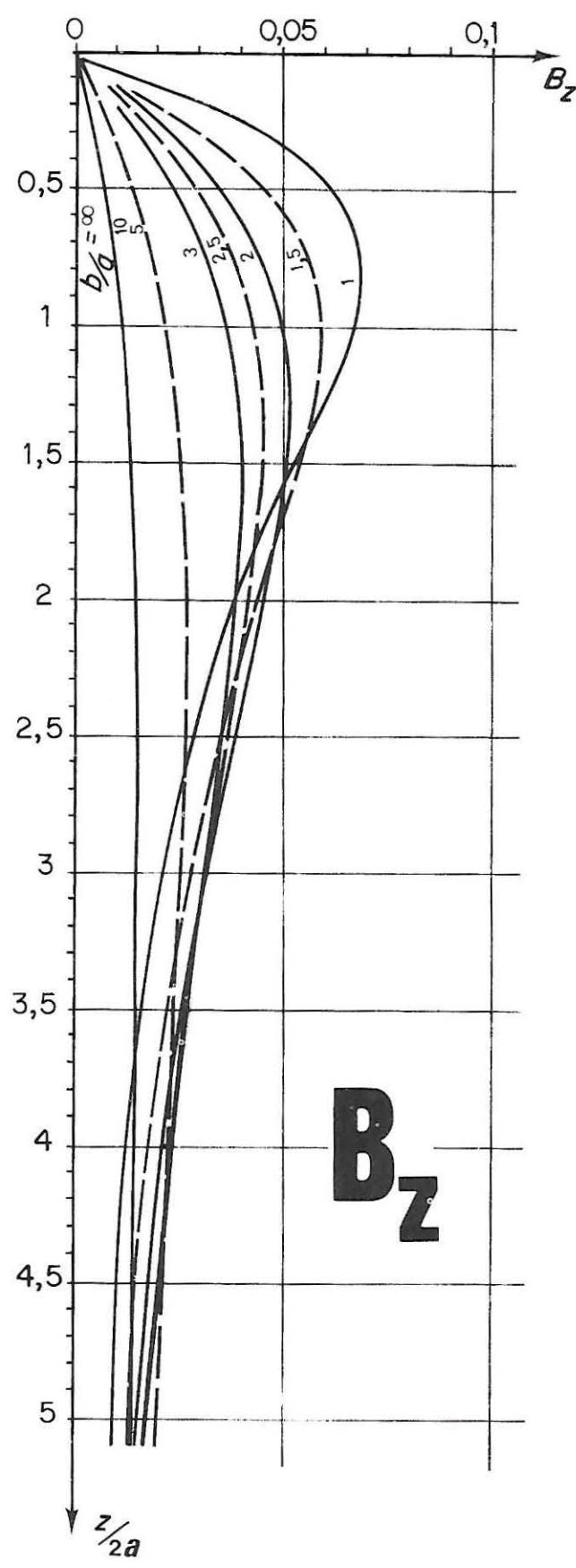
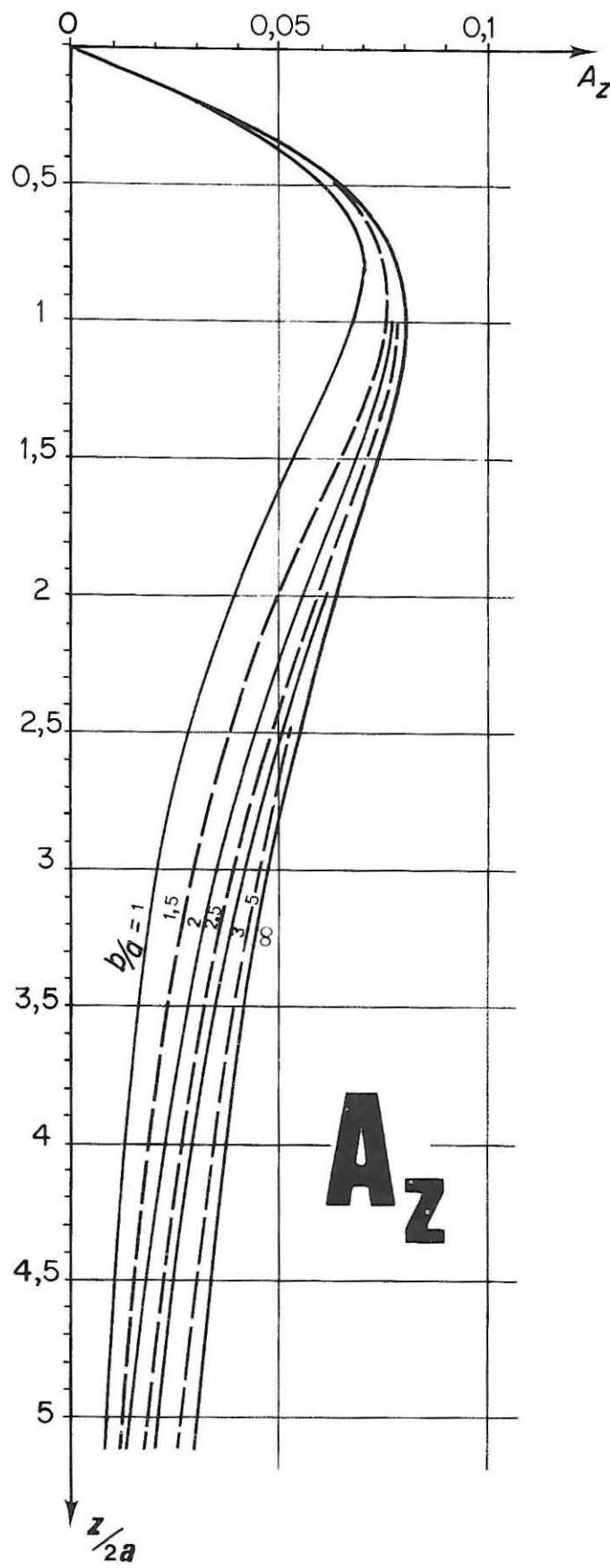
B'		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	$\frac{2,5}{3}$	3	5	10	8
0	0	0.000	0.008	0.016	0.025	0.030	0.036	0.044	0.055	0.063	0.064	0.063	0.061	0.052	0.037	0.000
0,2	0	0.000	0.006	0.013	0.020	0.024	0.029	0.036	0.046	0.053	0.055	0.055	0.054	0.047	0.034	0.000
0,4	0	0.000	0.005	0.010	0.016	0.019	0.023	0.029	0.038	0.044	0.047	0.048	0.047	0.042	0.031	0.000
0,5	0,000	0.004	0.019	0.014	0.017	0.020	0.026	0.034	0.041	0.043	0.044	0.044	0.040	0.030	0.000	
0,6	0,000	0.004	0.008	0.012	0.015	0.018	0.023	0.030	0.037	0.040	0.041	0.041	0.037	0.029	0.000	
0,8	0,000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.014	0.018	0.024	0.030	0.034	0.035	0.035	0.034	0.026	0.000	
1	0,000	0.002	0.005	0.008	0.009	0.011	0.014	0.020	0.025	0.028	0.030	0.031	0.030	0.024	0.000	
1,2	0,000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.012	0.016	0.021	0.024	0.026	0.027	0.027	0.022	0.000	
1,4	0,000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.013	0.018	0.021	0.022	0.023	0.024	0.021	0.000	
1,5	0,000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.012	0.016	0.019	0.021	0.022	0.023	0.020	0.000	
1,6	0,000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.008	0.011	0.015	0.018	0.019	0.021	0.022	0.019	0.000	
1,8	0,000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.009	0.013	0.015	0.017	0.018	0.020	0.018	0.000	
2	0,000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.008	0.011	0.013	0.015	0.016	0.018	0.017	0.000	
2,5	0,000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.008	0.010	0.011	0.012	0.014	0.014	0.000	
3	0,000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.007	0.008	0.009	0.012	0.012	0.000	
4	0,000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.000
5	0,000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.008	0.000	
10	0,000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.000	
15	0,000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000	
20	0,000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	
50	0,000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

c' y		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$Z/2a$	0	0.000	0.045	0.068	0.087	0.094	0.102	0.112	0.125	0.138	0.148	0.156	0.163	0.182	0.205	0.250
	0,2	0.000	0.011	0.021	0.031	0.035	0.041	0.047	0.057	0.067	0.075	0.082	0.088	0.104	0.125	0.167
	0,4	0.000	0.005	0.009	0.014	0.017	0.020	0.024	0.031	0.038	0.045	0.050	0.055	0.069	0.087	0.126
	0,5	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.014	0.018	0.023	0.029	0.035	0.040	0.044	0.057	0.075	0.112
	0,6	0.000	0.002	0.004	0.007	0.009	0.010	0.013	0.017	0.023	0.028	0.032	0.036	0.048	0.064	0.100
	0,8	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.010	0.014	0.018	0.021	0.025	0.035	0.049	0.083
	1	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.009	0.012	0.015	0.017	0.026	0.038	0.070
	1,2	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.008	0.010	0.012	0.019	0.030	0.060
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.007	0.009	0.015	0.025	0.053
$Z/2a$	1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.006	0.008	0.013	0.022	0.050
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.012	0.020	0.047
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.009	0.017	0.042
$Z/2a$	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007	0.014	0.038
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.010	0.031
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.007	0.026
$Z/2a$	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.020
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.016	0.016
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.008
$Z/2a$	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.005
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.002

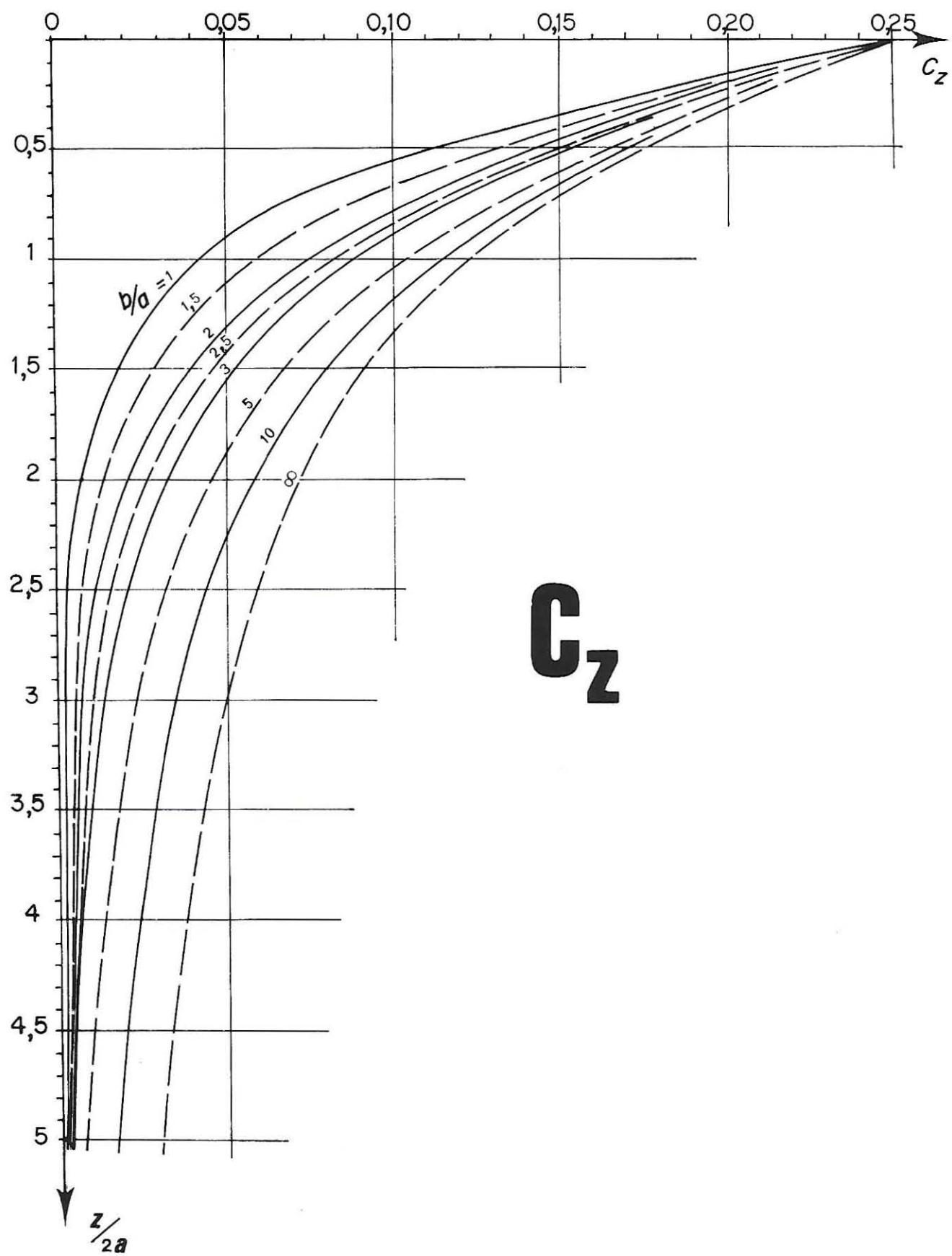
A_N		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	$\frac{2}{5}$	3	5	10	∞
$Z/2a$	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.014	0.022	0.027	0.028	0.029	0.030	0.030	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031
	0,4	0.000	0.015	0.027	0.038	0.042	0.046	0.050	0.053	0.054	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055	0.055
	0,5	0.000	0.014	0.027	0.040	0.044	0.050	0.056	0.061	0.063	0.063	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
	0,6	0.000	0.014	0.026	0.039	0.045	0.051	0.058	0.065	0.069	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070
	0,8	0.000	0.012	0.023	0.036	0.042	0.049	0.059	0.069	0.075	0.076	0.077	0.077	0.078	0.078	0.078
	1	0.000	0.010	0.020	0.032	0.037	0.045	0.054	0.067	0.075	0.077	0.079	0.079	0.079	0.080	0.080
	1,2	0.000	0.009	0.017	0.028	0.032	0.039	0.049	0.061	0.071	0.075	0.077	0.077	0.078	0.078	0.078
	1,4	0.000	0.007	0.014	0.024	0.028	0.034	0.042	0.055	0.066	0.071	0.073	0.074	0.075	0.075	0.075
	1,5	0.000	0.007	0.013	0.022	0.026	0.031	0.040	0.052	0.063	0.068	0.071	0.072	0.073	0.073	0.073
	1,6	0.000	0.006	0.012	0.020	0.024	0.029	0.037	0.049	0.060	0.066	0.068	0.070	0.071	0.072	0.072
	1,8	0.000	0.005	0.010	0.017	0.020	0.025	0.032	0.043	0.055	0.060	0.064	0.065	0.067	0.068	0.068
	2	0.000	0.005	0.009	0.015	0.018	0.022	0.028	0.038	0.049	0.055	0.059	0.061	0.063	0.064	0.064
	2,5	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.015	0.020	0.028	0.038	0.044	0.048	0.050	0.054	0.055	0.055
	3	0.000	0.002	0.005	0.008	0.009	0.011	0.015	0.021	0.029	0.035	0.039	0.042	0.046	0.048	0.048
	4	0.000	0.001	0.003	0.005	0.005	0.007	0.009	0.013	0.019	0.023	0.027	0.029	0.035	0.037	0.037
	5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.009	0.013	0.016	0.019	0.021	0.027	0.030	0.031
	10	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.010	0.014	0.016
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.008	0.011
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.008
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.003

(Voir Graphique p. 99)

B_n		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.064	0.079	0.070	0.064	0.055	0.044	0.030	0.021	0.016	0.012	0.010	0.006	0.003	0.000
	0,4	0.000	0.037	0.063	0.077	0.079	0.076	0.069	0.053	0.038	0.029	0.023	0.020	0.012	0.006	0.000
	0,5	0.000	0.030	0.054	0.072	0.076	0.077	0.074	0.061	0.045	0.035	0.028	0.024	0.014	0.007	0.000
	0,6	0.000	0.025	0.046	0.065	0.071	0.075	0.075	0.065	0.050	0.039	0.032	0.027	0.016	0.008	0.000
	0,8	0.000	0.018	0.035	0.052	0.059	0.066	0.071	0.069	0.057	0.046	0.038	0.032	0.020	0.010	0.000
	1	0.000	0.014	0.027	0.042	0.048	0.055	0.063	0.067	0.059	0.050	0.042	0.036	0.022	0.011	0.000
	1,2	0.000	0.011	0.021	0.034	0.039	0.046	0.055	0.061	0.059	0.051	0.044	0.038	0.024	0.012	0.000
	1,4	0.000	0.009	0.017	0.028	0.032	0.038	0.047	0.055	0.056	0.051	0.045	0.039	0.025	0.013	0.000
	1,5	0.000	0.008	0.016	0.025	0.029	0.035	0.043	0.052	0.054	0.050	0.045	0.040	0.026	0.013	0.000
	1,6	0.000	0.007	0.014	0.023	0.027	0.032	0.040	0.049	0.052	0.049	0.045	0.040	0.026	0.013	0.000
	1,8	0.000	0.006	0.012	0.019	0.022	0.027	0.034	0.043	0.049	0.047	0.044	0.039	0.027	0.014	0.000
	2	0.000	0.005	0.010	0.016	0.019	0.023	0.029	0.038	0.044	0.045	0.042	0.039	0.027	0.014	0.000
	2,5	0.000	0.003	0.007	0.011	0.013	0.016	0.021	0.028	0.035	0.038	0.037	0.036	0.027	0.015	0.000
	3	0.000	0.002	0.005	0.008	0.010	0.012	0.015	0.021	0.028	0.031	0.032	0.032	0.026	0.015	0.000
	4	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.013	0.018	0.022	0.024	0.025	0.023	0.015	0.000
	5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.009	0.012	0.015	0.018	0.019	0.020	0.014	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.005	0.006	0.009	0.010	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.007	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.000



4-2



c_n		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	$\frac{2,5}{3}$	3	5	10	∞
0	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0,2	0	0.000	0.060	0.103	0.137	0.148	0.160	0.174	0.188	0.198	0.203	0.206	0.208	0.212	0.215	0.219
0,4	0	0.000	0.024	0.046	0.071	0.082	0.095	0.112	0.134	0.151	0.160	0.166	0.170	0.178	0.184	0.189
0,5	0	0.000	0.017	0.033	0.052	0.061	0.073	0.089	0.111	0.130	0.141	0.148	0.153	0.162	0.169	0.176
0,6	0	0.000	0.012	0.024	0.039	0.046	0.056	0.070	0.092	0.112	0.124	0.132	0.137	0.148	0.156	0.164
0,8	0	0.000	0.007	0.013	0.022	0.026	0.033	0.044	0.062	0.082	0.095	0.104	0.110	0.123	0.133	0.143
1	0	0.000	0.004	0.008	0.013	0.016	0.020	0.028	0.042	0.060	0.073	0.082	0.088	0.103	0.114	0.125
1,2	0	0.000	0.002	0.005	0.008	0.010	0.013	0.018	0.029	0.044	0.056	0.065	0.071	0.086	0.098	0.111
1,4	0	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.008	0.012	0.020	0.032	0.043	0.051	0.058	0.073	0.086	0.099
1,5	0	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.007	0.010	0.017	0.028	0.038	0.046	0.052	0.068	0.080	0.094
1,6	0	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.008	0.014	0.024	0.033	0.041	0.047	0.062	0.075	0.089
1,8	0	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.018	0.026	0.033	0.039	0.054	0.067	0.081
2	0	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.007	0.013	0.020	0.026	0.032	0.046	0.060	0.074
2,5	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.011	0.016	0.020	0.033	0.046	0.061
3	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.010	0.013	0.024	0.036	0.051
4	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.004	0.006	0.013	0.024	0.039
5	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.008	0.017	0.031
10	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016
15	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.011
20	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.008
50	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

A		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
<i>Xy</i>	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.003	0.010	0.019	0.022	0.027	0.032	0.037	0.040	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
	0,4	0.000	0.002	0.006	0.013	0.016	0.021	0.028	0.036	0.042	0.044	0.045	0.045	0.046	0.046	0.046
	0,5	0.000	0.001	0.004	0.010	0.013	0.017	0.024	0.033	0.039	0.041	0.042	0.043	0.044	0.044	0.044
	0,6	0.000	0.001	0.003	0.008	0.010	0.014	0.020	0.029	0.035	0.038	0.039	0.040	0.040	0.041	0.041
	0,8	0.000	0.000	0.002	0.005	0.006	0.009	0.014	0.021	0.027	0.030	0.032	0.033	0.034	0.034	0.034
	1	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.006	0.009	0.015	0.021	0.024	0.025	0.026	0.027	0.028	0.028
	1,2	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.015	0.018	0.020	0.021	0.022	0.023	0.023
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.004	0.007	0.011	0.014	0.016	0.017	0.018	0.018	0.019
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.006	0.010	0.012	0.014	0.015	0.016	0.017	0.017
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.009	0.011	0.012	0.013	0.015	0.015	0.015
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.008	0.010	0.011	0.012	0.013	0.013
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.005	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.011
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.004	0.005	0.005	0.007	0.007	0.007
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.005	0.005	0.005	0.005
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
	15	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000

B		<i>b/a</i>															
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8	
<i>Z/2a</i>	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	0,2	0.000	0.011	0.027	0.040	0.042	0.044	0.043	0.037	0.029	0.023	0.019	0.016	0.010	0.005	0.000	
	0,4	0.000	0.003	0.010	0.021	0.025	0.030	0.035	0.036	0.032	0.027	0.023	0.019	0.012	0.006	0.000	
	0,5	0.000	0.002	0.007	0.015	0.019	0.024	0.029	0.033	0.030	0.026	0.022	0.019	0.012	0.006	0.000	
	0,6	0.000	0.001	0.005	0.011	0.014	0.018	0.024	0.029	0.028	0.025	0.021	0.019	0.012	0.006	0.000	
	0,8	0.000	0.001	0.002	0.006	0.008	0.011	0.015	0.021	0.023	0.021	0.019	0.017	0.011	0.006	0.000	
	1	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.007	0.010	0.015	0.018	0.017	0.016	0.015	0.010	0.005	0.000	
	1,2	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.014	0.014	0.014	0.013	0.009	0.005	0.000	
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007	0.010	0.011	0.011	0.011	0.008	0.004	0.000	
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.009	0.010	0.010	0.008	0.004	0.000	0.000	
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.009	0.009	0.005	0.007	0.004	0.000	
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.007	0.008	0.008	0.006	0.004	0.000	
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.005	0.006	0.006	0.006	0.006	0.003	0.000	0.000	
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.003	0.000	0.000	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.003	0.002	0.000	0.000	
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.000	
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	
	10	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	15	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
C_{yz}	0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
	0,2	0.000	0.008	0.025	0.046	0.054	0.064	0.076	0.091	0.103	0.109	0.113	0.116	0.122	0.126	0.130
	0,4	0.000	0.001	0.005	0.013	0.017	0.023	0.032	0.048	0.063	0.073	0.079	0.083	0.093	0.100	0.108
	0,5	0.000	0.001	0.002	0.007	0.009	0.013	0.020	0.034	0.049	0.058	0.065	0.070	0.081	0.090	0.098
	0,6	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.007	0.012	0.023	0.037	0.047	0.054	0.059	0.071	0.080	0.090
	0,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.010	0.020	0.029	0.036	0.042	0.054	0.065	0.076
	1	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.003	0.010	0.018	0.024	0.029	0.042	0.054	0.066
	1,2	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000	0.004	0.010	0.016	0.020	0.033	0.045	0.058
	1,4	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.001	0.005	0.010	0.014	0.026	0.037	0.051
	1,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	0.000	0.004	0.007	0.011	0.023	0.034	0.048
	1,6	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.001	0.002	0.006	0.009	0.020	0.032	0.046
	1,8	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.001	0.000	0.003	0.006	0.016	0.027	0.041
	2	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.002	-0.001	0.001	0.004	0.012	0.023	0.038
	2,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.001	0.000	0.006	0.016	0.031	
	3	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.002	-0.001	0.003	0.012	0.026	
	4	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	0.000	0.006	0.020
	5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.016	
	10	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.000	0.008
	15	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.005
	20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.004
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.002

A'_{xy}		b/a														
		0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.023	0.044	0.066	0.076	0.088	0.104	0.125	0.140	0.148	0.151	0.154	0.157	0.159	0.159
	0,2	0.000	0.002	0.009	0.019	0.024	0.031	0.042	0.057	0.069	0.075	0.078	0.080	0.084	0.085	0.086
	0,4	0.000	0.001	0.003	0.008	0.010	0.014	0.021	0.031	0.040	0.045	0.048	0.049	0.052	0.054	0.054
	0,5	0.000	0.001	0.002	0.005	0.007	0.010	0.015	0.023	0.031	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.044
	0,6	0.000	0.000	0.001	0.004	0.005	0.007	0.011	0.017	0.024	0.028	0.031	0.032	0.035	0.036	0.037
	0,8	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.015	0.018	0.020	0.022	0.024	0.025	0.026
	1	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.006	0.010	0.012	0.014	0.015	0.017	0.018	0.019
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.008	0.010	0.011	0.013	0.014	0.014
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.004	0.006	0.007	0.008	0.010	0.011	0.011
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.006	0.007	0.007
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.006	0.006
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.004
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000

B'		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
Z/2α	0	0.000	0.159	0.157	0.154	0.151	0.148	0.140	0.125	0.104	0.088	0.076	0.066	0.044	0.023	0.000
	0,2	0.000	0.006	0.017	0.032	0.038	0.045	0.052	0.057	0.054	0.049	0.044	0.039	0.027	0.015	0.000
	0,4	0.000	0.001	0.005	0.011	0.014	0.018	0.024	0.031	0.033	0.031	0.029	0.027	0.019	0.011	0.000
	0,5	0.000	0.001	0.003	0.007	0.009	0.012	0.017	0.023	0.026	0.026	0.024	0.022	0.017	0.010	0.000
	0,6	0.000	0.000	0.002	0.004	0.006	0.008	0.012	0.017	0.021	0.021	0.020	0.019	0.014	0.009	0.000
	0,8	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.013	0.014	0.014	0.014	0.011	0.007	0.000
	1	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.004	0.006	0.009	0.010	0.010	0.010	0.009	0.006	0.000
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.007	0.008	0.008	0.007	0.005	0.000
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.006	0.006	0.004	0.000
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.004	0.000
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.005	0.005	0.003	0.000
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.003	0.000
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.002	0.000
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.000
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
	10	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000

b/a	0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0.000	INFINI													
0,2	0.000	0.000	0.002	0.004	0.005	0.007	0.010	0.018	0.028	0.037	0.044	0.050	0.064	0.077	0.092
0,4	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.001	0.003	0.007	0.011	0.014	0.023	0.032	0.043
0,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	-0.004	-0.015	0.022
0,6	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.004	-0.016	0.025
0,8	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.019	0.032
1	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.002	-0.005	0.011
1,2	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.008	0.003
1,4	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.002	0.006
1,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.001	-0.005	0.011
1,6	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	0.008
1,8	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.006
2	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.005
2,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	0.004
3	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.001
4	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.003
5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.001
10	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000
15	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000
20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

 C'_{XY} $Z/2a$

A_{yz}		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.003	0.009	0.015	0.017	0.019	0.022	0.024	0.025	0.025	0.025	0.025	0.026	0.026	0.026
	0,4	0.000	0.002	0.006	0.014	0.017	0.022	0.027	0.034	0.037	0.039	0.039	0.040	0.040	0.040	0.040
	0,5	0.000	0.001	0.005	0.012	0.015	0.020	0.027	0.035	0.040	0.042	0.043	0.043	0.044	0.044	0.044
	0,6	0.000	0.001	0.004	0.010	0.013	0.018	0.025	0.035	0.041	0.044	0.045	0.045	0.046	0.046	0.046
	0,8	0.000	0.001	0.003	0.007	0.010	0.014	0.021	0.031	0.040	0.043	0.045	0.046	0.047	0.048	0.048
	1	0.000	0.001	0.002	0.005	0.007	0.010	0.016	0.026	0.036	0.040	0.043	0.044	0.046	0.047	0.047
	1,2	0.000	0.000	0.001	0.004	0.005	0.008	0.012	0.021	0.031	0.036	0.039	0.041	0.043	0.044	0.044
	1,4	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.006	0.009	0.017	0.026	0.032	0.035	0.037	0.040	0.041	0.042
	1,5	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.015	0.024	0.030	0.033	0.036	0.039	0.040	0.040
	1,6	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007	0.014	0.022	0.028	0.032	0.034	0.037	0.039	0.039
	1,8	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.006	0.011	0.018	0.024	0.028	0.030	0.034	0.036	0.036
	2	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.009	0.015	0.021	0.025	0.027	0.032	0.033	0.034
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.010	0.014	0.018	0.020	0.026	0.028	0.028
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.007	0.010	0.013	0.015	0.021	0.024	0.025
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.014	0.018	0.019
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.014	0.015
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.008
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002

B_{yz}		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.020	0.045	0.056	0.056	0.054	0.047	0.037	0.027	0.021	0.017	0.014	0.009	0.004	0.000
	0,4	0.000	0.006	0.020	0.038	0.045	0.051	0.055	0.051	0.042	0.034	0.028	0.024	0.015	0.008	0.000
	0,5	0.000	0.004	0.014	0.029	0.036	0.044	0.051	0.053	0.045	0.038	0.032	0.027	0.017	0.009	0.000
	0,6	0.000	0.003	0.010	0.023	0.029	0.037	0.046	0.051	0.047	0.040	0.035	0.030	0.019	0.010	0.000
	0,8	0.000	0.002	0.006	0.014	0.019	0.025	0.035	0.045	0.047	0.042	0.037	0.033	0.022	0.011	0.000
	1	0.000	0.001	0.004	0.009	0.012	0.018	0.026	0.037	0.043	0.041	0.038	0.034	0.023	0.012	0.000
	1,2	0.000	0.001	0.002	0.006	0.008	0.012	0.019	0.030	0.038	0.039	0.037	0.034	0.024	0.013	0.000
	1,4	0.000	0.000	0.002	0.004	0.006	0.009	0.014	0.024	0.033	0.035	0.035	0.033	0.024	0.013	0.000
	1,5	0.000	0.000	0.001	0.004	0.005	0.008	0.012	0.021	0.030	0.034	0.034	0.032	0.024	0.014	0.000
	1,6	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.007	0.011	0.019	0.028	0.032	0.032	0.031	0.024	0.014	0.000
	1,8	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.015	0.024	0.028	0.030	0.029	0.024	0.014	0.000
	2	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.012	0.020	0.025	0.027	0.027	0.023	0.014	0.000
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.013	0.018	0.021	0.022	0.021	0.014	0.000
	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.005	0.009	0.013	0.016	0.018	0.019	0.013	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.007	0.009	0.011	0.015	0.012	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.007	0.011	0.011	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.006	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

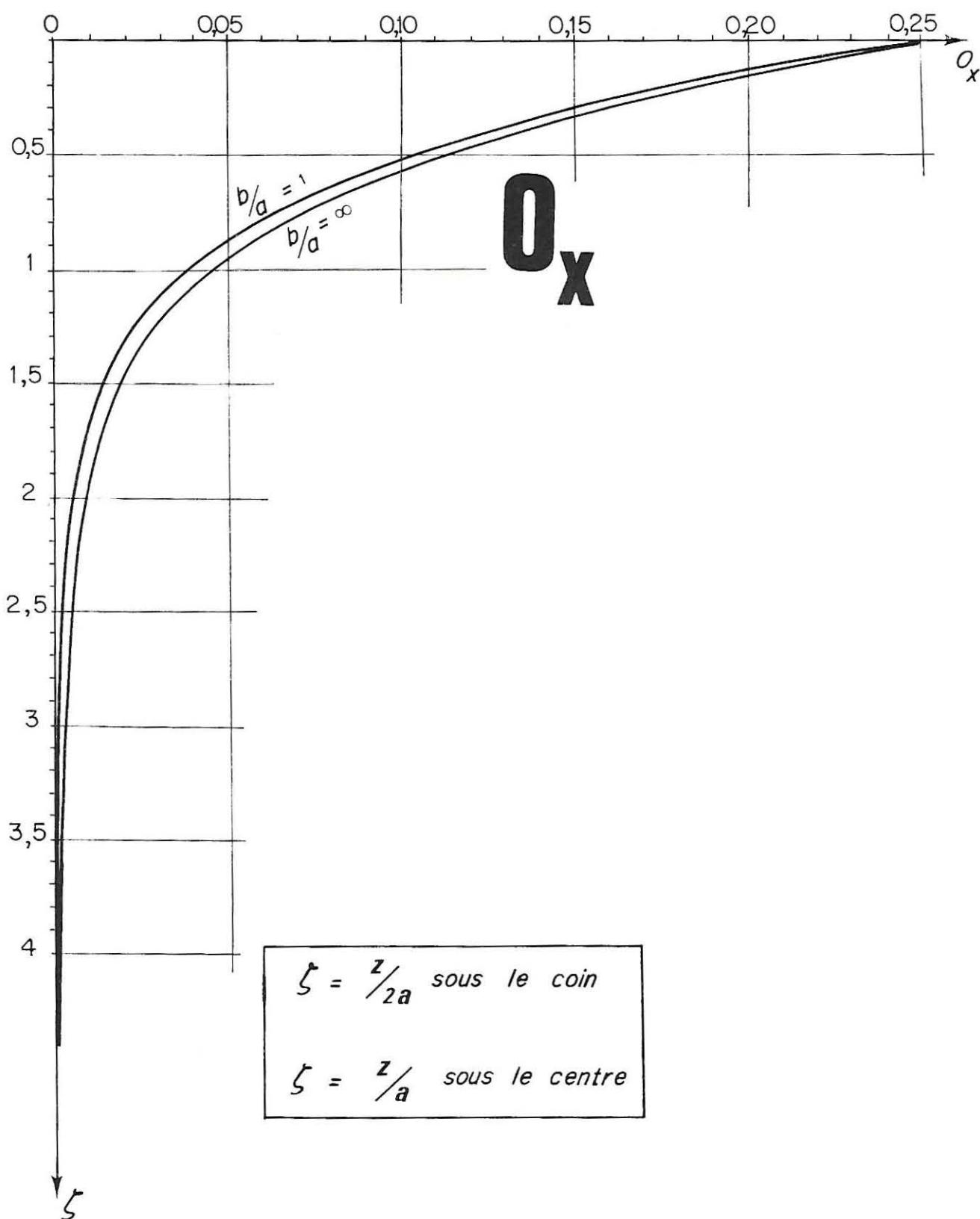
C Xy		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
0	0.000	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
0,2	0.000	0.003	0.009	0.017	0.021	0.027	0.034	0.045	0.055	0.062	0.066	0.069	0.075	0.080	0.086	0.086
0,4	0.000	-0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.005	0.012	0.020	0.027	0.031	0.035	0.042	0.048	0.054	0.054
0,5	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000	0.004	0.011	0.017	0.021	0.024	0.032	0.038	0.044	0.044
0,6	0.000	-0.000	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	0.000	0.005	0.010	0.014	0.017	0.024	0.030	0.037	0.037
0,8	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	-0.001	0.003	0.006	0.008	0.014	0.020	0.026	0.026
1	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.003	-0.001	0.001	0.003	0.009	0.013	0.019	0.019
1,2	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.002	-0.001	0.001	0.005	0.009	0.014	0.014
1,4	0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	-0.002	-0.001	0.003	0.007	0.011	0.011
1,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.002	-0.001	0.002	0.006	0.010	0.010
1,6	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.002	-0.001	0.002	0.005	0.009	0.009
1,8	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	0.001	0.004	0.007	0.007
2	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	0.000	0.003	0.006	0.006
2,5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.001	0.004	0.004
3	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.001	0.003	0.003
4	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.000	0.002	0.002
5	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.001	0.001
10	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000
15	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000

A ZX		<i>b/a</i>														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.014	0.023	0.030	0.032	0.034	0.035	0.037	0.037	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038
	0,4	0.000	0.012	0.023	0.034	0.038	0.042	0.047	0.051	0.053	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
	0,5	0.000	0.011	0.021	0.032	0.036	0.041	0.047	0.053	0.055	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
	0,6	0.000	0.010	0.019	0.029	0.034	0.039	0.045	0.051	0.055	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
	0,8	0.000	0.008	0.015	0.023	0.037	0.032	0.038	0.045	0.050	0.051	0.051	0.052	0.052	0.052	0.052
	1	0.000	0.006	0.011	0.018	0.021	0.025	0.030	0.037	0.042	0.044	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045
	1,2	0.000	0.004	0.008	0.013	0.016	0.019	0.024	0.030	0.035	0.037	0.038	0.038	0.039	0.039	0.039
	1,4	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.014	0.018	0.024	0.029	0.031	0.032	0.032	0.033	0.033	0.033
	1,5	0.000	0.003	0.005	0.009	0.010	0.013	0.016	0.021	0.026	0.028	0.029	0.029	0.030	0.030	0.030
	1,6	0.000	0.002	0.005	0.008	0.009	0.011	0.014	0.019	0.023	0.025	0.026	0.027	0.028	0.028	0.028
	1,8	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.011	0.015	0.019	0.021	0.022	0.023	0.023	0.024	0.024
	2	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.012	0.016	0.018	0.019	0.019	0.020	0.020	0.020
	2,5	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.007	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.014	0.014
	3	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.008	0.008	0.009	0.010	0.010	0.010
	4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.006
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

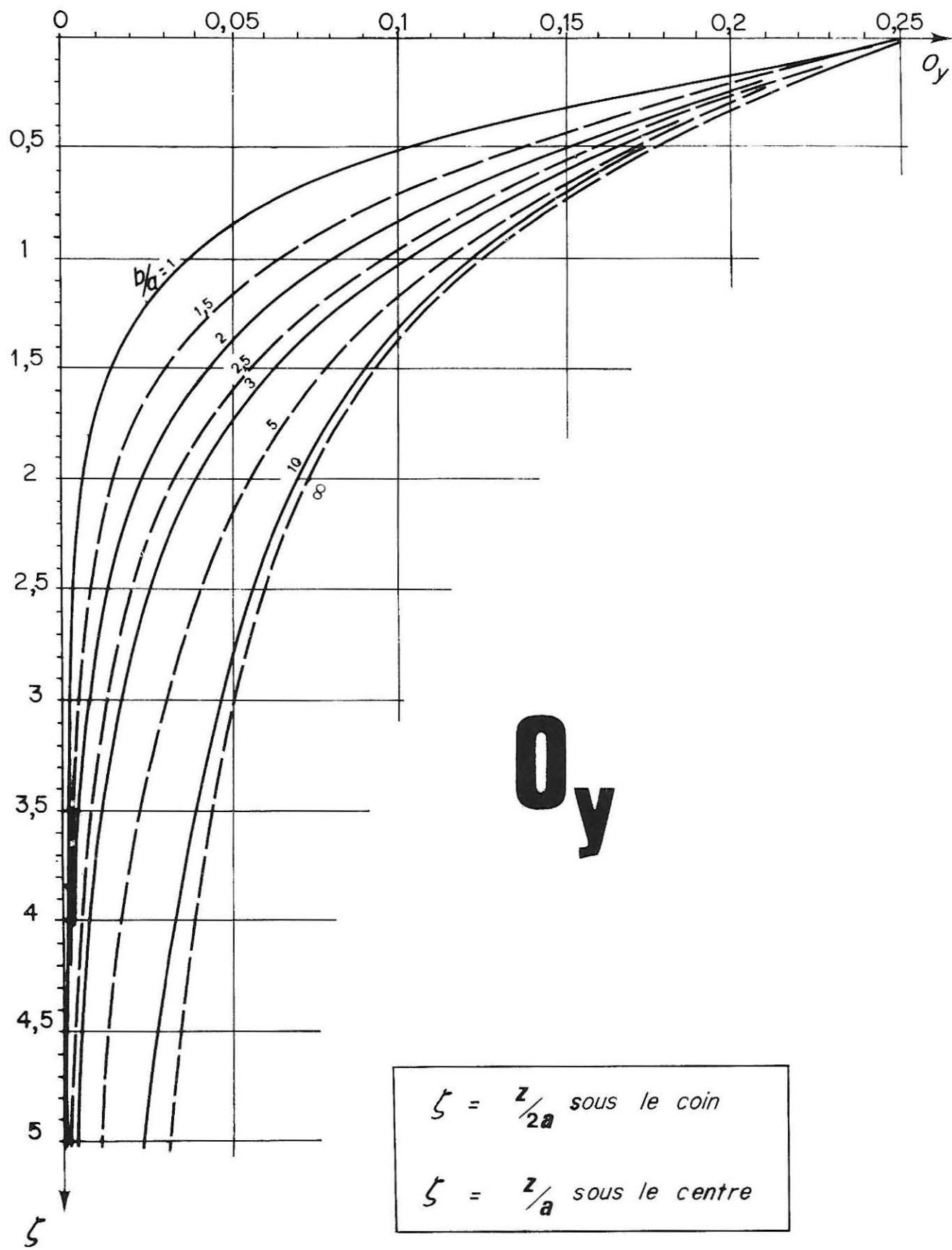
B_{ZX}		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
$Z/2a$		0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.033	0.046	0.045	0.043	0.039	0.033	0.024	0.017	0.013	0.010	0.008	0.005	0.003	0.000
	0,4	0.000	0.018	0.032	0.041	0.043	0.043	0.041	0.034	0.025	0.019	0.016	0.013	0.008	0.004	0.000
	0,5	0.000	0.014	0.026	0.036	0.038	0.040	0.040	0.035	0.027	0.021	0.017	0.014	0.009	0.004	0.000
	0,6	0.000	0.011	0.021	0.030	0.033	0.036	0.038	0.035	0.027	0.022	0.018	0.015	0.009	0.005	0.000
	0,8	0.000	0.007	0.014	0.022	0.025	0.028	0.031	0.031	0.026	0.022	0.018	0.015	0.009	0.005	0.000
	1	0.000	0.005	0.010	0.015	0.018	0.021	0.024	0.026	0.024	0.020	0.017	0.015	0.009	0.005	0.000
	1,2	0.000	0.004	0.007	0.011	0.013	0.015	0.018	0.021	0.021	0.018	0.016	0.014	0.009	0.004	0.000
	1,4	0.000	0.003	0.005	0.008	0.010	0.012	0.014	0.017	0.017	0.016	0.014	0.012	0.008	0.004	0.000
	1,5	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.012	0.015	0.016	0.015	0.013	0.012	0.008	0.004	0.000
	1,6	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.011	0.014	0.015	0.014	0.013	0.011	0.007	0.004	0.000
	1,8	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.008	0.011	0.012	0.012	0.011	0.010	0.007	0.004	0.000
	2	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004	0.005	0.007	0.009	0.010	0.010	0.010	0.006	0.006	0.003	0.000
	2,5	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.007	0.007	0.005	0.003	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.004	0.002	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

C_{ZX}	b/a	$Z/2a$	b/a	C_{ZX}
0	0	0	0	0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,6	1,6	1,6	1,6	1,6
1,7	1,7	1,7	1,7	1,7
1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
10,0	10,0	10,0	10,0	10,0
15,0	15,0	15,0	15,0	15,0
20,0	20,0	20,0	20,0	20,0
50,0	50,0	50,0	50,0	50,0

		b/a														
		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
x	z/a	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0	0.2	0.000	0.069	0.116	0.149	0.159	0.169	0.177	0.184	0.187	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188
	0,4	0.4	0.000	0.031	0.058	0.085	0.095	0.106	0.118	0.128	0.133	0.134	0.134	0.135	0.135	0.135
	0,5	0.5	0.000	0.022	0.043	0.064	0.073	0.083	0.094	0.105	0.110	0.112	0.112	0.113	0.113	0.113
	0,6	0.6	0.000	0.017	0.032	0.049	0.056	0.065	0.075	0.086	0.091	0.093	0.093	0.094	0.094	0.094
	0,8	0.8	0.000	0.009	0.018	0.029	0.034	0.040	0.047	0.057	0.062	0.064	0.064	0.065	0.065	0.065
	1	1	0.000	0.006	0.011	0.018	0.021	0.025	0.030	0.037	0.042	0.044	0.045	0.045	0.045	0.045
	1,2	1,2	0.000	0.003	0.007	0.011	0.013	0.016	0.020	0.025	0.029	0.031	0.032	0.032	0.032	0.032
	1,4	1,4	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.013	0.017	0.020	0.022	0.023	0.023	0.023	0.023
	1,5	1,5	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.008	0.011	0.014	0.017	0.019	0.019	0.020	0.020	0.020
	1,6	1,6	0.000	0.001	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.012	0.015	0.016	0.017	0.017	0.017	0.017
	1,8	1,8	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.011	0.012	0.012	0.013	0.013	0.013
	2	2	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010
	2,5	2,5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006
	3	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
	4	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002
	5	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	10	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	20	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	50	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

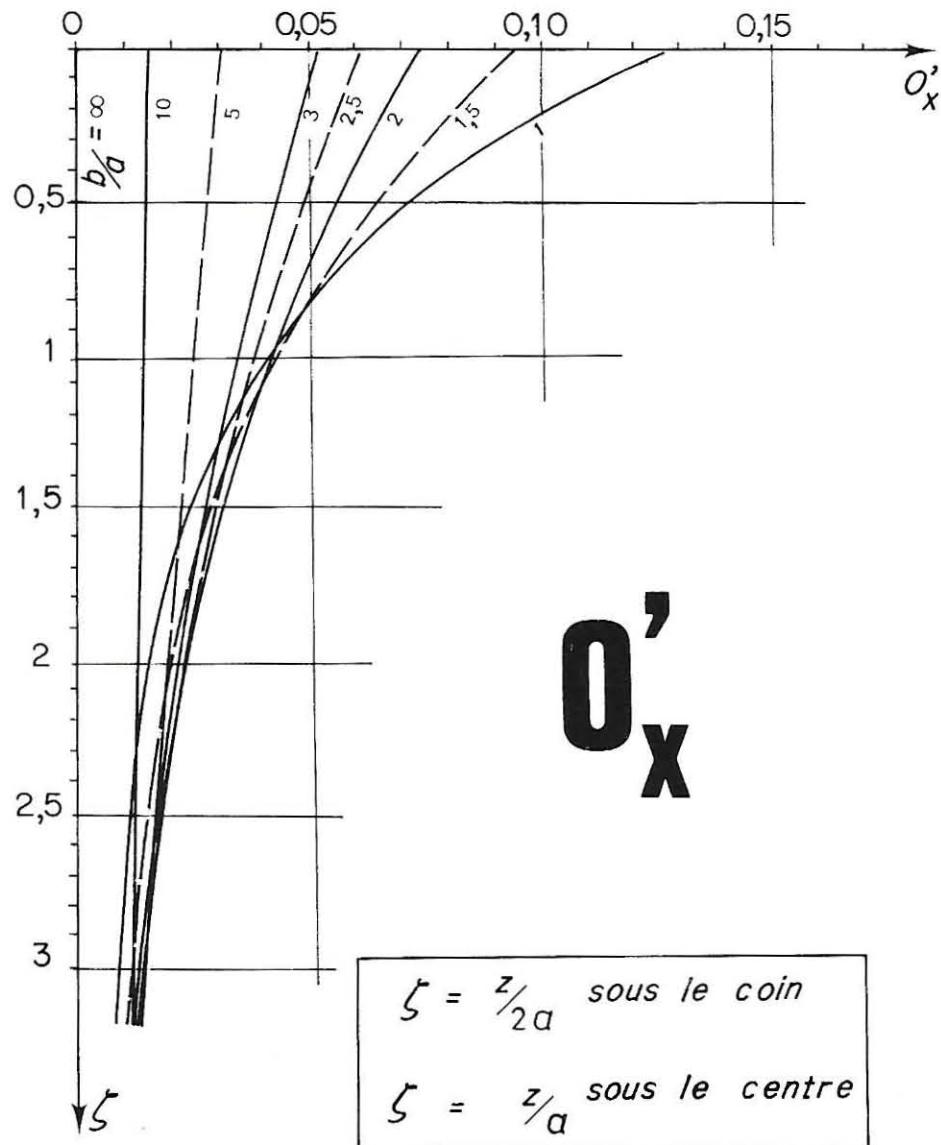


4-2

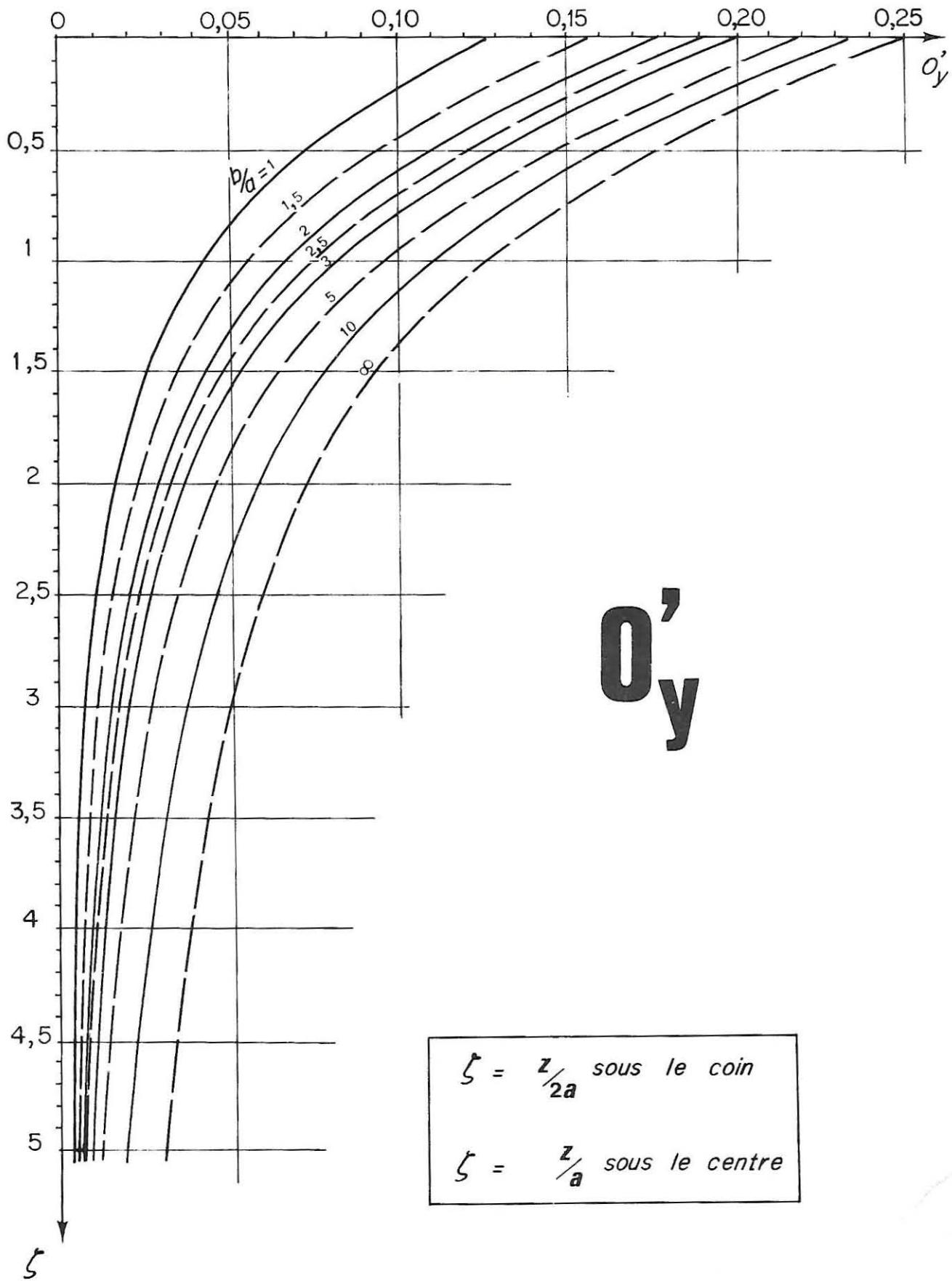


		b/a														
0		0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.010	0.045	0.094	0.112	0.134	0.158	0.184	0.201	0.208	0.211	0.214	0.217	0.218	0.219
	0,4	0.000	0.002	0.010	0.032	0.045	0.064	0.091	0.128	0.156	0.169	0.176	0.179	0.186	0.188	0.189
	0,5	0.000	0.001	0.006	0.020	0.029	0.044	0.068	0.105	0.136	0.151	0.159	0.164	0.172	0.175	0.176
	0,6	0.000	0.000	0.003	0.013	0.019	0.031	0.051	0.086	0.118	0.134	0.144	0.149	0.158	0.163	0.164
	0,8	0.000	0.000	0.001	0.006	0.009	0.016	0.029	0.057	0.087	0.106	0.117	0.124	0.135	0.141	0.143
	1	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.009	0.017	0.037	0.064	0.083	0.095	0.103	0.116	0.123	0.125
	1,2	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	0.005	0.011	0.025	0.047	0.065	0.077	0.085	0.100	0.108	0.111
	1,4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.007	0.017	0.035	0.051	0.062	0.071	0.087	0.095	0.099
	1,5	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.005	0.014	0.030	0.045	0.056	0.064	0.081	0.090	0.094
	1,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004	0.012	0.026	0.040	0.051	0.059	0.076	0.085	0.089
	1,8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.008	0.020	0.031	0.041	0.049	0.066	0.077	0.081
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.006	0.015	0.025	0.034	0.041	0.058	0.069	0.074
	2,5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	0.014	0.021	0.027	0.043	0.055	0.061
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.004	0.008	0.013	0.018	0.032	0.045	0.051
	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.006	0.008	0.018	0.031	0.039
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.011	0.022	0.031
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.016
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.011
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.008
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

$O'X$		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
	0	0.000	0.234	0.219	0.199	0.189	0.176	0.156	0.125	0.094	0.074	0.061	0.051	0.031	0.016	0.000
	0,2	0.000	0.059	0.097	0.118	0.121	0.122	0.118	0.103	0.082	0.067	0.056	0.048	0.030	0.016	0.000
	0,4	0.000	0.026	0.048	0.069	0.075	0.082	0.086	0.083	0.071	0.060	0.051	0.045	0.029	0.015	0.000
	0,5	0.000	0.019	0.036	0.054	0.060	0.067	0.073	0.074	0.066	0.056	0.049	0.043	0.028	0.015	0.000
	0,6	0.000	0.015	0.028	0.043	0.049	0.056	0.062	0.066	0.061	0.053	0.047	0.041	0.028	0.015	0.000
	0,8	0.000	0.009	0.018	0.029	0.033	0.039	0.046	0.052	0.052	0.047	0.043	0.038	0.026	0.015	0.000
	1	0.000	0.007	0.013	0.021	0.024	0.029	0.035	0.042	0.044	0.042	0.039	0.035	0.025	0.014	0.000
	1,2	0.000	0.005	0.009	0.015	0.018	0.022	0.027	0.034	0.037	0.037	0.035	0.032	0.024	0.014	0.000
	1,4	0.000	0.004	0.007	0.012	0.014	0.017	0.021	0.027	0.032	0.033	0.032	0.030	0.023	0.014	0.000
	1,5	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.015	0.019	0.025	0.029	0.031	0.030	0.029	0.022	0.014	0.000
	1,6	0.000	0.003	0.006	0.009	0.011	0.013	0.017	0.023	0.027	0.029	0.028	0.027	0.022	0.013	0.000
	1,8	0.000	0.002	0.005	0.007	0.009	0.011	0.014	0.019	0.024	0.025	0.026	0.025	0.021	0.013	0.000
	2	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.012	0.016	0.020	0.023	0.023	0.023	0.020	0.013	0.000
	2,5	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.008	0.011	0.015	0.017	0.018	0.019	0.017	0.012	0.000
	3	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.006	0.008	0.011	0.013	0.015	0.015	0.015	0.011	0.000
	4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.005	0.007	0.008	0.010	0.011	0.012	0.010	0.000
	5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.007	0.008	0.009	0.009	0.000
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.005	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.000
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

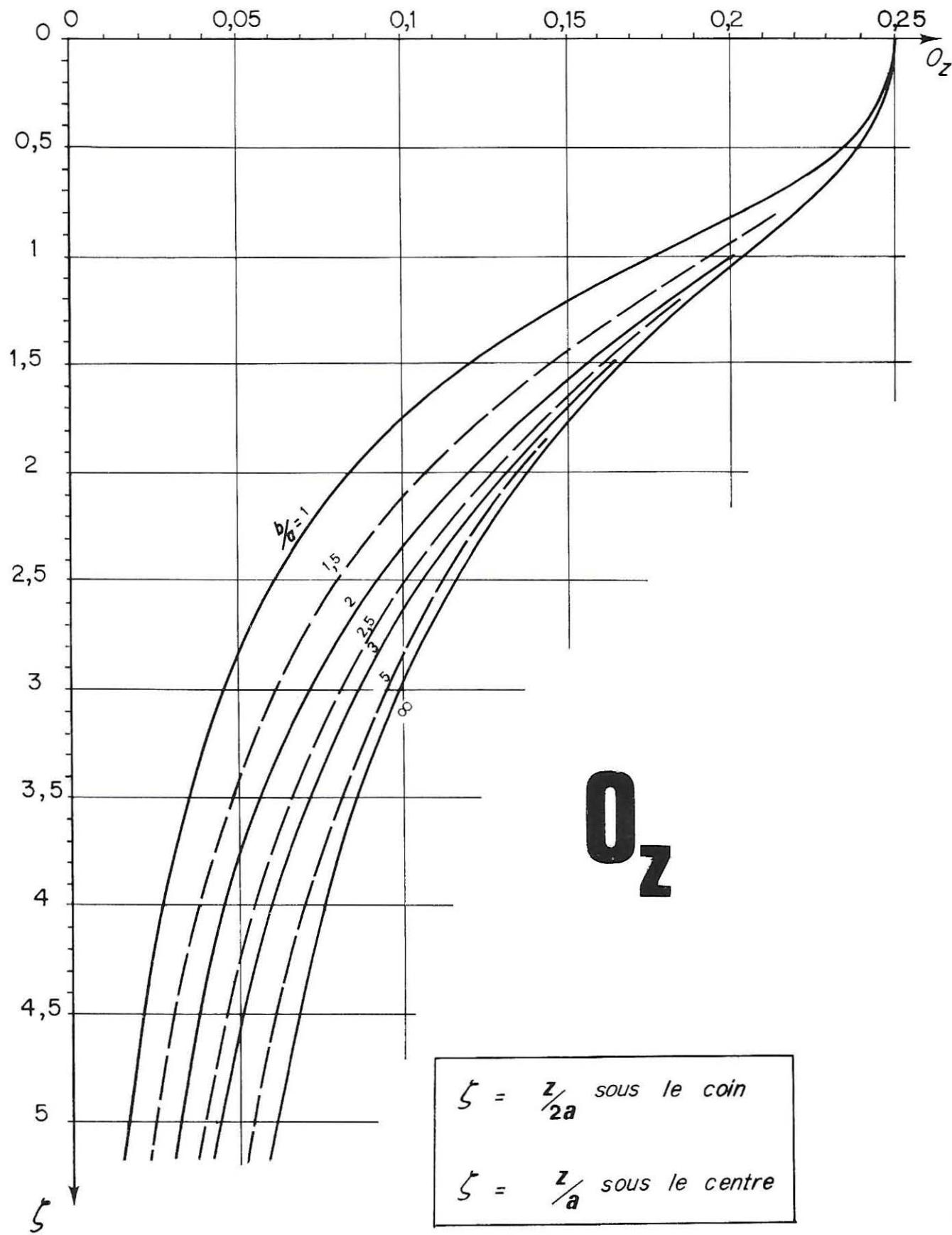


4-2



α'		b/a														
		0	0,1	0,2	$1/3$	0,4	0,5	$2/3$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	8
	0	0.000	0.016	0.031	0.051	0.061	0.074	0.094	0.125	0.156	0.176	0.189	0.199	0.219	0.234	0.250
	0,2	0.000	0.013	0.025	0.041	0.049	0.060	0.076	0.103	0.130	0.148	0.160	0.169	0.188	0.203	0.219
	0,4	0.000	0.010	0.020	0.032	0.039	0.047	0.061	0.083	0.106	0.122	0.133	0.141	0.159	0.174	0.189
	0,5	0.000	0.009	0.017	0.029	0.034	0.042	0.054	0.074	0.096	0.111	0.121	0.129	0.146	0.161	0.176
	0,6	0.000	0.008	0.015	0.025	0.030	0.037	0.048	0.066	0.086	0.100	0.110	0.118	0.134	0.149	0.164
	0,8	0.000	0.006	0.012	0.020	0.023	0.029	0.037	0.052	0.069	0.082	0.091	0.098	0.114	0.127	0.143
	1	0.000	0.005	0.009	0.015	0.018	0.023	0.029	0.042	0.056	0.067	0.075	0.082	0.097	0.110	0.125
	1,2	0.000	0.004	0.007	0.012	0.015	0.018	0.024	0.034	0.046	0.056	0.063	0.069	0.083	0.096	0.111
	1,4	0.000	0.003	0.006	0.010	0.012	0.015	0.019	0.027	0.038	0.046	0.053	0.058	0.072	0.084	0.099
	1,5	0.000	0.003	0.005	0.009	0.011	0.013	0.017	0.025	0.035	0.043	0.049	0.054	0.067	0.079	0.094
	1,6	0.000	0.002	0.005	0.008	0.010	0.012	0.016	0.023	0.032	0.039	0.045	0.050	0.062	0.074	0.089
	1,8	0.000	0.002	0.004	0.007	0.008	0.010	0.013	0.019	0.027	0.033	0.039	0.043	0.055	0.066	0.081
	2	0.000	0.002	0.003	0.006	0.007	0.008	0.011	0.016	0.023	0.029	0.033	0.038	0.048	0.059	0.074
	2,5	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007	0.011	0.016	0.020	0.024	0.027	0.036	0.047	0.061
	3	0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.008	0.012	0.015	0.018	0.021	0.028	0.038	0.051
	4	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.018	0.026	0.039
	5	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.013	0.019	0.031
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.004	0.007	0.016
	15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.011
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.008
	50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003

		b/a														
		0	0,1	0,2	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	$\frac{2}{3}$	1	1,5	2	2,5	3	5	10	∞
Z coin centre	0	0.000	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
	0,2	0.000	0.137	0.204	0.234	0.240	0.244	0.247	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249	0.249
	0,4	0.000	0.076	0.136	0.187	0.202	0.218	0.231	0.240	0.243	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244
	0,5	0.000	0.061	0.113	0.164	0.181	0.200	0.218	0.232	0.238	0.239	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240
	0,6	0.000	0.051	0.096	0.143	0.161	0.182	0.204	0.223	0.231	0.233	0.234	0.234	0.234	0.234	0.234
	0,8	0.000	0.037	0.071	0.111	0.127	0.148	0.173	0.200	0.214	0.218	0.219	0.220	0.220	0.220	0.220
	1	0.000	0.028	0.055	0.087	0.101	0.120	0.145	0.175	0.194	0.200	0.202	0.203	0.204	0.205	0.205
	1,2	0.000	0.022	0.043	0.069	0.081	0.098	0.121	0.152	0.173	0.182	0.185	0.187	0.189	0.189	0.189
	1,4	0.000	0.018	0.035	0.056	0.066	0.080	0.101	0.131	0.154	0.164	0.169	0.171	0.174	0.174	0.174
	1,5	0.000	0.016	0.031	0.051	0.060	0.073	0.092	0.121	0.145	0.156	0.161	0.164	0.166	0.167	0.167
ζ ζ/a	1,6	0.000	0.014	0.028	0.046	0.055	0.067	0.085	0.112	0.136	0.148	0.154	0.157	0.160	0.160	0.160
	1,8	0.000	0.012	0.024	0.039	0.046	0.056	0.072	0.097	0.121	0.133	0.140	0.143	0.147	0.148	0.148
	2	0.000	0.010	0.020	0.033	0.039	0.048	0.061	0.084	0.107	0.120	0.127	0.131	0.136	0.137	0.137
	2,5	0.000	0.007	0.013	0.022	0.027	0.033	0.043	0.060	0.080	0.093	0.101	0.106	0.113	0.115	0.115
3	0.000	0.005	0.010	0.016	0.019	0.024	0.031	0.045	0.061	0.073	0.081	0.087	0.096	0.099	0.099	0.099
	4	0.000	0.003	0.006	0.009	0.011	0.014	0.019	0.027	0.038	0.048	0.055	0.060	0.071	0.076	0.076
	5	0.000	0.002	0.004	0.006	0.007	0.009	0.012	0.018	0.026	0.033	0.039	0.043	0.055	0.061	0.062
10	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.020	0.028	0.032	0.032
	15	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.010	0.016	0.021	0.021
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.016	0.016
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.006	0.006



ECRITURE EXPLICITE DES A_i , B_i , C_i

(coefficients dont les valeurs numériques se trouvent dans les Tables et Graphiques précédents).

$$\alpha = \frac{b}{a} \quad \zeta = \begin{cases} \frac{\zeta}{2a} & \text{sous un coin} \\ \frac{\zeta}{a} & \text{sous le centre} \end{cases}$$

$$A_x = \frac{\zeta}{2\pi} \left[2 \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} - \frac{\alpha}{(1+\zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\zeta}{2\pi\alpha} \left[\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+\zeta^2}} + \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} \right],$$

$$C_x = \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \frac{\alpha}{\zeta\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} - 2\zeta \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} - \right. \\ \left. - \frac{\zeta}{\alpha} \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} - \frac{\zeta}{\alpha\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\zeta}{\alpha\sqrt{1+\zeta^2}} \right],$$

$$A'_x = \frac{\alpha}{2\pi} \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}},$$

$$B'_x = \frac{1}{2\pi\alpha} \left[\log \frac{\zeta + \sqrt{1+\zeta^2}}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} + \zeta \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} \right],$$

$$C'_x = \frac{1}{2\pi} \left[-\arctg \alpha + \arctg \frac{\alpha\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta} - \right. \\ \left. - \alpha \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{1}{\alpha} \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{1+\zeta^2}} - \frac{\zeta}{\alpha} \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} \right],$$

$$A_y = \frac{\zeta}{2\pi} \left[\log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} + \alpha \left(\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} \right) \right],$$

$$B_y = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2\zeta}{\alpha} \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(1 + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} - \frac{\alpha\zeta}{(\alpha^2 + \zeta^2)\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} \right],$$

$$C_y = \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \frac{\alpha}{\zeta\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} - \zeta \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} - \right. \\ \left. - \frac{2\zeta}{\alpha} \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}(1 + \sqrt{1+\zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} - \frac{\alpha\zeta}{\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\alpha\zeta}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} \right],$$

$$A'_y = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \log \frac{\zeta + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} + \zeta \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} \right],$$

$$B'_y = \frac{1}{2\pi\alpha} \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{1+\zeta^2}},$$

$$C'_y = \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \alpha - \arctg \frac{\alpha\zeta}{\sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}} + \alpha \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} - \right. \\ \left. - \frac{1}{\alpha} \log \frac{\zeta + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta + \sqrt{1+\zeta^2}} - \zeta \log \frac{\sqrt{1+\zeta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2 + \zeta^2})} \right],$$

$$\begin{aligned}
A_z &= \frac{\alpha \zeta}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{(1 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
B_z &= \frac{\zeta}{2\pi\alpha} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{(\alpha^2 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
C_z &= \frac{1}{2\pi} \left[\arctg \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\alpha \zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\alpha \zeta}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\zeta}{\alpha \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\zeta}{\alpha \sqrt{1 + \zeta^2}} \right], \\
A_{xy} &= \frac{\zeta}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta^2}} + \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} (1 + \sqrt{1 + \zeta^2})}{\zeta (1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} \right], \\
B_{xy} &= \frac{1}{2\pi} \left[\zeta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} \right) + \frac{\zeta}{\alpha} \log \frac{\sqrt{1 + \zeta^2} (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} \right], \\
C_{xy} &= \frac{1}{2\pi} \left[1 - \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \zeta \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} (1 + \sqrt{1 + \zeta^2})}{\zeta (1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\zeta}{\alpha} \log \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{\zeta (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} \right], \\
A'_{xy} &= \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \arctg \frac{1}{\alpha} - \alpha \arctg \frac{\zeta}{\alpha \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + \zeta \log \frac{\zeta (1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} (1 + \sqrt{1 + \zeta^2})} \right], \\
B'_{xy} &= \frac{1}{2\pi\alpha} \left[\arctg \alpha - \operatorname{Arctg} \frac{\alpha \zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + \zeta \log \frac{\zeta (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})}{\sqrt{1 + \zeta^2} (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})} \right], \\
C'_{xy} &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(\alpha - \frac{1}{\alpha^2} \right) \arctg \alpha - \alpha \arctg \frac{\alpha \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}}{\zeta} + \frac{1}{\alpha^2} \arctg \frac{\alpha \zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} + \right. \\
&\quad + \log \frac{(\zeta + \sqrt{1 + \zeta^2})(\zeta + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})}{2\zeta(\zeta + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})} - \zeta \log \frac{\zeta (1 + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} (1 + \sqrt{1 + \zeta^2})} - \\
&\quad \left. - \frac{\zeta}{\alpha} \log \frac{\zeta (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2})}{\sqrt{1 + \zeta^2} (\alpha^2 + \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2})} \right], \\
A_{yz} &= \frac{\zeta}{2\pi} \left[1 - \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2}} - \frac{\zeta}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
B_{yz} &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\zeta}{\alpha} \arctg \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{(\alpha^2 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
C_{yz} &= \frac{1}{2\pi} \left[\sqrt{1 + \zeta^2} - \zeta + \frac{\zeta^2}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\zeta}{\alpha} \arctg \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
A_{zx} &= \frac{\zeta}{2\pi} \left[\arctg \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \frac{\alpha \zeta}{(1 + \zeta^2) \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
B_{zx} &= \frac{\zeta}{2\pi\alpha} \left[1 - \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2}} - \frac{\zeta}{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}} + \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right], \\
C_{zx} &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sqrt{\alpha^2 + \zeta^2} - \zeta}{\alpha} + \frac{\zeta^2}{\alpha \sqrt{1 + \zeta^2}} - \frac{\zeta^2}{\alpha \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} - \zeta \arctg \frac{\alpha}{\zeta \sqrt{1 + \alpha^2 + \zeta^2}} \right]. \\
O_x &= A_x + B_x + C_x \\
O'_x &= A'_x + B'_x + C'_x \\
O_y &= A_y + B_y + C_y \\
O'_y &= A'_y + B'_y + C'_y \\
O_z &= A_z + B_z + C_z \\
A_w &= \frac{1}{2\pi} \left[\log(\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \alpha \sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha^2 \right], \\
B_w &= \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \log \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} + \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} - 1}{\alpha} \right], \\
C_w &= \frac{1}{2\pi} \left[\log(\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \alpha \log \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} - \alpha \sqrt{1 + \alpha^2} + \alpha^2 - \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} - 1}{\alpha} \right],
\end{aligned}$$

BIBLIOGRAPHIE

Le détail des calculs qui nous ont permis d'obtenir tous les coefficients de cette section a fait l'objet d'une publication [1]. Signalons toutefois que Vogt [3] avait déjà calculé σ_w et Steinbrenner σ_w et σ_z [2].

REFERENCES

- [1] J.P. GIROUD, "Fondation rectangulaire linéairement chargée : tassement et contraintes", Annales de l'I.T.B.T.P., 253, SF 70 (janvier 1969), 81-111.
- [2] W. STEINBRENNER, "Boden mechanik und neuzeitlicher Strassenbau", Volk und Reich Verlag (Berlin, 1936).
- [3] F. VOGT, "Über die Berechnung der Fundamentdeformation", Av handlinger utgit av Det Norske Videnskaps Akademi Math. Naturv. Klasse (Oslo, 1925), p. 8, 9 et 24.

SECTION 4-3

FONDATION RECTANGULAIRE EXERÇANT UNE CHARGE NORMALE UNIFORMÉMENT RÉPARTIE

(Semelle, Radier souple,
Remblai dont la hauteur est petite par rapport à la largeur)
sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul du tassement moyen
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

4-3.

Le sol est composé d'une couche homogène d'épaisseur H reposant sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement.

DEFINITION DE LA CHARGE

La charge est une pression uniforme p exercée sur un rectangle de longueur L et largeur B à la surface du sol (Fig. 1). Ceci convient pour les *grands radiers flexibles, les réservoirs métalliques, les stockages à base rectangulaire de tôles et de lingots, les réserves d'eau en terre revêtue d'étanchéité et les remblais à base rectangulaire*, à condition que leur hauteur soit petite vis à vis de leur largeur pour que leur charge puisse approximativement être considérée comme uniforme.

De plus, le calcul du tassement moyen s'applique avec une bonne approximation aux fondations rigides.

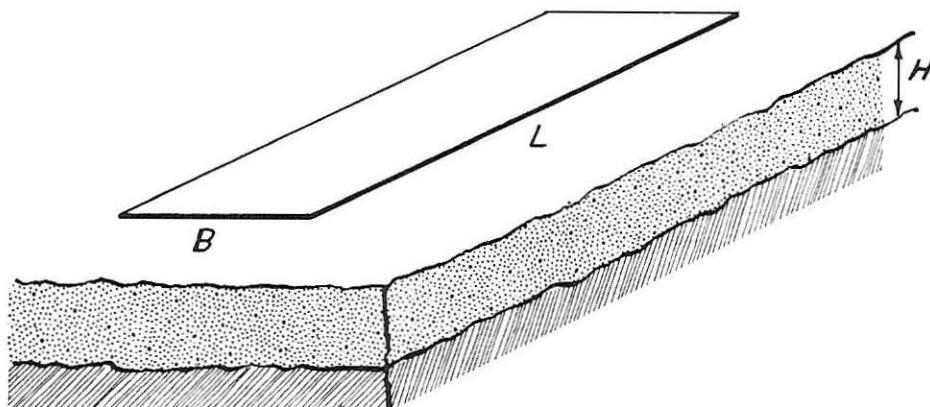
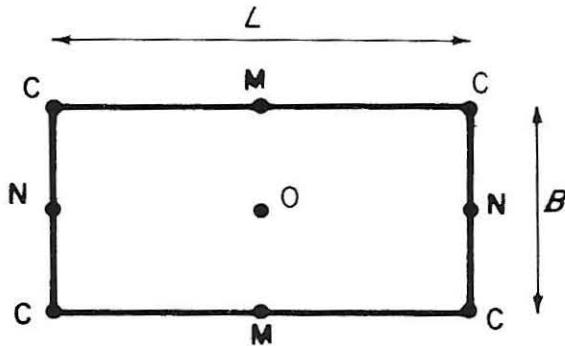


FIG. 1. — Définition de la fondation rectangulaire reposant sur une couche d'épaisseur H .

CALCUL DU TASSEMENTa) Tassement de certains points particuliers

Les formules suivantes donnent directement le tassement au coin, C, au milieu du petit côté, N, au milieu du grand côté, M, et au centre, O, du rectangle (Fig. 2) :

$$(1) \quad w_C = \frac{PB}{E} P_H \quad \text{avec } \alpha = \frac{L}{B} \text{ et } \beta = \frac{H}{B}$$



4-3

FIG. 2. — Définition des points dont le tassement est donné directement par les formules (1) à (8).

$$(2) \quad w_N = \frac{pB}{E} P_H \quad \text{avec } \alpha = \frac{2L}{B} \text{ et } \beta = \frac{2H}{B}$$

$$(3) \quad w_M = \frac{2pB}{E} P_H \quad \text{avec } \begin{cases} \text{si } L \geq 2B : \alpha = \frac{L}{2B} \text{ et } \beta = \frac{H}{B} \\ \text{si } B \leq L \leq 2B : \alpha = \frac{2B}{L} \text{ et } \beta = \frac{2H}{L} \end{cases}$$

$$(4) \quad w_O = \frac{2pB}{E} P_H, \quad \text{avec : } \alpha = \frac{L}{B} \text{ et } \beta = \frac{2H}{B};$$

avec :

p : contrainte normale uniformément répartie au contact de la charge et du sol ;

B : largeur de la fondation ;

L : longueur de la fondation ;

H : épaisseur de la couche de sol ;

E : module d'Young du sol ;

P_H : coefficient sans dimensions dont les valeurs sont données dans des tables et graphiques en fonction de ν , α et β ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

α et β : deux paramètres dont la signification dépend du point considéré.

Le tassement aux mêmes points est également donné par les quatre formules suivantes :

4-3

$$(5) \quad w_C = \frac{pH}{E} P'_H, \quad \text{avec } \alpha = \frac{L}{B} \text{ et } \beta' = \frac{B}{H};$$

$$(6) \quad w_N = \frac{2 pH}{E} P'_H, \quad \text{avec } \alpha = \frac{2 L}{B} \text{ et } \beta' = \frac{B}{2 H};$$

$$(7) \quad w_M = \frac{2 pH}{E} P'_H \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{si } L \geq 2 B : \alpha = \frac{L}{2 B} \text{ et } \beta' = \frac{B}{H} \\ \text{si } B \leq L \leq 2 B : \alpha = \frac{2 B}{L} \text{ et } \beta' = \frac{L}{2 H}; \end{cases}$$

$$(8) \quad w_0 = \frac{4 pH}{E} P'_H, \quad \text{avec } \alpha = \frac{L}{B} \text{ et } \beta' = \frac{B}{2 H}$$

avec :

P'_H : coefficient sans dimensions dont les valeurs sont données dans des tables et graphiques en fonction de ν , α et β' .

Bien entendu, l'emploi des formules (1) à (4) ou (5) à (8) conduit aux mêmes valeurs du tassement et P'_H est relié à P_H par la relation :

$$(9) \quad P'_H = \beta' P_H = \frac{1}{\beta} P_H$$

Le coefficient P_H est plus commode dans le cas d'une couche relativement épaisse et P'_H dans le cas d'une couche relativement mince.

Exemple 1 :

Considérons le remblai défini par la figure 3, avec $2a = 46 \text{ m (150 ft)}$, $2a' = 34 \text{ m (112 ft)}$, $2b = 66 \text{ m (216 ft)}$ et $2b' = 54 \text{ m (178 ft)}$. Sa hauteur est $h = 4 \text{ m (13 ft)}$ et son poids volumique est $\gamma = 1,95 \text{ g/cm}^3 (122 \text{ lb/cu. ft})$. La couche de sol a pour épaisseur $H = 10 \text{ m (33 ft)}$, pour module d'Young, $E = 38 \text{ bars (80 000 lb/sq. ft)}$ et pour coefficient de Poisson, $\nu = 0,3$. Quel est le tassement du centre de ce remblai ?

On peut, avec une bonne approximation, considérer que le remblai exerce sur le sol une charge p uniformément répartie sur un rectangle de côtés L et B tels que (Fig. 3 b) :

$$L = b + b' = 60 \text{ m (197 ft)},$$

$$B = a + a' = 40 \text{ m (131 ft)}.$$

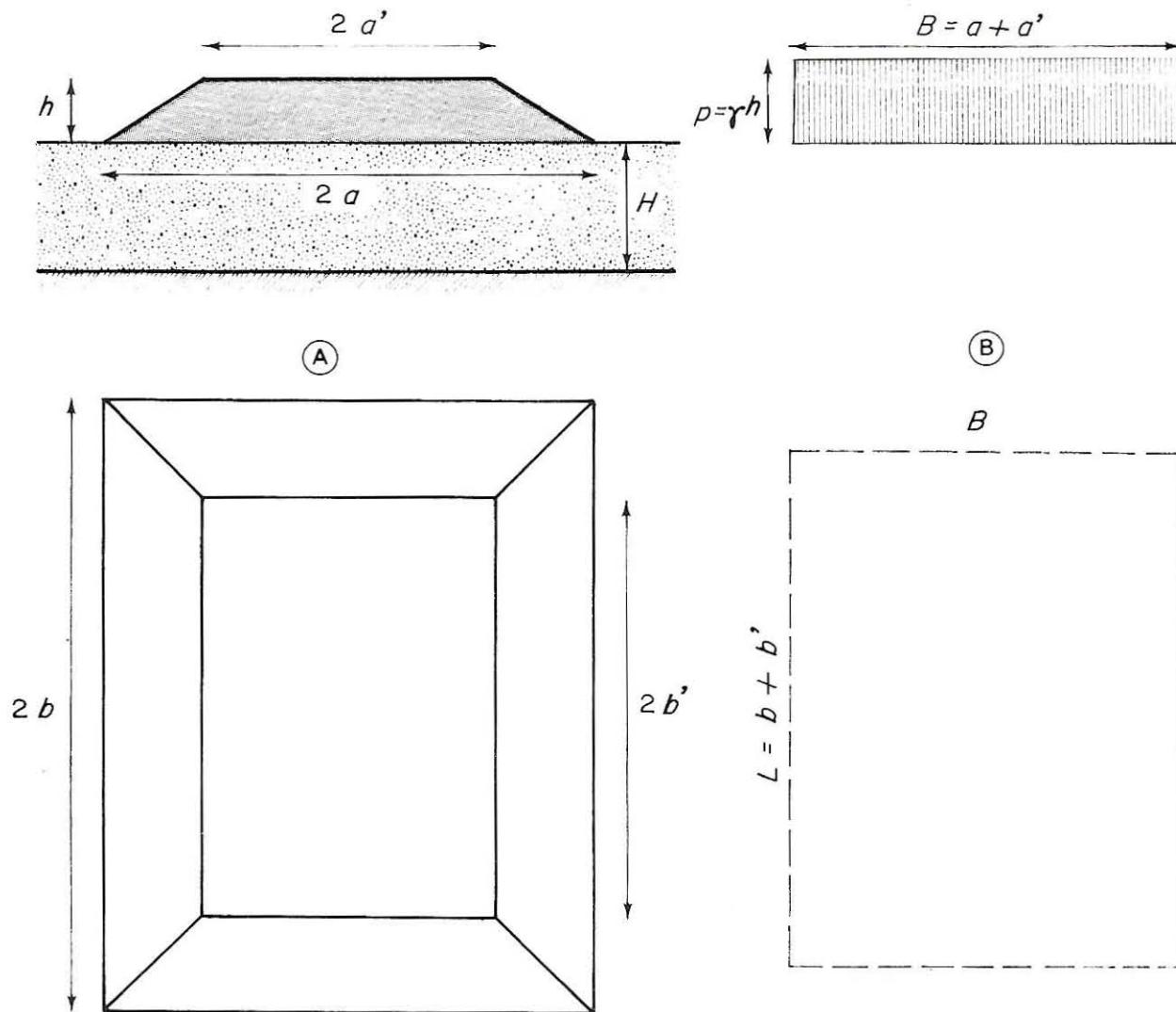


FIG. 3. — (a) Définition du remblai de l'exemple 1
 (b) Charge uniforme équivalente à ce remblai.

La charge a pour valeur :

$$p = \gamma h = 1950 \times 9,81 \times 4 = 0,77 \cdot 10^5 \text{ pascals} = 0,77 \text{ bar}, \\ = 122 \times 13 = 1580 \text{ lb/sq. ft.}$$

Calculons alors le tassement à l'aide de la formule (4). Pour $\nu = 0,3$,
 $\alpha = L/B = 1,5$ et $\beta = 2 H/B = 0,5$, on a :

$$P_H = 0,096.$$

D'où :

$$w_0 = \frac{2 \times 0,77 \times 40}{38} \times 0,096 = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

$$w_0 = \frac{2 \times 1\ 580 \times 131}{80\ 000} \times 0,096 = 0,5 \text{ ft} = 6 \text{ in.}$$

On vérifierait aisément que le même résultat est obtenu par la formule (8).

b) Tassement d'un point quelconque de la surface du sol

On se ramène à l'un des quatre cas précédents par application du principe de superposition, comme cela est illustré par les exemples suivants :

Exemple 2 :

Le tassement du point P de la figure 4 est la somme du tassement au milieu du petit côté du rectangle (1) et au milieu du grand côté du rectangle (2).

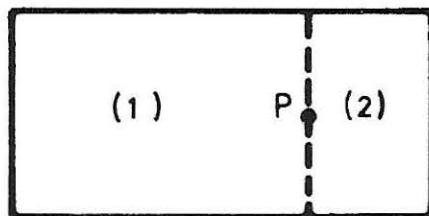


FIG. 4. — Définition du rectangle chargé de l'exemple 2.

Exemple 3 :

Le tassement du point P de la figure 5 est la somme du tassement au coin des quatre rectangles numérotés 1, 2, 3 et 4.

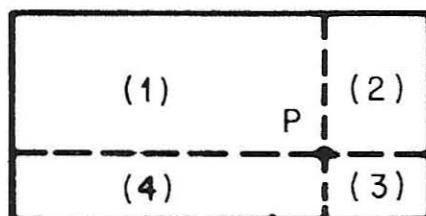


FIG. 5. — Définition du rectangle chargé de l'exemple 3.

Exemple 4 :

Le tassement du point P de la figure 6 est la somme algébrique du tassement au coin des quatre rectangles comme cela est illustré sur la figure.

4-3

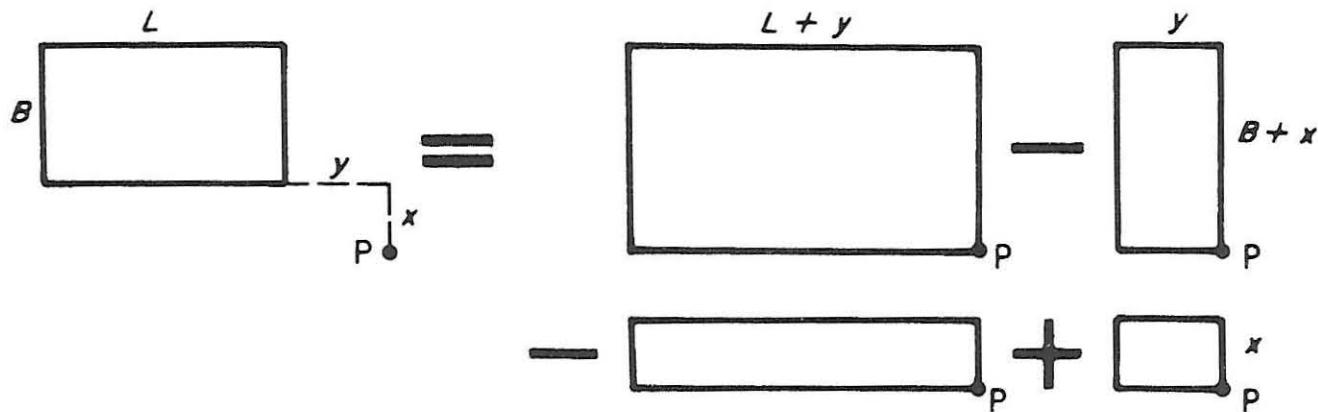


FIG. 6. — Décomposition permettant le calcul du tassement en P.

CALCUL DU TASSEMENT MOYEN

La moyenne du tassement de tous les points de l'aire rectangulaire chargée uniformément s'écrit :

$$(10) \quad w_m = \frac{pB}{E} P_{Hm}$$

ou bien :

$$(11) \quad w_m = \frac{pH}{E} P'_{Hm}$$

avec :

w_m : tassement moyen ;

p : pression exercée par la fondation sur le sol ;

B : largeur de la fondation ;

H : épaisseur de la couche de sol ;

E : module d'Young du sol ;

P_{Hm} : coefficient sans dimensions dépendant de ν , L/B et H/B ;

P'_{Hm} : coefficient sans dimensions dépendant de ν , L/B et B/H ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

L : longueur de la fondation.

Bien entendu, les formules (10) et (11) fournissent la même valeur du tassement et, par conséquent, les coefficients P_{Hm} et P'_{Hm} sont liés par :

$$(12) \quad P'_{Hm} = \frac{B}{H} P_{Hm}$$

Néanmoins, il est intéressant de donner deux formules différentes car la première est commode lorsque H/B est grand et la seconde lorsque B/H est grand.

On montre que le tassement moyen est très voisin du tassement qu'aurait, sur le même sol, une fondation rigide de même dimension et supportant la même charge (la notion de tassement moyen est illustrée par la Fig. 7).

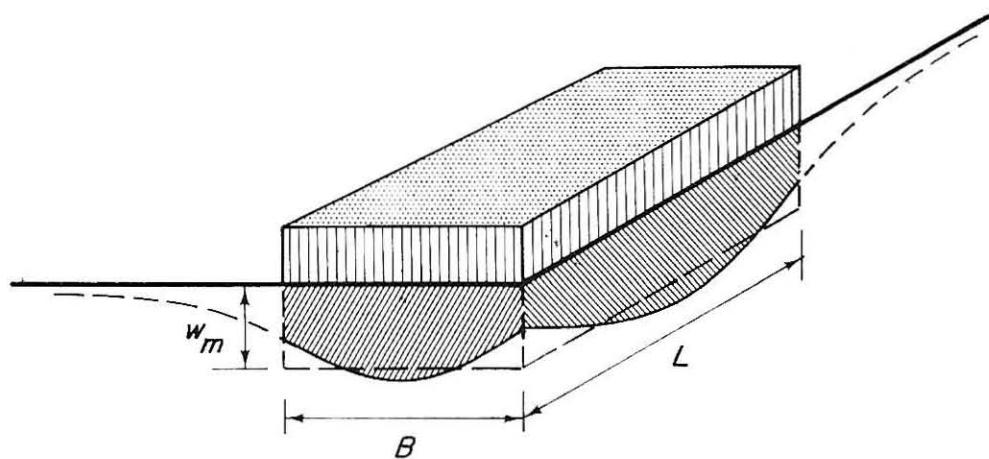


FIG. 7. — Définition du tassement moyen w_m : le volume hachuré engendré par le tassement de la charge uniforme est égal à $w_m LB$.

Exemple 5 :

Considérons un immeuble de Melbourne (Australie) fondé sur un radier assimilable à un rectangle de 47,5 m (156 ft) de long et 15,5 m (51 ft) de large reposant sur une couche compressible de 21 m (69 ft) d'épaisseur. Les propriétés de cette couche, mesurées dans un essai de chargement lent, sont : $E = 5,2$ bars (76 p.s.i.) et $\nu = 0,4$. La charge moyenne exercée par la fondation sur le sol est de 0,45 bar (6,5 p.s.i.). Quel tassement peut-on prévoir ?

Pour $L/B = 3$ et $H/B = 1,35$, la table correspondant à $\nu = 0,4$ donne $P_{Hm} = 0,61$.

On en déduit le tassement par la formule (10) :

$$w_m = \frac{0,45 \times 15,5}{5,2} \times 0,61 = 0,82 \text{ m} = 82 \text{ cm}$$

$$= \frac{6,5 \times 51}{76} \times 0,61 = 2,66 \text{ ft} = 32 \text{ in.}$$

On obtiendrait la même valeur à l'aide de la formule (11) avec $P'_{Hm} = 0,455$
(valeur lue dans les tables pour $\nu = 0,4$, $L/B = 3$ et $B/H = 0,75$).

Il est intéressant de noter que la valeur observée a été de 31 in. (79 cm).

4-3

CALCUL DES CONTRAINTES

La contrainte σ_z provoquée dans le sol par la charge rectangulaire définie plus haut est donnée par les formules suivantes :

1. A la verticale du centre du rectangle chargé :

$$(13) \quad \sigma_z = 4 p K_{HO}$$

2. A la verticale d'un coin du rectangle chargé :

$$(14) \quad \sigma_z = p K_{HO}$$

avec :

p : contrainte normale uniforme exercée par la charge rectangulaire ;

K_{HO} : coefficient sans dimensions dépendant de ν , z/H , L/B et β' ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

z : profondeur à laquelle on calcule σ_z ;

H : épaisseur de la couche de sol (Fig. 1) ;

L, B : longueur et largeur du rectangle chargé ;

β' : coefficient sans dimensions valant :

$\beta' = B/2H$ dans le cas du centre,

$\beta' = B/H$ dans le cas du coin.

Les valeurs numériques de K_{HO} sont données dans cinq graphiques, pour $\nu = 0,4$ seulement. Toutefois, on pourra les utiliser avec une bonne approximation pour toute autre valeur du coefficient de Poisson car son influence sur σ_z est très faible.

4-3Exemple 6 :

Reprenons l'immeuble de l'exemple 5 et calculons la contrainte σ_z à la verticale du coin à 17 m (55 ft) de profondeur dans le cas $v = 0,4$.

On a :

$$\frac{L}{B} = \frac{47,5}{15,5} = \frac{156}{51} = 3$$

$$\beta' = \frac{B}{H} = \frac{15,5}{21} = \frac{51}{69} = 0,74$$

$$\frac{z}{H} = \frac{17}{21} = \frac{55}{69} = 0,8$$

d'où : $K_{HO} = 0,225$.

On calcule alors σ_z à l'aide de la formule (14) :

$$\begin{aligned}\sigma_z &= 0,45 \times 0,225 = 0,10 \text{ bar} \\ &= 6,5 \times 0,225 = 1,45 \text{ p.s.i.}\end{aligned}$$

TABLES ET GRAPHIQUES— Calcul du tassement

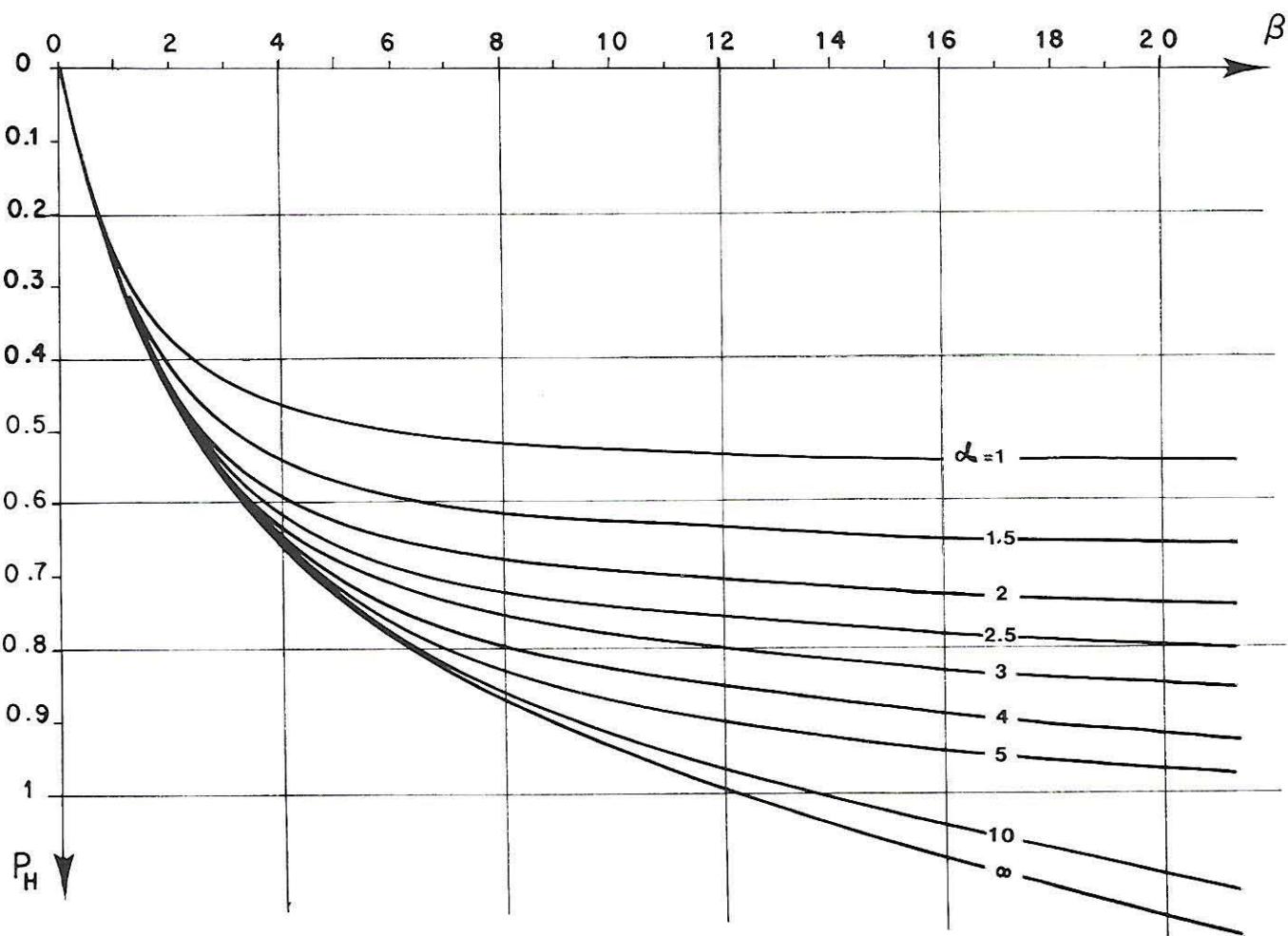
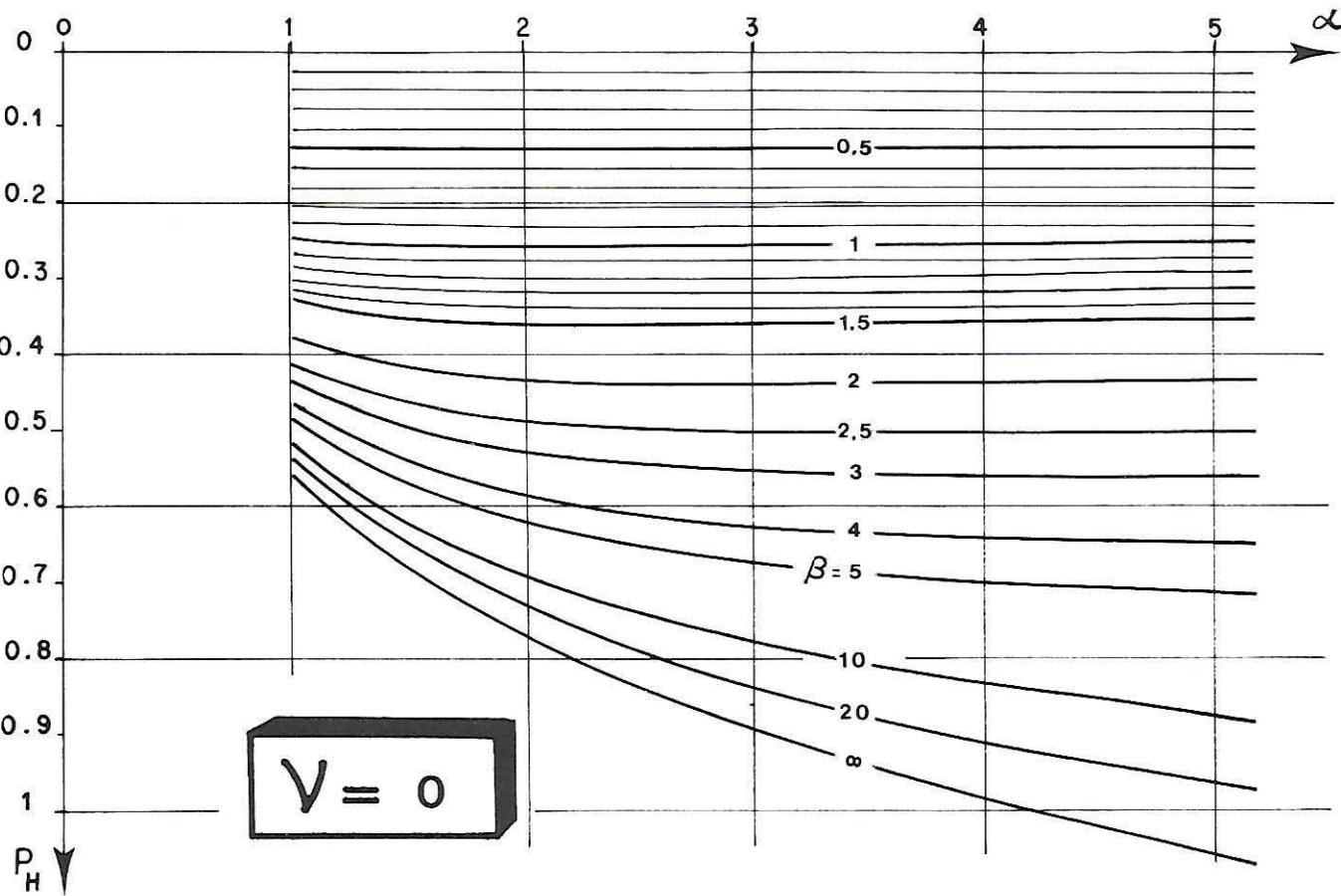
Coefficients : P_H , P'_H p. 138-157
et, pour le tassement moyen :

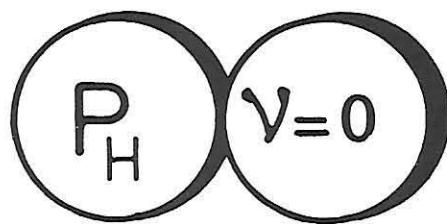
Coefficients : P_{Hm} , P'_{Hm} p. 158-177

— Calcul des contraintes

Coefficients : K_{HO} p. 178-182

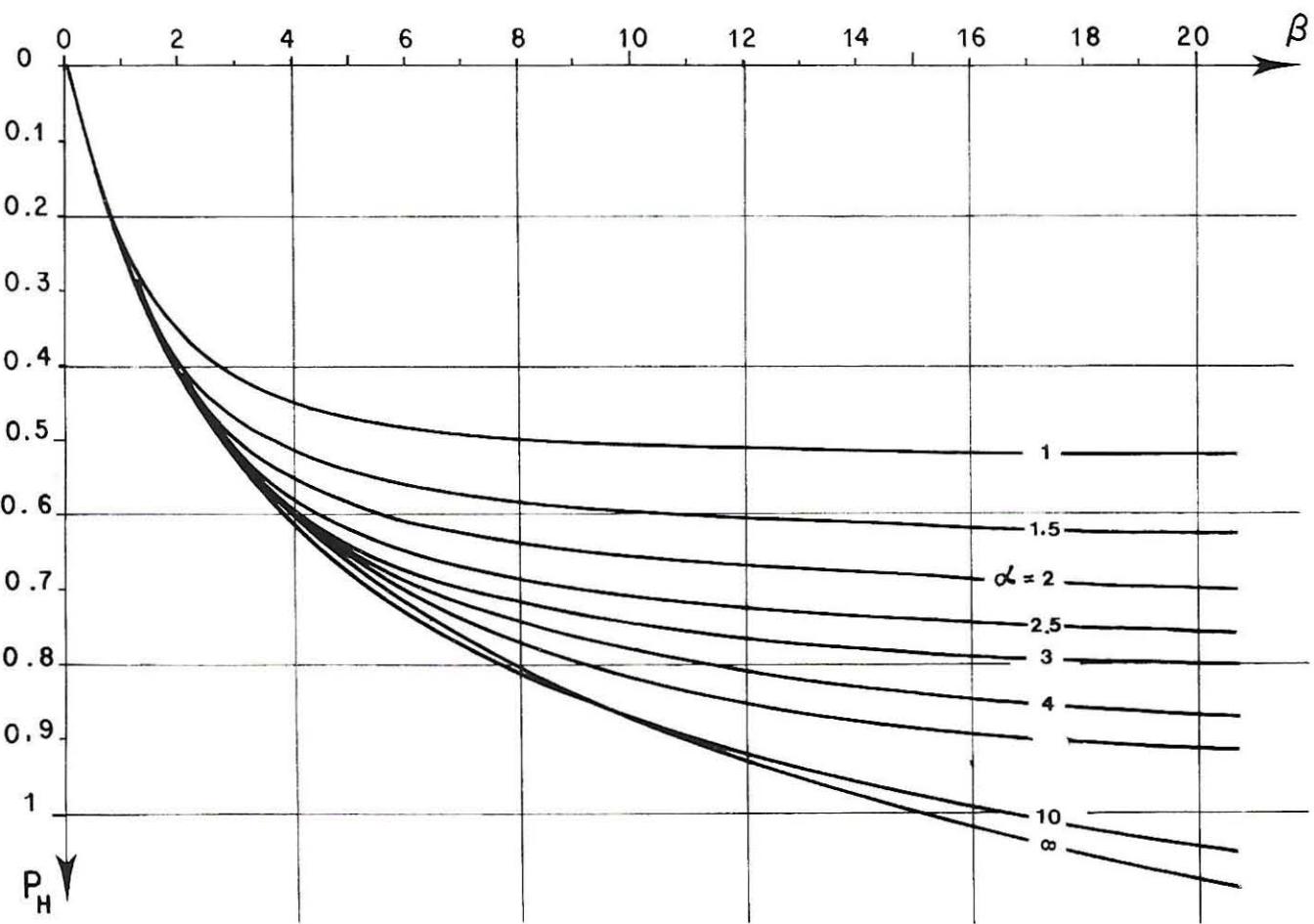
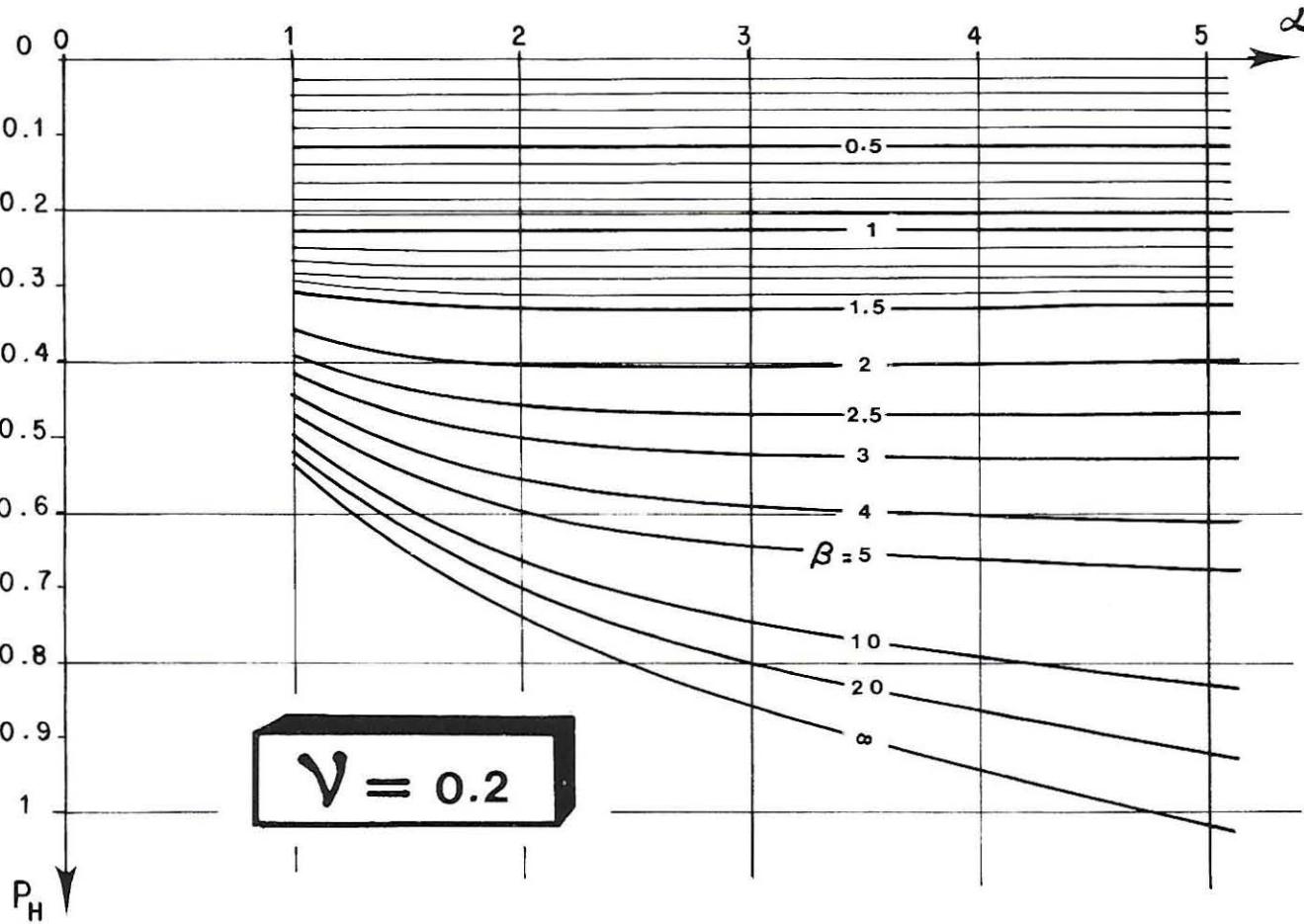
4-3

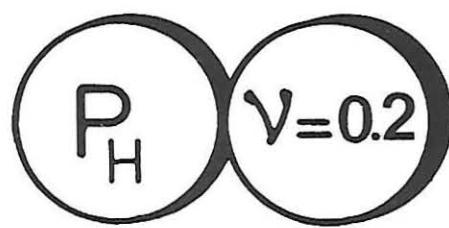




	α								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025
0.2	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
0.3	0.076	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075
0.4	0.102	0.101	0.101	0.101	0.101	0.101	0.101	0.101	0.100
0.5	0.129	0.128	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127
0.6	0.155	0.154	0.153	0.153	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152
0.7	0.181	0.181	0.180	0.180	0.179	0.179	0.179	0.179	0.178
0.8	0.205	0.206	0.205	0.205	0.204	0.204	0.204	0.204	0.203
0.9	0.228	0.232	0.231	0.231	0.230	0.230	0.230	0.230	0.229
1	0.249	0.254	0.253	0.253	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252
1.1	0.269	0.276	0.276	0.275	0.275	0.274	0.274	0.274	0.274
β									
1.2	0.286	0.296	0.299	0.299	0.299	0.298	0.298	0.298	0.296
1.3	0.302	0.316	0.319	0.319	0.319	0.318	0.318	0.318	0.317
1.4	0.316	0.333	0.338	0.338	0.338	0.337	0.337	0.336	0.336
1.5	0.328	0.350	0.356	0.356	0.356	0.355	0.355	0.354	0.354
2	0.380	0.416	0.432	0.436	0.438	0.436	0.436	0.436	0.435
2.5	0.413	0.463	0.485	0.498	0.500	0.503	0.503	0.503	0.501
3	0.436	0.496	0.524	0.545	0.553	0.557	0.558	0.559	0.556
4	0.466	0.538	0.583	0.609	0.623	0.637	0.644	0.646	0.644
5	0.485	0.565	0.620	0.650	0.670	0.695	0.710	0.715	0.714
10	0.520	0.620	0.690	0.740	0.780	0.830	0.870	0.920	0.933
20	0.540	0.650	0.730	0.790	0.840	0.910	0.960	1.100	1.154
∞	0.561	0.679	0.766	0.835	0.892	0.982	1.052	1.272	∞

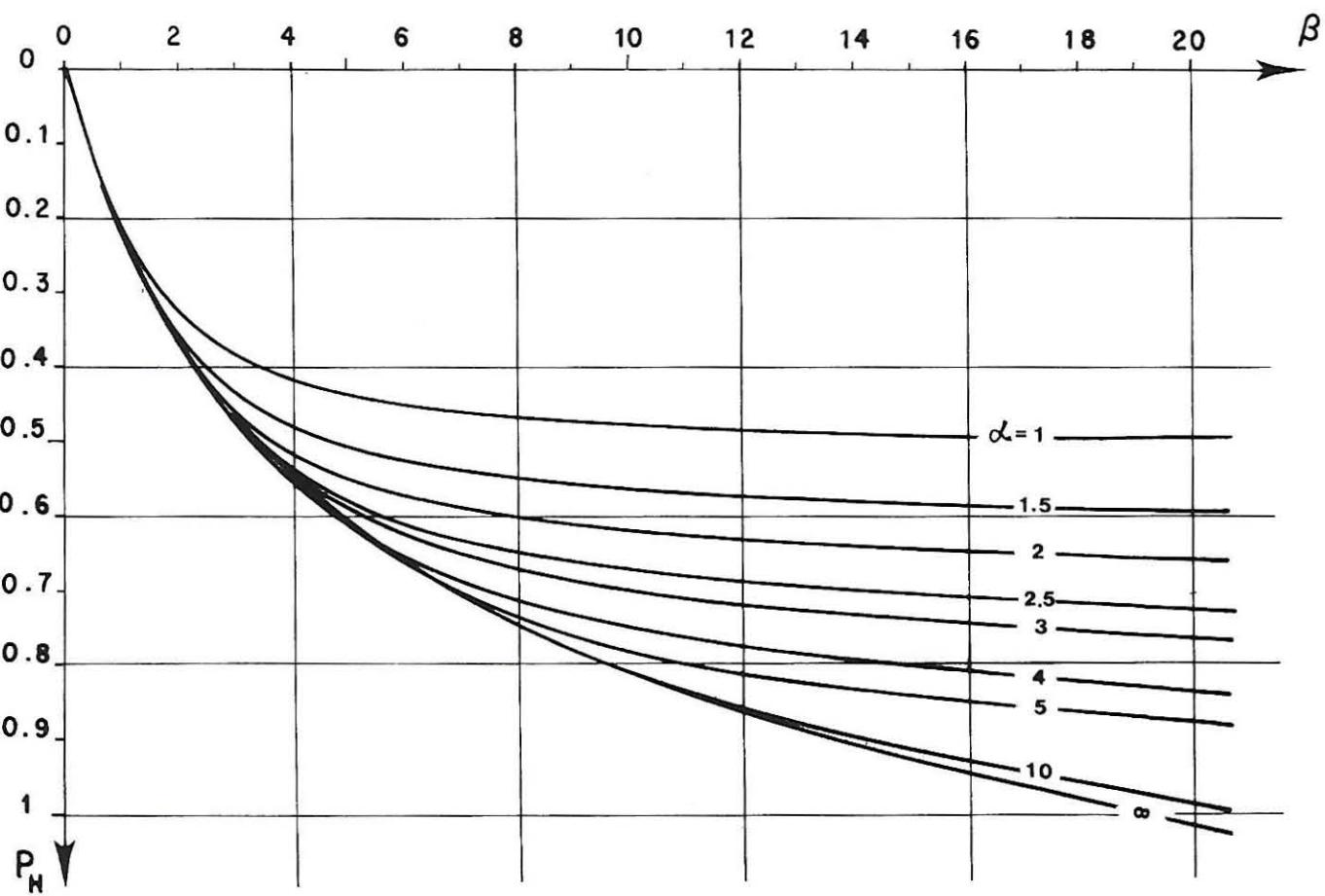
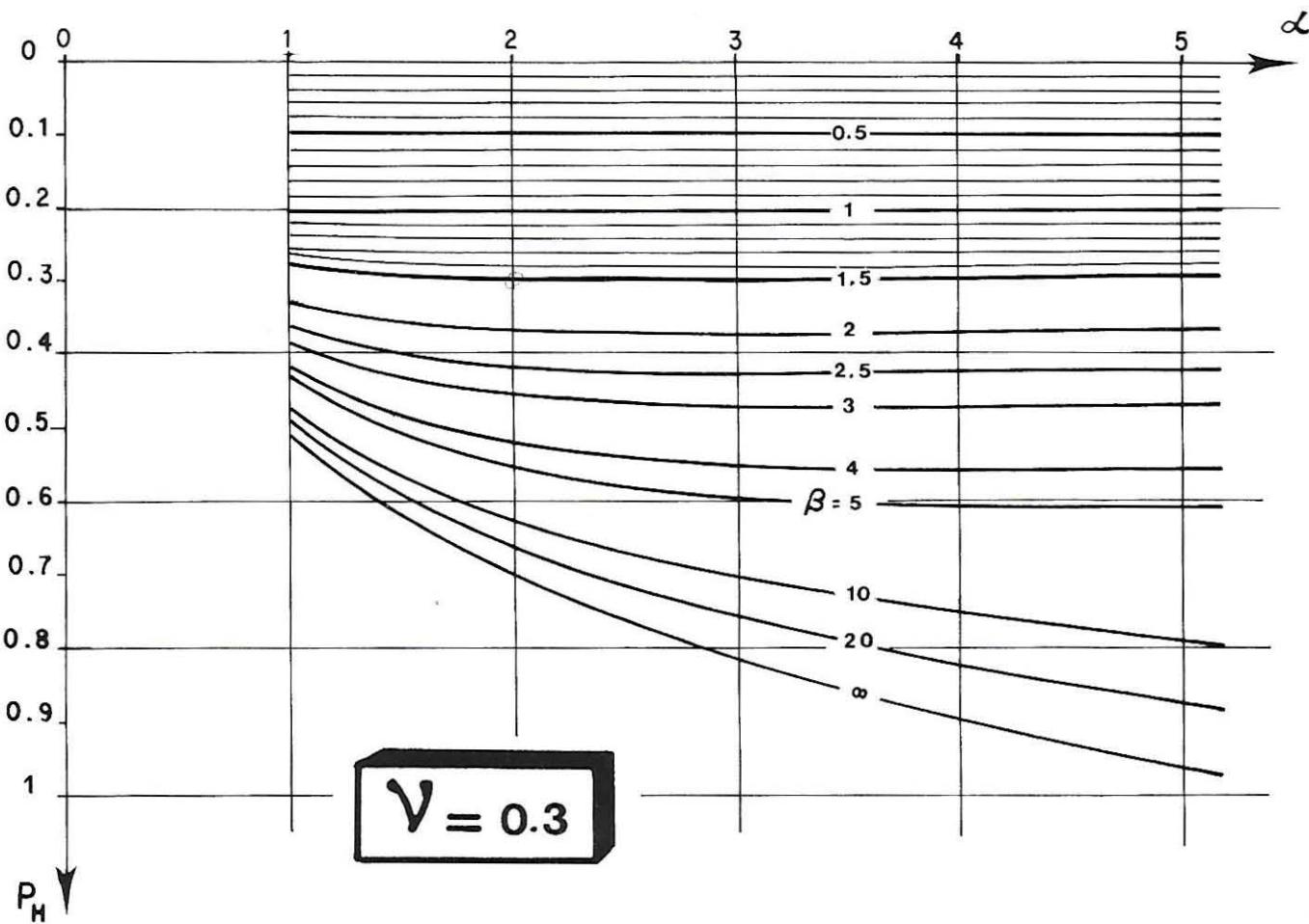
4-3



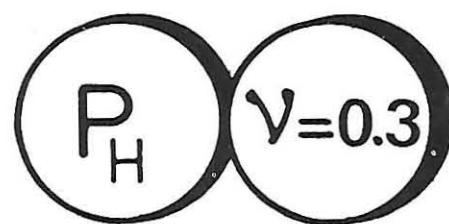


	α								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023
0.2	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045
0.3	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068	0.068
0.4	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090	0.090
0.5	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.113
0.6	0.139	0.139	0.138	0.138	0.138	0.138	0.138	0.138	0.137
0.7	0.164	0.164	0.163	0.163	0.163	0.163	0.163	0.163	0.161
0.8	0.188	0.188	0.186	0.186	0.185	0.185	0.185	0.185	0.183
0.9	0.209	0.210	0.208	0.206	0.206	0.206	0.206	0.206	0.203
1	0.230	0.232	0.231	0.229	0.229	0.229	0.229	0.229	0.226
1.1	0.250	0.255	0.254	0.254	0.253	0.253	0.253	0.253	0.250
β									
1.2	0.267	0.274	0.274	0.274	0.273	0.272	0.272	0.272	0.270
1.3	0.282	0.292	0.292	0.291	0.291	0.290	0.290	0.290	0.287
1.4	0.296	0.310	0.311	0.311	0.312	0.312	0.313	0.313	0.309
1.5	0.310	0.326	0.328	0.328	0.328	0.326	0.326	0.326	0.321
2	0.360	0.392	0.404	0.406	0.406	0.406	0.404	0.404	0.398
2.5	0.395	0.438	0.458	0.468	0.470	0.470	0.470	0.468	0.463
3	0.418	0.472	0.499	0.515	0.523	0.528	0.528	0.522	0.512
4	0.449	0.517	0.558	0.579	0.594	0.606	0.609	0.612	0.599
5	0.470	0.545	0.595	0.625	0.645	0.665	0.675	0.680	0.665
10	0.500	0.600	0.660	0.710	0.750	0.790	0.830	0.870	0.875
20	0.520	0.626	0.700	0.760	0.800	0.870	0.920	1.045	1.087
∞	0.539	0.652	0.735	0.802	0.856	0.943	1.010	1.221	∞

4-3

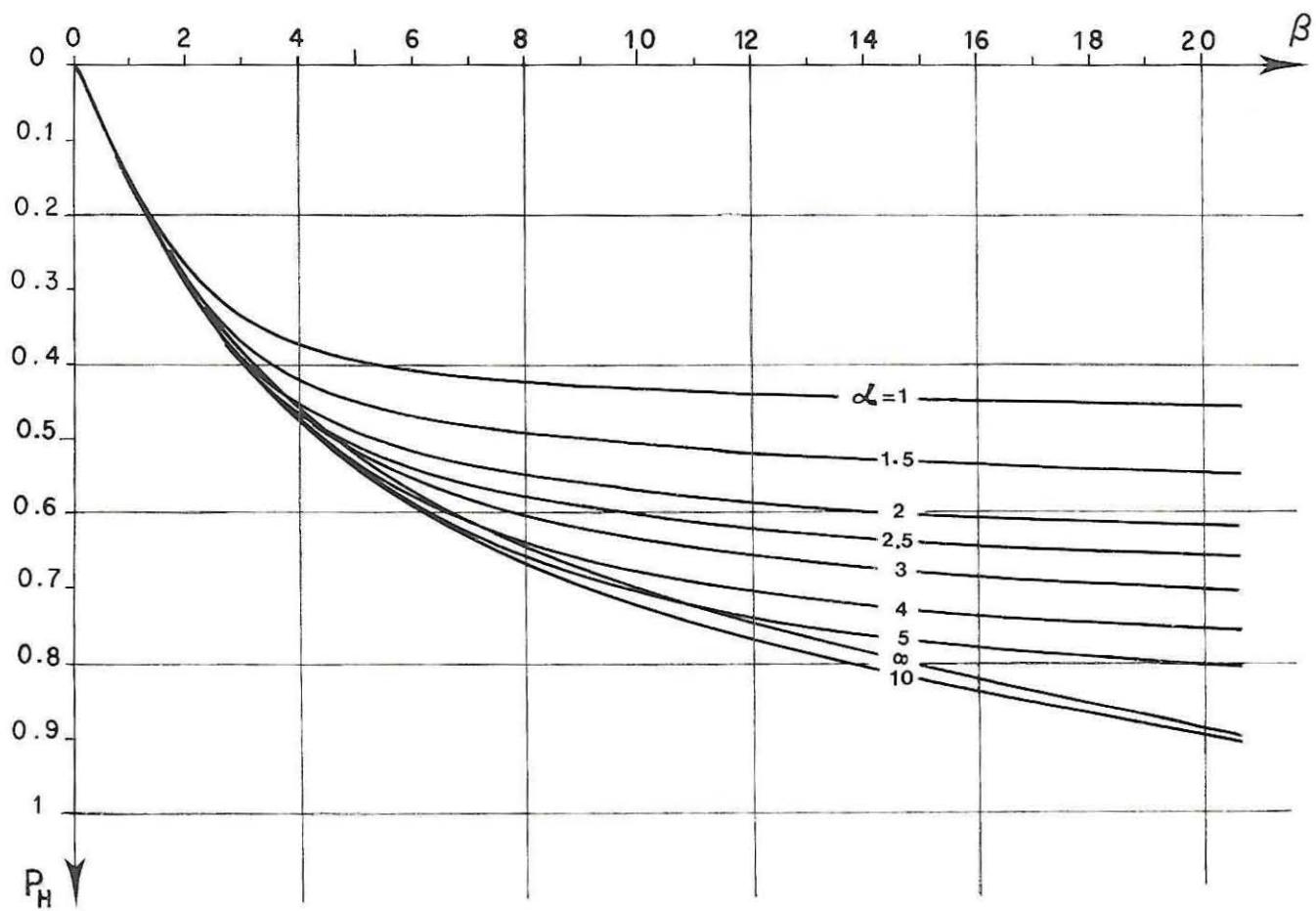
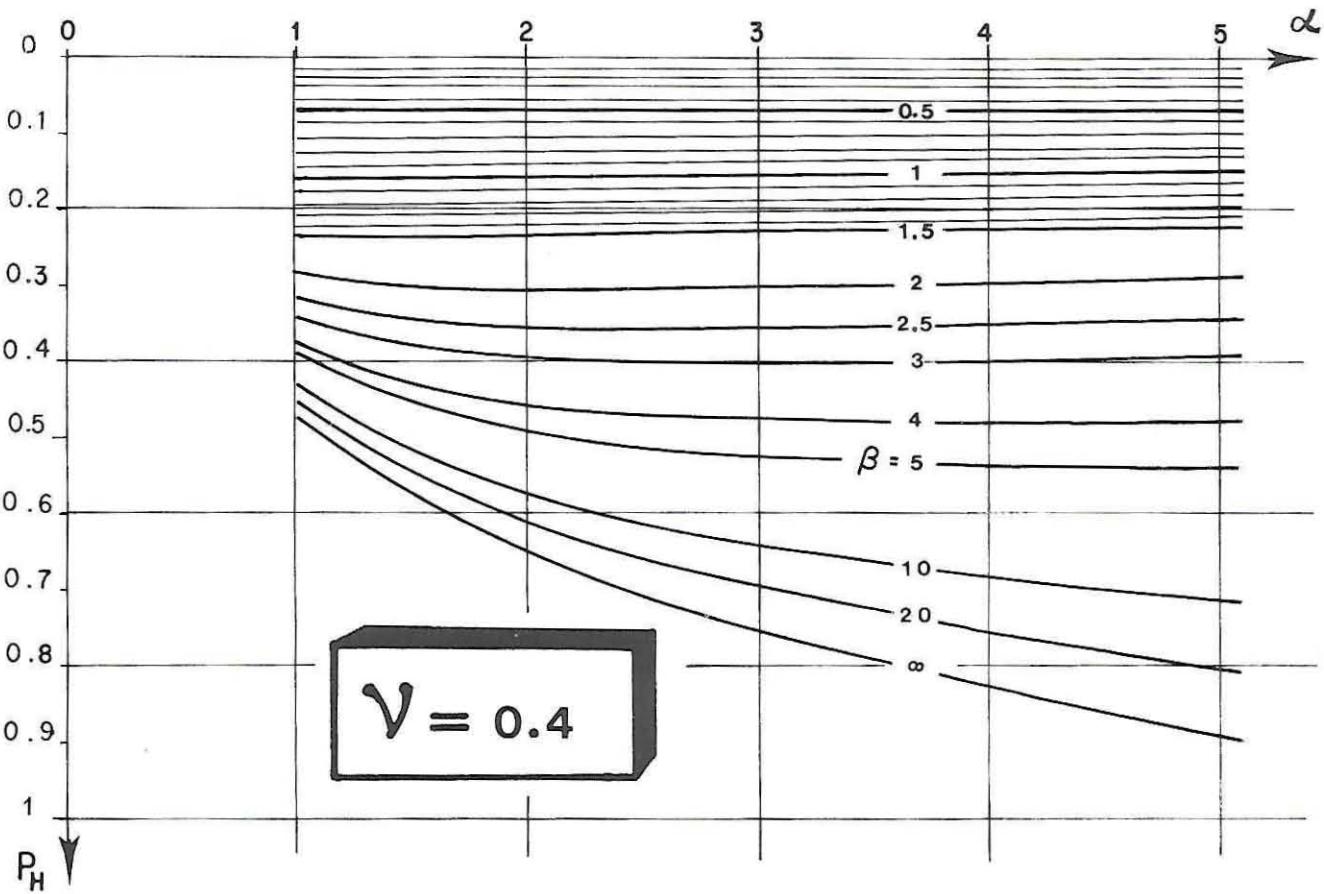


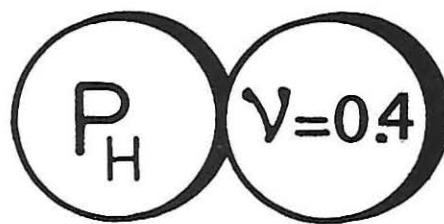
4-3



	α								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019	0.019
0.2	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037	0.037
0.3	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056	0.056
0.4	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076	0.076
0.5	0.098	0.096	0.095	0.095	0.095	0.095	0.095	0.095	0.095
0.6	0.121	0.119	0.118	0.118	0.118	0.117	0.117	0.117	0.117
0.7	0.142	0.140	0.139	0.139	0.139	0.138	0.138	0.138	0.138
0.8	0.163	0.161	0.160	0.160	0.160	0.159	0.159	0.159	0.159
0.9	0.183	0.182	0.181	0.180	0.179	0.179	0.178	0.178	0.177
1	0.202	0.200	0.199	0.198	0.197	0.197	0.196	0.196	0.195
1.1	0.219	0.221	0.220	0.219	0.218	0.218	0.218	0.217	0.215
β									
1.2	0.236	0.239	0.239	0.238	0.237	0.237	0.237	0.236	0.234
1.3	0.252	0.257	0.257	0.256	0.255	0.255	0.254	0.253	0.250
1.4	0.266	0.274	0.274	0.273	0.272	0.272	0.271	0.270	0.267
1.5	0.279	0.289	0.290	0.289	0.288	0.288	0.286	0.284	0.281
2	0.328	0.350	0.364	0.364	0.362	0.362	0.360	0.360	0.356
2.5	0.360	0.398	0.415	0.418	0.420	0.418	0.415	0.415	0.413
3	0.384	0.432	0.456	0.463	0.468	0.469	0.465	0.463	0.462
4	0.416	0.478	0.511	0.532	0.542	0.550	0.551	0.545	0.544
5	0.435	0.505	0.550	0.575	0.590	0.605	0.615	0.610	0.605
10	0.470	0.562	0.620	0.670	0.700	0.750	0.780	0.810	0.804
20	0.490	0.590	0.660	0.715	0.760	0.820	0.870	0.980	1.005
∞	0.511	0.618	0.697	0.760	0.812	0.894	0.957	1.158	∞

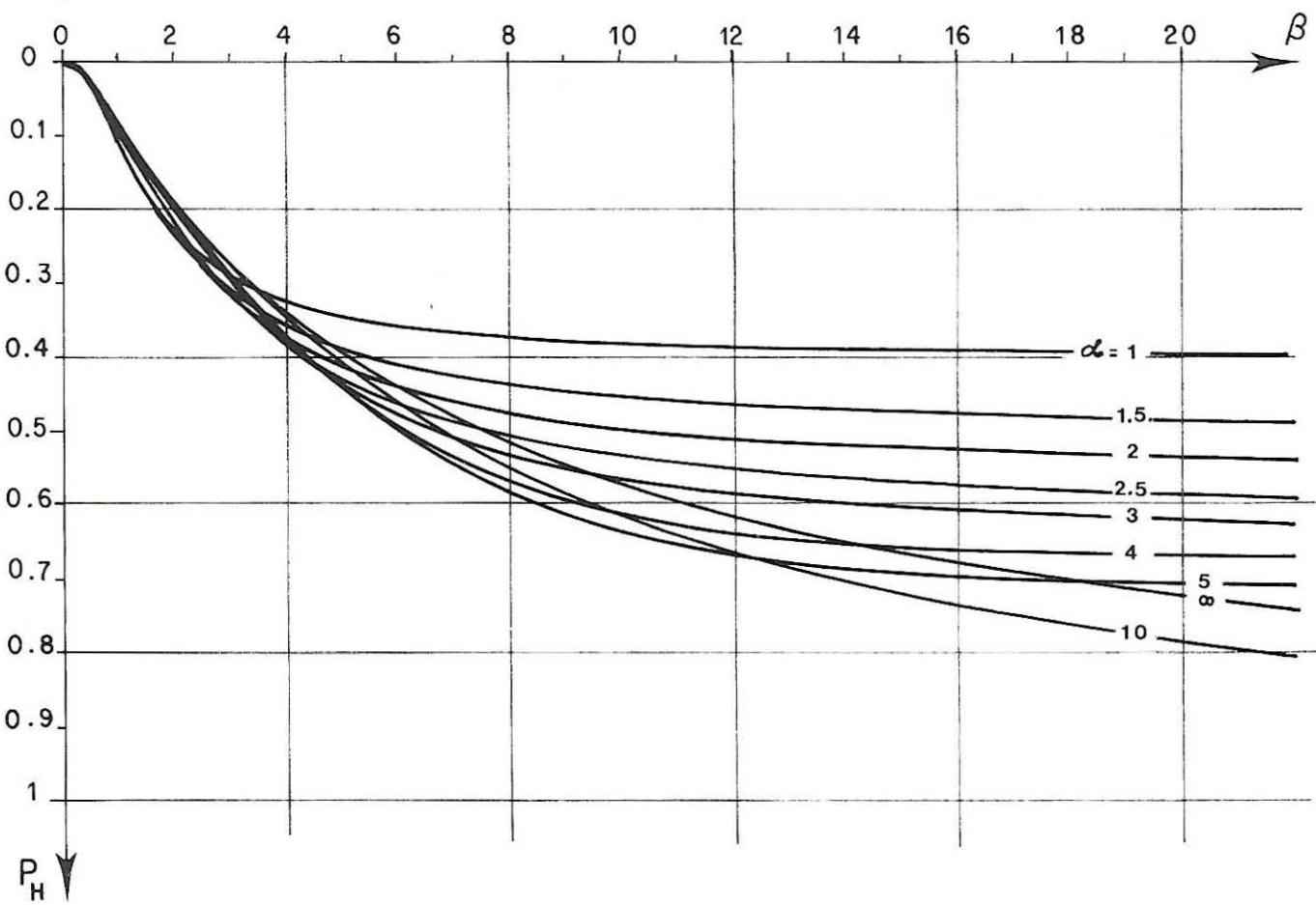
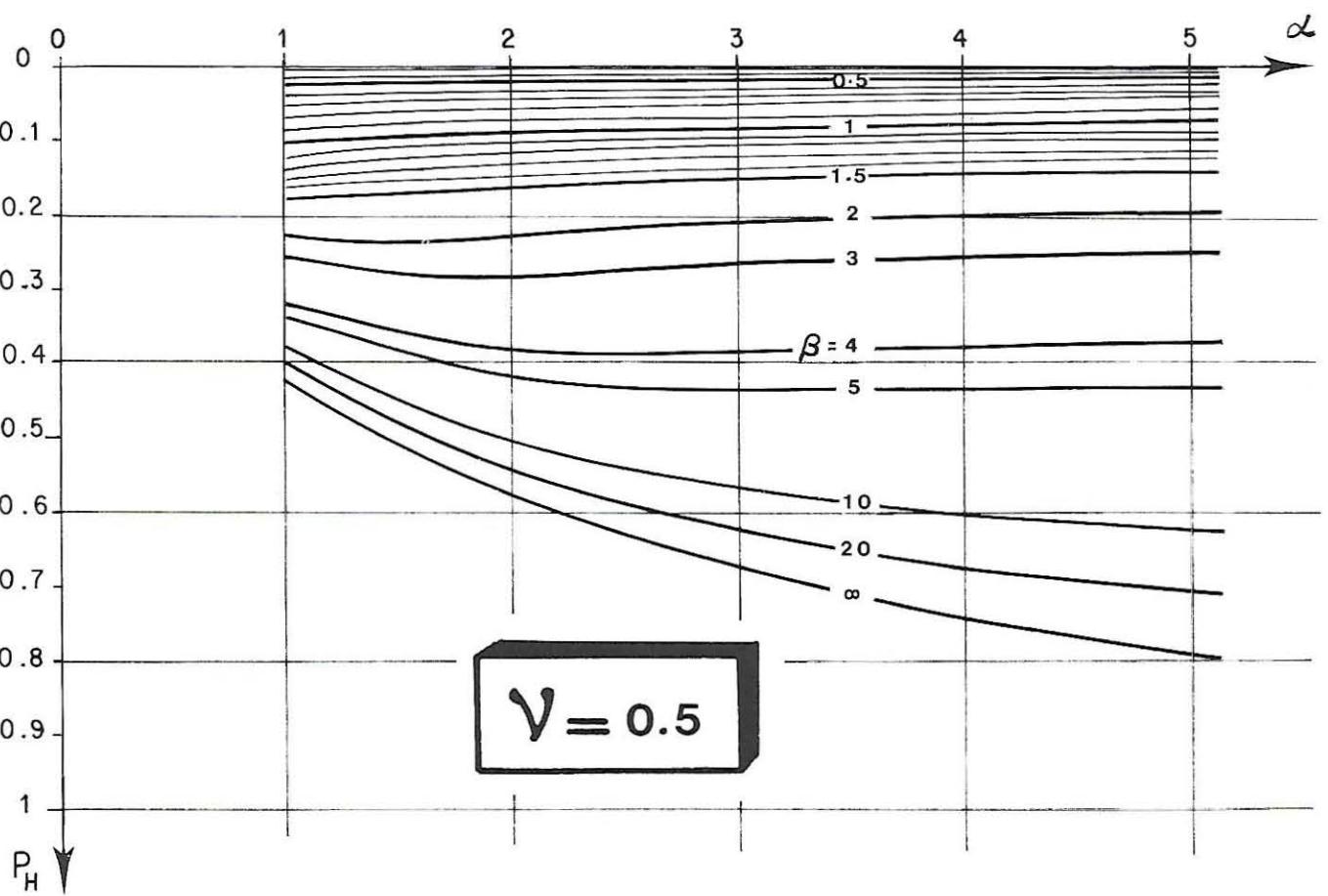
4-3

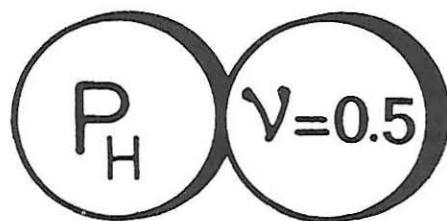




	α								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
0.2	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023
0.3	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036
0.4	0.052	0.050	0.050	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
0.5	0.068	0.065	0.065	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064	0.064
0.6	0.086	0.082	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.080	0.079
0.7	0.104	0.100	0.098	0.098	0.098	0.096	0.096	0.096	0.096
0.8	0.124	0.118	0.116	0.115	0.115	0.114	0.114	0.114	0.112
0.9	0.142	0.136	0.133	0.131	0.131	0.130	0.130	0.130	0.129
1	0.159	0.153	0.150	0.147	0.147	0.146	0.146	0.145	0.145
1.1	0.176	0.170	0.167	0.164	0.164	0.162	0.162	0.162	0.162
β									
1.2	0.192	0.189	0.185	0.182	0.180	0.178	0.178	0.178	0.178
1.3	0.207	0.207	0.202	0.198	0.196	0.195	0.194	0.194	0.194
1.4	0.221	0.222	0.217	0.214	0.212	0.210	0.209	0.209	0.208
1.5	0.234	0.237	0.234	0.229	0.227	0.225	0.224	0.224	0.223
2	0.282	0.300	0.302	0.298	0.296	0.292	0.290	0.288	0.288
2.5	0.315	0.345	0.355	0.355	0.353	0.348	0.345	0.343	0.342
3	0.340	0.378	0.395	0.399	0.399	0.397	0.392	0.387	0.386
4	0.372	0.425	0.451	0.468	0.472	0.473	0.472	0.461	0.460
5	0.390	0.450	0.490	0.510	0.520	0.530	0.535	0.520	0.519
10	0.430	0.510	0.570	0.610	0.640	0.680	0.710	0.720	0.701
20	0.450	0.540	0.610	0.655	0.695	0.750	0.800	0.895	0.886
∞	0.471	0.570	0.643	0.701	0.749	0.825	0.884	1.068	∞

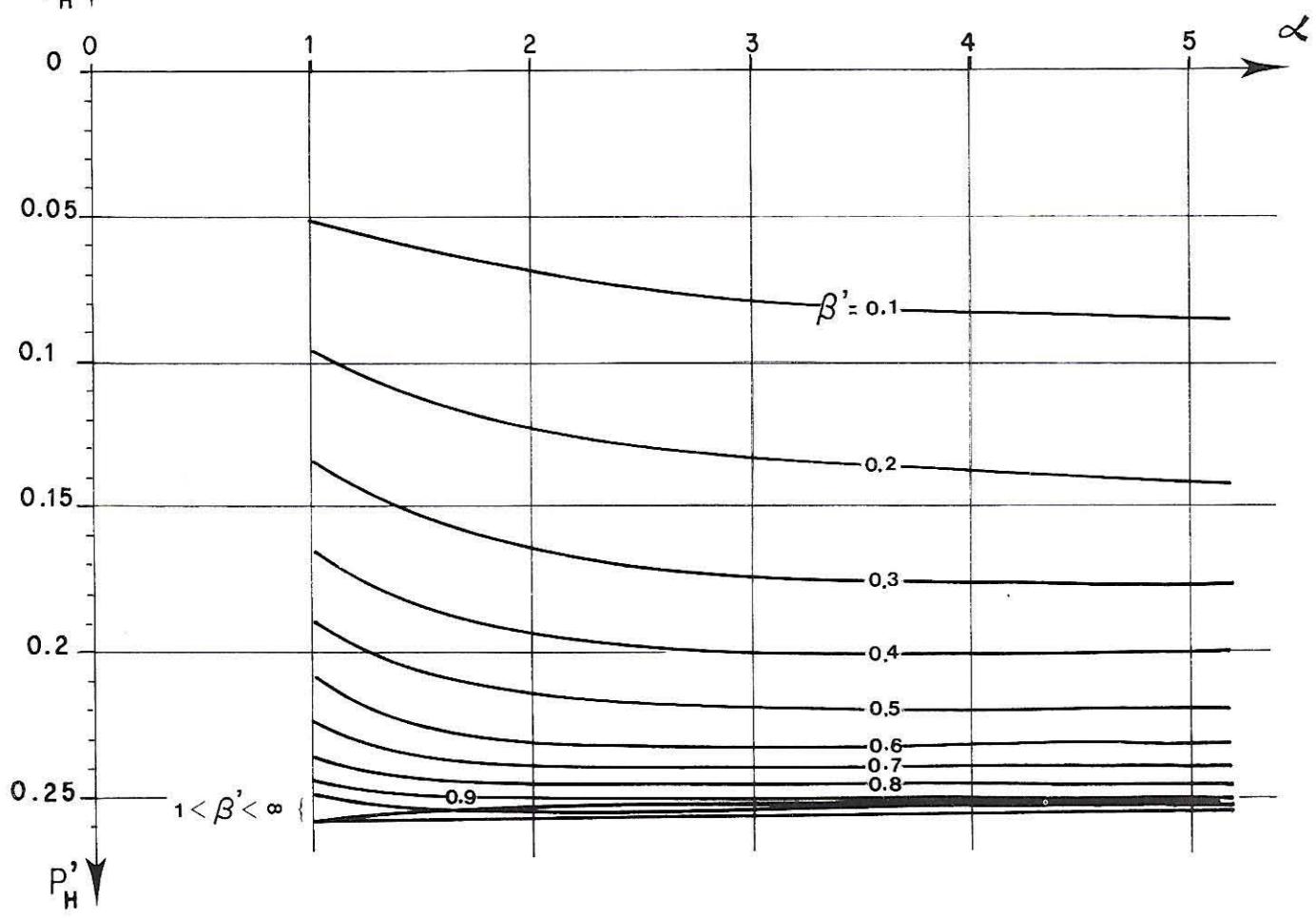
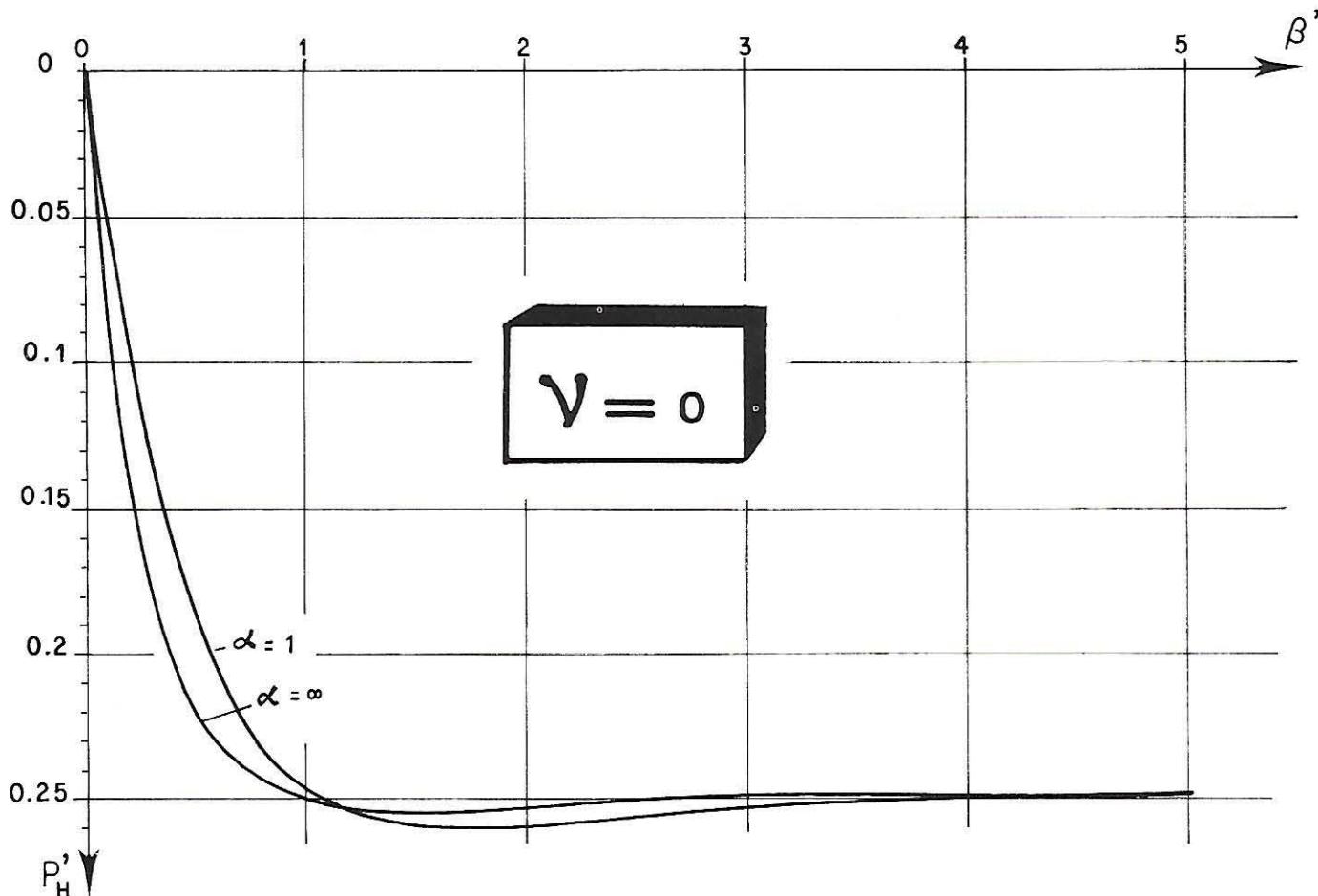
4-3



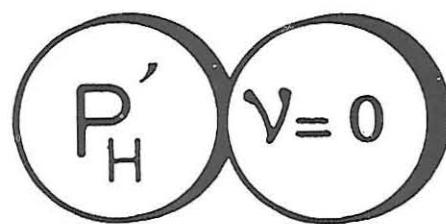


		α								
		1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.3	0.006	0.004	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
	0.4	0.015	0.011	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
	0.5	0.026	0.020	0.018	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016
	0.6	0.039	0.030	0.029	0.028	0.027	0.025	0.025	0.025	0.025
	0.7	0.054	0.044	0.040	0.040	0.037	0.037	0.035	0.035	0.035
	0.8	0.070	0.058	0.054	0.054	0.049	0.048	0.047	0.047	0.047
	0.9	0.089	0.074	0.068	0.066	0.063	0.061	0.060	0.060	0.059
β	1	0.106	0.092	0.084	0.080	0.077	0.076	0.074	0.074	0.072
	1.1	0.122	0.108	0.100	0.095	0.091	0.088	0.086	0.086	0.085
	1.2	0.138	0.126	0.116	0.110	0.106	0.102	0.102	0.100	0.098
	1.3	0.152	0.142	0.131	0.125	0.120	0.116	0.115	0.113	0.111
	1.4	0.166	0.157	0.146	0.139	0.135	0.129	0.128	0.126	0.123
	1.5	0.180	0.172	0.162	0.154	0.148	0.142	0.140	0.138	0.135
	2	0.228	0.234	0.228	0.220	0.212	0.204	0.198	0.194	0.190
	2.5	0.260	0.280	0.280	0.275	0.268	0.258	0.250	0.243	0.235
	3	0.286	0.313	0.320	0.318	0.314	0.304	0.296	0.284	0.274
	4	0.320	0.356	0.376	0.384	0.384	0.376	0.370	0.350	0.342
	5	0.340	0.385	0.415	0.430	0.435	0.435	0.430	0.405	0.395
	10	0.380	0.450	0.500	0.540	0.560	0.600	0.620	0.600	0.556
	20	0.400	0.480	0.535	0.585	0.615	0.670	0.705	0.780	0.721
	∞	0.421	0.509	0.575	0.626	0.669	0.737	0.789	0.954	∞

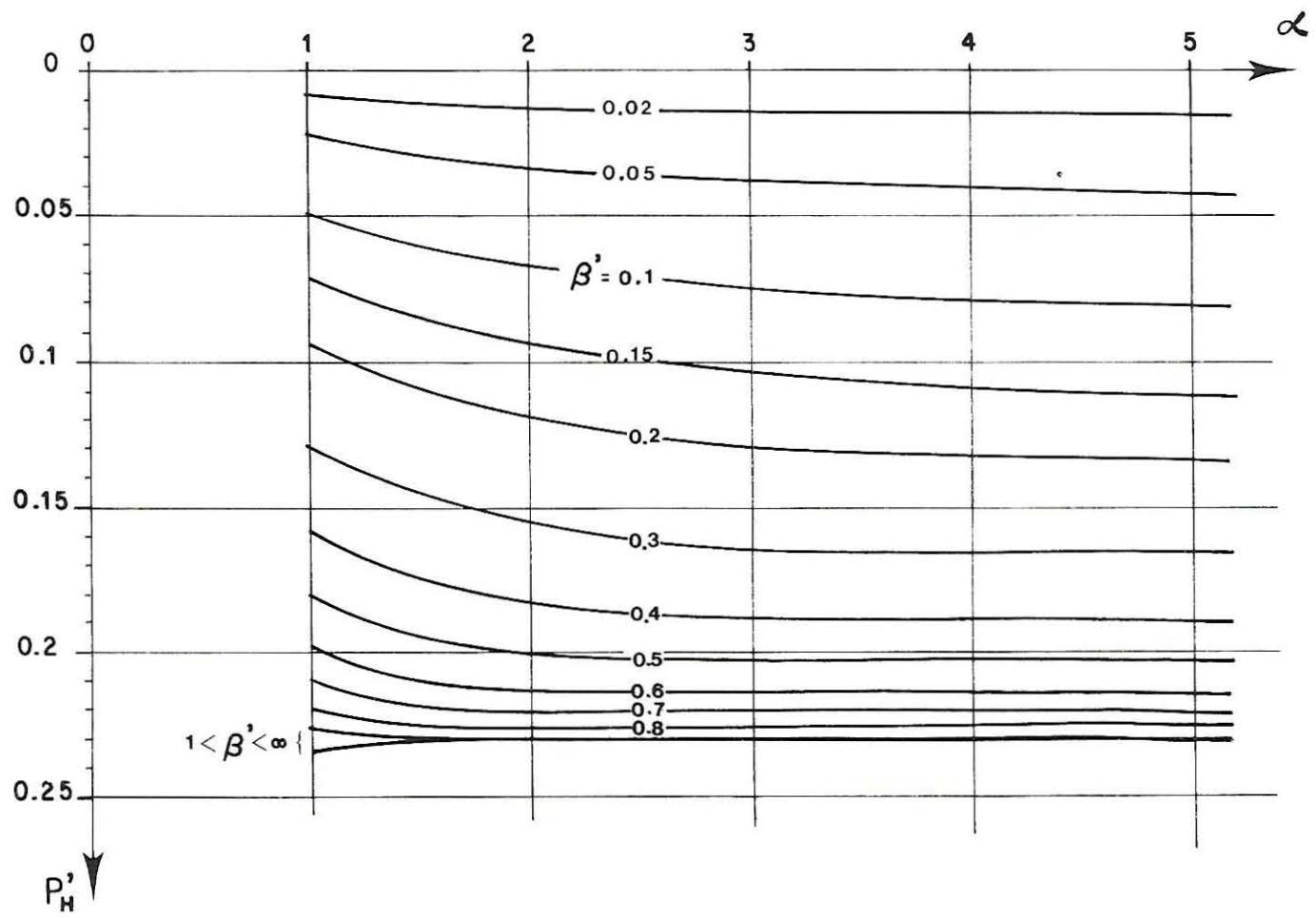
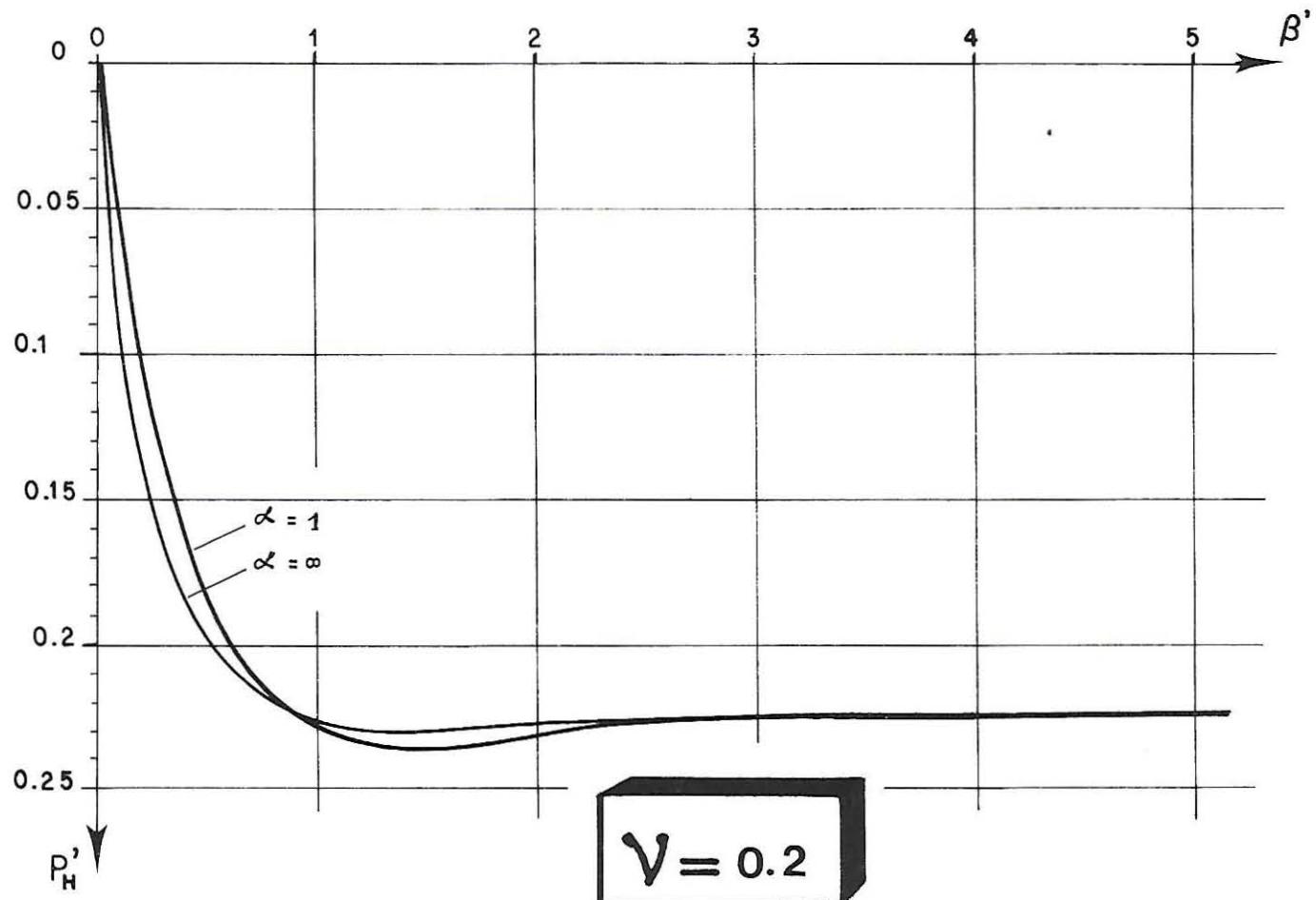
4-3



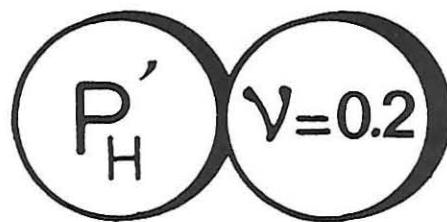
4-3



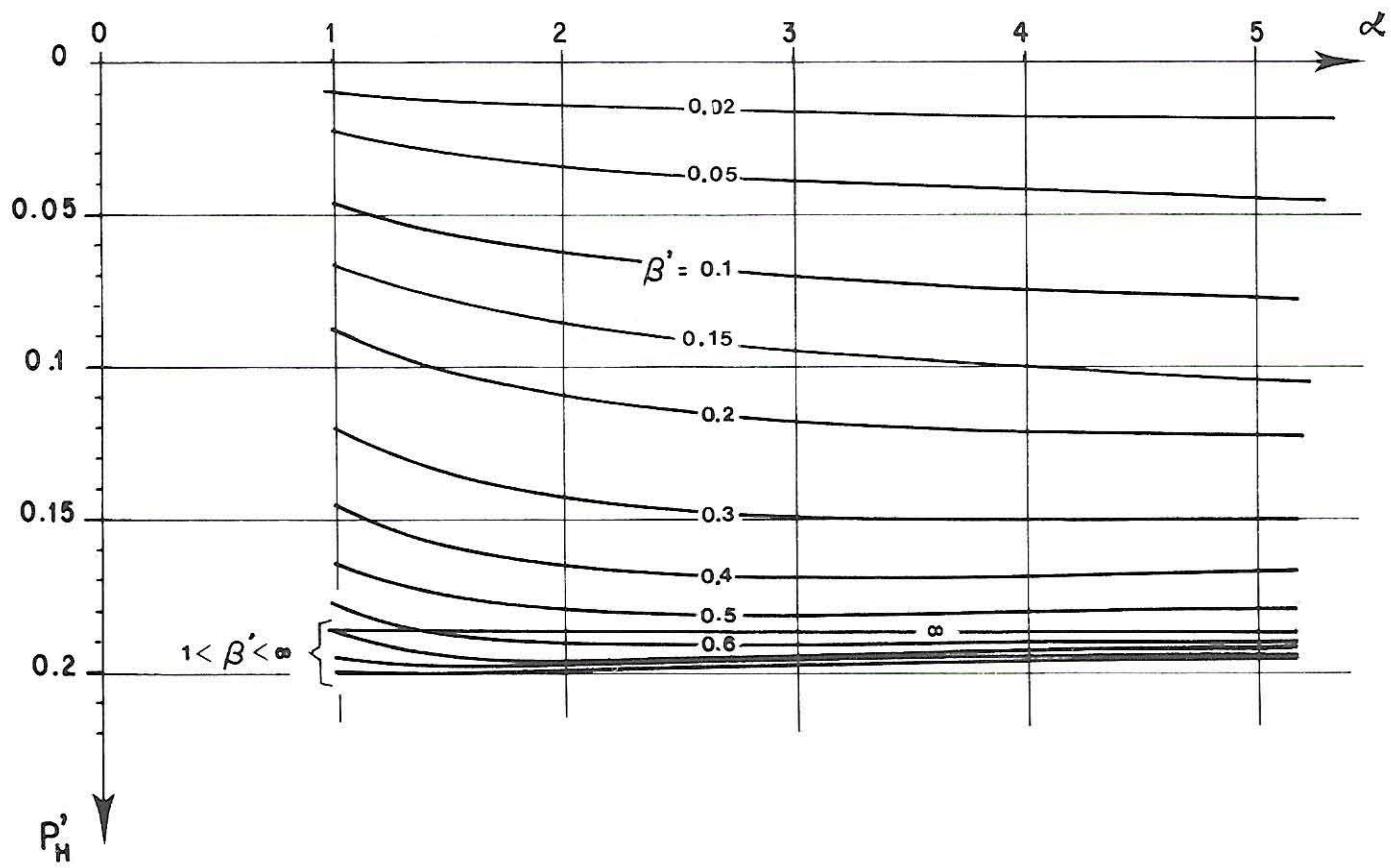
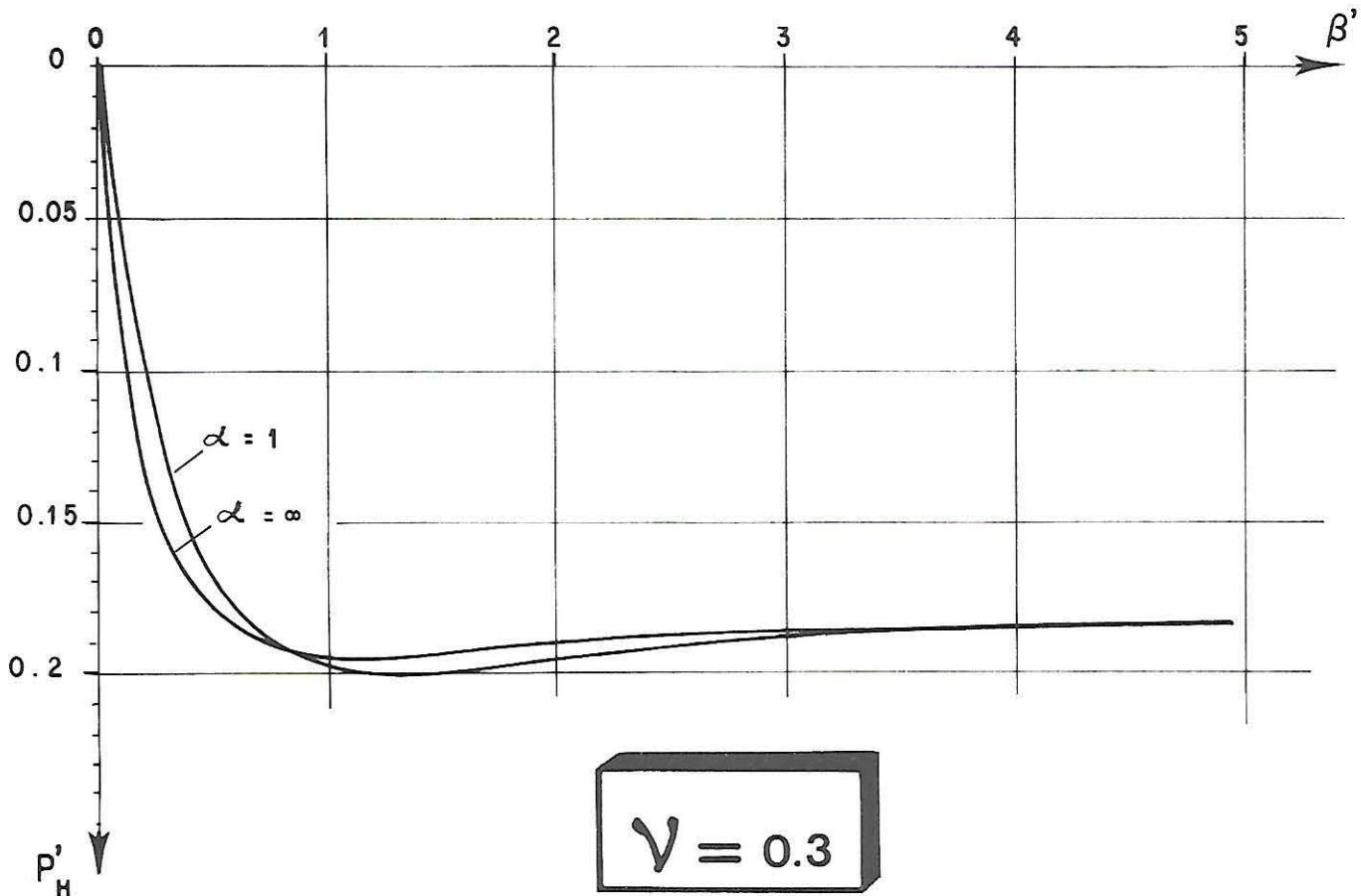
4-3



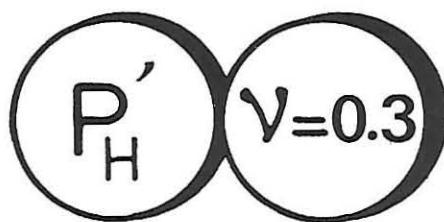
4-3



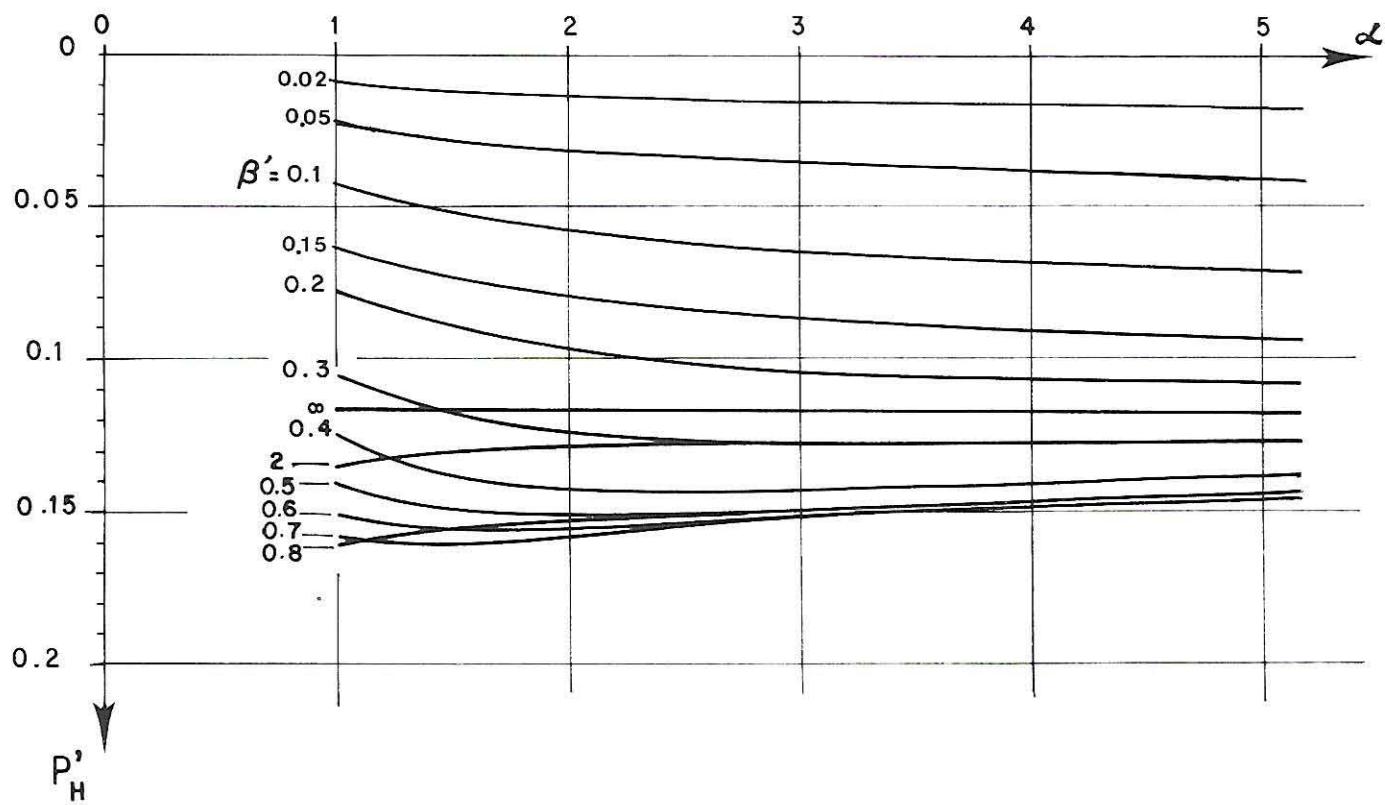
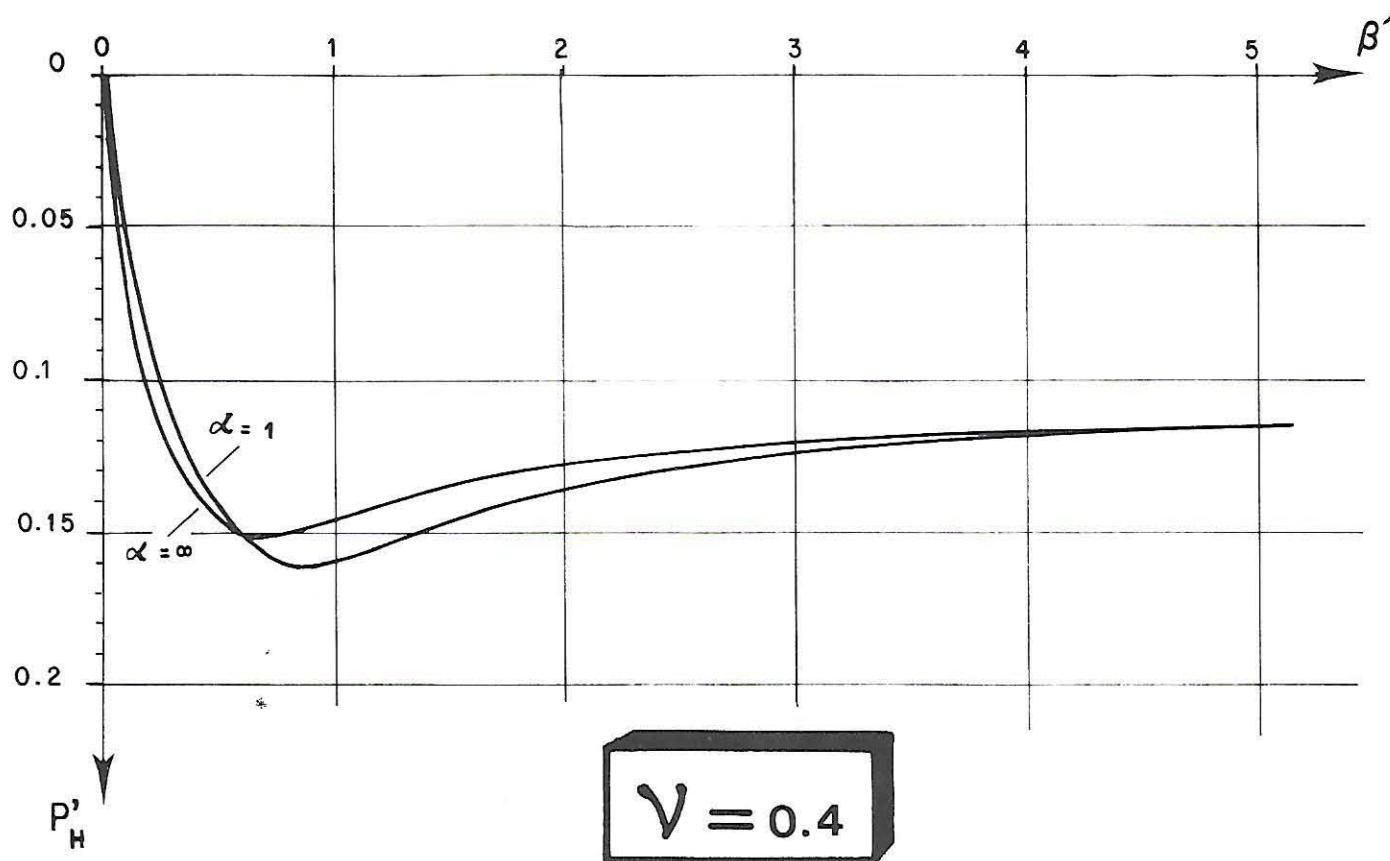
4-3



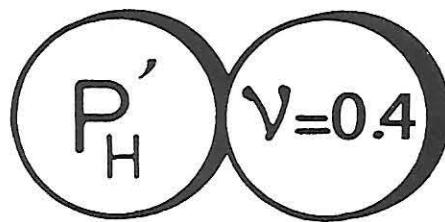
4-3



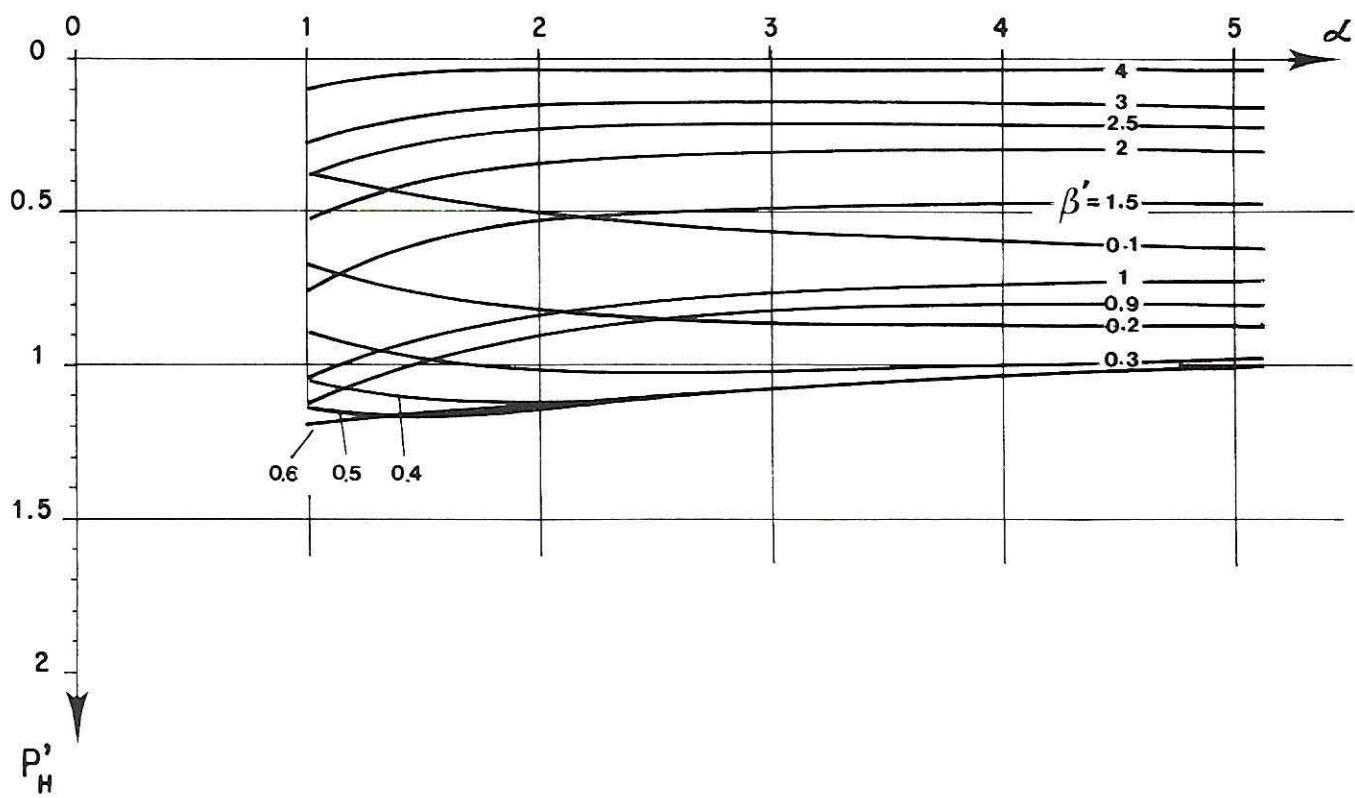
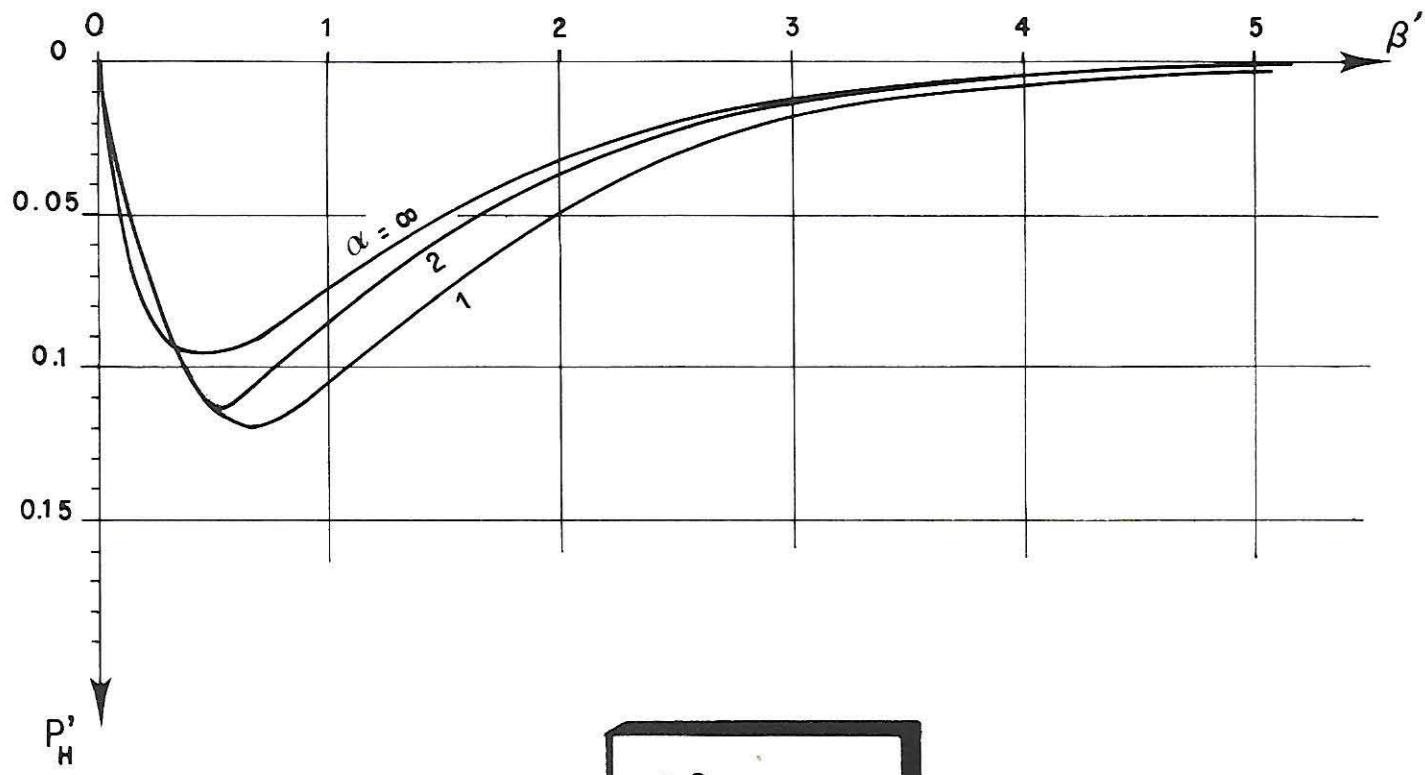
4-3



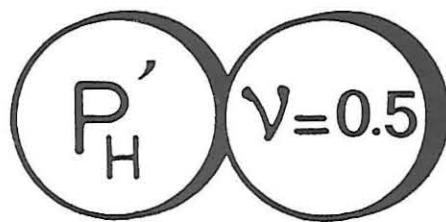
4-3



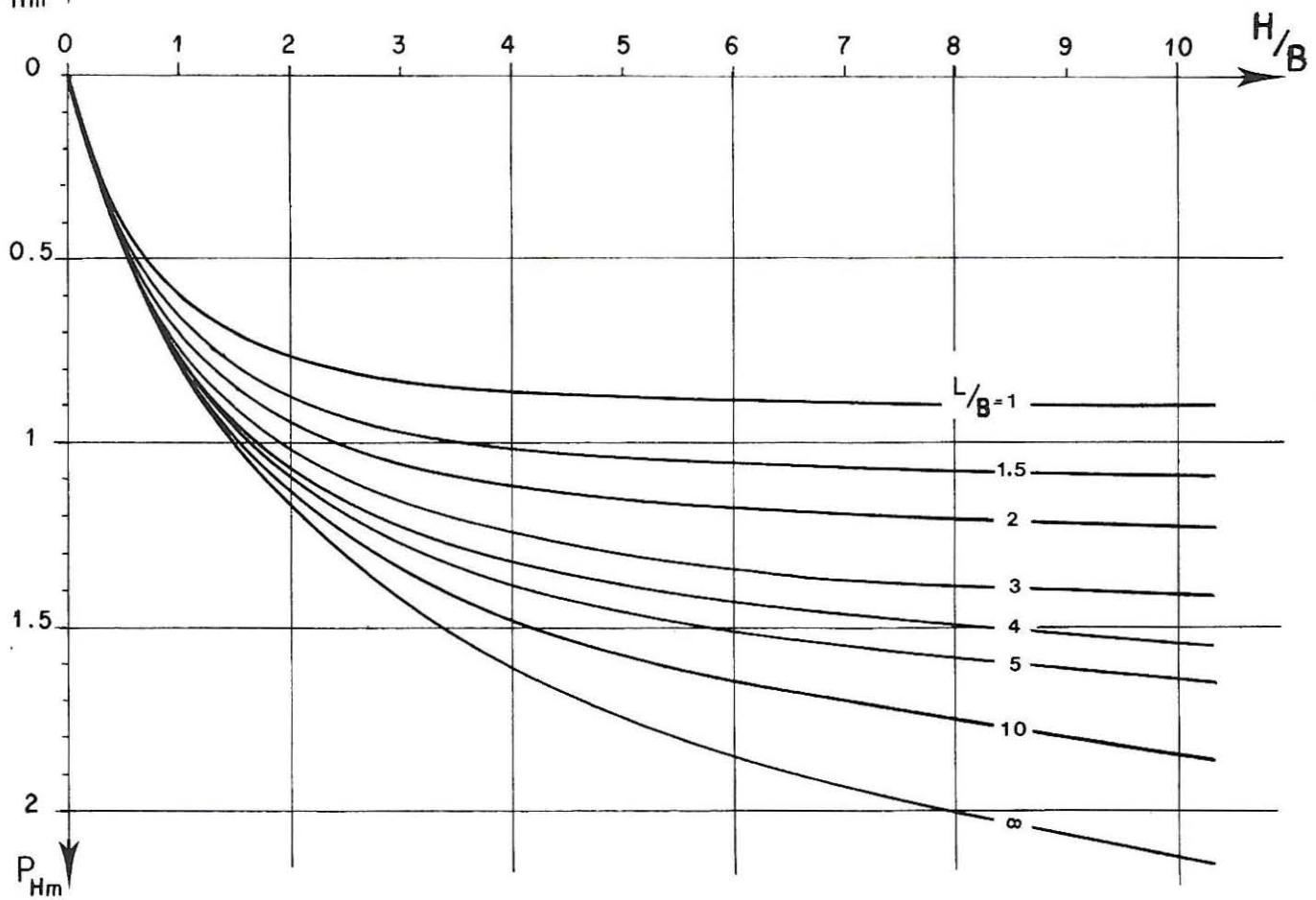
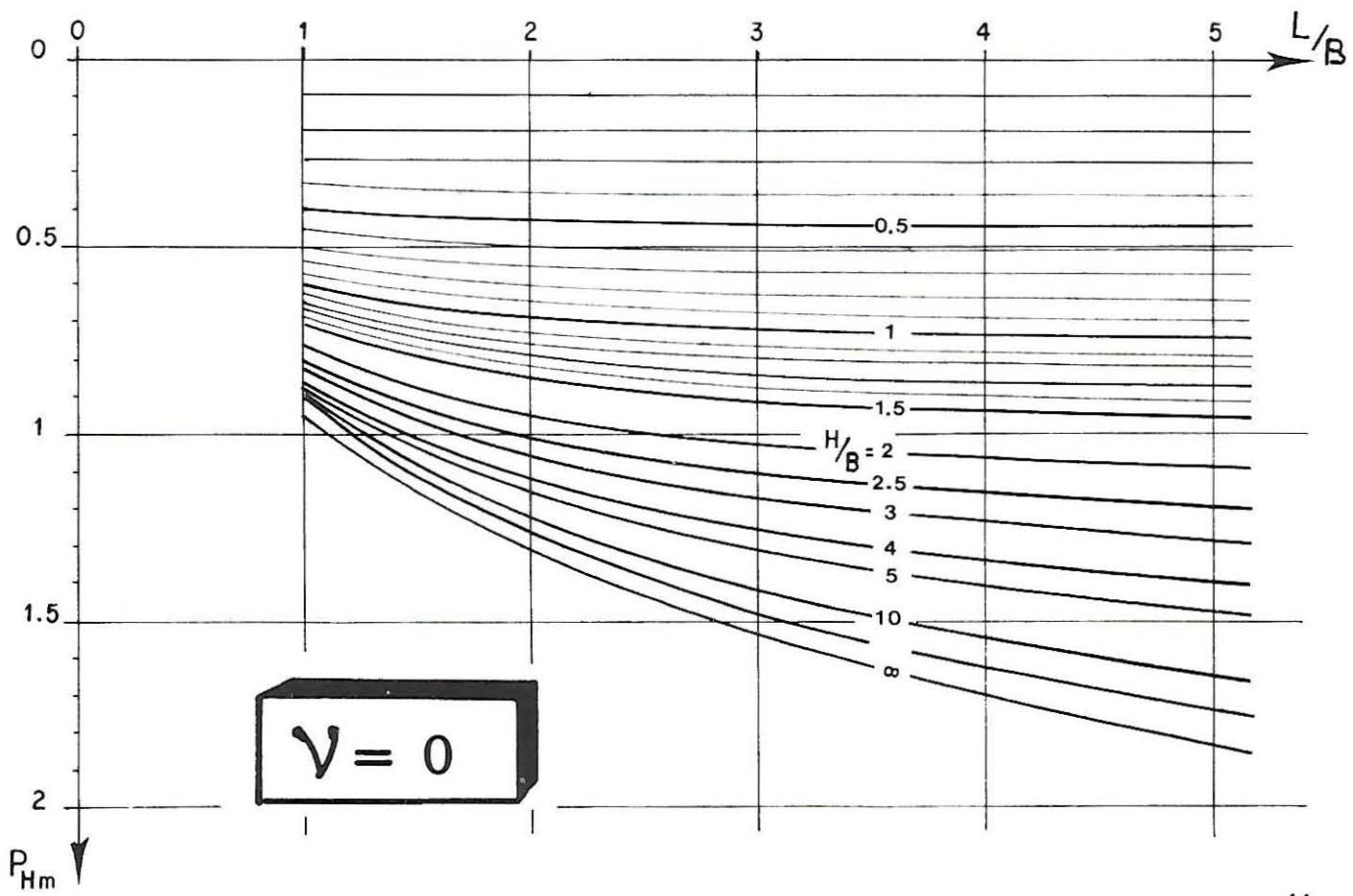
4-3

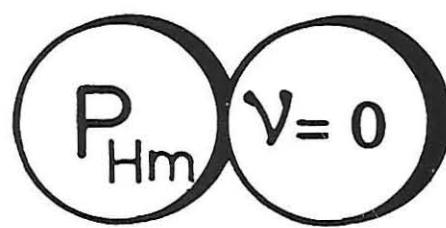


4-3



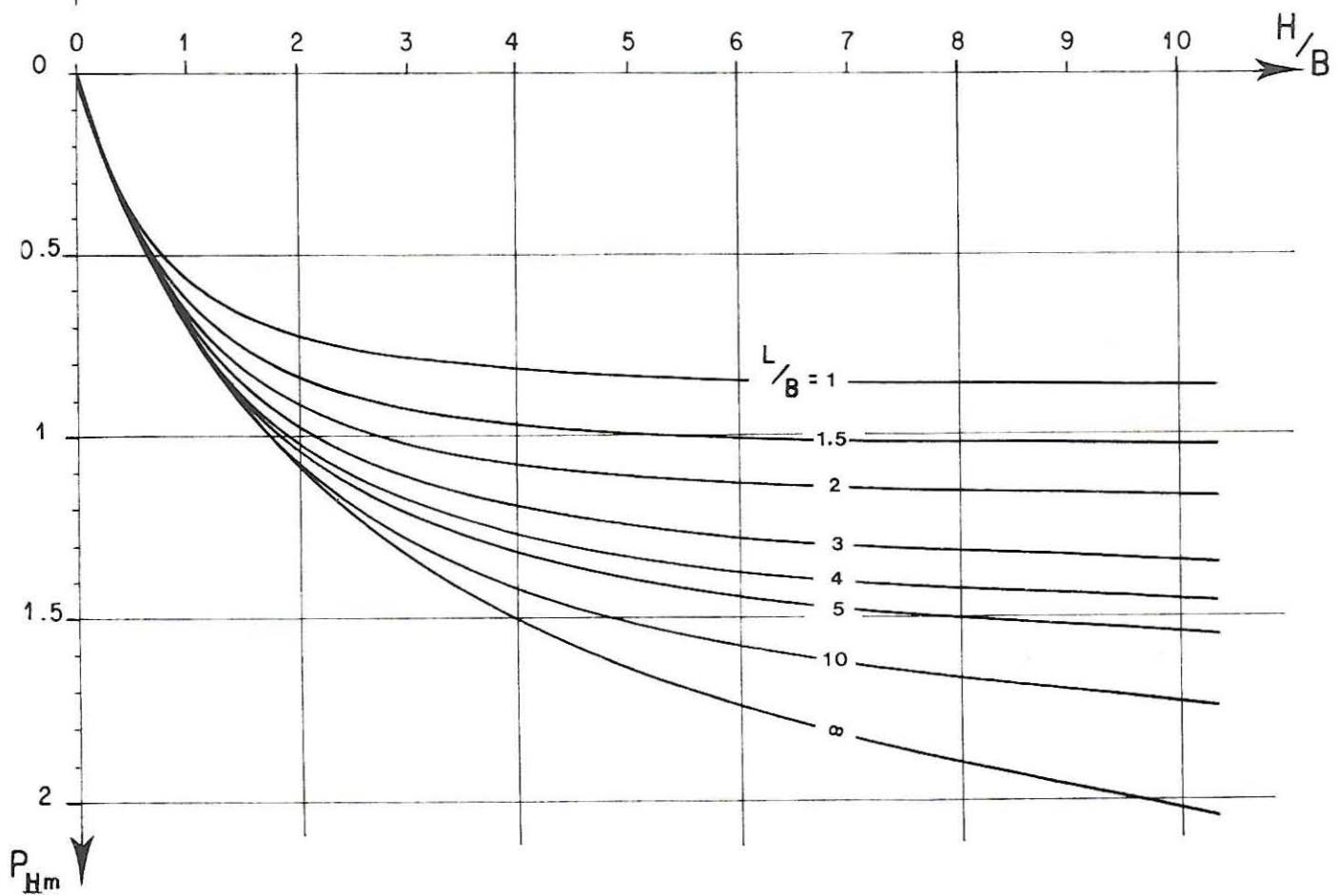
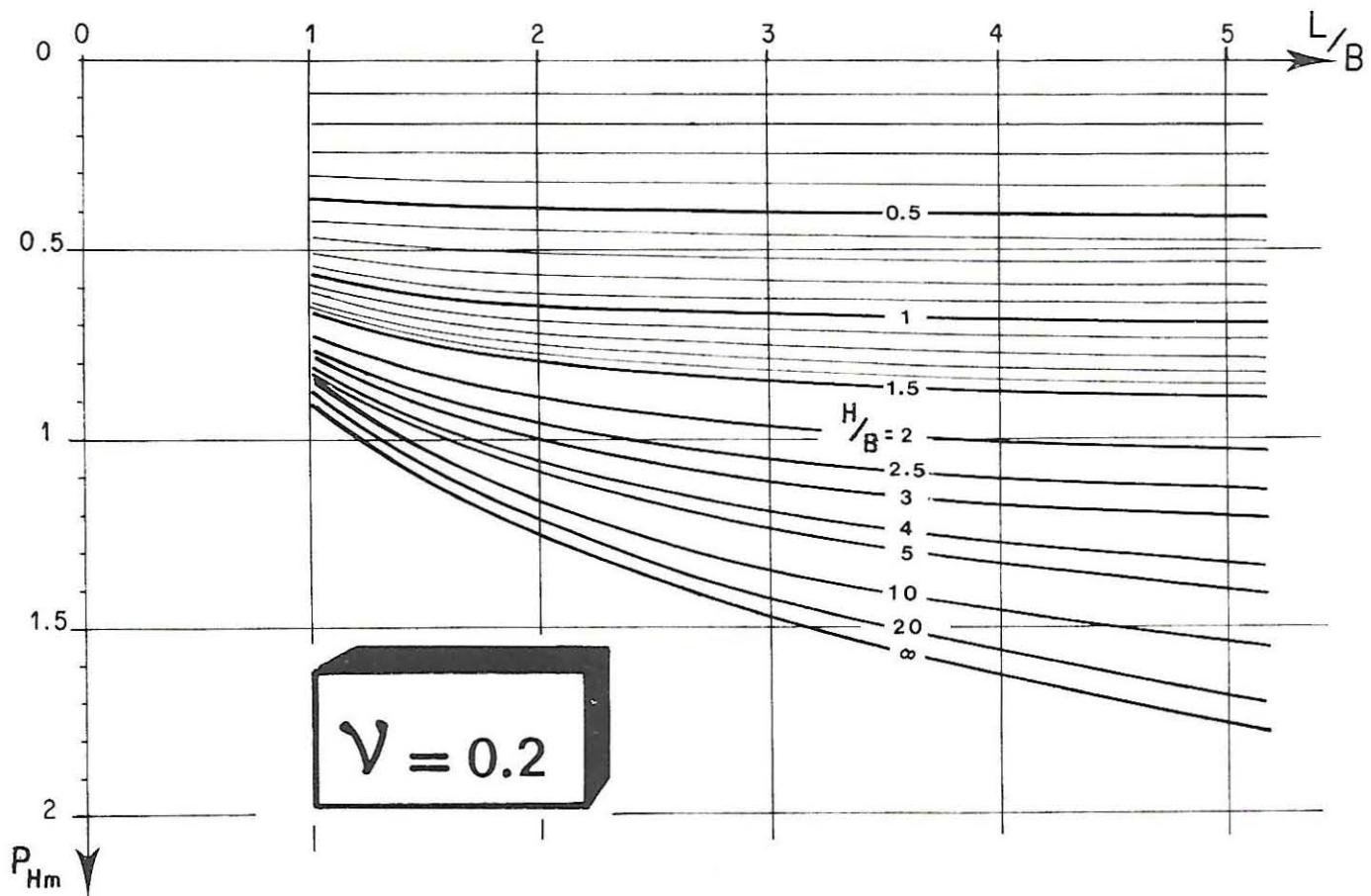
4-3





	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
H/B	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.098	0.099	0.099	0.099	0.099	0.099	0.099	0.099	0.098
0.2	0.187	0.190	0.191	0.192	0.193	0.193	0.194	0.193	0.191
0.3	0.267	0.274	0.277	0.279	0.281	0.282	0.283	0.284	0.284
0.4	0.338	0.350	0.356	0.359	0.361	0.365	0.366	0.366	0.366
0.5	0.400	0.418	0.427	0.433	0.437	0.441	0.444	0.449	0.446
0.6	0.454	0.479	0.492	0.499	0.504	0.511	0.515	0.522	0.520
0.7	0.500	0.533	0.550	0.560	0.567	0.575	0.580	0.590	0.588
0.8	0.540	0.581	0.602	0.615	0.623	0.634	0.640	0.653	0.651
0.9	0.575	0.624	0.649	0.665	0.675	0.688	0.696	0.711	0.713
1	0.604	0.661	0.691	0.710	0.722	0.737	0.746	0.765	0.772
1.1	0.630	0.695	0.729	0.750	0.765	0.782	0.793	0.814	0.821
1.2	0.653	0.724	0.764	0.787	0.803	0.823	0.836	0.860	0.869
1.3	0.672	0.751	0.794	0.821	0.839	0.861	0.875	0.903	0.912
1.4	0.690	0.774	0.822	0.852	0.872	0.897	0.912	0.943	0.956
1.5	0.705	0.796	0.848	0.880	0.902	0.930	0.946	0.980	0.998
2	0.762	0.876	0.944	0.990	1.022	1.062	1.086	1.136	1.170
2.5	0.800	0.928	1.010	1.065	1.105	1.158	1.188	1.255	1.308
3	0.825	0.963	1.056	1.121	1.168	1.230	1.268	1.350	1.416
4	0.858	1.012	1.117	1.194	1.252	1.331	1.382	1.491	1.591
5	0.875	1.040	1.155	1.240	1.305	1.395	1.460	1.590	1.743
10	0.900	1.090	1.220	1.320	1.410	1.540	1.630	1.850	2.177
20	0.920	1.120	1.260	1.370	1.480	1.630	1.740	2.030	2.612
∞	0.946	1.148	1.300	1.424	1.527	1.694	1.826	2.246	∞

4-3

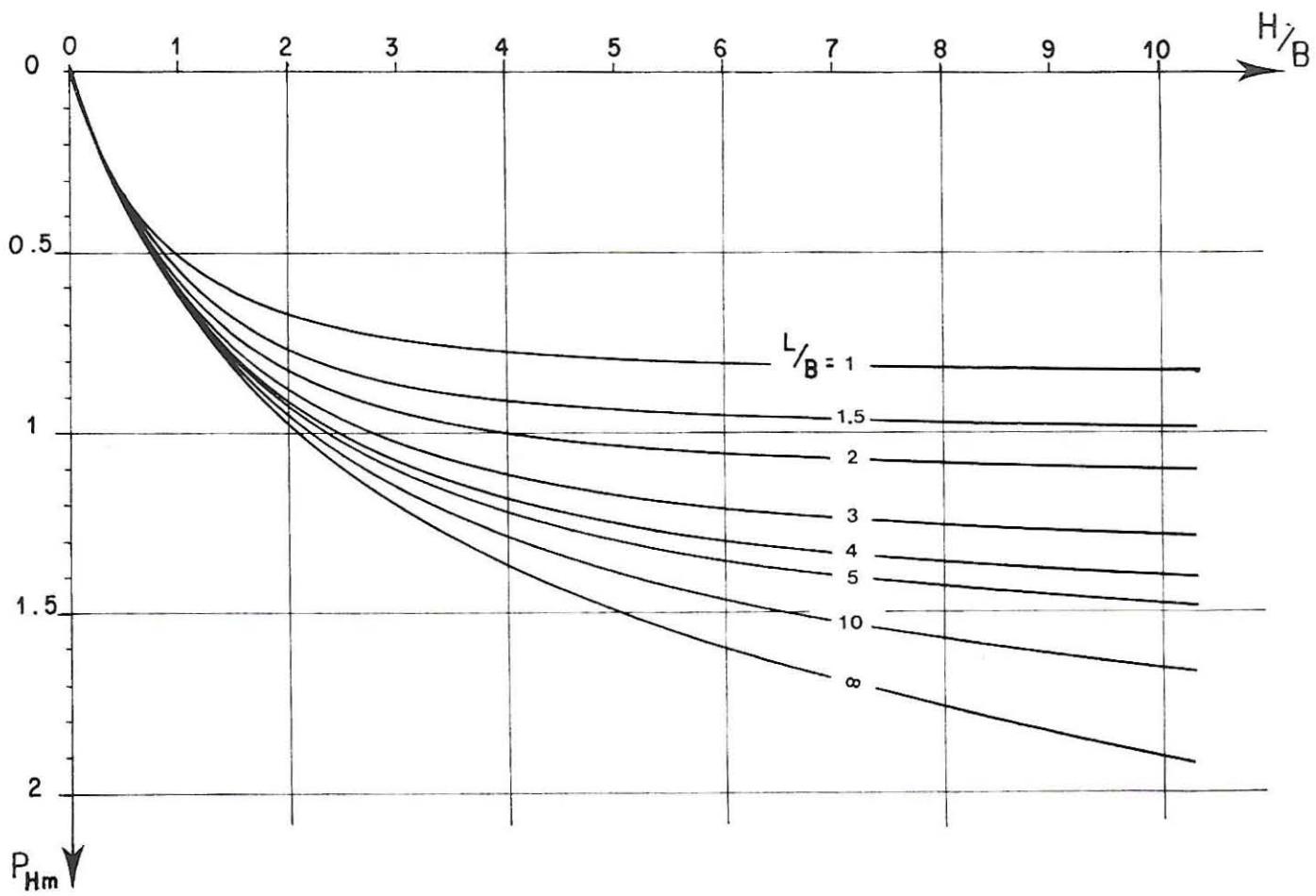
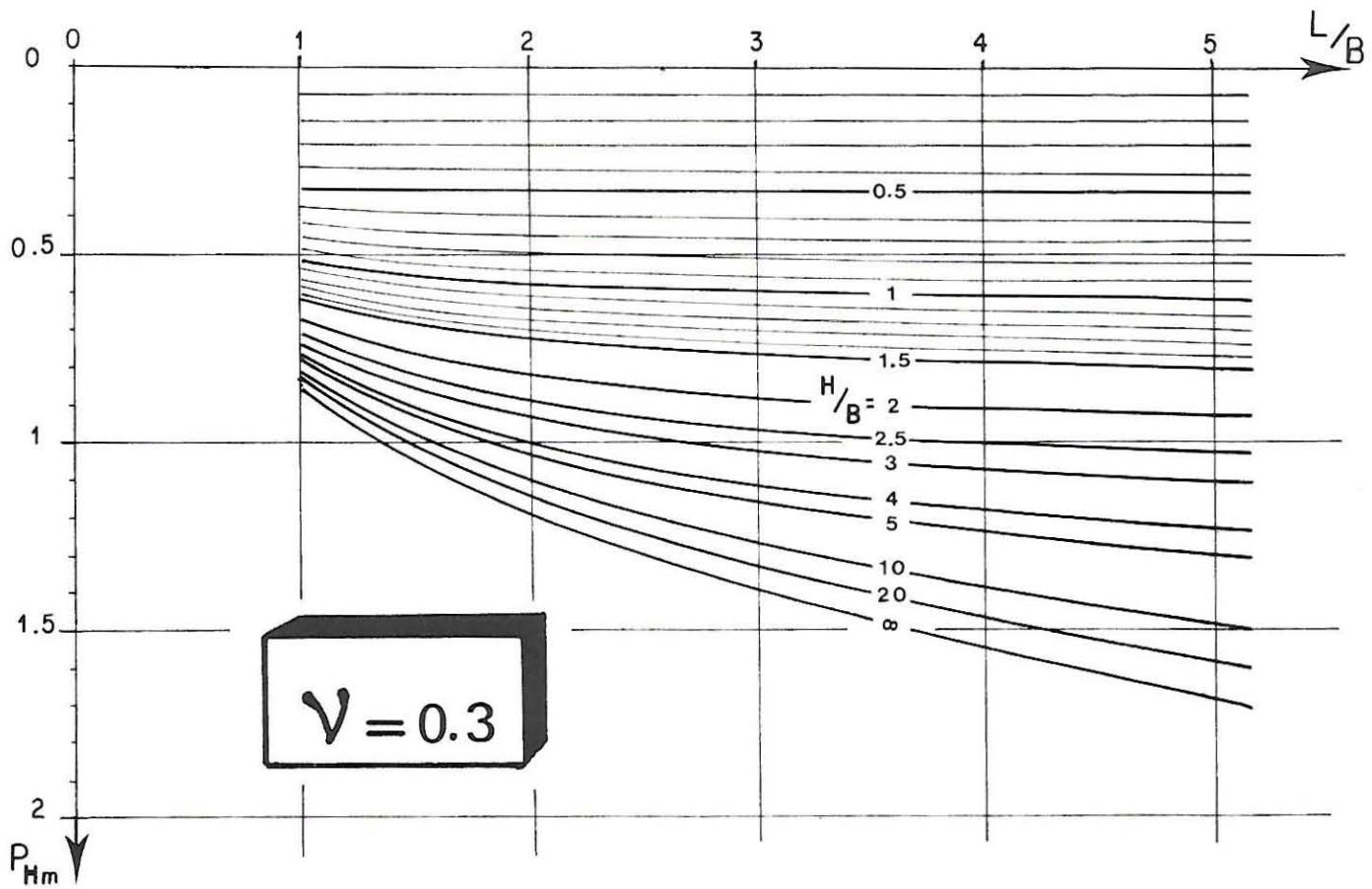


P_{Hm} $\gamma=0.2$

L/B

H/B	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089	0.087
0.2	0.170	0.172	0.173	0.174	0.175	0.175	0.175	0.175	0.170
0.3	0.243	0.249	0.251	0.253	0.254	0.256	0.256	0.257	0.252
0.4	0.311	0.320	0.325	0.327	0.329	0.332	0.333	0.335	0.330
0.5	0.370	0.385	0.392	0.396	0.399	0.403	0.405	0.410	0.403
0.6	0.422	0.444	0.454	0.460	0.464	0.470	0.473	0.479	0.471
0.7	0.467	0.496	0.510	0.518	0.524	0.531	0.535	0.544	0.532
0.8	0.507	0.543	0.561	0.571	0.578	0.587	0.592	0.603	0.595
0.9	0.541	0.584	0.606	0.619	0.627	0.638	0.645	0.658	0.652
1	0.571	0.621	0.647	0.663	0.673	0.685	0.693	0.709	0.707
1.1	0.597	0.654	0.685	0.702	0.714	0.729	0.738	0.757	0.756
1.2	0.619	0.684	0.718	0.739	0.753	0.769	0.780	0.801	0.801
1.3	0.639	0.710	0.749	0.772	0.788	0.807	0.819	0.842	0.843
1.4	0.657	0.734	0.777	0.803	0.820	0.841	0.855	0.881	0.883
1.5	0.672	0.755	0.802	0.831	0.850	0.873	0.888	0.917	0.921
2	0.730	0.835	0.900	0.940	0.969	1.004	1.025	1.068	1.083
2.5	0.766	0.887	0.964	1.016	1.053	1.099	1.127	1.184	1.213
3	0.789	0.923	1.010	1.070	1.114	1.170	1.205	1.276	1.319
4	0.816	0.965	1.067	1.140	1.194	1.267	1.314	1.411	1.493
5	0.830	0.989	1.100	1.181	1.243	1.327	1.384	1.504	1.635
10	0.860	1.040	1.160	1.270	1.345	1.450	1.535	1.720	2.050
20	0.880	1.070	1.210	1.320	1.420	1.555	1.680	1.970	2.468
∞	0.908	1.102	1.248	1.367	1.466	1.626	1.753	2.156	∞

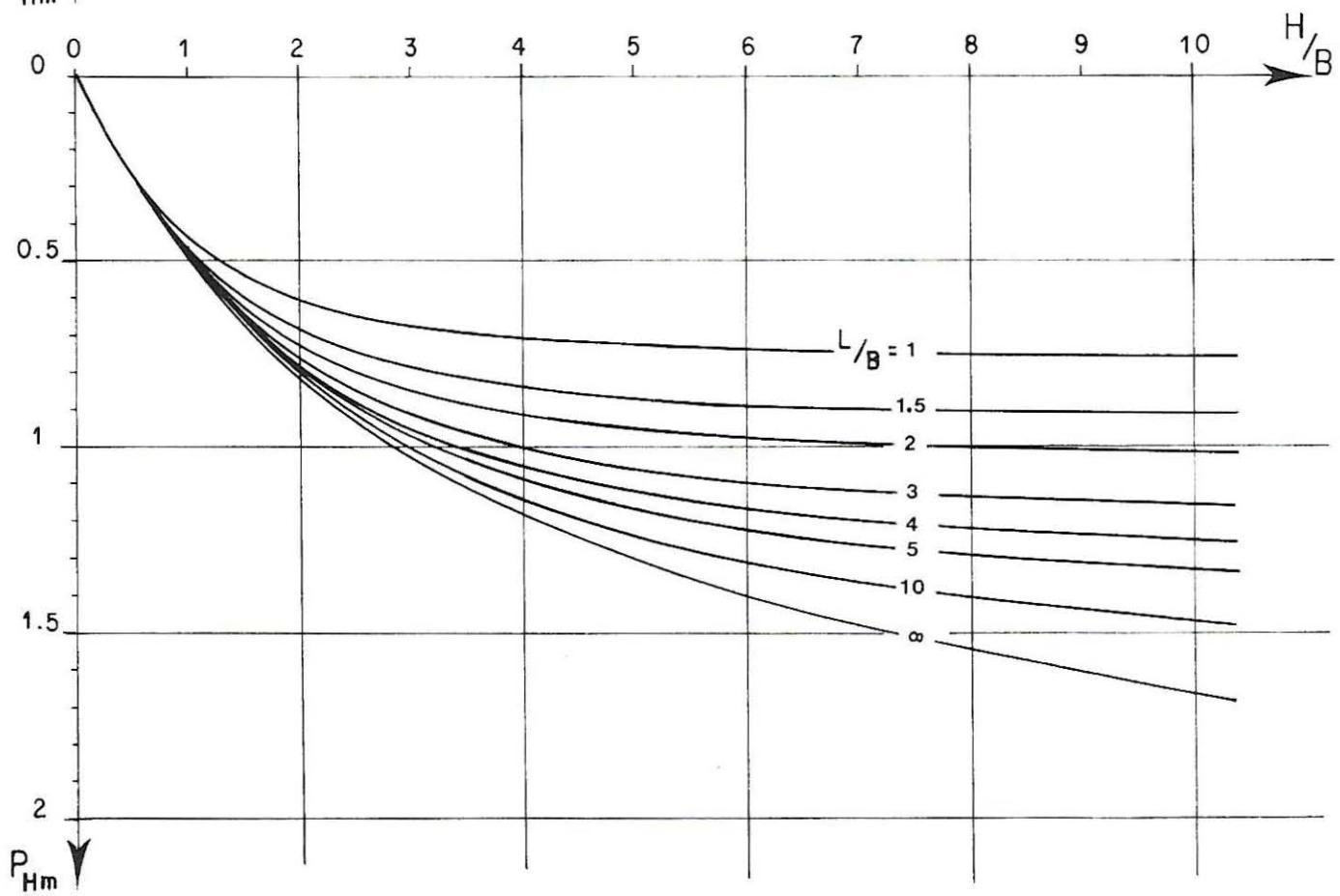
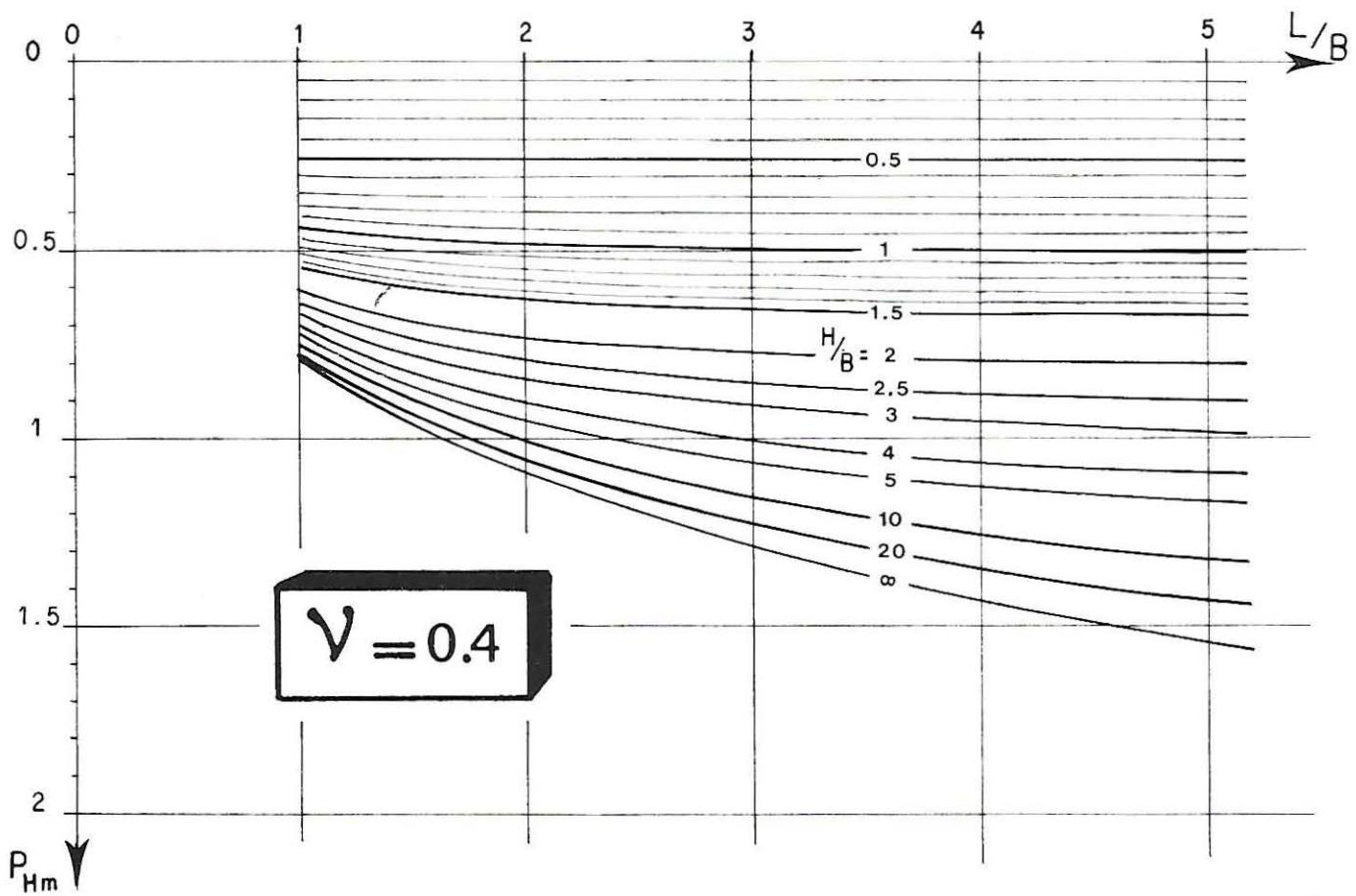
4-3



P_{Hm} $\gamma = 0.3$

	L/B								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.075	0.073
0.2	0.145	0.146	0.147	0.147	0.147	0.147	0.147	0.147	0.145
0.3	0.210	0.214	0.215	0.216	0.217	0.218	0.218	0.218	0.217
0.4	0.271	0.278	0.280	0.282	0.283	0.285	0.286	0.287	0.284
0.5	0.327	0.337	0.342	0.345	0.347	0.350	0.351	0.354	0.349
0.6	0.376	0.391	0.399	0.403	0.406	0.409	0.412	0.416	0.413
0.7	0.419	0.440	0.450	0.456	0.460	0.465	0.468	0.474	0.471
0.8	0.457	0.485	0.498	0.506	0.511	0.518	0.521	0.529	0.525
0.9	0.490	0.525	0.541	0.551	0.558	0.566	0.571	0.580	0.576
1	0.519	0.561	0.581	0.592	0.601	0.610	0.616	0.628	0.624
1.1	0.544	0.593	0.617	0.630	0.640	0.651	0.658	0.672	0.670
1.2	0.567	0.621	0.650	0.665	0.676	0.690	0.697	0.713	0.711
1.3	0.586	0.647	0.679	0.697	0.709	0.725	0.734	0.751	0.752
1.4	0.604	0.671	0.706	0.727	0.740	0.757	0.768	0.788	0.791
1.5	0.620	0.692	0.731	0.754	0.769	0.788	0.799	0.822	0.825
2	0.678	0.772	0.828	0.862	0.886	0.914	0.930	0.964	0.982
2.5	0.715	0.825	0.893	0.938	0.968	1.008	1.030	1.073	1.104
3	0.741	0.862	0.939	0.992	1.031	1.079	1.108	1.164	1.206
4	0.770	0.909	1.001	1.066	1.115	1.180	1.221	1.301	1.370
5	0.785	0.935	1.040	1.110	1.165	1.245	1.295	1.400	1.498
10	0.830	0.980	1.110	1.200	1.280	1.390	1.470	1.650	1.894
20	0.840	1.010	1.145	1.260	1.340	1.485	1.585	1.870	2.293
∞	0.861	1.045	1.183	1.296	1.390	1.542	1.662	2.044	∞

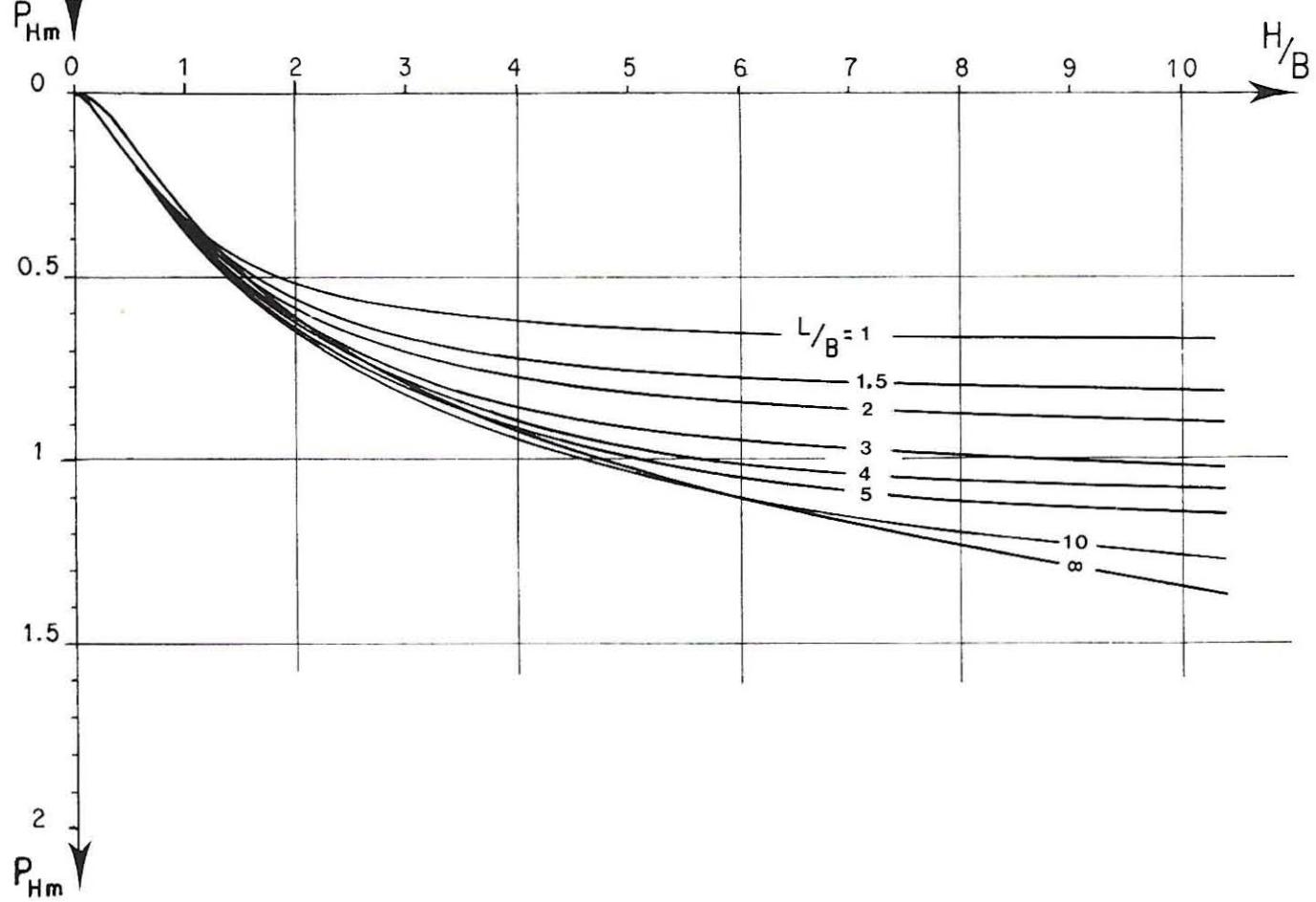
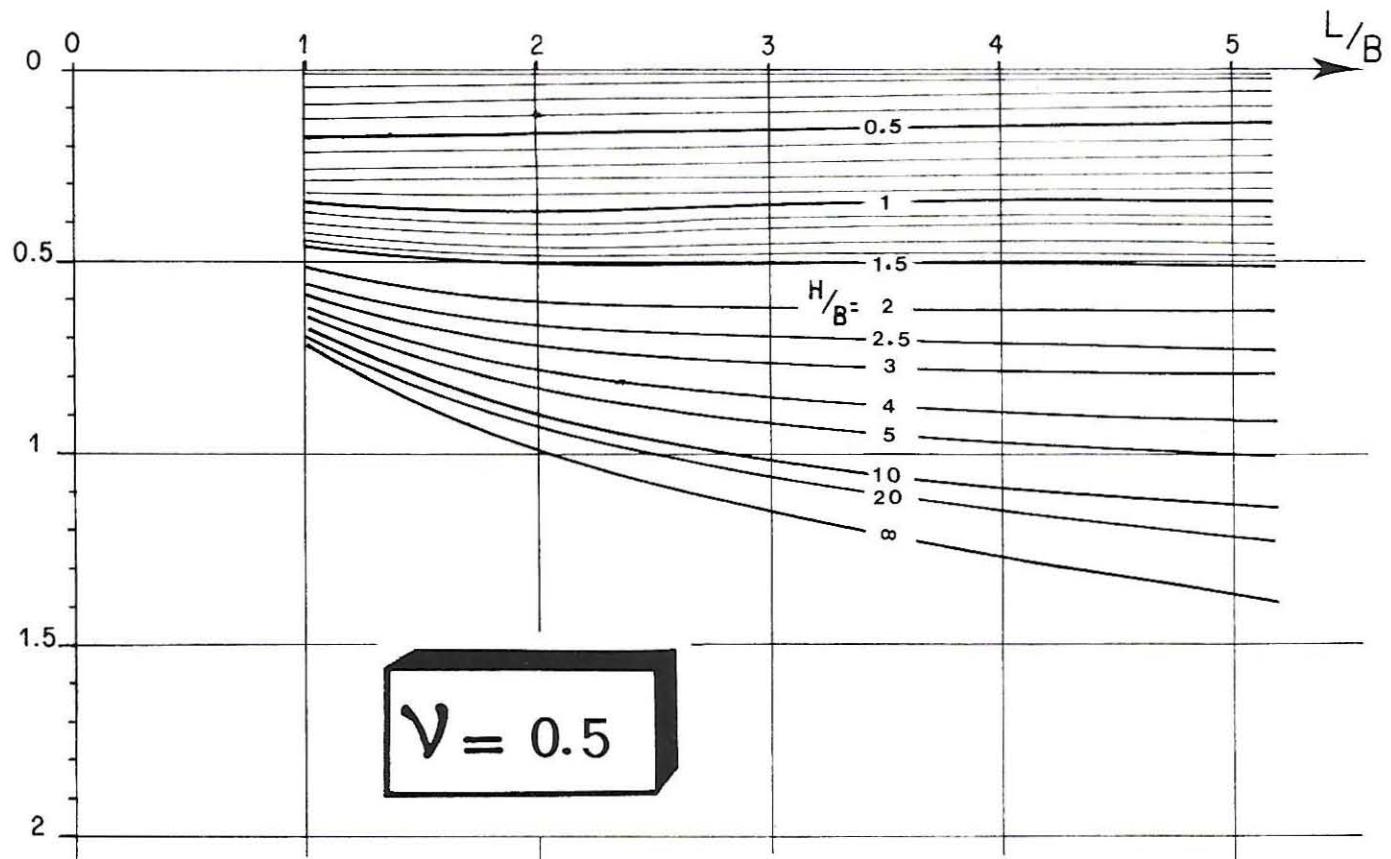
4-3



P_{Hm} $\gamma = 0.4$

H/B	L/B								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.051	0.050	0.050	0.050	0.050	0.049	0.049	0.049	0.048
0.2	0.105	0.104	0.104	0.103	0.103	0.102	0.102	0.101	0.099
0.3	0.159	0.158	0.158	0.158	0.157	0.157	0.157	0.155	0.153
0.4	0.213	0.213	0.212	0.212	0.212	0.212	0.212	0.210	0.208
0.5	0.261	0.265	0.265	0.255	0.265	0.266	0.266	0.265	0.260
0.6	0.305	0.313	0.315	0.315	0.316	0.317	0.317	0.318	0.312
0.7	0.347	0.357	0.361	0.363	0.365	0.367	0.367	0.369	0.364
0.8	0.383	0.399	0.406	0.408	0.410	0.413	0.414	0.417	0.411
0.9	0.416	0.437	0.445	0.450	0.454	0.457	0.459	0.463	0.457
1	0.445	0.472	0.484	0.490	0.493	0.497	0.500	0.505	0.501
1.1	0.470	0.504	0.519	0.526	0.531	0.536	0.539	0.546	0.540
1.2	0.493	0.532	0.550	0.559	0.565	0.572	0.576	0.583	0.579
1.3	0.512	0.558	0.579	0.590	0.597	0.605	0.610	0.619	0.615
1.4	0.530	0.581	0.606	0.619	0.628	0.637	0.642	0.653	0.648
1.5	0.546	0.603	0.631	0.646	0.656	0.666	0.672	0.685	0.680
2	0.606	0.684	0.728	0.754	0.770	0.788	0.798	0.820	0.823
2.5	0.645	0.738	0.795	0.830	0.855	0.883	0.898	0.925	0.935
3	0.672	0.777	0.842	0.886	0.917	0.954	0.974	1.012	1.029
4	0.705	0.828	0.907	0.962	1.003	1.057	1.089	1.146	1.180
5	0.725	0.860	0.950	1.015	1.060	1.125	1.170	1.245	1.301
10	0.755	0.900	1.005	1.085	1.150	1.245	1.320	1.475	1.666
20	0.775	0.935	1.055	1.160	1.220	1.350	1.440	1.700	2.034
∞	0.795	0.964	1.092	1.196	1.283	1.423	1.534	1.887	∞

4-3

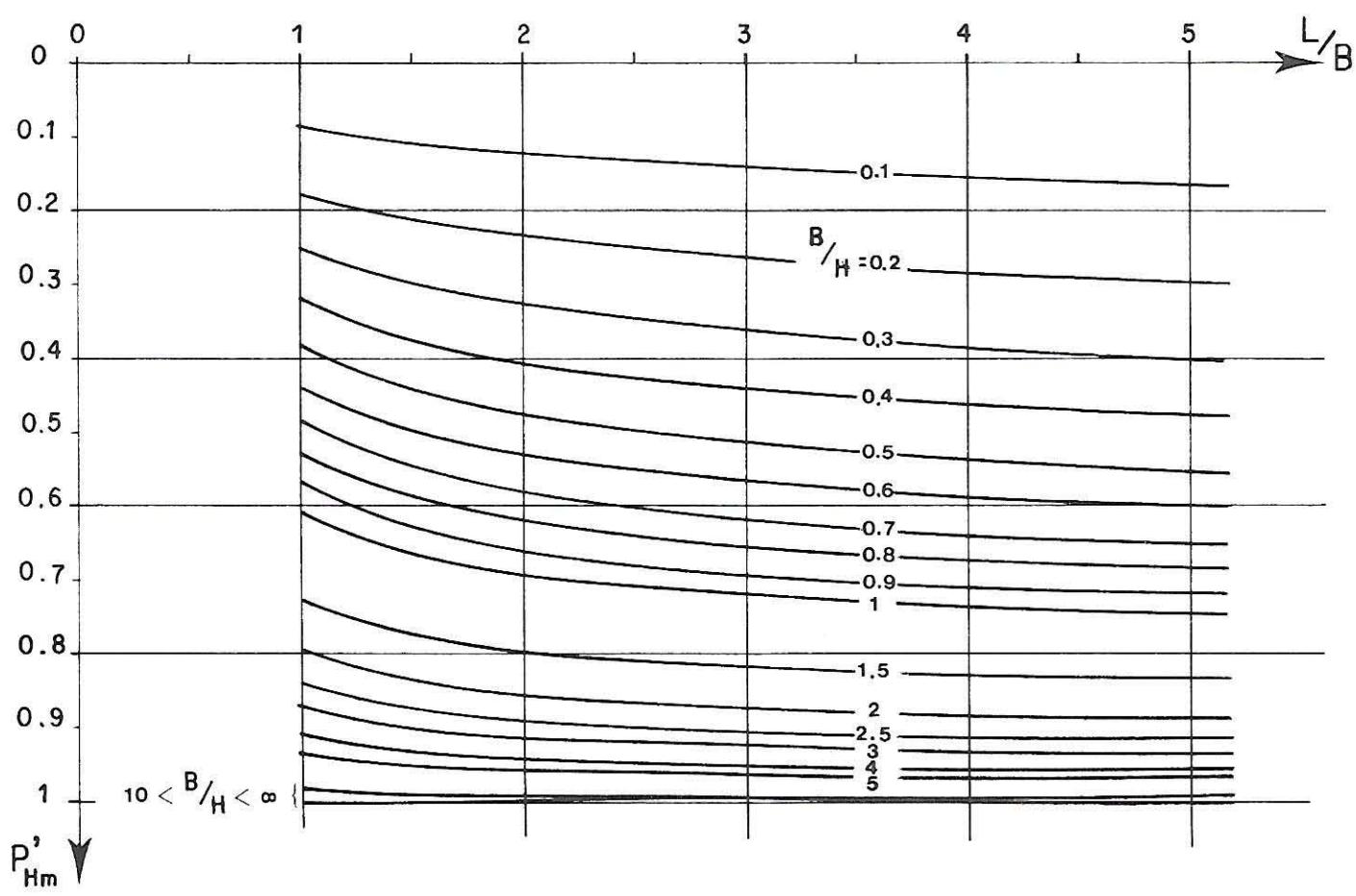
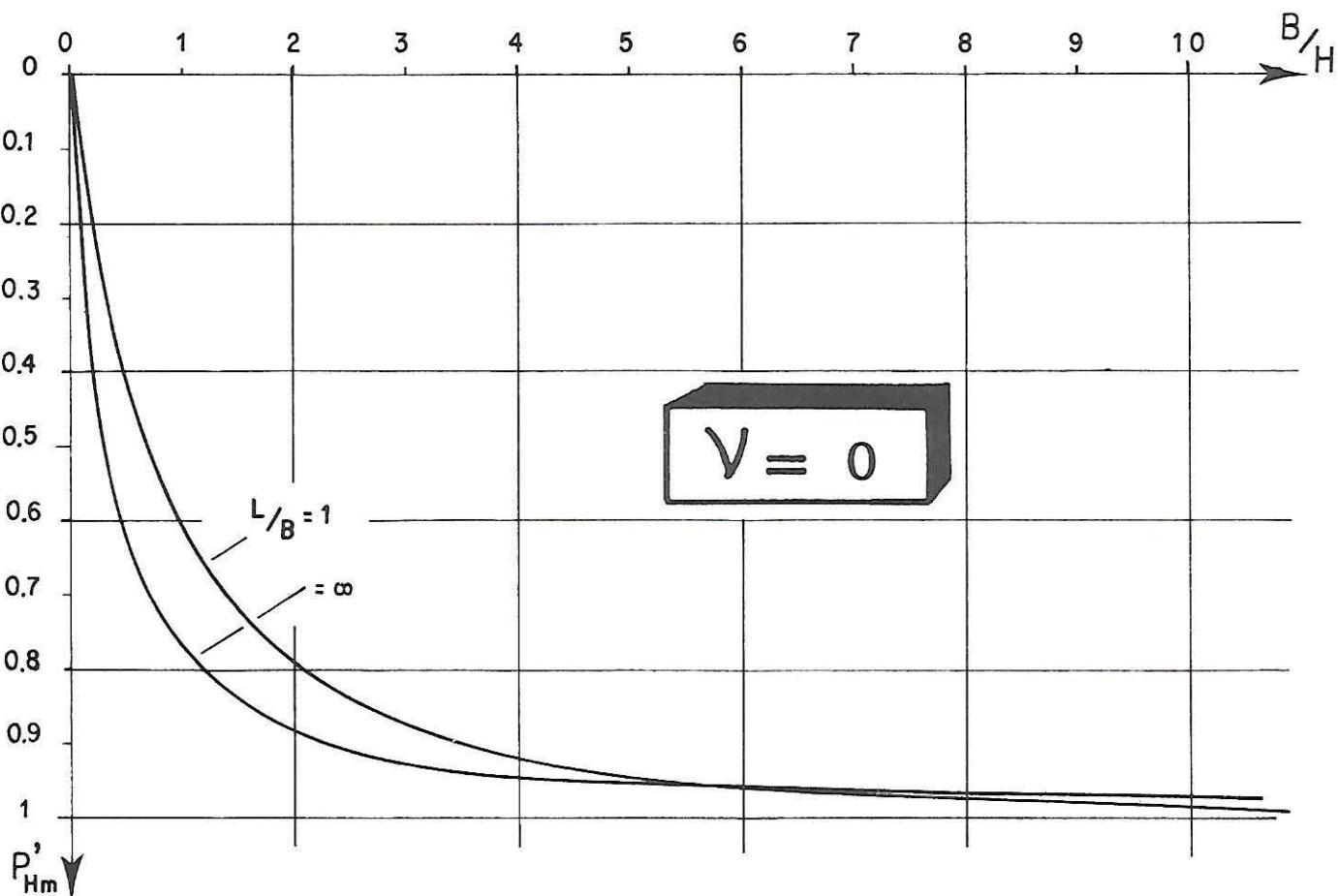


P_{Hm} $\gamma = 0.5$

L/B

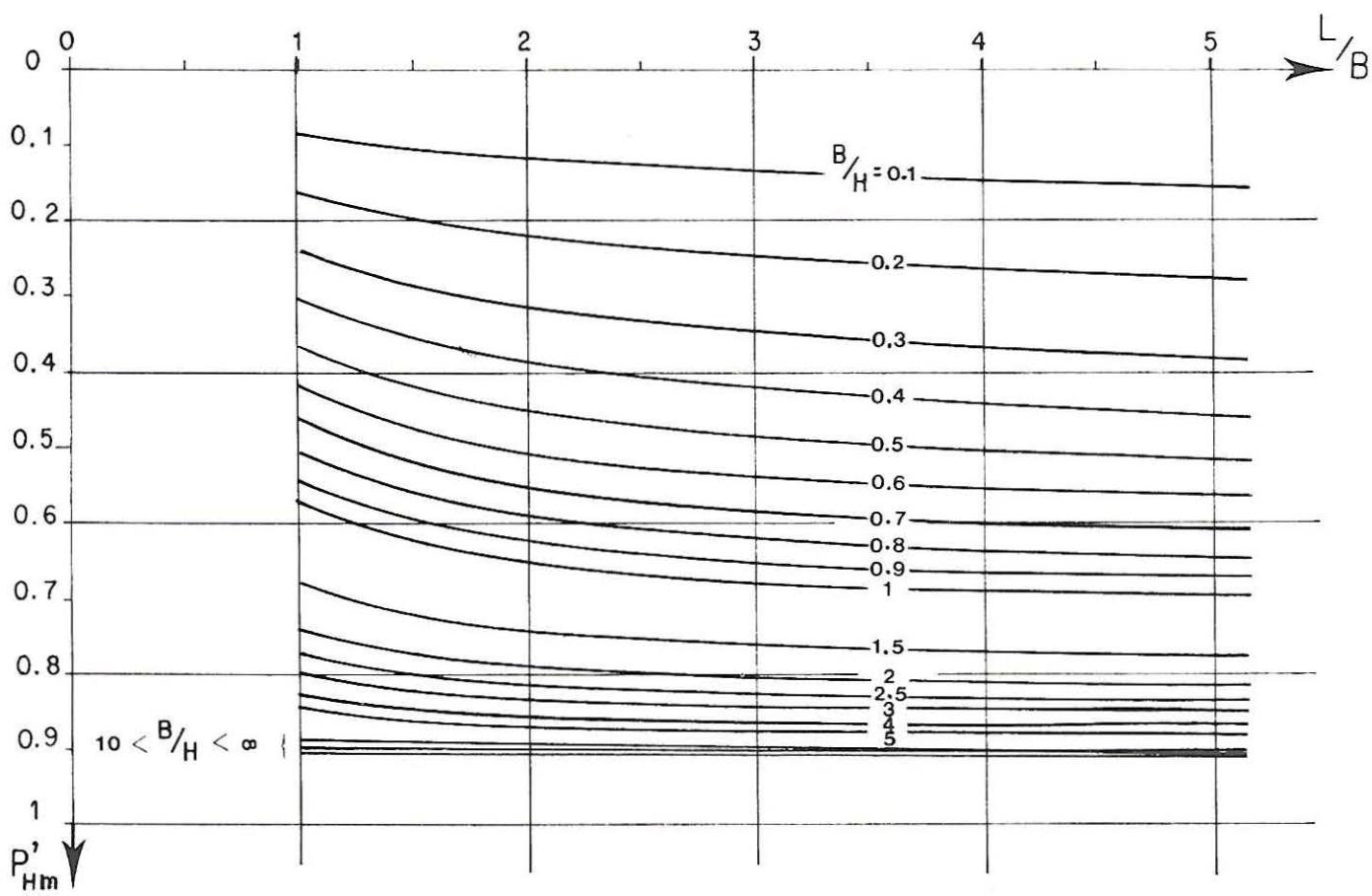
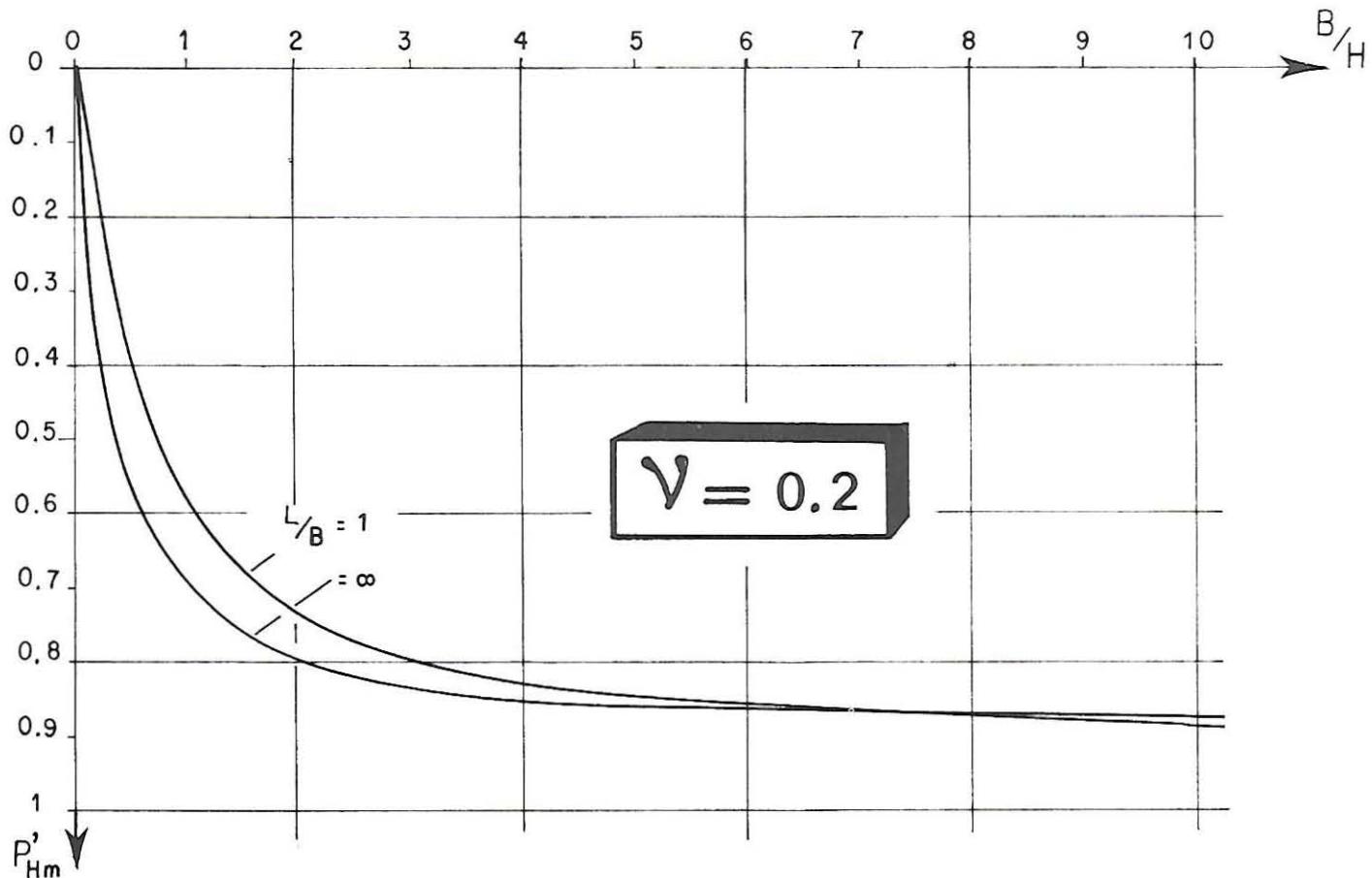
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
H/B	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.014	0.012	0.011	0.010	0.009	0.009	0.008	0.008	0.007
0.2	0.046	0.040	0.037	0.035	0.034	0.032	0.031	0.028	0.026
0.3	0.088	0.079	0.075	0.072	0.070	0.067	0.065	0.061	0.055
0.4	0.133	0.123	0.117	0.113	0.110	0.106	0.104	0.098	0.090
0.5	0.177	0.168	0.161	0.157	0.153	0.149	0.146	0.140	0.129
0.6	0.219	0.211	0.204	0.200	0.196	0.192	0.189	0.182	0.167
0.7	0.258	0.253	0.247	0.243	0.239	0.234	0.231	0.224	0.209
0.8	0.293	0.293	0.288	0.283	0.280	0.275	0.272	0.265	0.248
0.9	0.325	0.329	0.326	0.322	0.319	0.315	0.312	0.305	0.284
1	0.354	0.363	0.362	0.359	0.356	0.352	0.350	0.344	0.320
1.1	0.379	0.393	0.395	0.394	0.391	0.387	0.385	0.378	0.353
1.2	0.402	0.422	0.426	0.426	0.424	0.421	0.418	0.412	0.386
1.3	0.422	0.448	0.455	0.456	0.455	0.452	0.450	0.445	0.418
1.4	0.441	0.471	0.481	0.485	0.485	0.482	0.481	0.475	0.449
1.5	0.457	0.493	0.506	0.511	0.512	0.511	0.509	0.504	0.476
2	0.518	0.576	0.604	0.618	0.624	0.630	0.632	0.630	0.597
2.5	0.558	0.630	0.673	0.695	0.708	0.723	0.728	0.733	0.695
3	0.586	0.671	0.722	0.753	0.773	0.793	0.803	0.814	0.778
4	0.622	0.724	0.789	0.834	0.864	0.899	0.918	0.945	0.914
5	0.645	0.755	0.830	0.885	0.925	0.975	1.000	1.045	1.021
10	0.675	0.805	0.890	0.960	1.015	1.085	1.140	1.265	1.346
20	0.690	0.830	0.935	1.015	1.075	1.175	1.250	1.455	1.674
∞	0.710	0.861	0.975	1.068	1.145	1.271	1.370	1.685	∞

4-3



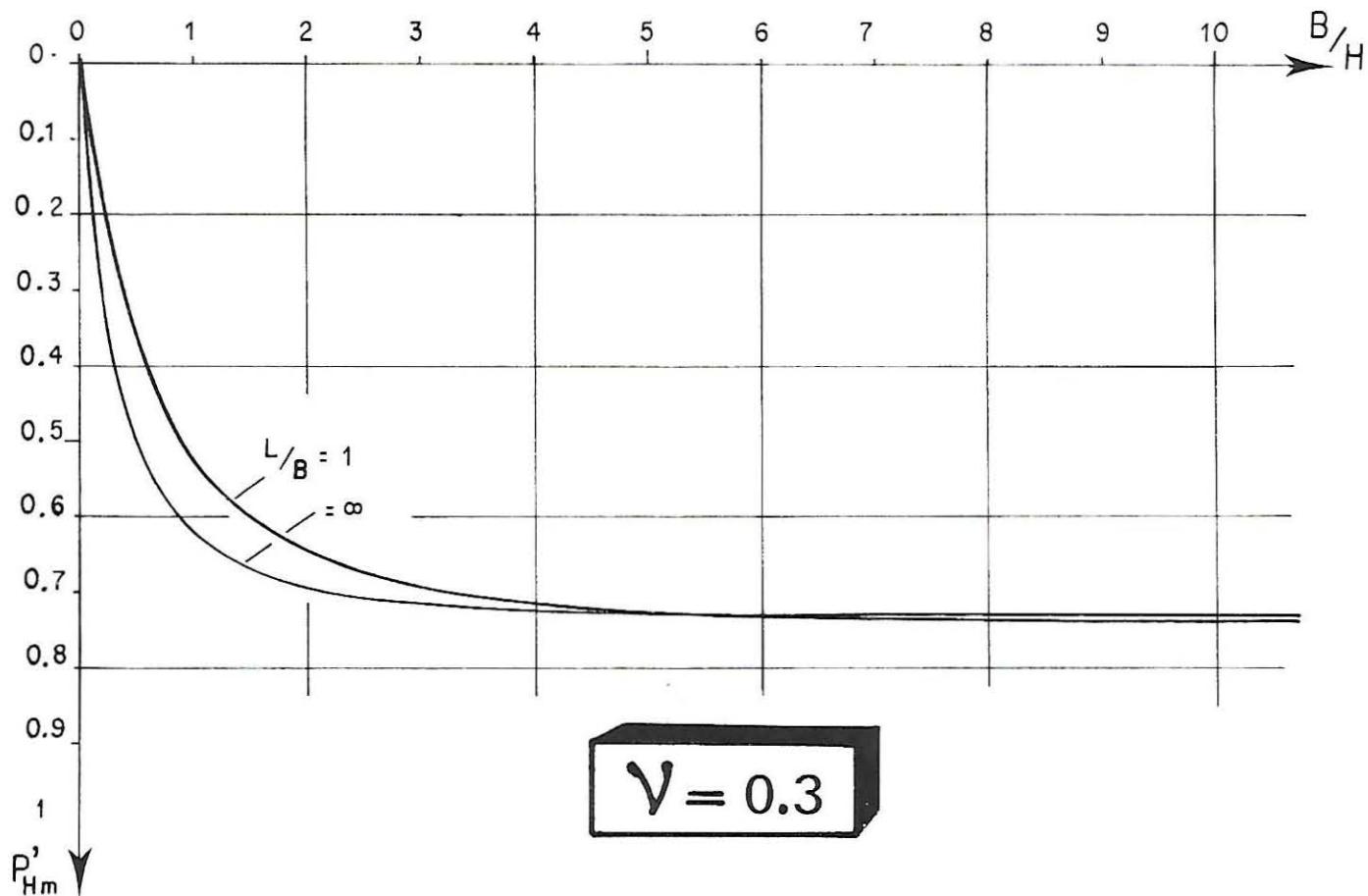
4-3

4-3

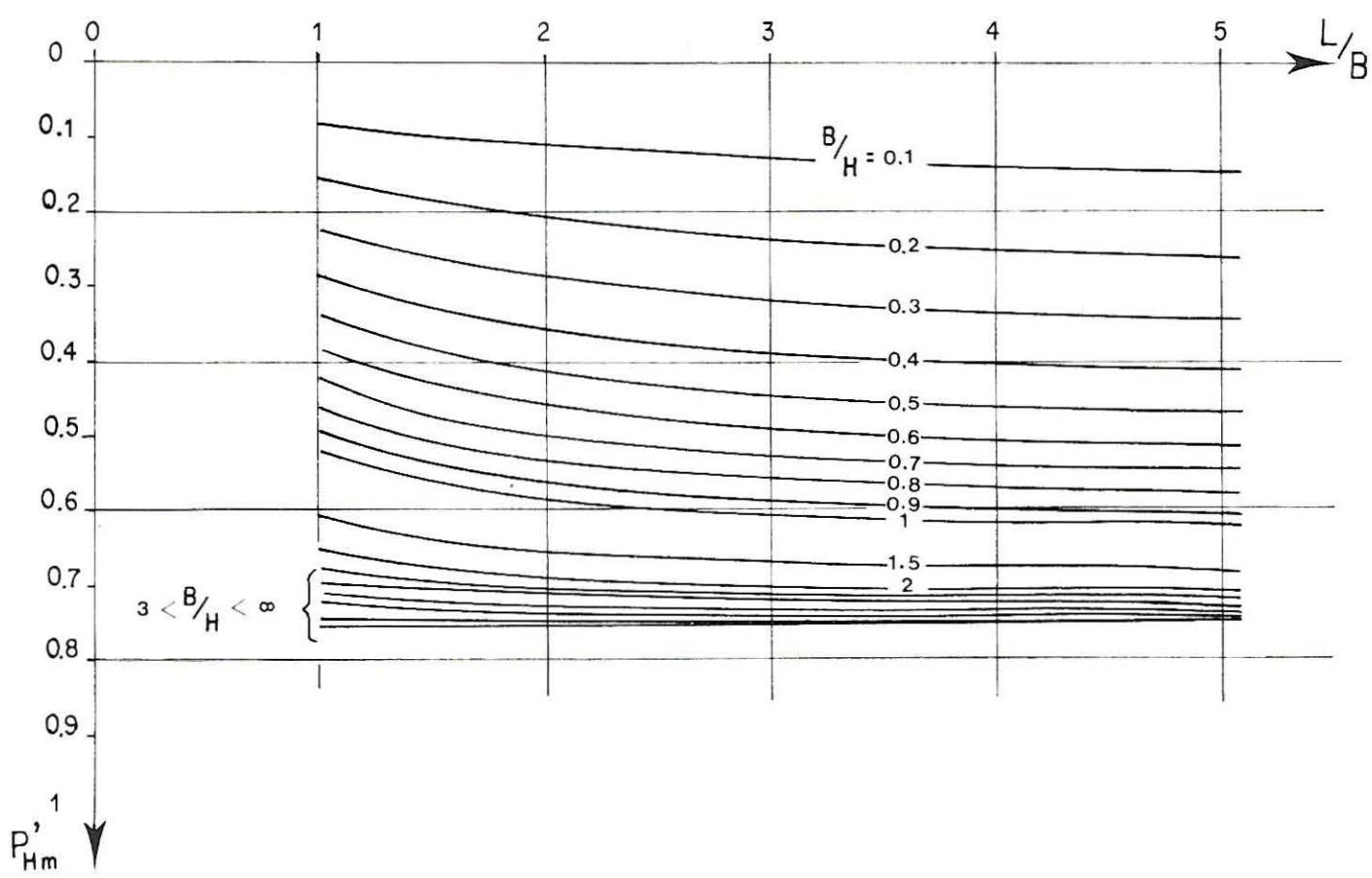


4-3

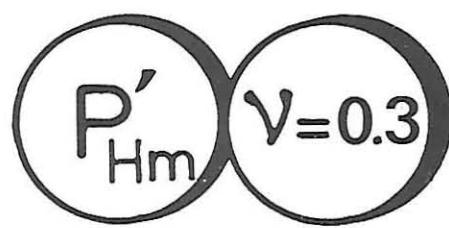
4-3



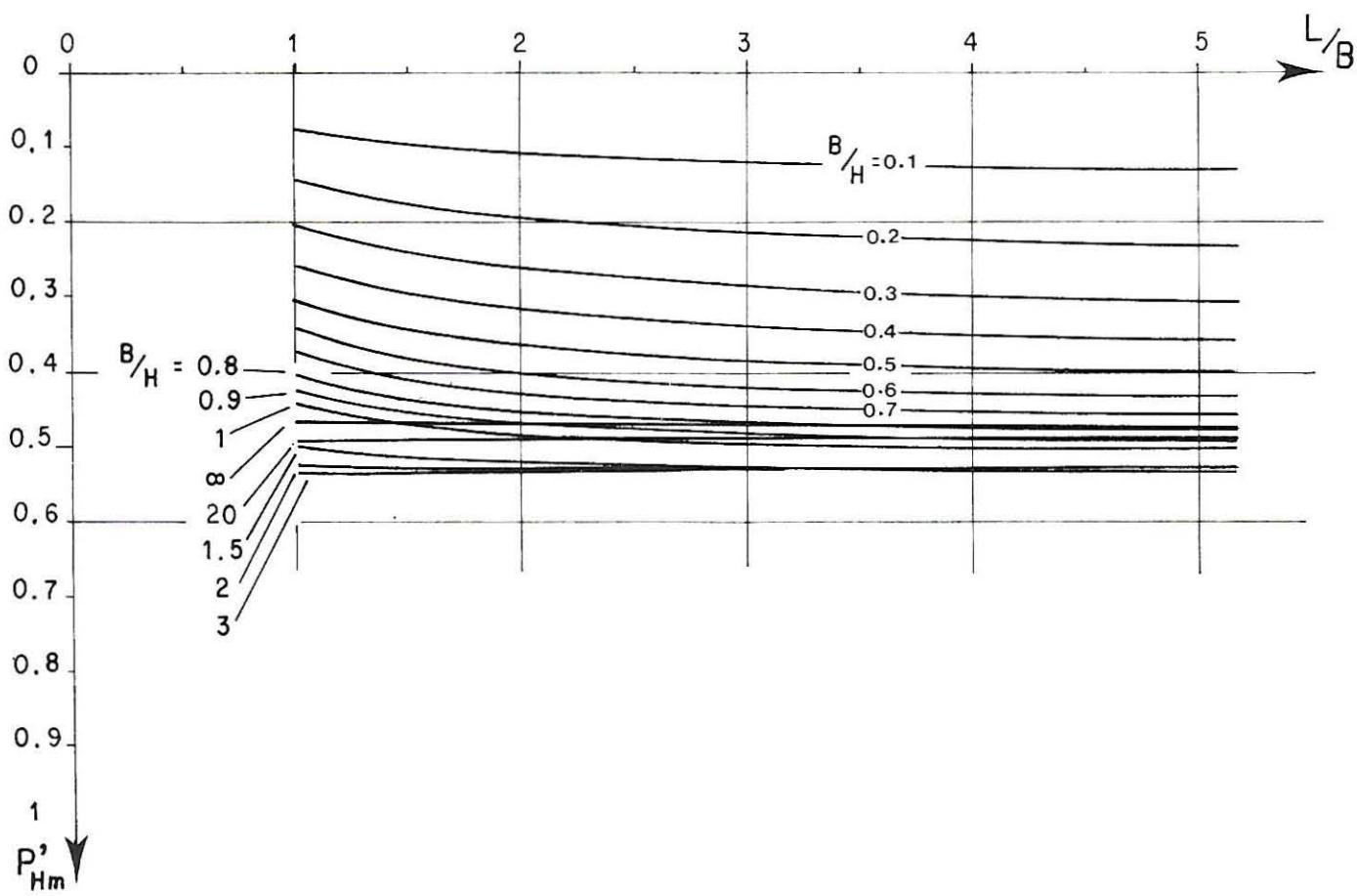
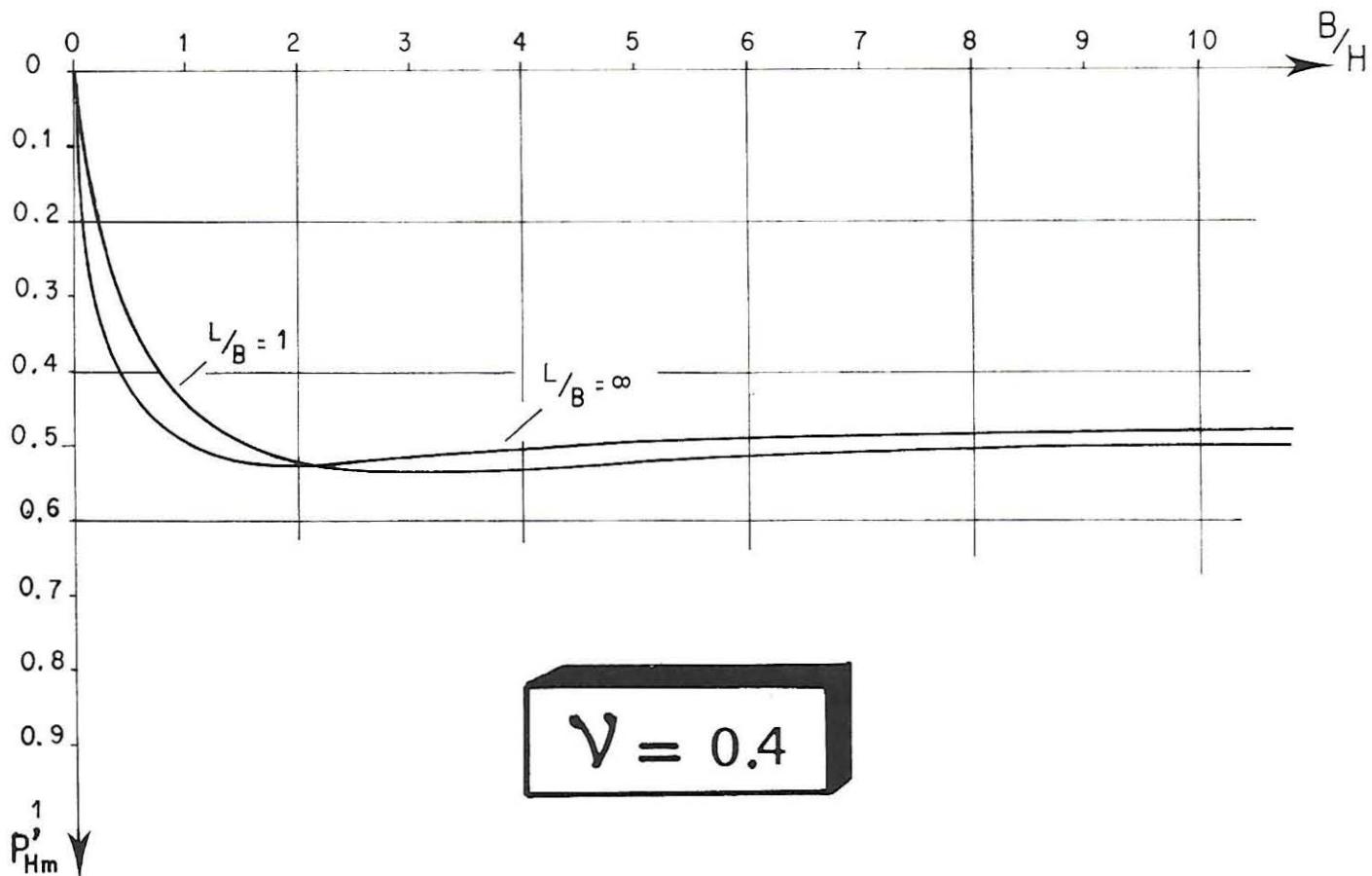
$$\gamma = 0.3$$

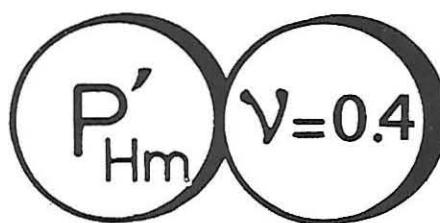


4-3



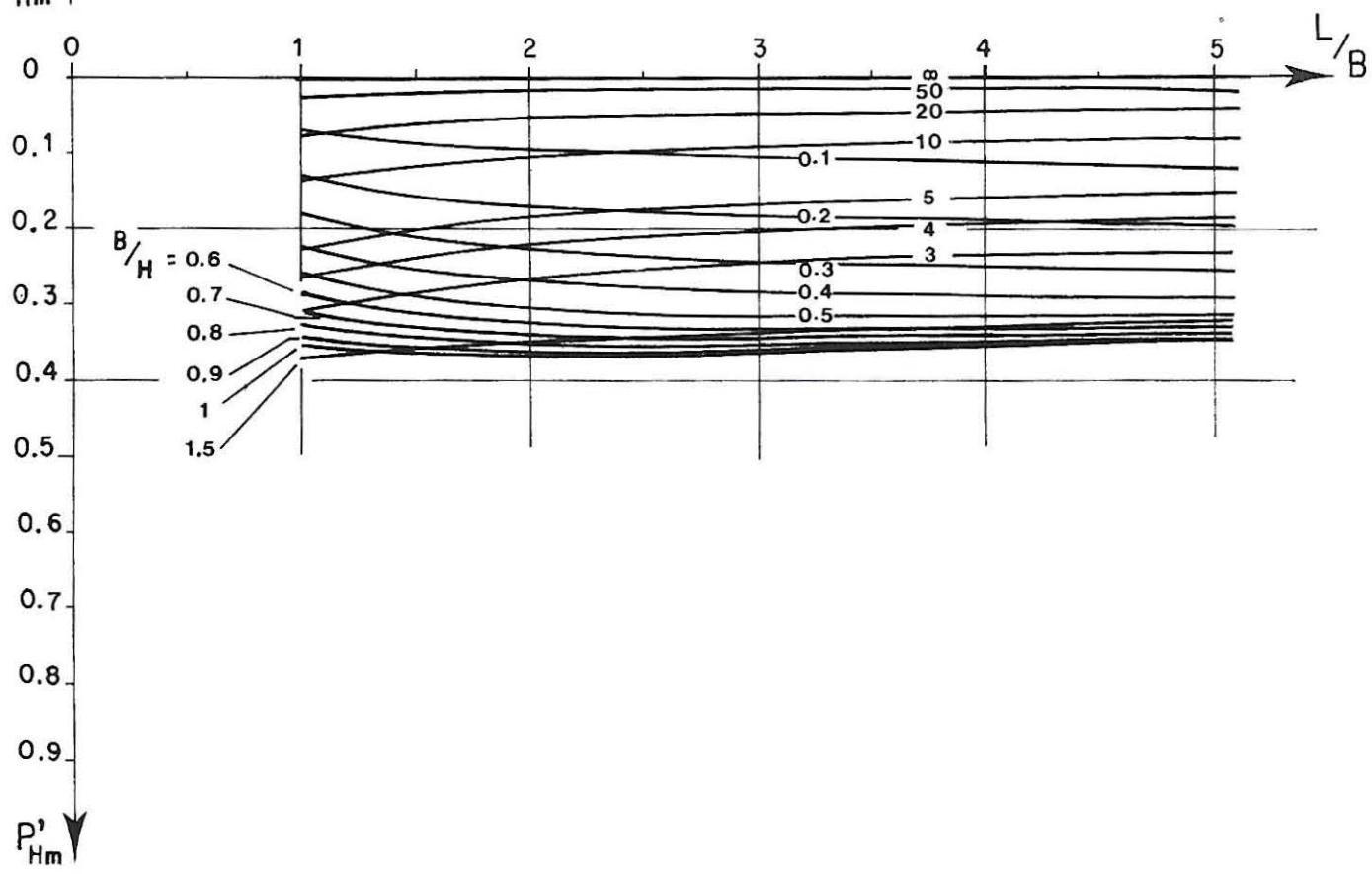
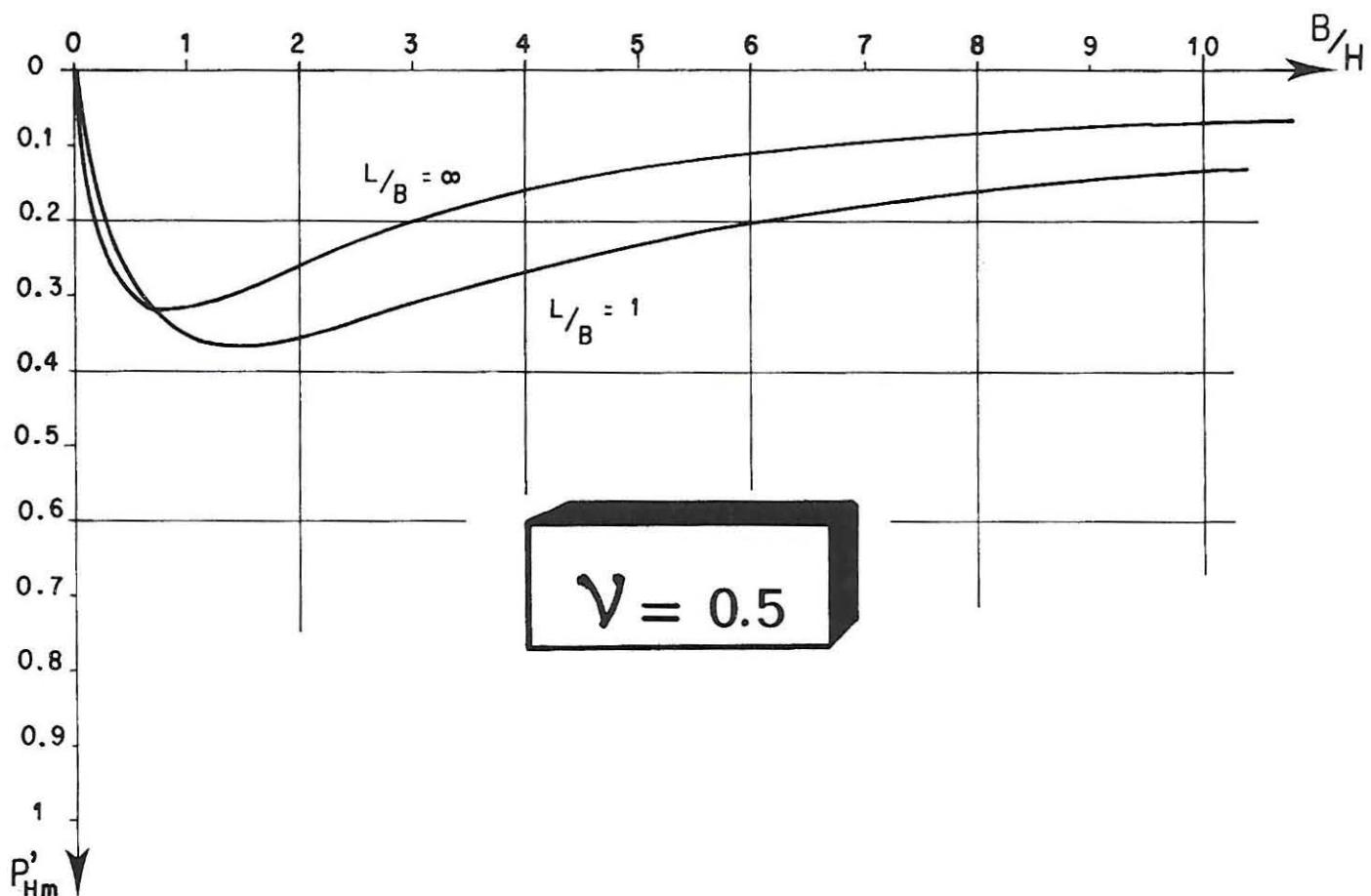
4-3





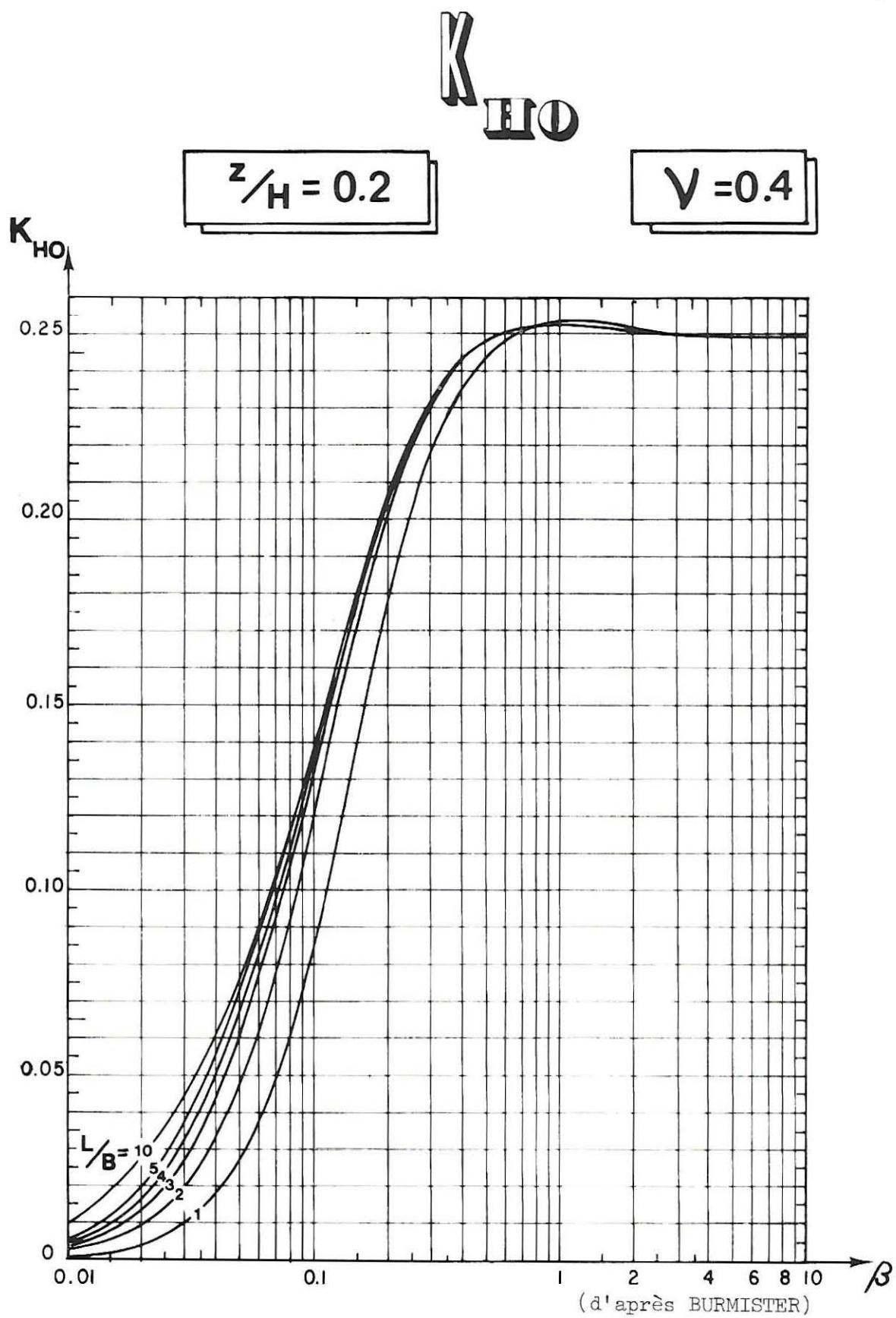
B/H	L/B								
	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10	∞
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.076	0.090	0.100	0.109	0.115	0.125	0.132	0.148	0.167
0.2	0.145	0.172	0.190	0.203	0.212	0.225	0.234	0.249	0.260
0.3	0.206	0.239	0.260	0.275	0.285	0.298	0.305	0.318	0.329
0.4	0.258	0.295	0.318	0.332	0.342	0.353	0.359	0.370	0.374
0.5	0.303	0.342	0.364	0.377	0.385	0.394	0.399	0.410	0.412
0.6	0.342	0.380	0.401	0.412	0.419	0.427	0.432	0.440	0.440
0.7	0.374	0.411	0.429	0.439	0.445	0.452	0.456	0.463	0.460
0.8	0.402	0.436	0.452	0.460	0.465	0.471	0.474	0.481	0.478
0.9	0.426	0.457	0.470	0.477	0.481	0.486	0.489	0.495	0.492
1	0.445	0.472	0.484	0.490	0.493	0.497	0.500	0.505	0.501
1.5	0.500	0.513	0.518	0.521	0.523	0.525	0.526	0.528	0.522
2	0.522	0.529	0.529	0.530	0.530	0.531	0.531	0.529	0.522
2.5	0.532	0.532	0.531	0.531	0.530	0.529	0.529	0.524	0.515
3	0.532	0.531	0.529	0.528	0.528	0.527	0.526	0.520	0.509
4	0.528	0.524	0.522	0.521	0.520	0.518	0.516	0.510	0.500
5	0.523	0.519	0.517	0.515	0.514	0.511	0.509	0.504	0.494
10	0.508	0.504	0.501	0.498	0.496	0.493	0.492	0.489	0.482
20	0.493	0.488	0.485	0.484	0.483	0.481	0.481	0.481	0.474
50	0.474	0.472	0.471	0.471	0.471	0.471	0.471	0.471	0.469
∞	0.467	0.467	0.467	0.467	0.467	0.467	0.467	0.467	0.467

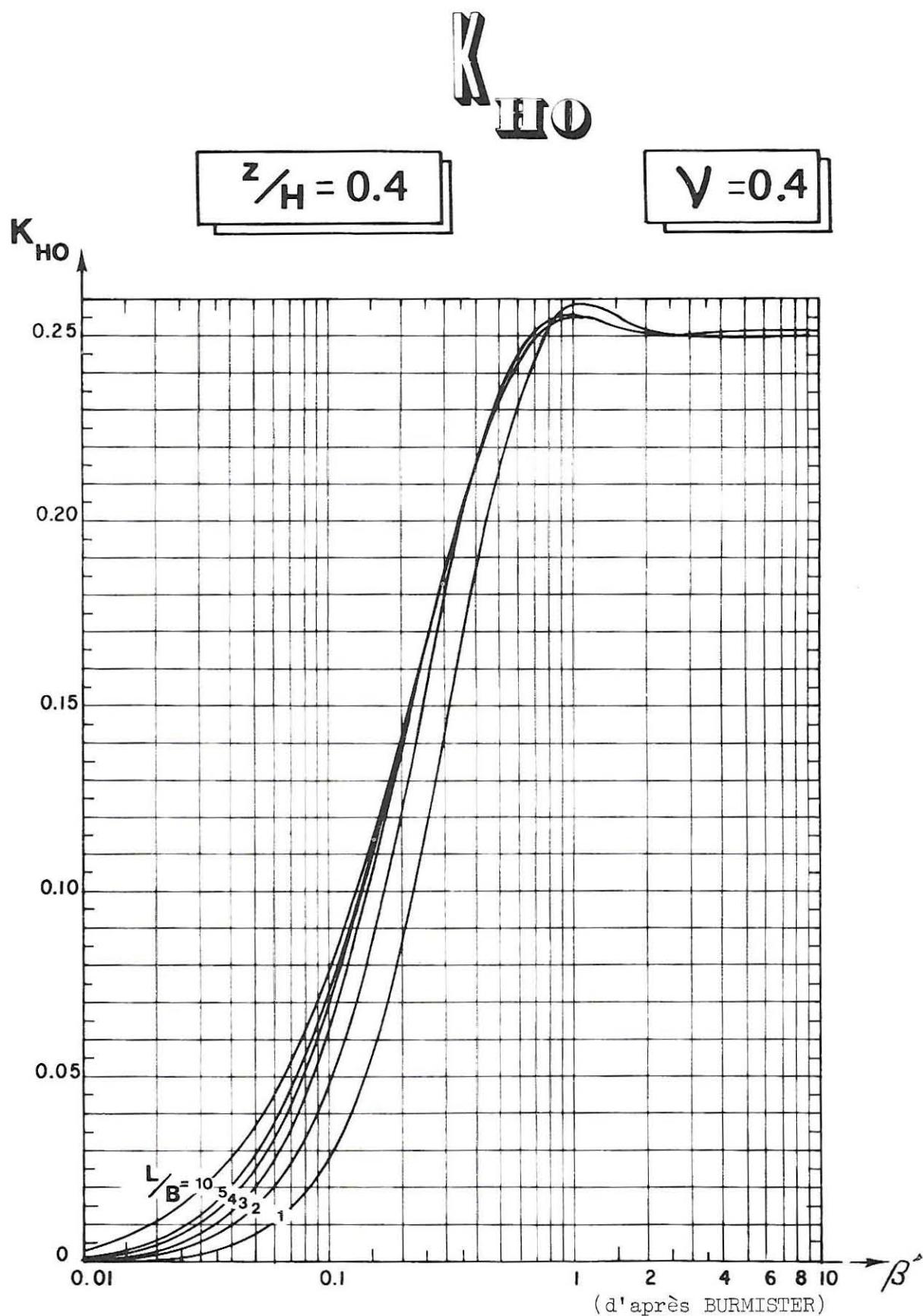
4-3



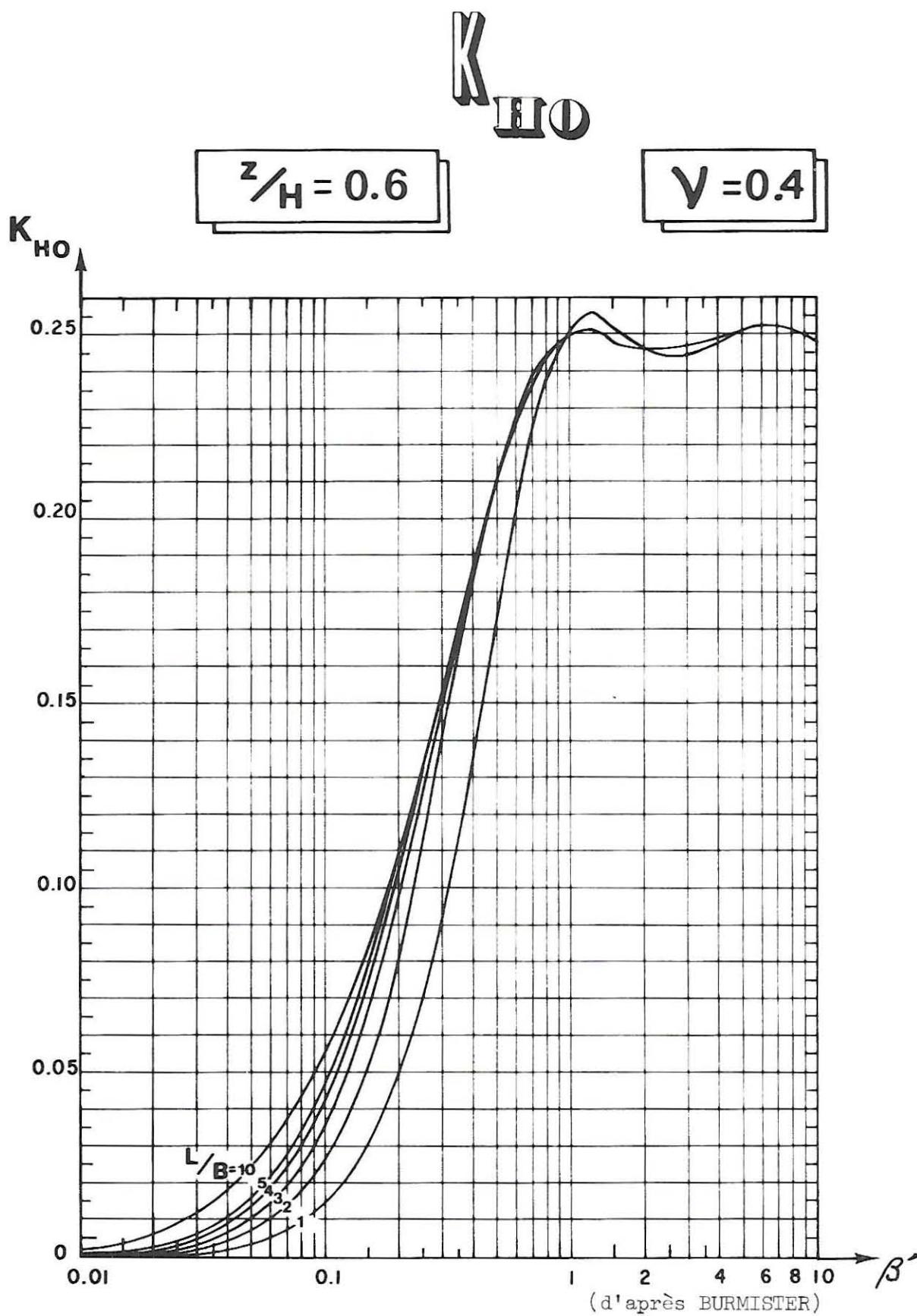
4-3

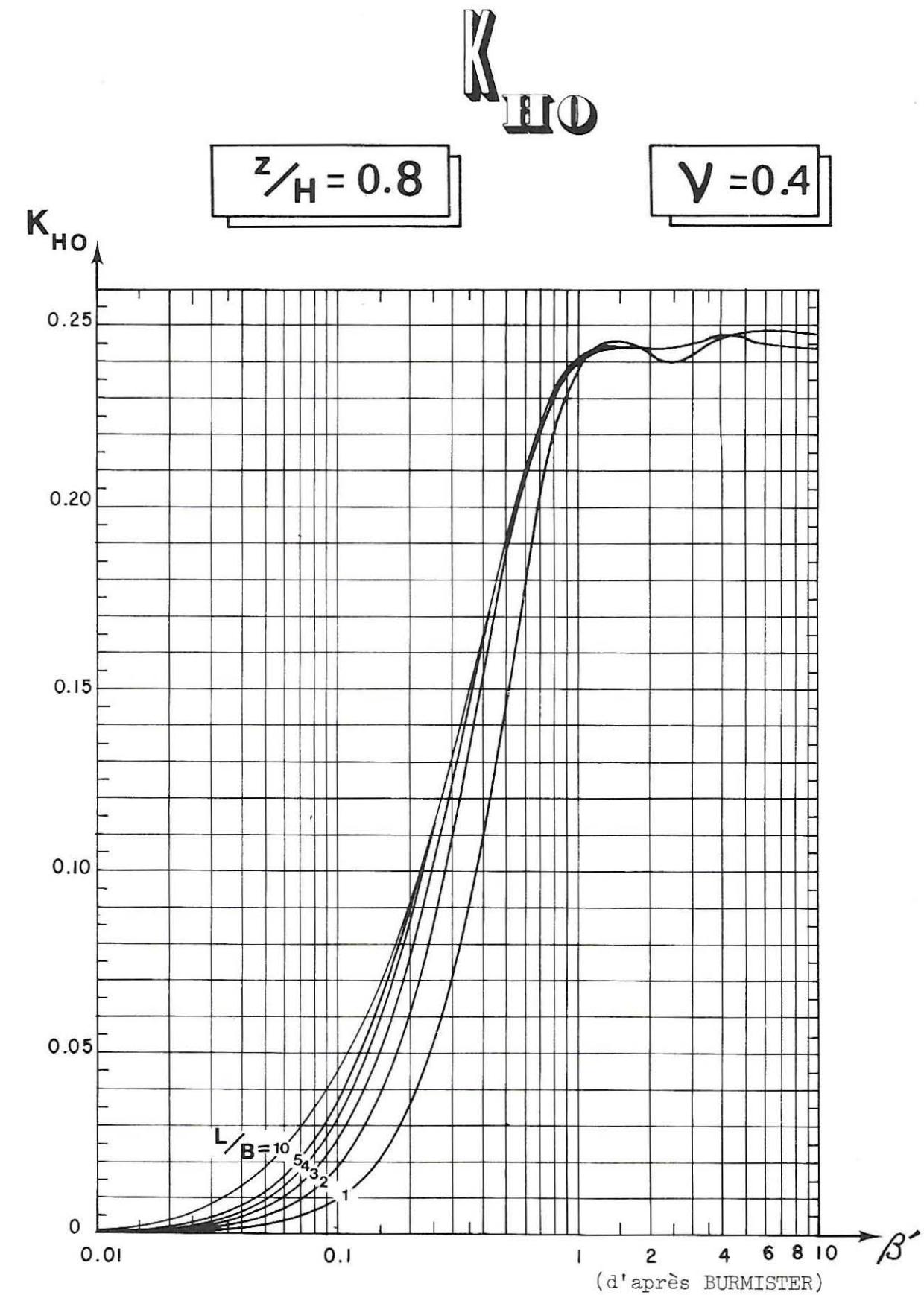
4-3



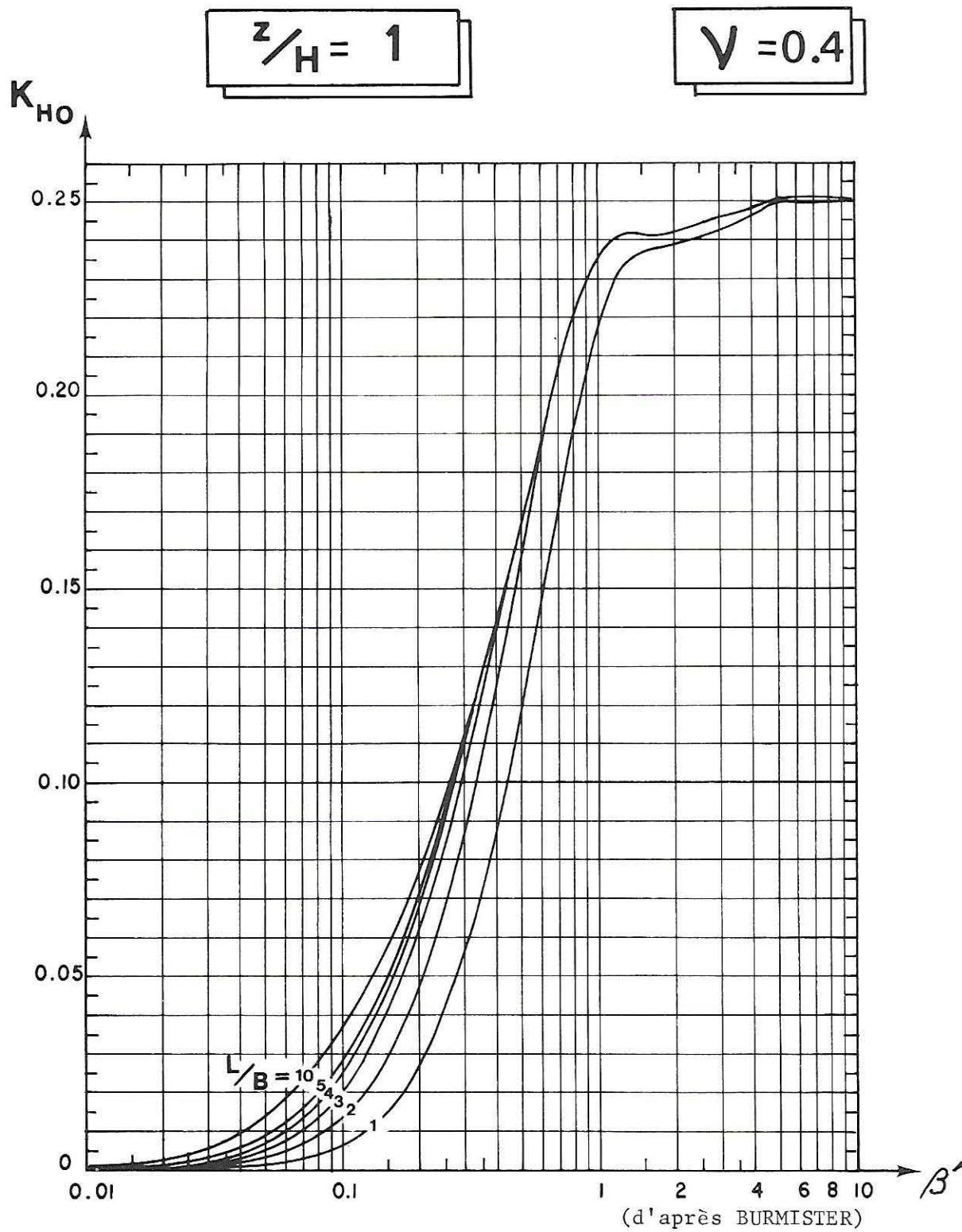


4-3





4-3

 K_{HO}


BIBLIOGRAPHIE

4-3

Les calculs qui nous ont permis d'obtenir les coefficients P_H , P'_H , P_{Hm} et P'_{Hm} ont fait l'objet de trois publications [2, 3, 4]. Signalons qu'indépendamment, Ueshita et Meyerhof [6] ont obtenu des valeurs du tassement très voisines de notre coefficient P_H . Par ailleurs, l'exemple de l'immeuble de Melbourne est emprunté à Moore et Spencer [5].

Enfin, le coefficient K_{Ho} est dû à Burmister [1].

REFERENCES

- [1] D.M. BURMISTER "Stress and displacement characteristics of a twolayer rigid base soil system : influence diagrams and practical applications". Proceedings Highway Research Board (1959), 773-814.
- [2] J.P. GIROUD "tassement d'une couche de sol supportant une fondation rectangulaire uniformément chargée". La technique des Travaux, 331 (sept.-oct. 1971), 274-285.
- [3] J.P. GIROUD "Settlement of Rectangular Foundation on Soil Layer". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., 98, SM 1 (January 1972), 149-154.
- [4] J.P. GIROUD "Tassement d'une fondation rectangulaire sur une couche de sol compressible". La technique des Travaux (à paraître).
- [5] P.J. MOORE and G.K. SPENCER "Settlement of Building on Deep Compressible soil". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E., 95, SM 3 (May 1969), 769-790.
- [6] K. UESHITA and G.G. MEYERHOF "Surface Displacement of an Elastic Layer Under Uniformly Distributed Loads", Highway Research Record, 228 (1968), 1-10.

FONDATION RECTANGULAIRE EXERÇANT UNE CHARGE INCLINÉE UNIFORMÉMENT RÉPARTIE

(Semelles)
sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est composé d'une couche homogène d'épaisseur H reposant sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement.

4-4

DEFINITION DE LA CHARGE

La charge est uniformément répartie sur un rectangle de longueur L et largeur B (Fig. 1). Sa composante normale est p et sa composante tangentielle, s . Son inclinaison est δ , positive dans le sens trigonométrique :

$$(1) \quad \delta = \text{Arctg} \frac{s}{p}$$

Le côté B et la composante tangentielle s sont parallèles à l'axe Ox .

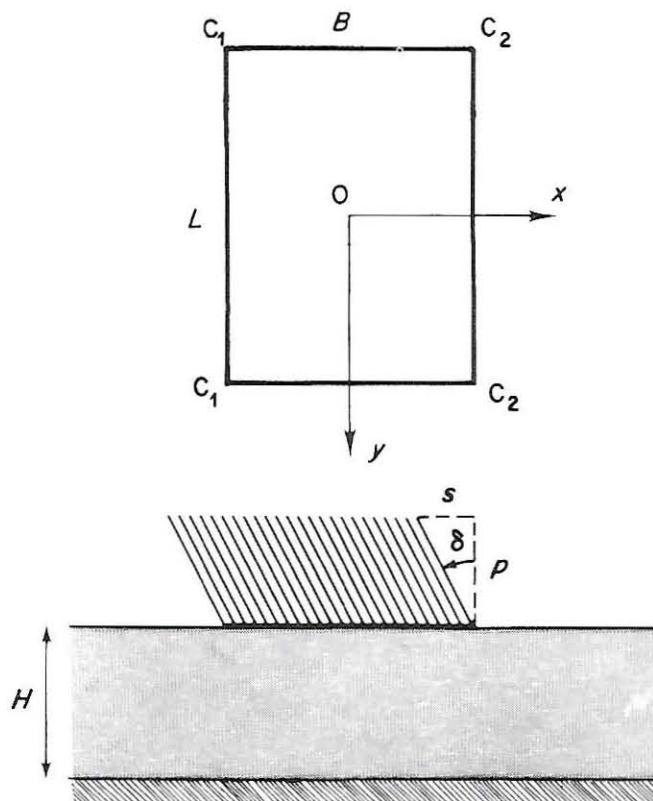


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

La longueur L ($L > B$) est parallèle à l'axe Oy . Le centre du rectangle est O . Les deux coins d'abscisse négative sont désignés par C_1 et les deux coins d'abscisse positive par C_2 .

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Le tassement aux coins et au centre du rectangle chargé est donné par :

$$(2) \quad w_C = \frac{pB}{E} P_{HC} \pm \frac{sB}{E} S_{HC} \quad \left\{ \begin{array}{l} + \text{ pour } C_2 \\ - \text{ pour } C_1 \end{array} \right.$$

$$(3) \quad w_O = \frac{pB}{E} P_{HO}$$

4-4

avec :

p : composante normale de la contrainte exercée par la fondation sur le sol ;

s : composante tangentielle de la contrainte exercée par la fondation sur le sol ;

E : module d'Young du sol ;

B : largeur de la fondation ;

P_{HO} , P_{HC} et S_{HC} : coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans des tables en fonction de ν , L/B et H/B ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

L : longueur de la fondation ;

H : épaisseur de la couche de sol.

Exemple 1 :

Considérons une semelle de 3,6 m (12 ft) de long et 1,8 m (6 ft) de large. Elle exerce sur le sol une charge uniformément répartie de 1,1 bar (2 300 lb/sq. ft) inclinée de 20° (la composante tangentielle de cette charge étant parallèle au petit côté du rectangle). Quel est le tassement des coins C_2 (voir Fig. 1), sachant que la couche de sol a 5,4 m (18 ft) d'épaisseur et que ses propriétés sont : $E = 36$ bars (75 000 lb/sq. ft) et $\nu = 0,3$?

Calculons d'abord les deux composantes de la charge :

$$\begin{aligned} p &= 1,1 \times \cos 20^\circ = 1,03 \text{ bar}, \\ &= 2 300 \times \cos 20^\circ = 2 160 \text{ lb/sq. ft}, \\ s &= 1,1 \times \sin 20^\circ = 0,38 \text{ bar}, \\ &= 2 300 \times \sin 20^\circ = 790 \text{ lb/sq. ft}. \end{aligned}$$

Avec $L/B = 2$, $H/B = 3$ et $\nu = 0,3$, on lit dans les tables :

$$P_{HC} = 0,45 \quad S_{HC} = 0,12.$$

D'où :

$$w_C = \frac{1,03 \times 1,8}{36} \times 0,45 + \frac{0,38 \times 1,8}{36} \times 0,12$$

(Signe + pour C_2)

$$w_C = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm},$$

$$\begin{aligned} w_C &= \frac{2160 \times 6}{75000} \times 0,45 + \frac{790 \times 6}{75000} \times 0,12 \\ &= 0,085 \text{ ft} = 1 \text{ in.} \end{aligned}$$

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes σ_x , σ_z et τ_{zx} sont données par les formules suivantes :

A la verticale d'un coin du rectangle :

$$(4) \quad \sigma_z = p K_z^p \pm s K_z^s,$$

$$(5) \quad \sigma_x = p K_x^p \pm s K_x^s$$

$$(6) \quad \tau_{zx} = \pm p K_{zx}^p + s K_{zx}^s;$$

(Signe + pour C_2 et - pour C_1)

A la verticale du centre du rectangle :

$$(7) \quad \sigma_z = p K_z^o$$

$$(8) \quad \sigma_x = p K_x^o$$

$$(9) \quad \tau_{zx} = s K_{zx}^o,$$

avec :

p , s : composantes normale et tangentielle de la charge ;

K : coefficients sans dimensions dont les valeurs sont données dans des tables en fonction de ν , L/B , H/B et z/B ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

L , B : longueur et largeur du rectangle ;

H : épaisseur de la couche de sol ;

z : profondeur du point où l'on calcule les contraintes.

Exemple 2 :

Reprenons l'exemple précédent et calculons σ_z à la verticale du centre à 3,6 m (12 ft) de profondeur.

Pour $L/B = 2$, $H/B = 3$ et $v = 0,3$, on lit dans les tables :

$$K_z^o = 0,22.$$

D'où :

$$\sigma_z = 1,03 \times 0,22 = 0,226 \text{ bar}$$

$$\sigma_z = 2160 \times 0,22 = 475 \text{ lb/sq. ft.}$$

4-4

TABLES ET GRAPHIQUES— Calcul du tassement

Coefficients : P_{HO} , P_{HO} , S_{HC} p. 190

— Calcul des contraintes

Coefficients : K_z^p , K_x^p , K_{zx}^p p. 191-193

K_z^s , K_x^s , K_{zx}^s p. 194-196

K_z^o , K_x^o , K_{zx}^o p. 197-199

4-4

		$V = 0.15$			$V = 0.30$			$V = 0.45$		
L/B	H/B	P_{HO}	P_{HC}	S_{HC}	P_{HO}	P_{HC}	S_{HC}	P_{HO}	P_{HC}	S_{HC}
1.0	0.50	0.45	0.12	0.05	0.38	0.10	0.03	0.25	0.05	0.01
	1.00	0.71	0.23	0.10	0.63	0.20	0.07	0.50	0.13	0.04
	2.00	0.88	0.36	0.13	0.81	0.32	0.10	0.68	0.26	0.06
	3.00	0.95	0.42	0.13	0.87	0.38	0.10	0.74	0.31	0.07
	5.00	1.00	0.47	0.14	0.92	0.43	0.11	0.80	0.36	0.08
2.0	0.50	0.46	0.12	0.05	0.38	0.10	0.03	0.23	0.04	0.01
	1.00	0.81	0.24	0.10	0.71	0.20	0.07	0.53	0.12	0.03
	2.00	1.11	0.41	0.14	1.00	0.36	0.11	0.82	0.27	0.07
	3.00	1.23	0.51	0.15	1.12	0.45	0.12	0.94	0.36	0.08
	5.00	1.33	0.60	0.17	1.23	0.54	0.13	1.05	0.45	0.09
5.0	0.50	0.47	0.12	0.05	0.38	0.09	0.03	0.22	0.04	0.01
	1.00	0.82	0.24	0.10	0.70	0.19	0.07	0.49	0.11	0.03
	2.00	1.23	0.41	0.14	1.09	0.35	0.11	0.84	0.25	0.07
	3.00	1.45	0.53	0.16	1.31	0.46	0.12	1.06	0.35	0.08
	5.00	1.67	0.68	0.17	1.52	0.61	0.13	1.27	0.48	0.10

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

$L/B = 1$		$D = 0.15$			$D = 0.30$			$D = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^P	K_x^P	K_{zx}^P	K_z^P	K_x^P	K_{zx}^P	K_z^P	K_x^P	K_{zx}^P
1.0	0.00	0.250	0.083	0.000	0.250	0.112	0.000	0.250	0.134	0.000
	0.20	0.250	0.061	0.121	0.250	0.921	0.119	0.250	0.122	0.114
	0.40	0.250	0.039	0.105	0.250	0.072	0.103	0.250	0.110	0.098
	0.60	0.250	0.028	0.079	0.250	0.064	0.079	0.250	0.112	0.075
	0.80	0.241	0.028	0.059	0.238	0.071	0.064	0.239	0.133	0.070
	1.00	0.227	0.040	0.056	0.220	0.094	0.073	0.215	0.176	0.096
2.0	0.00	0.250	0.131	0.000	0.250	0.163	0.000	0.250	0.190	0.000
	0.20	0.250	0.089	0.136	0.250	0.117	0.136	0.250	0.142	0.135
	0.40	0.243	0.052	0.128	0.244	0.076	0.127	0.245	0.098	0.126
	0.80	0.210	0.010	0.080	0.211	0.028	0.079	0.214	0.048	0.077
	1.20	0.170	0.001	0.044	0.172	0.016	0.043	0.178	0.037	0.042
	1.60	0.141	0.003	0.024	0.142	0.023	0.025	0.149	0.053	0.025
	2.00	0.118	0.021	0.019	0.117	0.050	0.024	0.120	0.098	0.030
	3.00	0.096	-0.005	0.017	0.098	0.004	0.016	0.102	0.016	0.016
3.0	0.00	0.250	0.146	0.000	0.250	0.181	0.000	0.250	0.213	0.000
	0.20	0.249	0.100	0.138	0.249	0.129	0.138	0.249	0.156	0.137
	0.40	0.241	0.060	0.131	0.241	0.083	0.131	0.242	0.106	0.130
	0.80	0.203	-0.013	0.084	0.203	0.028	0.084	0.204	0.044	0.084
	1.20	0.157	-0.003	0.049	0.158	0.008	0.049	0.160	0.020	0.048
	1.60	0.121	-0.007	0.028	0.122	0.003	0.028	0.125	0.014	0.027
	2.00	0.096	-0.005	0.017	0.098	0.004	0.016	0.102	0.016	0.016
	2.50	0.077	0.001	0.009	0.078	0.012	0.009	0.083	0.028	0.010
	3.00	0.064	0.011	0.007	0.064	0.027	0.009	0.066	0.054	0.011
	4.00	0.052	0.001	0.003	0.052	0.015	0.003	0.055	0.044	0.003
	5.00	0.041	0.001	0.002	0.041	0.011	0.002	0.042	0.034	0.002
	6.00	0.031	0.001	0.002	0.031	0.009	0.002	0.035	0.027	0.002

4-4

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

4-4

$L/B = 2$		$\nu = 0.15$			$\nu = 0.30$			$\nu = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^P	K_x^P	K_{zx}^P	K_z^P	K_x^P	K_{zx}^P	K_z^P	K_x^P	K_{zx}^P
1.0	0.00	0.250	0.085	0.000	0.250	0.108	0.000	0.250	0.129	0.000
	0.20	0.250	0.062	0.119	0.250	0.089	0.118	0.250	0.118	0.113
	0.40	0.250	0.041	0.104	0.250	0.072	0.103	0.250	0.112	0.097
	0.60	0.250	0.029	0.079	0.250	0.067	0.081	0.250	0.118	0.078
	0.80	0.248	0.030	0.061	0.244	0.076	0.069	0.240	0.141	0.075
	1.00	0.241	0.042	0.061	0.232	0.099	0.080	0.223	0.183	0.107
2.0	0.00	0.250	0.147	0.000	0.250	0.164	0.000	0.250	0.176	0.000
	0.20	0.250	0.100	0.136	0.250	0.116	0.136	0.250	0.129	0.135
	0.40	0.248	0.059	0.130	0.249	0.076	0.129	0.250	0.092	0.127
	0.80	0.230	0.012	0.086	0.231	0.030	0.085	0.234	0.051	0.082
	1.20	0.205	-0.002	0.051	0.207	0.020	0.051	0.212	0.048	0.049
	1.60	0.183	0.005	0.031	0.183	0.033	0.032	0.188	0.072	0.033
	2.00	0.163	0.029	0.026	0.160	0.068	0.033	0.160	0.131	0.042
	3.00	0.139	-0.007	0.023	0.141	0.007	0.023	0.146	0.026	0.022
3.0	0.00	0.250	0.172	0.000	0.250	0.192	0.000	0.250	0.207	0.000
	0.20	0.250	0.118	0.139	0.250	0.135	0.139	0.250	0.149	0.139
	0.40	0.246	0.072	0.134	0.246	0.088	0.134	0.246	0.102	0.133
	0.80	0.222	0.017	0.093	0.222	0.031	0.092	0.224	0.045	0.091
	1.20	0.190	-0.004	0.059	0.191	0.009	0.058	0.194	0.024	0.057
	1.60	0.162	-0.009	0.037	0.163	0.004	0.036	0.167	0.020	0.035
	2.00	0.139	-0.007	0.023	0.141	0.007	0.023	0.146	0.026	0.022
	2.50	0.119	0.001	0.014	0.120	0.019	0.014	0.125	0.046	0.015
	3.00	0.103	0.018	0.012	0.102	0.044	0.014	0.104	0.085	0.019
	4.00	0.081	-0.008	0.011	0.082	-0.001	0.011	0.085	0.007	0.010
	5.00	0.068	-0.005	0.007	0.069	0.002	0.007	0.073	0.011	0.007
	6.00	0.059	-0.002	0.005	0.060	0.006	0.005	0.064	0.017	0.005
	7.00	0.053	0.002	0.004	0.053	0.011	0.004	0.057	0.026	0.004
	8.00	0.047	0.008	0.003	0.047	0.020	0.004	0.049	0.040	0.005

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

$L/B = 5$		$\nu = 0.15$			$\nu = 0.30$			$\nu = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^p	K_x^p	K_{zx}^p	K_z^p	K_x^p	K_{zx}^p	K_z^p	K_x^p	K_{zx}^p
1.0	0.00	0.250	0.082	0.000	0.250	0.103	0.000	0.250	0.124	0.000
	0.20	0.250	0.062	0.118	0.250	0.088	0.117	0.250	0.120	0.113
	0.40	0.250	0.041	0.103	0.250	0.072	0.103	0.250	0.114	0.098
	0.60	0.250	0.029	0.079	0.250	0.067	0.081	0.250	0.120	0.080
	0.80	0.247	0.030	0.061	0.244	0.076	0.069	0.242	0.143	0.077
	1.00	0.239	0.042	0.060	0.233	0.100	0.081	0.226	0.185	0.109
2.0	0.00	0.250	0.146	0.000	0.250	0.154	0.000	0.250	0.158	0.000
	0.20	0.250	0.101	0.135	0.250	0.112	0.134	0.250	0.121	0.133
	0.40	0.247	0.061	0.120	0.247	0.073	0.138	0.248	0.087	0.126
	0.80	0.230	0.012	0.086	0.230	0.029	0.085	0.232	0.050	0.082
	1.20	0.207	-0.001	0.052	0.208	0.020	0.052	0.211	0.050	0.050
	1.60	0.188	0.006	0.032	0.188	0.035	0.034	0.190	0.077	0.036
	2.00	0.172	0.030	0.028	0.168	0.072	0.035	0.166	0.136	0.046
3.0	0.00	0.250	0.177	0.000	0.250	0.182	0.000	0.250	0.184	0.000
	0.20	0.249	0.124	0.138	0.249	0.131	0.137	0.249	0.136	0.137
	0.40	0.245	0.077	0.133	0.246	0.086	0.133	0.246	0.093	0.132
	0.80	0.224	0.019	0.093	0.225	0.029	0.092	0.223	0.040	0.091
	1.20	0.197	-0.004	0.060	0.197	0.008	0.059	0.199	0.022	0.058
	1.60	0.173	-0.010	0.038	0.174	0.004	0.038	0.176	0.022	0.037
	2.00	0.155	-0.008	0.025	0.156	0.009	0.025	0.159	0.032	0.025
	2.50	0.139	0.002	0.016	0.138	0.024	0.017	0.141	0.056	0.018
	3.00	0.126	0.022	0.014	0.123	0.053	0.018	0.123	0.100	0.023
5.0	0.00	0.250	0.203	0.000	0.250	0.209	0.000	0.250	0.214	0.000
	0.20	0.249	0.146	0.139	0.249	0.153	0.139	0.249	0.158	0.139
	0.40	0.245	0.095	0.135	0.245	0.102	0.135	0.245	0.109	0.135
	0.80	0.221	0.031	0.096	0.221	0.038	0.096	0.222	0.045	0.096
	1.20	0.191	0.002	0.064	0.191	0.010	0.064	0.192	0.018	0.063
	1.60	0.164	-0.009	0.043	0.164	-0.001	0.043	0.166	0.009	0.042
	2.00	0.142	-0.012	0.030	0.143	-0.004	0.030	0.145	0.006	0.029
	2.50	0.122	-0.012	0.020	0.123	-0.004	0.019	0.125	0.008	0.019
	3.00	0.107	-0.010	0.013	0.108	-0.001	0.013	0.111	0.012	0.013
	3.50	0.096	-0.007	0.009	0.097	0.004	0.009	0.101	0.019	0.009
	4.00	0.088	-0.002	0.007	0.089	0.010	0.007	0.092	0.028	0.007
	4.50	0.081	0.004	0.005	0.082	0.019	0.006	0.085	0.042	0.007
	5.00	0.075	0.013	0.005	0.075	0.032	0.007	0.076	0.062	0.008

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

4-4

$L/B = 1$		$V = 0.15$			$V = 0.30$			$V = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S
1.0	0.10	0.157	0.496	0.223	0.157	0.507	0.223	0.157	0.515	0.096
	0.20	0.152	0.303	0.200	0.151	0.313	0.200	0.151	0.321	0.104
	0.40	0.142	0.126	0.157	0.143	0.136	0.155	0.146	0.146	0.076
	0.60	0.130	0.053	0.126	0.131	0.064	0.123	0.135	0.077	0.051
	0.80	0.118	0.022	0.108	0.118	0.038	0.102	0.123	0.059	0.037
	1.00	0.108	0.019	0.100	0.105	0.045	0.090	0.105	0.086	0.044
2.0	0.10	0.155	0.527	0.217	0.155	0.537	0.217	0.155	0.547	0.217
	0.20	0.150	0.328	0.188	0.150	0.337	0.189	0.150	0.346	0.189
	0.40	0.133	0.146	0.135	0.133	0.153	0.135	0.133	0.159	0.136
	0.80	0.089	0.033	0.069	0.089	0.037	0.069	0.090	0.041	0.069
	1.20	0.057	0.007	0.042	0.058	0.010	0.041	0.060	0.013	0.041
	1.60	0.040	0.001	0.033	0.041	0.005	0.031	0.044	0.010	0.028
	2.00	0.031	0.006	0.029	0.031	0.013	0.024	0.032	0.027	0.017
	3.00	0.10	0.155	0.531	0.216	0.155	0.543	0.216	0.155	0.553
3.0	0.20	0.150	0.332	0.186	0.150	0.342	0.186	0.150	0.351	0.186
	0.40	0.132	0.150	0.131	0.132	0.156	0.130	0.132	0.163	0.131
	0.80	0.087	0.036	0.061	0.087	0.039	0.061	0.087	0.042	0.062
	1.20	0.052	0.009	0.031	0.052	0.011	0.031	0.053	0.013	0.032
	1.60	0.032	0.002	0.019	0.033	0.003	0.019	0.033	0.004	0.020
	2.00	0.022	0.000	0.015	0.022	0.001	0.015	0.023	0.002	0.015
	2.50	0.015	0.000	0.014	0.015	0.001	0.013	0.017	0.003	0.011
	3.00	0.012	0.002	0.013	0.012	0.005	0.010	0.012	0.010	0.006
	4.00	0.010	0.000	0.005	0.010	0.002	0.005	0.010	0.002	0.004
	5.00	0.008	0.000	0.005	0.008	0.000	0.005	0.008	0.000	0.005
5.0	0.10	0.155	0.533	0.215	0.155	0.545	0.215	0.155	0.556	0.215
	0.20	0.150	0.334	0.185	0.150	0.344	0.185	0.150	0.353	0.185
	0.40	0.132	0.151	0.129	0.132	0.158	0.129	0.132	0.164	0.129
	0.80	0.086	0.037	0.058	0.086	0.040	0.058	0.086	0.044	0.058
	1.20	0.051	0.010	0.027	0.051	0.012	0.027	0.051	0.013	0.027
	1.60	0.031	0.003	0.014	0.031	0.004	0.014	0.031	0.005	0.014
	2.00	0.019	0.000	0.009	0.019	0.001	0.009	0.020	0.002	0.009
	2.50	0.012	0.000	0.006	0.012	0.000	0.006	0.012	0.001	0.006
	3.00	0.008	0.000	0.005	0.008	0.000	0.005	0.008	0.000	0.005
	3.50	0.005	0.000	0.005	0.006	0.000	0.005	0.006	0.000	0.005
	4.00	0.004	0.000	0.005	0.004	0.000	0.005	0.005	0.001	0.004
	4.50	0.003	0.000	0.005	0.003	0.000	0.004	0.004	0.001	0.004
	5.00	0.003	0.000	0.005	0.003	0.001	0.004	0.003	0.002	0.002

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

$L/B = 2$		$V = 0.15$			$V = 0.30$			$V = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S
1.0	0.10	0.158	0.509	0.230	0.158	0.515	0.229	0.158	0.517	0.229
	0.20	0.155	0.312	0.210	0.155	0.318	0.208	0.155	0.323	0.207
	0.40	0.147	0.132	0.172	0.148	0.140	0.168	0.150	0.149	0.165
	0.60	0.139	0.056	0.145	0.139	0.068	0.139	0.142	0.082	0.132
	0.80	0.131	0.024	0.128	0.130	0.042	0.119	0.133	0.066	0.018
	1.00	0.125	0.022	0.121	0.120	0.051	0.106	0.118	0.096	0.089
2.0	0.10	0.156	0.552	0.222	0.156	0.556	0.224	0.156	0.558	0.223
	0.20	0.151	0.348	0.195	0.151	0.352	0.195	0.151	0.354	0.196
	0.40	0.137	0.160	0.145	0.137	0.163	0.145	0.138	0.165	0.146
	0.80	0.100	0.039	0.084	0.100	0.042	0.083	0.102	0.045	0.084
	1.20	0.071	0.008	0.058	0.072	0.011	0.057	0.074	0.016	0.056
	1.60	0.055	0.001	0.049	0.056	0.007	0.045	0.059	0.015	0.041
	2.00	0.045	0.008	0.045	0.045	0.019	0.036	0.046	0.037	0.025
3.0	0.10	0.156	0.560	0.220	0.156	0.564	0.220	0.156	0.568	0.221
	0.20	0.151	0.355	0.191	0.151	0.359	0.191	0.151	0.362	0.192
	0.40	0.136	0.166	0.138	0.136	0.169	0.139	0.136	0.172	0.130
	0.80	0.096	0.043	0.072	0.096	0.046	0.072	0.097	0.048	0.072
	1.20	0.064	0.012	0.042	0.064	0.013	0.042	0.065	0.015	0.042
	1.60	0.044	0.002	0.030	0.044	0.004	0.029	0.045	0.006	0.030
	2.00	0.032	0.000	0.025	0.032	0.001	0.024	0.034	0.003	0.0234
	2.50	0.024	0.000	0.023	0.024	0.002	0.021	0.026	0.006	0.019
	3.00	0.019	0.003	0.022	0.019	0.008	0.017	0.020	0.016	0.010
5.0	0.10	0.156	0.563	0.219	0.156	0.568	0.219	0.156	0.572	0.219
	0.20	0.151	0.358	0.189	0.151	0.362	0.189	0.151	0.366	0.189
	0.40	0.136	0.168	0.135	0.136	0.172	0.135	0.136	0.175	0.135
	0.80	0.096	0.045	0.066	0.096	0.048	0.066	0.096	0.050	0.066
	1.20	0.063	0.014	0.034	0.063	0.015	0.034	0.063	0.016	0.035
	1.60	0.041	0.004	0.020	0.041	0.005	0.020	0.042	0.006	0.021
	2.00	0.028	0.001	0.014	0.028	0.002	0.013	0.028	0.002	0.014
	2.50	0.018	0.000	0.010	0.018	0.000	0.010	0.019	0.001	0.011
	3.00	0.013	-0.001	0.009	0.013	0.000	0.009	0.013	0.000	0.009
	3.50	0.009	-0.001	0.009	0.010	0.000	0.009	0.010	0.000	0.009
	4.00	0.007	0.000	0.009	0.008	0.000	0.009	0.008	0.001	0.008
	4.50	0.006	0.000	0.009	0.006	0.001	0.008	0.007	0.002	0.007
	5.00	0.005	0.001	0.009	0.005	0.002	0.007	0.006	0.005	0.004

4-4

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

4-4

$L/B = 5$		$V = 0.15$			$V = 0.30$			$V = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S	K_z^S	K_x^S	K_{zx}^S
1.0	0.10	0.158	0.510	0.231	0.158	0.514	0.230	0.158	0.516	0.229
	0.20	0.155	0.312	0.211	0.155	0.318	0.209	0.155	0.322	0.207
	0.40	0.148	0.132	0.174	0.148	0.140	0.169	0.150	0.148	0.164
	0.60	0.140	0.056	0.147	0.140	0.067	0.140	0.143	0.082	0.131
	0.80	0.133	0.024	0.131	0.132	0.042	0.120	0.135	0.067	0.106
	1.00	0.127	0.022	0.123	0.122	0.052	0.107	0.120	0.098	0.087
2.0	0.10	0.156	0.555	0.224	0.156	0.556	0.224	0.156	0.555	0.224
	0.20	0.152	0.351	0.197	0.152	0.352	0.197	0.152	0.351	0.198
	0.40	0.138	0.162	0.150	0.138	0.163	0.149	0.138	0.164	0.150
	0.80	0.102	0.039	0.091	0.102	0.042	0.090	0.103	0.044	0.089
	1.20	0.074	0.008	0.068	0.075	0.011	0.064	0.077	0.016	0.061
	1.60	0.059	0.001	0.060	0.060	0.007	0.053	0.063	0.016	0.046
	2.00	0.051	0.009	0.055	0.050	0.021	0.043	0.051	0.041	0.027
3.0	0.10	0.156	0.567	0.221	0.156	0.567	0.222	0.156	0.567	0.222
	0.20	0.151	0.316	0.193	0.151	0.361	0.193	0.151	0.361	0.193
	0.40	0.137	0.170	0.142	0.137	0.171	0.142	0.137	0.171	0.143
	0.80	0.098	0.046	0.078	0.098	0.046	0.078	0.099	0.047	0.079
	1.20	0.067	0.013	0.050	0.068	0.014	0.050	0.068	0.015	0.050
	1.60	0.048	0.002	0.039	0.049	0.004	0.038	0.050	0.005	0.038
	2.00	0.037	-0.001	0.036	0.038	0.001	0.034	0.039	0.004	0.032
	2.50	0.029	0.000	0.035	0.030	0.002	0.030	0.031	0.007	0.026
	3.00	0.025	0.004	0.033	0.025	0.011	0.025	0.025	0.021	0.014
5.0	0.10	0.156	0.572	0.220	0.156	0.573	0.220	0.156	0.573	0.221
	0.20	0.151	0.366	0.190	0.151	0.367	0.191	0.151	0.367	0.191
	0.40	0.136	0.175	0.137	0.136	0.175	0.137	0.136	0.175	0.138
	0.80	0.097	0.049	0.069	0.097	0.050	0.070	0.097	0.050	0.070
	1.20	0.065	0.016	0.039	0.065	0.016	0.039	0.066	0.016	0.040
	1.60	0.045	0.005	0.025	0.045	0.005	0.026	0.045	0.006	0.027
	2.00	0.032	0.001	0.020	0.032	0.002	0.020	0.033	0.002	0.021
	2.50	0.023	0.000	0.017	0.023	0.000	0.017	0.023	0.000	0.018
	3.00	0.017	-0.001	0.017	0.017	0.000	0.016	0.018	0.000	0.017
	3.50	0.014	-0.001	0.017	0.014	0.000	0.016	0.014	0.001	0.016
	4.00	0.011	-0.009	0.017	0.012	0.000	0.016	0.012	0.002	0.015
	4.50	0.010	0.000	0.017	0.010	0.001	0.015	0.011	0.004	0.013
	5.00	0.009	0.002	0.017	0.009	0.004	0.013	0.009	0.007	0.008

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

$L/B = 1$		$V = 0.15$			$V = 0.30$			$V = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0
1.0	0.00	1.000	0.441	—	1.000	0.549	—	1.000	0.638	—
	0.10	0.974	0.310	0.738	0.974	0.425	0.739	0.974	0.520	0.740
	0.20	0.941	0.214	0.544	0.943	0.308	0.545	0.947	0.397	0.548
	0.40	0.837	0.040	0.276	0.842	0.113	0.275	0.855	0.192	0.274
	0.60	0.682	-0.005	0.167	0.690	0.062	0.164	0.712	0.149	0.164
	0.80	0.563	0.013	0.131	0.570	0.093	0.122	0.595	0.211	0.114
	1.00	0.473	0.083	0.117	0.468	0.201	0.096	0.478	0.391	0.067
2.0	0.00	1.000	0.527	—	1.000	0.649	—	1.000	0.766	—
	0.10	0.970	0.385	0.726	0.970	0.500	0.726	0.970	0.590	0.726
	0.20	0.931	0.261	0.521	0.931	0.355	0.522	0.931	0.446	0.522
	0.40	0.802	0.061	0.236	0.802	0.122	0.236	0.804	0.181	0.237
	0.80	0.462	-0.027	0.062	0.464	0.003	0.062	0.469	0.034	0.063
	1.20	0.282	-0.023	0.033	0.286	-0.005	0.033	0.294	0.027	0.033
	1.60	0.200	-0.005	0.030	0.204	0.020	0.028	0.215	0.057	0.025
	2.00	0.157	0.027	0.028	0.155	0.067	—	0.161	0.132	0.011
	3.00	0.000	0.545	—	1.000	0.672	—	1.000	0.795	—
3.0	0.10	0.970	0.400	0.724	0.970	0.502	0.724	0.970	0.635	0.724
	0.20	0.930	0.275	0.518	0.930	0.370	0.519	0.930	0.464	0.519
	0.40	0.799	0.070	0.230	0.799	0.131	0.230	0.799	0.191	0.231
	0.80	0.452	-0.024	0.052	0.453	0.003	0.052	0.454	0.030	0.053
	1.20	0.263	-0.025	0.020	0.264	-0.009	0.020	0.266	0.007	0.021
	1.60	0.170	-0.018	0.013	0.172	-0.006	0.013	0.175	0.007	0.014
	2.00	0.122	-0.011	0.012	0.124	0.000	0.012	0.129	0.013	0.012
	2.50	0.091	-0.001	0.013	0.093	0.011	0.011	0.099	0.029	0.010
	3.00	0.073	0.13	0.012	0.073	0.031	0.009	0.0076	0.063	0.004
	5.00	0.000	0.555	—	1.000	0.684	—	1.000	0.811	—
5.0	0.10	0.970	0.432	0.723	0.970	0.521	0.723	0.970	0.625	0.723
	0.20	0.930	0.282	0.517	0.930	0.380	0.517	0.930	0.476	0.517
	0.40	0.798	0.076	0.228	0.798	0.138	0.228	0.798	0.200	0.223
	0.80	0.450	-0.020	0.048	0.450	0.007	0.049	0.450	0.034	0.049
	1.20	0.258	-0.023	0.015	0.258	-0.009	0.015	0.258	0.006	0.015
	1.60	0.162	-0.017	0.007	0.162	-0.009	0.007	0.163	0.000	0.007
	2.00	0.110	-0.013	0.005	0.111	-0.007	0.005	0.112	0.000	0.005
	2.50	0.075	-0.008	0.004	0.075	-0.004	0.004	0.077	0.001	0.004
	3.00	0.055	-0.006	0.004	0.056	-0.002	0.004	0.057	0.003	0.004
	3.50	0.043	-0.004	0.004	0.044	0.000	0.004	0.046	0.006	0.004
	4.00	0.036	-0.002	0.005	0.037	0.003	0.004	0.039	0.009	0.004
	4.50	0.031	0.001	0.005	0.032	0.006	0.004	0.034	0.015	0.004
	5.00	0.027	0.005	0.005	0.027	0.012	0.003	0.029	0.023	0.002

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

4-4

$L/B = 2$		$\nu = 0.15$			$\nu = 0.30$			$\nu = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0
1.0	0.00	1.000	0.511	—	1.000	0.571	—	1.000	0.607	—
	0.10	0.992	0.364	0.775	0.992	0.445	0.775	0.992	0.501	0.777
	0.20	0.976	0.245	0.589	0.977	0.314	0.589	0.981	0.377	0.593
	0.40	0.919	0.047	0.337	0.924	0.122	0.334	0.936	0.207	0.337
	0.60	0.821	-0.006	0.233	0.827	0.080	0.226	0.847	0.193	0.224
	0.80	0.732	0.020	0.198	0.734	0.130	0.181	0.754	0.291	0.165
	1.00	0.651	0.115	0.181	0.638	0.273	0.145	0.639	0.523	0.099
2.0	0.00	1.000	0.656	—	1.000	0.731	—	1.000	0.796	—
	0.10	0.985	0.502	0.754	0.985	0.545	0.755	0.985	0.620	0.764
	0.20	0.963	0.325	0.552	0.963	0.390	0.552	0.964	0.449	0.554
	0.40	0.877	0.084	0.271	0.878	0.138	0.272	0.880	0.189	0.274
	0.80	0.615	-0.039	0.090	0.619	0.001	0.091	0.627	0.044	0.093
	1.20	0.436	-0.036	0.058	0.441	0.000	0.057	0.455	0.046	0.057
	1.60	0.334	-0.007	0.054	0.340	0.036	0.050	0.356	0.100	0.046
	2.00	0.271	0.048	0.052	0.269	0.115	0.038	0.277	0.227	0.020
	3.00	0.171	0.024	0.024	0.171	0.059	0.017	0.178	0.116	0.008
3.0	0.00	1.000	0.691	—	1.000	0.772	—	1.000	0.848	—
	0.10	0.982	0.508	0.751	0.982	0.580	0.752	0.982	0.675	0.752
	0.20	0.961	0.350	0.546	0.962	0.418	0.546	0.962	0.482	0.547
	0.40	0.872	0.102	0.261	0.872	0.156	0.261	0.873	0.207	0.263
	0.80	0.598	-0.032	0.073	0.599	0.002	0.073	0.602	0.036	0.074
	1.20	0.403	-0.040	0.033	0.405	-0.016	0.033	0.409	0.010	0.035
	1.60	0.286	-0.030	0.024	0.289	-0.001	0.024	0.295	0.012	0.025
	2.00	0.217	-0.019	0.023	0.220	0.000	0.022	0.229	0.025	0.023
	2.50	0.168	-0.002	0.024	0.171	0.020	0.022	0.180	0.055	0.020
	3.00	0.137	0.024	0.024	0.137	0.059	0.017	0.142	0.116	0.008
	4.00	0.104	0.001	0.008	0.105	-0.004	0.008	0.108	0.006	0.008
	5.00	0.083	-0.007	0.008	0.085	0.000	0.008	0.088	0.011	0.008

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

$L/B = 5$		$\nu = 0.15$			$\nu = 0.30$			$\nu = 0.45$		
H/B	z/B	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0	K_z^0	K_x^0	K_{zx}^0
1.0	0.00	1.000	0.525	—	1.000	0.566	—	1.000	0.592	—
	0.10	0.996	0.365	0.796	0.996	0.425	0.796	0.996	0.462	0.797
	0.20	0.980	0.252	0.610	0.981	0.303	0.608	0.983	0.358	0.609
	0.40	0.920	0.050	0.367	0.922	0.117	0.360	0.930	0.200	0.358
	0.60	0.830	-0.005	0.271	0.832	0.081	0.257	0.843	0.199	0.246
	0.80	0.753	0.022	0.239	0.751	0.138	0.212	0.760	0.307	0.183
	1.00	0.688	0.121	0.221	0.672	0.288	0.171	0.665	0.544	0.108
2.0	0.00	1.000	0.715	—	1.000	0.745	—	1.000	0.760	—
	0.10	0.990	0.505	0.772	0.990	0.565	0.772	0.990	0.590	0.773
	0.20	0.971	0.362	0.565	0.971	0.390	0.566	0.972	0.410	0.568
	0.40	0.889	0.104	0.290	0.890	0.135	0.290	0.893	0.163	0.293
	0.80	0.667	-0.040	0.119	0.670	-0.004	0.118	0.677	0.039	0.120
	1.20	0.524	-0.043	0.092	0.528	0.002	0.088	0.539	0.063	0.088
	1.60	0.441	-0.008	0.092	0.443	0.054	0.082	0.455	0.144	0.072
	2.00	0.385	0.068	0.088	0.377	0.162	0.064	0.379	0.310	0.032
	3.00	0.241	0.042	0.047	0.238	0.102	0.034	0.242	0.198	0.016
5.0	0.00	1.000	0.778	—	1.000	0.812	—	1.000	0.836	—
	0.10	0.990	0.541	0.767	0.990	0.610	0.767	0.990	0.649	0.768
	0.20	0.969	0.408	0.556	0.969	0.436	0.556	0.970	0.458	0.557
	0.40	0.884	0.137	0.272	0.884	0.165	0.273	0.885	0.188	0.274
	0.80	0.649	-0.027	0.089	0.650	0.000	0.089	0.653	0.026	0.091
	1.20	0.489	-0.049	0.052	0.492	-0.022	0.052	0.498	0.008	0.054
	1.60	0.391	-0.043	0.045	0.395	-0.015	0.044	0.404	0.020	0.046
	2.00	0.329	-0.029	0.046	0.333	0.003	0.044	0.344	0.046	0.043
	2.50	0.278	-0.002	0.049	0.281	0.038	0.043	0.292	0.099	0.038
	3.00	0.241	0.042	0.047	0.238	0.102	0.034	0.242	0.198	0.016
	4.00	0.141	-0.006	0.021	0.144	0.012	0.019	0.152	0.040	0.018
	4.50	0.126	0.005	0.022	0.128	0.027	0.019	0.135	0.062	0.016
	5.00	0.113	0.020	0.021	0.113	0.048	0.015	0.117	0.096	0.008

4-4

(d'après MILOVIC et TOURNIER)

4-4BIBLIOGRAPHIE

Les résultats indiqués dans cette section ont été obtenus par Milovic et Tournier [1] qui nous ont autorisés à les reproduire, ce dont nous les remercions vivement.

REFERENCES

- [1] D.M. MILOVIC and J.P. TOURNIER, "Stresses and Displacements due to Rectangular Load on a Layer of Finite Thickness", Soils and Foundations, 11, 1 (March, 1971), 1-27.

FONDATION RECTANGULAIRE RIGIDE EXERÇANT UNE CHARGE VERTICALE

(Semelle, Radier)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul du tassement
- Calcul de la rotation
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

4-5

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si le sol n'est pas homogène, les valeurs données ici pour les contraintes (en particulier pour σ_z) peuvent cependant être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles, sauf peut-être dans le cas d'une *couche de sol très dur reposant sur des terrains plus mous*. Au contraire, pour que les valeurs du tassement et de la rotation données ici soient correctes, il faut que les hypothèses (homogénéité et épaisseur infinie) soient respectées, du moins avec une bonne approximation. Par exemple, si le sol est composé d'une couche d'épaisseur H reposant sur un substratum peu déformable, il faut, pour que l'erreur sur le tassement et la rotation soit inférieure à 20 %, que la condition suivante soit respectée :

$$(1) \quad H > L + 2B,$$

avec :

L, B : longueur et largeur de la fondation rectangulaire.

DEFINITION DE LA CHARGE

La fondation rectangulaire est rigide et lisse. Elle a pour longueur L et pour largeur B . On désigne par $2a$ le côté parallèle à Ox et $2b$ le côté parallèle à Oy (Fig. 1) Par exemple, si l'axe Ox est parallèle au grand côté, on a $2a = L$.

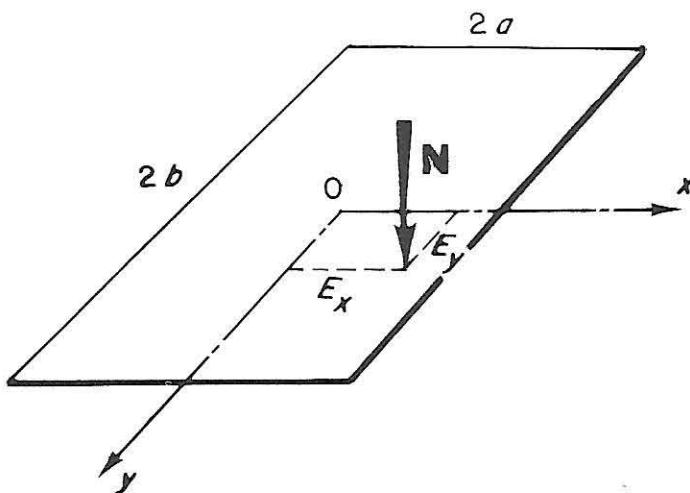


FIG. 1. — Définition de la charge.

La fondation exerce sur le sol une force normale excentrée dont le point d'application se trouve à la distance E_x de l'axe Oy et à la distance E_y de l'axe Ox. L'excentricité est définie par :

$$(2) \quad e_x = \frac{E_x}{2a} \quad \text{et} \quad e_y = \frac{E_y}{2b}$$

Le moment de la force N, compté positivement dans le sens trigonométrique, est :

4-5

— par rapport à Oy :

$$(3) \quad M_y = -E_x N ;$$

— par rapport à Ox :

$$(4) \quad M_x = E_y N .$$

La fondation étant lisse, les contraintes à son contact avec le sol sont normales. Elles sont infinies sur les bords et leur répartition ne s'exprime pas analytiquement. Le fait que la fondation soit supposée lisse n'affecte que très peu le tassement et la rotation.

CALCUL DU TASSEMENT

La formule suivante donne w_{r0} qui est soit le tassement de tous les points de la fondation si la charge est centrée ($e_x = e_y = 0$), soit celui du centre O lorsque la charge est excentrée :

$$(5) \quad w_{r0} = \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{N}{L} \bar{P}$$

avec :

E , ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

N : force normale exercée par la fondation sur le sol ;

L , B : longueur et largeur de la fondation ;

\bar{P} : coefficient sans dimensions dont les valeurs sont données dans une table et un graphique en fonction de L/B .

Exemple 1 :

Considérons une cuve déposée sur le sol et dont la base rectangulaire rigide a pour longueur 4,5 m (15 ft) et pour largeur 3 m (10 ft). La charge totale (poids du béton et du liquide contenu) est de 30 tonnes (66 000 lb). Le sol dont l'épaisseur homogène est grande a pour module d'Young 25 bars (52 000 lb/sq. ft) et pour coefficient de Poisson 0,3. Quel est le tassement de la cuve ?

4-5

En premier lieu, on voit dans le tableau que pour $L/B = 1,5$, on a :

$$\bar{P} = 1,07.$$

On peut utiliser la formule (5) en exprimant la force et le module en unités du système international :

$$N = 30 \text{ tonnes} = 30 \times 9810 \text{ newtons},$$

$$E = 25 \text{ bars} = 25 \times 10^5 \text{ pascals}.$$

Le tassement se calcule alors par :

$$w_{ro} = \frac{1 - (0,3)^2}{25 \times 10^5} \times \frac{30 \times 9810}{4,5} \times 1,07 = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm};$$

ou bien, en unités britanniques :

$$w_{ro} = \frac{1 - (0,3)^2}{52 000} \times \frac{66 000}{15} \times 1,07 = 0,082 \text{ ft} = 1 \text{ inch}.$$

CALCUL DE LA ROTATION

Sous l'effet de la force excentrée N (Fig. 1), la fondation rectangulaire rigide fait avec l'horizontale un angle que l'on peut décomposer en une rotation autour de Ox et une rotation autour de Oy :

- Rotation autour de Ox :

$$(6) \quad \phi_x \approx \operatorname{tg} \phi_x = \frac{1 - v^2}{E} \frac{\mathcal{M}_x}{2 a (2 b)^2} \bar{Q}_\phi$$

- Rotation autour de Oy :

$$(7) \quad \phi_y \approx \operatorname{tg} \phi_y = \frac{1 - v^2}{E} \frac{\mathcal{M}_y}{(2 a)^2 2 b} \bar{Q}_\phi$$

avec :

ϕ_x, ϕ_y : angles positifs dans le sens trigonométrique ;

E, v : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

M_x, M_y : moments définis par (3) et (4) ;

2 a, 2 b : côtés parallèles respectivement à Ox et Oy ;

\bar{Q}_ϕ : coefficient sans dimensions dont les valeurs sont données dans une table et un graphique en fonction de α ;

α : coefficient valant a/b dans la formule (6) et b/a dans la formule (7).

4-5

Le tassement d'un point quelconque de la fondation s'écrit alors :

$$(8) \quad w_r = w_{r0} - x \operatorname{tg} \phi_y + y \operatorname{tg} \phi_x,$$

$$(9) \quad w_r = \frac{1 - v^2}{E} \frac{N}{LB} \left[\bar{Q}_{\phi(\alpha=b/a)} + x e_x \bar{Q}_{\phi(\alpha=b/a)} + y e_y \bar{Q}_{\phi(\alpha=a/b)} \right]$$

Exemple 2 :

Reprendons l'exemple précédent en supposant que la force N est excentrée de $E_y = 0,5 \text{ m}$ ($5/3 \text{ ft}$) sur un axe Oy parallèle au petit côté de la fondation rectangulaire. Quel est le tassement des points de l'axe Ox et quelle est la rotation de la fondation ?

L'excentrement suivant l'axe Ox étant nul ($E_x = 0$), la formule (5) donne le tassement de tous les points de l'axe Ox qui est égal à celui du centre de la fondation et dont la valeur a été calculée dans l'exemple précédent.

Pour calculer la rotation, notons d'abord que Oy étant parallèle au petit côté, nous avons :

$$2b = B = 3 \text{ m} \quad (10 \text{ ft})$$

$$2a = L = 4,5 \text{ m} \quad (15 \text{ ft})$$

d'où $a/b = \alpha = 1,5$.

Le coefficient de rotation donné dans le tableau pour $\alpha = 1,5$ vaut :

$$\bar{Q}_\phi = 4,44.$$

L'angle de rotation est alors donné par la formule (6) où le moment est donné par la formule (4) :

$$\phi_x = \frac{1 - (0,3)^2}{25 \times 10^5} \times \frac{30 \times 9810 \times 0,5}{4,5 \times (3)^2} \times 4,44 = 0,006 = 0,33^\circ = 20 \text{ minutes}$$

ou bien, en unités britanniques :

$$\phi_x = \frac{1 - (0,3)^2}{52\,000} \times \frac{66\,000 \times 5/3}{15 \times (10)^2} \times 4,44 = 0,006.$$

CALCUL DES CONTRAINTES

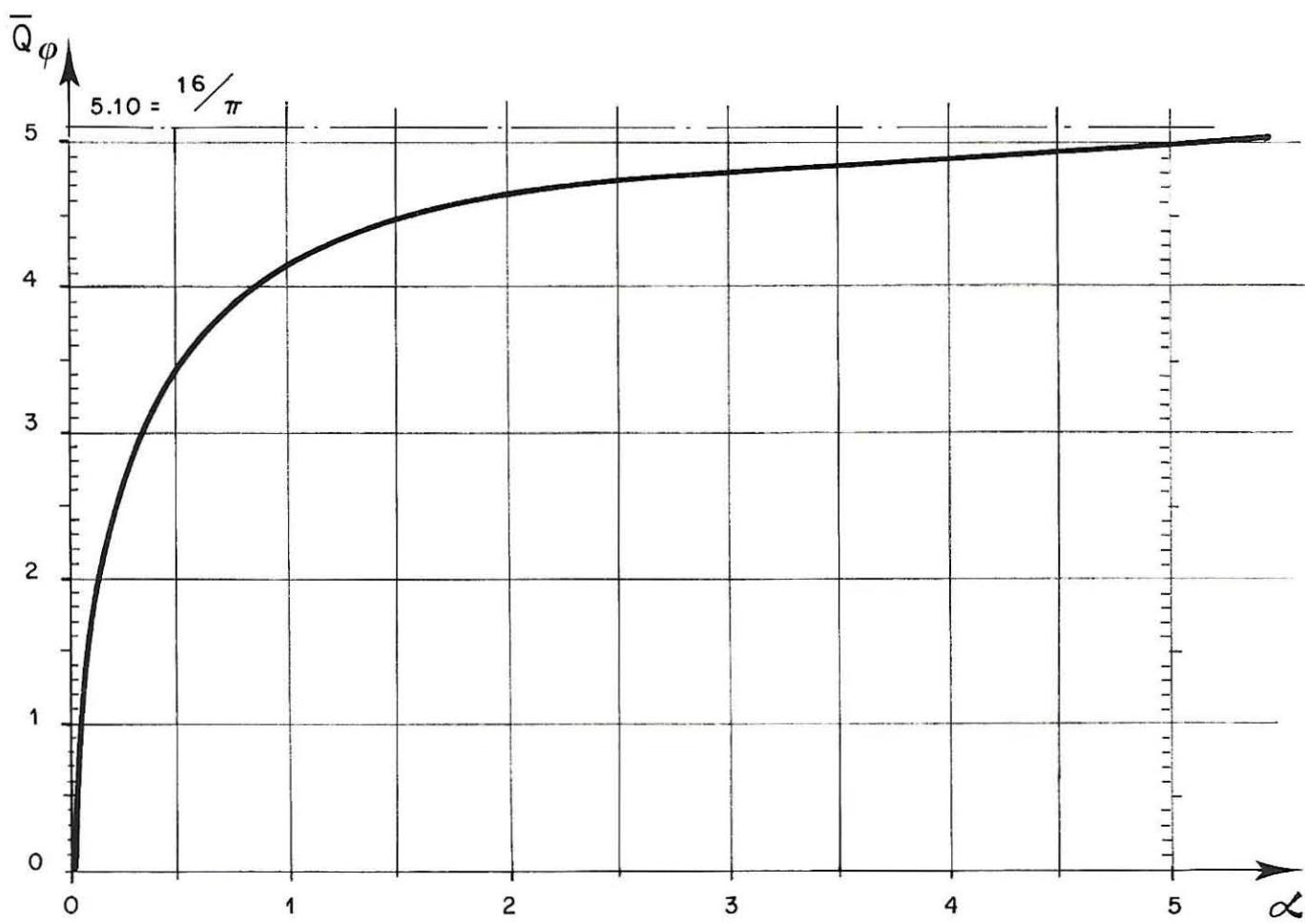
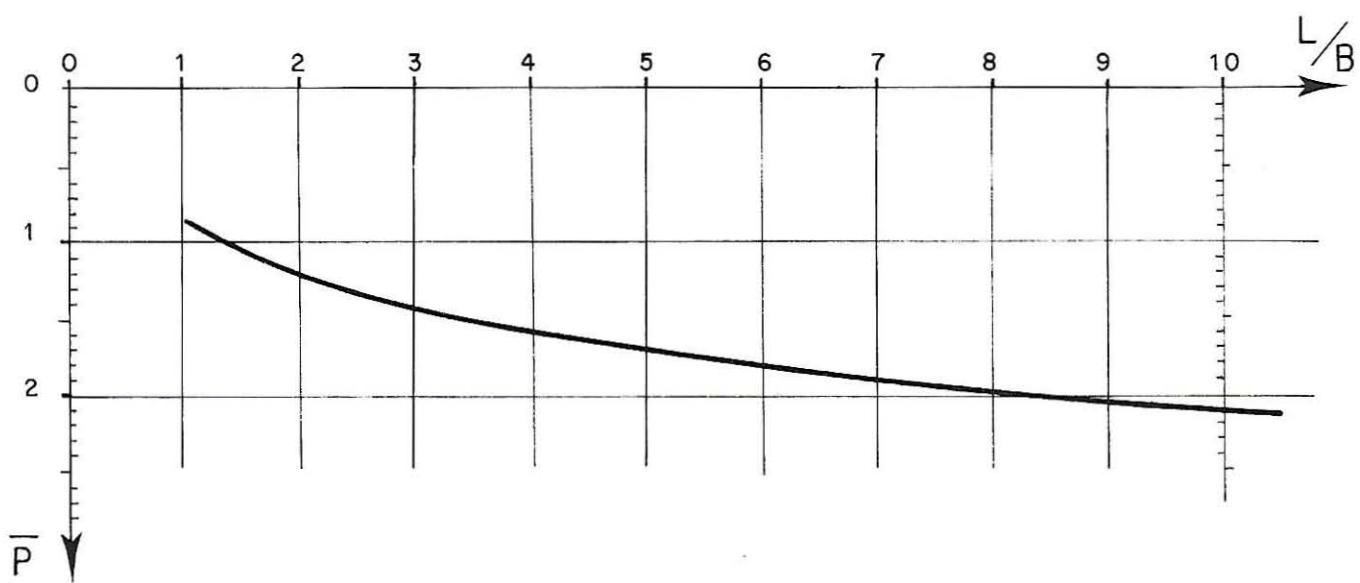
Des tables pour le calcul des contraintes provoquées dans le sol par une fondation rectangulaire rigide sont en cours d'élaboration. En attendant, on pourra se reporter aux tables concernant les fondations rectangulaires linéairement chargées (1).

(1) Voir les sections "Fondation rectangulaire exerçant une charge linéairement répartie" et "Fondation rectangulaire exerçant une charge normale linéairement répartie". (Sections 4-1 et 4-2.)

TABLES ET GRAPHIQUES

- Calcul du tassement
Coefficient : \bar{P} p. 208-209
- Calcul de la rotation
Coefficient : \bar{Q}_ϕ p. 208-209

4-5

4-5

L/B	\bar{P}	L/B	\bar{P}	L/B	\bar{P}
1	0.88	1.9	1.19	5	1.72
1.1	0.92	2	1.21	6	1.83
1.2	0.96	2.2	1.26	7	1.92
1.3	1.00	2.4	1.31	8	2.00
1.4	1.03	2.5	1.33	9	2.07
1.5	1.07	3	1.43	10	2.13
1.6	1.10	3.5	1.52	15	2.37
1.7	1.13	4	1.59	20	2.54
1.8	1.16	4.5	1.66	∞	∞

α	\bar{Q}_ϕ	α	\bar{Q}_ϕ	α	\bar{Q}_ϕ
0	0	0.45	3.32	0.9	4.03
0.05	1.04	0.5	3.43	1	4.13
0.1	1.61	0.55	3.54	1.5	4.44
0.15	2.02	0.6	3.64	2	4.60
0.2	2.36	0.65	3.72	3	4.78
0.25	2.61	0.7	3.80	4	4.87
0.3	2.84	0.75	3.86	5	4.94
0.35	3.02	0.8	3.94	10	5.05
0.4	3.18	0.85	3.98	∞	5.10

BIBLIOGRAPHIE

Les résultats donnés ici sont le fruit de calculs que nous avons fait à partir de premiers résultats obtenus par Gorbounov-Posadov [3] et repris par Touzot [4]. La valeur de la rotation d'une fondation rectangulaire de longueur infinie a été donnée par Frohlich [2]. Ce problème a été également traité par Absi [1] ; toutefois ses résultats diffèrent légèrement des nôtres en ce qui concerne le coefficient \bar{Q}_ϕ .

REFERENCES

- [1] E. ABSI, "Etude de problèmes particuliers", Annales de l'I.T.B.T.P., 265, TMC (Janv. 1970), 174-187.
- [2] O.K. FROHLICH, "Über eine einfache Anwendung der Potentialtheorie auf die Berechnung der Schiefstellung von Bauwerken", Anzeiger Math. Natur. Klasse der Osterr. Akad. Wissenschaften, 7 (Wien, Janv. 1952).
- [3] M.I. GORBOUNOV-POSADOV, "Obliczanie Konstrukcji na Podlozu Sprezystym", Wydawnictwo Budownictwa i Architektury (Varsovie, 1956), p. 434.
- [4] G. TOUZOT, "Etude de plaques rigides et flexibles reposant sur massifs élastiques", Thèse de Doctorat de Spécialité, Université de Grenoble (1967).

SECTION 4-6

4-6

REMBLAIS A BASE RECTANGULAIRE

sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

4-6

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si le sol n'est pas homogène, les valeurs données ici pour σ_z peuvent cependant être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles sauf peut-être dans le cas d'une *couche de sol très dur reposant sur des terrains bien plus mous*. Au contraire, pour que les valeurs du tassement données ici soient correctes, il faut que les hypothèses (homogénéité et épaisseur infinie) soient respectées, du moins avec une bonne approximation. Par exemple, si le sol est composé d'une couche homogène d'épaisseur H reposant sur un substratum peu déformable, il faut pour que l'erreur sur le tassement soit inférieure à 20 % que la condition suivante soit respectée :

$$(1) \quad H \geq L + 2B,$$

avec :

L, B : longueur et largeur de la base du remblai.

DEFINITION DE LA CHARGE

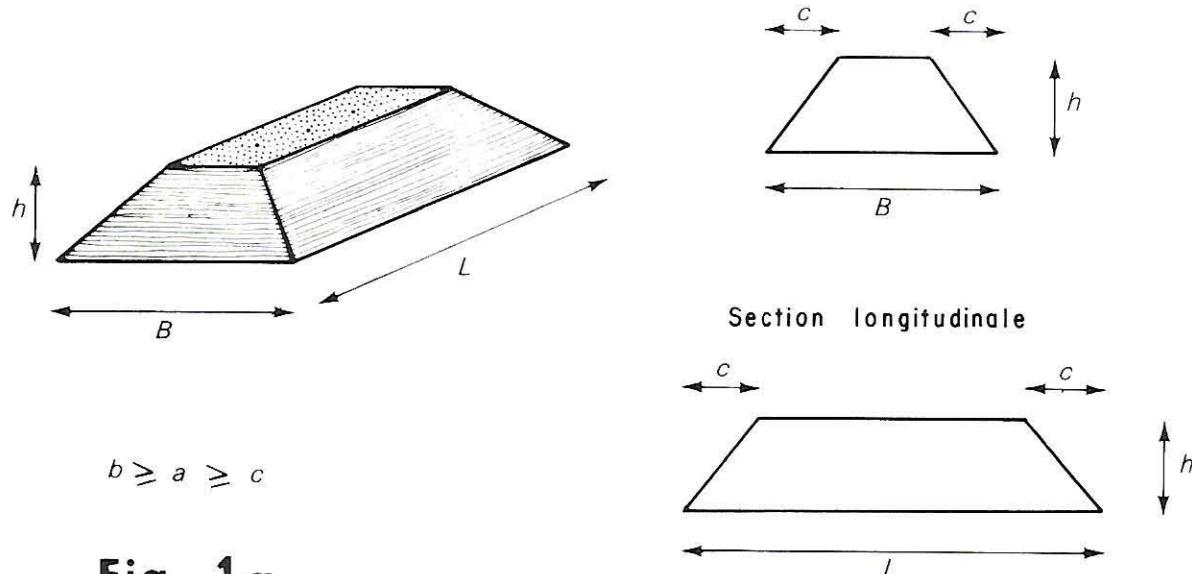
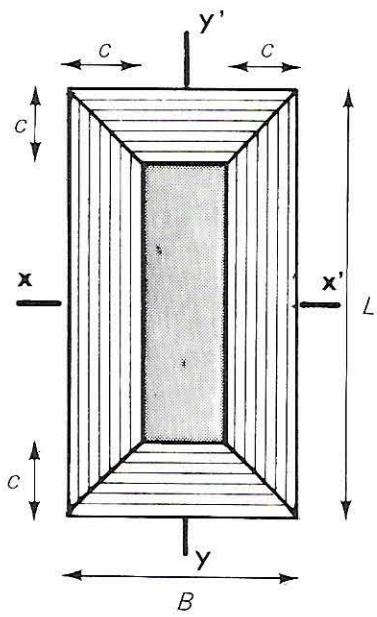
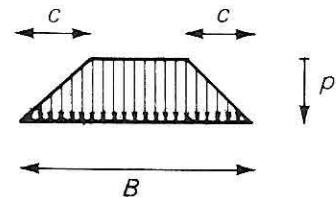
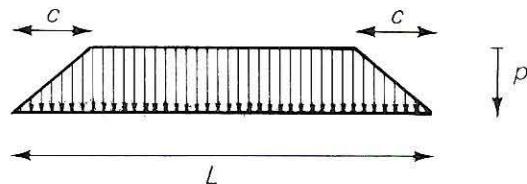
La charge exercée sur le sol se déduit de la forme du remblai par une affinité de rapport γ (*poids volumique du matériau en remblai*). La géométrie du remblai est définie sur la figure 1a et la charge qu'il exerce sur le sol sur la figure 1b. La charge augmente linéairement depuis zéro sur le bord du rectangle de base jusqu'à la valeur p , répartie uniformément sur le rectangle central. La contrainte p s'exprime par :

$$(2) \quad p = \gamma h = \rho g h$$

avec :

p : contrainte normale sur le rectangle central ;
 γ, ρ : poids et masse volumiques du matériau en remblai ;
 h : hauteur du remblai ;
 g : accélération de la pesanteur.

Section transversale

**Fig. 1a****4-6****Fig. 1b**Section transversale $x-x'$ Section longitudinale $y-y'$ 

█ Contrainte normale uniformément répartie

█ Représentation des lignes d'égale pression

FIG. 1. — Définition du remblai et de la charge qu'il exerce sur le sol.

Exemple 1 :

La hauteur du remblai est 12 m (40 ft) et son poids volumique est 1,78 t/m³ (110 lb/cu. ft). Quelle est la valeur de p ?

Système international :

$$p = 1\ 780 \times 9,81 \times 12 = 2,1 \times 10^5 \text{ pascals} = 2,1 \text{ bars}$$

Système français :

$$p = 1,78 \times 12 = 21,4 \text{ t/m}^2 = 2,14 \text{ kg/cm}^2$$

Système britannique :

$$p = 110 \times 40 = 4\ 400 \text{ lb/sq. ft} = 30,5 \text{ p.s.i.}$$

4-6

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Le tassement a été calculé en 7 points différents de la surface du sol en contact avec le remblai définis sur les figures 2 et 3. Il s'exprime à l'aide de la formule suivante :

$$(3) \quad w = \frac{1 - v^2}{E} p_{BK}$$

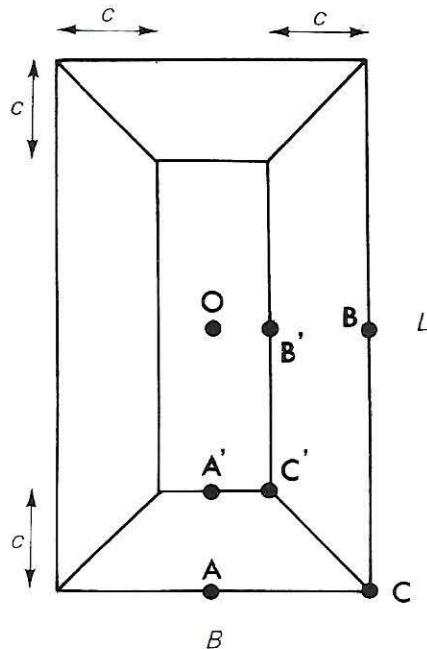
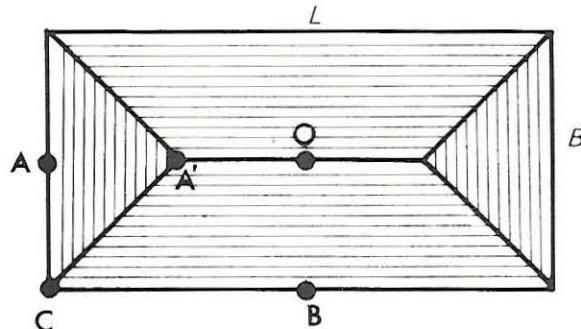
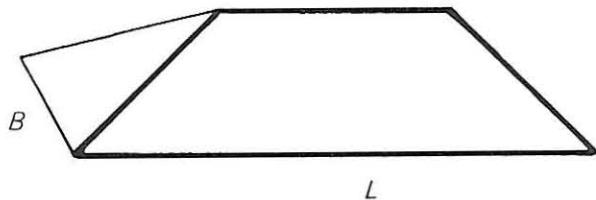


FIG. 2. — Position des points où est donné le tassement.

FIG. 3. — Cas particulier : $c = 0$.

4-6

avec :

 E , ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ; p : contrainte normale définie par la formule (2) ; L , B : longueur et largeur du rectangle de base ; c : largeur de la pente du remblai ; K : coefficient sans dimensions, relatif au point considéré et donné dans les tables et graphiques en fonction de L/B et c/B .Exemple 2 :

Considérons un remblai de longueur 144 m (480 ft), de largeur 96 de hauteur 12 m (40 ft) et de pente latérale $26,5^\circ$. Le poids volumique du matériau en remblai est $1,78 \text{ t/m}^3$ (110 lb/cu. ft) et les propriétés du sol sont $E = 500 \text{ bars}$ ($1,05 \times 10^6 \text{ lb/sq. ft}$) et $\nu = 0,3$. Quels tassements peut-on prédire ?

En premier lieu calculons l'épaisseur minimale que doit avoir la couche de sol à peu près homogène pour que le calcul direct du tassement soit valable. Pour cela, appliquons la formule (1) :

$$\begin{aligned} H &\geq 144 + 2 \times 96 = 336 \text{ m} \\ &\geq 480 + 2 \times 320 = 1120 \text{ ft.} \end{aligned}$$

Calculons ensuite c :

$$c = h/\tan 26,5^\circ = 2 h = 24 \text{ m (80 ft).}$$

Donc :

$$c/B = 0,25 \quad \text{et} \quad L/B = 1,5.$$

D'autre part :

$$p = 2,1 \text{ bars (4400 lb/sq. ft) d'après l'exemple 1.}$$

Le tassement est alors donné par la formule (3) :

$$w = \frac{1 - (0,3)^2}{600} \times 2,1 \times 96 \times K = 0,367 \text{ K (mètres)} = 36,7 \text{ K (centimètres)}$$

$$= \frac{1 - (0,3)^2}{1,05 \times 10^6} \times 4400 \times 320 \times K = 1,22 \text{ K (feet)} = 14,6 \text{ K (inches).}$$

D'après les tables de K, on obtient alors, par valeurs décroissantes :

K_0	$w_0 \approx 39 \text{ cm (15,5 in.)}$
K_B	$w_B \approx 35 \text{ cm (14 in.)}$
K_A	$w_A \approx 32 \text{ cm (13 in.)}$
K_C	$w_C \approx 29 \text{ cm (11,5 in.)}$
K_B	$w_B \approx 21 \text{ cm (8,5 in.)}$
K_A	$w_A \approx 19 \text{ cm (7,5 in.)}$
K_C	$w_C \approx 14 \text{ cm (5,5 in.)}$

4-6

CALCUL DES CONTRAINTES

Les tables ne donnent que la contrainte σ_z et uniquement dans le cas d'un remblai à base carrée ($L = B$).

— Sous le centre du remblai :

$$(4) \quad \sigma_z = \frac{p}{2c} \left[B \pi_o(z/B) - (B - 2c) \pi_o(z/(B - 2c)) \right]$$

et, si $2c = B$ (remblai pyramidal) :

$$(5) \quad \sigma_z = p \pi_o(z/B).$$

— Sous le coin du remblai et uniquement si $2c = B$:

$$(6) \quad \sigma_z = p \pi_c(z/B),$$

avec :

- p : contrainte normale définie par la formule (2) ;
- B : côté de la base carrée du remblai ;
- c : largeur de la pente (Fig. 1) ;
- z : profondeur à laquelle est calculée la contrainte σ_z ;
- π_0 et π_c : coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans une table en fonction de ζ ;
- ζ : paramètre sans dimensions valant z/B ou $z/(B - 2c)$ comme cela est indiqué entre parenthèses dans les formules.

4-6

Exemple 3 :

Considérons un remblai dont la base carrée a pour côté 48 m (160 ft) et de 6 m (20 ft) de hauteur. La pente latérale est de $26,5^\circ$ et le poids volumique du matériau en remblai est $1,78 \text{ t/m}^3$ (110 lb/cu. ft). Quelle est la contrainte σ_z à 24 m (80 ft) de profondeur sous le centre de ce remblai ?

D'après l'exemple 1, la contrainte p vaut :

$$p = 1,05 \text{ bar (2200 lb/sq. ft)}.$$

Calculons c :

$$c = h / (\operatorname{tg} 26,5^\circ) = 2 h = 12 \text{ m (40 ft)}.$$

Appliquons alors la formule (4) :

$$\sigma_z = \frac{1,05}{24} [48 \times 0,590 - 24 \times 0,333] = 0,89 \text{ bar}$$

$$= \frac{2,200}{80} [160 \times 0,590 - 80 \times 0,333] = 1860 \text{ lb/sq. ft.}$$

Les valeurs 0,590 et 0,333 du coefficient π_0 étant lues dans la table pour $\zeta = 0,5$ et $\zeta = 1$.

TABLES ET GRAPHIQUES

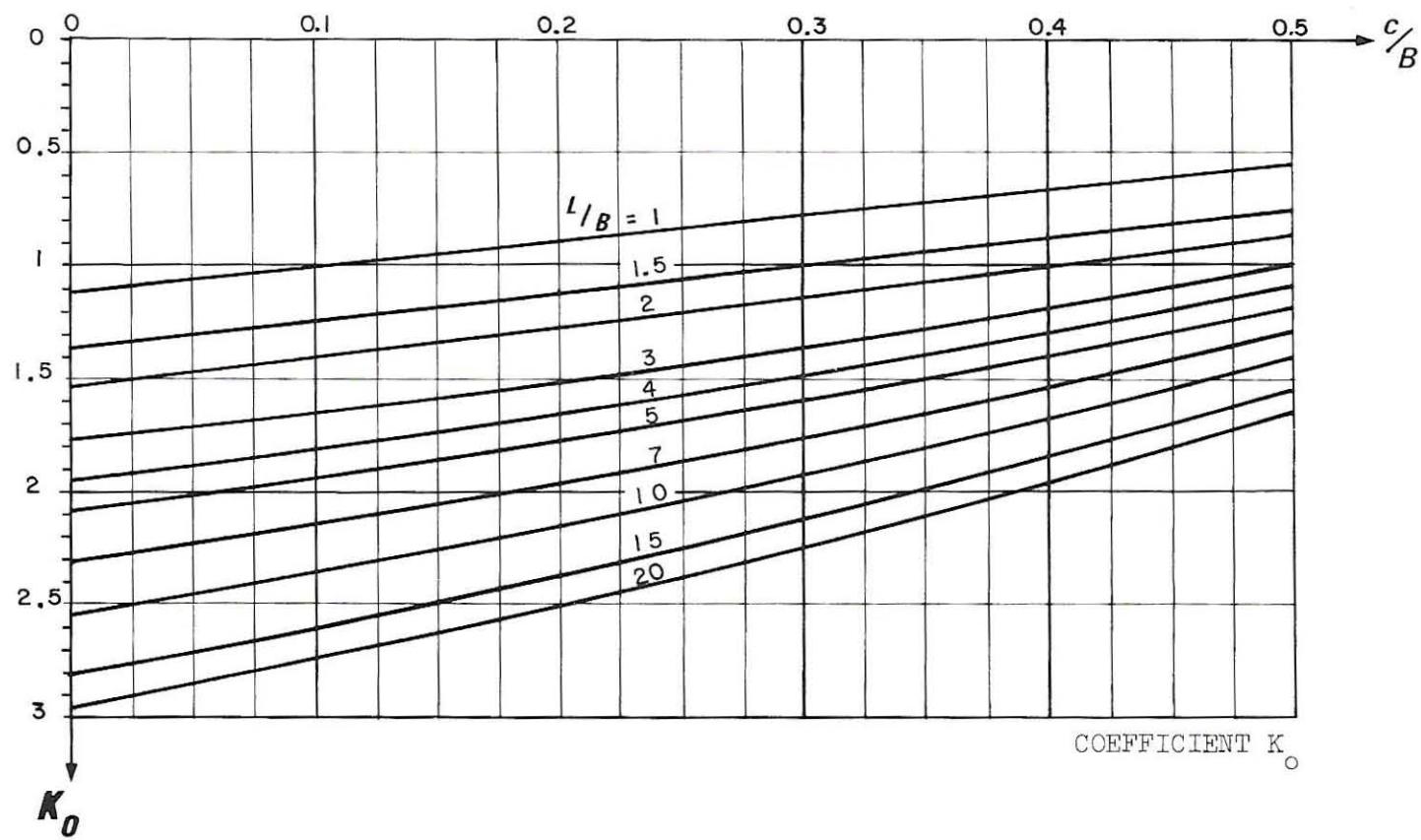
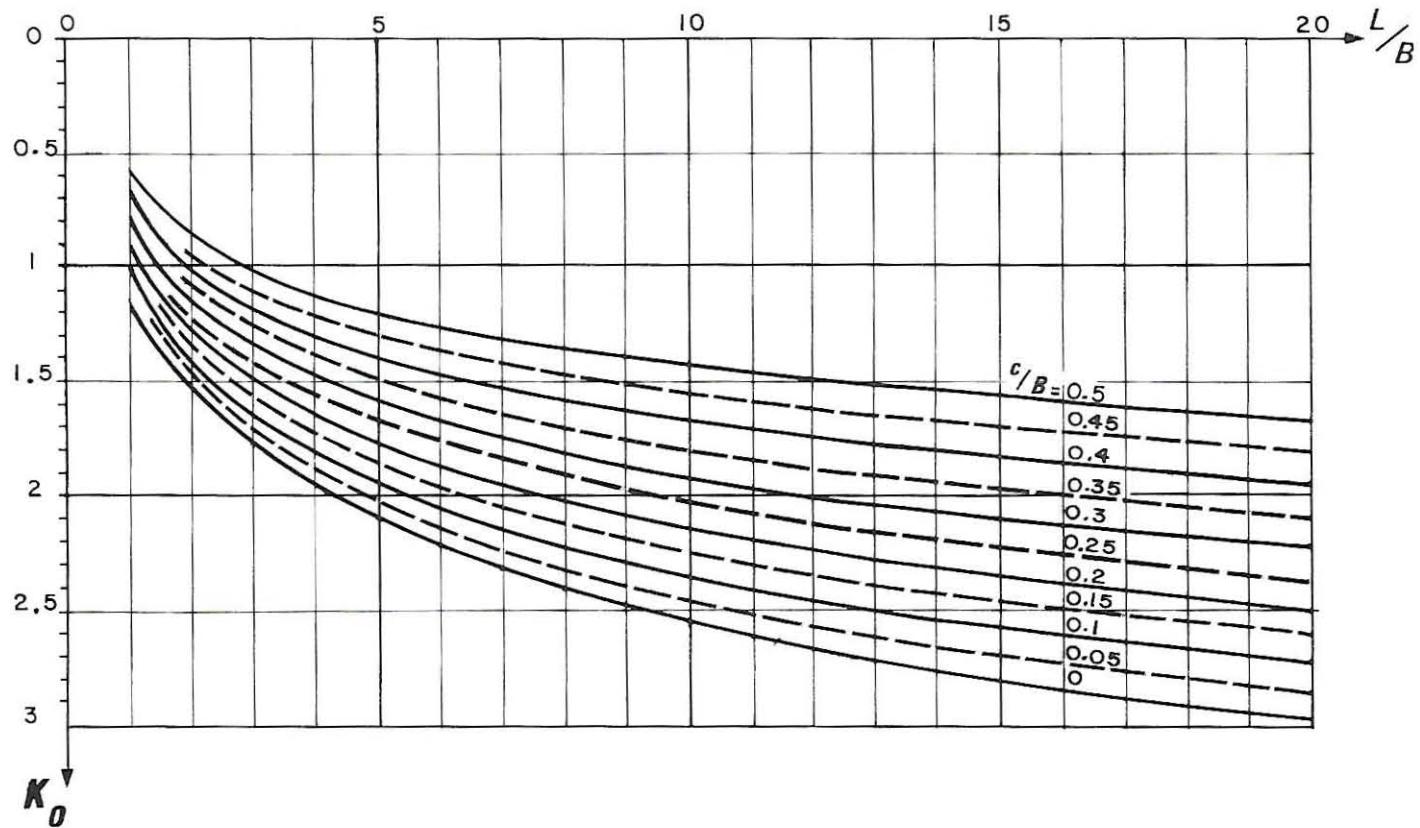
— Calcul du tassement

Coefficients : $K_O, K_A, K_B, K_C, K_{A'}, K_{B'}, K_{C'} \dots$ p. 218 à 231

— Calcul des contraintes

Coefficients : $\Pi_c, \Pi_o \dots$ p. 232

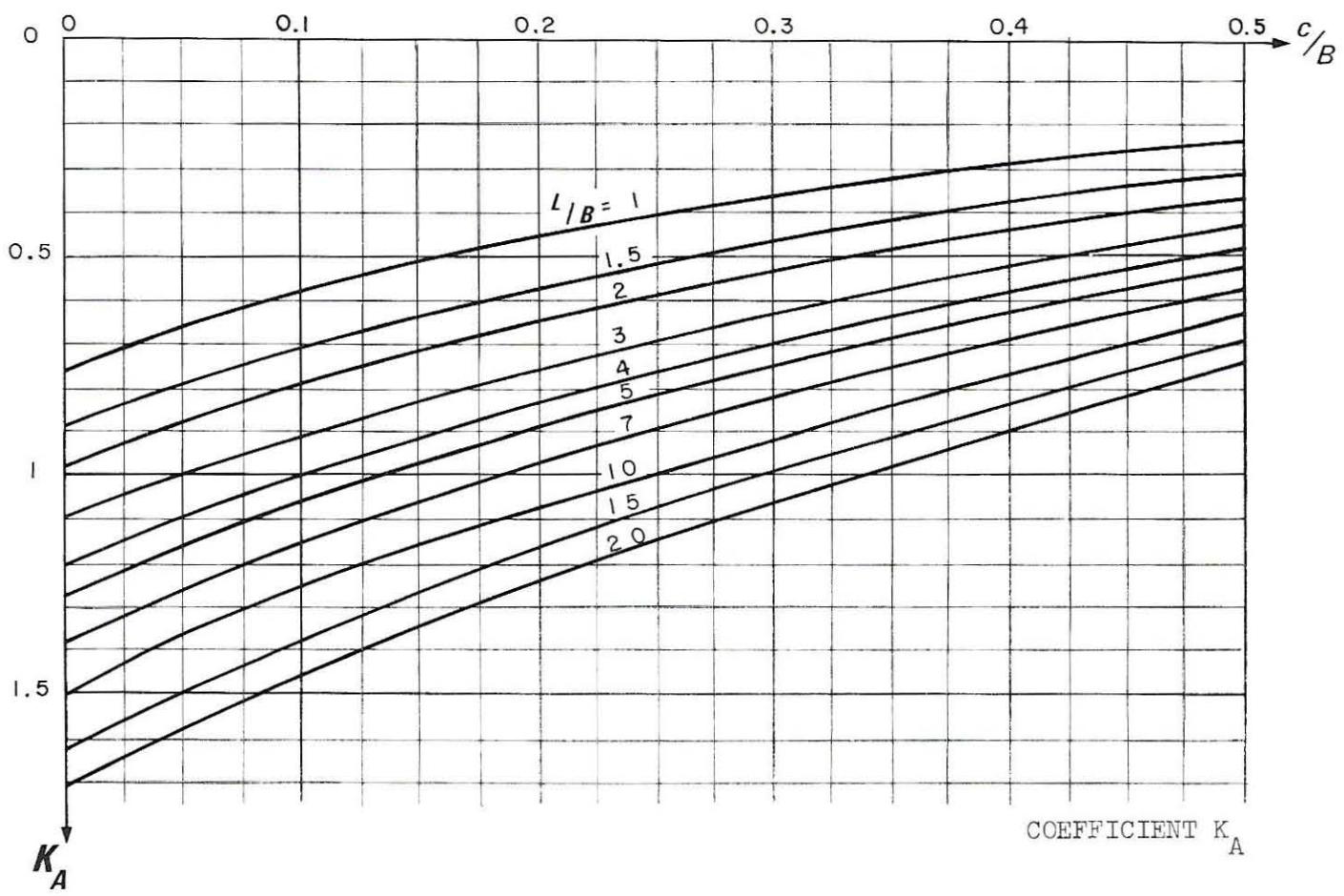
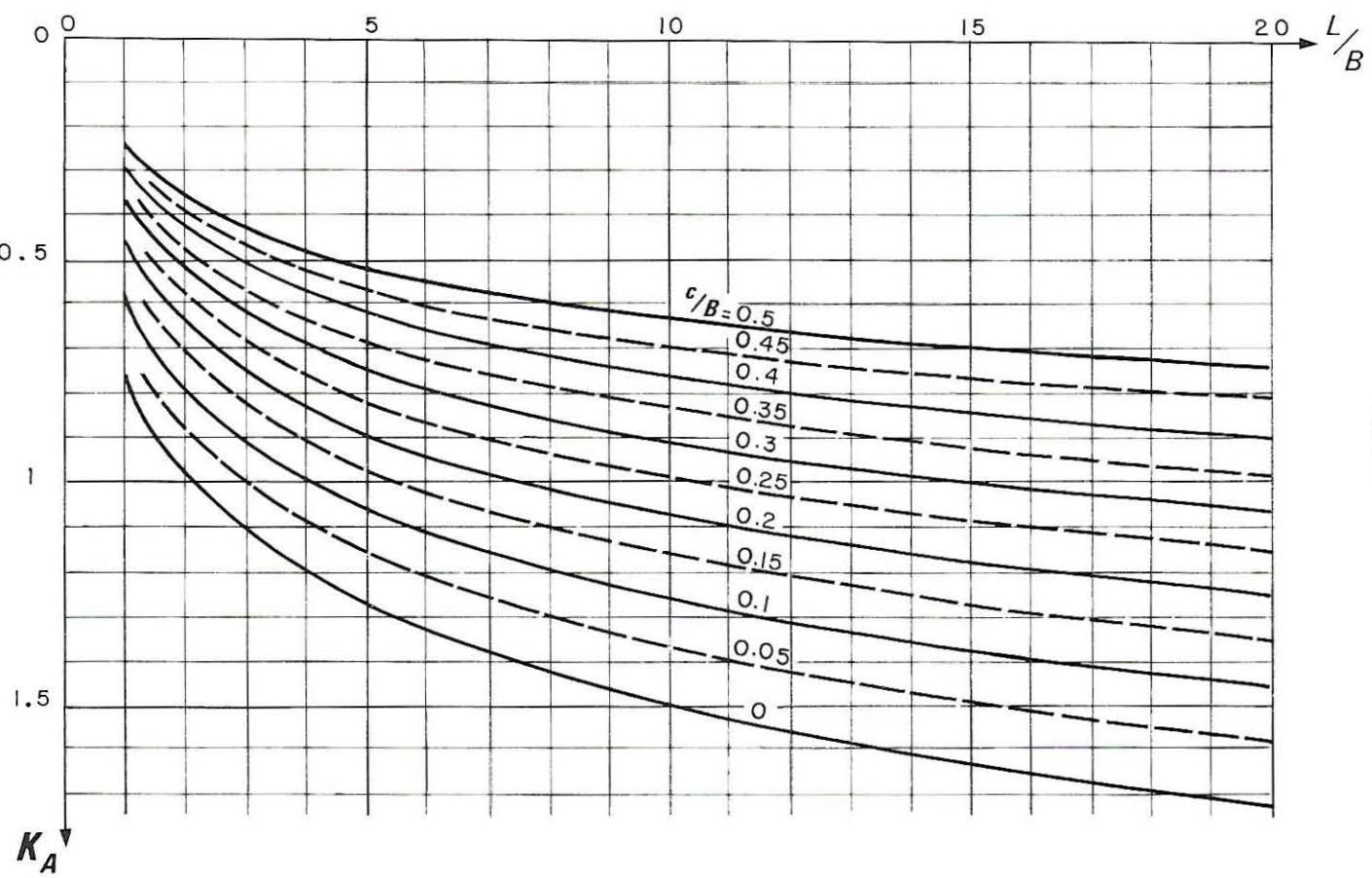
L / B	C/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	1.122	1.066	1.010	0.954	0.898	0.842	0.786	0.729	0.673	0.617	0.561
1,1	1.176	1.120	1.064	1.007	0.951	0.895	0.838	0.782	0.725	0.668	0.610
1,2	1.226	1.170	1.113	1.057	1.000	0.943	0.886	0.829	0.771	0.712	0.651
1,3	1.273	1.216	1.159	1.102	1.044	0.987	0.929	0.870	0.811	0.751	0.687
1,4	1.317	1.259	1.201	1.144	1.086	1.027	0.968	0.909	0.848	0.785	0.719
1,5	1.358	1.300	1.241	1.183	1.124	1.064	1.004	0.943	0.881	0.817	0.748
1,6	1.396	1.338	1.279	1.219	1.159	1.099	1.038	0.976	0.912	0.845	0.774
1,7	1.433	1.373	1.314	1.254	1.193	1.131	1.069	1.005	0.940	0.872	0.798
1,8	1.467	1.407	1.347	1.286	1.224	1.162	1.098	1.033	0.966	0.896	0.821
1,9	1.500	1.440	1.378	1.316	1.254	1.190	1.126	1.059	0.991	0.919	0.842
2	1.532	1.470	1.408	1.345	1.282	1.217	1.151	1.084	1.014	0.941	0.861
2,2	1.590	1.527	1.464	1.399	1.334	1.267	1.199	1.129	1.057	0.980	0.897
2,4	1.644	1.580	1.514	1.448	1.381	1.312	1.242	1.170	1.095	1.016	0.930
2,5	1.669	1.604	1.538	1.471	1.403	1.333	1.262	1.189	1.113	1.032	0.945
3	1.783	1.714	1.644	1.573	1.501	1.427	1.351	1.273	1.191	1.105	1.011
4	1.964	1.889	1.812	1.734	1.654	1.573	1.489	1.402	1.311	1.216	1.112
5	2.105	2.024	1.942	1.858	1.772	1.684	1.594	1.500	1.403	1.300	1.189
6	2.220	2.135	2.048	1.959	1.868	1.775	1.679	1.580	1.476	1.368	1.250
7	2.318	2.228	2.137	2.044	1.949	1.851	1.750	1.646	1.538	1.424	1.302
8	2.403	2.309	2.214	2.117	2.018	1.917	1.812	1.704	1.591	1.473	1.347
9	2.477	2.381	2.283	2.182	2.080	1.974	1.866	1.754	1.638	1.516	1.386
10	2.544	2.445	2.343	2.240	2.134	2.026	1.914	1.799	1.680	1.554	1.420
15	2.802	2.691	2.577	2.462	2.344	2.223	2.099	1.971	1.839	1.700	1.553
20	2.985	2.865	2.743	2.619	2.492	2.362	2.229	2.092	1.950	1.803	1.646
30	3.243	3.111	2.976	2.839	2.700	2.557	2.411	2.262	2.107	1.947	1.777
40	3.426	3.285	3.142	2.996	2.847	2.695	2.541	2.382	2.218	2.049	1.870
50	3.568	3.420	3.270	3.117	2.961	2.803	2.641	2.475	2.304	2.127	1.941
100	4.010	3.840	3.668	3.493	3.315	3.135	2.951	2.763	2.570	2.371	2.163
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞



K A

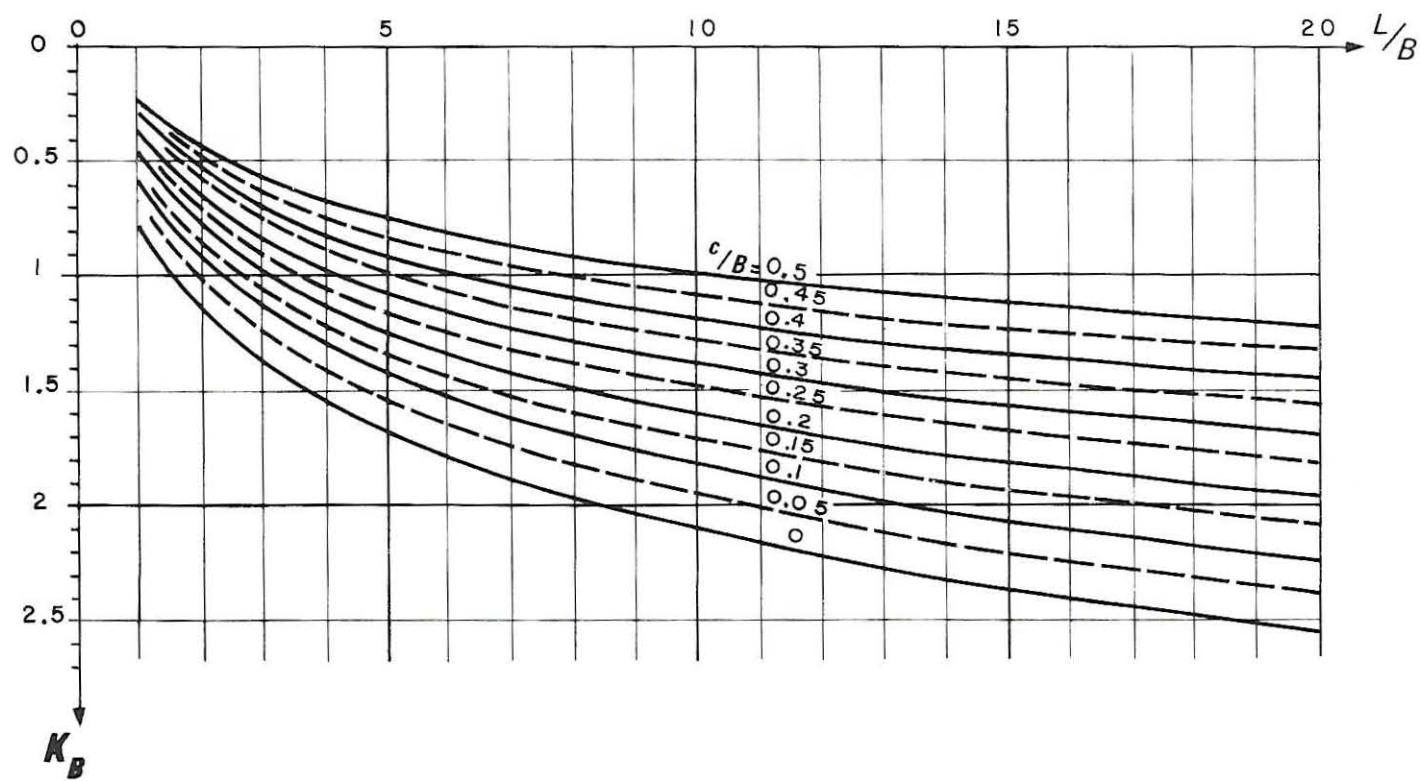
L/B	C/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0.766	0.665	0.588	0.521	0.462	0.410	0.364	0.324	0.288	0.258	0.232
1,1	0.795	0.693	0.615	0.548	0.488	0.435	0.388	0.346	0.309	0.278	0.250
1,2	0.822	0.719	0.641	0.572	0.512	0.458	0.409	0.367	0.329	0.295	0.266
1,3	0.847	0.743	0.664	0.595	0.533	0.478	0.429	0.385	0.346	0.311	0.281
1,4	0.870	0.766	0.686	0.616	0.553	0.498	0.447	0.402	0.362	0.326	0.295
1,5	0.892	0.787	0.706	0.635	0.572	0.515	0.464	0.418	0.377	0.340	0.307
1,6	0.912	0.806	0.725	0.653	0.589	0.532	0.480	0.433	0.390	0.352	0.318
1,7	0.931	0.825	0.742	0.670	0.605	0.547	0.494	0.446	0.403	0.364	0.329
1,8	0.949	0.842	0.759	0.686	0.621	0.561	0.508	0.459	0.415	0.375	0.339
1,9	0.966	0.858	0.775	0.701	0.635	0.575	0.521	0.471	0.426	0.385	0.349
2	0.982	0.874	0.790	0.715	0.649	0.588	0.533	0.483	0.437	0.395	0.358
2,2	1.012	0.903	0.817	0.742	0.674	0.612	0.555	0.504	0.456	0.413	0.374
2,4	1.039	0.929	0.843	0.766	0.697	0.634	0.576	0.523	0.474	0.430	0.389
2,5	1.052	0.942	0.854	0.777	0.708	0.644	0.585	0.532	0.482	0.437	0.396
3	1.110	0.997	0.907	0.828	0.755	0.689	0.628	0.571	0.519	0.471	0.427
4	1.201	1.084	0.991	0.907	0.831	0.760	0.694	0.633	0.577	0.524	0.475
5	1.272	1.152	1.055	0.968	0.888	0.814	0.746	0.681	0.621	0.565	0.512
6	1.330	1.207	1.108	1.018	0.936	0.859	0.787	0.720	0.657	0.598	0.542
7	1.379	1.254	1.152	1.060	0.975	0.896	0.822	0.752	0.687	0.625	0.567
8	1.422	1.294	1.191	1.097	1.010	0.929	0.852	0.781	0.713	0.649	0.589
9	1.459	1.330	1.225	1.129	1.040	0.957	0.879	0.805	0.736	0.670	0.608
10	1.493	1.362	1.255	1.158	1.067	0.983	0.903	0.828	0.756	0.689	0.625
15	1.622	1.485	1.372	1.268	1.171	1.080	0.994	0.912	0.835	0.761	0.690
20	1.713	1.572	1.454	1.346	1.245	1.149	1.059	0.972	0.890	0.812	0.736
30	1.842	1.695	1.571	1.456	1.349	1.247	1.150	1.057	0.968	0.883	0.801
40	1.934	1.781	1.653	1.534	1.422	1.315	1.214	1.117	1.023	0.934	0.847
50	2.005	1.849	1.717	1.595	1.479	1.369	1.264	1.163	1.066	0.973	0.883
100	2.225	2.060	1.916	1.783	1.656	1.535	1.418	1.307	1.199	1.095	0.994
∞											

4-6

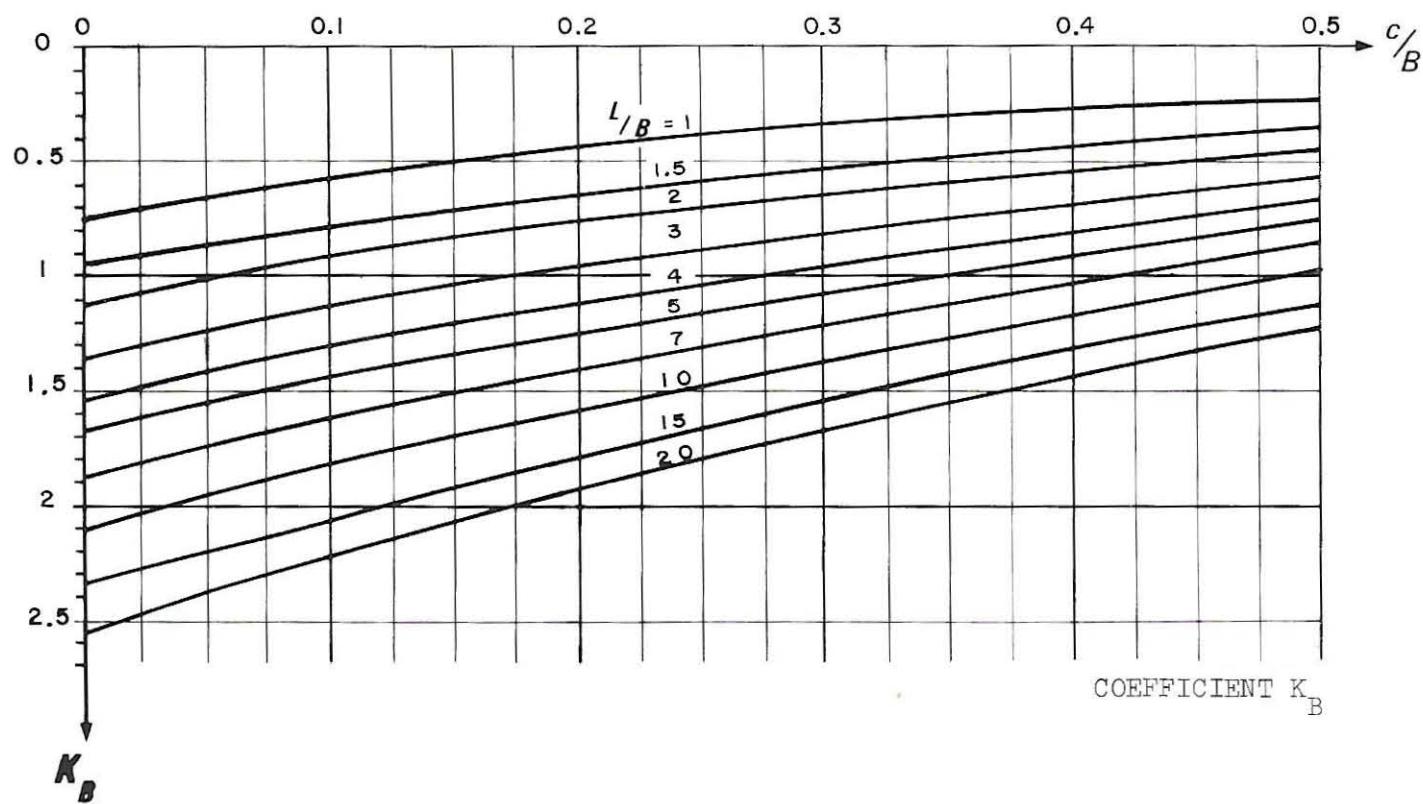




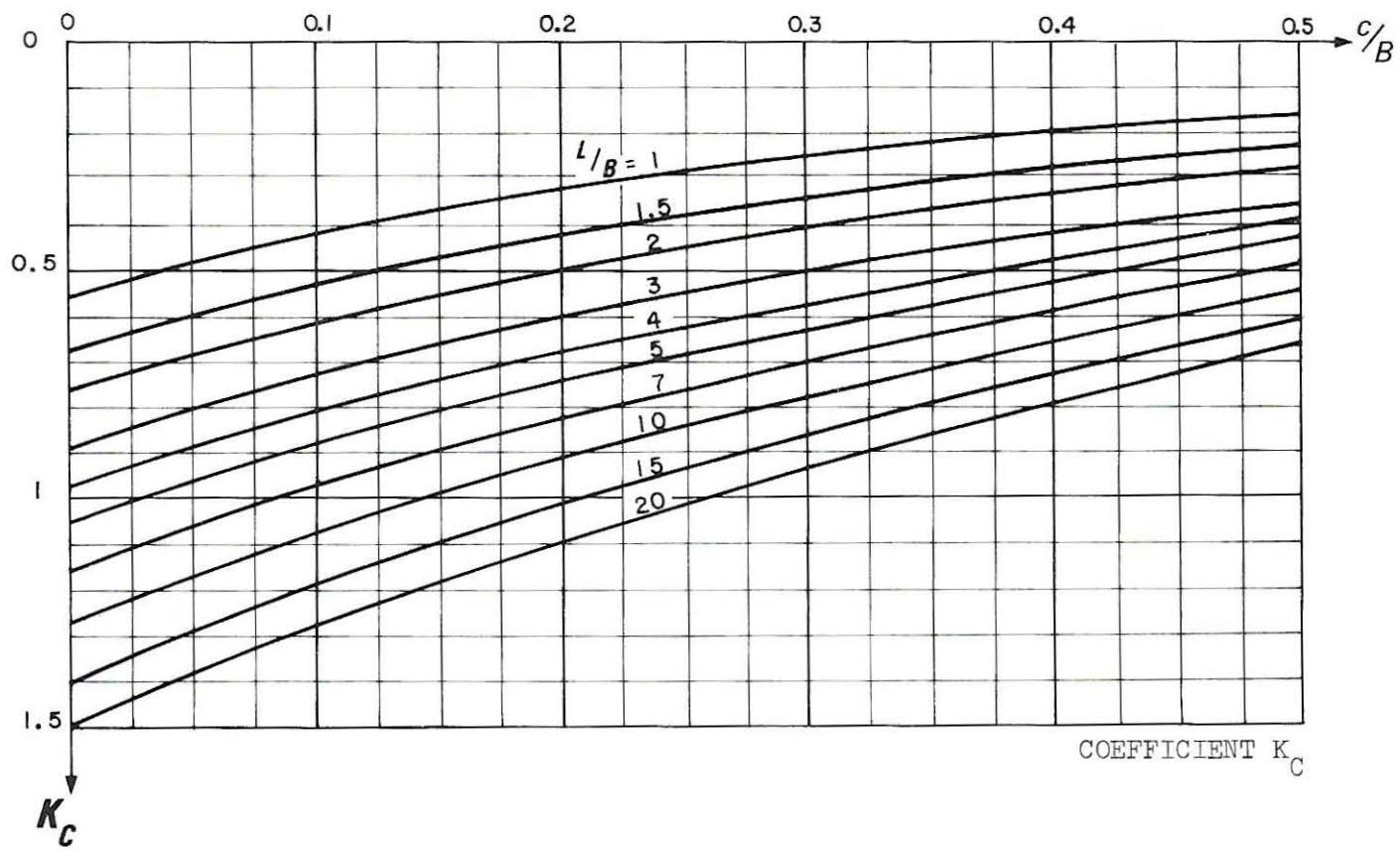
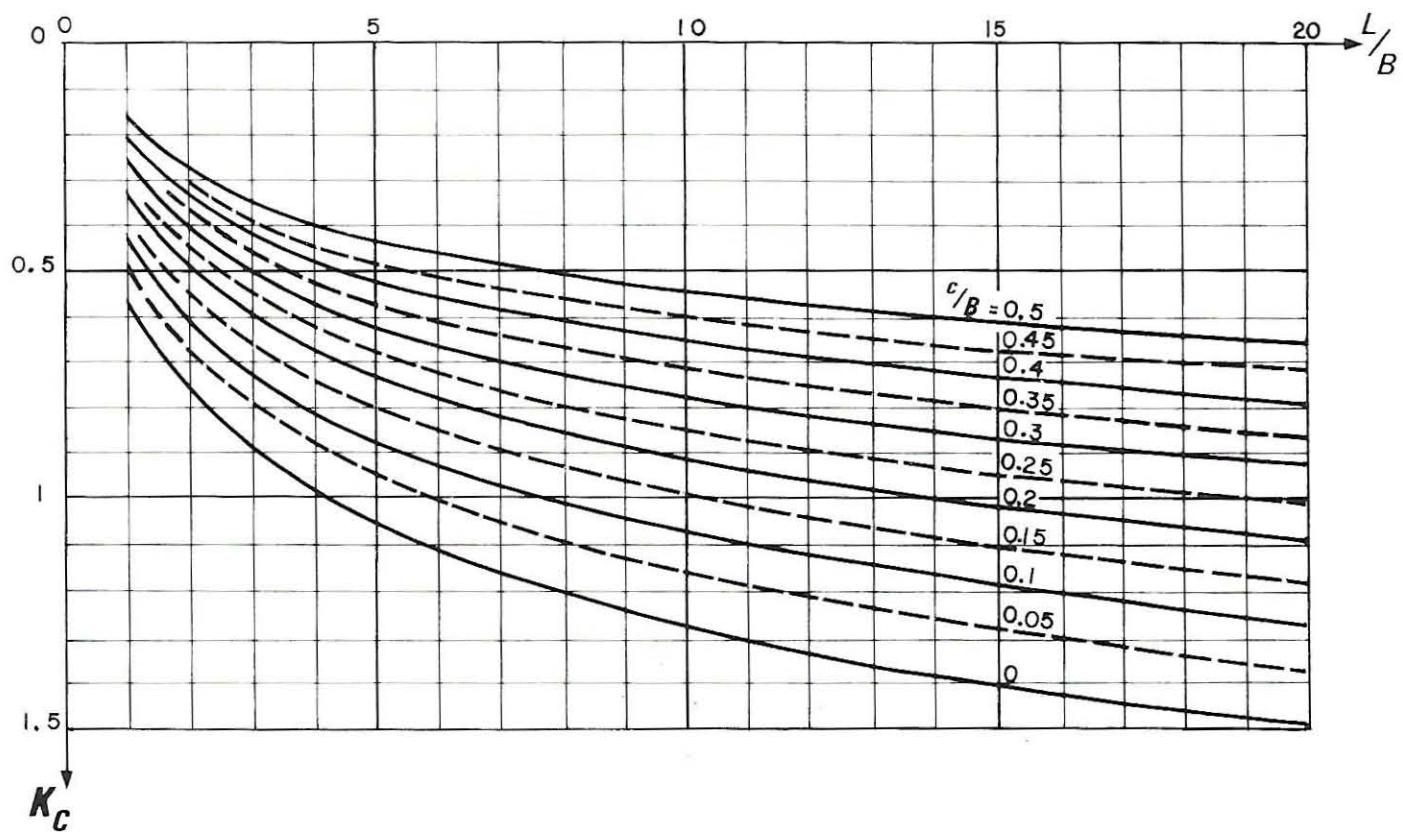
L/B	C/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0.766	0.665	0.588	0.521	0.462	0.410	0.364	0.324	0.288	0.258	0.232
1,1	0.810	0.708	0.630	0.562	0.502	0.448	0.400	0.358	0.320	0.287	0.259
1,2	0.852	0.749	0.670	0.601	0.540	0.484	0.434	0.390	0.350	0.315	0.284
1,3	0.892	0.788	0.708	0.638	0.575	0.518	0.467	0.420	0.378	0.341	0.308
1,4	0.930	0.825	0.744	0.672	0.608	0.550	0.497	0.449	0.405	0.366	0.331
1,5	0.966	0.860	0.778	0.705	0.640	0.580	0.526	0.476	0.431	0.389	0.352
1,6	1.000	0.893	0.810	0.737	0.670	0.609	0.553	0.502	0.455	0.412	0.373
1,7	1.033	0.925	0.841	0.766	0.699	0.637	0.579	0.527	0.478	0.433	0.392
1,8	1.064	0.955	0.870	0.795	0.726	0.663	0.604	0.550	0.500	0.453	0.410
1,9	1.094	0.984	0.898	0.822	0.752	0.688	0.628	0.572	0.521	0.473	0.428
2	1.122	1.012	0.925	0.848	0.777	0.711	0.651	0.594	0.541	0.491	0.445
2,2	1.176	1.064	0.976	0.897	0.824	0.756	0.693	0.634	0.578	0.526	0.476
2,4	1.226	1.113	1.023	0.942	0.867	0.797	0.732	0.670	0.612	0.557	0.505
2,5	1.250	1.136	1.045	0.963	0.887	0.817	0.750	0.688	0.628	0.572	0.519
3	1.358	1.240	1.145	1.059	0.979	0.904	0.833	0.766	0.701	0.639	0.580
4	1.532	1.408	1.306	1.213	1.126	1.044	0.965	0.889	0.816	0.745	0.676
5	1.669	1.540	1.433	1.334	1.241	1.153	1.067	0.985	0.905	0.827	0.751
6	1.783	1.649	1.537	1.433	1.335	1.241	1.151	1.063	0.977	0.893	0.812
7	1.880	1.741	1.625	1.517	1.415	1.317	1.221	1.129	1.038	0.950	0.863
8	1.964	1.822	1.702	1.590	1.484	1.382	1.282	1.185	1.091	0.998	0.907
9	2.038	1.893	1.770	1.654	1.545	1.439	1.336	1.236	1.137	1.041	0.945
10	2.105	1.956	1.830	1.712	1.599	1.490	1.384	1.280	1.178	1.078	0.980
15	2.362	2.202	2.063	1.933	1.808	1.686	1.568	1.451	1.337	1.224	1.112
20	2.544	2.376	2.229	2.090	1.956	1.825	1.698	1.572	1.449	1.326	1.205
30	2.802	2.621	2.462	2.310	2.163	2.020	1.880	1.742	1.605	1.470	1.336
40	2.985	2.795	2.627	2.466	2.311	2.159	2.009	1.862	1.716	1.572	1.428
50	3.127	2.930	2.755	2.587	2.425	2.266	2.109	1.955	1.802	1.650	1.500
100	3.568	3.351	3.153	2.964	2.779	2.598	2.419	2.243	2.068	1.894	1.722
∞											



4-6

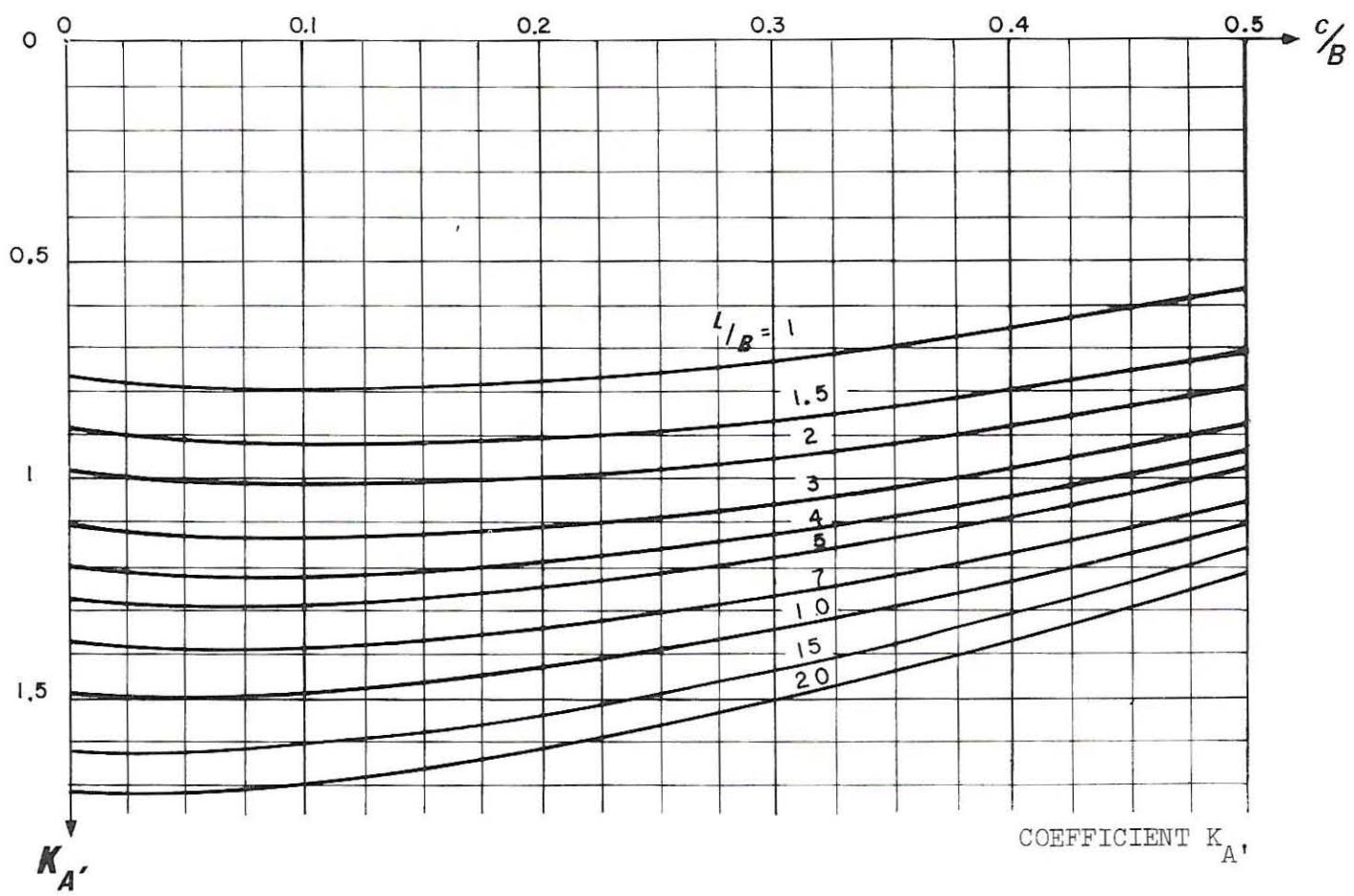
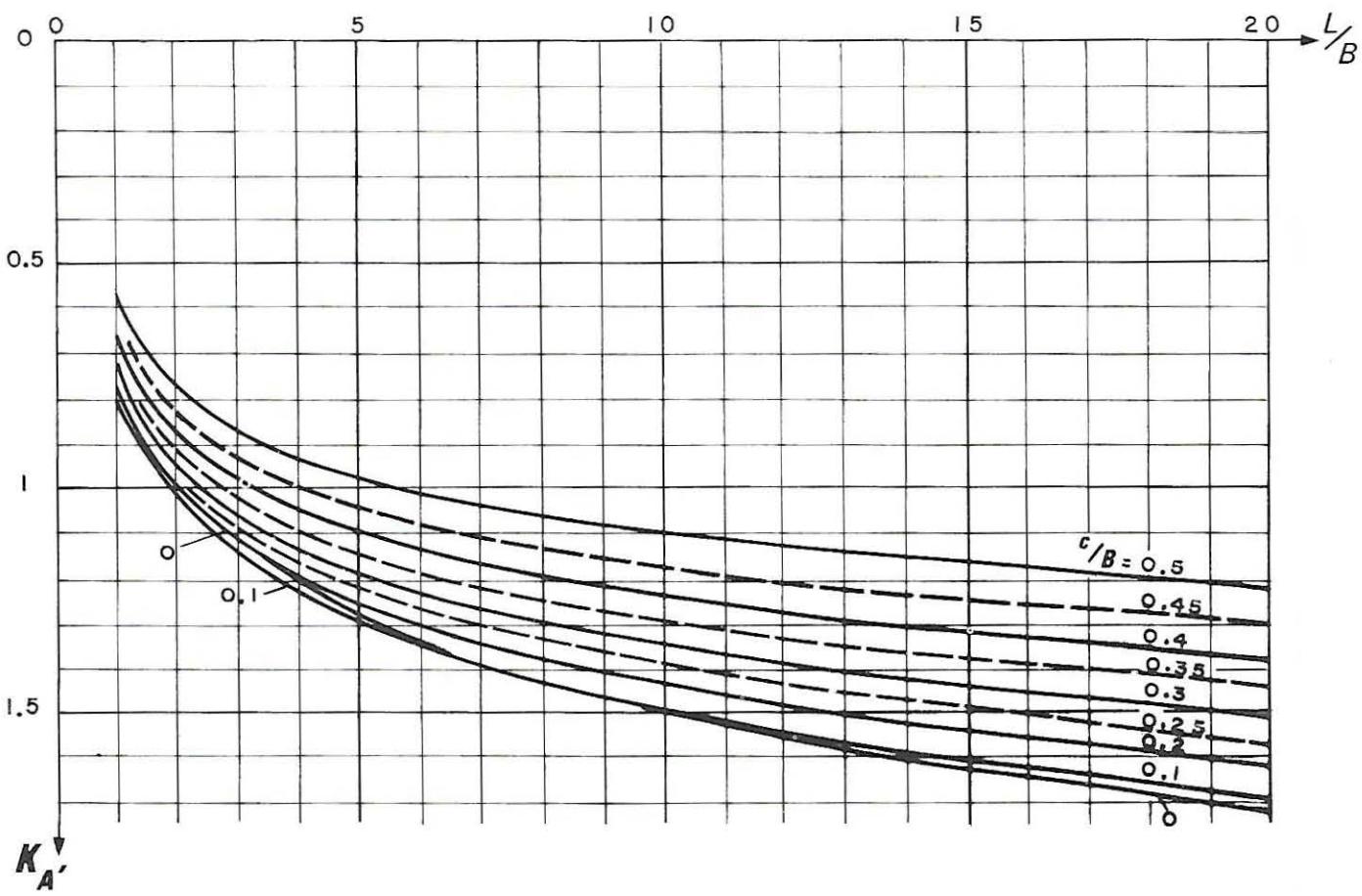


L/B	c/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0.561	0.479	0.420	0.371	0.328	0.291	0.258	0.229	0.204	0.182	0.164
1,1	0.588	0.505	0.445	0.395	0.351	0.313	0.279	0.249	0.223	0.200	0.180
1,2	0.613	0.529	0.469	0.418	0.373	0.334	0.298	0.267	0.240	0.216	0.195
1,3	0.636	0.552	0.491	0.439	0.393	0.353	0.317	0.284	0.256	0.230	0.208
1,4	0.658	0.573	0.511	0.458	0.412	0.370	0.333	0.300	0.270	0.244	0.220
1,5	0.679	0.593	0.530	0.476	0.429	0.387	0.349	0.315	0.284	0.256	0.232
1,6	0.698	0.612	0.548	0.494	0.446	0.403	0.364	0.329	0.297	0.268	0.243
1,7	0.716	0.629	0.565	0.510	0.461	0.417	0.378	0.342	0.309	0.280	0.253
1,8	0.734	0.646	0.581	0.525	0.476	0.431	0.391	0.354	0.320	0.290	0.262
1,9	0.750	0.662	0.596	0.540	0.490	0.444	0.403	0.366	0.331	0.300	0.271
2	0.766	0.677	0.611	0.554	0.503	0.457	0.415	0.377	0.342	0.309	0.280
2,2	0.795	0.705	0.638	0.579	0.527	0.480	0.437	0.397	0.361	0.327	0.296
2,4	0.822	0.731	0.662	0.603	0.550	0.501	0.457	0.416	0.378	0.343	0.311
2,5	0.835	0.743	0.674	0.614	0.560	0.511	0.466	0.424	0.386	0.350	0.317
3	0.892	0.797	0.726	0.664	0.607	0.556	0.508	0.464	0.422	0.384	0.348
4	0.982	0.884	0.809	0.742	0.682	0.626	0.574	0.525	0.479	0.436	0.395
5	1.052	0.951	0.873	0.803	0.739	0.680	0.624	0.572	0.523	0.476	0.432
6	1.110	1.006	0.925	0.853	0.786	0.724	0.666	0.611	0.559	0.509	0.462
7	1.159	1.053	0.969	0.895	0.826	0.761	0.701	0.643	0.589	0.536	0.487
8	1.201	1.093	1.008	0.931	0.860	0.794	0.731	0.671	0.615	0.560	0.508
9	1.239	1.129	1.042	0.963	0.890	0.822	0.758	0.696	0.637	0.581	0.527
10	1.272	1.161	1.072	0.992	0.917	0.848	0.781	0.718	0.658	0.600	0.545
15	1.401	1.284	1.188	1.102	1.021	0.945	0.873	0.803	0.736	0.672	0.610
20	1.493	1.371	1.271	1.180	1.095	1.014	0.937	0.863	0.792	0.723	0.656
30	1.622	1.493	1.387	1.290	1.199	1.111	1.028	0.947	0.870	0.794	0.721
40	1.713	1.580	1.470	1.368	1.272	1.180	1.092	1.007	0.925	0.845	0.767
50	1.784	1.648	1.534	1.429	1.329	1.234	1.142	1.054	0.968	0.884	0.803
100	2.005	1.859	1.733	1.617	1.506	1.400	1.297	1.197	1.101	1.006	0.914
∞											



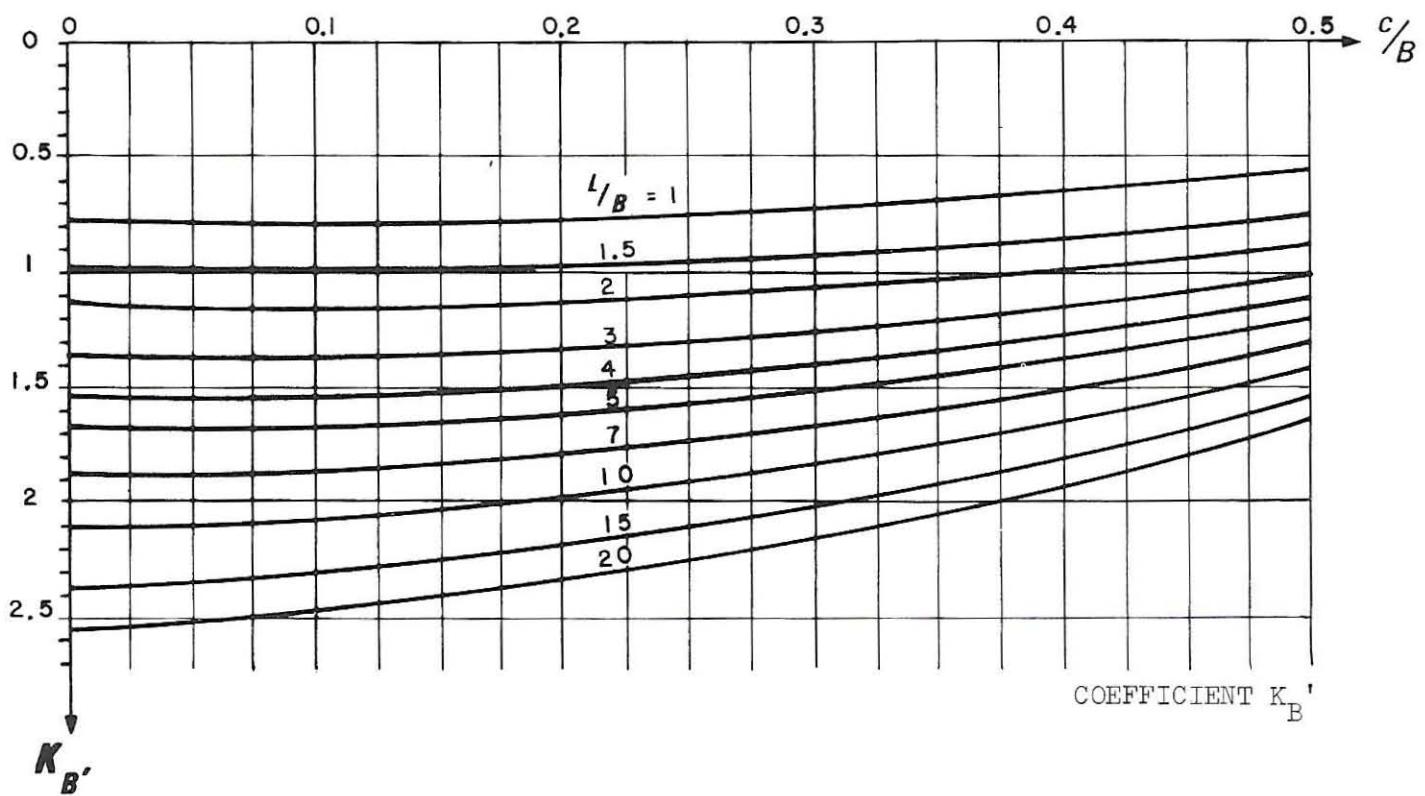
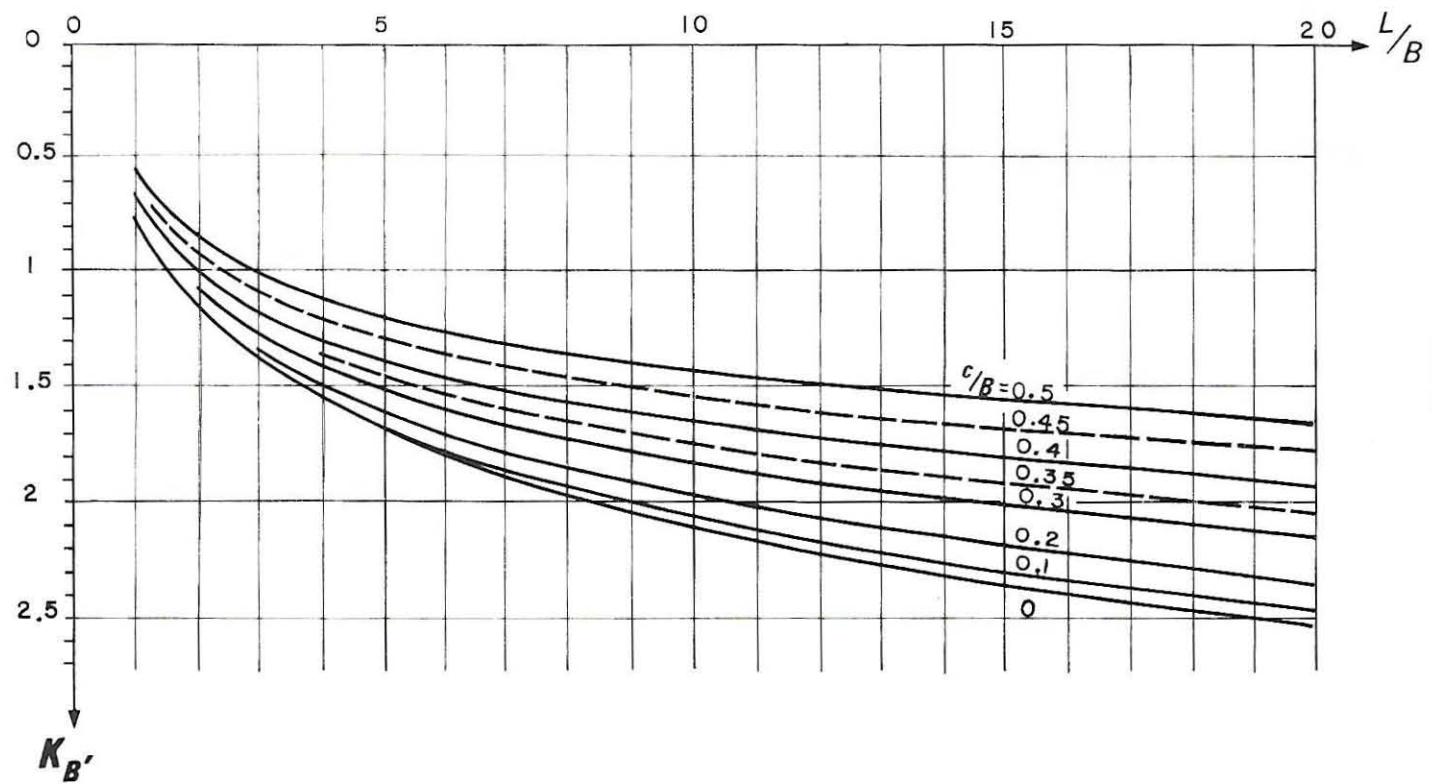
L/B	C/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0.766	0.791	0.792	0.784	0.769	0.748	0.721	0.690	0.653	0.611	0.561
1,1	0.795	0.821	0.823	0.815	0.801	0.781	0.756	0.726	0.692	0.652	0.606
1,2	0.822	0.848	0.851	0.844	0.830	0.810	0.786	0.757	0.724	0.685	0.640
1,3	0.847	0.873	0.876	0.869	0.856	0.837	0.813	0.784	0.751	0.713	0.667
1,4	0.870	0.896	0.899	0.893	0.879	0.860	0.837	0.808	0.775	0.736	0.691
1,5	0.892	0.918	0.921	0.914	0.901	0.882	0.858	0.830	0.796	0.757	0.711
1,6	0.912	0.938	0.941	0.934	0.921	0.902	0.878	0.849	0.815	0.776	0.729
1,7	0.931	0.957	0.960	0.953	0.939	0.920	0.896	0.867	0.833	0.793	0.745
1,8	0.949	0.975	0.978	0.971	0.957	0.937	0.913	0.883	0.849	0.808	0.760
1,9	0.966	0.992	0.994	0.987	0.973	0.953	0.928	0.898	0.863	0.822	0.774
2	0.982	1.008	1.010	1.003	0.988	0.968	0.943	0.912	0.877	0.835	0.786
2,2	1.012	1.037	1.039	1.031	1.016	0.995	0.969	0.938	0.902	0.859	0.808
2,4	1.039	1.064	1.066	1.057	1.041	1.020	0.993	0.961	0.923	0.880	0.828
2,5	1.052	1.077	1.078	1.069	1.053	1.031	1.004	0.971	0.933	0.889	0.837
3	1.110	1.133	1.133	1.123	1.105	1.081	1.052	1.017	0.977	0.930	0.875
4	1.201	1.222	1.219	1.205	1.185	1.158	1.125	1.087	1.043	0.992	0.932
5	1.272	1.290	1.285	1.269	1.245	1.216	1.180	1.139	1.091	1.037	0.973
6	1.330	1.346	1.338	1.320	1.294	1.262	1.224	1.180	1.130	1.073	1.006
7	1.379	1.393	1.384	1.363	1.336	1.301	1.261	1.215	1.162	1.103	1.034
8	1.422	1.434	1.423	1.401	1.371	1.335	1.292	1.244	1.190	1.128	1.057
9	1.459	1.470	1.457	1.433	1.402	1.364	1.320	1.270	1.214	1.150	1.077
10	1.493	1.502	1.487	1.462	1.430	1.390	1.345	1.293	1.235	1.170	1.095
15	1.622	1.625	1.605	1.574	1.535	1.490	1.438	1.380	1.316	1.245	1.164
20	1.713	1.713	1.688	1.653	1.610	1.560	1.504	1.442	1.373	1.297	1.211
30	1.842	1.836	1.805	1.764	1.714	1.658	1.596	1.527	1.452	1.370	1.278
40	1.934	1.923	1.888	1.842	1.788	1.728	1.661	1.588	1.508	1.421	1.324
50	2.005	1.991	1.952	1.903	1.845	1.781	1.711	1.634	1.551	1.461	1.360
100	2.225	2.201	2.151	2.091	2.023	1.948	1.867	1.779	1.685	1.583	1.472
∞											

.4-6

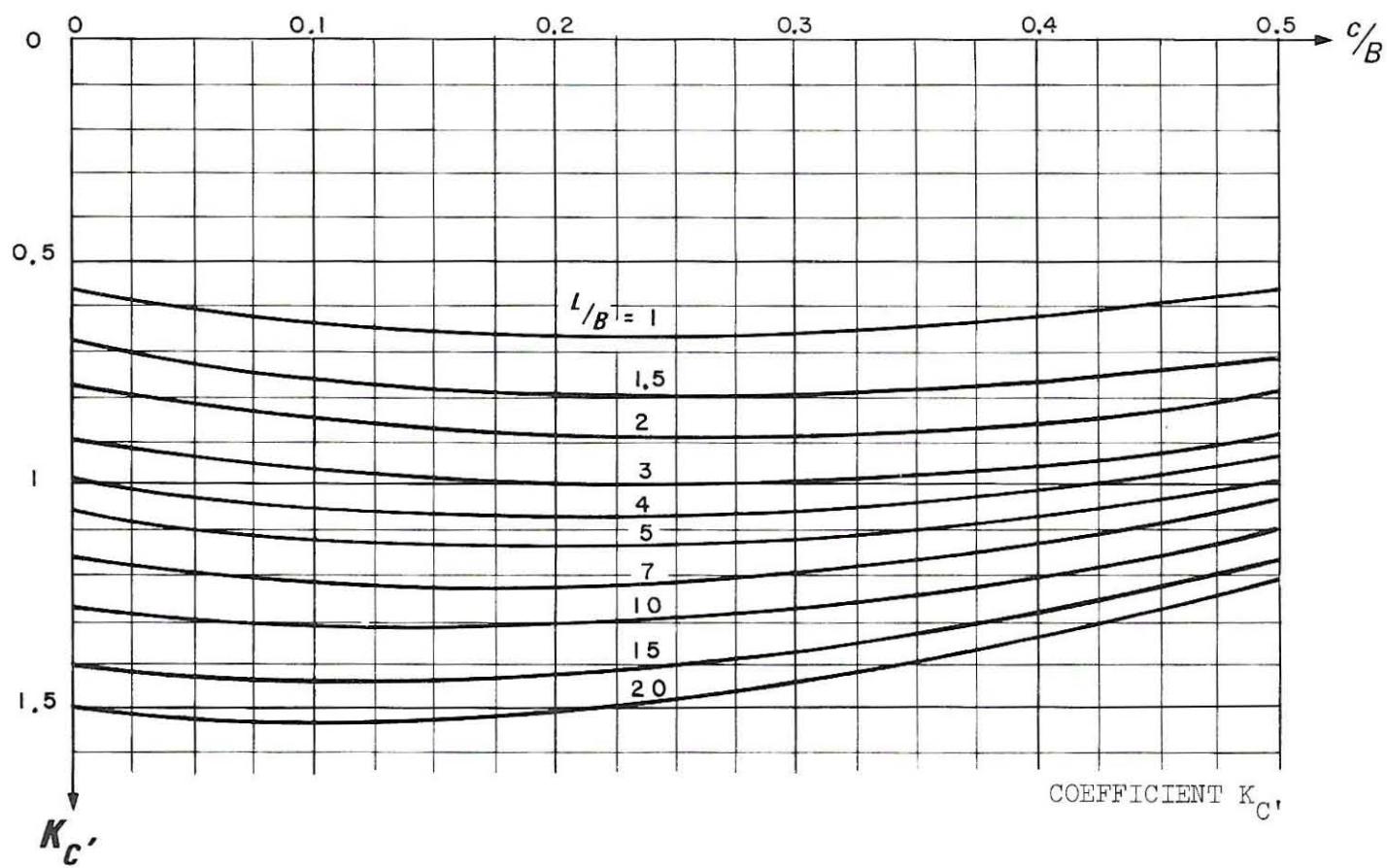
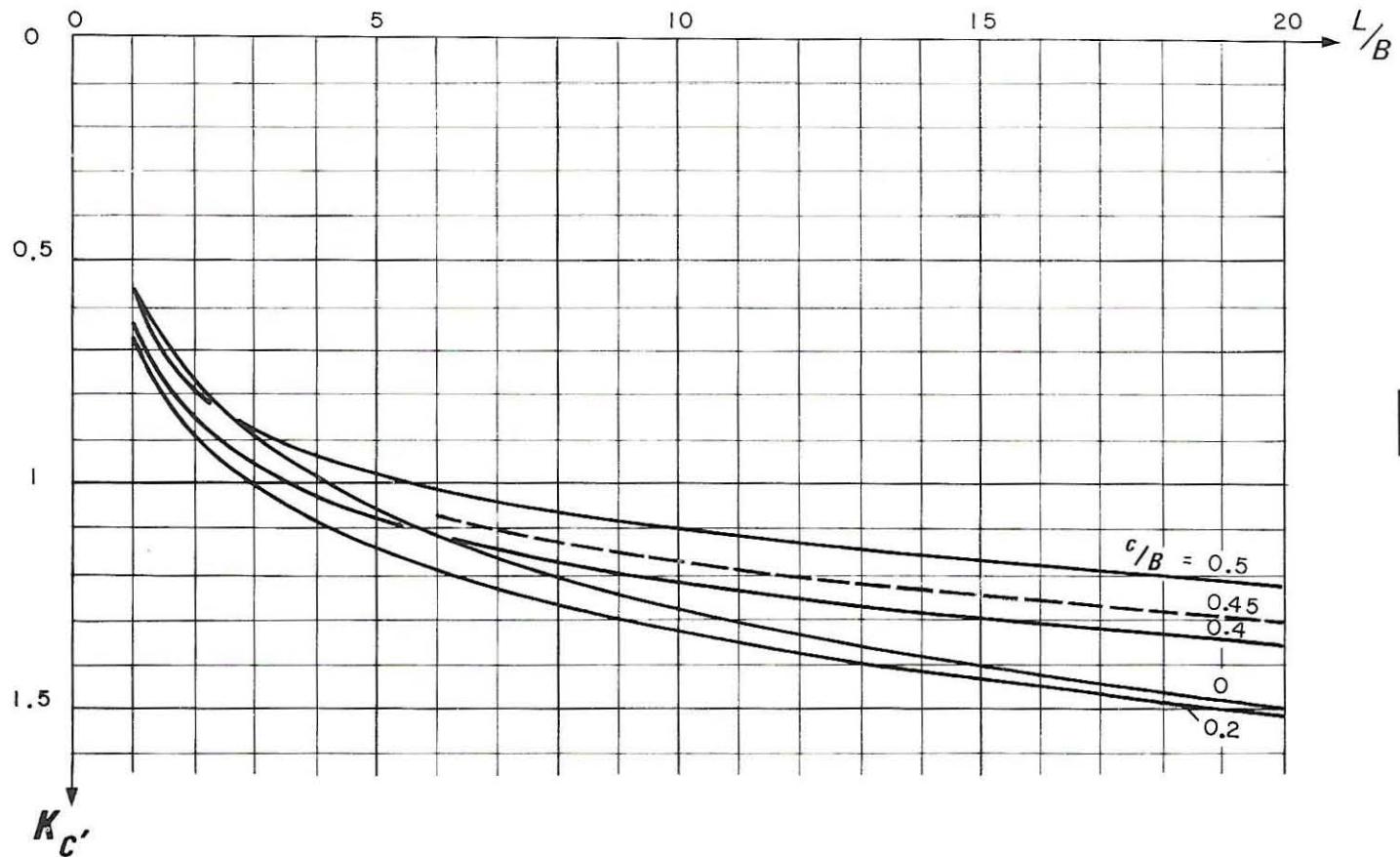


L/B	C/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0.766	0.791	0.792	0.784	0.769	0.748	0.721	0.690	0.653	0.611	0.561
1,1	0.810	0.836	0.838	0.831	0.816	0.796	0.770	0.740	0.704	0.661	0.610
1,2	0.852	0.879	0.881	0.874	0.860	0.840	0.815	0.784	0.748	0.705	0.651
1,3	0.892	0.919	0.922	0.915	0.901	0.881	0.856	0.825	0.788	0.743	0.687
1,4	0.930	0.957	0.960	0.953	0.939	0.919	0.893	0.861	0.823	0.778	0.719
1,5	0.966	0.993	0.996	0.989	0.975	0.954	0.928	0.895	0.856	0.809	0.748
1,6	1.000	1.027	1.030	1.022	1.008	0.987	0.960	0.927	0.886	0.837	0.774
1,7	1.033	1.059	1.062	1.054	1.039	1.018	0.990	0.956	0.914	0.864	0.798
1,8	1.064	1.090	1.092	1.085	1.069	1.047	1.019	0.983	0.941	0.888	0.821
1,9	1.094	1.120	1.122	1.113	1.097	1.075	1.045	1.009	0.965	0.911	0.842
2	1.122	1.148	1.150	1.141	1.124	1.101	1.070	1.033	0.988	0.933	0.861
2,2	1.176	1.201	1.202	1.192	1.174	1.149	1.117	1.078	1.030	0.972	0.897
2,4	1.226	1.250	1.250	1.239	1.220	1.193	1.159	1.118	1.068	1.007	0.930
2,5	1.250	1.273	1.273	1.261	1.241	1.214	1.179	1.137	1.086	1.024	0.945
3	1.358	1.378	1.375	1.360	1.337	1.306	1.267	1.220	1.164	1.096	1.011
4	1.532	1.547	1.538	1.518	1.488	1.450	1.404	1.349	1.284	1.207	1.112
5	1.669	1.680	1.666	1.640	1.605	1.561	1.508	1.447	1.375	1.291	1.189
6	1.783	1.790	1.771	1.740	1.700	1.651	1.593	1.526	1.449	1.359	1.250
7	1.880	1.882	1.859	1.825	1.780	1.727	1.665	1.593	1.511	1.416	1.302
8	1.964	1.963	1.936	1.898	1.849	1.792	1.726	1.650	1.564	1.465	1.347
9	2.038	2.034	2.004	1.962	1.910	1.850	1.780	1.701	1.611	1.508	1.386
10	2.105	2.098	2.065	2.020	1.965	1.901	1.828	1.746	1.652	1.546	1.420
15	2.362	2.343	2.298	2.241	2.174	2.098	2.013	1.917	1.811	1.692	1.553
20	2.544	2.517	2.464	2.398	2.322	2.237	2.143	2.038	1.923	1.794	1.646
30	2.802	2.763	2.697	2.619	2.530	2.432	2.325	2.208	2.080	1.938	1.777
40	2.985	2.937	2.862	2.775	2.677	2.571	2.454	2.328	2.191	2.040	1.870
50	3.127	3.072	2.990	2.896	2.792	2.678	2.554	2.421	2.277	2.119	1.941
100	3.568	3.491	3.388	3.272	3.146	3.010	2.864	2.709	2.543	2.363	2.163
∞											

K
B'



L/B	C/B										
	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0.561	0.615	0.644	0.662	0.671	0.673	0.669	0.656	0.636	0.605	0.561
1,1	0.588	0.642	0.672	0.691	0.702	0.705	0.702	0.692	0.673	0.646	0.606
1,2	0.613	0.648	0.698	0.718	0.729	0.734	0.731	0.722	0.705	0.679	0.640
1,3	0.636	0.691	0.722	0.742	0.754	0.759	0.757	0.748	0.732	0.706	0.667
1,4	0.658	0.714	0.745	0.765	0.777	0.782	0.781	0.772	0.756	0.730	0.691
1,5	0.679	0.734	0.765	0.786	0.798	0.803	0.802	0.793	0.777	0.751	0.711
1,6	0.698	0.754	0.785	0.805	0.818	0.823	0.821	0.812	0.796	0.770	0.729
1,7	0.716	0.772	0.803	0.823	0.836	0.841	0.839	0.830	0.813	0.787	0.745
1,8	0.734	0.789	0.820	0.841	0.853	0.858	0.856	0.846	0.829	0.802	0.760
1,9	0.750	0.805	0.836	0.857	0.869	0.873	0.871	0.861	0.844	0.816	0.774
2	0.766	0.821	0.852	0.872	0.884	0.888	0.885	0.875	0.857	0.829	0.786
2,2	0.795	0.850	0.880	0.900	0.911	0.915	0.912	0.901	0.882	0.853	0.808
2,4	0.822	0.876	0.906	0.926	0.936	0.939	0.935	0.924	0.904	0.873	0.828
2,5	0.835	0.889	0.919	0.937	0.948	0.951	0.946	0.934	0.914	0.883	0.837
3	0.892	0.945	0.973	0.990	0.999	1.000	0.994	0.980	0.957	0.924	0.875
4	0.982	1.032	1.058	1.073	1.079	1.077	1.067	1.049	1.023	0.985	0.932
5	1.052	1.101	1.124	1.136	1.139	1.135	1.122	1.101	1.071	1.030	0.973
6	1.110	1.156	1.177	1.187	1.188	1.181	1.166	1.143	1.110	1.066	1.006
7	1.159	1.203	1.222	1.230	1.229	1.220	1.203	1.177	1.142	1.096	1.034
8	1.201	1.244	1.261	1.267	1.265	1.253	1.234	1.207	1.170	1.122	1.057
9	1.239	1.280	1.296	1.300	1.296	1.283	1.262	1.233	1.194	1.144	1.077
10	1.272	1.312	1.326	1.329	1.323	1.309	1.286	1.256	1.215	1.164	1.095
15	1.401	1.435	1.444	1.441	1.429	1.409	1.380	1.343	1.296	1.238	1.164
20	1.493	1.522	1.527	1.520	1.503	1.479	1.446	1.404	1.353	1.291	1.211
30	1.622	1.645	1.644	1.631	1.608	1.577	1.538	1.490	1.432	1.363	1.278
40	1.713	1.733	1.727	1.709	1.682	1.646	1.603	1.550	1.488	1.415	1.324
50	1.784	1.800	1.791	1.770	1.739	1.700	1.653	1.597	1.532	1.454	1.360
100	2.005	2.011	1.990	1.958	1.916	1.867	1.808	1.742	1.665	1.577	1.472
∞											



CONTRAINTE σ_z SOUS LE CENTRE

ET LE COIN D'UN REMBLAI PYRAMIDAL

4-6

ζ	Π_c	Π_o
0	0	1
0,1	0,018	0,910
0,2	0,035	0,823
0,3	0,048	0,739
0,4	0,057	0,662
0,5	0,063	0,590
0,6	0,065	0,526
0,7	0,066	0,468
0,8	0,064	0,417
0,9	0,062	0,373
1	0,058	0,333
1,2	0,051	0,269
1,5	0,041	0,199
2	0,029	0,128
2,5	0,020	0,088
3	0,015	0,064
4	0,009	0,037
5	0,006	0,024
6	0,004	0,017
7	0,003	0,013
8	0,002	0,010
9	0,002	0,008
10	0,002	0,006
20	0,000	0,002

EXPRESSION DES COEFFICIENTS

$$\Pi_c = \frac{2}{\pi} \left[\text{Arc sin} \frac{\zeta}{\sqrt{1 + 2\zeta^2}} - \text{Arc sin} \frac{\zeta}{\sqrt{2(1 + \zeta^2)}} \right]$$

$$\Pi_o = \frac{4}{\pi} \text{ Arc sin} \frac{\sqrt{2 + \zeta^2} - \zeta}{2\sqrt{1 + \zeta^2}}$$

EXPRESSION DES COEFFICIENTS

$$K_o \quad \bar{a} \quad K_c,$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{L}{B} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{c}{B}$$

$$K_O = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\beta} \log (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \frac{\alpha^2}{\beta} \log \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right.$$

$$- \frac{(1 - 2\beta)^2}{\beta} \log \frac{\alpha - 2\beta + \sqrt{(1 - 2\beta)^2 + (\alpha - 2\beta)^2}}{1 - 2\beta}$$

$$- \frac{(\alpha - 2\beta)^2}{\beta} \log \frac{1 - 2\beta + \sqrt{(1 - 2\beta)^2 + (\alpha - 2\beta)^2}}{\alpha - 2\beta}$$

$$\left. - \frac{(\alpha - 1)^2}{\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2(1 + \alpha^2)} + \alpha + 1}{\sqrt{2(1 - 2\beta)^2 + 2(\alpha - 2\beta)^2} - 4\beta + \alpha + 1} \right]$$

$$K_A = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2\beta} \log (2\alpha + \sqrt{1 + 4\alpha^2}) + \frac{2\alpha^2}{\beta} \log \frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha^2}}{2\alpha} \right.$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2(1 - 2\beta)^2 + 8\beta^2} + 4\beta - 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$- \frac{(2\alpha - 1)^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2(1 - 2\beta)^2 + 8(\alpha - \beta)^2} + 4\beta - 2\alpha - 1}{\sqrt{2(1 + 4\alpha^2)} - (1 + 2\alpha)}$$

$$- \frac{(1 - 2\beta)^2}{2\beta} \log \frac{\sqrt{4\beta^2 + (1 - 2\beta)^2} - 2\beta}{\sqrt{(1 - 2\beta)^2 + 4(\alpha - \beta)^2} + 2(\beta - \alpha)}$$

$$- \frac{2(\alpha - \beta)^2}{\beta} \log \frac{2(\alpha - \beta)}{\sqrt{(1 - 2\beta)^2 + 4(\alpha - \beta)^2} + 2\beta - 1}$$

$$\left. - 2\beta \log \frac{2\beta}{\sqrt{(1 - 2\beta)^2 + 4\beta^2} + 2\beta - 1} \right]$$

$$K_B = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\alpha^2}{2\beta} \log \frac{2 + \sqrt{\alpha^2 + 4}}{\alpha} + \frac{2}{\beta} \log \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4}}{2} \right.$$

$$- \frac{\alpha^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2(\alpha - 2\beta)^2 + 8\beta^2} + 4\beta - \alpha}{\alpha(\sqrt{2} - 1)}$$

4-6

$$-\frac{(2 - \alpha)^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2}(\alpha - 2\beta)^2 + 8(1 - \beta)^2 + 4\beta - \alpha - 2}{\sqrt{2}\alpha^2 + 8 - (\alpha + 2)}$$

$$-\frac{(\alpha - 2\beta)^2}{2\beta} \log \frac{-2\beta + \sqrt{4\beta^2 + (\alpha - 2\beta)^2}}{2(\beta - 1) + \sqrt{(\alpha - 2\beta)^2 + 4(1 - \beta)^2}}$$

$$-\frac{2(1 - \beta)^2}{\beta} \log \frac{2(1 - \beta)}{2\beta - \alpha + \sqrt{(\alpha - 2\beta)^2 + 4(1 - \beta)^2}}$$

$$-2\beta \log \frac{2\beta}{2\beta - \alpha + \sqrt{(\alpha - 2\beta)^2 + 4\beta^2}} \Big]$$

$$\begin{aligned} K_C &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\beta} \log (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + \frac{\alpha^2}{\beta} \log \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right. \\ &\quad + \beta \log \frac{\beta - \alpha + \sqrt{\beta^2 + (\alpha - \beta)^2}}{1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + (1 - \beta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2\beta^2 + 2(1 - \beta)^2} + 2\beta - 1}{\sqrt{2} - 1} \\ &\quad - \frac{\alpha^2}{\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2\beta^2 + 2(\alpha - \beta)^2} + 2\beta - \alpha}{\alpha(\sqrt{2} - 1)} \\ &\quad - \frac{(\alpha - 1)^2}{\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2(1 - \beta)^2 + 2(\alpha - \beta)^2} + 2\beta - \alpha - 1}{\sqrt{2(1 + \alpha^2)} - (1 + \alpha)} \\ &\quad - \frac{(1 - \beta)^2}{\beta} \log \frac{\sqrt{\beta^2 + (1 - \beta)^2} - \beta}{\sqrt{(1 - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2} + \beta - \alpha} - \frac{(\alpha - \beta)^2}{\beta} \log \frac{\sqrt{\beta^2 + (\alpha - \beta)^2} - \beta}{\sqrt{(1 - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2} + \beta - 1} \\ &\quad \left. + 2\beta \log (1 + \sqrt{2}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{A'} &= \frac{1}{2\pi} \left[-\frac{(1 - 2\beta)^2}{2\beta} \log \frac{2(\alpha - 2\beta) + \sqrt{(1 - 2\beta)^2 + 4(\alpha - 2\beta)^2}}{1 - 2\beta} \right. \\ &\quad - \frac{2(\alpha - 2\beta)^2}{\beta} \log \frac{1 - 2\beta + \sqrt{(1 - 2\beta)^2 + 4(\alpha - 2\beta)^2}}{2(\alpha - 2\beta)} \\ &\quad - \frac{(1 - 2\alpha + 2\beta)^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2 + 8(\alpha - \beta)^2} + 2\alpha - 2\beta + 1}{\sqrt{2(1 - 2\beta)^2 + 8(\alpha - 2\beta)^2} + 2\alpha - 6\beta + 1} \Big] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(1 - 2\beta)^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2 + 8\beta^2} + 2\beta + 1}{(1 - 2\beta)(\sqrt{2} + 1)} + 2\beta \log \frac{1 + \sqrt{1 + 4\beta^2}}{2\beta} \\
& + \frac{2(\alpha - \beta)^2}{\beta} \log \frac{1 + \sqrt{1 + 4(\alpha - \beta)^2}}{2(\alpha - \beta)} + \frac{1}{2\beta} \log \frac{\sqrt{1 + 4(\alpha - \beta)^2} + 2(\alpha - \beta)}{\sqrt{1 + 4\beta^2} - 2\beta} \quad \boxed{4-6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{B'} = \frac{1}{2\pi} & \left[- \frac{(\alpha - 2\beta)^2}{2\beta} \log \frac{2(1 - 2\beta) + \sqrt{(\alpha - 2\beta)^2 + 4(1 - 2\beta)^2}}{\alpha - 2\beta} \right. \\
& - \frac{2(1 - 2\beta)^2}{\beta} \log \frac{\alpha - 2\beta + \sqrt{(\alpha - 2\beta)^2 + 4(1 - 2\beta)^2}}{2(1 - 2\beta)} \\
& - \frac{(\alpha + 2\beta - 2)^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2\alpha^2 + 8(1 - \beta)^2} + \alpha - 2\beta + 2}{\sqrt{2(\alpha - 2\beta)^2 + 8(1 - 2\beta)^2} + \alpha - 6\beta + 2} \\
& - \frac{(\alpha - 2\beta)^2}{2\sqrt{2}\beta} \log \frac{\sqrt{2\alpha^2 + 8\beta^2} + \alpha + 2\beta}{(\alpha - 2\beta)(\sqrt{2} + 1)} + 2\beta \log \frac{\sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2} + \alpha}{2\beta} \\
& \left. + \frac{2(1 - \beta)^2}{\beta} \log \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4(1 - \beta)^2}}{2(1 - \beta)} + \frac{\alpha^2}{2\beta} \log \frac{2(1 - \beta) + \sqrt{\alpha^2 + 4(1 - \beta)^2}}{-2\beta + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{C'} = \frac{1}{2\pi} & \left[\frac{(1 - \beta)^2}{\beta} \log \frac{\alpha - \beta + \sqrt{(1 - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2}}{-\beta + \sqrt{(1 - \beta)^2 + \beta^2}} \right. \\
& + \frac{(\alpha - \beta)^2}{\beta} \log \frac{1 - \beta + \sqrt{(1 - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2}}{-\beta + \sqrt{(\alpha - \beta)^2 + \beta^2}} \\
& + \beta \log \frac{\alpha - \beta + \sqrt{\beta^2 + (\alpha - \beta)^2}}{\beta(\sqrt{2} - 1)} + \beta \log \frac{1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + (1 - \beta)^2}}{\beta(\sqrt{2} - 1)} \\
& - \frac{(1 - 2\beta)^2}{\beta} \log \frac{\alpha - 2\beta + \sqrt{(1 - 2\beta)^2 + (\alpha - 2\beta)^2}}{1 - 2\beta} \\
& - \frac{(\alpha - 2\beta)^2}{\beta} \log \frac{1 - 2\beta + \sqrt{(1 - 2\beta)^2 + (\alpha - 2\beta)^2}}{\alpha - 2\beta} \\
& - \frac{(1 - 2\beta)^2}{\beta\sqrt{2}} \log \frac{\sqrt{2\beta^2 + 2(1 - \beta)^2} + 1}{(1 - 2\beta)(\sqrt{2} + 1)} - \frac{(\alpha - 2\beta)^2}{\beta\sqrt{2}} \log \frac{\sqrt{2\beta^2 + 2(\alpha - \beta)^2} + \alpha}{(\alpha - 2\beta)(\sqrt{2} + 1)} \\
& \left. - \frac{(\alpha - 1)^2}{\beta\sqrt{2}} \log \frac{\sqrt{2(1 - \beta)^2 + 2(\alpha - \beta)^2} + 1 + \alpha - 2\beta}{\sqrt{2(1 - 2\beta)^2 + 2(\alpha - 2\beta)^2} + 1 + \alpha - 4\beta} \right]
\end{aligned}$$

Cas particulier : $B = 2c$

$$K_O(B=2c) = K_{B'}(B=2c) = \frac{1}{2\pi} \left[2 \log (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + 2\alpha^2 \log \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} - \sqrt{2}(\alpha - 1)^2 \log \frac{\sqrt{2 + 2\alpha^2} + 1 + \alpha}{(\alpha - 1)(\sqrt{2} + 1)} \right]$$

4-6

$$K_A(B=2c) = \frac{1}{2\pi} \left[\log (2\alpha + \sqrt{1 + 4\alpha^2}) + 4\alpha^2 \log \frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha^2}}{2\alpha} - \frac{(2\alpha - 1)^2}{\sqrt{2}} \log \frac{(2\alpha - 1)(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2 + 8\alpha^2} - 1 - 2\alpha} - \sqrt{2} \log (1 + \sqrt{2}) \right]$$

$$K_B(B=2c) = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha^2 \log \frac{2 + \sqrt{\alpha^2 + 4}}{\alpha} + 4 \log \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4}}{2} - \frac{\alpha^2}{\sqrt{2}} \log \frac{2 - \alpha + \sqrt{2(\alpha - 1)^2 + 2}}{\alpha(\sqrt{2} - 1)} - \frac{(2 - \alpha)^2}{\sqrt{2}} \log \frac{-\alpha + \sqrt{2(\alpha - 1)^2 + 2}}{-\alpha - 2 + \sqrt{2\alpha^2 + 8}} + 2 \log \left(1 - \alpha + \sqrt{1 + (\alpha - 1)^2} \right) \right]$$

$$K_C(B=2c) = \frac{1}{2\pi} \left[2 \log (\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}) + 2\alpha^2 \log \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} + \log (1 - 2\alpha + \sqrt{1 + (2\alpha - 1)^2}) - (\sqrt{2} - 1) \log (1 + \sqrt{2}) - (\alpha - 1)^2 \sqrt{2} \log \frac{2 + 2\alpha + 2\sqrt{2 + 2\alpha^2}}{2\alpha + \sqrt{2 + 2(2\alpha - 1)^2}} - \alpha^2 \sqrt{2} \log \frac{2\alpha(\sqrt{2} + 1)}{2(\alpha - 1) + \sqrt{2 + 2(2\alpha - 1)^2}} \right]$$

$$K_{A'}(B = 2c) = K_{C'}(B = 2c) = \frac{1}{2\pi} \left[(2\alpha - 1)^2 \log \frac{1 + \sqrt{1 + 2\alpha - 1)^2}}{2\alpha - 1} \right. \\ \left. + \log \frac{2\alpha - 1 + \sqrt{1 + (2\alpha - 1)^2}}{(\sqrt{2} - 1)^2} \right. \\ \left. - 2\sqrt{2}(\alpha - 1)^2 \log \frac{2\alpha + \sqrt{2 + 2(2\alpha - 1)^2}}{2(\alpha - 1)(1 + \sqrt{2})} \right]$$

4-6

BIBLIOGRAPHIE

Le détail des calculs qui nous ont permis d'obtenir les coefficients K pour le calcul du tassement a fait l'objet d'une publication [1]. Nous avons également calculé les coefficients π_c et π_o sans que cela fasse l'objet d'une publication.

REFERENCES

- [1] J.P. GIROUD, "Settlement of an embankment resting on a semi-infinite elastic soil", Highway Research Record, 223, (1968) 18-35.

CHAPITRE 5

FONDATIONS DE FORME QUELCONQUE

5-1

— Sur un sol homogène d'épaisseur infinie

Section 5-1

5-2

— Sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

Section 5-2

FONDATION DE FORME QUELCONQUE

sur un sol homogène d'épaisseur infinie

5-1

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Construction des grilles
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

5-1

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si cette hypothèse n'est pas respectée, la contrainte σ_z calculée à l'aide de la méthode donnée ci-après est néanmoins une bonne approximation de la contrainte réelle, sauf peut-être dans le cas d'un sol constitué d'une couche dure reposant sur une couche plus molle. Au contraire, pour que la méthode de calcul direct du tassement donnée ici soit correcte, il faut que les hypothèses (homogénéité et épaisseur infinie) soient respectées, du moins avec une bonne approximation. Par exemple, si le sol est composé d'une couche d'épaisseur H reposant sur un substratum peu déformable, il faut, pour que l'erreur sur le tassement soit inférieure à 20 % que la condition suivante soit respectée :

$$(1) \quad H \geq L + 2B,$$

avec :

L, B : longueur et largeur de la charge.

DEFINITION DE LA CHARGE

La surface sur laquelle est répartie la charge est absolument quelconque ; elle peut même s'étendre à l'infini. La charge est normale, mais sa distribution peut être quelconque :

- si la distribution est uniforme, l'emploi de la méthode est très simple (Voir les exemples 1 et 3) ;
- si la distribution n'est pas uniforme, l'emploi de la méthode est plus compliqué (Voir l'exemple 2).

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Ce calcul se fait à l'aide de la grille "w". Si la charge considérée équivaut à m cases, le tassement, w , est donné par :

$$(2) \quad w = 0,01 \frac{1 - v^2}{E} pRm$$

avec :

E , ν : module d'Young et coefficient de Poisson du sol ;

p : charge normale uniforme ou contrainte de référence dans le cas d'une charge distribuée de façon quelconque ;

R : longueur de référence indiquée sur la grille "w" ;

m : nombre de cases.

La détermination de m est expliquée par les exemples suivants :

— Utilisation des grilles pour une charge uniforme.

Exemple 1 :

Considérons les deux stocks de tôles A et B dont l'emprise est définie sur la figure 1. Pour le stock A la charge unitaire est de deux bars ($4\ 200 \text{ lb/sq. ft}$) et pour le stock B, de 1,3 bar ($2\ 700 \text{ lb/sq. ft}$). Le sol supposé d'épaisseur infinie a pour module d'Young $E = 40$ bars ($84\ 000 \text{ lb/sq. ft}$) et pour coefficient de Poisson, $\nu = 0,3$. On demande le tassement au point P.

5-1

Les opérations à réaliser sont les suivantes :

1. Refaire la figure 1 sur papier calque à une échelle quelconque.
2. Placer ce calque sur la grille "w" en faisant coïncider le point P avec le centre de la grille (Fig. 2).

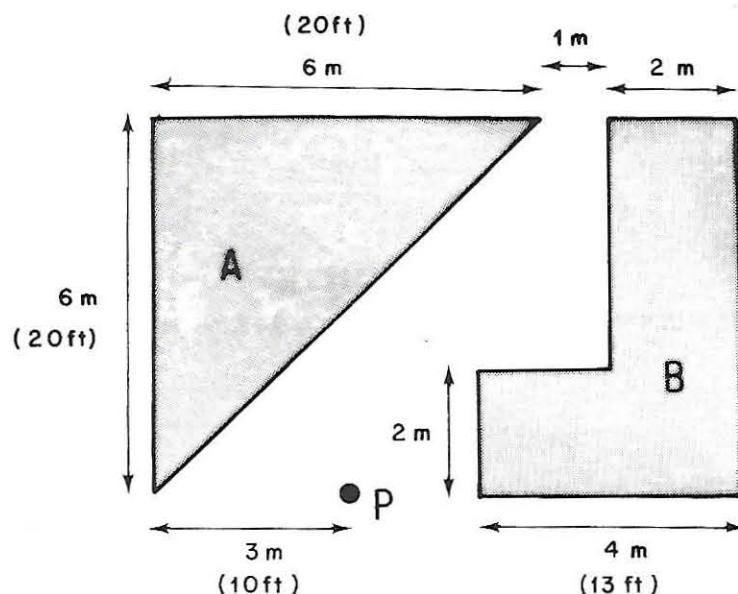


FIG. 1. — Plan du stock de tôles de l'exemple 1.

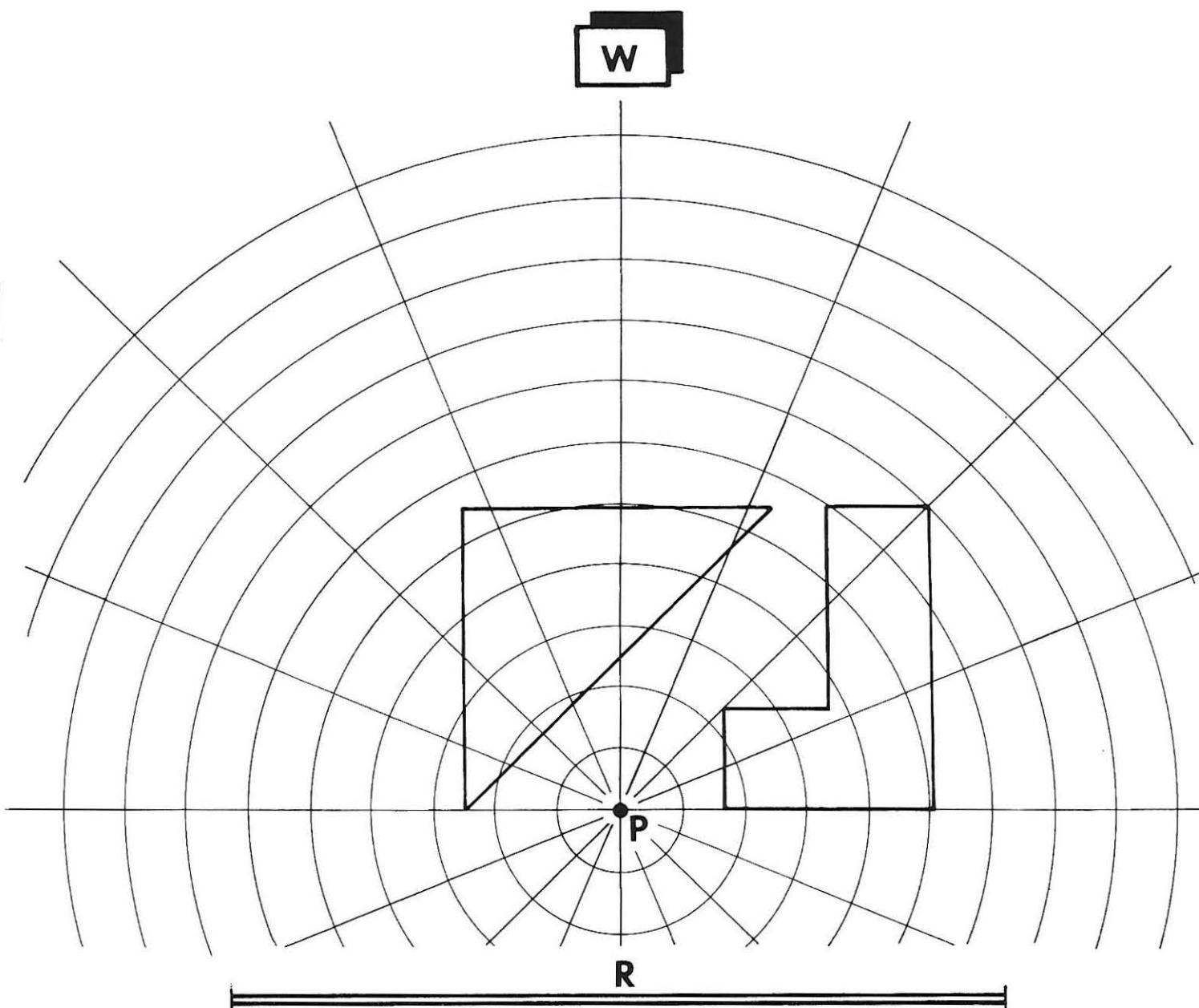
5-1

FIG. 2. — L'emprise du stock de tôle de l'exemple 1 est dessinée sur calque et reportée sur la grille.

L'échelle est donné par $R = 15 \text{ m}$ (49 ft).

3. En comparant R à l'une quelconque des cotes du dessin reproduit sur calque, en déduire la longueur représentée par R dans cette échelle. Ici : R = 15 m (49 ft).

4. Compter le nombre de cases recouvertes par l'emprise de la charge. Ici, nous trouvons, compte tenu des fractions de cases :

9 cases pour le stock A,

7 cases pour le stock B.

5. Calculer le tassement par la formule (2), soit ici :

$$w = 0,01 \times 15 \times \frac{1 - (0,3)^2}{40} [2 \times 9 + 1,3 \times 7] = 0,09 \text{ m} = 9 \text{ cm} ;$$

$$w = 0,01 \times 49 \times \frac{1 - (0,3)^2}{84 \text{ 000}} [4 \text{ 200} \times 9 + 2 \text{ 700} \times 7] = 0,3 \text{ ft.}$$

5-1

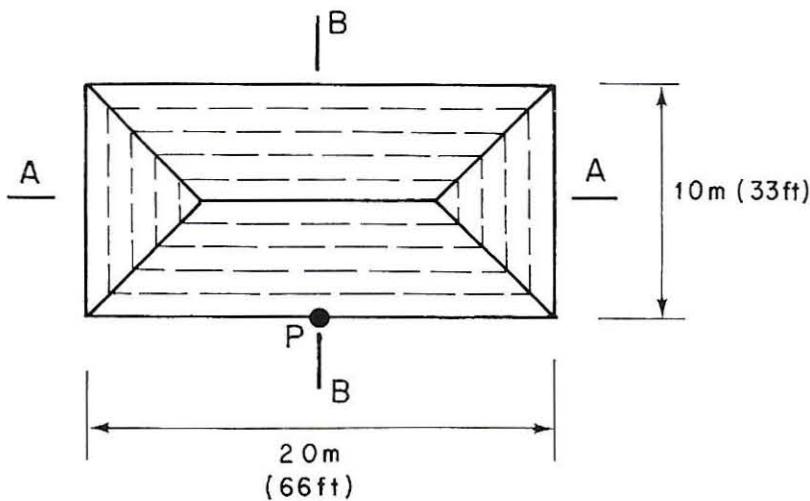
— Utilisation de la grille pour une charge non uniforme.

Il est possible, quoique moins rapide, d'utiliser la grille pour calculer le tassement provoqué par une charge non uniformément répartie, comme nous allons le voir sur un exemple.

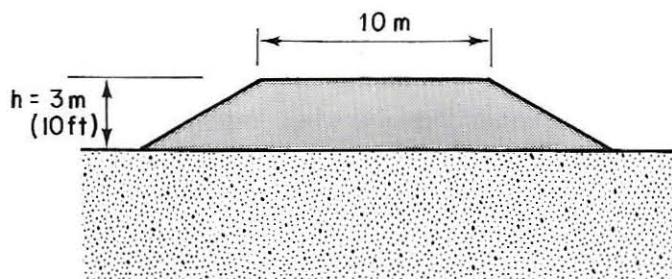
Exemple 2 :

Considérons le remblai défini sur la figure 3. Sa masse volumique est $p = 1,68 \text{ g/cm}^3$ (105 lb/cu. ft). Il repose sur un sol qui a pour module d'Young $E = 19 \text{ bars}$ (40 000 lb/sq. ft) et pour coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. On demande le tassement du point P, milieu du grand côté du remblai.

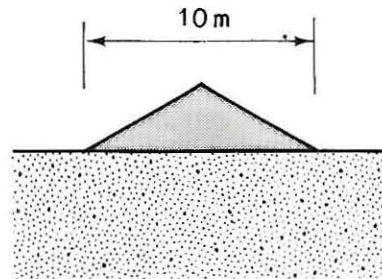
Comme dans l'exemple 1, le plan du remblai tracé sur papier calque est reporté sur la grille w (Fig. 4). L'échelle que nous avons arbitrairement choisie est telle que $R = 20,8 \text{ m}$ (69 ft). La symétrie du problème permet de ne faire le comptage que sur la moitié du remblai. Ce comptage étant assez long nous ne le détaillons que pour le secteur coloré en gris sur la figure 4. En allant du centre vers le bord, ce secteur contient 6 cases entières et trois fractions de cases. Dans le tableau 1 nous avons indiqué la charge moyenne subie par chacune de ces cases ou fractions de cases. On en déduit le *nombre équivalent de cases* du secteur, en l'occurrence 2,96. En additionnant les valeurs ainsi obtenues pour tous les secteurs on obtient le *nombre équivalent de cases* pour tout le remblai, soit 21,6.



5-1



section A.A.



section B.B.

FIG. 3. — Définition du remblai de l'exemple 2. Les tirets correspondent à des contraintes augmentant par pas de 0,2 p, si p est la charge sous l'arête centrale.

Par ailleurs, la charge p au centre du remblai vaut :

$$\begin{aligned} p &= 3 \times 1\,680 \times 9,81 \times 10^{-5} = 0,495 \text{ bar} \\ &= 10 \times 105 = 1\,050 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

Le calcul du tassement se fait alors immédiatement à l'aide de la formule (2) :

$$\begin{aligned} w &= 0,01 \times \frac{1 - (0,3)^2}{19} \times 0,495 \times 20,8 \times 21,6 = 0,11 \text{ m} = 11 \text{ cm}, \\ &= 0,01 \times \frac{1 - (0,3)^2}{40\,000} \times 1\,050 \times 69 \times 21,6 = 0,36 \text{ ft.} \end{aligned}$$

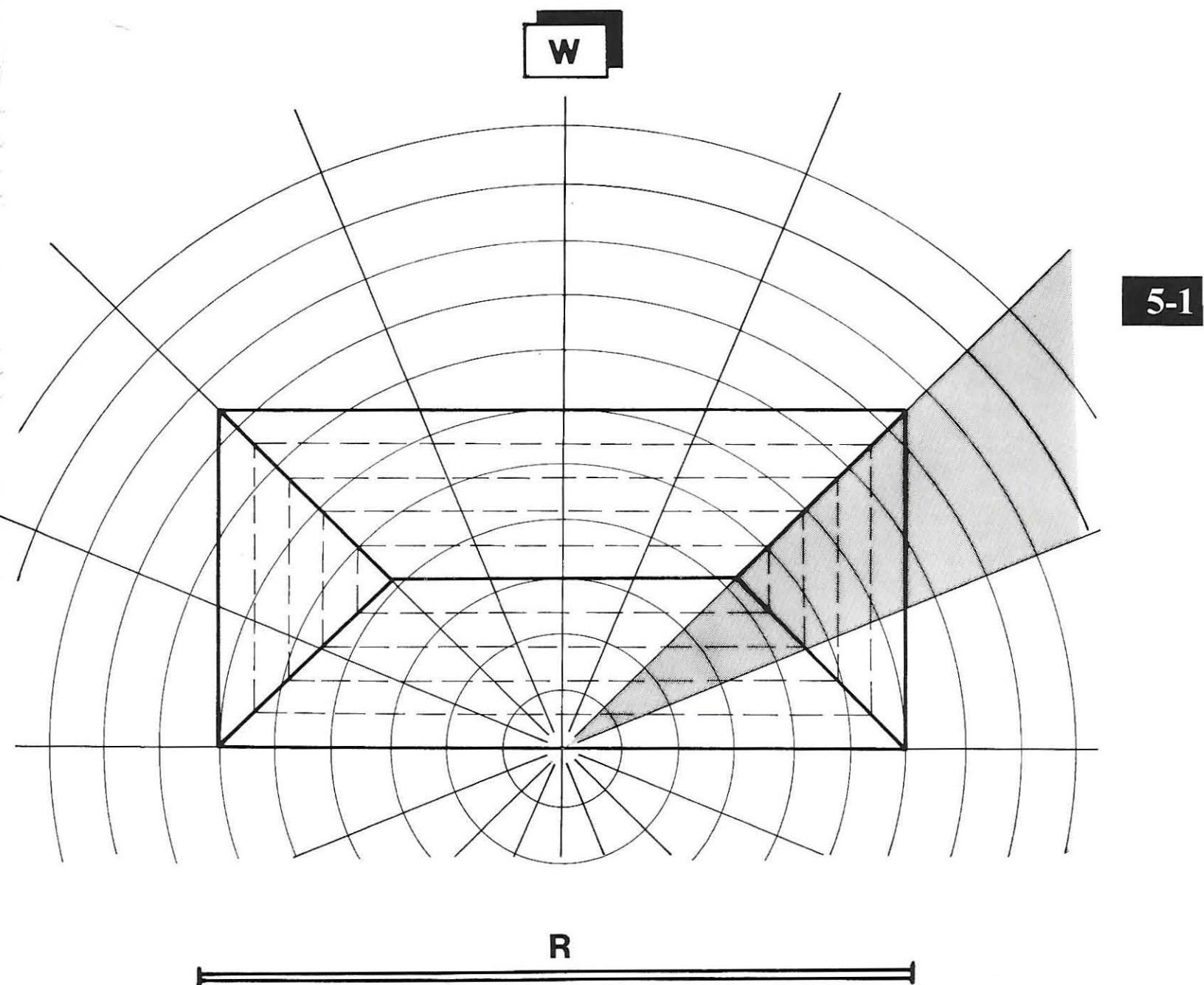


FIG. 4. — Le plan du remblai de l'exemple 2 est reporté sur la grille w. Le comptage des cases du secteur grisé est détaillé dans le tableau 1.

TABLEAU 1. — Détail du comptage des cases
du secteur coloré en gris sur la figure 4.

N° de la case à partir du centre	Fractionnement de la case	Charge moyenne sur la case	Nombre équivalent de la case
	A	B	$\frac{A \times B}{p}$
1	1	0,1 p	0,1
2	1	0,3 p	0,3
3	1	0,45 p	0,45
4	1	0,6 p	0,6
5	1	0,75 p	0,75
6	1	0,5 p	0,5
7	0,9	0,25 p	0,22
8	0,4	0,1 p	0,04
9	0,05	0,05 p	0,00
Nombre équivalent de cases pour l'ensemble du secteur :			2,96

CALCUL DES CONTRAINTES

Nous n'indiquons ici que le calcul de la contrainte σ_z . Ce calcul se fait à l'aide de la grille " σ_z ". Si la charge considérée équivaut à m cases, la contrainte σ_z est donnée par :

$$(3) \quad \sigma_z = 0,005 mp,$$

avec :

p : charge normale uniforme ou contrainte de référence dans le cas d'une charge distribuée de façon quelconque ;

m : nombre de cases.

La détermination de m dans le cas d'une charge normale uniformément répartie est expliquée par l'exemple suivant.

Exemple 3 :

Reprenons l'exemple 1 et calculons la contrainte σ_z à la profondeur $z = 6\text{ m}$ (20 ft) à la verticale du point P.

Les opérations à réaliser sont les suivantes :

1. Refaire la figure 1 sur papier calque à l'échelle obtenue en faisant $z = 6\text{ m}$ (20 ft) sur la grille " σ_z ".
2. Placer ce calque sur la grille " σ_z " en faisant coïncider le point P avec le centre de la grille (Fig. 5).
3. Compter le nombre de cases recouvertes par l'emprise de la charge. Ici nous trouvons, compte tenu des fractions de cases :

16 cases pour le stock A,

11 cases pour le stock B.

4. Calculer la contrainte σ_z par la formule (3) :

$$\sigma_z = (0,005 \times 16 \times 2) + (0,005 \times 11 \times 1,3) = 0,23 \text{ bar}$$

$$= (0,005 \times 16 \times 4\ 200) + (0,005 \times 11 \times 2\ 700) = 485 \text{ lb/sq. ft.}$$

5-1

Remarquons que :

- pour calculer σ_z en un autre point situé à la même profondeur, il suffit de déplacer le calque sur la grille ;
- pour calculer σ_z à une profondeur différente, il faut refaire le plan de la charge sur calque à une autre échelle ;
- pour calculer σ_z due à une charge répartie non uniformément, on procèdera avec la grille " σ_z " comme dans l'exemple 2 avec la grille "w".

5-1

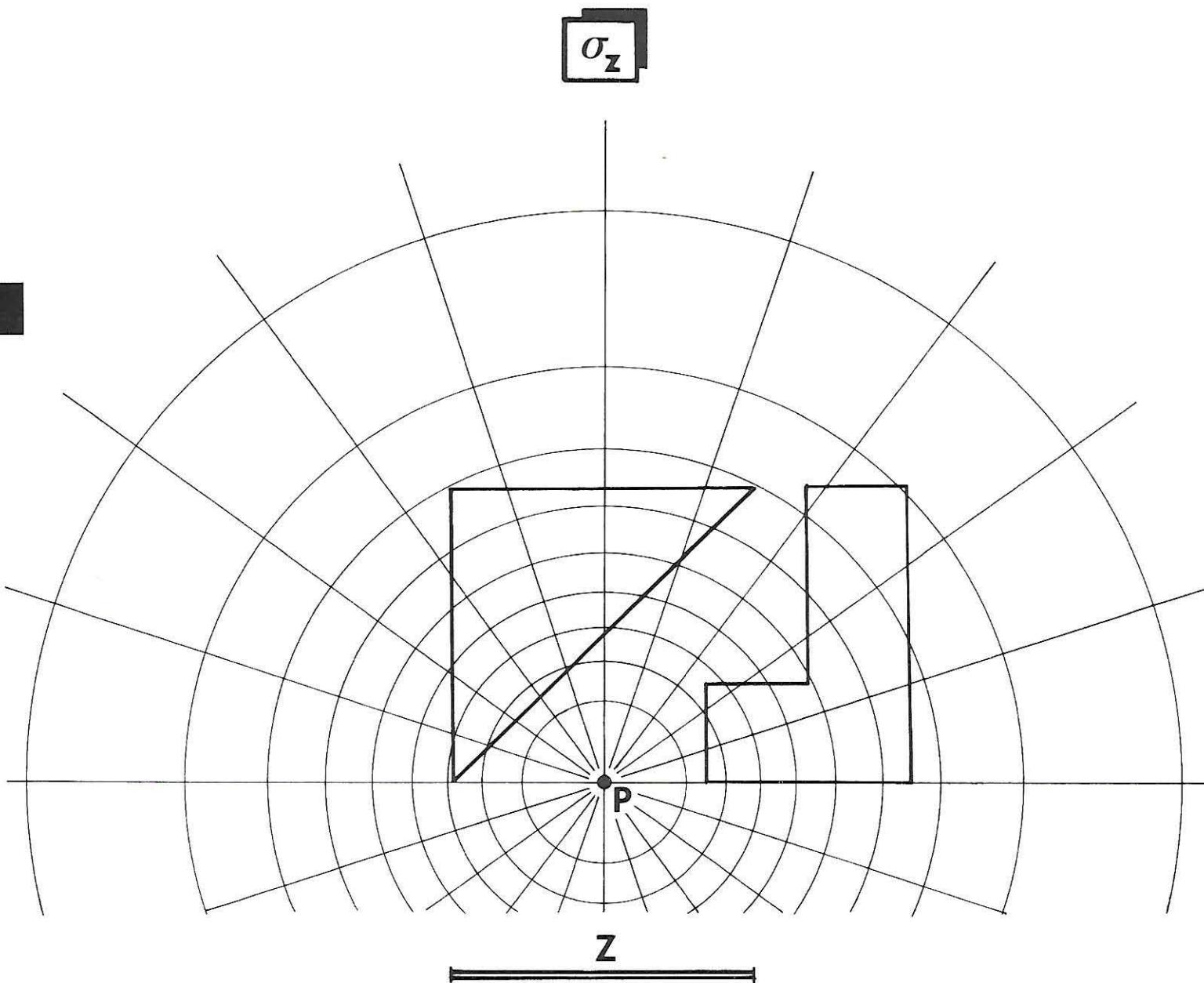


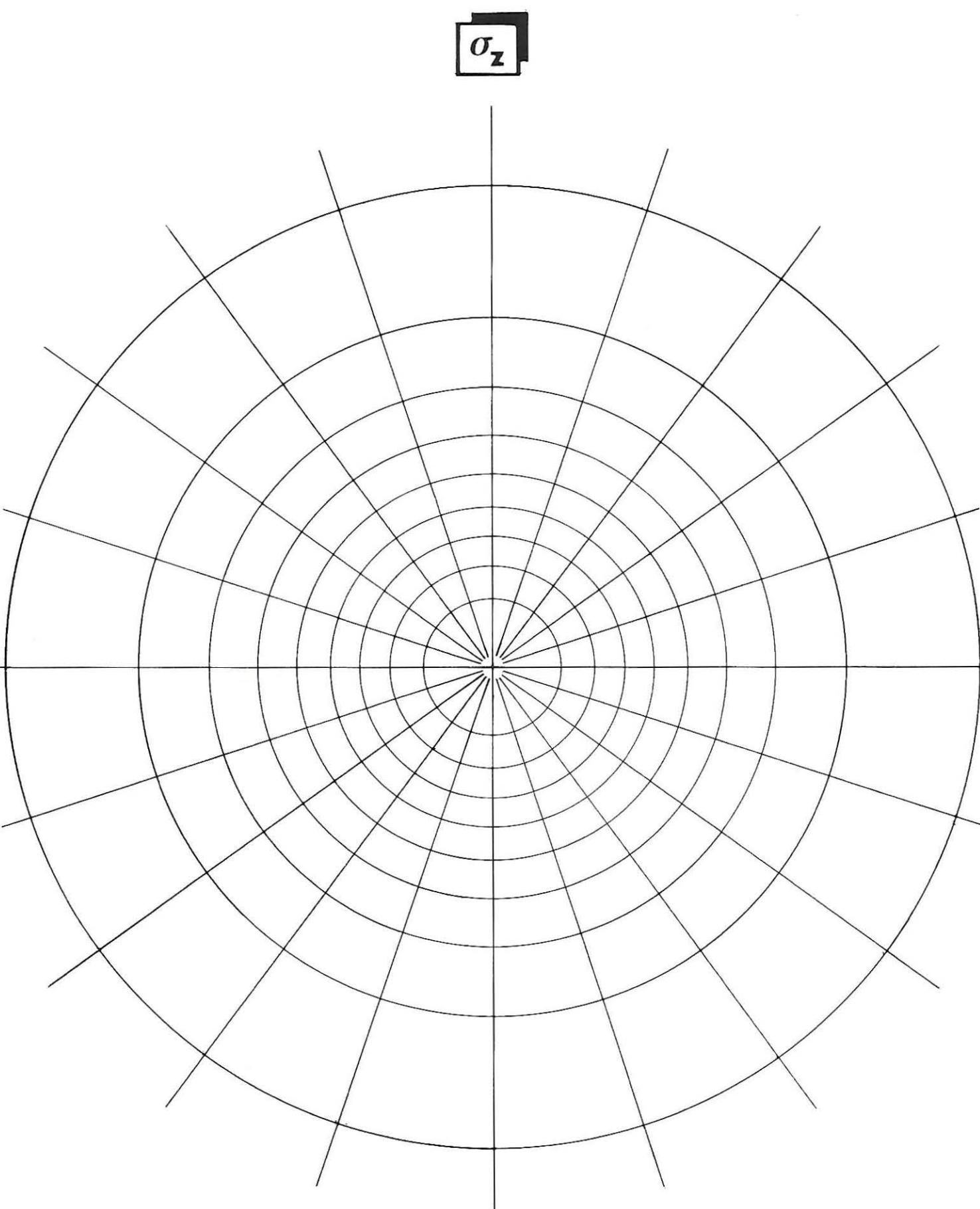
FIG. 5. — L'emprise du stock de tôles est dessinée sur calque et reportée sur la grille σ_z . L'échelle est donnée par $z = 6 \text{ m}$ (20 ft) (voir l'exemple 3).

W

5-1

R

(d'après NEWMARK)



5-1

(d'après NEWMARK)

CONSTRUCTION DES GRILLES

1. Grille "w".

Les cercles concentriques, en nombre infini, ont pour rayon r les termes de la progression arithmétique suivante :

$$r/R = 1/12,5, \quad 2/12,5, \quad 3/12,5, \dots$$

2. Grille " σ_z ".

Les cercles concentriques, au nombre de 9, ont pour rayon les valeurs suivantes :

$$r/z = 0,270, \quad 0,400, \quad 0,518, \quad 0,637, \quad 0,766, \quad 0,918, \quad 1,110, \\ 1,387 \text{ et } 1,908.$$

5-1

BIBLIOGRAPHIE

Les grilles "w" et " σ_z " sont dues à Newmark qui a également donné des grilles analogues pour σ_x et $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ [3, 4, 5]. Par ailleurs Barksdale et Harr [1, 2] ont donné une grille analogue pour le cas de charges tangentialles (cette grille n'est pas reproduite ici).

REFERENCES

- [1] R. BARKSDALE and M.E. HARR, "An Influence chart for Vertical Stress Increase due to Horizontal Shear Loadings", Highway Research Record, 108 (1966), 11-18.
- [2] M.E. HARR, "Foundations of theoretical Soil Mechanics", Mac Graw Hill (New York, 1966), p. 89.
- [3] N.M. NEWMARK, "Estimating Earth Pressures", Engineering News Record (January 6, 1938), 23-24.
- [4] N.M. NEWMARK, "Influence charts for computation of stresses in elastic foundations", Univ. of Illinois Eng. Exp. Station Bulletin, 338 (1942).
- [5] N.M. NEWMARK, "Influence charts for computation of vertical displacements in elastic foundations", Univ. of Illinois Eng. Exp. Station Bulletin, 367 (1947).

SECTION 5-2

FONDATION DE FORME QUELCONQUE

sur une couche de sol d'épaisseur finie

5-2

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul des contraintes
- Calcul direct du tassement
- Construction des grilles
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol constitue une couche homogène, d'épaisseur H , reposant sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement. Si cette adhérence n'est pas parfaite, le tassement sera plus important. Si la couche de sol n'est pas parfaitement homogène, la méthode indiquée ci-après fournira un ordre de grandeur du tassement à condition que l'on ait pu estimer une valeur moyenne des propriétés du sol pour toute la couche.

DEFINITION DE LA CHARGE**5-2**

La surface sur laquelle est répartie la charge est absolument quelconque ; elle peut même s'étendre à l'infini. La charge est normale mais sa distribution peut être quelconque :

- si la distribution est uniforme, l'emploi de la méthode est très simple (voir Ex. 1 et 2) ;
- si la distribution n'est pas uniforme, l'emploi de la méthode est plus compliqué (voir Ex. 3).

CALCUL DES CONTRAINTES

Le calcul des contraintes n'est pas indiqué ici. On pourra se reporter à la section relative à une fondation de forme quelconque reposant sur un sol d'épaisseur infinie, sachant que l'erreur ainsi commise est acceptable pour les contraintes, alors qu'elle ne le serait pas pour les tassements.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Ce calcul se fait à l'aide de grilles données ci-après (5 grilles, pour $\nu = 0, 0,2, 0,3, 0,4$ et $0,5$). Si la charge considérée équivaut à m cases de la grille relative à la valeur du coefficient de Poisson, ν , du sol, le tassement est donné par :

$$(1) \quad w = 0,003 \frac{pH}{E} m$$

avec :

- E : module d'Young du sol,
- H : épaisseur de la couche de sol,
- p : charge normale uniforme ou contrainte de référence dans le cas d'une charge distribuée de façon quelconque,
- m : nombre de cases (les cases situées à l'intérieur du cercle gris sont positives et celles situées à l'extérieur sont négatives).

Nous allons exposer l'utilisation de ces grilles à l'aide d'exemples :

- Utilisation des grilles pour une charge uniforme.

Exemple 1 :

5-2

Considérons les deux stocks de tôles A et B, dont l'emprise est définie sur la figure 1. Pour le stock A, la charge unitaire est de 2 bars (4200 lb/sq. ft) et pour l'autre de 1,3 bar (2700 lb/sq. ft). L'épaisseur de la couche de sol est de 12 m (40 ft), son module est de 40 bars (84000 lb/sq. ft) et son coefficient de Poisson vaut 0,3. On demande le tassement au point P.

Les opérations à réaliser sont les suivantes :

1. Refaire la figure 1 sur papier calque à une échelle telle que $H = 12 \text{ m}$ (40 ft) soit bien égal à la longueur H indiquée sur la grille relative à $\nu = 0,3$.

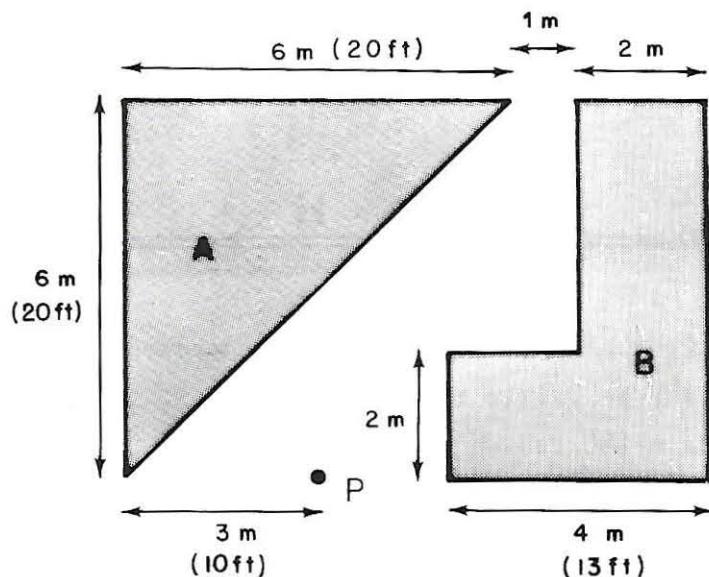


FIG. 1. — Définition des stocks de tôles de l'exemple 1.

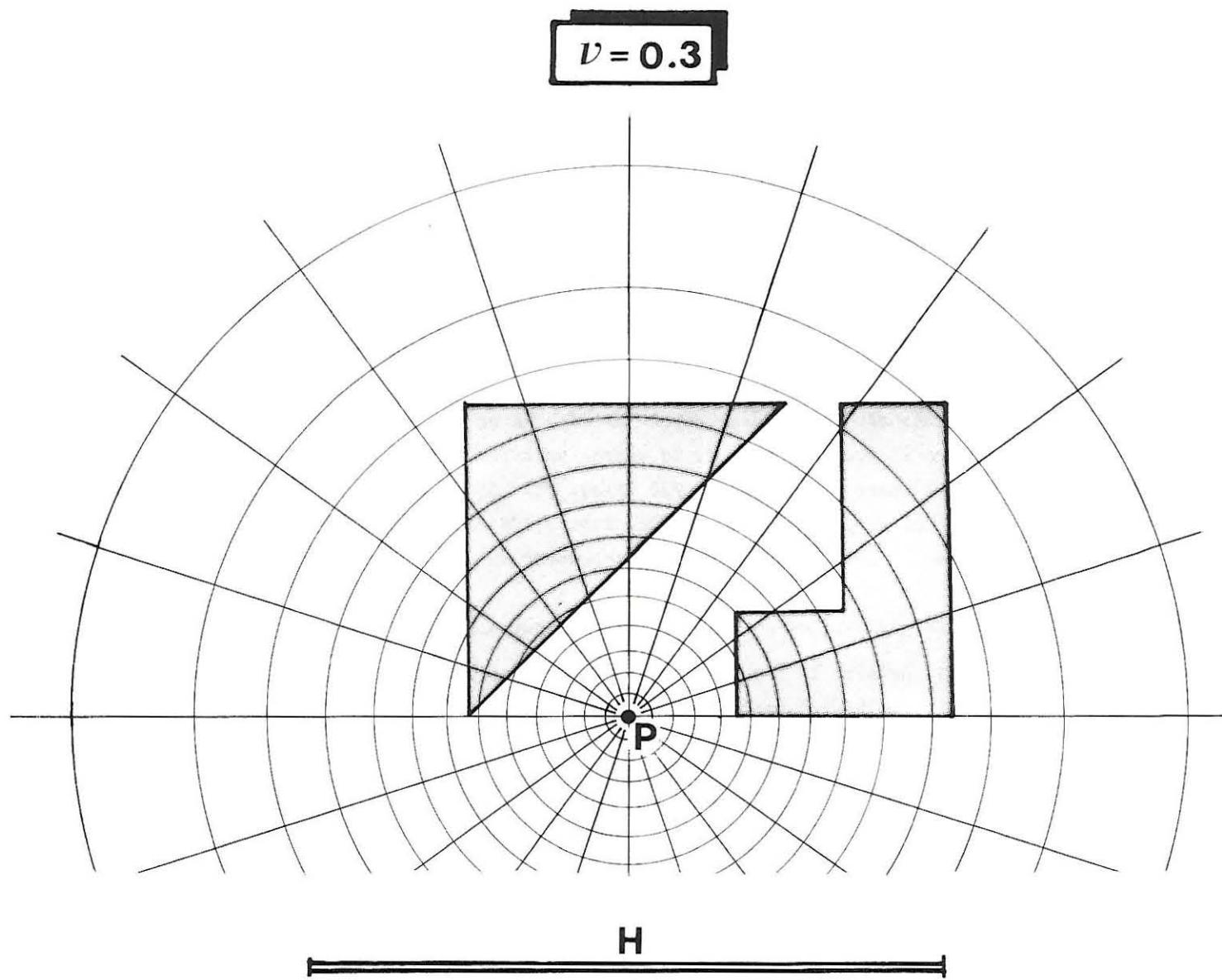


FIG. 2. — L'emprise du stock est dessinée sur calque et reportée sur la grille relative à $v = 0,3$. L'échelle est donnée par $H = 12 \text{ m}$ (40 ft).

2. Placer ce calque sur cette grille en faisant coïncider P avec le centre (Fig. 2).

3. Compter le nombre de cases recouvertes par l'emprise de la charge. Ici, nous trouvons (compte tenu des fractions de cases) :

19 cases pour le stock A,

13 cases pour le stock B.

4. Calculer le tassement par la formule (1), soit ici :

$$w = 0,003 \left(\frac{2 \times 12}{40} \times 19 + \frac{1,3 \times 12}{40} \times 13 \right) = 0,034 + 0,015 = 0,049 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

$$= 0,003 \left(\frac{4 \cdot 200 \times 40}{84 \cdot 000} \times 19 + \frac{2 \cdot 700 \times 40}{84 \cdot 000} \times 13 \right) = 0,115 + 0,05 = 0,165 \text{ ft} = 2 \text{ in.}$$

Remarques.

5-2

1. Pour calculer le tassement d'un point P' autre que P il suffit de déplacer le calque en amenant le point P' en coïncidence avec le centre de la grille.

2. Si la valeur du coefficient de Poisson du sol est comprise entre deux grilles, il faudra interpoler.

3. A titre de contrôle, nous avons comparé les résultats obtenus à l'aide des grilles pour des fondations rectangulaires uniformément chargées à ceux que nous avons pu établir directement par ailleurs. L'écart ne dépasse jamais 3 %.

Exemple 2 :

Cet exemple est destiné à illustrer le cas de cases négatives.

Considérons une couche d'argile molle saturée, de 40 m (133 ft) d'épaisseur et dont le module d'Young, mesuré dans un essai non drainé, vaut 20 bars (42 000 lb/sq. ft). Elle supporte un bassin elliptique dont le grand axe mesure 40 m (133 ft) et le petit axe, 24 m (80 ft). Ce bassin est brusquement rempli d'eau sur 4,3 m (14 ft) de haut. Quel tassement immédiat peut-on estimer au point P situé à 8 m (26 ft) du bassin, sur le grand axe ?

Le chargement étant rapide, le coefficient de Poisson doit être pris égal à 0,5. En suivant le processus indiqué dans l'exemple 1, on compte (Fig. 3) :

- environ 12 cases positives
- environ 2 cases négatives,

soit, 10 cases.

$$v = 0.5$$

5-2

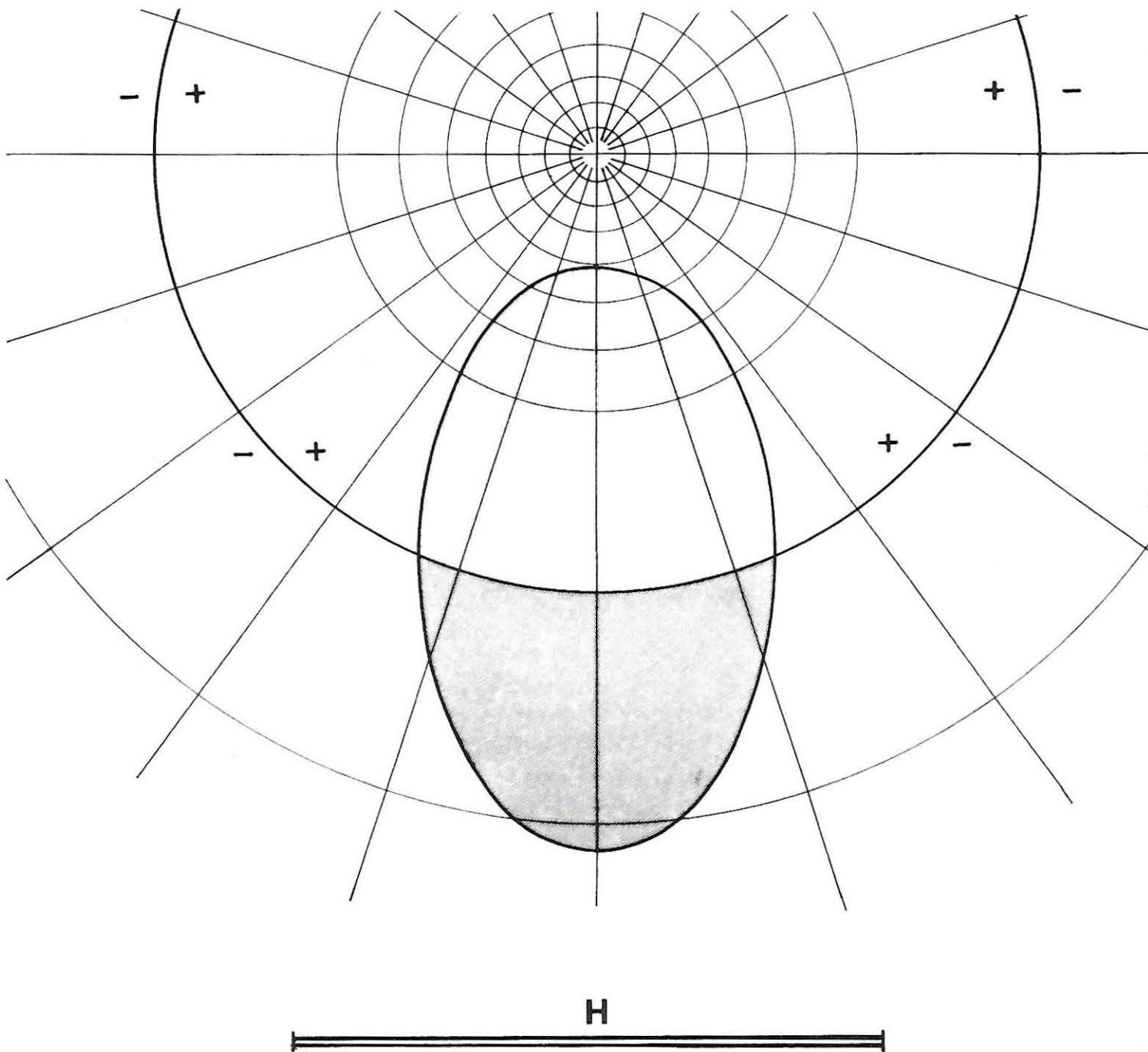


FIG. 3. — Le plan du bassin elliptique est reporté sur la grille relative à $v = 0,5$, l'échelle étant donnée par $H = 40\text{ m}$ (133 ft). La partie foncée de l'ellipse recouvre 2 cases négatives alors que la partie claire recouvre 12 cases positives.

Par ailleurs, la charge unitaire vaut :

$$p = 4,3 \times 1\ 000 \times 9,81 \times 10^{-5} = 0,42 \text{ bar}$$

$$= 14 \times 62,5 = 880 \text{ lb/sq. ft.}$$

Le calcul est alors immédiat :

$$w = \frac{0,42 \times 40}{20} \times 10 \times 0,003 = 0,025 = 2,5 \text{ cm}$$

$$= \frac{880 \times 130}{42\ 000} \times 10 \times 0,003 = 0,082 \text{ ft} = 1 \text{ inch.}$$

- Utilisation des grilles pour une charge non uniforme.

Dans les deux exemples précédents, la charge était uniformément répartie sur toute sa surface d'application. Nous allons voir, sur un exemple, qu'il est possible, quoique moins rapide, d'utiliser les grilles pour calculer le tassement provoqué par une charge variant d'un point à un autre.

5-2

Exemple 3 :

Considérons le remblai défini sur la figure 4. La masse volumique du remblai est $\rho = 1,68 \text{ g/cm}^3$ (105 lb/cu. ft.). Le sol de fondation a pour module $E = 19 \text{ bars}$ ($40\ 000 \text{ lb/sq. ft.}$) et pour coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. On demande le tassement au point P, milieu du grand côté du remblai.

Comme dans l'exemple 1, le plan du remblai sur papier calque est placé sur la grille relative à $\nu = 0,3$. La symétrie du problème permet de ne faire le compage que sur la moitié du remblai. Considérons le secteur coloré en gris sur la figure 5. En allant du centre vers le bord, il contient 9 cases entières et une fraction de la dizième case. Dans le tableau, nous avons indiqué la charge moyenne subie par chaque case. On en déduit le "nombre équivalent de cases" du secteur, en l'occurrence 3,27, et en additionnant les valeurs obtenues pour tous les secteurs, on obtient "le nombre équivalent de cases" pour tout le remblai, soit 38,3.

Par ailleurs, la charge, p, au centre du remblai, vaut :

$$p = 3 \times 1\ 680 \times 9,81 \times 10^{-5} = 0,495 \text{ bar}$$

$$= 10 \times 105 = 1\ 050 \text{ lb/sq. ft.}$$

Le calcul est alors immédiat :

$$w = \frac{0,495 \times 25}{19} \times 38,3 \times 0,003 = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$$

$$w = \frac{1\ 050 \times 82}{40\ 000} \times 38,3 \times 0,003 = 0,25 \text{ ft} = 3 \text{ inches.}$$

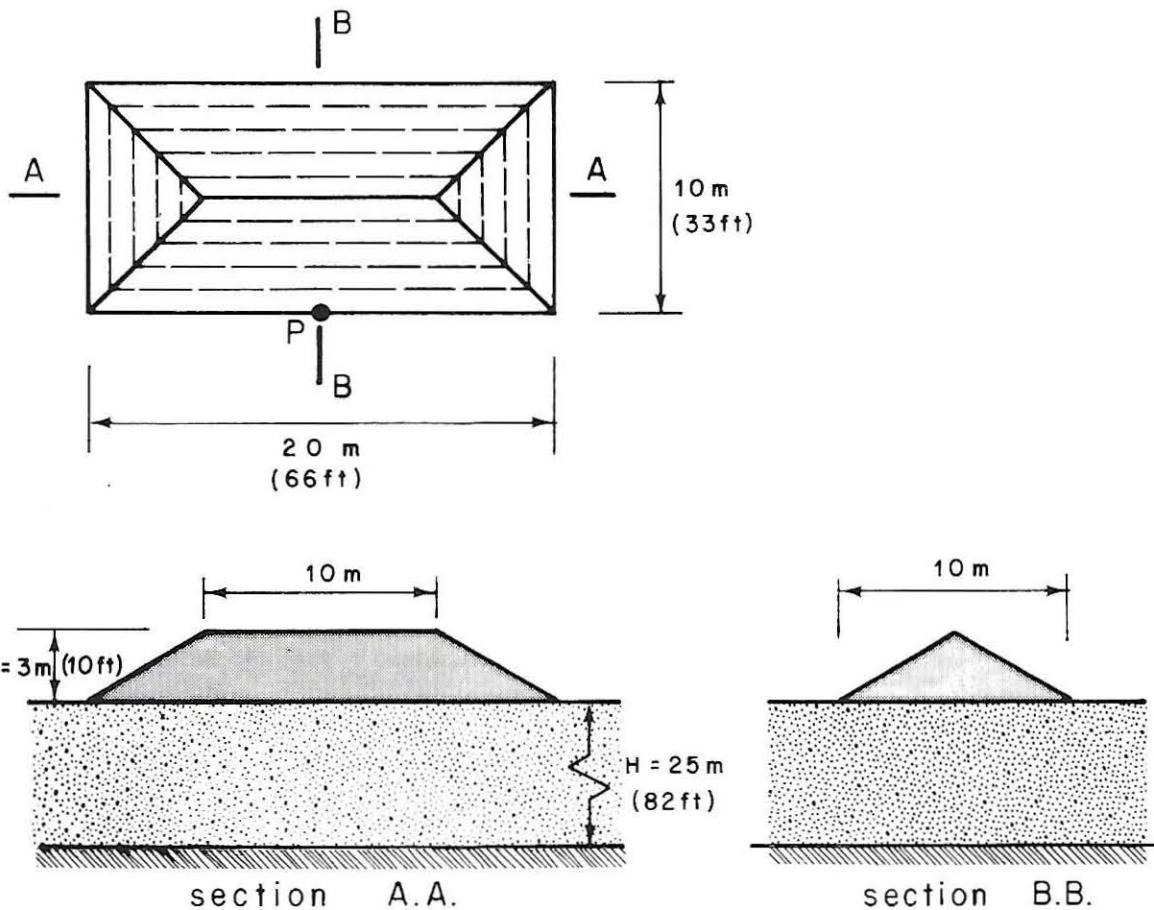


FIG. 4. — Définition du remblai de l'exemple 3 et de sa fondation. Les tirets correspondent à des contraintes augmentant par pas de $0,2 p$, si p est la charge sous l'arête centrale.

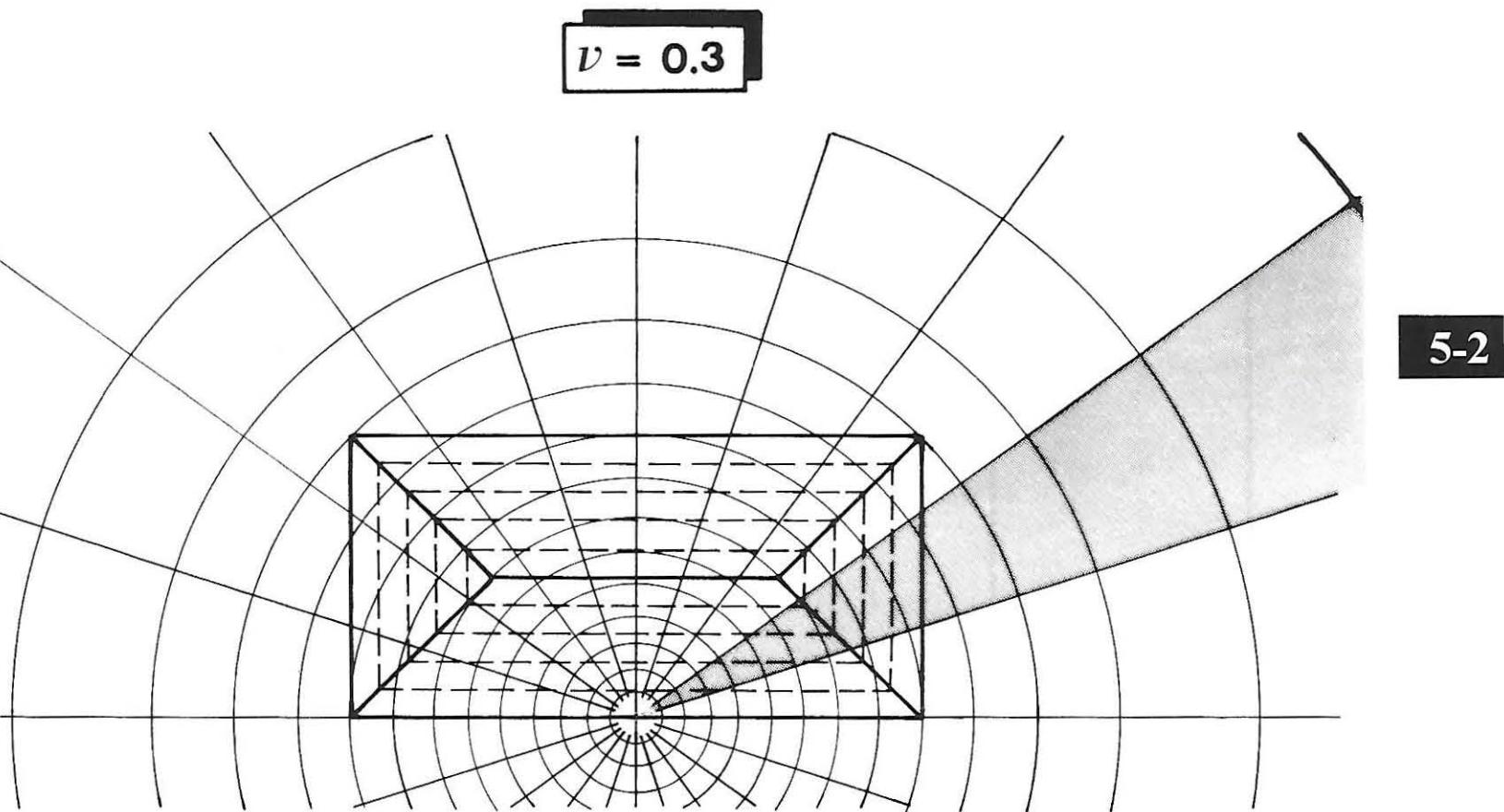
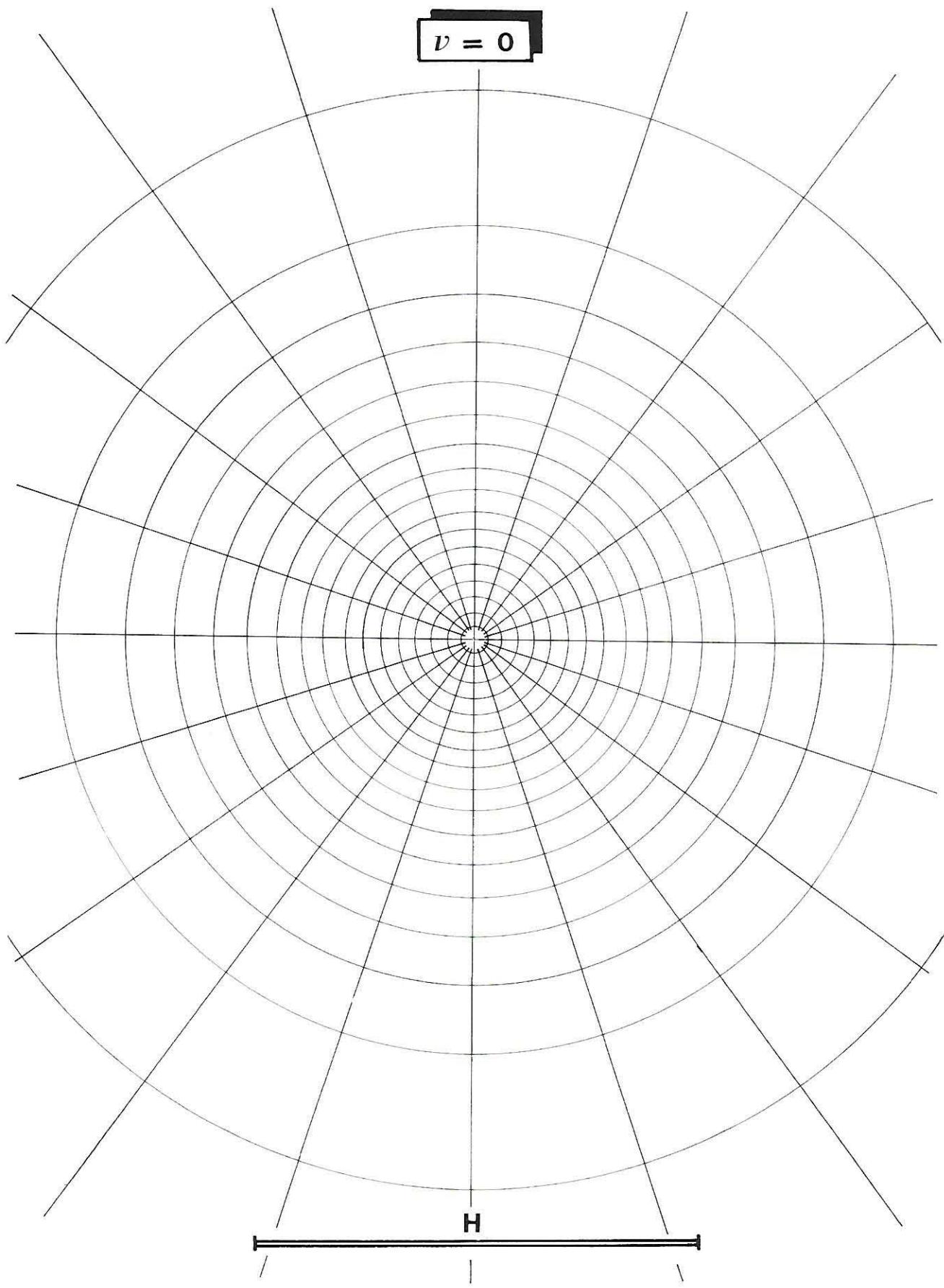


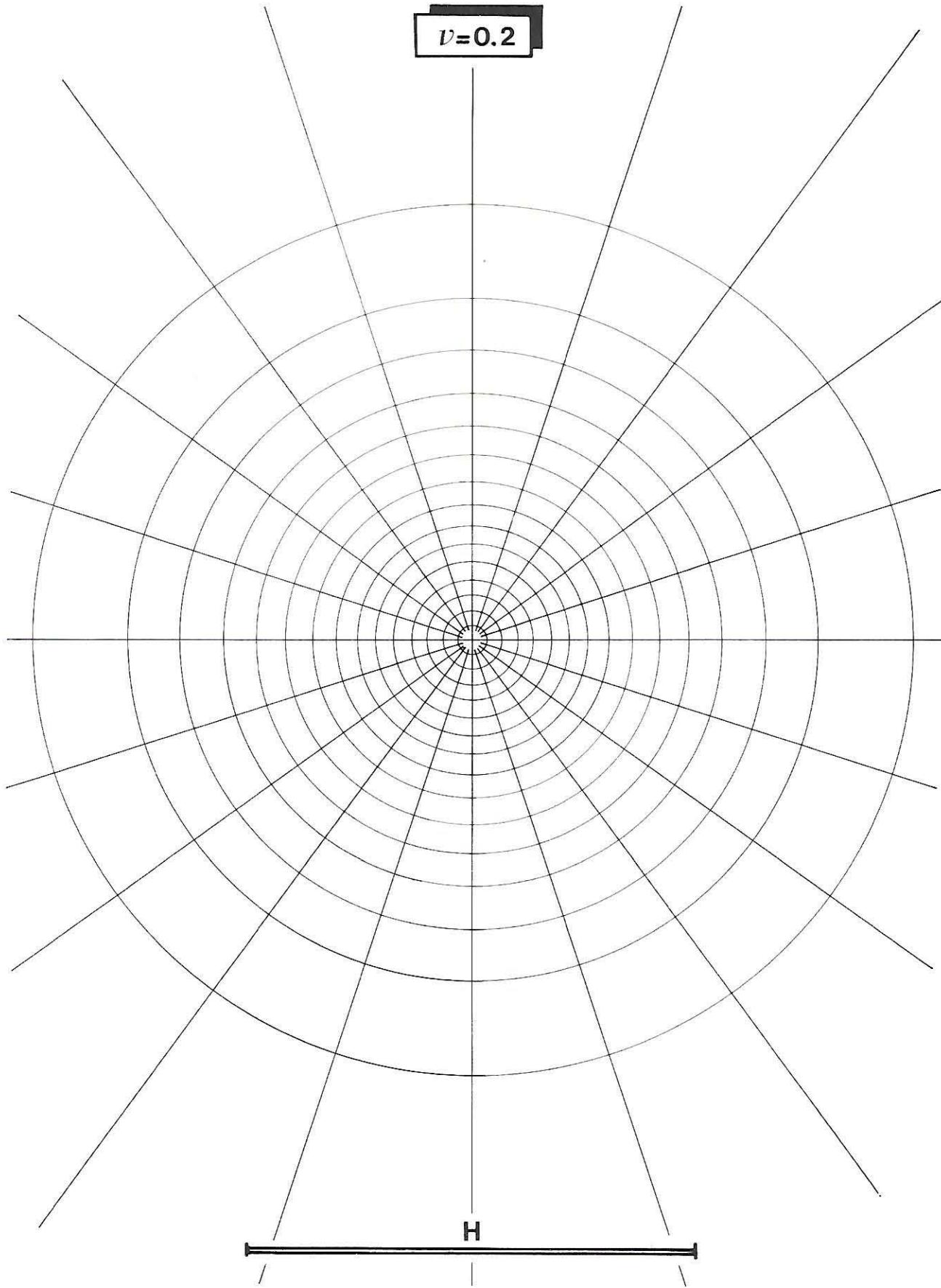
FIG. 5. — Le remblai est reporté sur la grille $v = 0,3$.
Le comptage des cases dans le secteur grisé est détaillé dans
le texte.

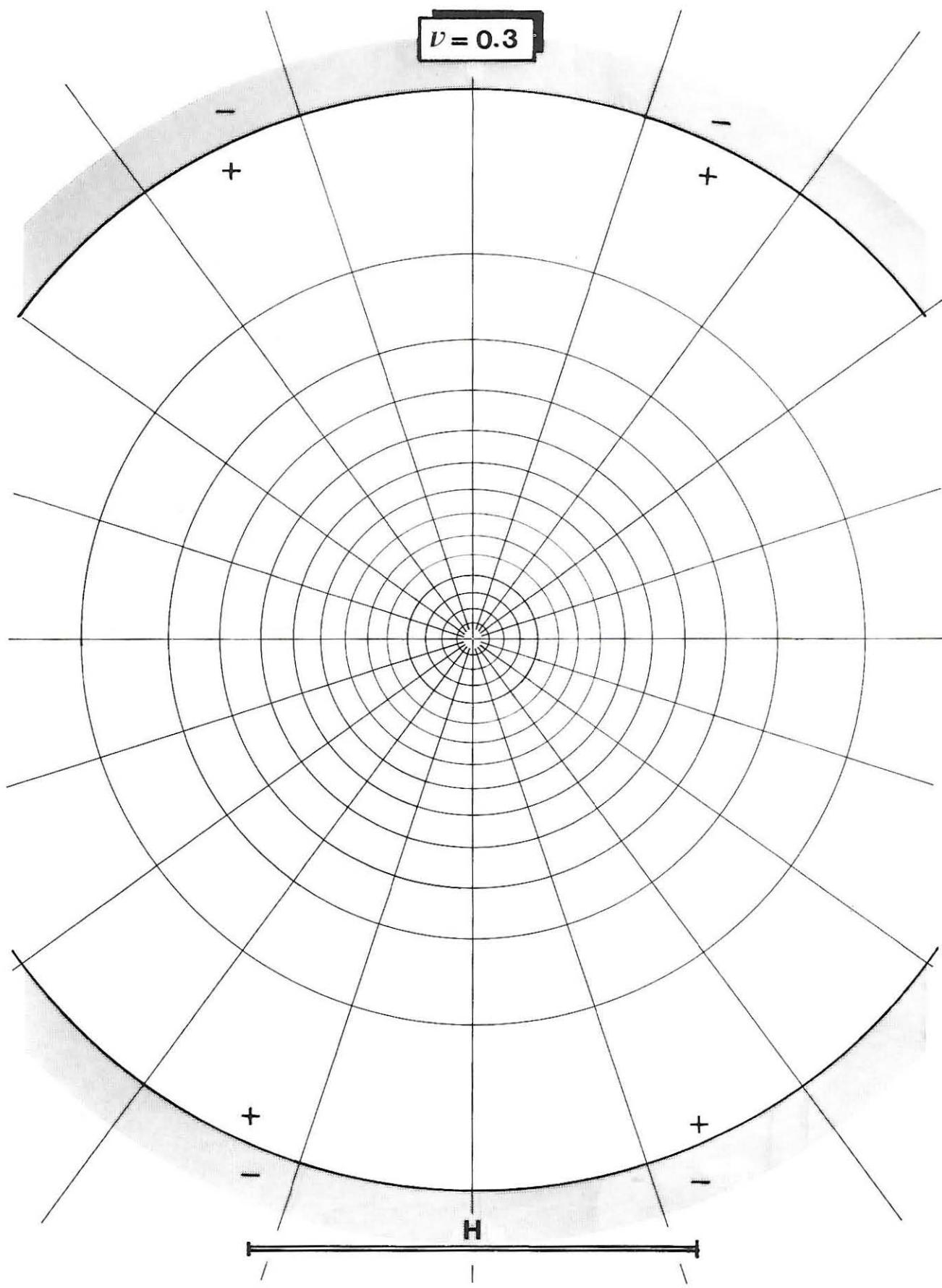
5-2

N° de la case à partir du centre	Fractionnement de la case		Nombre équiva- lent de la case $\frac{A \times B}{P}$
	A	B	
1	1	0.05 p	0.05
2	1	0.1 p	0.1
3	1	0.2 p	0.2
4	1	0.3 p	0.3
5	1	0.4 p	0.4
6	1	0.5 p	0.5
7	1	0.6 p	0.6
8	1	0.6 p	0.6
9	1	0.4 p	0.4
10	3/4	0.15 p	0.12
Nombre équivalent de cases pour l'ensemble du secteur			3.27

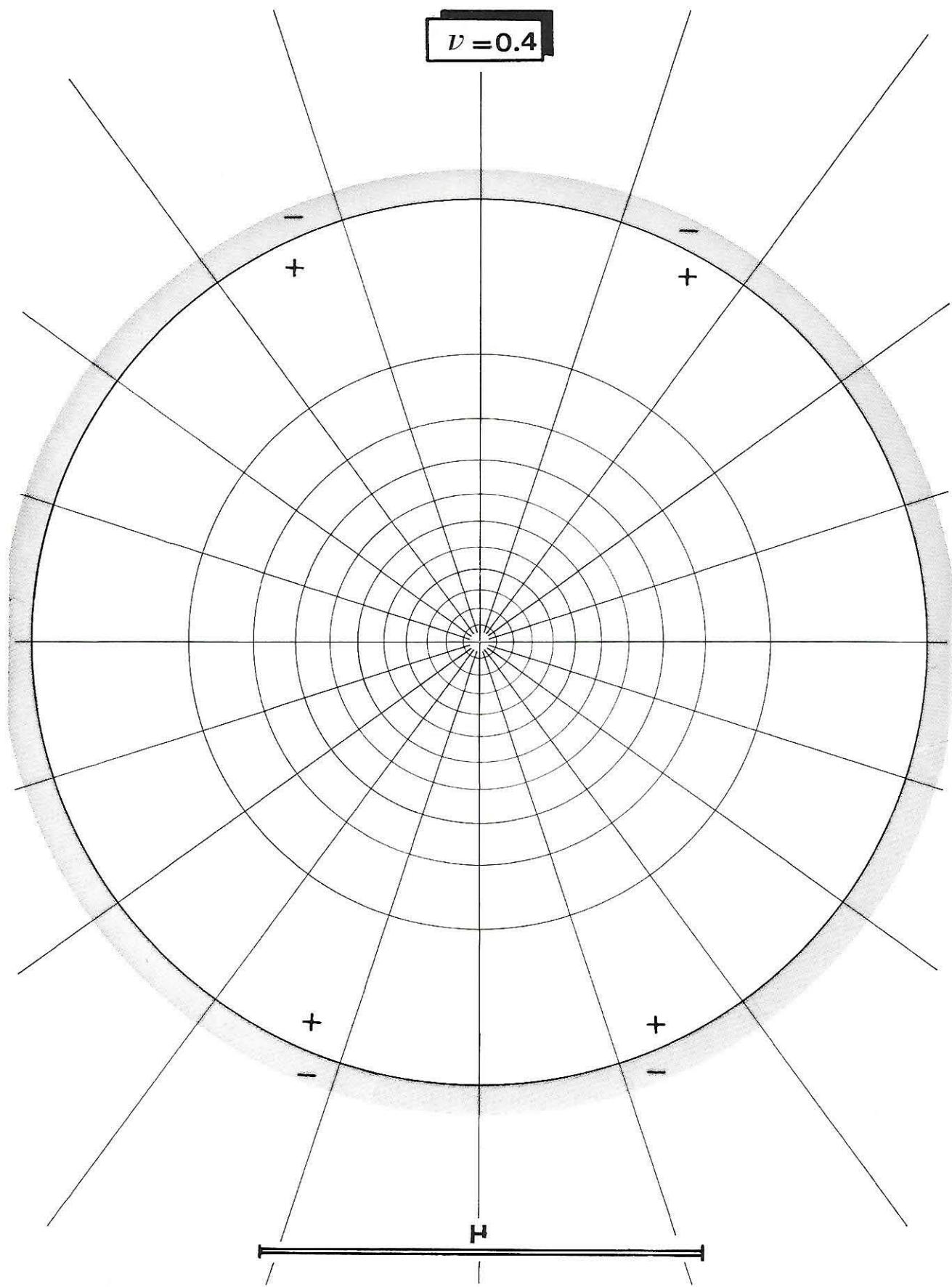
TABLEAU 1. — Détail du comptage des cases du secteur
coloré en gris sur la figure 5.

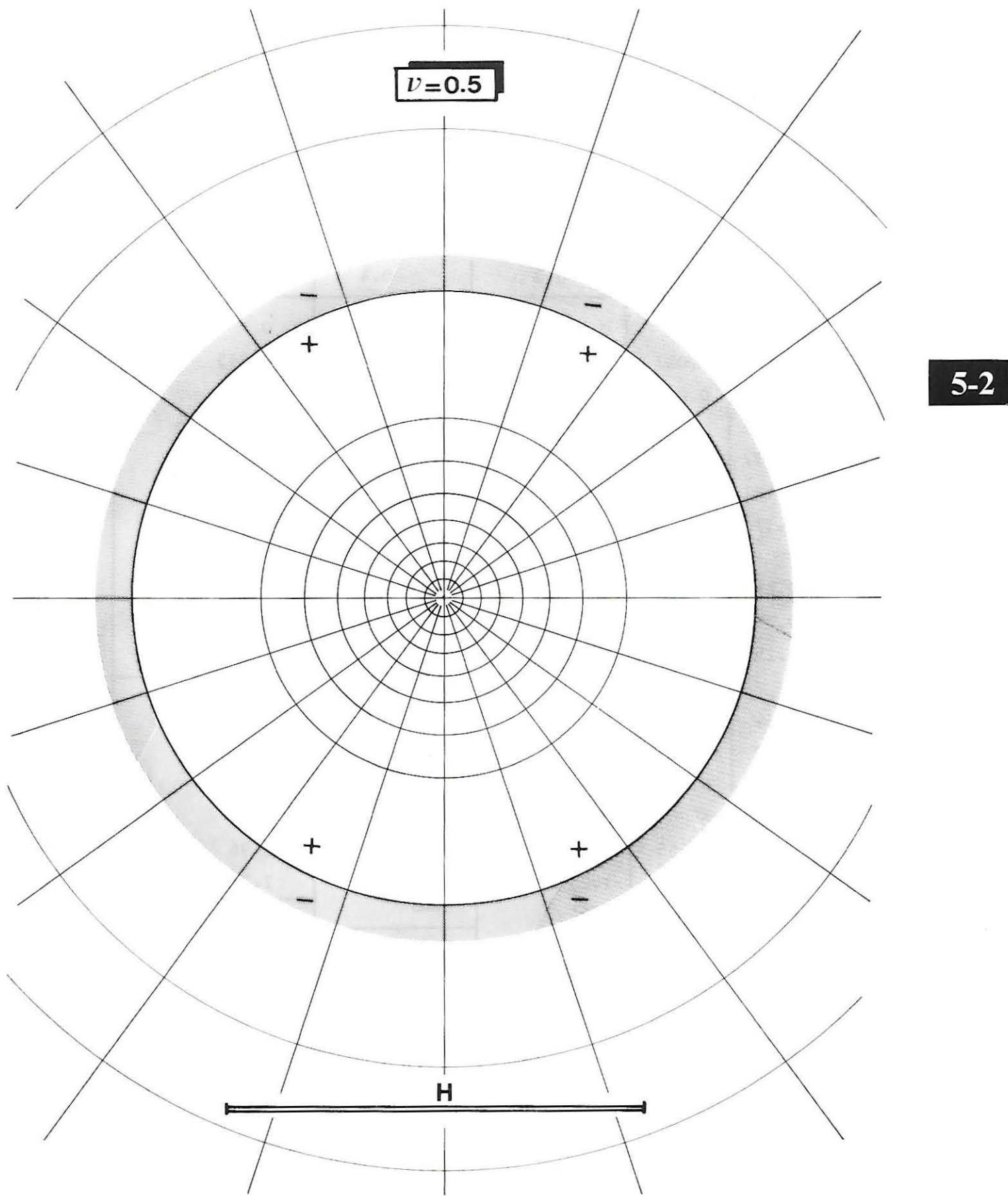






5-2

5-2



CONSTRUCTION DES GRILLES

Les valeurs des rayons des cercles concentriques sont données dans le tableau ci-après où le trait horizontal sépare les cases positives des négatives.

5-2

γ	0	0.2	0.3	0.4	0.5
$\frac{r}{H}$	0	0	0	0	0
	0.03	0.032	0.035	0.037	0.045
	0.06	0.065	0.07	0.075	0.09
	0.097	0.1	0.105	0.117	0.135
	0.132	0.135	0.145	0.163	0.190
	0.17	0.175	0.19	0.212	0.255
	0.21	0.215	0.235	0.270	0.335
	0.25	0.255	0.285	0.332	0.44
	0.29	0.305	0.34	0.41	0.75
	0.34	0.355	0.40	0.505	1.15
	0.39	0.415	0.475	0.65	1.4
	0.445	0.48	0.565	1.00	1.66
	0.51	0.555	0.68	1.50	1.96
	0.585	0.65	1.25	2.27	2.36
	0.67	0.77	∞	∞	
	0.785	1.5			
	0.94				
	1.75				

BIBLIOGRAPHIE

La façon dont nous avons obtenu ces grilles fait l'objet d'une publication [1].

REFERENCE

- [1] J.P. GIROUD, "Détermination rapide du tassement d'une couche de sol compressible supportant une charge quelconque", Le Moniteur des Travaux Publics et du Bâtiment (14 août 1971), 129-133.

5-2

FONDATIONS DE GRANDE LONGUEUR

Quand peut-on considérer que la longueur d'une fondation est grande ? Voir page suivante

Charge concentrée sur une ligne de grande longueur

- sur un sol homogène d'épaisseur infinie
- sur une couche de sol d'épaisseur finie
- sur un sol composé de deux couches

Section 6-1
Section 6-2
Section 6-3

6-1

Fondation de grande longueur linéairement chargée

- sur un sol homogène d'épaisseur infinie
- sur une couche de sol d'épaisseur finie (charge normale uniforme seulement)
- sur un sol composé de deux couches (charge normale uniforme seulement)
- sur un sol d'épaisseur infinie dont le module augmente avec la profondeur (charge normale uniforme seulement)

Section 6-4
Section 6-5
Section 6-6
Section 6-7

6-2

6-3

6-4

6-5

Fondation rigide de grande longueur à charge inclinée et excentrée

- sur un sol homogène d'épaisseur infinie
- sur une couche de sol d'épaisseur finie (charge normale seulement)

Section 6-8
Section 6-9

6-6

6-7

6-8

Remblai de grande longueur et de section triangulaire ou trapézoïdale

- sur un sol homogène d'épaisseur infinie
- sur une couche de sol d'épaisseur finie

Section 6-10
Section 6-11

6-9

Charge de grande longueur distribuée de façon quelconque

- sur un sol homogène d'épaisseur infinie
- sur une couche de sol d'épaisseur finie

Section 6-12
Section 6-13

6-10

6-11

6-12

6-13

QUAND PEUT-ON CONSIDÉRER QUE LA LONGUEUR D'UNE FONDATION RECTANGULAIRE EST GRANDE ?

Toutes les valeurs de tassement, rotation et contraintes présentées sous le titre "fondations de grande longueur" ont été obtenues en déformation plane, c'est à dire en considérant des fondations de longueur infinie et dont la charge est distribuée uniformément sur toute la longueur. De même, pour les "remblais de grande longueur" les calculs ont été faits avec des remblais de longueur infinie et de section constante. Les fondations et remblais réels n'ayant jamais une longueur infinie, on peut se demander à partir de quelle longueur ces résultats sont applicables. Distinguons trois cas :

- Calcul direct du tassement.

Si la fondation est rigide (semelle, radier rigide) l'erreur sur le tassement est inférieure à 20 % dès que :

$$L/B > (L/B)_{\min} \text{ donné par la figure 1.}$$

avec :

L, B : longueur et largeur de la fondation.

Par ailleurs, considérons la charge souple (remblai ou éventuellement grand radier) définie sur la figure 2, avec :

d : distance entre le point P où l'on calcule le tassement et la plus proche des deux extrémités de la charge ;

H : épaisseur de la couche de sol.

Le calcul direct du tassement en P peut se faire avec une bonne approximation en considérant que la charge est de grande longueur, sous réserve que les deux conditions suivantes soient vérifiées :

$$d > 2B \text{ et } d > 2H.$$

La seconde condition montre notamment que l'on ne peut supposer $H = \infty$ (milieu semi-infini) que si L est vraiment infinie, ce qui n'est jamais le cas. Autrement dit, le calcul direct du tassement d'une fondation de longueur infinie est impossible avec l'hypothèse du milieu semi-infini.

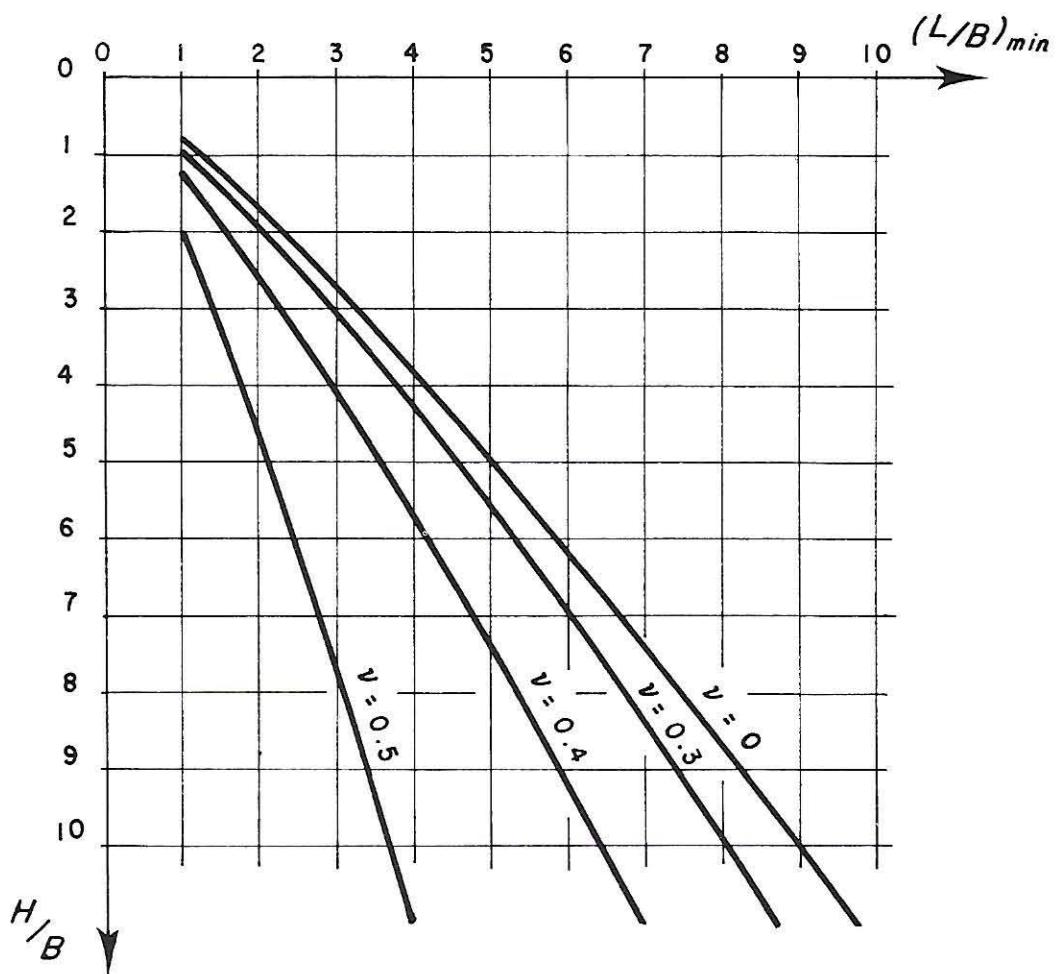


FIG. 1. — Valeur de $(L/B)_{\min}$ (L : longueur de la fondation, B : largeur, H : épaisseur de la couche de sol, ν : coefficient de Poisson du sol).

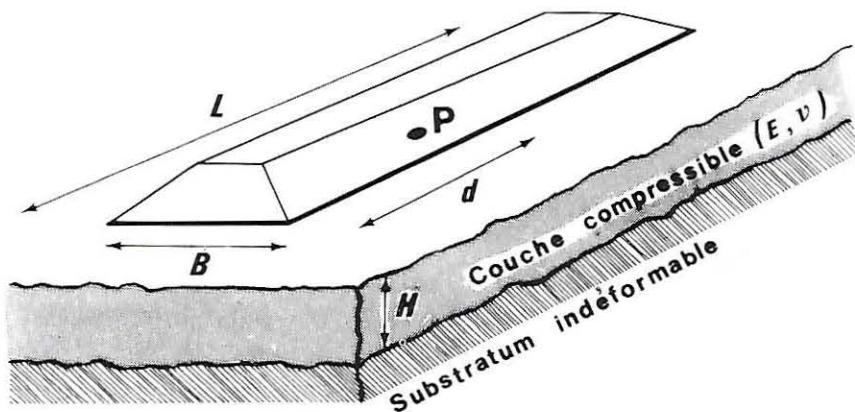


FIG. 2. — Couche de sol compressible reposant sur un substratum indéformable et supportant une charge de grande longueur (remblai). Le point P de la surface du sol, où l'on calcule le tassement, est situé à la distance d de la plus proche des deux extrémités de la charge.

— Calcul de la rotation.

L'erreur commise sur la rotation d'une fondation rectangulaire en utilisant les résultats relatifs aux fondations de grande longueur est inférieure à 15 % dès que :

$$L/B > 1,5.$$

Il s'agit, bien entendu, d'une rotation autour du grand axe de la fondation (parallèle à L). Si la fondation, même très longue, tourne autour de son petit axe il n'est pas possible de faire le calcul en supposant qu'elle est de grande longueur car la distribution de charge et de déplacement n'est pas uniforme sur la longueur et il ne s'agit pas d'un problème de déformation plane.

— Calcul des contraintes.

Considérons la charge définie sur la figure 3 a. L'erreur commise sur une contrainte à la verticale du bord de la charge est donnée par la courbe de la figure 3 b. Cette courbe est valable pour :

- τ_{zx} due à une charge normale et σ_z due à une charge quelconque, quel que soit v ;
- τ_{zx} due à une charge tangentielle et σ_x due à une charge quelconque, seulement pour $v = 0,5$.

(v : coefficient de Poisson du sol)

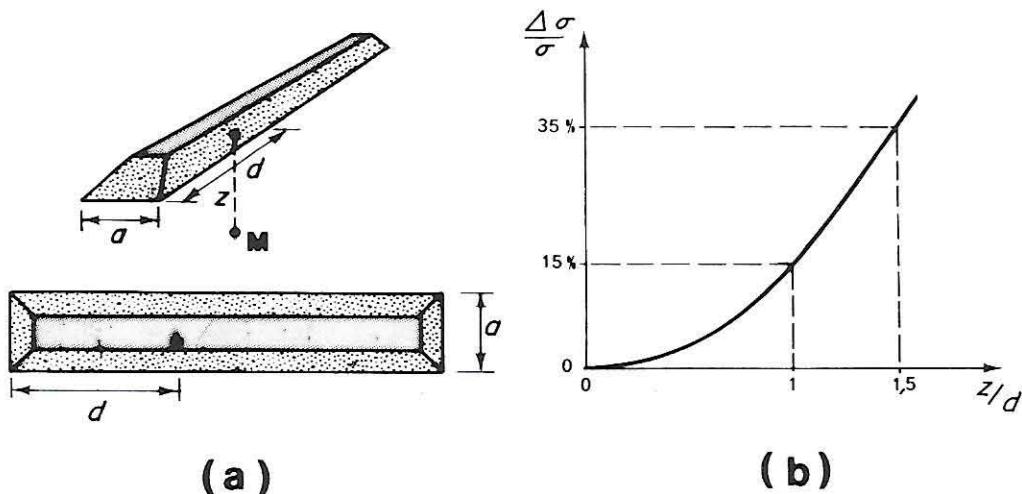


FIG. 3. — (a) Définition du point M où l'on calcule la contrainte : d est la distance à la plus proche des deux extrémités de la charge.

(b) Courbe donnant l'erreur relative sur la contrainte en M calculée en considérant que la charge est de longueur infinie.

BIBLIOGRAPHIE

Les diverses estimations que nous venons de donner de l'erreur commise en utilisant l'hypothèse de déformation plane pour des fondations rectangulaires ont été obtenues par des considérations théoriques dont on trouvera le détail dans les publications citées en référence [1, 2].

REFERENCES

- [1] J.P. GIROUD, "Calcul pratique des contraintes dans un sol supportant une charge de grande longueur", Construction, 25, 6 (Juin 1970), 221-226.
- [2] J.P. GIROUD, "Tassement d'une fondation rectangulaire sur une couche de sol compressible". La technique des Travaux (à paraître).

SECTION 6-1

CHARGE CONCENTRÉE SUR UNE LIGNE DE GRANDE LONGUEUR

(semelle filante)
exercée sur une couche de sol d'épaisseur infinie

6-1

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie.

DEFINITION DE LA CHARGE

La charge f (force par unité de longueur) est concentrée sur une ligne de longueur infinie à la surface du sol (Fig. 1). Elle a pour composante normale f_n et tangentielle f_t (Fig. 2). Son inclinaison est δ .

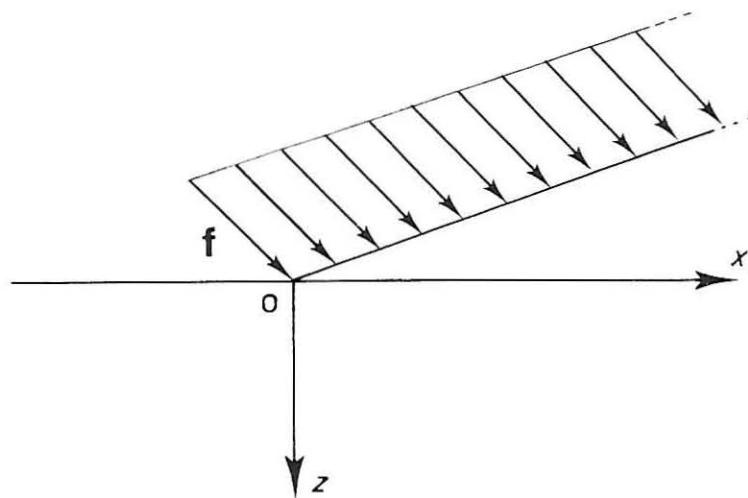


FIG. 1. — Définition de la force f par unité de longueur.

Les forces élémentaires sont contenues dans des plans parallèles à Oxz et sont inclinées d'un angle δ par rapport à la verticale (voir Fig. 2).

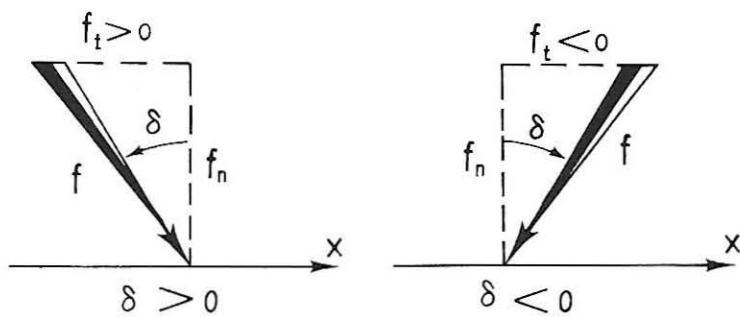


FIG. 2. — Composantes et inclinaison de f .

CALCUL DU TASSEMENT

La charge étant de longueur infinie et le sol étant d'épaisseur infinie, la théorie de l'élasticité donne un tassement infini pour tous les points de la surface du sol. Le calcul direct du tassement ne pourra donc être fait qu'avec des hypothèses (sur le sol et sur la charge) plus proches de la réalité.

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes en tout point d'un quelconque plan perpendiculaire à la ligne chargée sont donnés par :

$$\sigma_z = \frac{1}{z} \left(f_n g_0 + \frac{x}{|x|} f_t g_1 \right)$$

$$\tau_{zx} = \frac{1}{z} \left(\frac{x}{|x|} f_n g_1 + f_t g_2 \right)$$

$$\sigma_x = \frac{1}{z} \left(f_n g_2 + \frac{x}{|x|} f_t g_3 \right)$$

6-1

avec :

g_0, g_1, g_2 et g_3 : coefficients sans dimensions donnés dans un tableau et un graphique pour $\xi = |x|/z$;

x, z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes.

On peut aussi utiliser les formules suivantes :

$$\sigma_z = \frac{1}{x} \left(\frac{x}{|x|} f_n g_3 + f_t g_2 \right),$$

$$\tau_{zx} = \frac{1}{x} \left(f_n g_2 + \frac{x}{|x|} f_t g_1 \right),$$

$$\sigma_x = \frac{1}{x} \left(\frac{x}{|x|} f_n g_1 + f_t g_0 \right).$$

les coefficients g_0, g_1, g_2 et g_3 étant pris avec $\xi = z/|x|$.

Exemple :

Considérons une semelle filante de très grande longueur exerçant sur le sol une charge de 100 000 newtons/m (6 850 lb/ft) inclinée de $\delta = 20^\circ$. Quelle est la valeur de σ_z au point de coordonnées $x = -0,9\text{ m}$ (-3 ft) et $z = 3\text{ m}$ (10 ft) ?

Calculons d'abord les composantes de la charge :

$$\begin{aligned} f_n &= 100 000 \times \cos 20^\circ = 94 000 \text{ newtons/m} \\ &= 6 850 \times \cos 20^\circ = 6 400 \text{ lb/ft}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_t &= 100 000 \times \sin 20^\circ = 34 000 \text{ newtons/m} \\ &= 6 850 \times \sin 20^\circ = 2 300 \text{ lb/ft}. \end{aligned}$$

Pour $\xi = |x|/z = 0,4$, le tableau donne :

$$g_0 = 0,473 \quad \text{et} \quad g_1 = 0,189$$

et pour $\xi = z/|x| = 2,5$, il donne :

$$g_2 = 0,076 \quad \text{et} \quad g_3 = 0,189.$$

On peut alors calculer σ_z :

$$\sigma_z = \frac{1}{3}(94\ 000 \times 0,473 - 34\ 000 \times 0,189) = 0,13 \text{ bar}$$

$$= \frac{-1}{1,2}(-94\ 000 \times 0,189 + 34\ 000 \times 0,076) = 0,13 \text{ bar}$$

$$= \frac{1}{10}(6\ 400 \times 0,473 - 2\ 300 \times 0,189) = 260 \text{ lb/sq. ft}$$

$$= \frac{-1}{4}(-6\ 400 \times 0,189 + 2\ 300 \times 0,076) = 260 \text{ lb/sq. ft.}$$

TABLE ET GRAPHIQUE

Coefficients $g_0, g_1, g_2, g_3 \dots \dots \dots$ p. 284-285

EXPRESSION DES COEFFICIENTS

$$g_0 = \frac{2}{\pi(1 + \xi^2)^2}$$

$$g_1 = \frac{2\xi}{\pi(1 + \xi^2)^2}$$

$$g_2 = \frac{2\xi^2}{\pi(1 + \xi^2)^2}$$

$$g_3 = \frac{2\xi^3}{\pi(1 + \xi^2)^2}$$

BIBLIOGRAPHIE

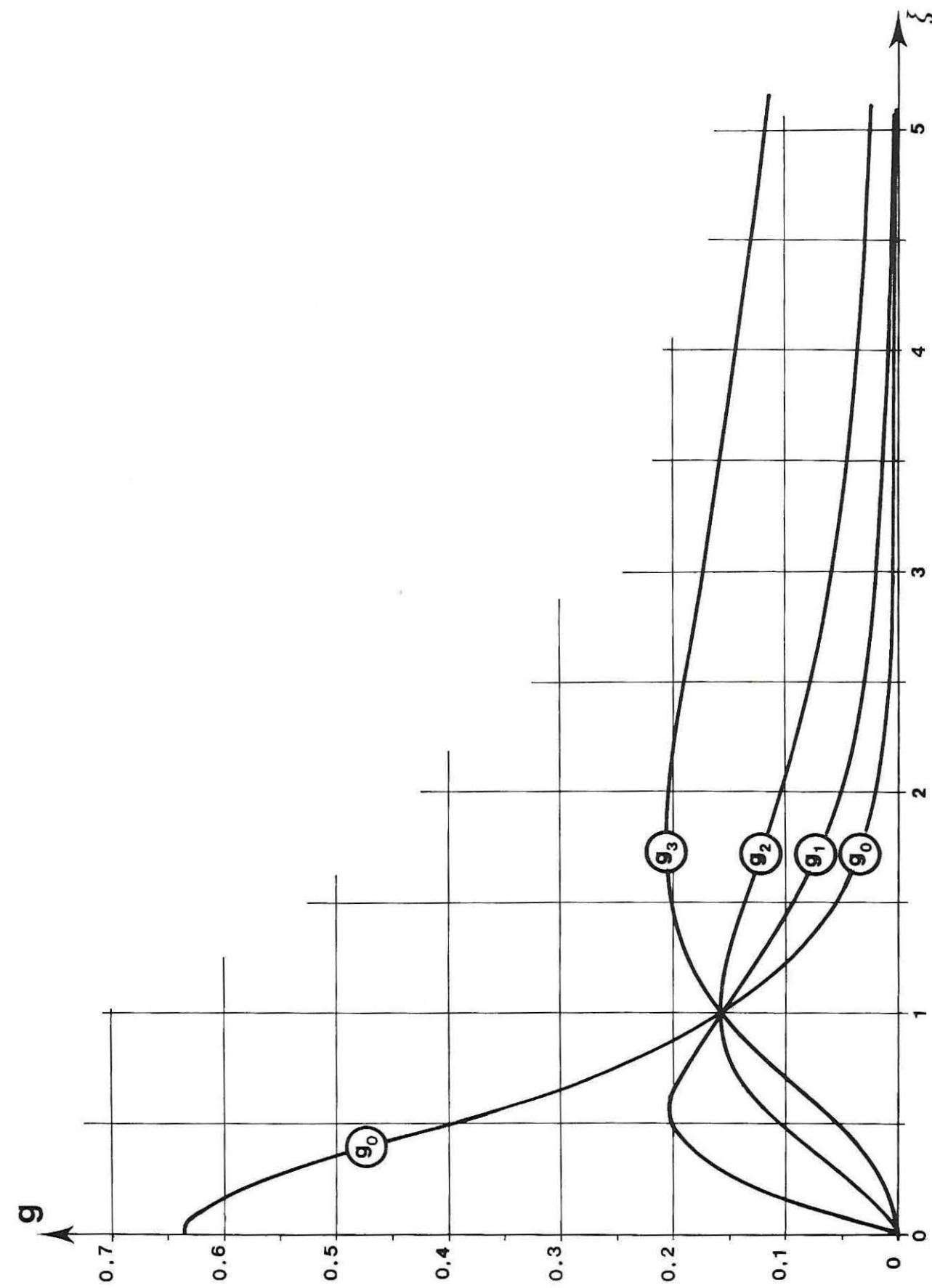
Les contraintes provoquées dans un demi-plan à l'état de déformation plane sous l'effet d'une charge concentrée exercée à sa surface a été résolu par Flamant [1]. Ces résultats sont reproduits dans un grand nombre d'ouvrages et l'on trouve des tables de valeurs numériques notamment dans Florin [2] et Szechy [3].

REFERENCES

- [1] M. FLAMANT, "Sur la répartition des pressions dans un solide rectangulaire chargé transversalement", Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, 114 (Paris, 1892), 1465-1468.
- [2] V.A. FLORIN, "Osnovi Mekanika Grunfov", Tome 1, Editions d'Etat pour le Génie Civil (Moscou 1959), p. 334-339.
- [3] K. SZECHY, "Der Grundbau", Tome 1, Springer Verlag (Vienne, 1963), p. 257.

6-1

	g_0	g_1	g_2	g_3
0	0.637	0	0	0
0.1	0.624	0.062	0.006	0.001
0.2	0.589	0.118	0.024	0.005
0.3	0.536	0.161	0.048	0.014
0.4	0.473	0.189	0.076	0.030
0.5	0.407	0.204	0.102	0.051
0.6	0.344	0.207	0.124	0.074
0.7	0.287	0.201	0.141	0.098
0.8	0.237	0.189	0.151	0.121
0.9	0.194	0.175	0.157	0.142
1	0.159	0.159	0.159	0.159
1.1	0.130	0.143	0.158	0.173
1.2	0.107	0.128	0.154	0.185
1.3	0.088	0.114	0.149	0.193
1.4	0.073	0.102	0.142	0.199
1.5	0.060	0.090	0.136	0.203
1.6	0.050	0.080	0.129	0.206
1.7	0.042	0.072	0.122	0.207
1.8	0.035	0.064	0.115	0.207
1.9	0.030	0.057	0.108	0.205
2	0.025	0.051	0.102	0.204
2.1	0.022	0.046	0.096	0.201
2.2	0.019	0.041	0.090	0.199
2.3	0.016	0.037	0.085	0.196
2.5	0.012	0.030	0.076	0.189
3	0.006	0.019	0.057	0.172
4	0.002	0.009	0.035	0.141
5	0.001	0.005	0.024	0.118
10	0.000	0.001	0.006	0.062
∞	0	0	0	0



6-1

SECTION 6-2

CHARGE NORMALE CONCENTRÉE SUR UNE LIGNE DE GRANDE LONGUEUR

(semelle filante)
exercée sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

6-2

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul des contraintes
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

La couche de sol homogène d'épaisseur H repose sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement.

DEFINITION DE LA CHARGE

La charge est normale et concentrée sur une ligne de longueur infinie (Fig. 1). Les charges parfaitement concentrées n'existent pas dans la pratique mais elles fournissent une bonne approximation des contraintes et tassements pour les points suffisamment éloignés de leur point d'application.

6-2

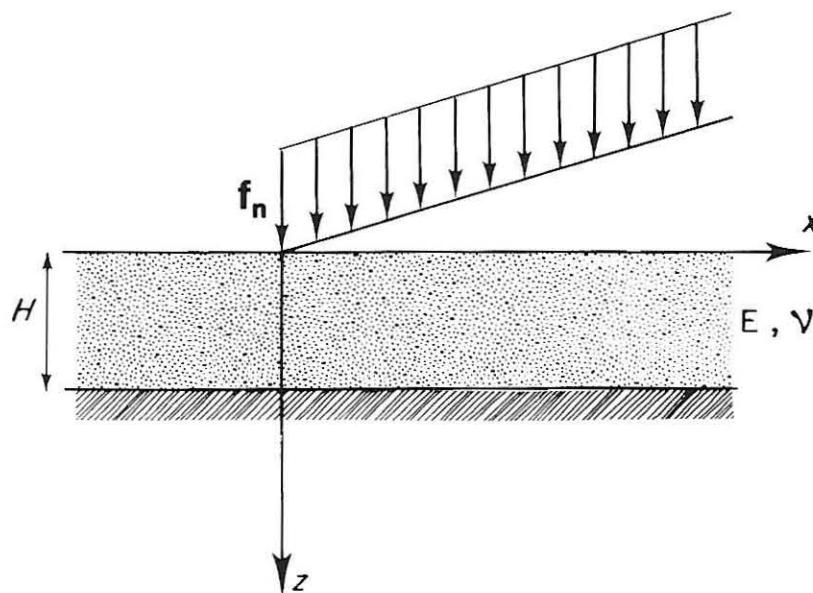


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

CALCUL DES CONTRAINTES

Le calcul de la contrainte σ_z se fait à l'aide de la formule suivante :

$$\sigma_z = \frac{f_n}{z} g_{HO},$$

avec :

f_n : force par unité de longueur ;

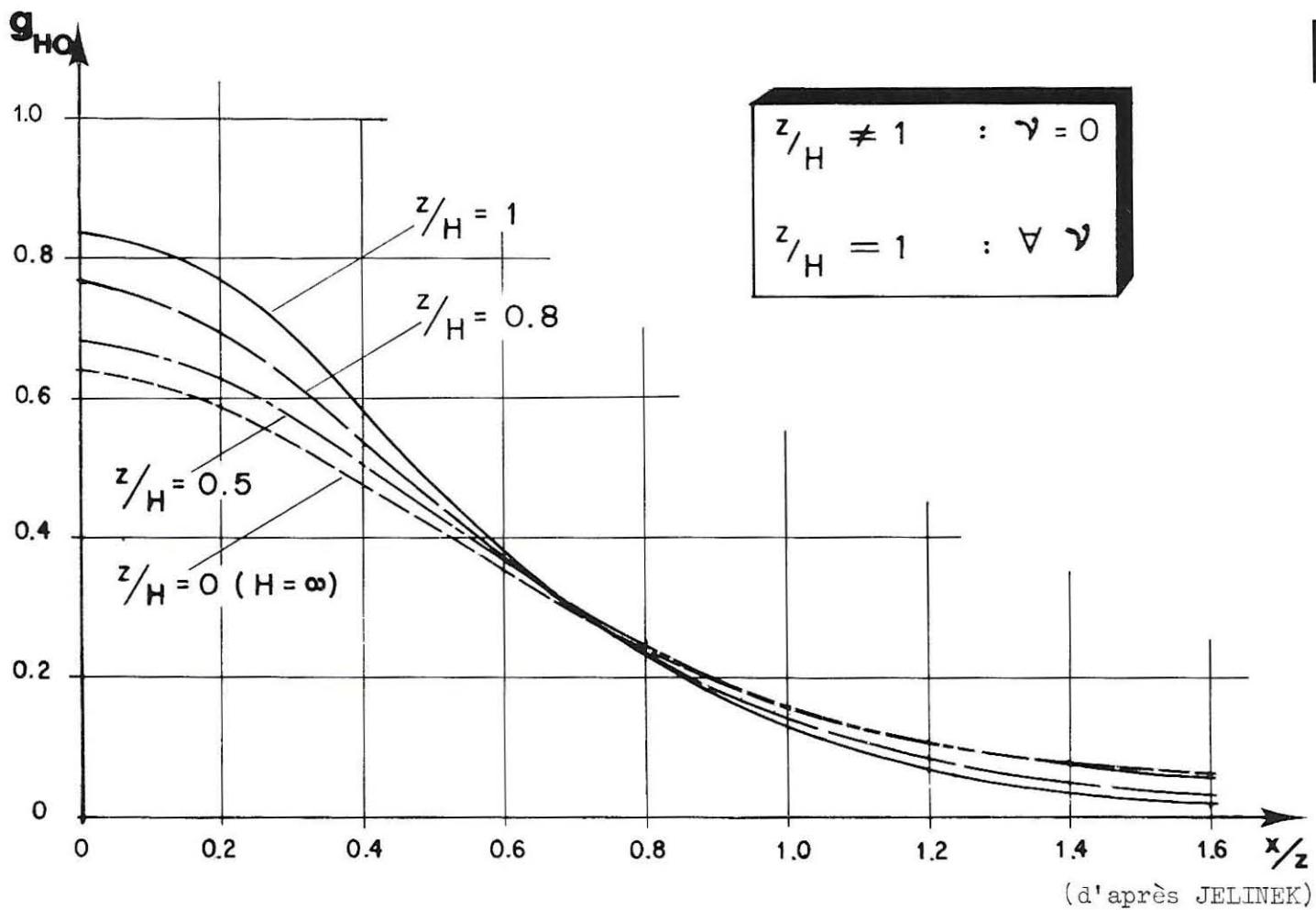
z : profondeur du point où l'on calcule σ_z ;

g_{Ho} : coefficient sans dimensions dépendant de x/z et ν ;
 x : abscisse du point où l'on calcule σ_z ;
 ν : coefficient de Poisson du sol.

Le coefficient g_{Ho} est donné dans un graphique pour $\nu = 0$. Notons que la courbe donnée sur ce graphique pour $z/H = 1$ est très voisine de celle obtenue pour $\nu = 0,5$.

Exemple :

Considérons une charge normale de 94 000 newtons/m (6 400 lb/ft) exercée à la surface d'une couche de sol de 7 m (23 ft) d'épaisseur et de coefficient de Poisson $\nu = 0$. Quelle est la contrainte σ_z à 5,5 m (18 ft) de profondeur et à une distance de la verticale de la charge égale à 2,2 m (7 ft) ?



Les paramètres du problème sont :

$$\frac{z}{H} = \frac{5,5}{7} = \frac{18}{23} = 0,8,$$

$$\frac{x}{z} = \frac{2,2}{5,5} = \frac{7}{18} = 0,4.$$

On lit sur le graphique :

$$g_{H0} = 0,52.$$

D'où :

$$\sigma_z = \frac{94\ 000}{5,5} \times 0,52 = 89\ 000 \text{ pascals} = 0,89 \text{ bar}$$

$$= \frac{6\ 400}{18} \times 0,52 = 1\ 850 \text{ lb/sq. ft.}$$

Notons que si le sol avait été homogène sur une épaisseur infinie, il aurait fallu remplacer g_{H0} par $g_0 = 0,473$.

BIBLIOGRAPHIE

6-2

Le coefficient g_{H0} , pour $v = 0$, a été calculé par Jelinek [2] que nous remercions de nous avoir autorisé à reproduire ce graphique. La valeur de g_{H0} pour $z/H = 1$ et $v = 0$ a également été calculée par Melan [4] et Marguerre [3]. La valeur donnée par ce dernier auteur est en bon accord avec celle de Jelinek. Par ailleurs Biot [1] a calculé g_{H0} pour $z/H = 1$ et $v = 0,5$. La courbe obtenue est pratiquement confondue avec celle de g_{H0} pour $v = 0$.

REFERENCES

- [1] M.A. BIOT, "Effect of certain discontinuities on the pressure distribution in a loaded soil", Physics, 6, 12 (December 1935), 367-374.
- [2] R. JELINEK, "Der Einfluss von Gründungstiefe und begrenzter Schichtmächtigkeit auf die Druckausbreitung im Baugrund", Die Bautechnik, 22, 6 (Juni 1951), 125-130.
- [3] K. MARGUERRE, "Druckverteilung durch eine elastische Schicht auf starrer rauher Unterlage", Ingenieur-Archiv, 2 (1931), 108-117.
- [4] E. MELAN, "Die Druckverteilung durch eine elastische Schicht", Beton und Eisen, 18 (1919), 83-85.

SECTION 6-3

CHARGE NORMALE CONCENTRÉE SUR UNE LIGNE DE GRANDE LONGUEUR

(semelle filante)
exercée sur un sol composé de deux couches

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables
- Bibliographie

6-3

DEFINITION DU SOL

Le sol est composé de deux couches. La première a une épaisseur H , un module d'Young E_1 et un coefficient de Poisson ν_1 . La couche inférieure a une épaisseur infinie, un module d'Young E_2 et un coefficient de Poisson ν_2 . Les deux couches adhèrent parfaitement l'une à l'autre (Fig. 1).

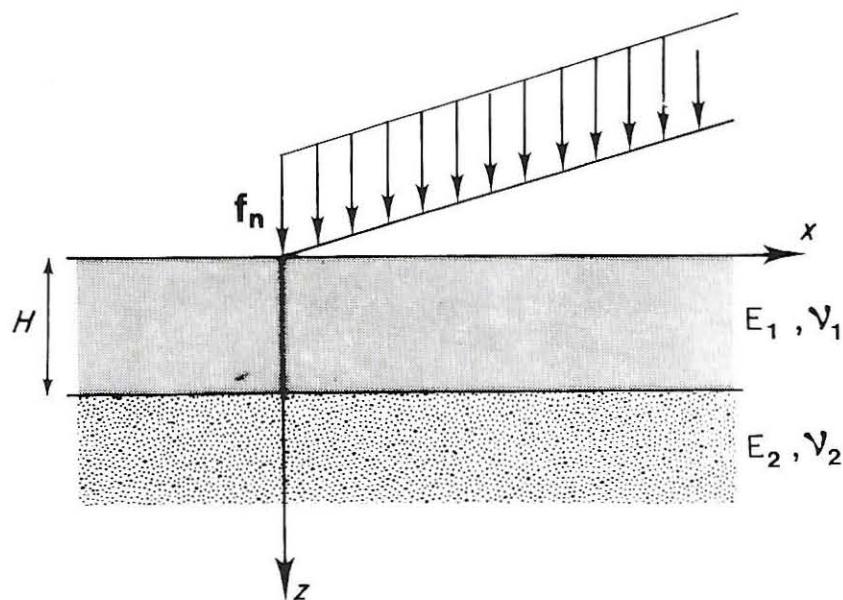


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

DEFINITION DE LA CHARGE

La charge normale f_n est concentrée sur une ligne de longueur infinie à la surface du sol (Fig. 1).

CALCUL DU TASSEMENT

La charge étant de longueur infinie et le sol étant d'épaisseur infinie, la théorie de l'élasticité donne un tassement infini pour tous les points de la surface du sol. Le calcul direct du tassement ne pourra donc être fait qu'avec des hypothèses (sur le sol et sur la charge) plus conformes à la réalité.

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes σ_z et τ_{zx} à la surface de séparation des deux couches sont données par :

$$\sigma_z = \frac{f_n}{H} g_{2H0}$$

$$\tau_{zx} = \frac{f_n}{H} g_{2H1}$$

avec :

f_n : force par unité de longueur sur la ligne de longueur infinie ;

H : épaisseur de la première couche de sol ;

g_{2H0} et g_{2H1} : coefficients sans dimensions donnés dans un tableau pour diverses valeurs de E_1/E_2 , v_1 , v_2 et x/H mais pour une seule valeur de z : $z = H$;

E_1 , E_2 , v_1 , v_2 : modules d'Young et coefficients de Poisson des deux couches ;

x , z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes.

6-3

Exemple :

Considérons une charge normale de 94 000 newtons/m (6 400 lb/ft) exercée à la surface d'un sol composé de deux couches. La couche inférieure a une épaisseur infinie et un module $E_2 = 15$ bars (31 400 lb/sq. ft). La couche supérieure a un module $E_1 = 150$ bars (314 000 lb/sq. ft) et une épaisseur $H = 5,5$ m (18 ft). Les deux couches ont, pour coefficient de Poisson, 0,25. Quelle est la contrainte σ_z en un point de la surface de séparation des deux couches, situé à 2,2 m (7 ft) de l'axe de la charge ?

Les paramètres du problème sont :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{150}{15} = \frac{314\ 000}{31\ 400} = 10,$$

$$v_1 = v_2 = 0,25,$$

$$z = H \quad \text{et} \quad \frac{x}{H} = \frac{2,2}{5,5} = \frac{7}{18} = 0,4.$$

On lit dans le tableau :

$$g_{2H0} = 0,311.$$

Z = H

				x / H						
				0	0.1	0.2	0.4	1	2	
E_1/E_2	1	0	ϑ_{2H0}	0.636	0.624	0.589	0.476	0.164	0.025	
			ϑ_{2H1}	0	0.058	0.109	0.174	0.144	0.042	
	" "	0.3	ϑ_{2H0}	0.639	0.627	0.592	0.480	0.167	0.024	
			ϑ_{2H1}	0	0.055	0.103	0.164	0.132	0.035	
	" "	$\nu_1 = \nu_2$		ϑ_{2H0}	0.637	0.624	0.589	0.473	0.159	0.026
				ϑ_{2H1}	0	0.062	0.118	0.189	0.159	0.051
E_1/E_2	2	0	ϑ_{2H0}	0.640	0.627	0.590	0.472	0.154	0.025	
			ϑ_{2H1}	0	0.067	0.127	0.204	0.174	0.059	
	" "	0.3	ϑ_{2H0}	0.641	0.628	0.590	0.470	0.151	0.026	
			ϑ_{2H1}	0	0.071	0.133	0.215	0.184	0.065	
	" "	0.2	ϑ_{2H0}	0.560	0.551	0.524	0.434	0.178	0.039	
			ϑ_{2H1}	0	0.052	0.098	0.160	0.151	0.062	
E_1/E_2	" "	0.3	ϑ_{2H0}	0.561	0.552	0.525	0.437	0.182	0.039	
			ϑ_{2H1}	0	0.048	0.092	0.149	0.138	0.053	
	" "	0.2	ϑ_{2H0}	0.557	0.547	0.520	0.432	0.178	0.039	
			ϑ_{2H1}	0	0.052	0.098	0.161	0.153	0.064	
	" "	0	ϑ_{2H0}	0.568	0.558	0.529	0.434	0.169	0.037	
			ϑ_{2H1}	0	0.060	0.113	0.185	0.177	0.078	
E_1/E_2	" "	0.3	ϑ_{2H0}	0.567	0.557	0.528	0.432	0.167	0.037	
			ϑ_{2H1}	0	0.061	0.116	0.188	0.183	0.082	
	" "	0.2	ϑ_{2H0}	0.367	0.364	0.353	0.316	0.194	0.081	
			ϑ_{2H1}	0	0.026	0.051	0.087	0.111	0.082	
	" "	0.3	ϑ_{2H0}	0.365	0.361	0.351	0.315	0.196	0.083	
			ϑ_{2H1}	0	0.024	0.046	0.079	0.100	0.071	
E_1/E_2	" "	0.25	ϑ_{2H0}	0.360	0.356	0.346	0.311	0.194	0.083	
			ϑ_{2H1}	0	0.025	0.048	0.082	0.106	0.078	
	" "	0	ϑ_{2H0}	0.377	0.373	0.360	0.320	0.190	0.077	
			ϑ_{2H1}	0	0.031	0.059	0.101	0.130	0.097	
	" "	0.3	ϑ_{2H0}	0.372	0.368	0.356	0.317	0.190	0.078	
			ϑ_{2H1}	0	0.030	0.058	0.100	0.129	0.097	

(d'après SUNDARA-RAJA-IYENGAR et ALWAR)

D'où :

$$\sigma_z = \frac{94\ 000}{5,5} \times 0,311 = 0,053 \times 10^5 \text{ pascals} = 0,053 \text{ bar}$$

$$\sigma_z = \frac{6\ 400}{18} \times 0,311 = 110 \text{ lb/sq. ft.}$$

Notons que si le sol avait été homogène ($E_1 = E_2$ et $\nu_1 = \nu_2$) on aurait eu 0,473 au lieu de 0,311.

BIBLIOGRAPHIE

Les valeurs numériques des coefficients g_{2H0} et g_{2H1} ont été calculées par Sundara-Raja-Iyengar et Alwar [1].

REFERENCE

- [1] K.T. SUNDARA-RAJA-IYENGAR and R.S. ALWAR, "Stresses in layered half-plane", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, EM 4 (August 1964), 79-96.

SECTION 6-4

FONDATION DE GRANDE LONGUEUR EXERÇANT UNE CHARGE LINÉAIREMENT RÉPARTIE

(semelle filante, radier souple de grande longueur,
fondation de mur de soutènement)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul du tassement
- Calcul de la rotation
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

6-4

DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si le sol n'est pas homogène, les valeurs données ici pour les contraintes, en particulier celles de σ_z , peuvent être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles (sauf, peut-être, dans le cas où le sol est constitué d'une couche dure reposant sur une couche bien plus molle). On verra, par ailleurs, que l'hypothèse du milieu semi-infini ne permet pas le calcul du tassement. En revanche elle permet le calcul de la rotation de la fondation.

DEFINITION DE LA CHARGE— *Description de la charge.*

Le calcul est fait pour une fondation infiniment longue ayant même distribution de charge dans toute section droite. Cette distribution est supposée linéaire et elle est définie, sur la figure 1, par deux contraintes, $\vec{\sigma}_1$, de composantes σ_{n1} et τ_1 , et $\vec{\sigma}_2$, de composantes σ_{n2} et τ_2 .

6-4

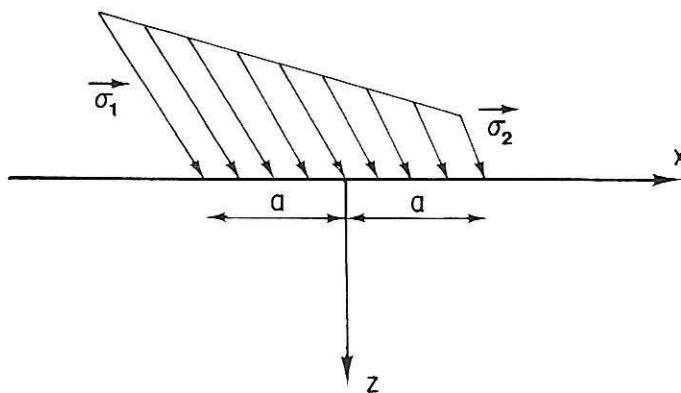
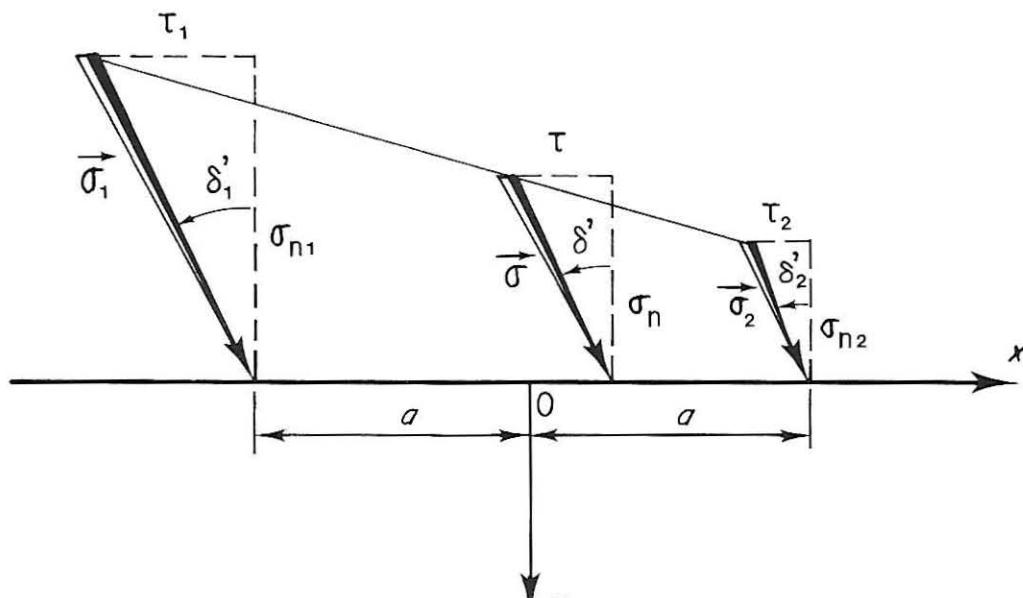


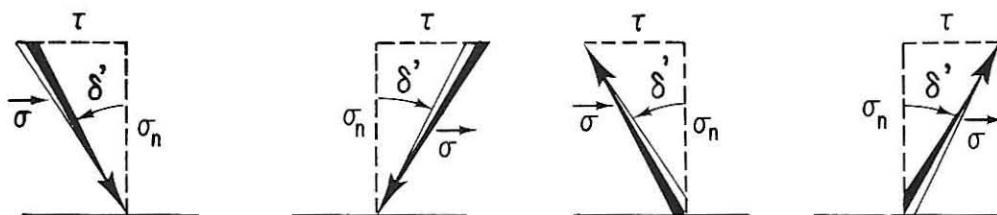
FIG. 1. — Définition de la distribution linéaire des contraintes.

— Conventions de signe (Fig. 2).

- L'axe Oz est vertical et orienté vers le bas.
- L'axe Ox est horizontal et orienté vers la droite.
- Le repère Oxyz est de sens direct.
- En suivant l'axe Ox on rencontre d'abord le côté numéroté 1 puis le côté numéroté 2 de la fondation.
- Les contraintes normales sont positives s'il s'agit de compressions (autrement dit, les contraintes normales exercées par la fondation sur le sol sont positives si elles ont même sens que Oz).



6-4



$$\begin{array}{l} \sigma_n > 0 \\ \tau > 0 \\ \delta' > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sigma_n > 0 \\ \tau < 0 \\ \delta' < 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sigma_n < 0 \\ \tau < 0 \\ \delta' > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sigma_n < 0 \\ \tau > 0 \\ \delta' < 0 \end{array}$$

FIG. 2. — Convention de signes.

- Les contraintes tangentielle exercées par la fondation sur le sol sont positives si elles ont même sens que Ox.
- L'inclinaison δ' , angle que fait une contrainte avec la normale à la surface du sol, est positive dans le sens trigonométrique. Elle est définie par :

$$(1) \quad \operatorname{tg} \delta' = \frac{\tau}{\sigma_n}$$

avec :

τ , σ_n : composantes tangentielle et normale d'une contrainte $\vec{\sigma}$.

- Décomposition de la charge

La distribution linéaire de contraintes est complètement définie par les contraintes $\vec{\sigma}_1$ et $\vec{\sigma}_2$ sur les côtés 1 et 2. On peut la considérer comme la somme de deux charges linéaires (Fig. 3) : l'une purement normale, définie par p et q , l'autre purement tangentielle, définie par s et t . D'où les relations :

$$(2) \quad \begin{cases} p &= \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n2}}{2} \\ s &= \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} q &= \frac{\sigma_{n1} - \sigma_{n2}}{2} \\ t &= \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \end{cases}$$

6-4

$$(3) \quad \begin{cases} \sigma_{n1} &= p + q \\ \tau_1 &= s + t \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_{n2} &= p - q \\ \tau_2 &= s - t \end{cases}$$

Pour le calcul de la rotation et des contraintes, dans la suite, nous utiliserons les quatre termes, p , q , s et t pour définir la charge.

Exemple 1 :

Considérons une charge linéaire définie par :

$$\sigma_{n1} = 2,4 \text{ bars (5 000 lb/sq. ft)} \quad \delta'_1 = 32^\circ,$$

$$\sigma_{n2} = 0,9 \text{ bar (1 900 lb/sq. ft)} \quad \delta'_2 = 24^\circ.$$

On demande de décomposer cette charge en p , q , s et t :

D'après la formule (1) :

$$\tau_1 = \sigma_{n1} \operatorname{tg} \delta'_1 = 1,5 \text{ bar (3 150 lb/sq. ft)},$$

$$\tau_2 = \sigma_{n2} \operatorname{tg} \delta'_2 = 0,4 \text{ bar (850 lb/sq. ft)}.$$

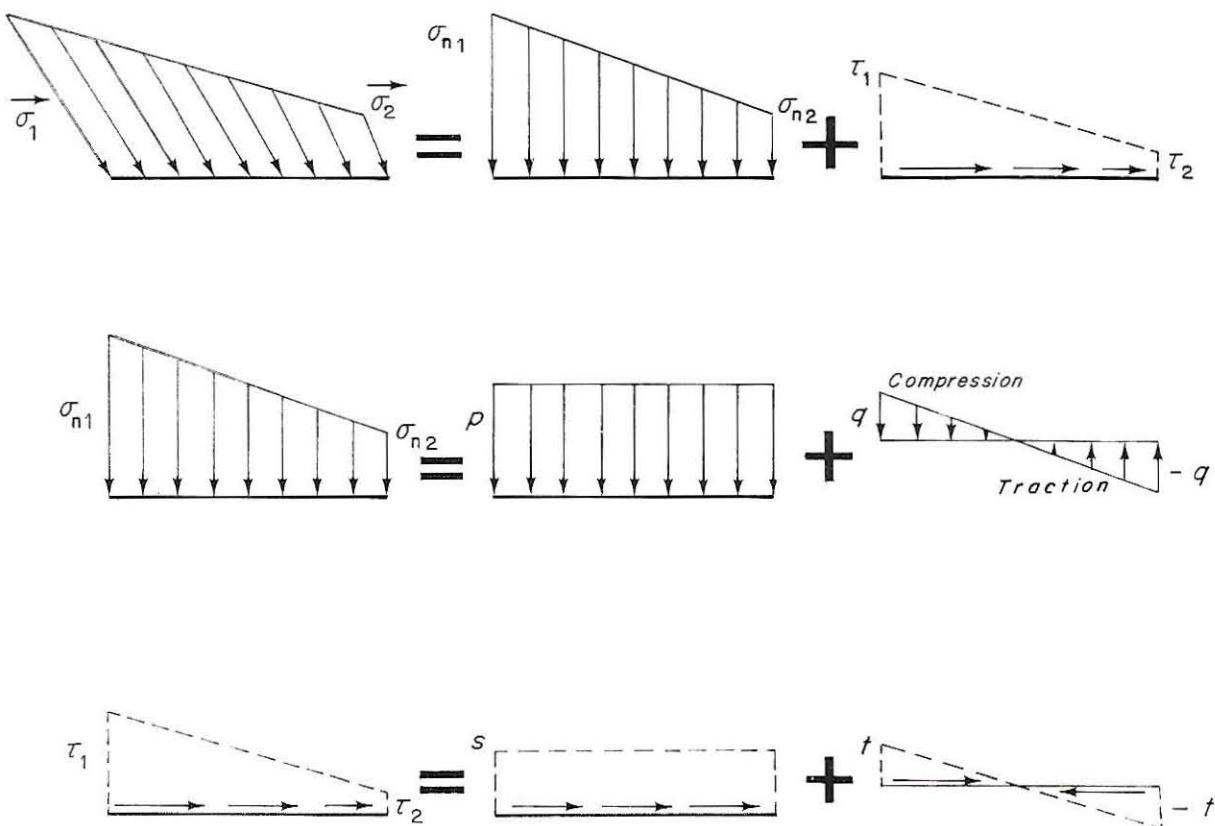


FIG. 3. — Décomposition de la distribution linéaire de contraintes (notons que sur cette figure, p, q, s et t sont positives).

6-4

Les formules (2) donnent ensuite :

$$p = 1,65 \text{ bar (} 3450 \text{ lb/sq. ft}),$$

$$q = 0,75 \text{ bar (} 1550 \text{ lb/sq. ft}),$$

$$s = 0,95 \text{ bar (} 2000 \text{ lb/sq. ft}),$$

$$t = 0,55 \text{ bar (} 1150 \text{ lb/sq. ft}).$$

Dans cet exemple les quatre contraintes p, q, s et t sont positives mais, dans le cas général, elles peuvent avoir n'importe quel signe, comme le montre la figure 4 où les signes indiqués dans les cadres sont respectivement ceux de p, q, s et t.

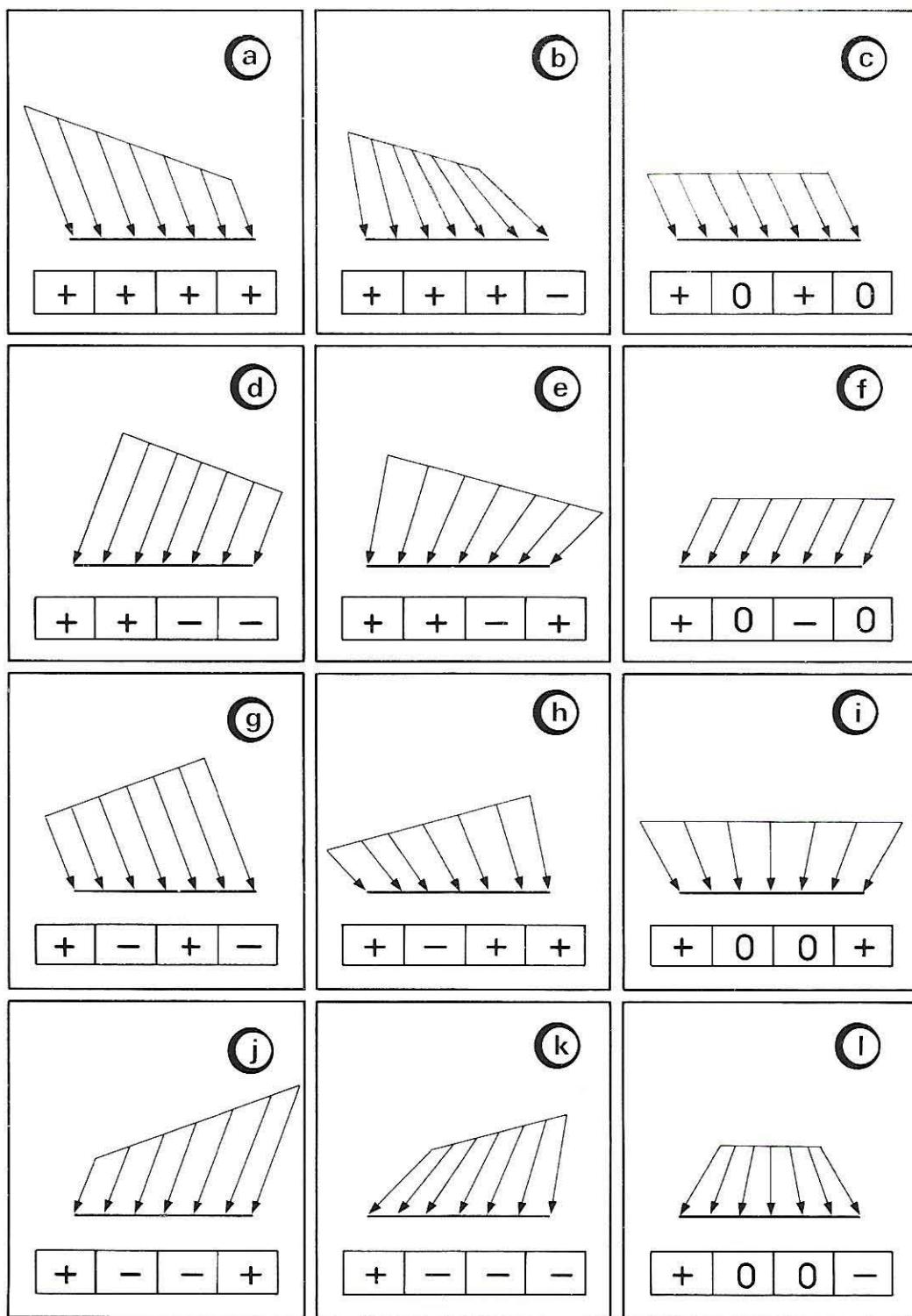
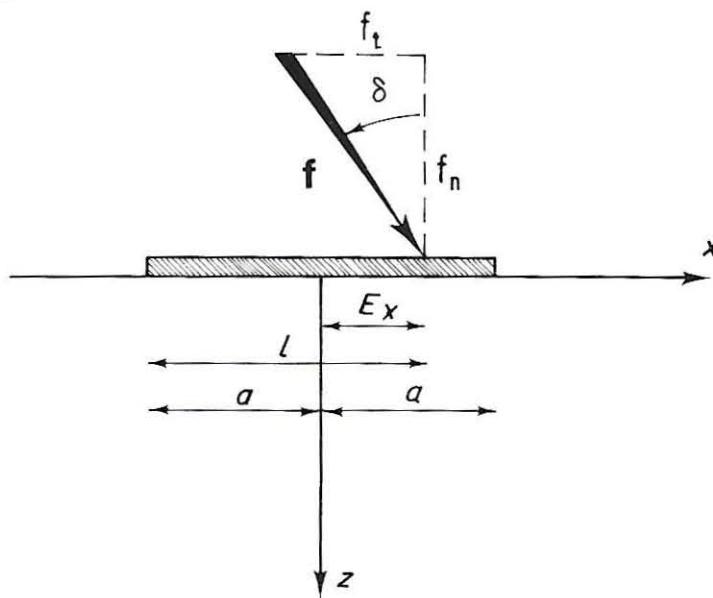


FIG. 4. — Quelques exemples de décomposition. Les signes indiqués sont respectivement ceux de p, q, s et t.

— Résultante

La résultante de la charge linéairement répartie est une force par unité de longueur, f , dont les composantes normale et tangentielle sont f_n et f_t (Fig. 5). Son inclinaison δ est définie par :

$$(4) \quad \delta = \operatorname{Arctg} \frac{f_t}{f_n}$$



6-4

FIG. 5. — Définition de la résultante des charges exercées par la fondation sur le sol (sur cette figure, E_x et δ sont positifs).

Sa ligne d'application est définie par sa distance ℓ au côté 1 de la fondation ou sa distance E_x à l'axe de la fondation (ℓ est toujours positif mais E_x peut être positif ou négatif). Le moment par unité de longueur calculé par rapport à l'axe de la fondation est \mathcal{M} , compté positivement dans le sens trigonométrique. On peut établir les relations suivantes :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} f_n = (\sigma_{n1} + \sigma_{n2}) a = 2 pa = f \cos \delta \\ f_t = (\tau_1 + \tau_2) a = 2 sa = f \sin \delta \\ \mathcal{M} = \frac{(\sigma_{n1} - \sigma_{n2}) a^2}{3} = \frac{2 qa^2}{3} = - E_x f_n \end{array} \right.$$

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{(\sigma_{n2} - \sigma_{n1}) a}{3(\sigma_{n2} + \sigma_{n1})} = - \frac{qa}{3p} = - \frac{2qa^2}{3f_n} \\ \ell = a + E_x = \frac{2a(2\sigma_{n2} + \sigma_{n1})}{3(\sigma_{n2} + \sigma_{n1})} = \frac{a(3p - q)}{3p} \end{array} \right.$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{n1} = \frac{f_n}{2a} (1 - 3E_x/a) \\ \sigma_{n2} = \frac{f_n}{2a} (1 + 3E_x/a) \\ \tau_1 + \tau_2 = \frac{f_t}{a} \end{array} \right.$$

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} p = \frac{f_n}{2a} \\ q = \frac{3f_n}{2a} (1 - \ell/a) = - \frac{3E_x f_n}{2a^2} \\ s = \frac{f_t}{2a} \end{array} \right.$$

6-4Exemple 2 :

Quelle est la résultante de la répartition linéaire de l'exemple 1 sachant qu'elle s'exerce par une fondation de largeur $2a = 1,8 \text{ m}$ (6 ft) ?

En appliquant les formules (5) on obtient :

$$\begin{aligned} f_n &= 2 \times 1,65 \times 10^5 \times 0,9 = 2,97 \times 10^5 \text{ newtons/m} \\ &= 2 \times 3450 \times 3 = 20700 \text{ lb/ft}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_t &= 2 \times 0,95 \times 10^5 \times 0,9 = 1,71 \times 10^5 \text{ newtons/m} \\ &= 2 \times 2000 \times 3 = 12000 \text{ lb/ft}. \end{aligned}$$

L'inclinaison de la résultante est donnée par la formule (4) :

$$\delta = \operatorname{Arctg} \frac{f_t}{f_n} = 30^\circ.$$

On en déduit la valeur de f :

$$f = \frac{f_n}{\cos \delta} = 3,42 \times 10^5 \text{ newton/m} = 23900 \text{ lb/ft}.$$

— Cas particulier : charge normale uniforme.

Dans ce cas :

$$(9) \quad \tau_1 = \tau_2 = 0 \quad \text{et} \quad \sigma_{n1} = \sigma_{n2}.$$

Il en résulte :

$$(10) \quad q = s = t = 0 \quad \text{et} \quad p = \sigma_{n1} = \sigma_{n2}.$$

D'où :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} f_n = f = 2 \text{ pa} \\ f_t = 0 \\ M = 0 \\ E_x = 0 \\ l = a \end{array} \right.$$

La rotation de la fondation est alors nulle et les formules donnant les contraintes se simplifient considérablement.

CALCUL DU TASSEMENT

6-4

Le tassement d'une charge de longueur infinie sur un sol homogène d'épaisseur infinie est infini. Il n'est donc pas possible de faire simultanément les deux hypothèses simplificatrices : longueur infinie de la charge et épaisseur infinie du sol compressible.

Pour faire un *calcul direct* du tassement il faudra se reporter :

- soit au cas des fondations rectangulaires (sur un sol d'épaisseur infinie ou non) ;
- soit au cas des fondations de grande longueur (théoriquement de longueur infinie) sur une couche de sol d'épaisseur finie.

Ou bien alors il faudra faire un *calcul indirect* par l'intermédiaire des contraintes données ci-après.

CALCUL DE LA ROTATION

Des quatre charges élémentaires (voir Fig. 3), seules q et s provoquent une rotation de la fondation. Celle-ci ne reste pas plane, mais comme pour les fondations rectangulaires, on peut exprimer la rotation moyenne :

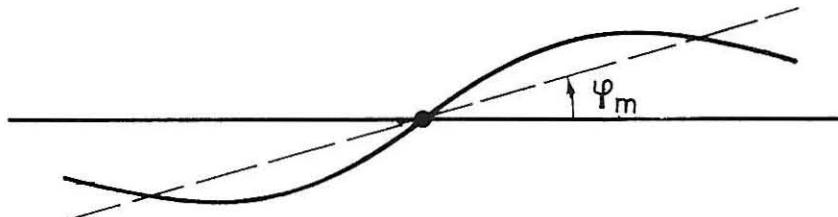
$$(12) \quad \phi_m = \frac{3(1 - \nu^2)}{\pi E} q - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} s$$

avec :

ϕ_m : angle fait par le plan moyen de la fondation avec l'horizontale (Fig. 6) ;

ν, E : coefficient de Poisson et module d'Young du sol ;

q, s : charges élémentaires provenant de la décomposition de la charge (voir formule (2)).



6-4

FIG. 6. — Déformée d'une fondation souple soumise à un moment, et rotation moyenne (Nota : étant donnée la déformée du sol, il y a plusieurs façons de définir la rotation moyenne ϕ_m : nous avons pris la définition proposée par Vogt. Voir la bibliographie à la fin de la section).

L'angle ϕ_m est positif dans le sens trigonométrique. En effet, une charge q positive fait tourner la fondation dans le sens trigonométrique alors qu'une charge s positive la fait tourner dans le sens des aiguilles d'une montre.

Dans le cas particulier $s = 0$, on a :

$$(13) \quad \phi_m = \frac{3(1 - \nu^2)}{\pi E} q = \frac{18}{\pi} \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{M}{(2a)^2} \quad \text{avec } 18/\pi = 5,72.$$

Notons enfin que si la charge exercée sur le sol par la fondation est normale et uniformément répartie, sa rotation est nulle d'après la formule (10).

Exemple 3 :

Quelle est la rotation moyenne de la fondation définie dans les exemples 1 et 2 sachant qu'elle repose sur un sol de module d'Young $E = 170$ bars ($355\ 000$ lb/sq. ft) et de coefficient de Poisson $\nu = 0,26$?

La formule (12) s'applique immédiatement avec les valeurs de q et s déterminées dans l'exemple 1. On en déduit :

$$\phi_m = 3,9 \times 10^{-3} - 3,4 \times 10^{-3} = 0,5 \times 10^{-3} \text{ radian} = 1,7 \text{ minute.}$$

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes en tout point du sol sont données par les formules suivantes :

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = pk_0 - \frac{x}{|x|} qm_0 + \frac{x}{|x|} sk_1 - tm_1 \\ \tau_{zx} = \frac{x}{|x|} pk_1 - qm_1 + sk_2 - \frac{x}{|x|} tm_2 \\ \sigma_x = pk_2 - \frac{x}{|x|} qm_2 + \frac{x}{|x|} sk_3 - tm_3 \\ \sigma_y = \nu(\sigma_z + \sigma_x) \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right.$$

avec :

p , q , s et t : quatre charges élémentaires obtenues par décomposition de la charge (voir formule 2) ;

ν : coefficient de Poisson du sol ;

x , z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes. ;

k_i , m_i : coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans les tables et les graphiques suivants en fonction de $|x|/a$ et de z/a ;

$|x|$: valeur absolue de x ;

a : demi-largeur de la fondation.

6-4

Exemple 4 :

Quelle est la contrainte σ_z au point P (Fig. 7) situé à la profondeur de 1,8 m (6 ft) sous le côté n° 1 de la fondation définie dans les exemples 1 et 2 ?

Notons d'abord que x est négatif, d'où :

$$x/|x| = -1.$$

Par ailleurs $a = 0,9 \text{ m}$ (3 ft), d'où :

$$|x|/a = 1 \quad \text{et} \quad z/a = 2.$$

On peut alors lire dans les tables :

$$k_0 = 0,409, \quad k_1 = 0,159, \quad m_0 = 0,091, \quad m_1 = -0,023.$$

D'où le calcul de σ_z d'après les valeurs de p, q, s et t données dans l'exemple 1 :

$$\sigma_z = 1,65 \times 0,409 + 0,75 \times 0,091 - 0,95 \times 0,159 + 0,55 \times 0,023 = 0,6 \text{ bar},$$

$$\sigma_z = 3450 \times 0,409 + 1550 \times 0,091 - 2000 \times 0,159 + 1150 \times 0,023 = \\ = 1260 \text{ lb/sq. ft.}$$

6-4

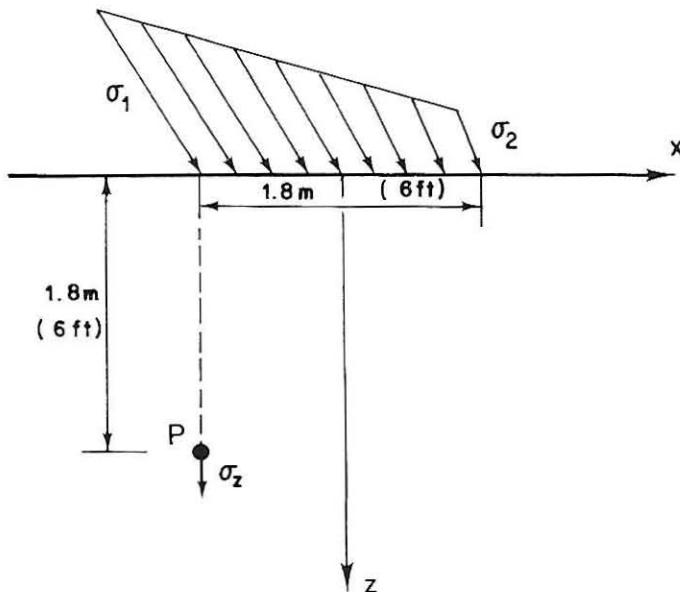
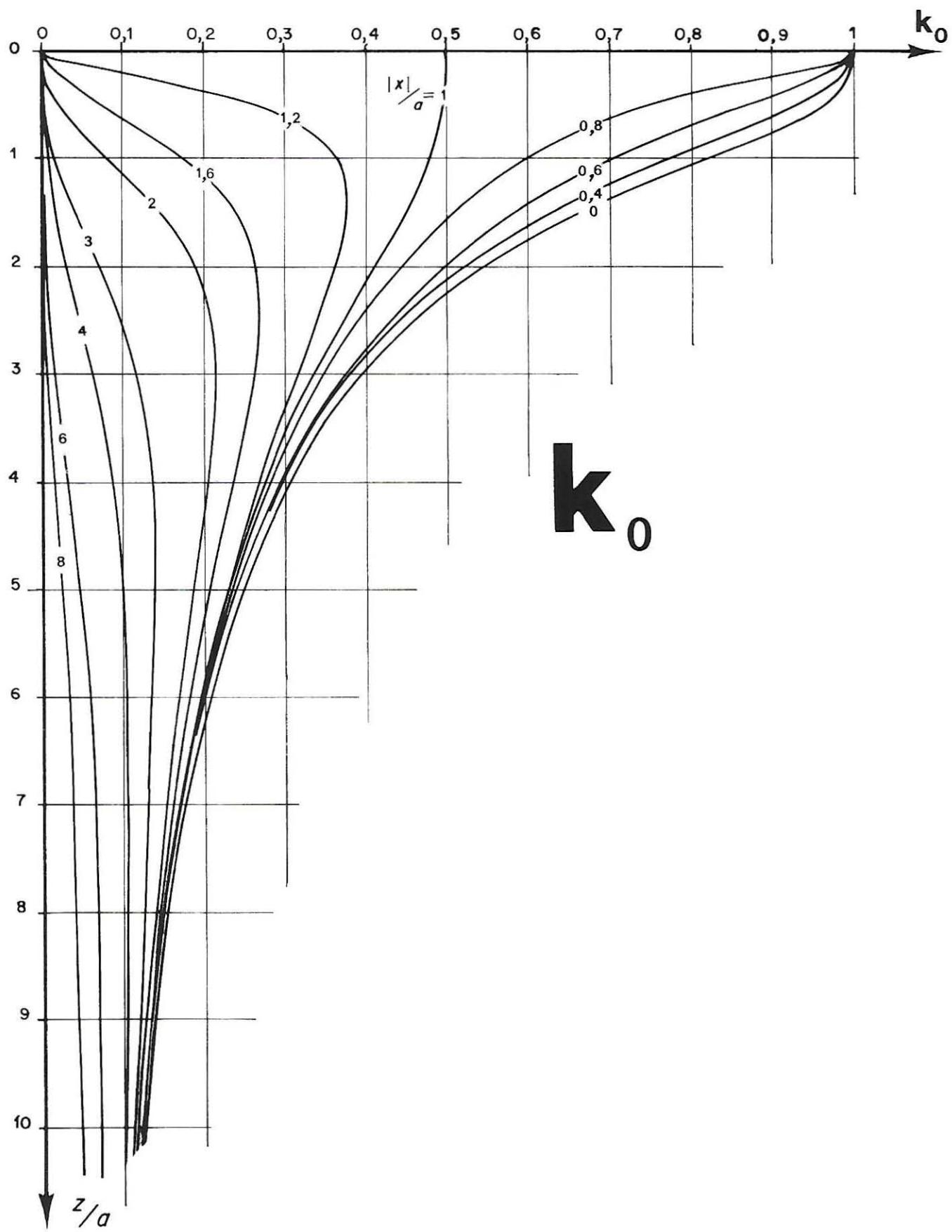


FIG. 7. — Position du point P de l'exemple 4.

TABLES ET GRAPHIQUES

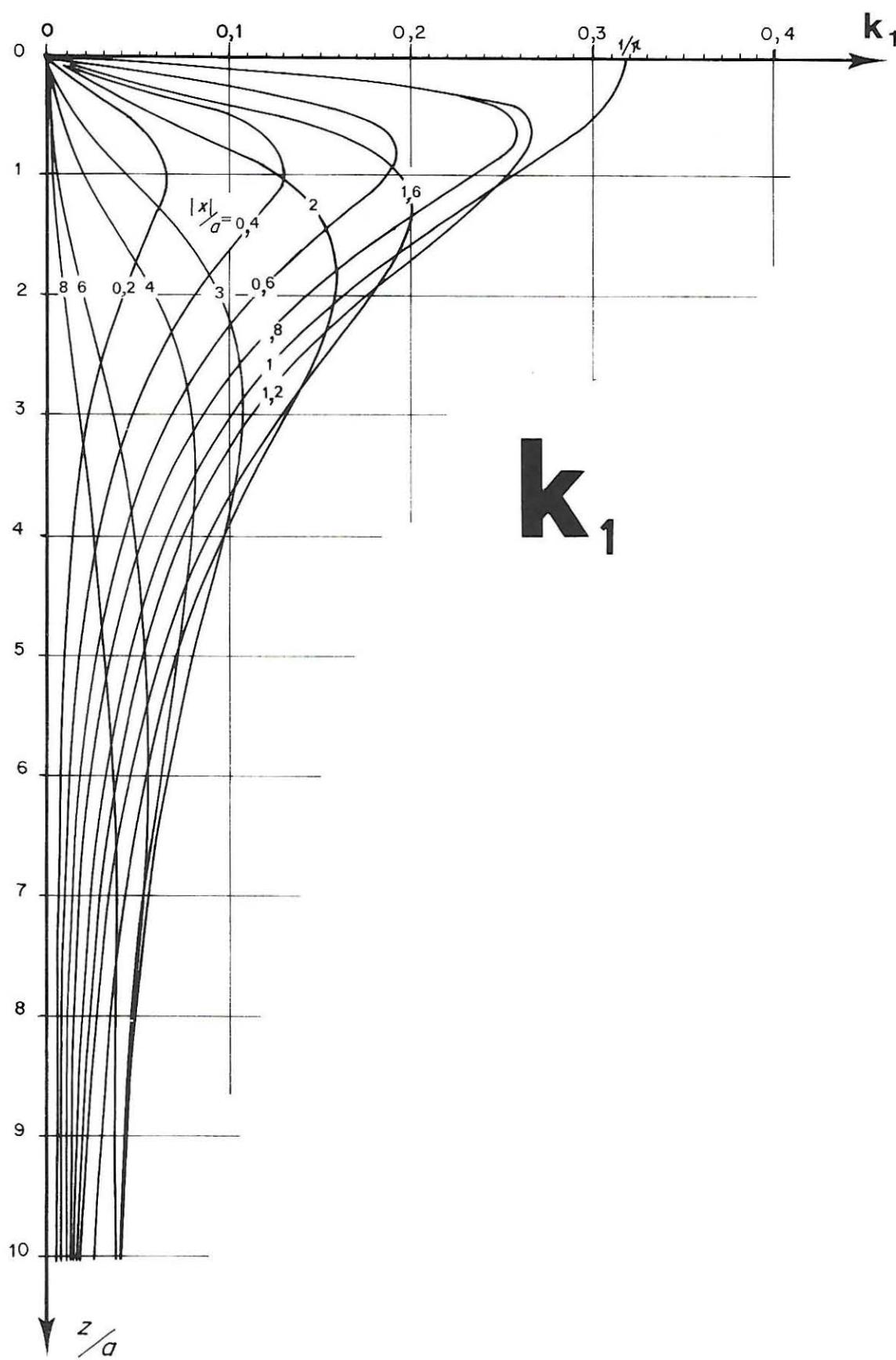
Coefficients : $k_0, k_1, k_2, k_3 \dots$	p. 310-317
$m_0, m_1, m_2, m_3 \dots$	p. 318-325



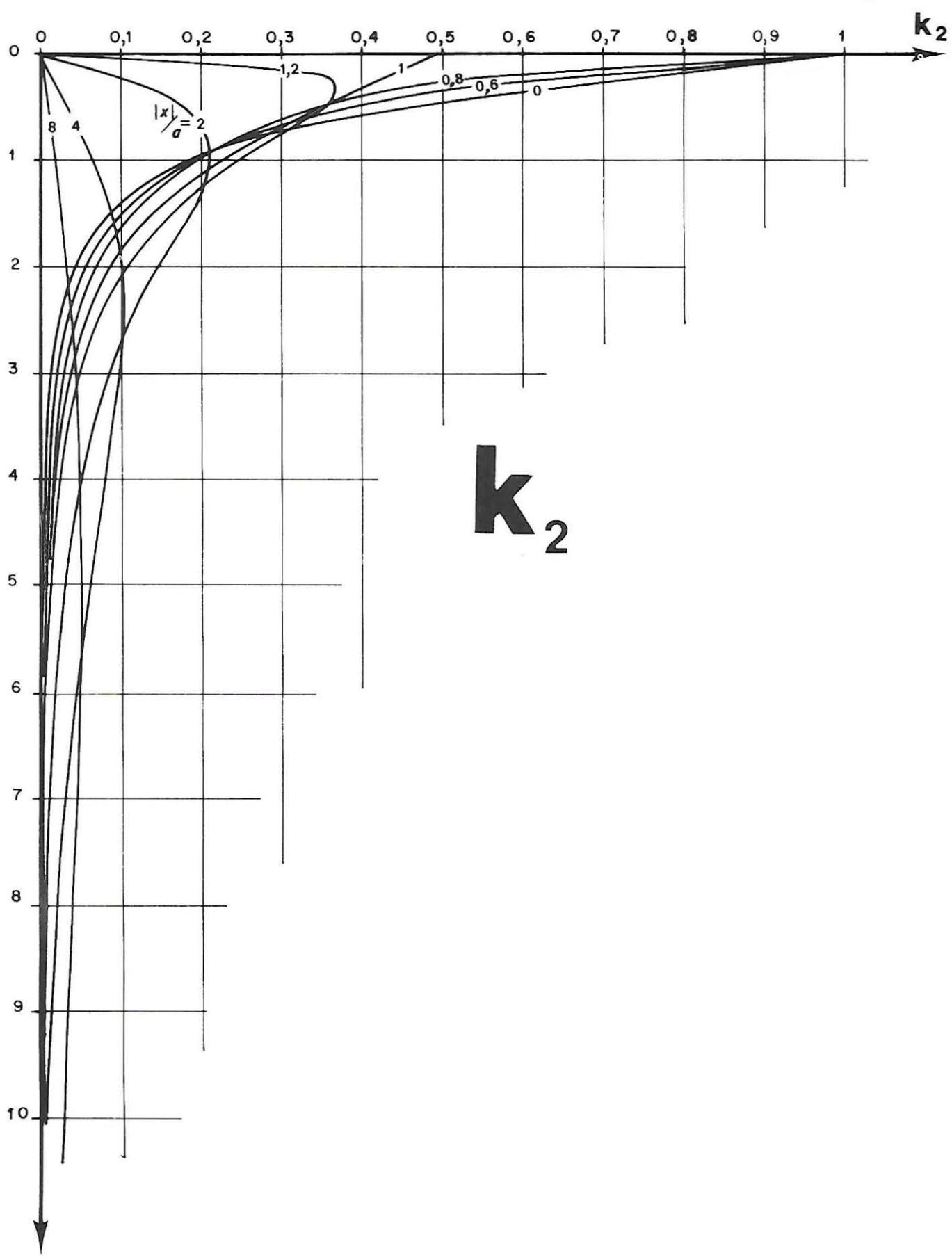
6-4

k_0		$ X /a$															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
ρ/Z	0	1.000	1.000	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.997	0.996	0.992	0.979	0.909	0.500	0.091	0.007	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,4	0.977	0.973	0.955	0.906	0.773	0.498	0.224	0.040	0.011	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,6	0.937	0.928	0.896	0.825	0.691	0.495	0.298	0.088	0.030	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,8	0.881	0.869	0.829	0.755	0.638	0.489	0.338	0.137	0.056	0.010	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
ρ/Z	1,0	0.818	0.805	0.766	0.696	0.598	0.480	0.360	0.177	0.084	0.017	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	1,2	0.755	0.743	0.707	0.646	0.564	0.468	0.371	0.209	0.111	0.026	0.009	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
	1,4	0.696	0.685	0.653	0.602	0.534	0.455	0.374	0.232	0.135	0.037	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
	1,6	0.642	0.633	0.605	0.562	0.506	0.440	0.373	0.248	0.155	0.048	0.018	0.004	0.001	0.001	0.000	0.000
	1,8	0.593	0.585	0.563	0.526	0.479	0.425	0.368	0.258	0.172	0.060	0.023	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000
ρ/Z	2,0	0.550	0.543	0.524	0.494	0.455	0.409	0.360	0.265	0.185	0.071	0.029	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000
	3,0	0.396	0.393	0.385	0.372	0.355	0.334	0.311	0.261	0.211	0.114	0.059	0.018	0.007	0.003	0.000	0.000
	4	0.306	0.304	0.301	0.294	0.285	0.275	0.263	0.235	0.205	0.134	0.083	0.031	0.013	0.006	0.000	0.000
	5	0.248	0.247	0.245	0.242	0.237	0.231	0.224	0.207	0.188	0.139	0.097	0.044	0.021	0.010	0.001	0.000
	6	0.208	0.208	0.207	0.205	0.202	0.198	0.194	0.183	0.171	0.136	0.103	0.054	0.028	0.015	0.001	0.000
ρ/Z	8	0.158	0.157	0.157	0.156	0.155	0.153	0.151	0.146	0.140	0.122	0.102	0.066	0.040	0.025	0.003	0.000
	10	0.126	0.126	0.126	0.126	0.125	0.124	0.123	0.120	0.117	0.107	0.095	0.069	0.048	0.032	0.005	0.000
	20	0.064	0.064	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.062	0.061	0.059	0.054	0.047	0.041	0.016	0.003	0.000
	40	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.031	0.031	0.030	0.029	0.028	0.020	0.008
	100	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.009

k		$ X /a$															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
x/a	z/a	0	0.000	0.000	0.318	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.318	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,2	C.CCC	C.C10	0.025	0.059	0.155	0.315	0.157	0.030	0.011	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,4	C.CCC	C.C32	0.074	0.140	0.240	0.306	0.244	0.091	0.038	0.009	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,6	C.CCC	C.C51	0.110	0.181	0.255	0.292	0.264	0.143	0.072	0.019	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
0,8	C.CCC	C.C61	0.125	0.191	0.247	0.274	0.262	0.176	0.103	0.032	0.013	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1,0	C.CCC	C.C64	0.127	0.185	0.231	0.255	0.252	0.193	0.127	0.045	0.020	0.006	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1,2	C.CCC	C.C61	0.120	0.172	0.212	0.234	0.237	0.199	0.144	0.058	0.027	0.008	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000
1,4	C.CCC	C.C56	0.110	0.156	0.192	0.214	0.220	0.197	0.154	0.070	0.034	0.011	0.005	0.002	0.000	0.000	0.000
1,6	C.CCC	C.C51	0.099	0.140	0.173	0.194	0.203	0.192	0.158	0.080	0.041	0.014	0.006	0.003	0.000	0.000	0.000
1,8	C.CCC	C.C45	0.088	0.126	0.155	0.176	0.187	0.183	0.159	0.089	0.048	0.017	0.007	0.004	0.001	0.000	0.000
2,0	C.CCC	C.C40	0.078	0.112	0.139	0.159	0.171	0.174	0.157	0.095	0.054	0.020	0.009	0.005	0.001	0.000	0.000
3,0	C.CCC	C.C23	0.045	0.065	0.083	0.098	0.110	0.124	0.127	0.106	0.075	0.035	0.018	0.010	0.001	0.000	0.000
4	C.CCC	C.C14	0.028	0.041	0.053	0.064	0.073	0.088	0.096	0.095	0.079	0.046	0.026	0.015	0.002	0.000	0.000
5	C.CCC	C.C09	0.019	0.028	0.036	0.044	0.051	0.063	0.072	0.080	0.075	0.052	0.032	0.021	0.004	0.000	0.000
6	C.CCC	C.C07	0.013	0.020	0.026	0.032	0.037	0.047	0.055	0.066	0.067	0.053	0.037	0.025	0.005	0.001	0.000
8	C.CCC	C.C04	0.011	0.015	0.019	0.022	0.029	0.034	0.045	0.050	0.049	0.040	0.030	0.008	0.001	0.000	0.000
10	C.CCC	C.C02	0.005	0.007	0.010	0.012	0.015	0.019	0.023	0.032	0.037	0.041	0.038	0.032	0.010	0.002	0.000
20	C.CCC	C.C01	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.009	0.012	0.016	0.019	0.020	0.016	0.005	0.000
40	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.010	0.008	0.000
100	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.000+	0.000

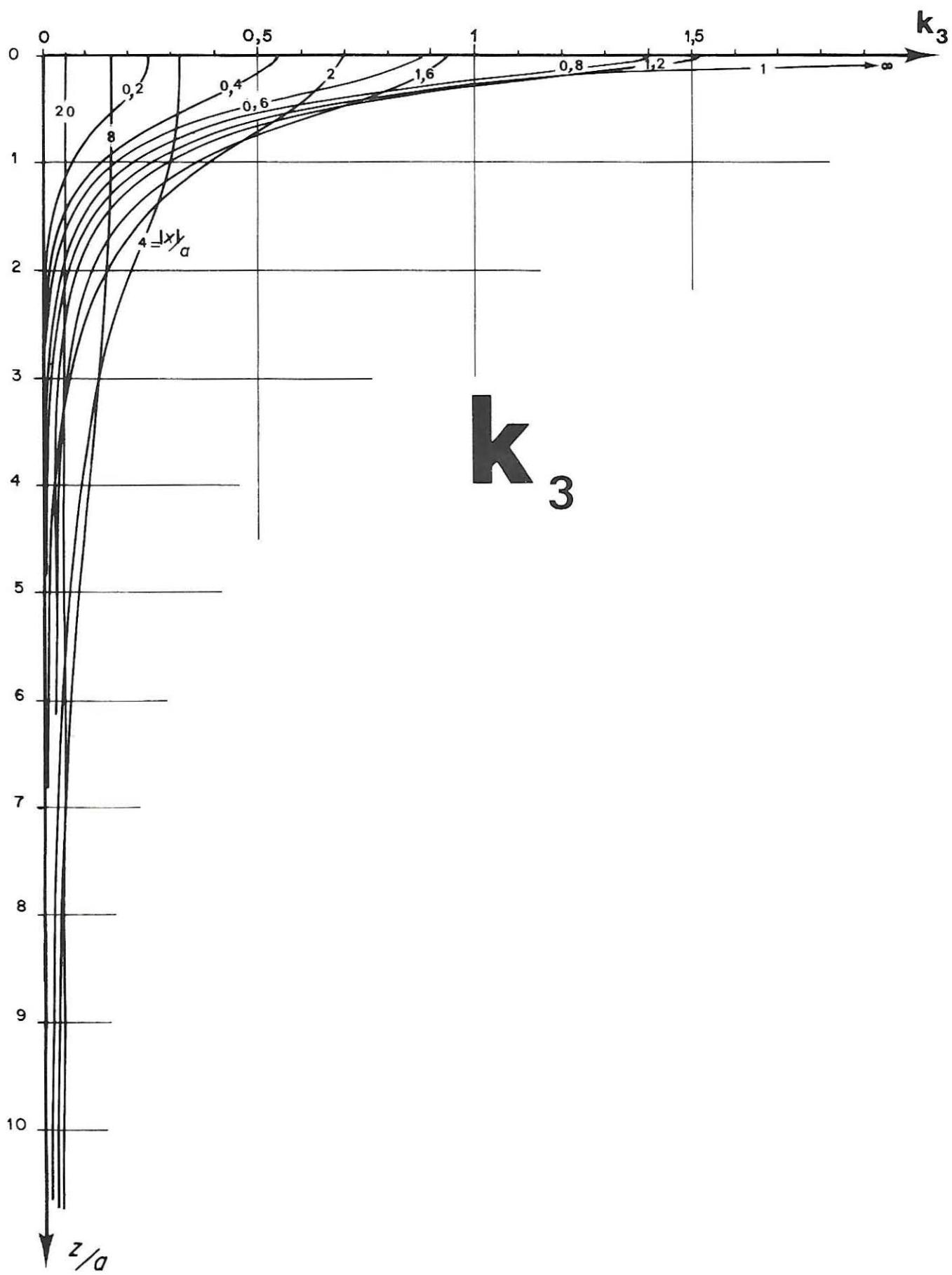


6-4

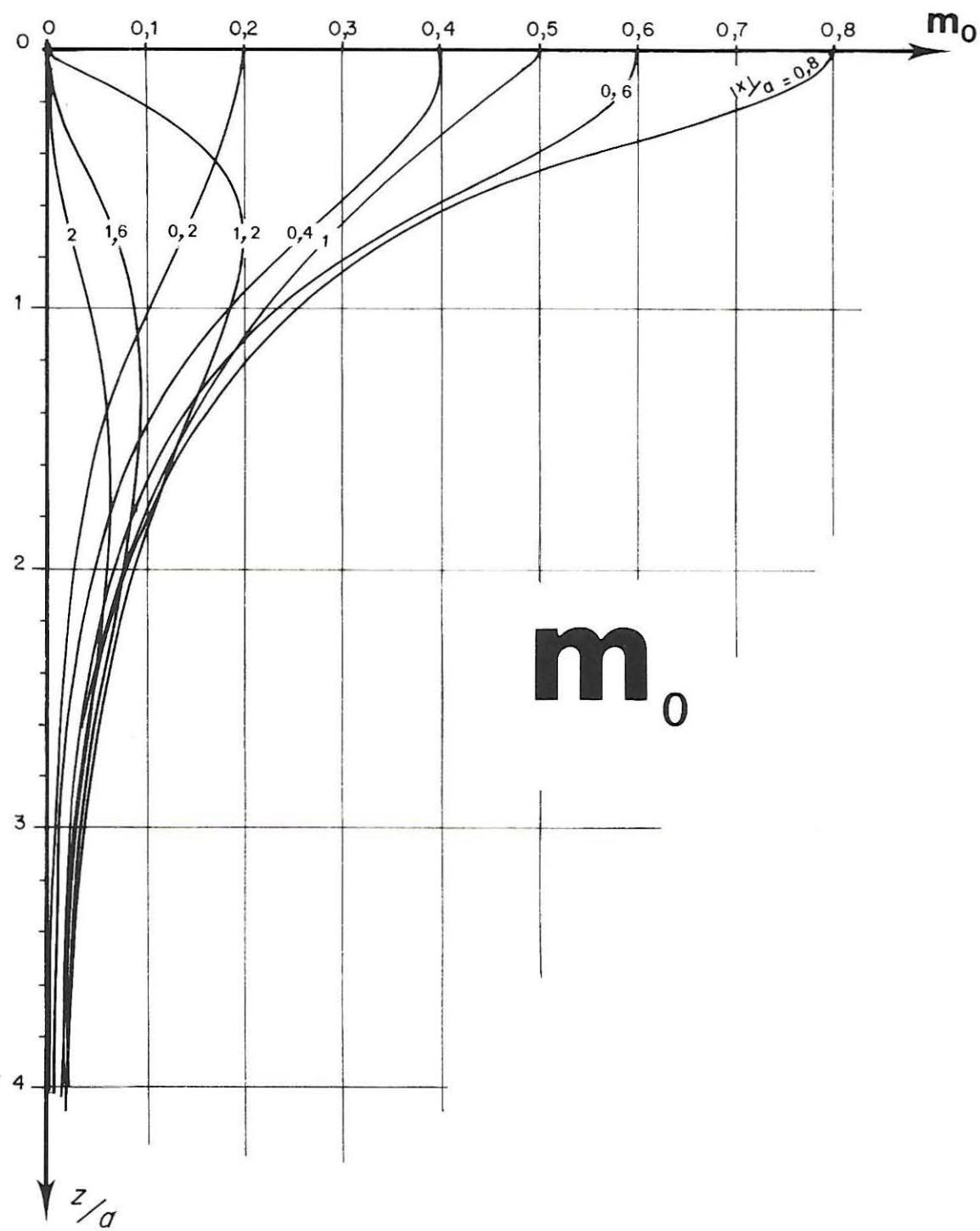


k_2		$ X /a$															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
Z/a		0	1.000	1.000	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,2	0,752	0.743	0.712	0.646	0.521	0.437	0.352	0.149	0.082	0.031	0.017	0.007	0.004	0.003	0.001	0.000	
0,4	C.538	C.527	0.493	0.438	0.383	0.376	0.366	0.238	0.147	0.061	0.033	0.014	0.008	0.005	0.001	0.000	
0,6	C.375	C.367	0.347	0.321	0.309	0.320	0.328	0.267	0.188	0.086	0.048	0.021	0.012	0.008	0.002	0.000	
0,8	C.260	0.257	0.250	0.245	0.252	0.269	0.284	0.263	0.208	0.107	0.062	0.028	0.016	0.010	0.003	0.001	
1,0	C.182	C.182	0.184	0.190	0.205	0.225	0.243	0.245	0.211	0.122	0.074	0.034	0.020	0.013	0.003	0.001	
1,2	C.129	C.131	0.137	0.149	0.167	0.188	0.206	0.221	0.205	0.132	0.084	0.040	0.023	0.015	0.004	0.001	
1,4	C.094	C.096	0.104	0.118	0.136	0.156	0.175	0.196	0.192	0.138	0.091	0.046	0.027	0.017	0.004	0.001	
1,6	C.069	C.072	0.081	0.094	0.111	0.130	0.148	0.173	0.177	0.139	0.097	0.050	0.030	0.020	0.005	0.001	
1,8	C.053	C.055	0.063	0.075	0.091	0.108	0.125	0.151	0.161	0.138	0.101	0.055	0.033	0.022	0.006	0.001	
2,0	C.041	C.043	0.050	0.061	0.075	0.091	0.107	0.132	0.146	0.134	0.103	0.058	0.036	0.024	0.006	0.002	
3,0	C.014	0.015	0.019	0.024	0.032	0.040	0.050	0.068	0.084	0.102	0.097	0.068	0.046	0.032	0.009	0.002	
4	C.006	C.007	0.009	0.012	0.016	0.020	0.026	0.037	0.049	0.071	0.078	0.068	0.051	0.038	0.012	0.003	
5	C.003	C.004	0.005	0.006	0.009	0.011	0.015	0.022	0.030	0.048	0.059	0.061	0.051	0.041	0.014	0.004	
6	C.002	C.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.009	0.014	0.019	0.033	0.044	0.053	0.049	0.041	0.016	0.005	
8	C.001	C.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.009	0.017	0.025	0.036	0.040	0.038	0.019	0.006		
10	C.000	C.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.010	0.015	0.025	0.030	0.032	0.020	0.007		
20	C.000	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.008	0.010	0.016	0.010		
40	C.000	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.008		
100	C.000	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000		

k_3		$ X /a$																
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40	
Z/a	0,1	C.000	0.258	0.539	0.883	1.399	∞	1.527	0.933	0.699	0.441	0.325	0.214	0.160	0.128	0.064	0.032	
	0,2	C.000	0.237	0.487	0.758	1.027	1.154	1.152	0.872	0.677	0.437	0.323	0.214	0.160	0.128	0.064	0.032	
	0,4	C.000	0.189	0.373	0.541	0.662	0.731	0.780	0.733	0.619	0.423	0.318	0.212	0.159	0.127	0.064	0.032	
	0,6	C.000	0.136	0.263	0.368	0.445	0.502	0.552	0.586	0.542	0.402	0.310	0.210	0.158	0.127	0.064	0.032	
	0,8	C.000	0.093	0.179	0.250	0.307	0.356	0.402	0.461	0.461	0.375	0.298	0.206	0.157	0.126	0.064	0.032	
Z/a	1,0	C.000	0.063	0.121	0.172	0.216	0.258	0.298	0.361	0.385	0.345	0.285	0.202	0.155	0.125	0.063	0.032	
	1,2	C.000	0.042	0.083	0.120	0.155	0.189	0.223	0.284	0.319	0.313	0.269	0.197	0.153	0.124	0.063	0.032	
	1,4	C.000	0.029	0.057	0.085	0.112	0.140	0.169	0.224	0.263	0.281	0.253	0.192	0.150	0.123	0.063	0.032	
	1,6	C.000	0.020	0.040	0.061	0.082	0.105	0.130	0.178	0.216	0.251	0.236	0.186	0.148	0.121	0.063	0.032	
Z/a	1,8	C.000	0.014	0.029	0.044	0.061	0.080	0.103	0.142	0.178	0.222	0.218	0.179	0.145	0.120	0.063	0.032	
	2,0	C.000	0.010	0.021	0.033	0.046	0.061	0.078	0.114	0.147	0.196	0.201	0.172	0.141	0.118	0.062	0.032	
	3,0	C.000	0.003	0.006	0.009	0.014	0.019	0.026	0.042	0.060	0.102	0.128	0.135	0.122	0.107	0.061	0.031	
	4	C.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.010	0.018	0.027	0.054	0.078	0.101	0.102	0.095	0.059	0.031	
Z/a	5	C.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.013	0.030	0.048	0.073	0.082	0.081	0.056	0.031		
	6	C.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.007	0.017	0.030	0.053	0.065	0.069	0.054	0.030	
	8	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.007	0.013	0.027	0.040	0.047	0.047	0.029	
	10	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.006	0.015	0.024	0.032	0.041	0.028	
Z/a	20	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.016	0.023	
	40	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.008	
	100	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	

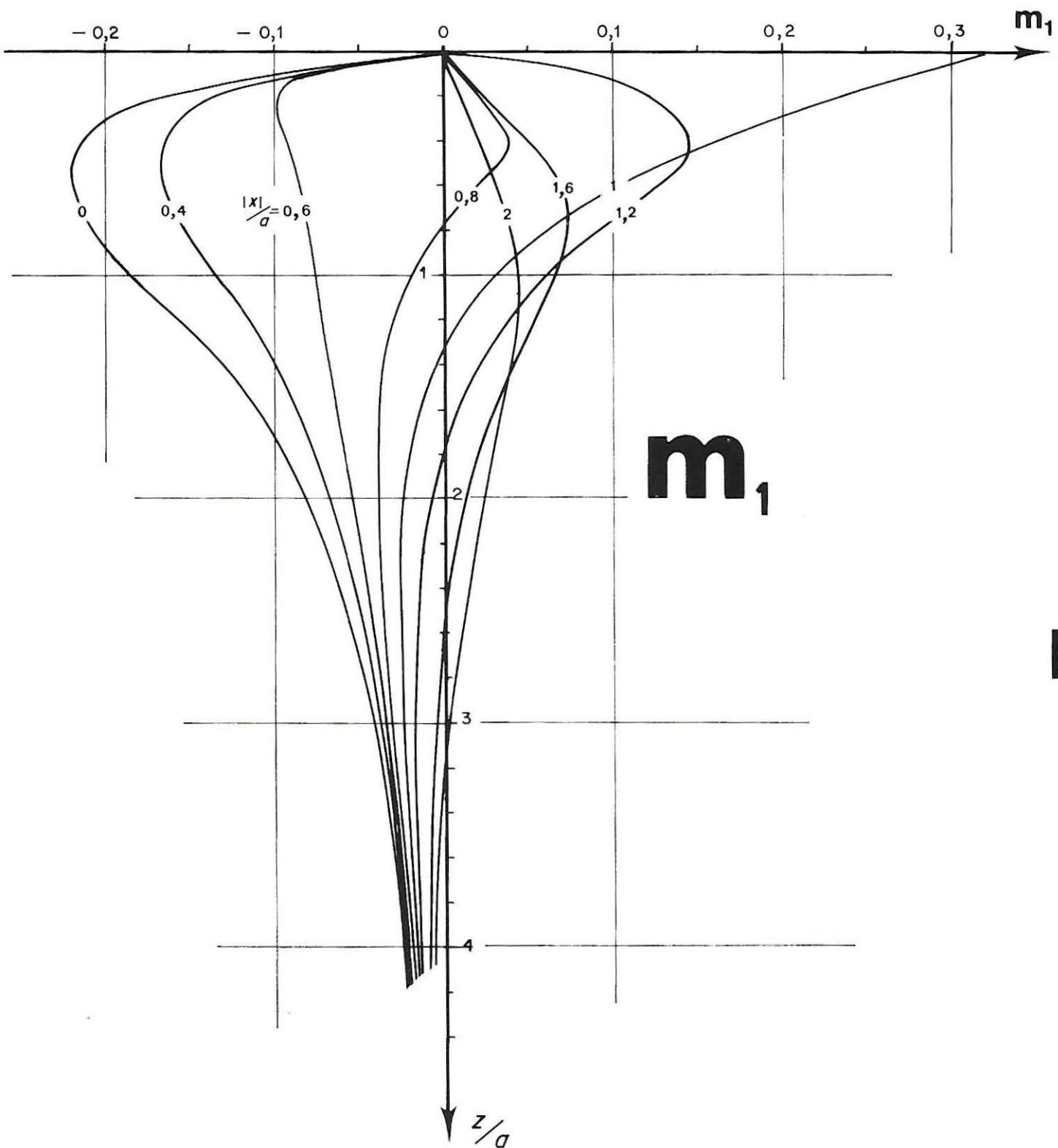


6-4

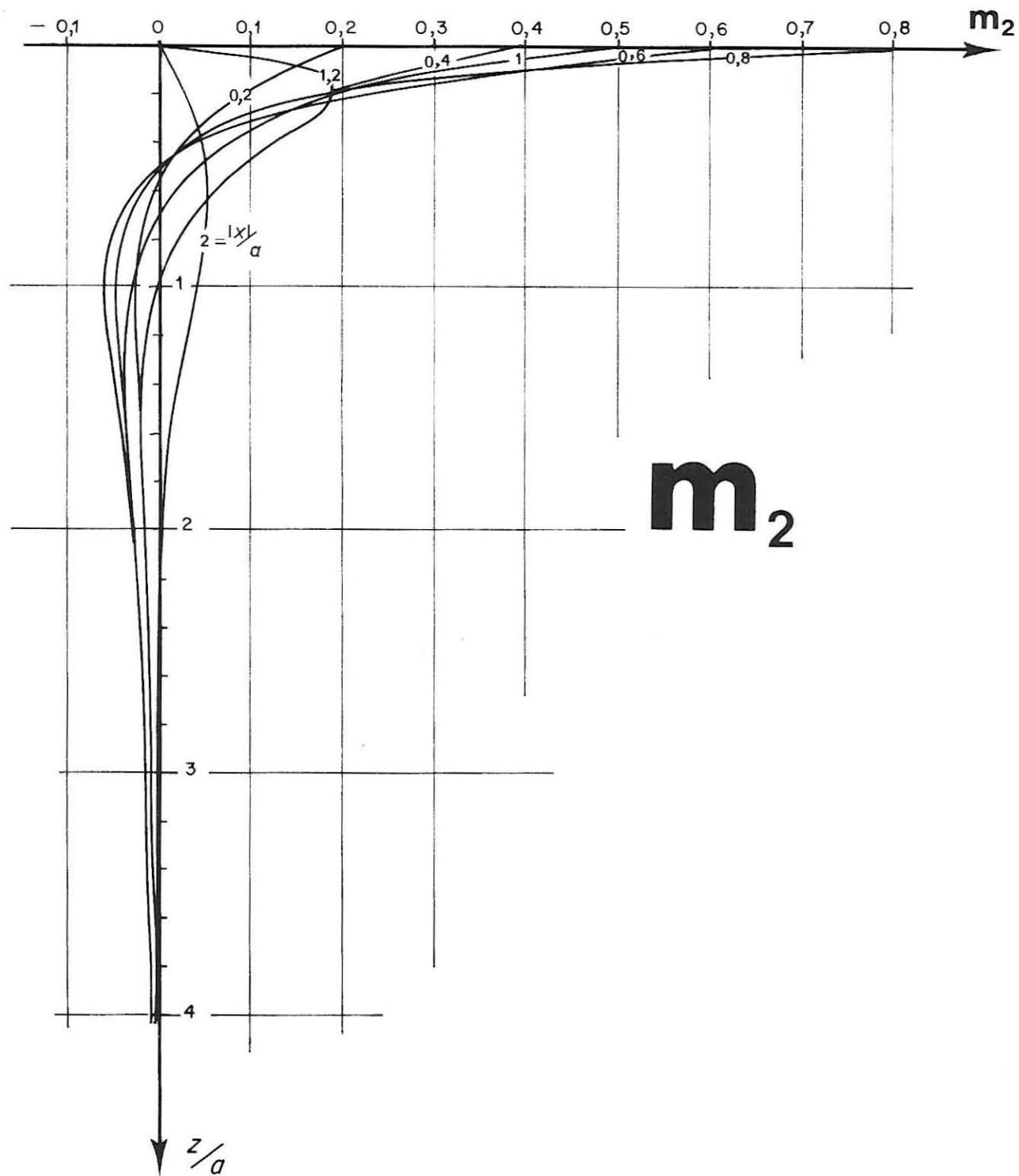


m_0		$ X /a$													
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10
ρ/Z	0	0.000	0.200	0.400	0.600	0.800	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.000	0.197	0.392	0.576	0.696	0.437	0.078	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,4	0.000	0.182	0.353	0.487	0.522	0.376	0.171	0.027	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,6	0.000	0.155	0.292	0.386	0.400	0.320	0.199	0.056	0.017	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,8	0.000	0.125	0.232	0.300	0.313	0.269	0.196	0.078	0.029	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
	1,0	0.000	0.097	0.180	0.233	0.247	0.225	0.181	0.091	0.041	0.007	0.002	0.000	0.000	0.000
	1,2	0.000	0.075	0.139	0.181	0.197	0.188	0.161	0.095	0.049	0.010	0.003	0.000	0.000	0.000
	1,4	0.000	0.058	0.108	0.142	0.158	0.156	0.141	0.094	0.055	0.013	0.004	0.001	0.000	0.000
	1,6	0.000	0.045	0.084	0.113	0.128	0.130	0.122	0.090	0.057	0.016	0.005	0.001	0.000	0.000
	1,8	0.000	0.035	0.066	0.090	0.104	0.108	0.105	0.083	0.058	0.019	0.006	0.001	0.000	0.000
ρ/Z	2	0.000	0.028	0.053	0.073	0.085	0.091	0.090	0.076	0.056	0.021	0.008	0.001	0.000	0.000
	3	0.000	0.010	0.020	0.028	0.035	0.040	0.043	0.044	0.041	0.024	0.012	0.003	0.001	0.000
	4	0.000	0.005	0.009	0.013	0.017	0.020	0.023	0.026	0.026	0.021	0.014	0.005	0.002	0.001
	5	0.000	0.003	0.005	0.007	0.009	0.011	0.013	0.015	0.017	0.016	0.012	0.006	0.002	0.001
	6	0.000	0.001	0.003	0.004	0.006	0.007	0.008	0.010	0.011	0.012	0.010	0.006	0.003	0.001
	8	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.005	0.007	0.007	0.005	0.003	0.002
	10	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.004	0.003	0.002
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
	40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

m_1	$ X /a$														
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	
0	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.318	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,2	-0.150	-0.147	-0.132	-0.094	0.020	0.228	0.118	0.018	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,4	-0.215	-0.205	-0.168	-0.091	0.038	0.156	0.147	0.050	0.018	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
0,6	-0.225	-0.210	-0.164	-0.084	0.018	0.100	0.121	0.069	0.031	0.006	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
0,8	-0.208	-0.193	-0.150	-0.082	-0.004	0.059	0.088	0.071	0.040	0.010	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
1,0	-0.182	-0.169	-0.133	-0.079	-0.020	0.030	0.059	0.064	0.043	0.013	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
1,2	-0.155	-0.145	-0.117	-0.076	-0.031	0.009	0.037	0.053	0.042	0.015	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000
1,4	-0.131	-0.124	-0.102	-0.071	-0.037	-0.005	0.019	0.041	0.039	0.017	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000
1,6	-0.111	-0.105	-0.089	-0.066	-0.039	-0.014	0.007	0.030	0.033	0.018	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000
1,8	-0.095	-0.090	-0.078	-0.060	-0.040	-0.019	-0.002	0.021	0.028	0.018	0.009	0.002	0.001	0.000	0.000
2	-0.081	-0.078	-0.069	-0.055	-0.039	-0.023	-0.008	0.013	0.022	0.018	0.010	0.003	0.001	0.000	0.000
3	-0.042	-0.041	-0.038	-0.034	-0.029	-0.023	-0.017	-0.006	0.003	0.011	0.009	0.004	0.002	0.001	0.000
4	-0.025	-0.024	-0.023	-0.022	-0.020	-0.017	-0.015	-0.009	-0.004	0.004	0.006	0.004	0.002	0.001	0.000
5	-0.016	-0.016	-0.016	-0.015	-0.014	-0.013	-0.012	-0.009	-0.006	0.000	0.003	0.004	0.003	0.002	0.000
6	-0.011	-0.011	-0.011	-0.011	-0.010	-0.010	-0.009	-0.007	-0.006	-0.002	0.001	0.003	0.002	0.002	0.000
8	-0.007	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.005	-0.004	-0.003	-0.001	0.001	0.002	0.001	0.000
10	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	-0.003	-0.002	-0.001	0.000	0.001	0.001	0.000
20	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.000	-0.000
40	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
100	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000



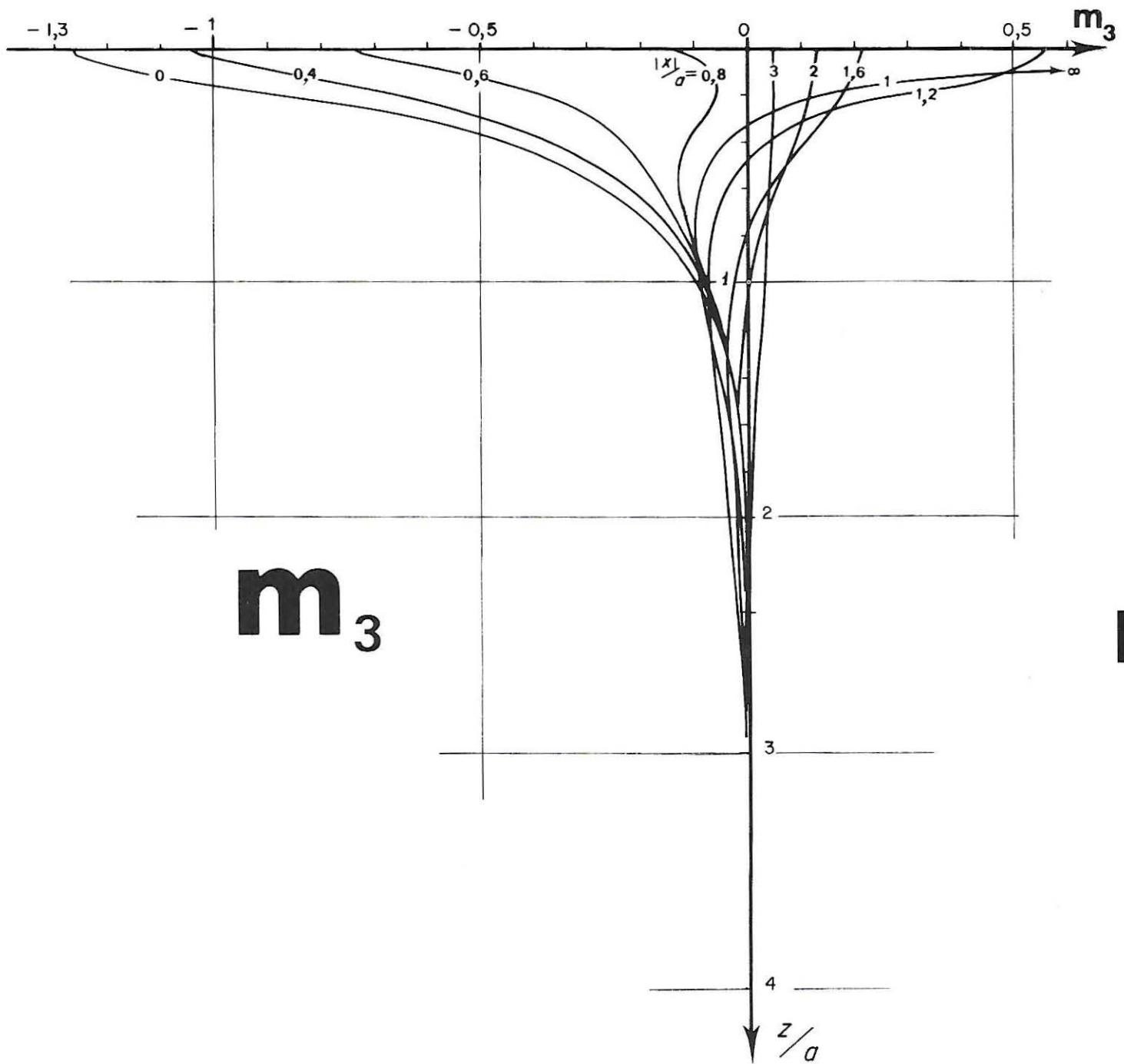
6-4



6-4

m^2		$ X /a$												
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8
a/Z		0.000	0.200	0.400	0.600	0.800	0.500	0.000	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0	0.000	0.101	0.188	0.236	0.211	0.206	0.192	0.064	0.028	0.007	0.003	0.001	0.000	0.000
0,2	0.000	0.030	0.048	0.046	0.042	0.084	0.128	0.087	0.046	0.013	0.005	0.002	0.001	0.000
0,4	0.000	-0.008	-0.019	-0.028	-0.020	0.018	0.062	0.076	0.052	0.018	0.008	0.002	0.001	0.001
0,6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,8	0.000	-0.023	-0.043	-0.053	-0.044	-0.016	0.019	0.053	0.047	0.021	0.010	0.003	0.001	0.001
1,0	0.000	-0.026	-0.048	-0.058	-0.052	-0.033	-0.006	0.031	0.038	0.021	0.011	0.004	0.002	0.001
1,2	0.000	-0.025	-0.044	-0.054	-0.052	-0.039	-0.020	0.013	0.027	0.021	0.012	0.004	0.002	0.001
1,4	0.000	-0.021	-0.038	-0.048	-0.048	-0.040	-0.027	0.000	0.016	0.019	0.012	0.005	0.002	0.001
1,6	0.000	-0.018	-0.032	-0.041	-0.043	-0.039	-0.030	-0.008	0.008	0.016	0.012	0.005	0.002	0.001
1,8	0.000	-0.015	-0.027	-0.035	-0.038	-0.036	-0.030	-0.013	0.001	0.013	0.011	0.005	0.002	0.001
2	0.000	-0.012	-0.022	-0.029	-0.033	-0.032	-0.028	-0.016	-0.004	0.010	0.010	0.005	0.003	0.001
3	0.000	-0.005	-0.009	-0.013	-0.016	-0.017	-0.018	-0.016	-0.011	-0.001	0.004	0.005	0.003	0.002
4	0.000	-0.002	-0.004	-0.006	-0.008	-0.009	-0.010	-0.011	-0.010	-0.005	-0.000	0.003	0.003	0.002
5	0.000	-0.001	-0.002	-0.004	-0.004	-0.005	-0.006	-0.007	-0.007	-0.005	-0.002	0.001	0.002	0.002
6	0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003	-0.004	-0.005	-0.005	-0.004	-0.003	-0.000	0.001	0.001
8	0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.003	-0.003	-0.003	-0.001	-0.000	0.001
10	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.000
20	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
40	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

m		$ X /a$													
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10
Z/a	0	-1.273	-1.222	-1.057	-0.744	-0.154	∞	0.559	0.220	0.126	0.051	0.028	0.012	0.007	0.004
	0,2	-0.773	-0.729	-0.595	-0.364	-0.062	0.155	0.268	0.183	0.115	0.049	0.027	0.012	0.007	0.004
	0,4	-0.452	-0.425	-0.347	-0.236	-0.128	-0.042	0.046	0.106	0.088	0.045	0.026	0.012	0.007	0.004
	0,6	-0.261	-0.248	-0.215	-0.172	-0.132	-0.091	-0.039	0.039	0.055	0.038	0.024	0.011	0.006	0.004
	0,8	-0.153	-0.149	-0.139	-0.127	-0.114	-0.096	-0.067	-0.005	0.025	0.030	0.021	0.011	0.006	0.004
	1,0	-0.092	-0.092	-0.093	-0.092	-0.086	-0.071	-0.028	0.003	0.022	0.018	0.010	0.006	0.004	
	1,2	-0.057	-0.058	-0.062	-0.068	-0.072	-0.072	-0.065	-0.038	-0.012	0.014	0.015	0.009	0.006	0.004
	1,4	-0.036	-0.038	-0.043	-0.050	-0.056	-0.059	-0.057	-0.041	-0.021	0.007	0.011	0.008	0.006	0.004
	1,6	-0.024	-0.026	-0.031	-0.037	-0.043	-0.047	-0.048	-0.040	-0.025	0.001	0.008	0.008	0.005	0.004
	1,8	-0.016	-0.018	-0.022	-0.028	-0.033	-0.038	-0.040	-0.036	-0.026	-0.003	0.005	0.007	0.005	0.003
Z/a	2	-0.012	-0.013	-0.016	-0.021	-0.026	-0.030	-0.033	-0.032	-0.026	-0.007	0.003	0.006	0.004	0.003
	3	-0.003	-0.003	-0.004	-0.006	-0.008	-0.010	-0.012	-0.016	-0.012	-0.005	0.001	0.003	0.002	
	4	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.005	-0.007	-0.009	-0.009	-0.007	-0.001	0.001	0.001	
	5	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.004	-0.005	-0.006	-0.006	-0.003	-0.000	0.001
	6	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.003	-0.001	-0.000
	8	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001
	10	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	-0.001	-0.002	-0.001	-0.001
	20	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
	40	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
	100	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000



6-4

EXPRESSION DES COEFFICIENTS k et m

$$k_0 = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{a-x}{z} + \frac{2az(a^2 + z^2 - x^2)}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} \right]$$

$$k_1 = \frac{1}{\pi} \frac{4axz^2}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2}$$

$$k_2 = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{a-x}{z} - \frac{2az(a^2 + z^2 - x^2)}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} \right]$$

$$k_3 = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Log} \frac{(a+x)^2 + z^2}{(a-x)^2 + z^2} - \frac{4axz^2}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} \right]$$

$$m_0 = \frac{1}{\pi} \left[\frac{x}{a} \left(\operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{a-x}{z} \right) - \frac{2xz(x^2 + z^2 - a^2)}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} \right]$$

$$m_1 = \frac{1}{\pi} \left[-\frac{z}{a} \left(\operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{a-x}{z} \right) + \frac{2z^2(x^2 + z^2 + a^2)}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} \right]$$

$$m_2 = \frac{1}{\pi} \left[\frac{x}{a} \left(\operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{a-x}{z} \right) + \frac{2xz(x^2 + z^2 - a^2)}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} \right. \\ \left. + \frac{z}{a} \operatorname{Log} \frac{(a-x)^2 + z^2}{(a+x)^2 + z^2} \right]$$

$$m_3 = \frac{1}{\pi} \left[\frac{3z}{a} \left(\operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{a-x}{z} \right) + \frac{x}{a} \operatorname{Log} \frac{(x+a)^2 + z^2}{(x-a)^2 + z^2} \right. \\ \left. - \frac{2z^2(x^2 + z^2 + a^2)}{(x^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2} - 4 \right]$$

6-4

BIBLIOGRAPHIE

Nous avons calculé nous-même l'expression analytique et les valeurs numériques des coefficients mais ceci n'a fait l'objet d'aucune publication. Signalons toutefois que le calcul de k_0 avait déjà été fait par Carothers [1]. Par ailleurs, certains calculs numériques partiels avaient été faits par Florin [2] et Jurgenson [3]. Enfin, la définition de la rotation moyenne a été donnée par Vogt [4].

REFERENCES

- [1] S.D. CARTHERS, "Plane strain : the direct determination of stresses", Proc. Royal Society, A. 97 (1920), 110.
- [2] V.A. FLORIN, "Osnovi Mekaniki Gruntow", Vol. 1 (Moscou, 1959), 340-341.
- [3] L. JURGENSON, "The application of theories of elasticity and plasticity to foundations problems", Boston Society Civil Engineers Contributions to Soil Mechanics (1925-1940), 148-183.
- [4] F. VOGT, "Uber die Berechnung der Fundament de formation", Av hand linger utgit av Det Norske Videnskaps Akademi Math. Naturv Klasse (Oslo 1925), p. 8, 9 et 24.

**FONDATION DE GRANDE LONGUEUR
EXERÇANT UNE CHARGE NORMALE UNIFORME**

(semelles filantes, radiers longs, remblais routiers)
sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul du tassement moyen
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

La couche de sol homogène, d'épaisseur H , repose sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement. Si cette adhérence n'est pas parfaite les contraintes σ_x et τ_{zx} au voisinage de la surface de contact seront moins fortes que celles données ici, le tassement sera plus important et la contrainte σ_z sera peu affectée. Si la couche de sol n'est pas parfaitement homogène, les contraintes seront peu affectées tandis que le calcul direct du tassement ne fournira qu'un ordre de grandeur. Encore faut-il que l'on ait pu estimer une valeur moyenne des propriétés de sol pour toute la couche.

DEFINITION DE LA CHARGE

La fondation de longueur infinie et de largeur $2a$ exerce sur le sol une contrainte uniformément répartie, p (Fig. 1).

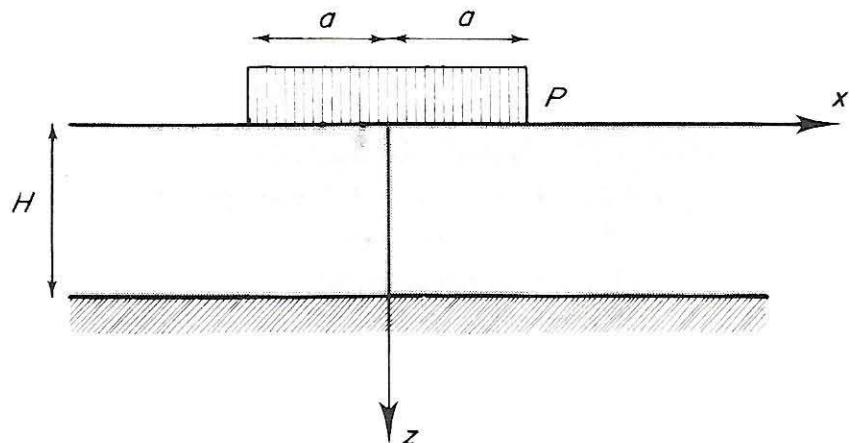


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

On peut utiliser indistinctement deux types de formules. Celles du second type sont plus commodes dans le cas d'une couche de faible épaisseur relative (β petit) et celle du premier type dans le cas d'une fondation de faible largeur relative (β' petit).

Dans les formules qui suivent, on a :

H : épaisseur de la couche de sol,

$2a$: largeur de la fondation,

p : contrainte normale uniforme,

E : module d'Young du sol,

p_H : coefficient sans dimension dépendant de ν et β ,

ν : coefficient de Poisson du sol.

β : épaisseur relative de la couche,

p'_H : coefficient sans dimensions dépendant de ν et β' ,

β' : largeur relative de la fondation.

— Formules du premier type :

- Tassement du bord de la charge ($|x| = a$) :

$$(1) \quad w = \frac{2ap}{E} p_H \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{H}{2a}$$

- Tassement du centre de la charge ($x = 0$) :

$$(2) \quad w = \frac{2ap}{E} p_H \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{H}{a}$$

- Tassement d'un point d'abscisse x :

$$(3) \quad w = \frac{p}{E} \left[(a+x) p_{H1} + (a-x) p_{H2} \right]$$

avec : $\beta = \frac{H}{|a+x|}$ pour p_{H1}

$\beta = \frac{H}{|a-x|}$ pour p_{H2}

6-5

— Formules du deuxième type :

- Tassement du bord de la charge :

$$(4) \quad w = \frac{p_H}{E} p'_H \quad \text{avec} \quad \beta' = \frac{2a}{H}$$

- Tassement du centre de la charge :

$$(5) \quad w = \frac{2p_H}{E} p'_H \quad \text{avec} \quad \beta' = \frac{a}{H}$$

- Tassement du point d'abscisse x :

$$(6) \quad w = \frac{pH}{E} \left[\frac{a+x}{|a+x|} p'_{H1} + \frac{a-x}{|a-x|} p'_{H2} \right]$$

avec : $\beta' = \frac{|a+x|}{H}$ pour p'_{H1}

$\beta' = \frac{|a-x|}{H}$ pour p'_{H2}

Les valeurs numériques des coefficients sans dimensions p_H et p'_H sont données sous forme de tables et de graphiques.

Exemple 1 :

Considérons un remblai de grande longueur, de hauteur $h = 4$ m (13 ft), de largeur de plate-forme 10 m (33 ft) et de pentes latérales $2/1$, reposant sur une couche de 45 m (147 ft) d'épaisseur d'un sol de module $E = 40$ bars (58 p.s.i.) et de coefficient de Poisson, $\nu = 0,3$ (Fig. 2). Quel tassement final peut-on estimer, sachant que la masse volumique du sol en remblai est : $\rho = 2\ 070 \text{ kg/cm}^3 = 129 \text{ lb/cu. ft}$?

On peut estimer avec une bonne approximation que ce remblai exerce sur le sol une contrainte normale uniforme sur une largeur $BB' = 2a = 18$ m (59 ft) de valeur :

$$p = \rho gh = 2\ 070 \times 9,81 \times 4 = 80\ 000 \text{ Pascals} = 0,8 \text{ bar} = 129 \times 13$$

$$= 1\ 675 \text{ lb/sq. ft} = 11,6 \text{ p.s.i.}$$

Calculons le tassement sous le centre et le bord de cette charge (c'est-à-dire sous la mi-pente du talus réel).

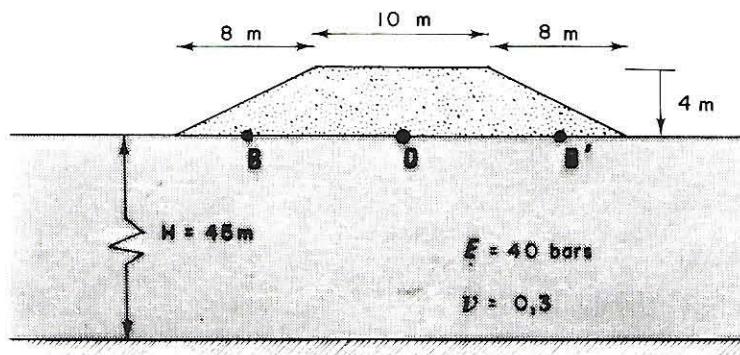


FIG. 2. — Définition du remblai de l'exemple 1.

A titre d'exercice, employons les deux types de formules :

— tassement au centre : formule (2) ou (5) :

$$\beta = \frac{H}{a} = 5 \quad \text{ou} \quad \beta' = \frac{a}{H} = 0,2.$$

Pour $\nu = 0,3$, on lit sur les tables : $p_H = 1,212$; $p'_H = 0,242$, d'où :

$$w = \frac{0,8 \times 18}{40} \times 1,212 = \frac{2 \times 0,8 \times 45}{40} \times 0,242 = 0,44 \text{ m}$$

$$= \frac{11,6 \times 59}{58} \times 1,212 = \frac{2 \times 11,6 \times 147}{58} \times 0,242 = 1 \text{ ft } 5 \text{ inches}$$

— tassement du bord : formule (1) ou (4) :

$$\beta = \frac{H}{2a} = 2,5 \quad \text{ou} \quad \beta' = \frac{2a}{H} = 0,4,$$

pour $\nu = 0,3$, on lit dans les tables : $p_H = 0,826$; $p'_H = 0,330$, d'où :

$$w = \frac{0,8 \times 18}{40} \times 0,826 = \frac{0,8 \times 45}{40} \times 0,330 = 0,30 \text{ m}$$

$$= \frac{11,6 \times 59}{58} \times 0,826 = \frac{11,6 \times 147}{58} \times 0,330 = 1 \text{ ft.}$$

CALCUL DU TASSEMENT MOYEN

La moyenne du tassement de tous les points de la surface du sol situés au contact de la charge uniformément répartie s'écrit (Fig. 3) :

$$(7) \quad w_m = \frac{2ap}{E} p_{Hm}$$

ou bien :

$$(8) \quad w_m = \frac{p_H}{E} p'_{Hm}$$

6-5

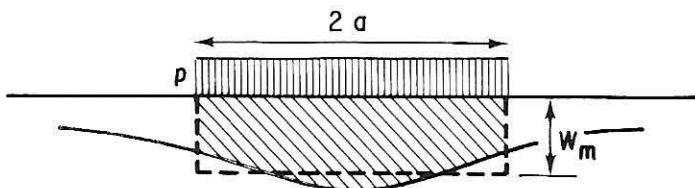


FIG. 3. — Notion de tassement moyen. Le tassement de la charge uniforme de longueur infinie est représenté par la courbe en trait plein. Le tassement moyen w_m est tel que $2aw_m$ soit égal à la surface hachurée.

avec :

$2a$: largeur de la fondation,
 p : charge normale uniforme,
 E : module d'Young du sol,
 H : épaisseur de la couche de sol,
 p_{Hm} et p'_{Hm} : coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données sous forme de tables et graphiques en fonction de ν ,
 ν : coefficient de Poisson du sol.

On peut utiliser indistinctement ces deux formules. Toutefois, la première convient mieux si la couche est relativement épaisse et la seconde si elle est relativement mince.

On montre que le "tassement moyen" est très voisin du tassement qu'aurait sur le même sol une fondation rigide de même largeur et supportant la même charge totale.

Exemple 2 :

Considérons une fondation de 0,9 m (3 ft) de largeur, supportant une charge linéaire de 150 000 newtons/m (15,3 t/m ou 10 500 lb/ft) et reposant sur une couche de sol de 4,5 m (15 ft) d'épaisseur. Nous nous proposons de calculer son tassement instantané : le coefficient de Poisson vaut alors 0,5 et un essai non drainé a donné un module $E = 60$ bars (125 000 lb/sq. ft).

6-5

Calculons d'abord la charge moyenne :

$$\begin{aligned} p &= \frac{150\,000}{0,9} = 167\,000 \text{ pascals} = 1,67 \text{ bar} = \frac{15,3}{0,9} = 17 \text{ t/m} = 1,7 \text{ kg/cm}^2 \\ &= \frac{10\,500}{3} = 3\,500 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

On lit ensuite dans les tables :

$$p_{Hm} = 1,021 \quad \text{pour } \nu = 0,5 \quad \text{et} \quad H/2a = 5.$$

On en déduit la valeur du tassement en utilisant la formule (7) :

$$w_m = \frac{0,9 \times 1,67}{60} \times 1,021 = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm},$$

ou bien :

$$w_m = \frac{3 \times 3\,500}{125\,000} \times 1,021 = 0,085 \text{ ft} = 1 \text{ inch.}$$

On peut également utiliser la formule (8). Pour cela, les tables donnent :

$$p'_{Hm} = 0,204 \text{ pour } 2 a/H = 0,2.$$

On en déduit la valeur du tassement :

$$\begin{aligned} w_m &= \frac{4,5 \times 1,67}{60} \times 0,204 = 0,025 \text{ m} \\ &= \frac{15 \times 3,500}{125,000} \times 0,204 = 0,085 \text{ ft.} \end{aligned}$$

CALCUL DES CONTRAINTES

Dans les formules suivantes, on a :

p : charge normale uniforme exercée sur la fondation,

H : épaisseur de la couche de sol,

$2 a$: largeur de la fondation,

ν : coefficient de Poisson du sol,

x, z : coordonnées cartésiennes du point où l'on calcule les contraintes,

k_{H0}, k_{H1} et k_{H2} : coefficients sans dimensions dépendant de β ,

β : épaisseur relative.

Les contraintes sont données par :

— Point situé à la verticale du bord de la charge ($|x| = a$) :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = p k_{H0} \\ \tau_{zx} = p k_{H1} \\ \sigma_x = p k_{H2} \end{array} \right. \quad \text{avec } \beta = \frac{H}{2a}$$

6-5

— Point situé à la verticale du centre de la charge ($x = 0$) :

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = 2 p k_{H0} \\ \tau_{zx} = 0 \\ \sigma_x = 2 p k_{H2} \end{array} \right. \quad \text{avec } \beta = \frac{H}{a}$$

— Point d'abscisse x quelconque :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = p \left[k_{H0}^{(1)} \pm k_{H0}^{(2)} \right] \\ \tau_{zx} = p \left[k_{H1}^{(1)} - k_{H1}^{(2)} \right] \\ \sigma_x = p \left[k_{H2}^{(1)} \pm k_{H2}^{(2)} \right] \end{array} \right.$$

avec : + si $|x| < a$
 - si $|x| > a$

et : $\beta = \frac{H}{|a+x|}$ pour (1).
 $\beta = \frac{H}{|a-x|}$ pour (2).

- En tout point :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

Les coefficients sans dimensions k_{H0} , k_{H1} et k_{H2} sont donnés sous forme de tables et graphiques, uniquement pour $v = 0,3$. Cependant, σ_z ne variant qu'extrêmement peu avec le coefficient de Poisson, on pourra utiliser le coefficient k_{H0} pour toute valeur de v . De même, τ_{zx} dépend assez peu de v et le coefficient k_{H1} pourra être utilisé avec une bonne approximation pour toute valeur de v . En revanche σ_x étant assez sensible aux variations du coefficient de Poisson, l'emploi du coefficient k_{H2} sera limité au cas $v = 0,3$.

Exemple 3 :

Reprendons le remblai de l'exemple 1. Quelle est la contrainte σ_z sous le centre à 27 m (89 ft) de profondeur ?

6-5

Calculons d'abord β :

$$\beta = \frac{H}{a} = \frac{45}{9} = \frac{147}{29,5} = 5.$$

Calculons ensuite :

$$\frac{z}{H} = \frac{27}{45} = \frac{89}{147} = 0,6.$$

On lit alors dans les tables : $k_{H0} = 0,216$.

Par ailleurs on sait, d'après l'exemple 1, que :

$$p = 0,8 \text{ bar} = 1675 \text{ lb/sq. ft.}$$

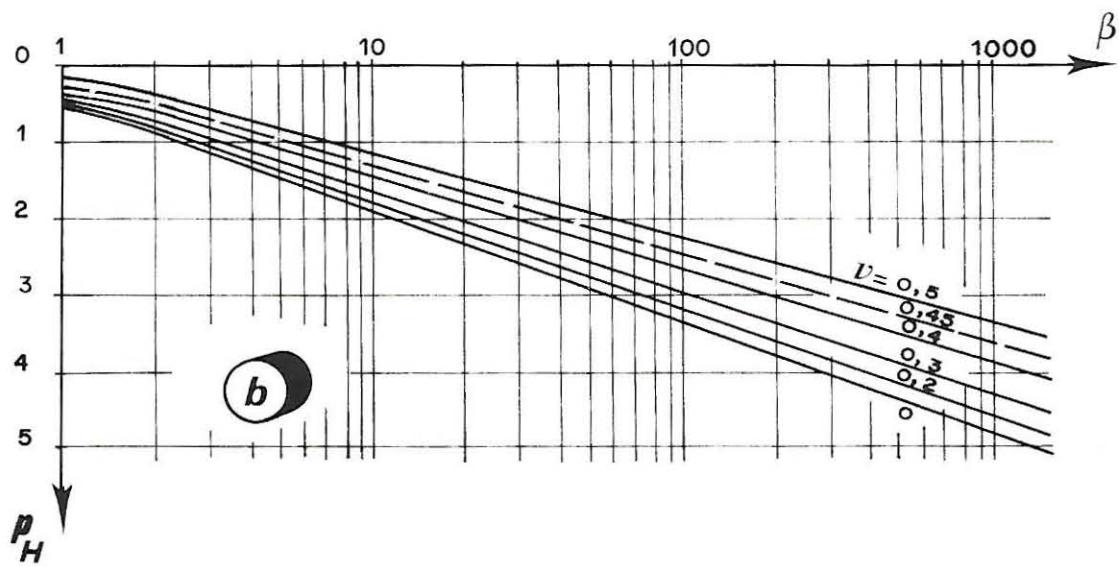
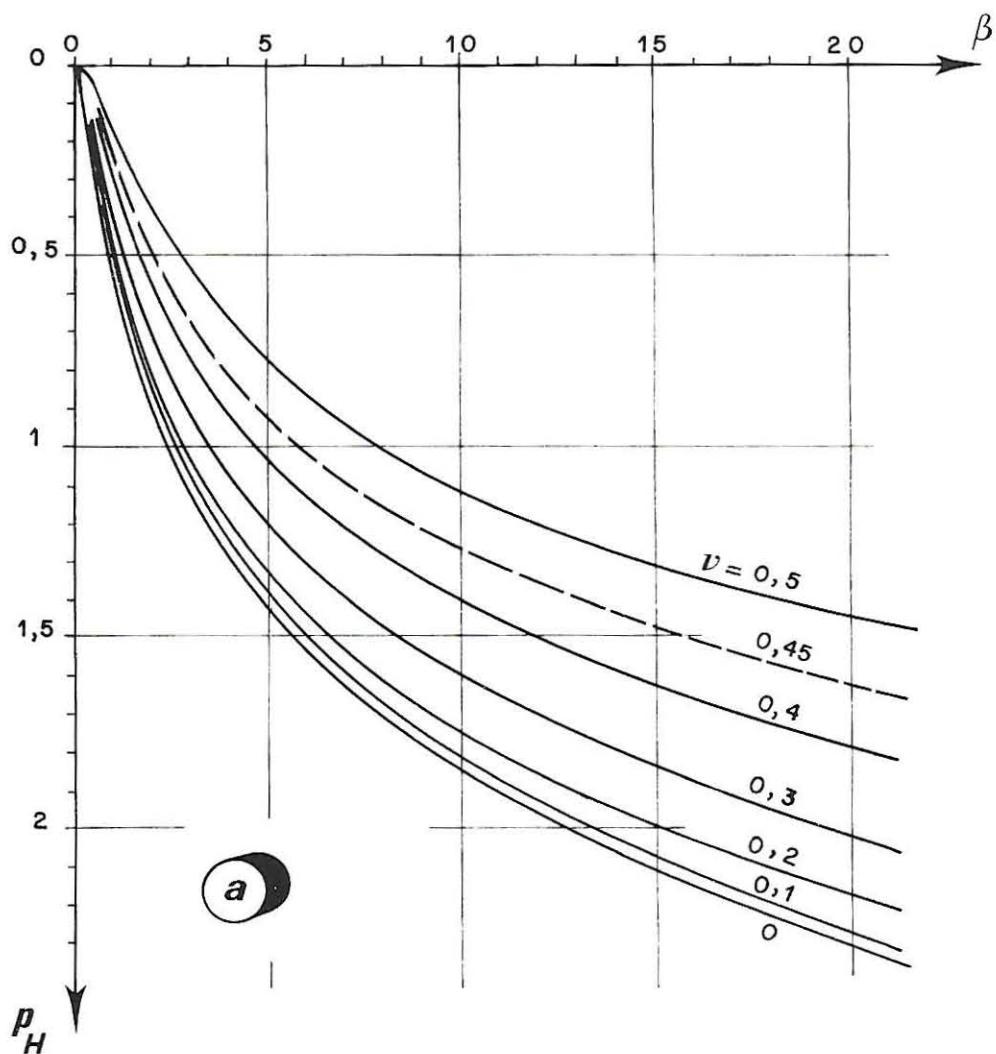
On peut alors appliquer la formule (10) :

$$\sigma_z = 2 \times 0,8 \times 0,216 = 0,35 \text{ bar},$$

$$\sigma_z = 2 \times 1675 \times 0,216 = 720 \text{ lb/sq. ft.}$$

TABLES ET GRAPHIQUES

- Calcul du tassement
Coefficients : p_H et p'_H p. 338-341
- Calcul du tassement moyen
Coefficients : p_{Hm} et p'_{Hm} p. 342-345
- Calcul des contraintes
Coefficients : k_{H0} , k_{H1} , k_{H2} p. 346-351



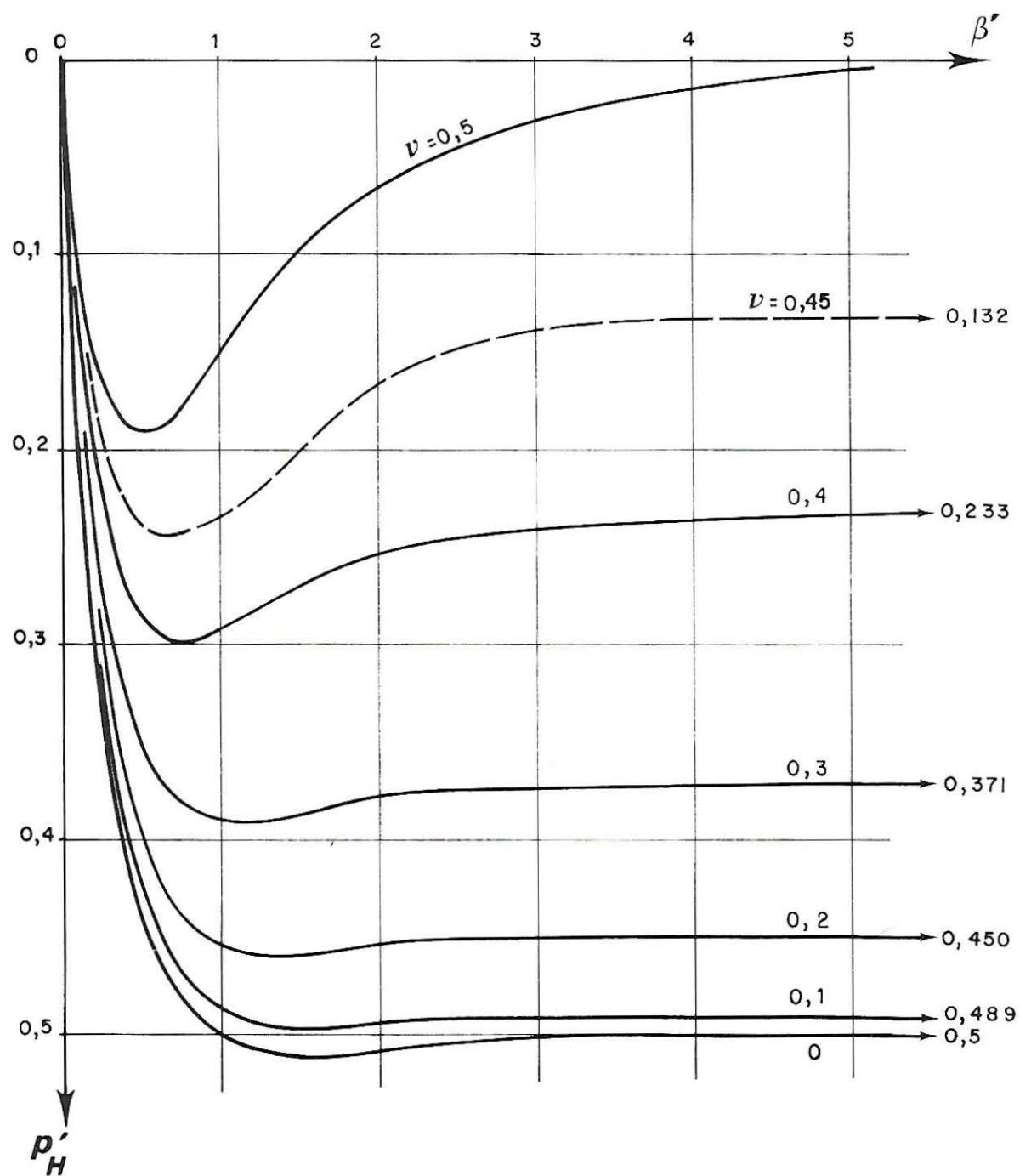
β	Coefficient de POISSON ν						β	Coefficient de POISSON ν					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0	0	0	0	0	0	1,7	0,777	0,753	0,706	0,626	0,501	0,317
0,05	0,025	0,024	0,023	0,019	0,012	0,000	1,8	0,809	0,785	0,738	0,655	0,527	0,339
0,1	0,05	0,049	0,045	0,037	0,023	0,000	1,9	0,840	0,817	0,768	0,682	0,551	0,360
0,15	0,075	0,073	0,068	0,056	0,035	0,000	2,0	0,870	0,848	0,796	0,709	0,575	0,381
0,2	0,100	0,098	0,090	0,074	0,047	0,001	2,5	1,002	0,978	0,925	0,826	0,682	0,468
0,25	0,125	0,122	0,113	0,093	0,059	0,004	3,0	1,112	1,085	1,029	0,926	0,773	0,548
0,3	0,150	0,147	0,135	0,112	0,072	0,007	3,5	1,208	1,180	1,115	1,012	0,852	0,619
0,35	0,175	0,171	0,158	0,131	0,085	0,011	4,0	1,289	1,263	1,197	1,086	0,920	0,683
0,4	0,201	0,196	0,181	0,150	0,099	0,017	5,0	1,429	1,400	1,330	1,212	1,036	0,786
0,45	0,227	0,220	0,204	0,169	0,113	0,023	6,0	1,545	1,518	1,445	1,318	1,133	0,870
0,5	0,253	0,245	0,227	0,189	0,127	0,031	7,0	1,641	1,615	1,540	1,405	1,213	0,943
0,55	0,279	0,269	0,250	0,209	0,143	0,039	8,0	1,722	1,699	1,621	1,479	1,281	1,007
0,6	0,305	0,294	0,272	0,229	0,158	0,049	9,0	1,800	1,770	1,689	1,549	1,347	1,062
0,65	0,331	0,318	0,295	0,249	0,174	0,059	10,0	1,866	1,834	1,750	1,609	1,402	1,112
0,7	0,357	0,342	0,318	0,269	0,191	0,070	11,0	1,926	1,890	1,805	1,663	1,452	1,157
0,75	0,382	0,367	0,341	0,290	0,207	0,081	12,0	1,978	1,942	1,857	1,712	1,500	1,198
0,8	0,407	0,391	0,364	0,310	0,224	0,093	13,0	2,026	1,991	1,906	1,759	1,544	1,236
0,85	0,432	0,415	0,386	0,330	0,241	0,106	14,0	2,072	2,038	1,952	1,802	1,585	1,271
0,9	0,456	0,439	0,408	0,350	0,258	0,118	15,0	2,115	2,081	1,995	1,843	1,623	1,304
0,95	0,480	0,464	0,430	0,370	0,275	0,131	20,0	2,307	2,269	2,173	2,010	1,772	1,442
1,0	0,503	0,488	0,452	0,390	0,291	0,144	25,0	2,449	2,410	2,309	2,139	1,891	1,548
1,1	0,548	0,530	0,496	0,428	0,324	0,170	30,0	2,565	2,524	2,420	2,244	1,988	1,635
1,2	0,591	0,570	0,535	0,464	0,356	0,196	40,0	2,748	2,705	2,596	2,411	2,142	1,772
1,3	0,632	0,611	0,574	0,499	0,387	0,222	50,0	2,890	2,847	2,732	2,540	2,261	1,879
1,4	0,671	0,648	0,610	0,533	0,417	0,246	100,0	3,331	3,284	3,156	2,942	2,632	2,210
1,5	0,708	0,685	0,643	0,566	0,446	0,270	1000,0	4,797	4,735	4,563	4,276	3,863	3,309
1,6	0,743	0,720	0,676	0,597	0,474	0,294	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

p
H

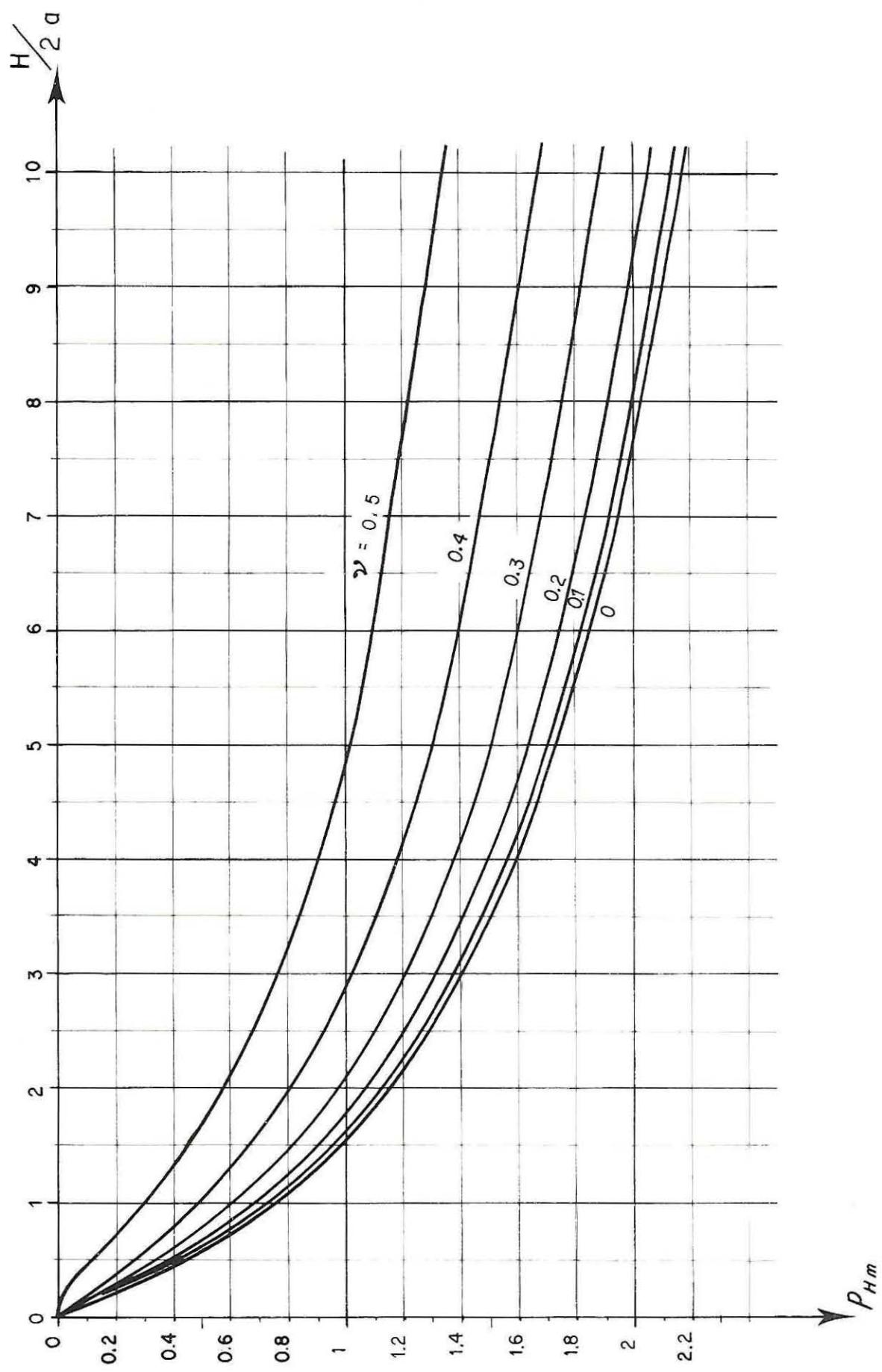
β'	Coefficient de POISSON, ν					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0	0	0	0	0	0
0,01	0,033	0,033	0,032	0,029	0,026	0,022
0,02	0,058	0,057	0,055	0,051	0,045	0,038
0,05	0,115	0,114	0,109	0,101	0,089	0,072
0,10	0,187	0,183	0,175	0,161	0,140	0,111
0,15	0,241	0,237	0,225	0,210	0,178	0,139
0,20	0,286	0,280	0,266	0,242	0,207	0,157
0,25	0,322	0,316	0,299	0,271	0,230	0,171
0,30	0,353	0,344	0,326	0,296	0,248	0,179
0,35	0,378	0,369	0,350	0,315	0,262	0,186
0,40	0,401	0,391	0,370	0,330	0,273	0,188
0,45	0,420	0,410	0,386	0,343	0,280	0,190
0,50	0,435	0,424	0,398	0,355	0,288	0,191
0,60	0,461	0,446	0,419	0,369	0,294	0,187
0,70	0,476	0,461	0,434	0,378	0,298	0,179
0,80	0,488	0,472	0,444	0,384	0,298	0,167
0,90	0,498	0,481	0,449	0,388	0,292	0,153
1,00	0,503	0,488	0,452	0,390	0,291	0,144
1,5	0,508	0,493	0,455	0,387	0,270	0,095
2,0	0,506	0,492	0,452	0,378	0,254	0,062
2,5	0,503	0,489	0,450	0,375	0,247	0,047
3	0,5	0,489	0,450	0,374	0,242	0,029
4	0,5	0,489	0,450	0,372	0,236	0,014
5	0,5	0,489	0,450	0,371	0,233	0,006
10	0,5	0,489	0,450	0,371	0,233	0
100	0,5	0,489	0,450	0,371	0,233	0
∞	0,5	0,489	0,450	0,371	0,233	0

6-5

p'
H



6-5



ρ_{Hm}

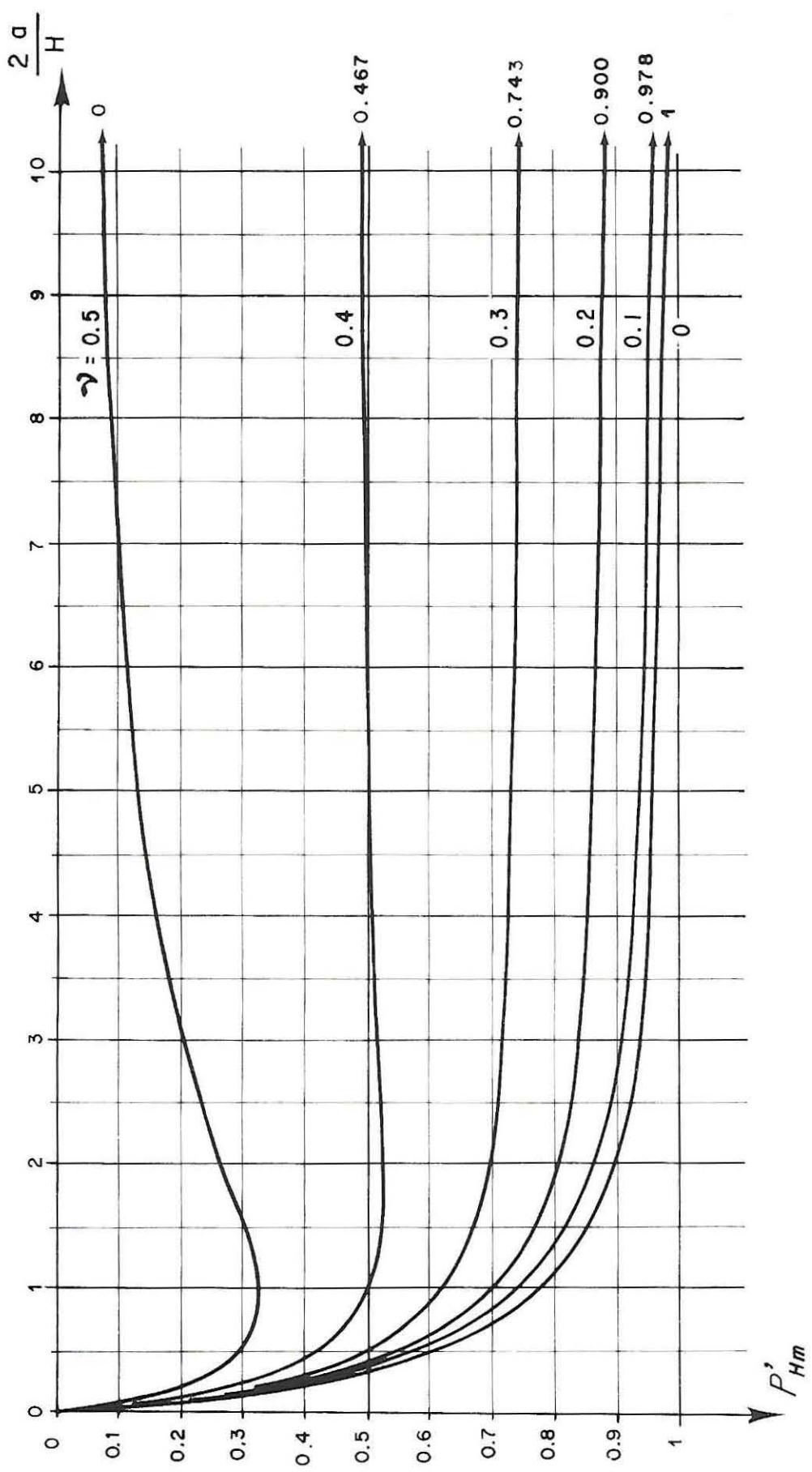
$\frac{H}{d}$	$\frac{H}{2d}$	ν					
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	0.1	0.098	0.095	0.087	0.073	0.048	0.007
0.4	0.2	0.191	0.187	0.170	0.145	0.099	0.026
0.6	0.3	0.284	0.278	0.252	0.217	0.153	0.055
0.8	0.4	0.366	0.357	0.330	0.284	0.208	0.090
1	0.5	0.446	0.433	0.403	0.349	0.260	0.129
1.2	0.6	0.520	0.505	0.471	0.413	0.312	0.167
1.4	0.7	0.588	0.569	0.532	0.471	0.364	0.209
1.6	0.8	0.651	0.628	0.595	0.525	0.411	0.248
1.8	0.9	0.713	0.686	0.652	0.576	0.457	0.284
2	1	0.772	0.741	0.707	0.624	0.501	0.320
2.2	1.1	0.821	0.788	0.756	0.670	0.540	0.353
2.4	1.2	0.869	0.838	0.801	0.711	0.579	0.386
2.6	1.3	0.912	0.882	0.843	0.752	0.615	0.418
2.8	1.4	0.956	0.929	0.883	0.791	0.648	0.449
3	1.5	0.998	0.974	0.921	0.825	0.680	0.476
4	2	1.170	1.144	1.083	0.982	0.823	0.597
5	2.5	1.308	1.280	1.213	1.104	0.935	0.695
6	3	1.416	1.388	1.319	1.206	1.029	0.778
8	4	1.591	1.563	1.493	1.370	1.180	0.914
10	5	1.743	1.715	1.635	1.498	1.301	1.021
20	10	2.177	2.141	2.050	1.894	1.666	1.346
40	20	2.612	2.569	2.468	2.293	2.034	1.674
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

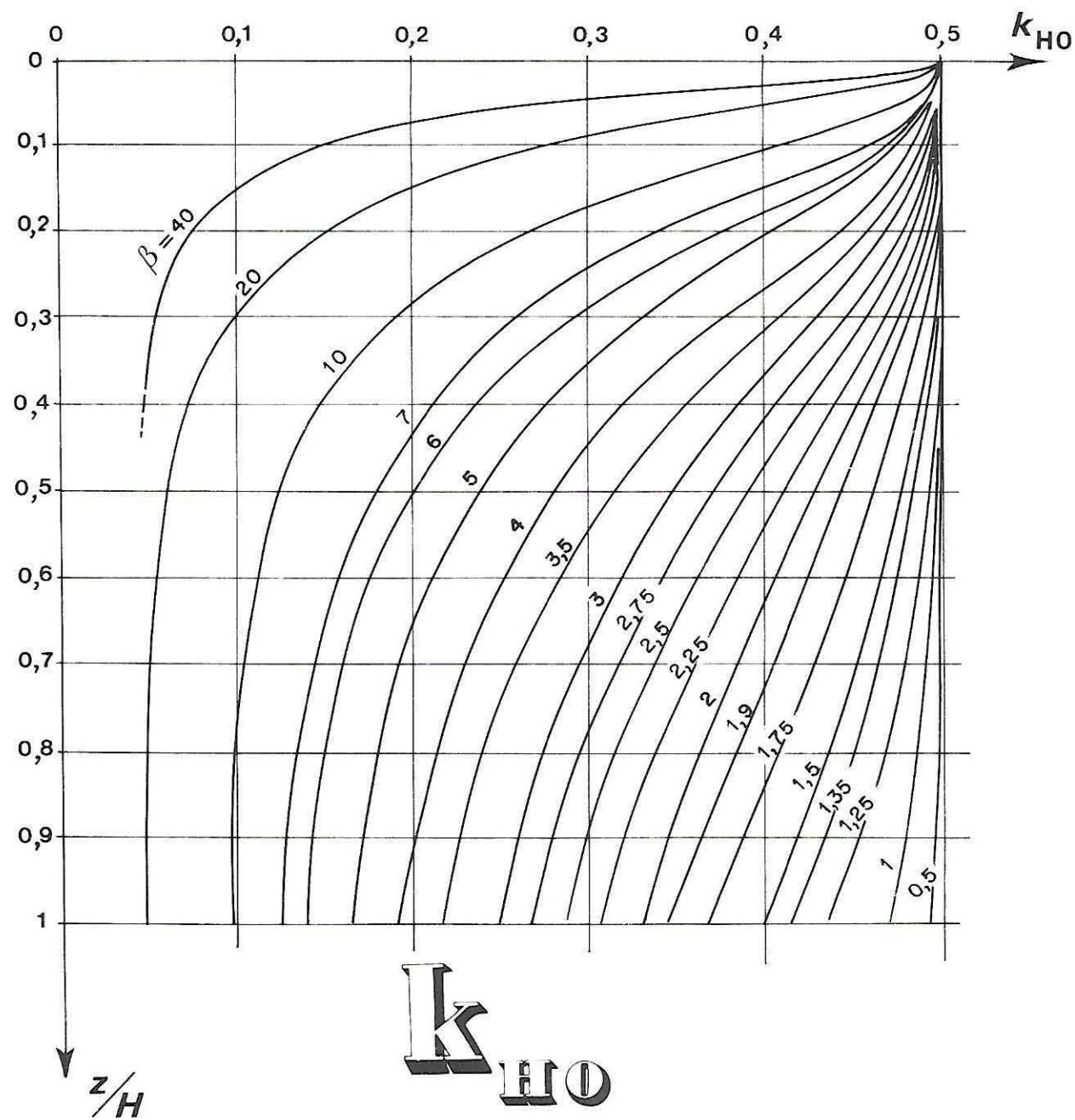
6-5

p'_{Hm}

$\frac{a}{H}$	$\frac{2a}{H}$	ν					
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	0.1	0.218	0.214	0.205	0.189	0.167	0.135
0.1	0.2	0.349	0.343	0.327	0.299	0.260	0.204
0.15	0.3	0.450	0.443	0.415	0.384	0.329	0.250
0.2	0.4	0.522	0.512	0.485	0.442	0.374	0.278
0.25	0.5	0.585	0.572	0.541	0.491	0.412	0.298
0.3	0.6	0.635	0.619	0.588	0.530	0.440	0.310
0.35	0.7	0.675	0.655	0.625	0.563	0.460	0.318
0.4	0.8	0.712	0.689	0.657	0.589	0.478	0.321
0.45	0.9	0.744	0.717	0.683	0.608	0.492	0.322
0.5	1.0	0.772	0.741	0.707	0.624	0.501	0.320
0.75	1.5	0.855	0.820	0.771	0.677	0.522	0.293
1	2	0.892	0.867	0.806	0.698	0.522	0.258
1.25	2.5	0.916	0.892	0.825	0.709	0.515	0.225
1.5	3	0.929	0.906	0.837	0.715	0.509	0.198
2	4	0.946	0.923	0.849	0.722	0.500	0.157
2.5	5	0.955	0.933	0.855	0.726	0.494	0.130
5	10	0.976	0.954	0.874	0.734	0.482	0.070
10	20	0.986	0.964	0.884	0.739	0.474	0.039
25	50	0.995	0.973	0.893	0.741	0.469	0.015
∞	∞	1	0.978	0.900	0.743	0.467	0

6-5



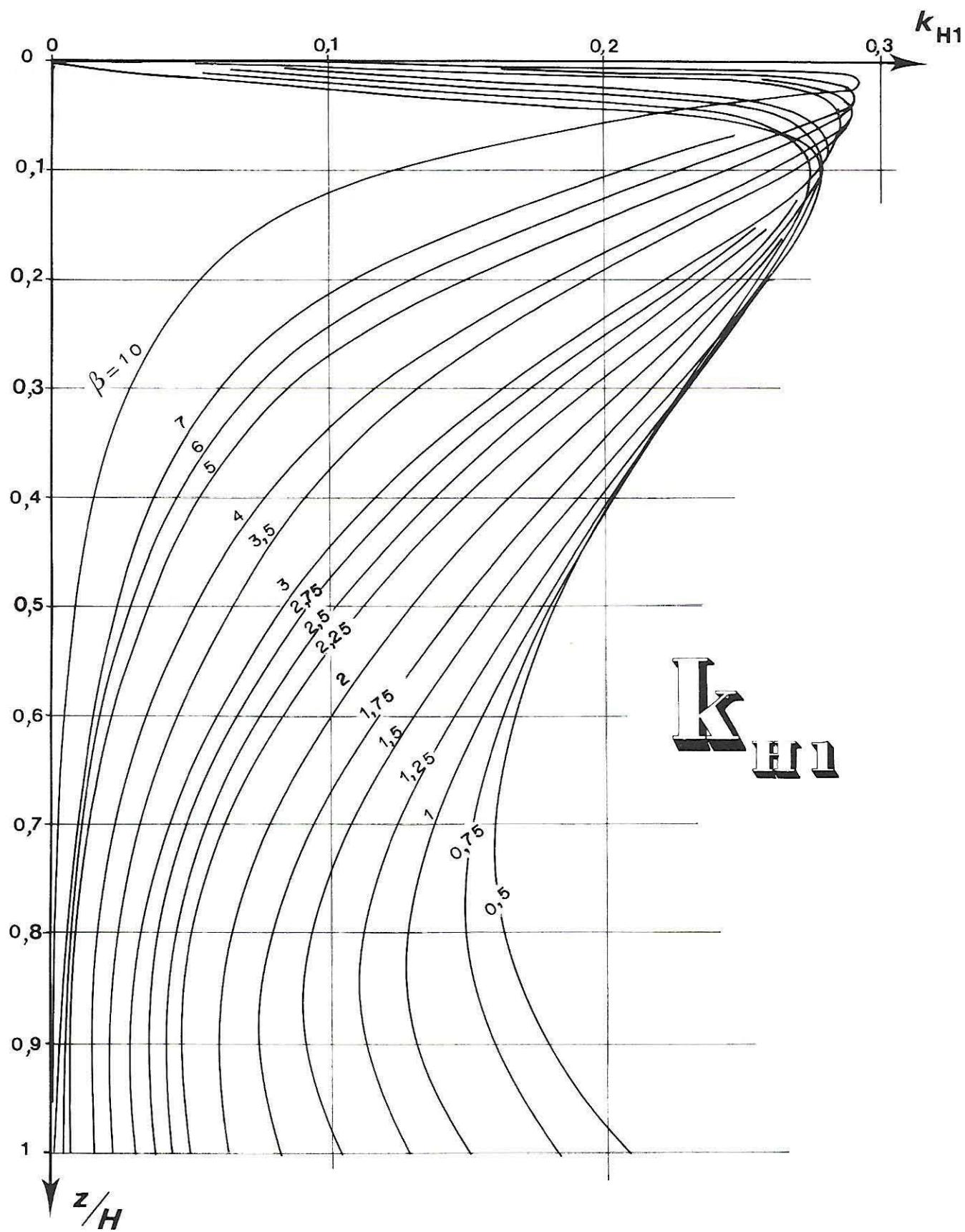


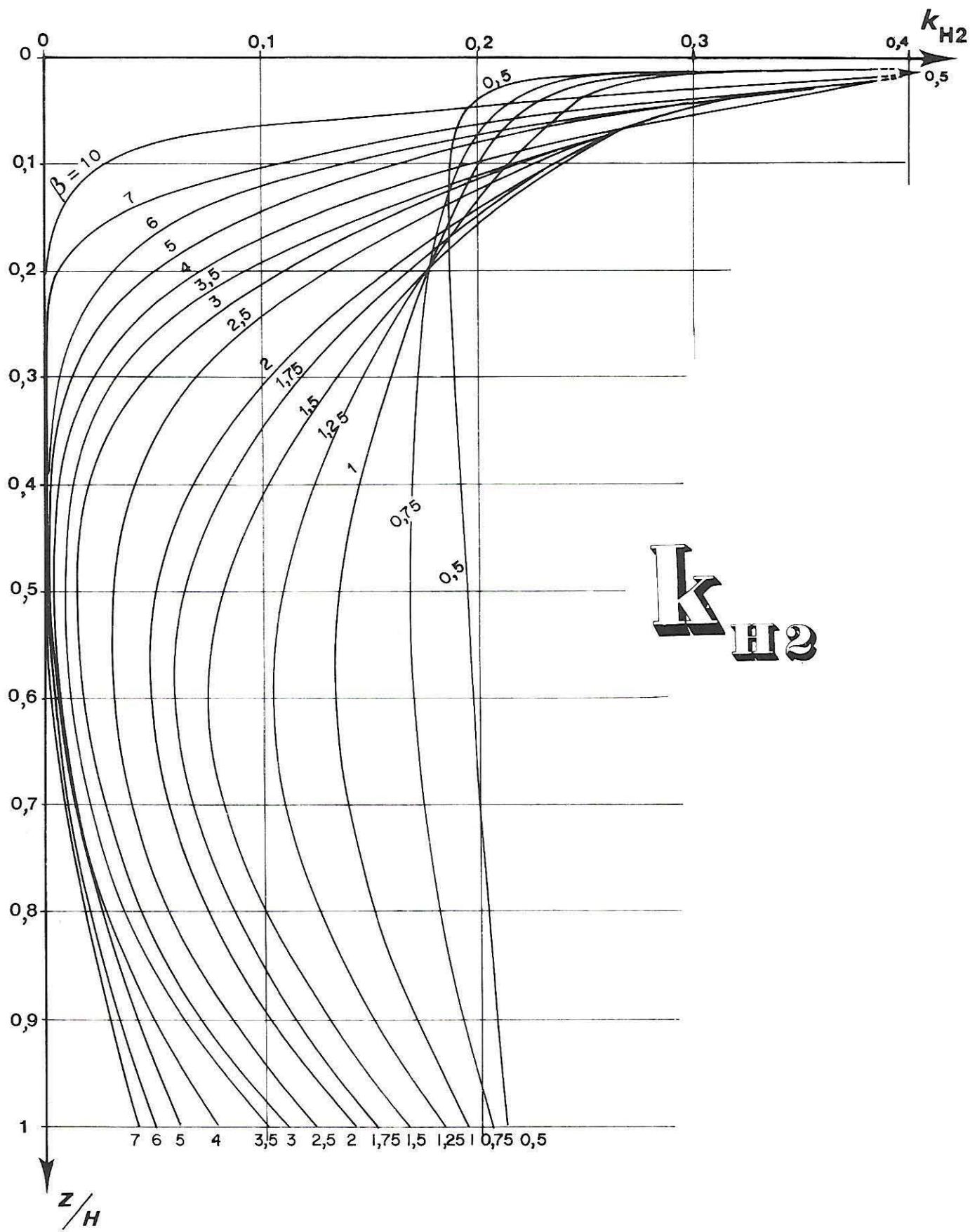
$\frac{z}{H}$	β	0,5	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,5	4	5	6	7	10	20
0	0	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
0,05	0,503	0,502	0,5015	0,501	0,5005	0,499	0,4985	0,498	0,4975	0,497	0,4965	0,496	0,495	0,494	0,494	0,482	0,407	
0,1	0,504	0,5025	0,502	0,5015	0,500	0,498	0,497	0,496	0,4955	0,495	0,492	0,488	0,477	0,472	0,462	0,402	0,275	
0,15	0,5035	0,502	0,5015	0,501	0,499	0,497	0,495	0,492	0,490	0,486	0,477	0,472	0,447	0,420	0,397	0,325	0,194	
0,2	0,503	0,5015	0,501	0,500	0,498	0,495	0,490	0,485	0,480	0,472	0,460	0,450	0,407	0,380	0,337	0,267	0,152	
0,25	0,5025	0,501	0,5005	0,499	0,496	0,489	0,481	0,473	0,466	0,453	0,437	0,417	0,369	0,332	0,295	0,225	0,122	
0,3	0,502	0,5005	0,500	0,497	0,492	0,481	0,470	0,460	0,449	0,430	0,410	0,378	0,333	0,295	0,260	0,195	0,103	
0,35	0,502	0,500	0,499	0,495	0,487	0,469	0,457	0,442	0,429	0,407	0,382	0,347	0,303	0,265	0,235	0,170	0,089	
0,4	0,502	0,499	0,498	0,491	0,480	0,457	0,442	0,425	0,410	0,385	0,358	0,322	0,278	0,240	0,216	0,154	0,080	
0,45	0,5015	0,498	0,4965	0,487	0,473	0,445	0,428	0,409	0,392	0,367	0,338	0,301	0,256	0,220	0,199	0,143	0,072	
0,5	0,501	0,500	0,495	0,482	0,466	0,433	0,414	0,394	0,374	0,350	0,318	0,285	0,240	0,205	0,185	0,132	0,066	
0,55	0,5005	0,499	0,493	0,475	0,458	0,423	0,400	0,380	0,357	0,333	0,303	0,269	0,227	0,191	0,172	0,124	0,061	
0,6	0,500	0,498	0,491	0,467	0,449	0,412	0,387	0,366	0,343	0,319	0,289	0,256	0,216	0,180	0,162	0,1175	0,058	
0,65	0,500	0,497	0,487	0,460	0,440	0,401	0,375	0,354	0,331	0,308	0,277	0,245	0,205	0,170	0,153	0,112	0,055	
0,7	0,499	0,495	0,481	0,453	0,430	0,389	0,3634	0,343	0,320	0,298	0,266	0,235	0,196	0,162	0,146	0,107	0,052	
0,75	0,498	0,492	0,475	0,445	0,420	0,379	0,352	0,332	0,310	0,289	0,255	0,225	0,188	0,157	0,140	0,1045	0,051	
0,8	0,497	0,489	0,469	0,437	0,410	0,369	0,342	0,321	0,301	0,280	0,246	0,217	0,181	0,151	0,135	0,1025	0,0505	
0,85	0,496	0,485	0,462	0,428	0,400	0,360	0,333	0,312	0,292	0,271	0,238	0,210	0,175	0,147	0,130	0,101	0,050	
0,9	0,495	0,481	0,454	0,419	0,390	0,350	0,325	0,303	0,283	0,262	0,230	0,204	0,171	0,145	0,1265	0,100	0,050	
0,95	0,4945	0,476	0,446	0,410	0,380	0,340	0,317	0,295	0,275	0,256	0,223	0,200	0,167	0,1425	0,125	0,099	0,0495	
1	0,494	0,471	0,438	0,400	0,370	0,332	0,308	0,288	0,269	0,251	0,217	0,197	0,165	0,141	0,124	0,099	0,049	

K_{H0}

$\frac{z}{H}$	β	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,5	4	5	6	7	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,05	0,234	0,240	0,246	0,252	0,261	0,267	0,272	0,280	0,280	0,282	0,284	0,288	0,289	0,284	0,278	0,269	0,234	
0,1	0,274	0,276	0,277	0,278	0,277	0,276	0,276	0,276	0,275	0,275	0,275	0,275	0,265	0,259	0,243	0,226	0,204	0,126
0,15	0,266	0,267	0,268	0,268	0,267	0,266	0,264	0,262	0,259	0,256	0,252	0,227	0,219	0,194	0,172	0,149	0,076	
0,2	0,255	0,256	0,256	0,257	0,255	0,251	0,247	0,242	0,234	0,227	0,221	0,191	0,178	0,148	0,127	0,108	0,052	
0,25	0,240	0,241	0,244	0,243	0,240	0,234	0,237	0,217	0,207	0,197	0,191	0,156	0,143	0,112	0,093	0,077	0,037	0,037
0,3	0,227	0,228	0,230	0,228	0,224	0,216	0,206	0,193	0,182	0,171	0,161	0,131	0,116	0,086	0,072	0,060	0,027	
0,35	0,212	0,214	0,216	0,213	0,207	0,198	0,185	0,169	0,158	0,147	0,139	0,109	0,094	0,069	0,058	0,047	0,019	
0,4	0,200	0,202	0,204	0,198	0,190	0,180	0,164	0,149	0,143	0,136	0,125	0,091	0,077	0,055	0,046	0,037	0,014	
0,45	0,190	0,190	0,189	0,184	0,173	0,162	0,146	0,129	0,117	0,107	0,099	0,076	0,063	0,044	0,036	0,029	0,011	
0,5	0,181	0,179	0,178	0,170	0,157	0,146	0,129	0,111	0,101	0,091	0,084	0,065	0,052	0,035	0,028	0,023	0,009	
0,55	0,174	0,171	0,167	0,158	0,143	0,131	0,114	0,096	0,087	0,077	0,071	0,054	0,043	0,029	0,023	0,019	0,007	
0,6	0,168	0,163	0,155	0,145	0,130	0,118	0,102	0,084	0,075	0,066	0,060	0,045	0,035	0,023	0,019	0,015	0,005	
0,65	0,164	0,157	0,146	0,134	0,119	0,105	0,093	0,082	0,070	0,057	0,051	0,038	0,029	0,017	0,015	0,013	0,004	
0,7	0,162	0,153	0,139	0,125	0,109	0,095	0,080	0,065	0,057	0,049	0,044	0,032	0,023	0,013	0,012	0,010	0,003	
0,75	0,162	0,151	0,133	0,118	0,101	0,086	0,071	0,057	0,051	0,044	0,037	0,027	0,019	0,011	0,009	0,007	0,0025	
0,8	0,163	0,150	0,130	0,112	0,094	0,080	0,065	0,051	0,045	0,038	0,032	0,024	0,017	0,010	0,008	0,006	0,002	
0,85	0,169	0,153	0,129	0,110	0,088	0,075	0,061	0,048	0,042	0,036	0,030	0,022	0,016	0,009	0,007	0,005	0,0015	
0,9	0,178	0,160	0,132	0,114	0,092	0,075	0,061	0,048	0,042	0,036	0,029	0,022	0,015	0,009	0,007	0,005	0,0015	
0,95	0,193	0,171	0,140	0,119	0,097	0,077	0,062	0,049	0,043	0,037	0,029	0,023	0,015	0,009	0,007	0,005	0,0015	
1	0,209	0,184	0,163	0,130	0,106	0,083	0,065	0,050	0,044	0,038	0,030	0,023	0,016	0,007	0,005	0,006	0,0015	

k_{HII}





$\frac{z}{H}$	β	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	3,5	4	5	6	7	10
0	0	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
0,05		0,195	0,210	0,221	0,237	0,252	0,272	0,280	0,288	0,291	0,293	0,293	0,265	0,255	0,251	0,195
0,1		0,188	0,192	0,198	0,212	0,222	0,233	0,234	0,224	0,216	0,215	0,196	0,162	0,139	0,109	0,028
0,15		0,187	0,183	0,188	0,194	0,199	0,200	0,197	0,178	0,162	0,147	0,121	0,091	0,064	0,032	0,006
0,2		0,188	0,176	0,178	0,177	0,176	0,168	0,159	0,133	0,111	0,091	0,074	0,048	0,029	0,004	0,0005
0,25		0,189	0,174	0,168	0,162	0,154	0,140	0,128	0,097	0,073	0,054	0,040	0,025	0,014	0,0015	-0,001
0,3		0,190	0,173	0,160	0,147	0,134	0,119	0,103	0,070	0,047	0,033	0,021	0,011	0,006	0,0005	-0,0015
0,35		0,191	0,172	0,153	0,136	0,116	0,101	0,084	0,051	0,031	0,020	0,012	0,005	0,003	0,000	
0,4		0,193	0,171	0,147	0,126	0,103	0,086	0,069	0,039	0,021	0,013	0,006	0,0025	0,001	-0,0005	
0,45		0,194	0,170	0,140	0,118	0,093	0,074	0,059	0,033	0,017	0,011	0,005	0,0015	0,000	-0,0005	
0,5		0,195	0,169	0,136	0,113	0,084	0,066	0,053	0,030	0,016	0,009	0,004	0,0025	0,001	0,000	
0,55		0,196	0,169	0,134	0,109	0,078	0,061	0,049	0,030	0,017	0,010	0,006	0,005	0,004	0,002	
0,6		0,198	0,170	0,135	0,106	0,075	0,060	0,049	0,032	0,020	0,013	0,008	0,0075	0,007	0,004	
0,65		0,200	0,1735	0,138	0,107	0,077	0,062	0,051	0,036	0,023	0,016	0,010	0,010	0,009	0,006	
0,7		0,202	0,177	0,141	0,111	0,082	0,067	0,056	0,040	0,029	0,022	0,015	0,014	0,013	0,010	
0,75		0,203	0,180	0,146	0,119	0,0905	0,075	0,064	0,047	0,034	0,029	0,021	0,020	0,019	0,014	
0,8		0,204	0,183	0,154	0,128	0,102	0,087	0,075	0,057	0,043	0,036	0,028	0,027	0,022	0,018	
0,85		0,206	0,189	0,162	0,138	0,116	0,100	0,088	0,070	0,057	0,048	0,037	0,033	0,028	0,024	
0,9		0,208	0,194	0,173	0,152	0,132	0,115	0,103	0,086	0,072	0,063	0,049	0,042	0,034	0,029	
0,95		0,211	0,200	0,183	0,167	0,149	0,133	0,122	0,105	0,091	0,082	0,062	0,052	0,043	0,036	
1		0,214	0,206	0,195	0,186	0,167	0,153	0,143	0,125	0,111	0,103	0,080	0,063	0,051	0,043	

k_{II}

EXPRESSION DES COEFFICIENTS

$$p_H = 2 \frac{(1-v^2)}{\pi} \beta \int_0^\infty \frac{(3-4v) \operatorname{cht} sht - t}{[(3-4v) \operatorname{ch}^2 t + (1-2v)^2 + t^2] t^2} \sin \frac{t}{\beta} dt$$

$$p'_H = \frac{p_H}{\beta} = \beta' p_H \quad \text{avec } \beta' = 1/\beta$$

Si $\beta \rightarrow 0$ (ou $\beta' \rightarrow \infty$) :

$$p_H \rightarrow \frac{(1+v)(1-2v)}{2(1-v)} \beta$$

$$p'_H \rightarrow \frac{(1+v)(1-2v)}{2(1-v)}$$

Si $\beta \rightarrow \infty$ (ou $\beta' \rightarrow 0$) :

$$p_H \rightarrow \infty \quad p'_H / \beta' \rightarrow \infty.$$

Les coefficients k_{H0} , k_{H1} et k_{H2} ont été calculés numériquement, ainsi que p_{Hm} et p'_{Hm} dont les limites sont :

Si $H/a \rightarrow 0$:

$$p_{Hm} \rightarrow \frac{(1+v)(1-2v)}{1-v} \frac{H}{2a}$$

$$p'_{Hm} \rightarrow \frac{(1+v)(1-2v)}{1-v}$$

Si $H/a \rightarrow \infty$:

$$p_{Hm} \rightarrow \infty$$

$$p'_{Hm} / (2a/H) \rightarrow \infty$$

BIBLIOGRAPHIE

Les résultats contenus dans cette section sont le fruit de travaux que nous avons faits à Grenoble avec la collaboration de MM. Watissee et Rabatel et dont le détail a été publié [1]. Le seul résultat antérieur que nous ayons utilisé est dû à Holl [2]. Certains résultats partiels ont été donnés par quelques auteurs : on en trouvera une étude dans [1]. Enfin, signalons une étude analogue récente de Milovic et Tournier [3] faisant intervenir également des charges horizontales.

REFERENCES

- [1] J.P. GIROUD, H. WATISSEE et A. RABATEL, "Tassements et contraintes dans une couche de sol élastique supportant une charge uniformément répartie", Bulletin de liaison des laboratoires routiers, L.C.P.C., 48, 925 (nov.1970), 97-124.
- [2] D.L. HOLL, "Plane strain distribution of stress in elastic media", Iowa Engineering Exp. Station, Bulletin 148 (Ames, 1941).
- [3] D. MILOVIC et J.P. TOURNIER, "Contraintes et déplacements dans une couche d'épaisseur limitée, produits par une charge inclinée agissant sur une bande souple", Travaux (fév. 1971), 31-38.

SECTION 6-6

FONDATION DE GRANDE LONGUEUR EXERÇANT UNE CHARGE NORMALE UNIFORME

(semelles, remblais)
sur un sol composé de deux couches

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul des contraintes
- Tables
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est composé de deux couches adhérant parfaitement l'une à l'autre. La couche supérieure, d'épaisseur H , a pour module d'Young, E_1 , et, pour coefficient de Poisson, ν_1 . La couche inférieure, d'épaisseur infinie est caractérisée par E_2 et ν_2 (Fig. 1).

DEFINITION DE LA CHARGE

Une pression uniforme p est répartie à la surface du sol sur une bande de largeur $2a$ et de longueur infinie (Fig. 1).

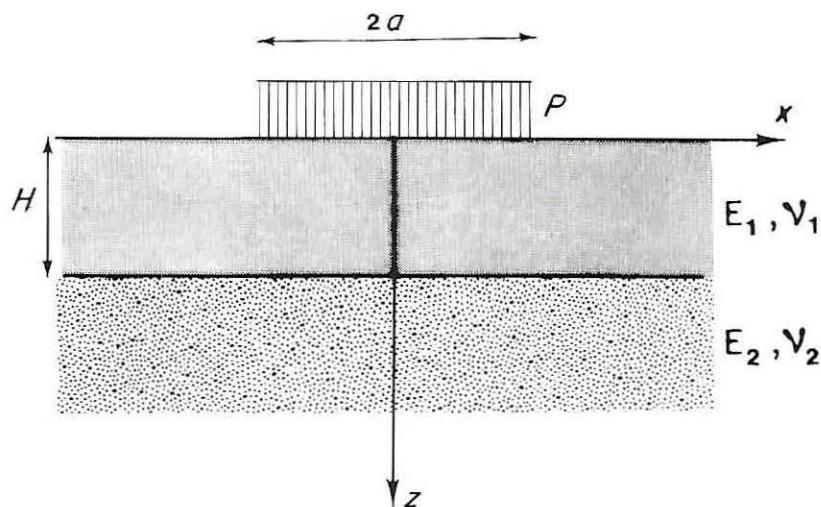


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

6-6

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes provoquées dans le sol par la charge sont données par :

$$\sigma_z = pk_{2H0},$$

$$\tau_{zx} = pk_{2H1},$$

$$\sigma_x = pk_{2H2},$$

avec :

k_{2H0} , k_{2H1} et k_{2H2} : coefficients sans dimensions dont les valeurs en certains points sont données dans un tableau (uniquement pour $E_1/E_2 = 50$ et $\nu_1 = \nu_2 = 0,25$).

$$\frac{E_1}{E_2} = 50$$

$$\nu_1 = \nu_2 = 0.25$$

$2a/H = 1$					$2a/H = 2$					
x/a	0	0.5	1	2		0	0.5	1	2	
z/H										
k_{2H0}	0	1	1	0.5	0		1	1	0.5	0
	1	0.205	0.201	0.193	0.161		0.380	0.372	0.366	0.326
	1	0.205	0.201	0.193	0.161		0.380	0.372	0.366	0.326
	10	0.051	0.051	0.051	0.051		0.103	0.103	0.102	0.101
k_{2H1}	0	0	0	0	0		0	0	0	0
	1	0	0.018	0.031	0.045		0	0.022	0.044	0.082
	1	0	0.018	0.031	0.045		0	0.022	0.044	0.082
	10	0	0.001	0.002	0.004		0	0.002	0.004	0.009
k_{2H2}	0	4.593	4.303	3.603	2.365		7.440	7.292	6.822	5.291
	1	-2.880	-2.726	-2.298	-1.298		-4.579	-4.488	-4.142	-2.879
	1	0.008	0.010	0.016	0.027		0.031	0.032	0.035	0.046
	10	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004		0.030	0.030	0.031	0.032

Exemple :

Considérons une semelle filante exerçant sur le sol une charge normale uniformément répartie $p = 1,55 \text{ bar}$ ($3\ 240 \text{ lb/sq. ft}$). Sa largeur est $1,2 \text{ m}$ (4 ft) et l'épaisseur de la première couche de sol est $0,6 \text{ m}$ (2 ft). La première couche est un remblai stabilisé et compacté alors que la couche inférieure est un terrain naturel de mauvaise qualité. Supposons que le rapport des deux modules soit de 50 et que le coefficient de Poisson soit le même dans les deux couches ($\nu_1 = \nu_2 = 0,25$). Quelle est la valeur de σ_z à la surface de séparation des deux couches à la verticale du bord de la semelle ?

Les paramètres du problème sont :

$$2 a/H = 2, \quad z/H = 1, \quad x/a = 1.$$

On lit dans le tableau que le coefficient k_{2H0} vaut 0,366. D'où :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0,366 \times 1,55 = 0,568 \text{ bar} \\ &= 0,366 \times 3\ 240 = 1\ 190 \text{ lb/sq. ft}. \end{aligned}$$

Notons que si le milieu avait été homogène ($E_1 = E_2$ et $\nu_1 = \nu_2$), le coefficient k_{2H0} aurait été remplacé par le coefficient k_0 dont la valeur (1) est 0,480 pour $x = a$ et $z = a$.

BIBLIOGRAPHIE

Les valeurs numériques des coefficients k_{2H0} , k_{2H1} et k_{2H2} ont été calculées par Lemcoe [1].

6-6

REFERENCE

- [1] M.M. LEMCOE, "Stresses in layered elastic solids", Transactions of American Society of Civil Engineers, 126 (1961), 194-215.

(1) Voir la Section "Fondation de grande longueur exerçant une charge linéairement répartie sur un sol homogène d'épaisseur infinie" (Sect. 6-4).

SECTION 6-7

FONDATION DE GRANDE LONGUEUR EXERÇANT UNE CHARGE NORMALE UNIFORME

(semelle, remblai)
sur un sol d'épaisseur infinie dont le
module augmente avec la profondeur

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le coefficient de Poisson du sol est constant et son module d'Young augmente linéairement avec la profondeur :

$$E = \lambda z \quad (z = 0 \text{ étant la surface du sol}).$$

DEFINITION DE LA CHARGE

Une pression p est uniformément répartie sur une bande de largeur $2a$ et de longueur infinie sur la surface du sol (Fig. 1).

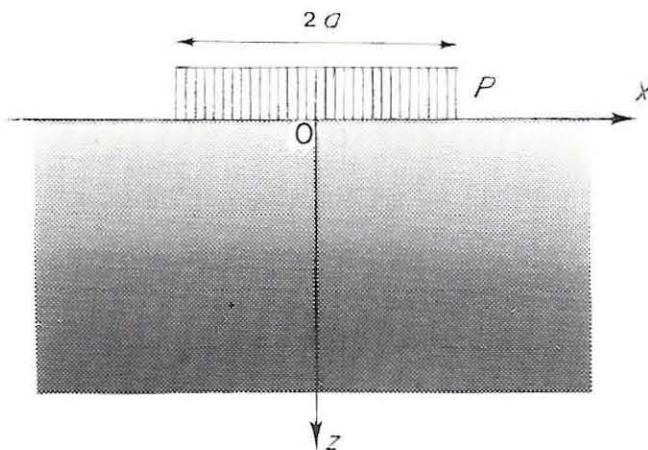


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

6-7

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Le tassement de la surface du sol en contact avec la charge est infini sauf si le coefficient de Poisson, ν vaut 0,5. Il est alors le même pour tous les points de la surface chargée et il est donné par :

$$w = \frac{3}{2} \frac{p}{\lambda} \quad \text{pour} \quad -a < x < a.$$

Le tassement des points extérieurs à la charge est alors nul :

$$w = 0 \quad \text{pour} \quad |x| > a$$

Exemple 1 :

Considérons une semelle filante exerçant une charge de 0,6 bar (1 250 lb/sq. ft) sur un sol dont le coefficient de Poisson vaut 0,5 et dont le module d'Young augmente linéairement avec la profondeur partant de la valeur 0 en surface et passant par la valeur de 33 bars (69 000 lb/sq. ft) à 11 m (36 ft) de profondeur. Calculons son tassement.

La valeur de λ est :

$$\lambda = 33/11 = 3 \text{ bars/m} = 69 000/36 = 1 900 \text{ lb/cu. ft.}$$

Le tassement vaut :

$$w = \frac{3 \times 0,6}{2 \times 3} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm},$$

$$w = \frac{3 \times 1 250}{2 \times 1 900} = 1 \text{ ft.}$$

CALCUL DES CONTRAINTES

La valeur des contraintes provoquées dans le sol par la charge p est donnée par :

$$\sigma_z = pk_{\lambda 0}$$

$$\sigma_x = pk_{\lambda 2}$$

Un graphique donne les valeurs des coefficients sans dimensions $k_{\lambda 0}$ et $k_{\lambda 2}$ en tout point de l'axe Oz, pour diverses valeurs du coefficient de Poisson, v .

Il faut noter que les valeurs des contraintes pour $v = 0,5$ sont identiques à celles relatives au sol homogène ($E = \text{cte}$) qui, alors, ne dépendent pas de v .

Exemple 2 :

6-7

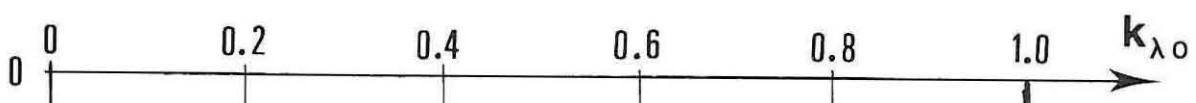
Reprendons l'exemple précédent en précisant que la largeur de la bande chargée est $2a = 1,8 \text{ m}$ (6 ft). Quelle est la valeur de σ_z pour $v = 0,5$ à la profondeur de 2,7 m (9 ft) ?

Pour $z/a = 3$ et $v = 0,5$, le graphique donne $k_{\lambda 0} = 0,4$. D'où :

$$\sigma_z = 0,4 \times 0,6 = 0,24 \text{ bar} = 0,4 \times 1 250 = 500 \text{ lb/sq. ft.}$$

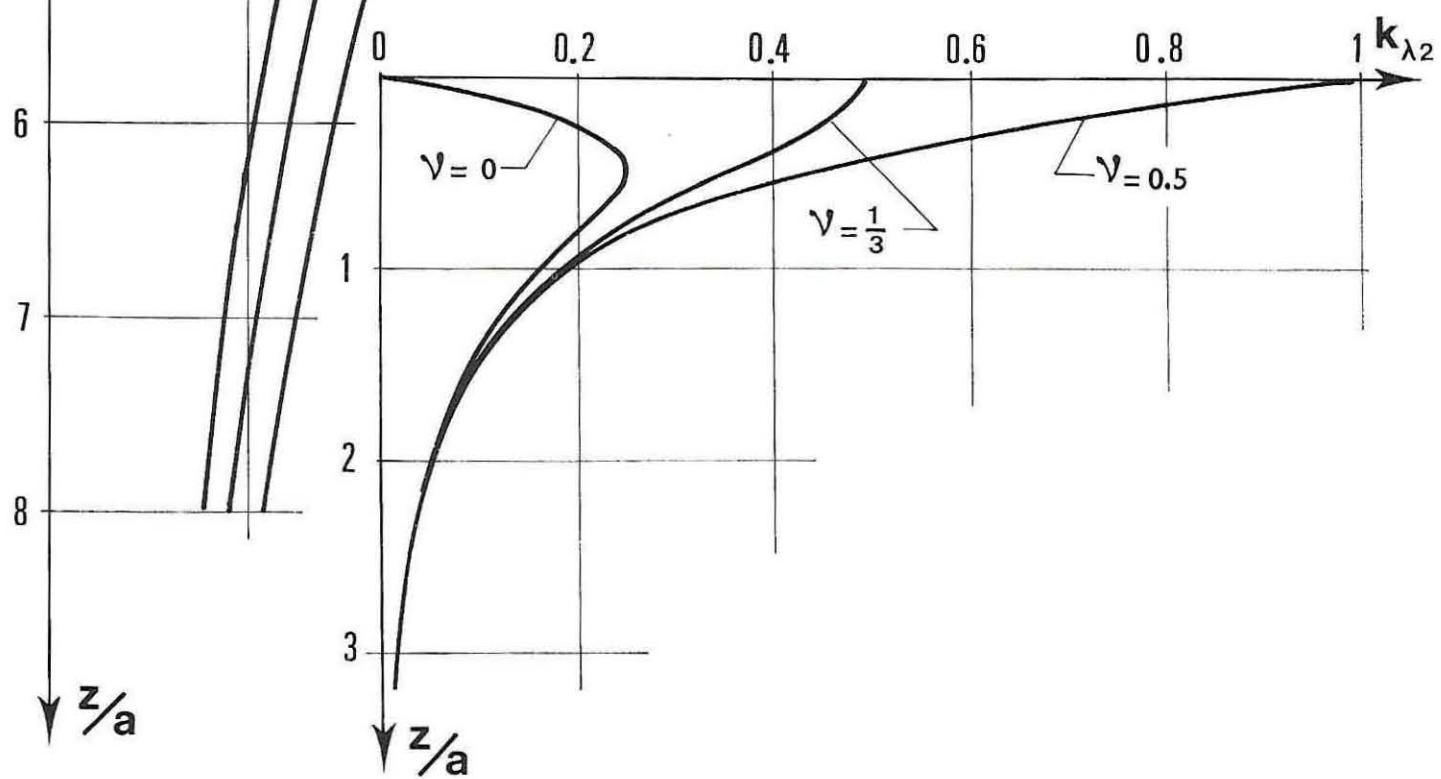
On vérifiera que cette valeur de $k_{\lambda 0}$ est identique à celle de k_0 pour un sol homogène (1) (exactement, $k_0 = 0,396$). Il n'en serait pas de même pour $v \neq 0,5$.

(1) Voir la section "Fondation de grande longueur exerçant une charge linéairement répartie sur un sol homogène d'épaisseur infinie" (Sect. 6-4).



$\nu = 0.5$
 $\nu = \frac{1}{3}$
 $\nu = 0$

(d'après GIBSON et SILLS)



6-7

EXPRESSION DES COEFFICIENTS

$$k_{\lambda 0} = \frac{1}{2 \sin m \pi} \left[\left(1 - \frac{2 m^2 z^2}{z^2 + (a+x)^2} \right) \sin \left(2 m \operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} \right) \right. \\ + \left(1 - \frac{2 m^2 z^2}{z^2 + (a-x)^2} \right) \sin \left(2 m \operatorname{Arctg} \frac{a-x}{z} \right) \\ + \frac{2 m z(a+x)}{z^2 + (a+x)^2} \cos \left(2 m \operatorname{Arctg} \frac{a+x}{z} \right) \\ \left. + \frac{2 m z(a-x)}{z^2 + (a-x)^2} \cos \left(2 m \operatorname{Arctg} \frac{a-x}{z} \right) \right]$$

avec : $m = \sqrt{\frac{1-2v}{1-v}}$

BIBLIOGRAPHIE

Tous les résultats indiqués dans cette section sont dus à Gibson [1] et Gibson et Sills [2].

REFERENCES

- [1] R.E. GIBSON, "Some results concerning displacements and stresses in a non-homogeneous elastic half-space", Géotechnique, 17, (1967), 58-67 (avec additifs : 18, 275-276 et 19, 160-161).
- [2] R.E. GIBSON and G.C. SILLS, "Some results concerning the plane deformation of a non-homogeneous elastic half-space", Roscoe Memorial Symposium (1971)

SECTION 6-8

FONDATION RIGIDE DE GRANDE LONGUEUR EXERÇANT UNE CHARGE INCLINÉE ET EXCENTRÉE

(semelle filante, fondation de mur de soutènement)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul du tassement
- Calcul de la rotation
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si le sol n'est pas homogène, les valeurs données ici pour les contraintes, en particulier celles de σ_z , peuvent être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles (sauf, peut-être, dans le cas où le sol est constitué d'une couche dure reposant sur une couche bien plus molle). On verra, par ailleurs, que l'hypothèse du milieu semi-infini ne permet pas le calcul du tassement. En revanche, elle permet le calcul de la rotation de la fondation.

DEFINITION DE LA CHARGE

Le calcul est fait pour une fondation infiniment longue ayant même distribution de charge dans toute section droite.

La résultante des charges appliquées est une force par unité de longueur, f , dont les composantes normale et tangentielle sont f_n et f_t . Son inclinaison δ (positive dans le sens trigonométrique) est définie par :

$$(1) \quad \delta = \text{Arctg} \frac{f_t}{f_n}$$

Sa ligne d'application est à une distance E_x de l'axe de la fondation (Fig. 1). Le moment par unité de longueur a pour expression :

$$(2) \quad M = - E_x f_n.$$

Il est positif dans le sens trigonométrique.

La base de la fondation peut être rigide ou lisse. Dans ce dernier cas,

$$f_t = 0.$$

La fondation étant rigide, la distribution des contraintes au contact de la fondation et du sol n'est pas linéaire. Plusieurs cas sont à considérer :

- Si la fondation est lisse, on a alors $f_t = 0$ et la distribution de la charge est donnée par ses composantes normale et tangentielle :

$$(2) \quad p(x) = \frac{f_n}{2a} \frac{2}{\pi \sqrt{1 - x^2/a^2}} \left[1 + 2 \frac{E_x}{a} \frac{x}{a} \right]$$

$$(3) \quad t(x) = 0$$

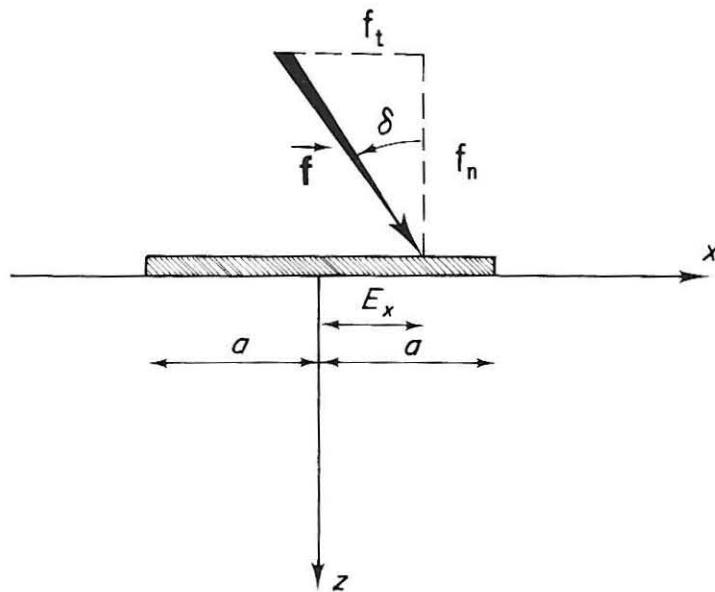


FIG. 1. — Définition de la résultante des charges exercées par la fondation sur le sol. Sur cette figure, δ et E_x sont positifs.

La formule (2) est représentée sur la figure 2. A titre de comparaison cette figure 2 donne également (dans le cadre, en haut) le cas de la distribution linéaire. On voit que, pour qu'il n'apparaisse pas de contraintes de traction au contact de la fondation et du sol, il faut que la résultante f_n soit appliquée dans la moitié centrale de la fondation (au lieu du tiers dans le cas de la distribution linéaire).

— Si la fondation est rugueuse, on sait exprimer la distribution des contraintes de contact dans le cas d'une force appliquée normale et excentrée :

6-8

$$(4) \quad p(x) = \frac{1 - \nu}{\sqrt{3 - 4\nu}} \frac{f_n}{\sqrt{a^2 - x^2}} \left\{ \frac{2}{\pi} \cos \left[\frac{1}{2\pi} \operatorname{Log}(3 - 4\nu) \operatorname{Log} \frac{a+x}{a-x} \right] \right. \\ + \frac{E_x}{a} \frac{4}{\pi + \frac{1}{\pi} [\operatorname{Log}(3 - 4\nu)]^2} \left[\frac{x}{a} \cos \left(\frac{1}{2\pi} \operatorname{Log}(3 - 4\nu) \operatorname{Log} \frac{a+x}{a-x} \right) \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\pi} \operatorname{Log}(3 - 4\nu) \sin \left(\frac{1}{2\pi} \operatorname{Log}(3 - 4\nu) \operatorname{Log} \frac{a+x}{a-x} \right) \right] \right\}$$

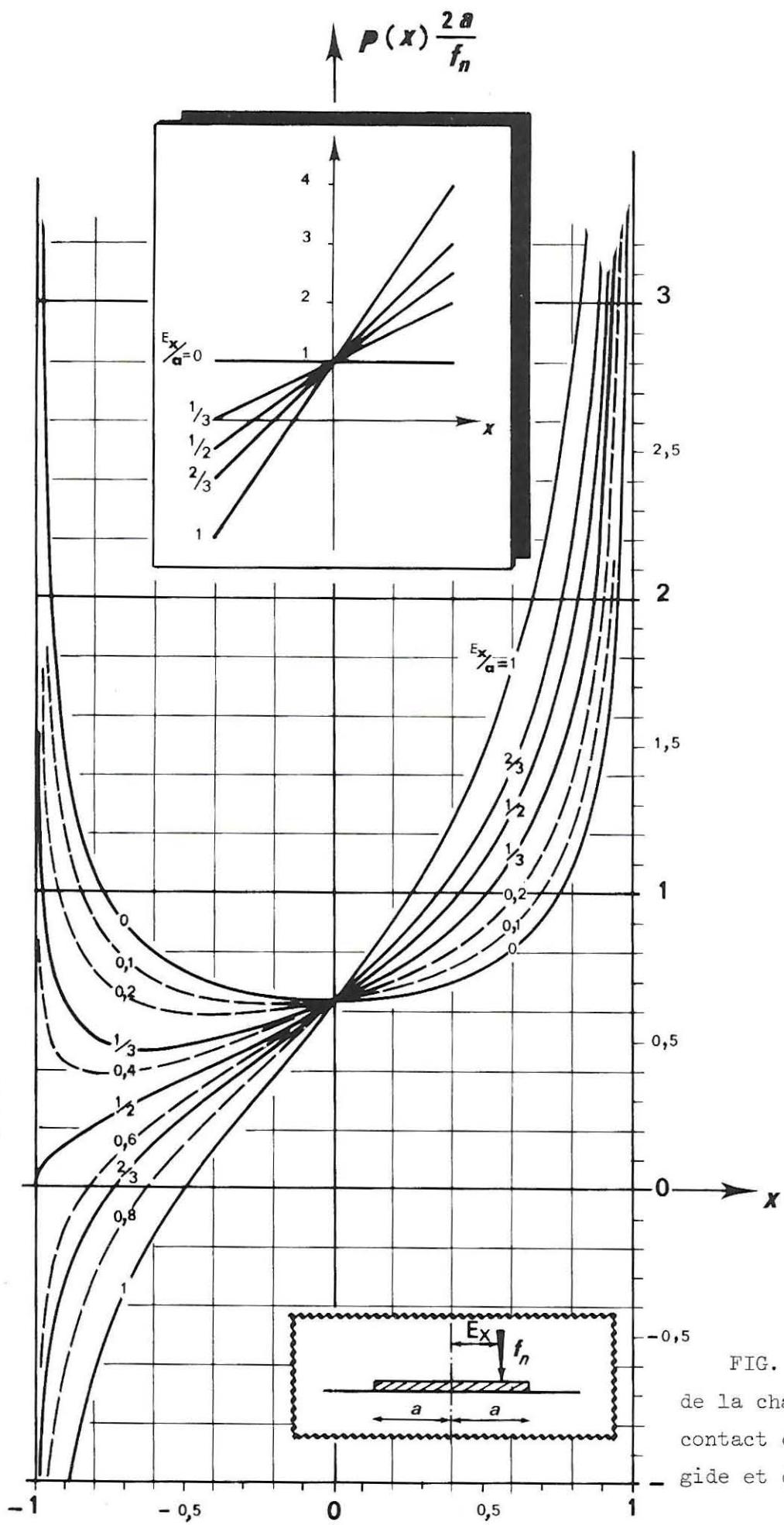


FIG. 2. — Distribution de la charge normale au contact de la fondation rigide et du sol.

$$(5) \quad t(x) = \frac{1-v}{\sqrt{3-4v}} \frac{f_n}{\sqrt{a^2-x^2}} \left\{ \frac{2}{\pi} \sin \left[\frac{1}{2\pi} \log(3-4v) \log \frac{a+x}{a-x} \right] \right. \\ + \frac{E_x}{a} \frac{4}{\pi + \frac{1}{\pi} [\log(3-4v)]^2} \left[\frac{x}{a} \sin \left(\frac{1}{2\pi} \log(3-4v) \log \frac{a+x}{a-x} \right) \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\pi} \log(3-4v) \cos \left(\frac{1}{2\pi} \log(3-4v) \log \frac{a+x}{a-x} \right) \right] \right\}$$

avec :

v : coefficient de Poisson du sol.

Dans le cas particulier $v = 0,5$, ces deux expressions deviennent les formules (2) et (3) : la distribution des contraintes de contact est alors la même que si la plaque était lisse. Dans ce cas, on sait également exprimer la distribution des contraintes de contact dues à une charge inclinée (la fondation étant, bien entendu, rugueuse) :

$$(6) \quad p(x) = 0$$

$$(7) \quad t(x) = \frac{f_t}{2a} \frac{2}{\pi \sqrt{1-x^2/a^2}}$$

En résumé :

- Si la fondation est lisse (et, par conséquent, la charge normale), la distribution des contraintes de contact est donnée par (2) et (3), quel que soit v .
- Si la fondation est rugueuse, la charge peut être inclinée et excentrée avec pour cas particuliers la charge normale ($f_t = 0$) et la charge centrée ($E_x = 0$) :
 - Si $v = 0,5$, la distribution des contraintes de contact est donnée par (2) et (7).
 - Si $v \neq 0,5$ on ne sait exprimer les contraintes de contact que si la charge est normale ($f_t = 0$) et elles sont données par (4) et (5).

CALCUL DU TASSEMENT

Le tassement d'une charge de longueur infinie sur un sol homogène d'épaisseur infinie est infini. Il n'est donc pas possible de faire simultanément les deux hypothèses simplificatrices : longueur infinie de la charge et épaisseur infinie du sol compressible.

Pour faire un calcul direct du tassement, il faudra se reporter :

- soit au cas des fondations rectangulaires (sur un sol d'épaisseur infinie ou non) ;
- soit au cas des fondations de grande longueur (théoriquement de longueur infinie) sur une couche de sol d'épaisseur finie.

On pourra dans ces deux cas, ou bien utiliser les résultats relatifs aux fondations rigides, s'ils existent, ou bien, en leur absence, utiliser le tassement moyen des charges uniformes.

Ou bien alors il faudra faire un calcul indirect par l'intermédiaire des contraintes données ci-après.

CALCUL DE LA ROTATION

La rotation d'une plaque lisse n'est due qu'au moment de la charge normale appliquée. La rotation d'une plaque rugueuse est également due, en partie, à la charge tangentielle appliquée. Mais ce deuxième effet est généralement petit vis à vis du premier et nous n'en tenons pas compte ici.

a) *Rotation d'une fondation lisse.*

La rotation d'une fondation rigide lisse est donnée par :

$$(8) \quad \phi = \frac{16}{\pi} \frac{1 - v^2}{E} \frac{\mathcal{M}}{(2a)^2} = 5,10 \frac{1 - v^2}{E} \frac{\mathcal{M}}{(2a)^2}$$

avec :

ϕ : angle de rotation,

v : coefficient de Poisson du sol,

E : module d'Young du sol,

\mathcal{M} : moment exercé sur la fondation (défini par la formule (2)),

$2a$: largeur de la fondation.

L'expression (8) peut également s'écrire :

$$(9) \quad \phi = \frac{M}{E(2a)^2} \bar{Q}_\phi$$

avec :

$$(10) \quad \bar{Q}_\phi = \frac{16(1-v^2)}{\pi}$$

b) *Rotation d'une fondation rugueuse.*

La rotation d'une fondation rigide rugueuse (sous l'effet du seul moment), s'écrit :

$$(11) \quad \phi = \frac{16(1-v^2)}{\left[\pi + \frac{1}{\pi} (\log(3-4v))^2 \right] E} \frac{M}{(2a)^2}$$

avec :

. ϕ : angle de rotation

(les autres notations étant définies pour la formule (8)).

L'expression (11) peut également s'écrire :

$$(12) \quad \phi = \frac{M}{E(2a)^2} \bar{Q}_{\phi r}$$

avec :

$$(13) \quad \bar{Q}_{\phi r} = \frac{16(1-v^2)}{\pi + \frac{1}{\pi} [\log(3-4v)]^2}$$

Les coefficients sans dimensions \bar{Q}_ϕ (fondation lisse) et $\bar{Q}_{\phi r}$ (fondation rugueuse) sont donnés par le tableau suivant :

v	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
\bar{Q}_ϕ	5,10	5,04	4,89	4,63	4,27	3,82
$\bar{Q}_{\phi r}$	4,54	4,62	4,60	4,48	4,23	3,82

Exemple 1 :

Considérons une fondation de très grande longueur et de largeur $2a = 1,8 \text{ m}$ (6 ft). Elle supporte une charge normale ($f_t = 0$) de valeur $f_n = 20 \text{ t/m}$ ($196\ 200 \text{ newtons/m}$) ($13\ 440 \text{ lb/ft}$) appliquée à une distance de l'axe de la fondation égale à $E_x = 0,3 \text{ m}$ (1 ft). Les propriétés du sol sont $\nu = 0,3$ et $E = 88 \text{ bars}$ ($184\ 000 \text{ lb/sq. ft}$). Quelle est la rotation de cette fondation ?

Calculons d'abord le moment.

$$M = 0,3 \times 20 = 6 \text{ mt/m} = 0,3 \times 196\ 200 = 58\ 900 \text{ mN/m}$$

$$M = 1 \times 13\ 440 = 13\ 440 \text{ ft. lb/ft.}$$

On peut alors calculer l'angle de rotation.

Si la fondation est lisse :

$$\phi = 4,63 \frac{58\ 900}{88 \times 10^5 \times (1,8)^2} = 0,0095 = 4,63 \frac{13\ 440}{184\ 000 \times (6)^2} = 0,0095 \\ = 0,55^\circ = 33 \text{ minutes.}$$

Si la fondation est rugueuse, le coefficient 4,63 est remplacé par 4,48 et l'on obtient :

$$\phi = 0,0092 = 0,53^\circ = 32 \text{ minutes.}$$

CALCUL DES CONTRAINTES

Les contraintes, en tout point du sol, sont données par les formules suivantes :

6-8

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \frac{f_n}{2a} \left(\bar{k}_o + \frac{x}{|x|} \frac{E_x}{a} \bar{m}_o \right) + \frac{x}{|x|} \frac{f_t}{2a} \bar{k}_1 \\ \tau_{zx} = \frac{f_n}{2a} \left(\frac{x}{|x|} \bar{k}_1 + \frac{E_x}{a} \bar{m}_1 \right) + \frac{f_t}{2a} \bar{k}_2 \\ \sigma_x = \frac{f_n}{2a} \left(\bar{k}_2 + \frac{x}{|x|} \frac{E_x}{a} \bar{m}_2 \right) + \frac{x}{|x|} \frac{f_t}{2a} \bar{k}_3 \\ \sigma_y = \nu (\sigma_z + \sigma_x) \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right.$$

avec :

$2a$: largeur de la fondation ;

f_n , f_t : composantes normale et tangentielle de la charge f exercée par la fondation.

E_x : distance entre le point d'application de la charge et l'axe de la fondation ;

x, z : coordonnées du point où sont calculées les contraintes (voir Fig. 1) ;

\bar{k}_i et \bar{m}_i : coefficients sans dimensions donnés dans les tables et graphiques suivants.

Ces formules sont valables dans les cas suivants :

- si la base de la fondation est lisse, quel que soit v , mais, bien entendu, avec $f_t = 0$;
- si la base de la fondation est rugueuse, uniquement pour $v = 0,5$ (néanmoins, si $v \neq 0,5$, les valeurs obtenues à l'aide de ces formules constituent une bonne approximation des contraintes réelles).

Exemple 2 :

Considérons une fondation de largeur 1,8 m (6 ft) exerçant sur le sol une charge de 342 000 newtons/m (23 900 lb/ft) inclinée positivement de $\delta = 30^\circ$ et dont la ligne d'application est située à gauche de l'axe de la fondation, à une distance de 0,136 m (0,45 ft) (Fig. 3). Quelle est la contrainte σ_z au point P situé sous le bord gauche de cette fondation à 1,8 m (6 ft) de profondeur ?

Calculons d'abord :

$$f_n = f \cos \delta = 297 000 \text{ N/m} (20 700 \text{ lb/ft}),$$

$$f_t = f \sin \delta = 171 000 \text{ N/m} (11 950 \text{ lb/ft}),$$

$$M = -(-0,136 \times 297 000) = 40 400 \text{ mN/m}$$

$$M = -(-0,45 \times 20 700) = 9 300 \text{ lb. ft/ft.}$$

6-8

La situation du point P est définie par :

$$x/a = -1 \quad \text{et} \quad z/a = 2.$$

On lit dans les tables :

$$\bar{k}_0 = 0,407 \quad \bar{m}_0 = 0,25 \quad \bar{k}_1 = 0,139.$$

On peut ensuite appliquer la première formule 14 en notant que :

$$\frac{x}{|x|} = -1 \text{ puisque } x \text{ est négatif.}$$

D'où :

$$\sigma_z = \frac{297\ 000}{1,8} (0,407 + \frac{0,136}{0,9} \times 0,25) - \frac{171\ 000}{1,8} \times 0,139 = 0,6 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 0,6 \text{ bar}$$

$$\sigma_z = \frac{20\ 700}{6} (0,407 + \frac{0,45}{3} \times 0,25) - \frac{11\ 950}{6} \times 0,139 = 1\ 260 \text{ lb/sq. ft.}$$

Il est très intéressant de constater qu'avec la même résultante dans les deux cas, on obtienne la même valeur de σ_z au point P, ici pour une fondation rigide et, dans une section précédente (1), pour une charge linéairement répartie. Ceci est une illustration du principe de ST VENANT.

- (1) Voir l'exemple 4 de la section intitulée "Fondation de grande longueur exerçant une charge linéairement répartie sur un sol homogène d'épaisseur infinie" (Section 6-4).

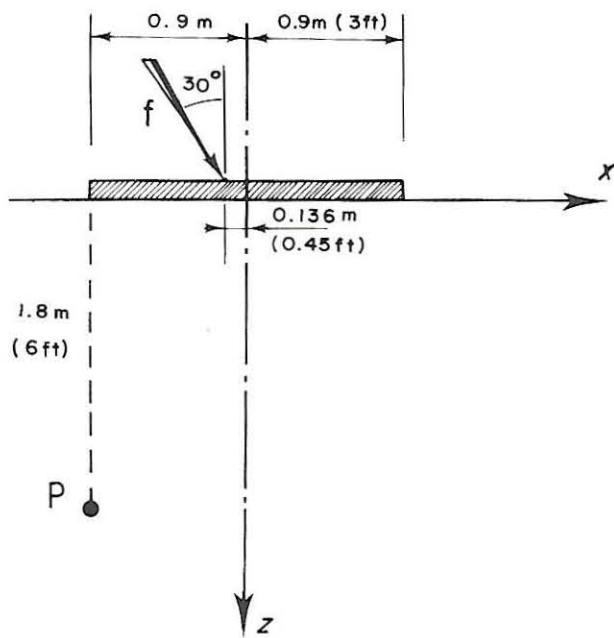
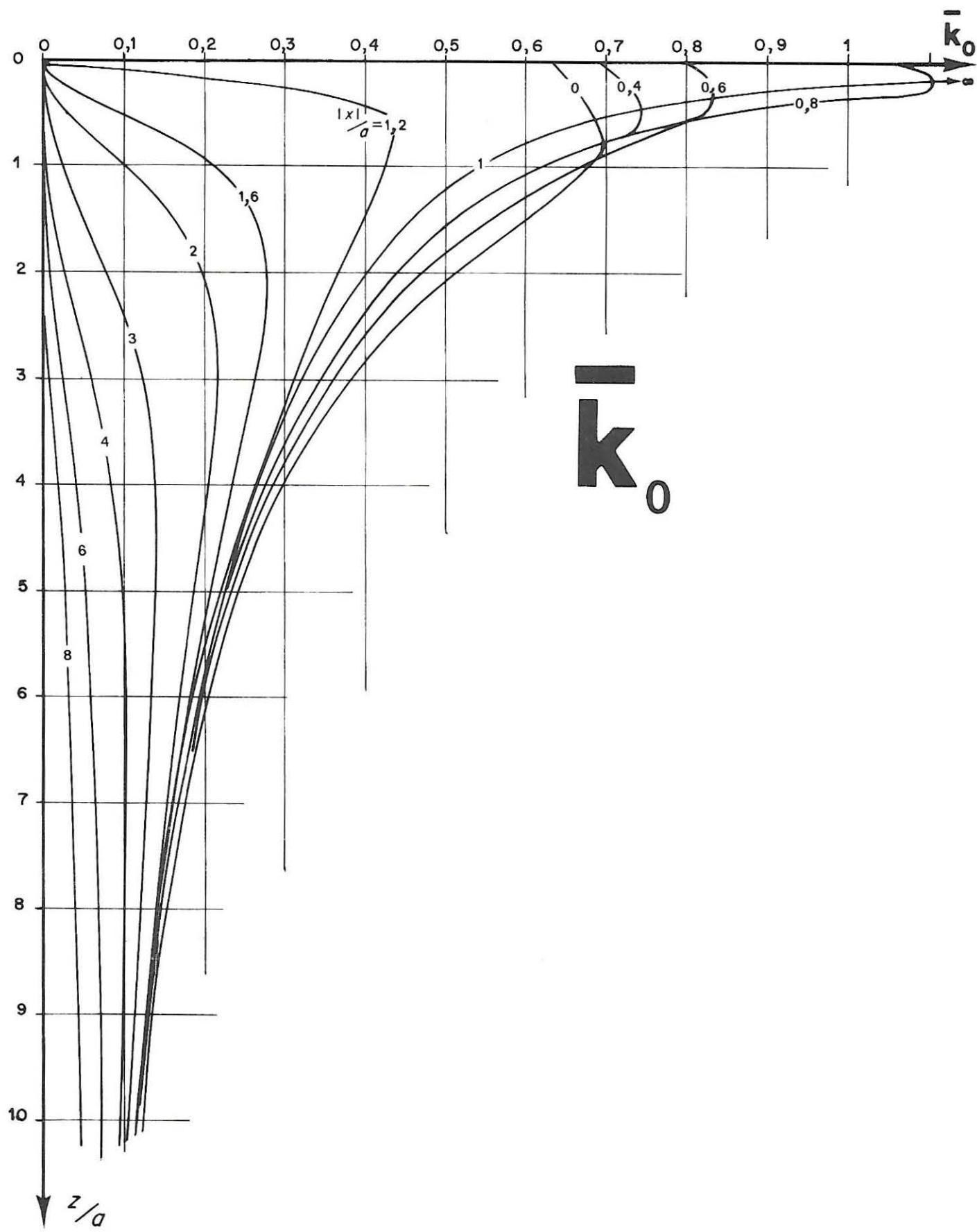


FIG. 3. — Définition de la fondation de l'exemple 2.

TABLES ET GRAPHIQUES

Coefficients : $\bar{k}_0, \bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3 \dots$ p. 376-383

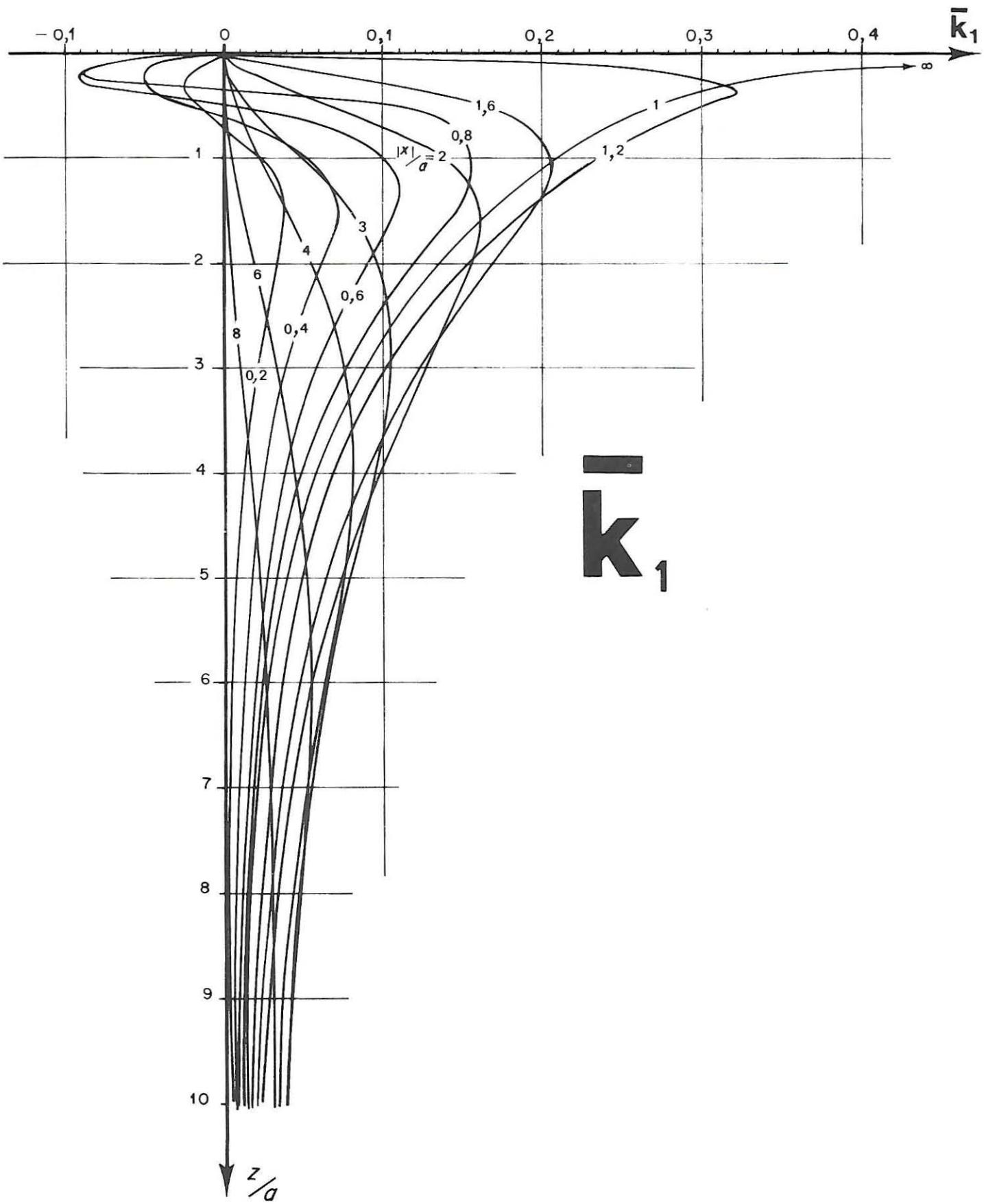
Coefficients : $\bar{m}_0, \bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3 \dots$ p. 384-391

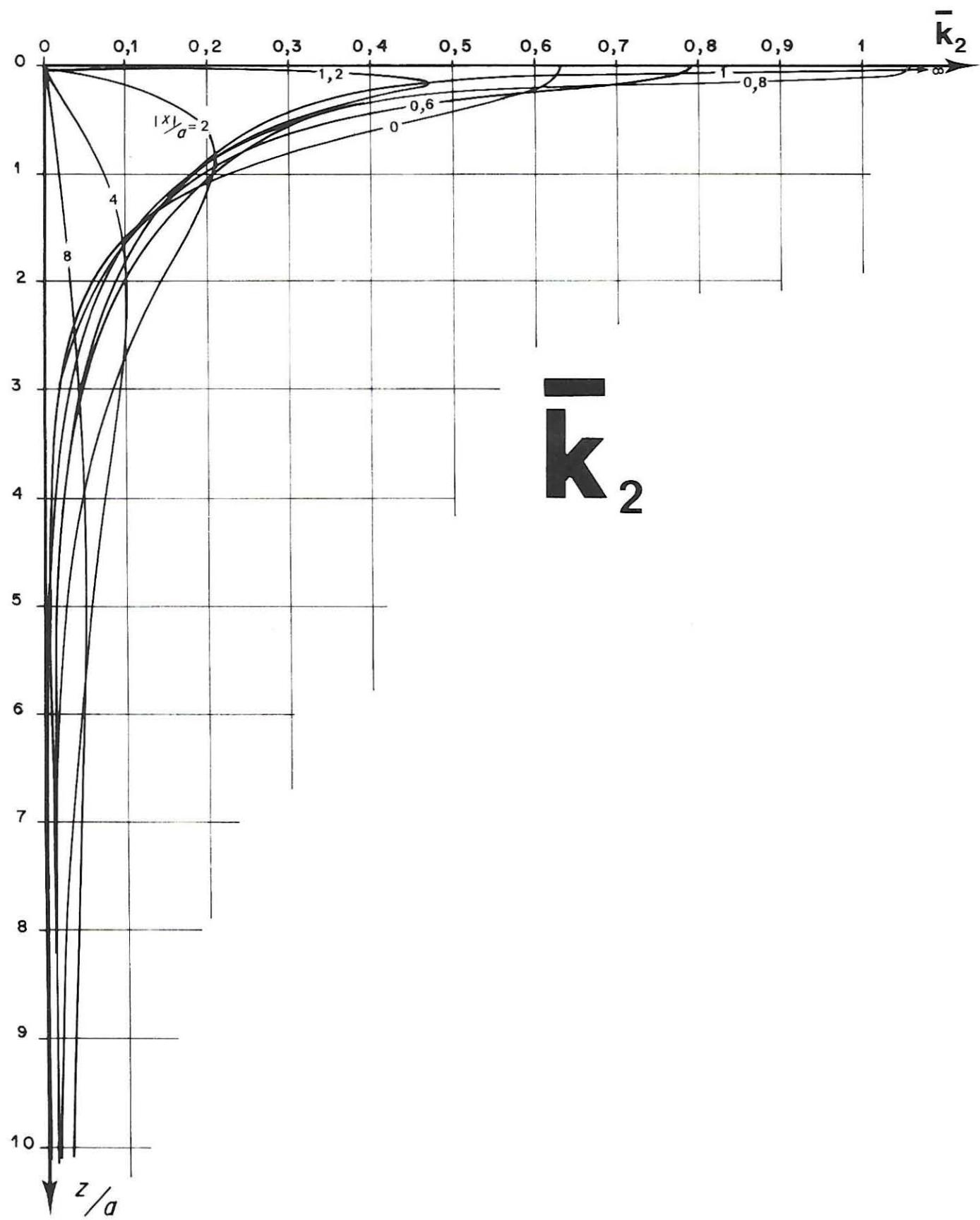


6-8

\bar{k}_0		$ X /a$															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
x/a	y/a	0	0.637	0.650	0.695	0.796	1.061	∞	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0	0	0.648	0.663	0.715	0.836	1.112	1.087	0.213	0.012	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,2	0,2	0.648	0.663	0.715	0.836	1.112	1.087	0.213	0.012	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,4	0,4	0.673	0.689	0.741	0.836	0.929	0.785	0.394	0.063	0.015	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,6	0,6	0.690	0.703	0.737	0.780	0.780	0.657	0.434	0.129	0.040	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,8	0,8	0.691	0.697	0.711	0.716	0.682	0.583	0.435	0.183	0.072	0.011	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1,0	1,0	0.675	0.676	0.675	0.660	0.616	0.535	0.426	0.220	0.103	0.020	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1,2	1,2	0.648	0.646	0.636	0.612	0.567	0.499	0.414	0.245	0.131	0.030	0.009	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1,4	1,4	0.615	0.611	0.597	0.571	0.529	0.471	0.402	0.261	0.154	0.041	0.014	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
1,6	1,6	0.580	0.575	0.561	0.535	0.497	0.447	0.390	0.270	0.173	0.053	0.019	0.004	0.001	0.001	0.000	0.000
1,8	1,8	0.545	0.541	0.527	0.503	0.469	0.426	0.378	0.275	0.187	0.065	0.025	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000
2,0	2,0	0.512	0.508	0.495	0.474	0.444	0.407	0.365	0.277	0.197	0.076	0.031	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000
3,0	3,0	0.383	0.380	0.373	0.362	0.347	0.329	0.308	0.262	0.215	0.118	0.061	0.018	0.007	0.003	0.000	0.000
4	4	0.300	0.299	0.295	0.289	0.281	0.271	0.260	0.234	0.205	0.136	0.085	0.032	0.013	0.006	0.000	0.000
5	5	0.245	0.244	0.242	0.239	0.234	0.229	0.222	0.206	0.188	0.140	0.098	0.045	0.021	0.010	0.001	0.000
6	6	0.206	0.206	0.205	0.203	0.200	0.196	0.192	0.182	0.170	0.136	0.103	0.055	0.028	0.015	0.001	0.000
8	8	0.157	0.157	0.156	0.155	0.154	0.152	0.150	0.145	0.140	0.122	0.102	0.066	0.040	0.025	0.003	0.000
10	10	0.126	0.126	0.126	0.125	0.125	0.124	0.123	0.120	0.117	0.107	0.094	0.069	0.048	0.032	0.005	0.000
20	20	0.064	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.062	0.061	0.059	0.054	0.047	0.041	0.016	0.003
40	40	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.031	0.031	0.030	0.029	0.028	0.020	0.008
100	100	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.009

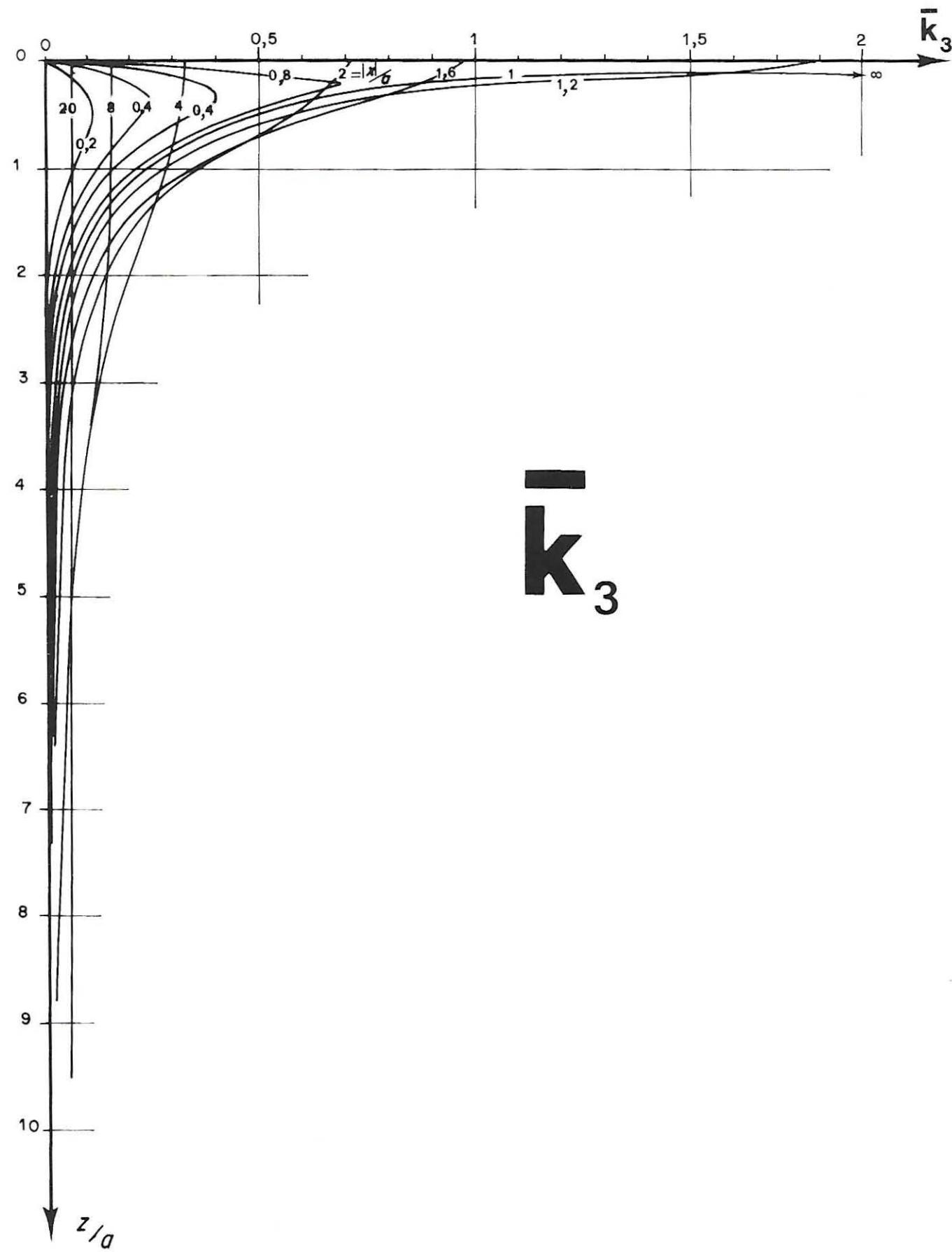
		$ X /a$															
K 1		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
$\frac{z}{a}$	0	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	∞	0.303	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	-0.000	-0.022	-0.050	-0.089	-0.088	0.377	0.286	0.044	0.014	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,4	-0.000	-0.023	-0.042	-0.035	0.068	0.284	0.322	0.122	0.048	0.010	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,6	-0.000	-0.008	-0.003	0.036	0.130	0.247	0.288	0.176	0.086	0.021	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
	0,8	-0.000	0.010	0.033	0.080	0.152	0.224	0.257	0.199	0.118	0.035	0.014	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000
	1,0	-0.000	0.024	0.056	0.101	0.157	0.207	0.233	0.205	0.140	0.049	0.021	0.006	0.003	0.001	0.000	0.000
	1,2	-0.000	0.032	0.068	0.110	0.154	0.192	0.214	0.202	0.153	0.062	0.028	0.008	0.004	0.002	0.000	0.000
	1,4	-0.000	0.035	0.071	0.110	0.147	0.177	0.197	0.195	0.159	0.074	0.035	0.011	0.005	0.002	0.000	0.000
$\frac{z}{a}$	1,6	-0.000	0.035	0.071	0.105	0.138	0.164	0.181	0.185	0.161	0.084	0.043	0.014	0.006	0.003	0.000	0.000
	1,8	-0.000	0.034	0.067	0.099	0.128	0.151	0.167	0.175	0.159	0.092	0.049	0.017	0.008	0.004	0.001	0.000
	2,0	-0.000	0.032	0.063	0.092	0.118	0.139	0.154	0.165	0.155	0.098	0.056	0.020	0.009	0.005	0.001	0.000
	3,0	-0.000	0.020	0.040	0.059	0.076	0.090	0.102	0.118	0.123	0.105	0.076	0.035	0.018	0.010	0.001	0.000
$\frac{z}{a}$	4	-0.000	0.013	0.026	0.038	0.050	0.060	0.070	0.084	0.093	0.094	0.079	0.046	0.026	0.015	0.002	0.000
	5	-0.000	0.009	0.018	0.027	0.035	0.042	0.049	0.061	0.070	0.079	0.074	0.052	0.033	0.021	0.004	0.000
	6	-0.000	0.007	0.013	0.019	0.025	0.031	0.036	0.046	0.054	0.065	0.066	0.053	0.037	0.025	0.005	0.001
	8	-0.000	0.004	0.008	0.011	0.015	0.018	0.022	0.028	0.034	0.044	0.050	0.048	0.040	0.030	0.008	0.001
$\frac{z}{a}$	10	-0.000	0.002	0.005	0.007	0.010	0.012	0.014	0.019	0.023	0.031	0.037	0.041	0.038	0.032	0.010	0.002
	20	-0.000	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.009	0.012	0.016	0.019	0.020	0.016	0.005
	40	-0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.010	0.008
	100	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.004



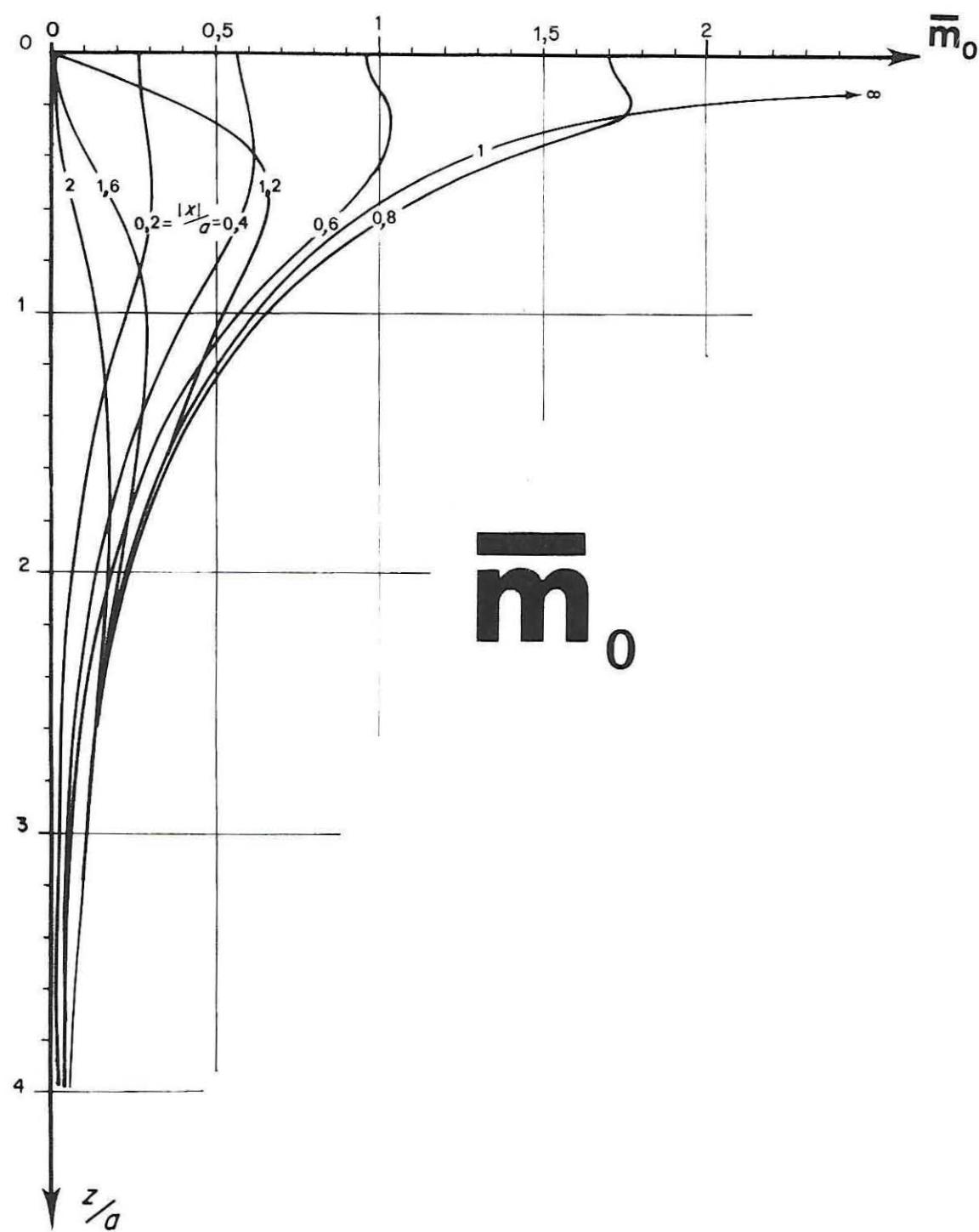


\bar{k}_2		$ X /a$															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
$\frac{z}{a}$	0	0.637	0.650	0.695	0.796	1.061	∞	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.600	0.607	0.625	0.642	0.567	0.402	0.470	0.184	0.093	0.033	0.017	0.007	0.004	0.003	0.001	0.000
	0,4	0.510	0.505	0.487	0.434	0.337	0.305	0.370	0.271	0.164	0.064	0.034	0.015	0.008	0.005	0.001	0.000
	0,6	0.401	0.392	0.362	0.312	0.260	0.256	0.294	0.282	0.203	0.090	0.050	0.022	0.012	0.008	0.002	0.000
$\frac{z}{a}$	0,8	0.303	0.295	0.271	0.239	0.216	0.220	0.246	0.262	0.216	0.111	0.064	0.028	0.016	0.010	0.003	0.001
	1,0	0.225	0.220	0.205	0.189	0.181	0.190	0.209	0.234	0.213	0.126	0.076	0.035	0.020	0.013	0.003	0.001
	1,2	0.167	0.164	0.158	0.152	0.153	0.163	0.180	0.207	0.202	0.135	0.085	0.041	0.023	0.015	0.004	0.001
	1,4	0.125	0.124	0.123	0.123	0.129	0.140	0.155	0.182	0.187	0.139	0.093	0.046	0.027	0.017	0.004	0.001
$\frac{z}{a}$	1,6	0.095	0.095	0.096	0.100	0.108	0.120	0.134	0.160	0.170	0.140	0.098	0.051	0.030	0.020	0.005	0.001
	1,8	0.073	0.074	0.077	0.082	0.091	0.102	0.116	0.141	0.154	0.138	0.102	0.055	0.033	0.022	0.006	0.001
	2,0	0.057	0.058	0.062	0.068	0.076	0.087	0.100	0.124	0.139	0.133	0.104	0.059	0.036	0.024	0.006	0.002
	3,0	0.020	0.021	0.024	0.028	0.034	0.041	0.049	0.066	0.081	0.100	0.096	0.069	0.046	0.032	0.009	0.002
$\frac{z}{a}$	4	0.009	0.010	0.011	0.014	0.017	0.022	0.026	0.037	0.048	0.069	0.077	0.068	0.051	0.038	0.012	0.003
	5	0.005	0.005	0.006	0.008	0.010	0.012	0.015	0.022	0.030	0.047	0.059	0.061	0.051	0.041	0.014	0.004
	6	0.003	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.010	0.014	0.019	0.033	0.044	0.052	0.049	0.041	0.016	0.005
	8	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.004	0.007	0.009	0.017	0.025	0.036	0.039	0.038	0.019	0.005
$\frac{z}{a}$	10	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.005	0.010	0.015	0.025	0.030	0.032	0.020	0.007	
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.008	0.010	0.016	0.010	
	40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.005	0.008	
	100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

\bar{k}_3		$ X /a$																
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40	
a/Z	\bar{k}	0	0.00	0.01	0.02	0.04	0.10	∞	1.80	0.97	0.71	0.43	0.32	0.21	0.15	0.12	0.06	0.03
0	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0,2	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0,4	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0,6	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0,8	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
1,0	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
1,2	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
1,4	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
1,6	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
1,8	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
2	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
3	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
4	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
5	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
6	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
8	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
10	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
20	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
40	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
100	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	



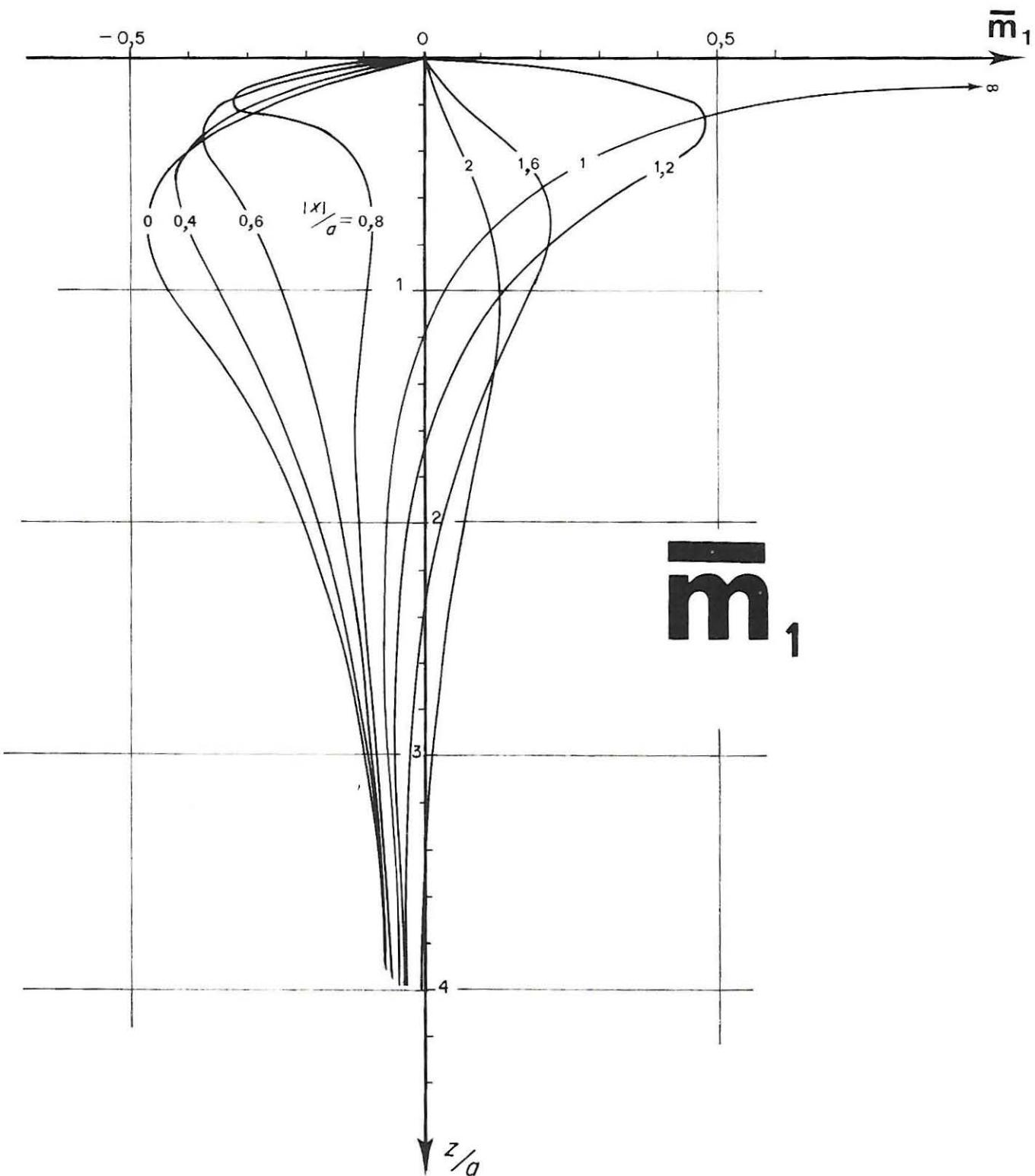
6-8

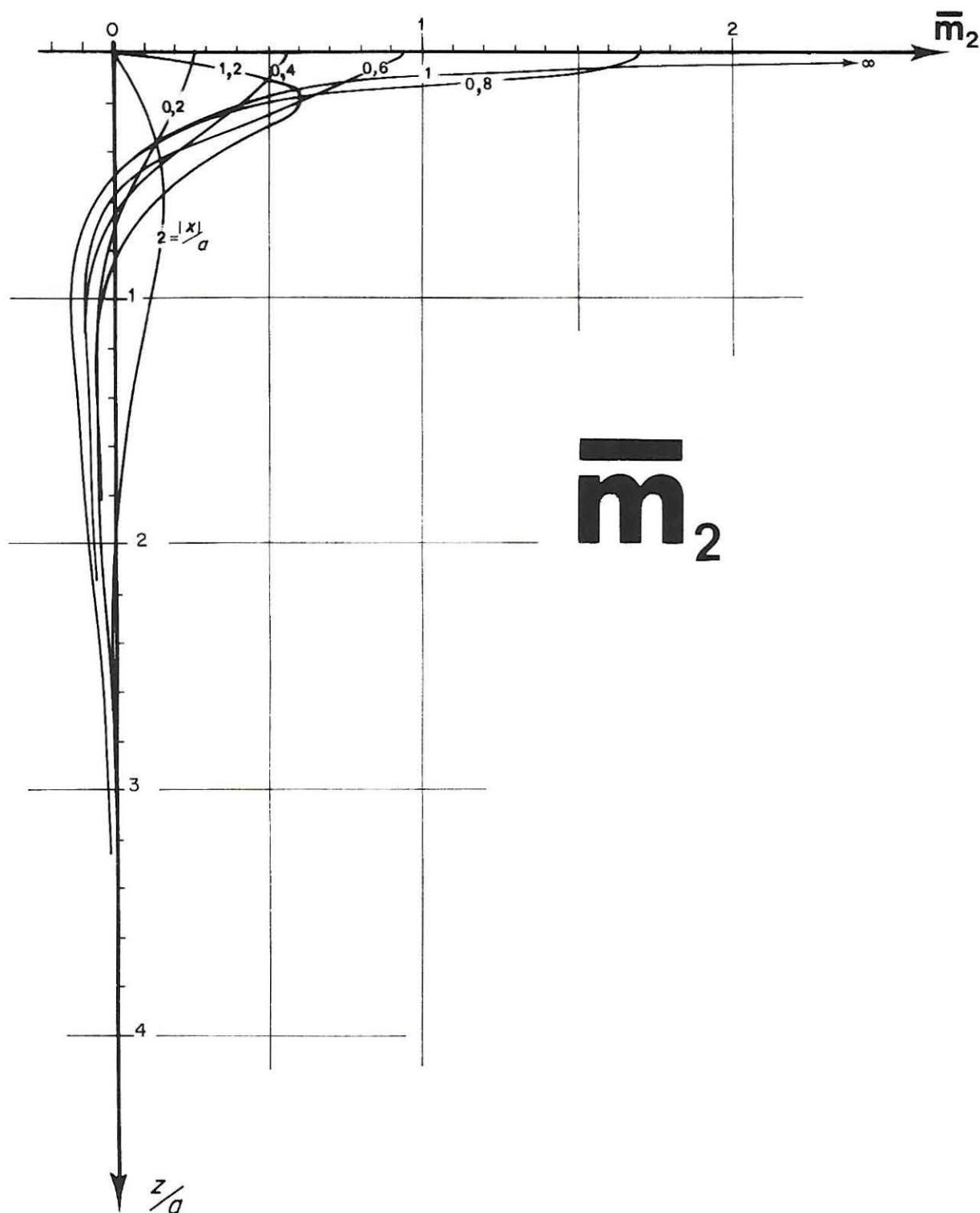


6-8

m_0	$ X /a$													
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10
x/a	0	0,00	0,26	0,56	0,95	1,70	∞	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	C.00	C.27	0.59	1.03	1.77	1.85	0.35	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0,4	C.00	C.29	0.62	1.01	1.38	1.26	0.63	0.10	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0,6	C.00	C.29	0.58	0.87	1.05	0.96	0.65	0.19	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
0,8	C.00	C.26	0.50	0.71	0.81	0.77	0.60	0.25	0.09	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
1,0	C.00	C.22	0.41	0.57	0.64	0.62	0.52	0.28	0.12	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
1,2	C.00	C.18	0.33	0.45	0.51	0.51	0.46	0.28	0.15	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00
1,4	C.00	C.14	0.27	0.36	0.42	0.42	0.39	0.27	0.16	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
1,6	C.00	C.11	C.21	0.29	0.34	0.35	0.34	0.26	0.17	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00
1,8	C.00	C.09	C.17	0.24	0.28	0.29	0.29	0.24	0.17	0.05	0.02	0.00	0.00	0.00
2	C.00	0.07	0.14	0.19	0.23	0.25	0.25	0.21	0.16	0.06	0.02	0.00	0.00	0.00
3	C.00	C.03	C.05	0.08	0.10	0.11	0.12	0.12	0.11	0.07	0.04	0.01	0.00	0.00
4	C.00	C.01	C.03	0.04	0.05	0.06	0.06	0.07	0.07	0.06	0.04	0.01	0.01	0.00
5	C.00	0.01	0.01	0.02	0.03	0.03	0.04	0.04	0.05	0.05	0.04	0.02	0.01	0.00
6	C.00	C.00	C.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03	0.03	0.02	0.01	0.00
8	C.00	C.00	C.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01
10	C.00	C.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	C.01
20	C.00	C.00	C.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
40	C.00	C.00	C.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100	C.00	C.00	C.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

m	$ X /a$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10
x/a	0	0.00	0.00	0.00	0.00	∞	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Z/a	0,2	-0.24	-0.25	-0.28	-0.35	-0.32	0.59	0.46	0.06	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0,4	-0.40	-0.40	-0.41	-0.37	-0.13	0.33	0.45	0.16	0.06	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	0,6	-0.47	-0.46	-0.42	-0.31	-0.09	0.19	0.32	0.21	0.10	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
	0,8	-0.47	-0.45	-0.39	-0.27	-0.09	0.10	0.22	0.21	0.12	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00
	1,0	-0.43	-0.41	-0.35	-0.24	-0.10	0.04	0.14	0.18	0.13	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
	1,2	-0.38	-0.37	-0.31	-0.22	-0.11	-0.00	0.08	0.14	0.12	0.04	0.02	0.00	0.00	0.00
	1,4	-0.33	-0.32	-0.27	-0.20	-0.12	-0.03	0.04	0.11	0.11	0.05	0.02	0.00	0.00	0.00
	1,6	-0.29	-0.28	-0.24	-0.18	-0.12	-0.05	0.01	0.08	0.09	0.05	0.02	0.01	0.00	0.00
	1,8	-0.25	-0.24	-0.21	-0.17	-0.12	-0.06	-0.01	0.05	0.08	0.05	0.03	0.01	0.00	0.00
	2	-0.22	-0.21	-0.19	-0.15	-0.11	-0.07	-0.03	0.03	0.06	0.05	0.03	0.01	0.00	0.00
	3	-0.11	-0.11	-0.11	-0.09	-0.08	-0.06	-0.05	-0.02	0.01	0.03	0.03	0.01	0.01	0.00
	4	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06	-0.06	-0.05	-0.04	-0.03	-0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.00
	5	-0.05	-0.05	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.03	-0.02	-0.02	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00
	6	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.02	-0.02	-0.00	0.00	0.01	0.01	0.00
	8	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.01	-0.01	-0.01	-0.00	0.00	0.00	0.00
	10	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.00	0.00	0.00	0.00
	20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
	40	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
	100	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00

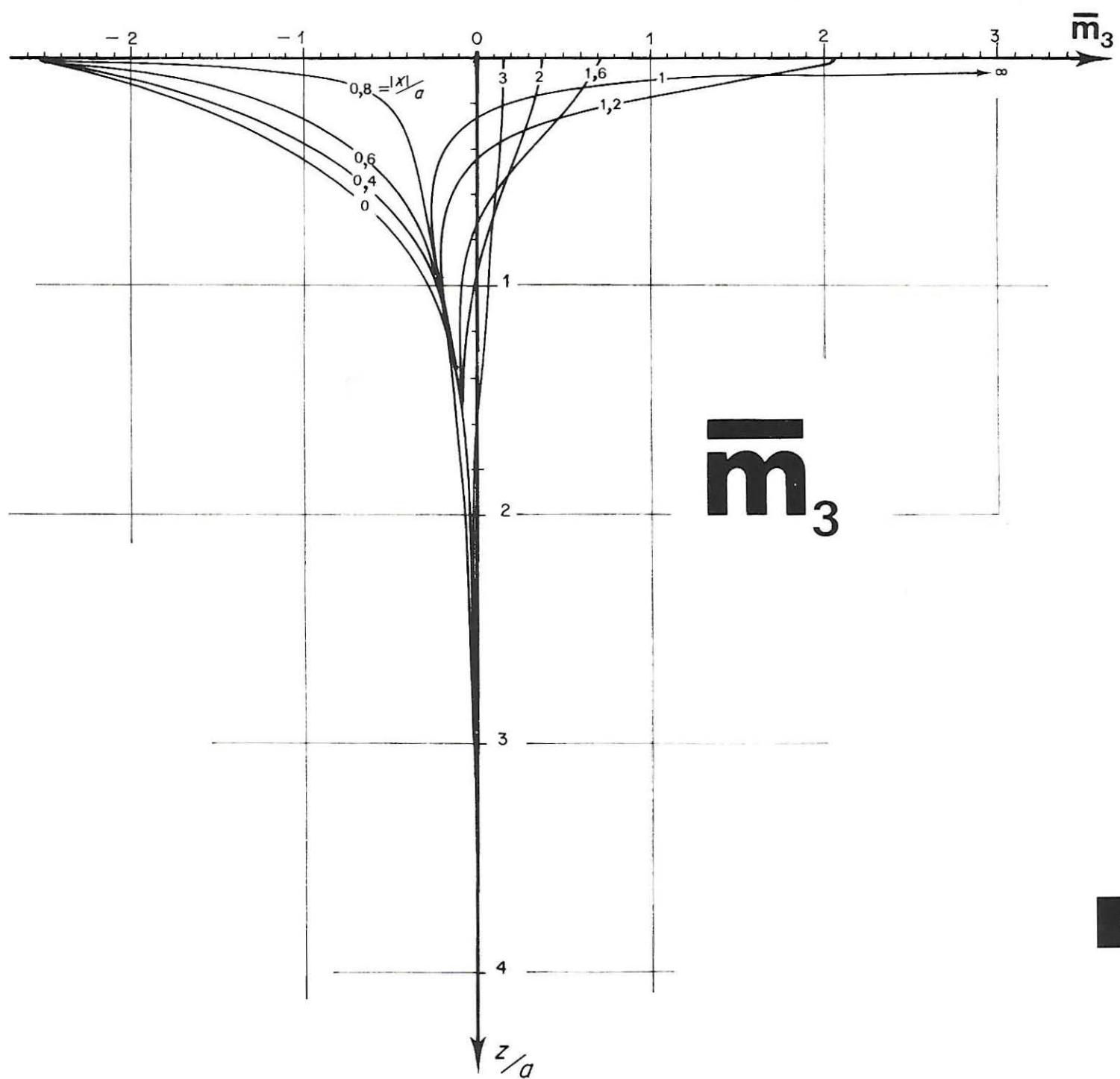




6-8

m	x/a	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10
Z/a		0	0,26	0,56	0,95	0,00	∞	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0,00	0,00	0,26	0,56	0,95	0,00	∞	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	-0,00	0,21	0,42	0,61	0,59	0,42	0,62	0,20	0,09	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
0,4	-0,00	0,11	0,19	0,19	0,10	0,13	0,32	0,26	0,14	0,04	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
0,6	-0,00	0,02	0,03	-0,01	-0,05	-0,00	0,13	0,21	0,15	0,05	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00
0,8	-0,00	-0,02	-0,06	-0,10	-0,11	-0,07	0,02	0,14	0,13	0,06	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00
1,0	-0,00	-0,05	-0,09	-0,12	-0,13	-0,10	-0,04	0,07	0,10	0,06	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00
1,2	-0,00	-0,05	-0,09	-0,12	-0,13	-0,11	-0,07	0,03	0,07	0,06	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
1,4	-0,00	-0,05	-0,09	-0,11	-0,12	-0,11	-0,08	-0,01	0,04	0,05	0,03	0,01	0,01	0,01	0,00
1,6	-0,00	-0,04	-0,08	-0,10	-0,11	-0,10	-0,08	-0,03	0,02	0,05	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
1,8	-0,00	-0,04	-0,07	-0,09	-0,10	-0,09	-0,08	-0,04	0,00	0,04	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00
2	-0,00	-0,03	-0,06	-0,08	-0,09	-0,09	-0,08	-0,05	-0,01	0,03	0,03	0,01	0,01	0,01	0,00
3	-0,00	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04	-0,05	-0,05	-0,04	-0,03	-0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
4	-0,00	-0,01	-0,01	-0,02	-0,02	-0,03	-0,03	-0,03	-0,03	-0,01	-0,00	0,01	0,01	0,01	0,01
5	-0,00	-0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,02	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
6	-0,00	-0,00	-0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,00	0,00	0,00	0,00
8	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,00	-0,00	-0,00	0,00
10	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,01	-0,00	-0,00	-0,00
20	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
40	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00
100	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

m		$ X /a$													
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10
α	0	-2.55	-2.55	-2.55	-2.55	∞	2.06	0.72	0.39	0.15	0.08	0.03	0.02	0.01	
	0,2	-1.81	-1.70	-1.55	-1.21	-0.50	0.17	0.70	0.54	0.34	0.14	0.08	0.03	0.02	0.01
	0,4	-1.19	-1.09	-0.94	-0.68	-0.38	-0.20	0.04	0.29	0.25	0.13	0.07	0.03	0.02	0.01
	0,6	-0.75	-0.68	-0.59	-0.46	-0.35	-0.26	-0.15	0.09	0.15	0.11	0.07	0.03	0.02	0.01
	0,8	-0.47	-0.43	-0.38	-0.33	-0.29	-0.26	-0.20	-0.03	0.06	0.08	0.06	0.03	0.02	0.01
β/Z	1,0	-0.30	-0.27	-0.26	-0.25	-0.24	-0.23	-0.20	-0.09	0.00	0.06	0.05	0.03	0.02	0.01
	1,2	-0.19	-0.18	-0.18	-0.18	-0.19	-0.19	-0.18	-0.11	-0.04	0.04	0.04	0.03	0.02	0.01
	1,4	-0.12	-0.12	-0.13	-0.14	-0.15	-0.16	-0.15	-0.12	-0.06	0.02	0.03	0.02	0.02	0.01
	1,6	-0.08	-0.08	-0.09	-0.10	-0.12	-0.13	-0.13	-0.11	-0.07	0.00	0.02	0.02	0.01	0.01
γ	1,8	-0.05	-0.06	-0.07	-0.08	-0.09	-0.10	-0.11	-0.10	-0.07	-0.01	0.01	0.02	0.01	0.01
	2	-0.04	-0.04	-0.05	-0.06	-0.07	-0.08	-0.09	-0.09	-0.07	-0.02	0.01	0.02	0.01	0.01
	3	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	-0.03	-0.03	-0.04	-0.05	-0.03	-0.01	0.00	0.01	0.01
δ	4	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	-0.03	-0.02	-0.00	0.00	0.00
	5	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	-0.01	-0.00	0.00
	6	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.00	-0.00
	8	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.00	-0.00
ϵ	10	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
	20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
	40	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
ζ	100	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00



6-8

EXPRESSION DES COEFFICIENTS \bar{k} et \bar{m}

en tout point du sol

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \bar{k}_0 \\ \bar{k}_1 \end{array} \right\} &= \frac{2a}{\pi \sqrt[4]{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}} \left\{ \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{a^2 - x^2 + z^2}{2 \sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}}} \right. \\ &\pm \frac{z}{\sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}} \left[z \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{a^2 - x^2 + z^2}{2 \sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}}} \right. \\ &\left. \left(2 \frac{a^2 - x^2 + z^2}{\sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}} - 1 \right) + |x| \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{a^2 - x^2 + z^2}{2 \sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}}} \right. \\ &\left. \left. \left(2 \frac{a^2 - x^2 + z^2}{\sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}} + 1 \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{k}_1 &= \frac{2a zx}{\pi [(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2]^{3/4}} \left[\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{a^2 - x^2 + z^2}{2 \sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}}} \right. \\ &\left(2 \frac{a^2 - x^2 + z^2}{\sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}} - 1 \right) - \frac{z}{|x|} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{a^2 - x^2 + z^2}{2 \sqrt{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2}}} \\ &\left. \left(2 \frac{a^2 - x^2 + z^2}{(a^2 + x^2 + z^2)^2 - 4a^2 x^2} + 1 \right) \right] \end{aligned}$$

$\bar{k}_3, \bar{m}_0, \bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3$: pas d'expression explicite connue.

EXPRESSION A LA SURFACE DU SOL (z = 0)

$$\bar{k}_0 = \bar{k}_2 \begin{cases} = \frac{2a}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} & \text{si } |x| < a \\ = 0 & \text{si } |x| > a \end{cases}$$

$$\bar{k}_1 = 0$$

\bar{k}_3 : pas d'expression explicite connue.

$$\bar{m}_0 = \bar{m}_2 \begin{cases} = \frac{4x}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} & \text{si } |x| < a \\ = 0 & \text{si } |x| > a \end{cases}$$

$$\bar{m}_1 = 0$$

$$\bar{m}_3 \begin{cases} = -8/\pi = 2,55 & \text{si } |x| < a \\ = \infty & \text{si } |x| = a \\ = \frac{8}{\pi} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} - 1 \right] & \text{si } |x| > a \end{cases}$$

EXPRESSIONS SUR L'AXE Oz (x = 0)

$$\bar{k}_0 = \frac{2a}{\pi} \frac{a^2 + 2z^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\bar{k}_1 = 0$$

$$\bar{k}_2 = \frac{2a^3}{\pi(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\bar{k}_3 = 0$$

$$\bar{m}_0 = 0$$

$$\bar{m}_1 = -\frac{4a^2z}{\pi(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\bar{m}_2 = 0$$

$$\bar{m}_3 = -\frac{8}{\pi} \left(1 - \frac{z(3a^2 + 2z^2)}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} \right)$$

BIBLIOGRAPHIE

L'expression de la distribution des charges au contact d'une fondation rigide rugueuse et du sol a été établie par Muskhelishvili [3] et Abramov [1]. La rotation de la fondation rigide rugueuse a été calculée par Muskhelishvili [3] et celle de la fondation rigide lisse par Froelich [2]. Les coefficients \bar{k}_0 , \bar{k}_1 et \bar{k}_2 pour le calcul des contraintes ont été établis par Sneddon [4]. Nous avons calculé les valeurs numériques des coefficients \bar{k}_0 , \bar{k}_1 et \bar{k}_2 à partir des expressions données par Sneddon et nous avons procédé à un calcul par intégration numérique pour les coefficients \bar{k}_3 , \bar{m}_0 , \bar{m}_1 , \bar{m}_2 et \bar{m}_3 .

REFERENCES

- [1] V.M. ABRAMOV, "The problem of the contact of an elastic half-plane with an absolutely rigid base for the determination of the frictional force", Doklady Akad. Sciences U.R.S.S., 17, 4 (1937), 173-178.
- [2] O.K. FROELICH, "Über eine einfache Anwendung der Potentialtheorie auf die Berechnung der Schiefstellung von Bauwerken", Anzeiger der. math. natur. Klasse der Österreich Akademie der Wissenschaften, 7 (Wien, 1952).
- [3] N.I. MUSKHELISHVILI, "Some basic problems of the mathematical theory of elasticity" Noordhoff (Groningen, 1953).
- [4] I.N. SNEEDON, "Fourier transforms", Mc. Graw Hill (New York, 1951), p. 411.

SECTION 6-9

FONDATION RIGIDE DE GRANDE LONGUEUR EXERÇANT UNE CHARGE NORMALE EXCENTRÉE

(semelles, fondation de mur de soutènement)
sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul de la rotation
- Calcul des contraintes
- Table
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

La couche de sol homogène d'épaisseur H repose sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement.

DEFINITION DE LA CHARGE

La fondation est une plaque de longueur infinie et de largeur $2a$, rigide et lisse, supportant une charge verticale excentrée (Fig. 1). La plaque étant lisse, les contraintes qui règnent à son contact avec le sol sont normales alors que pour une fondation réelle rugueuse elles sont inclinées. Toutefois cette différence n'affecte les tassements, les rotations et les contraintes σ_z que d'une façon négligeable.

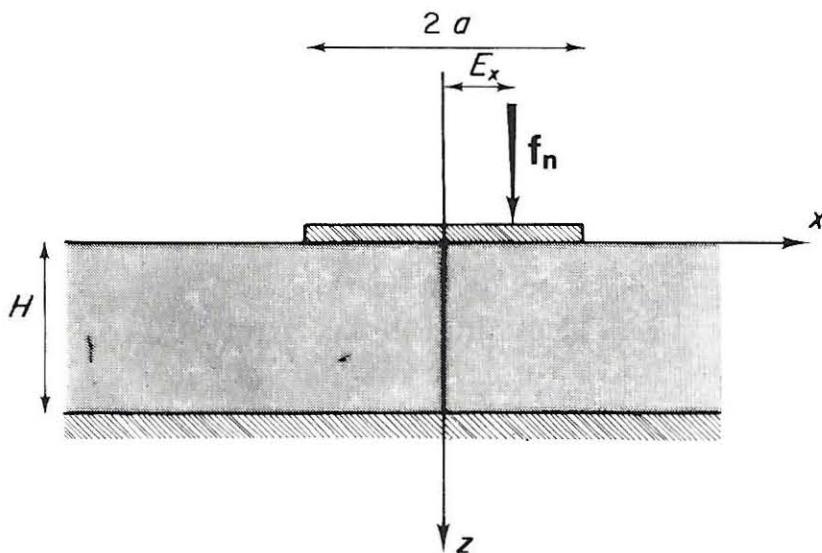


FIG. 1. — Définition du sol et de la charge.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT**6-9**

Lorsque la charge est centrée ($E_x = 0$) le tassement de la fondation est donné par :

$$w = \frac{p}{E} \frac{2a}{p_H} = \frac{f_n}{E} \frac{2a}{p_H}$$

avec :

w : tassement ;

$p = f_n/2a$: pression moyenne exercée sur le sol par la fondation ;

E : module d'Young du sol ;
 f_n : force par unité de longueur exercée par la fondation sur le sol ;
 \bar{p}_H : coefficient sans dimensions dépendant de H/a et de ν ;
 H : épaisseur de la couche de sol ;
 a : demi-largeur de la fondation ;
 ν : coefficient de Poisson du sol.

La valeur de \bar{p}_H est donnée dans un tableau pour $\nu = 1/3$

Exemple 1 :

Considérons une semelle filante de 0,9 m (3 ft) de large supportant une charge linéaire de 150.000 newtons/m (15,3 t/m ou 10 500 lb/ft) et reposant sur une couche de sol de 4,5 m (15 ft) d'épaisseur. Quel est son tassement si le sol a pour module $E = 41$ bars (85 000 lb/sq. ft) et coefficient de Poisson, $\nu = 0,33$?

Pour $H/2 a = 5$, le tableau donne $\bar{p}_H = 1,38$. D'où :

$$w = \frac{150\ 000}{41 \times 10^5} \times 1,38 = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm},$$

$$\dot{w} = \frac{10\ 500}{85\ 000} \times 1,38 = 0,17 \text{ ft} = 2 \text{ in.}$$

Notons qu'une bonne approximation du tassement d'une semelle rigide est donnée par la formule du "tassement moyen" donné dans une section précédente (1). On pourra donc s'y reporter, notamment pour les valeurs de ν autres que 1/3.

CALCUL DIRECT DE LA ROTATION

Lorsque la charge est excentrée ($E_x \neq 0$), la fondation subit une rotation donnée par :

$$\phi \approx \operatorname{tg} \phi = \frac{1}{E} \left(\frac{f_n}{2 a} \right) \left(\frac{E_x}{2 a} \right) \bar{q}_\phi,$$

6-9

(1) Section intitulée "Fondation de grande longueur exerçant une charge normale uniforme sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie" (Sect. 6-5).

avec :

- ϕ : angle de la fondation avec l'horizontale ;
- E : module d'Young du sol ;
- f_n : force par unité de longueur exercée par la fondation sur le sol ;
- E_x : distance entre la ligne d'application de la charge et la ligne médiane de la fondation ;
- $2a$: largeur de la fondation ;
- \bar{q}_ϕ : coefficient sans dimensions dépendant de H/a et ν ;
- H : épaisseur de la couche de sol ;
- ν : coefficient de Poisson du sol.

La valeur de \bar{q}_ϕ est donnée dans un tableau pour $\nu = 1/3$.

Exemple 2 :

Reprendons l'exemple précédent avec $E_x = 10 \text{ cm}$ (4 in). Quelle est la rotation de la fondation ?

Notons, en premier lieu, que le tassement de la ligne médiane de la semelle est le même que dans l'exemple précédent. Le tassement des autres points s'en déduit compte tenu de l'angle de rotation.

Le tableau donne $\bar{q}_\phi = 4,51$ pour $H/2a = 5$. D'où :

$$\phi = \frac{1}{41 \times 10^5} \times \frac{150\,000}{0,9} \times \frac{0,1}{0,9} = 0,02$$

$$\phi = \frac{1}{85\,000} \times \frac{10\,500}{3} \times \frac{4}{3 \times 12} = 0,02$$

$$0,02 \text{ radian} = 1,15^\circ.$$

CALCUL DES CONTRAINTES

Aucun résultat n'étant donné pour ce cas, on pourra avoir une valeur approchée des contraintes en se reportant :

- à la section "Fondation rigide de grande longueur exerçant une charge inclinée et excentrée sur un sol homogène d'épaisseur infinie" (Section 6-8);
- à la section "Fondation de grande longueur exerçant une charge normale uniforme sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie" (ceci uniquement si la charge est centrée) (Section 6-5).

$$\gamma = \frac{1}{3}$$

$\frac{H}{a}$	$\frac{H}{2a}$	\bar{P}_H	\bar{q}_ϕ
0	0	0	0
0.2	0.1	0.065	0.70
0.4	0.2	0.13	1.30
0.6	0.3	0.19	1.95
0.8	0.4	0.25	2.40
1	0.5	0.31	2.84
1.2	0.6	0.37	3.14
1.4	0.7	0.42	3.38
1.6	0.8	0.46	3.60
1.8	0.9	0.51	3.80
2	1	0.55	3.92
2.2	1.1	0.59	4.02

$\frac{H}{a}$	$\frac{H}{2a}$	\bar{P}_H	\bar{q}_ϕ
2.4	1.2	0.63	4.10
2.6	1.3	0.67	4.14
2.8	1.4	0.70	4.19
3	1.5	0.73	4.24
4	2	0.88	4.36
5	2.5	0.99	4.42
6	3	1.10	4.48
8	4	1.26	4.51
10	5	1.38	4.51
20	10	1.77	4.52
40	20	2.18	4.52
∞	∞	∞	4.52

(d'après PRIKHODCHENKO)

BIBLIOGRAPHIE

Les valeurs de \bar{P}_H et \bar{q}_ϕ ont été calculées par Prikhodchenko [1] pour quelques valeurs de H/a et nous avons complété ces résultats par des interpolations.

6-9

REFERENCE

- [1] O.E. PRIKHODCHENKO, "Calculation of a rigid strip foundation resting in a Soil layer underlain by a rocky-base problem", Osnovaniya i Mekhanika Gruntov, 2 (mars-avr. 1966), 14-6 (Traduction américaine p. 100-104).

SECTION 6-10

REMBLAI DE GRANDE LONGUEUR ET DE SECTION TRIANGULAIRE OU TRAPÉZOÏDALE

(digues, remblais routiers)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

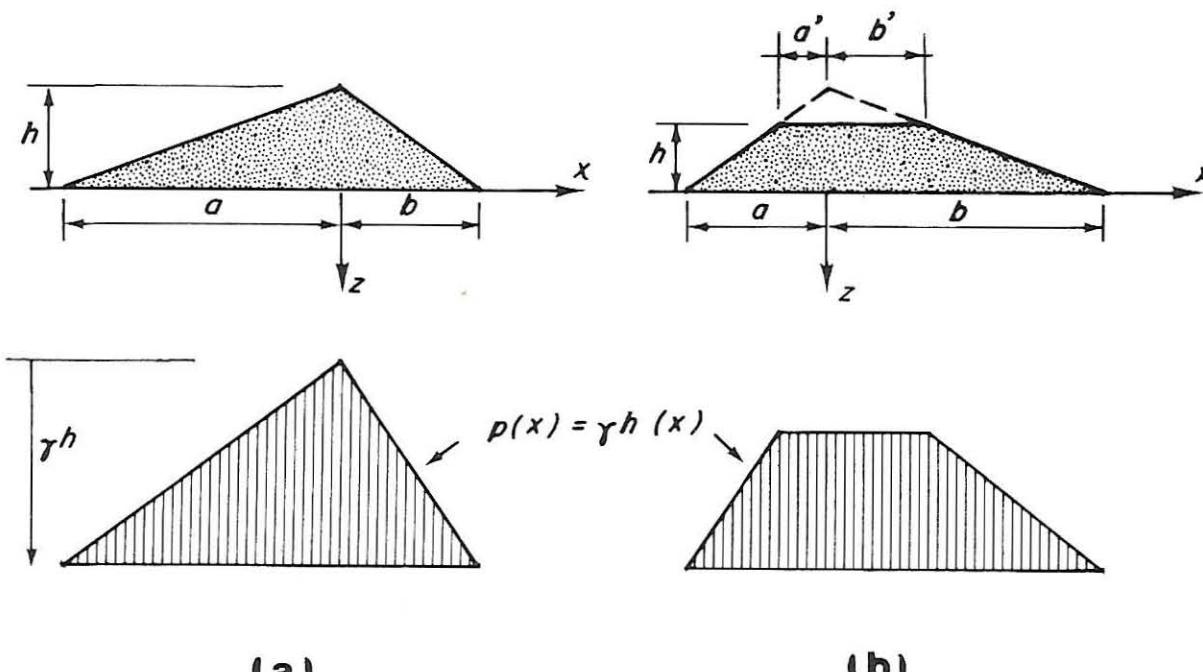
- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Expression des coefficients
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie ("milieu semi-infini"). Si le sol n'est pas homogène, les valeurs données ici pour les contraintes, en particulier celles de σ_z , peuvent être considérées comme une bonne approximation des contraintes réelles (sauf, peut-être, dans le cas où le sol est constitué d'une couche dure reposant sur une couche bien plus molle). On verra, par ailleurs, que l'hypothèse du milieu semi-infini ne permet pas le calcul du tassement.

DEFINITION DE LA CHARGE

On admet, en général, que le remblai exerce sur le sol une charge normale dont la distribution se déduit de la section par une affinité de rapport γ (poids volumique du matériau en remblai) (Voir Fig. 1). Ainsi, la répartition de la charge est triangulaire ou trapézoïdale selon que la section du remblai est triangulaire ou trapézoïdale.



6-10

(a)

(b)

FIG. 1. — Remblais de section dissymétrique (a) triangulaire (b) trapézoïdale (En haut : section du remblai. En bas : charge exercée sur le sol par le remblai).

Si la section du remblai est symétrique (tout en restant triangulaire ou trapézoïdale) (Fig. 2), on peut également considérer que cette distribution est parabolique avec :

$$(1) \quad p_{\max} = 0,75 \gamma h (1 + a'/a)$$

Toutefois, une telle distribution n'est possible que si :

$$0 \leq a'/a \leq 1/3.$$

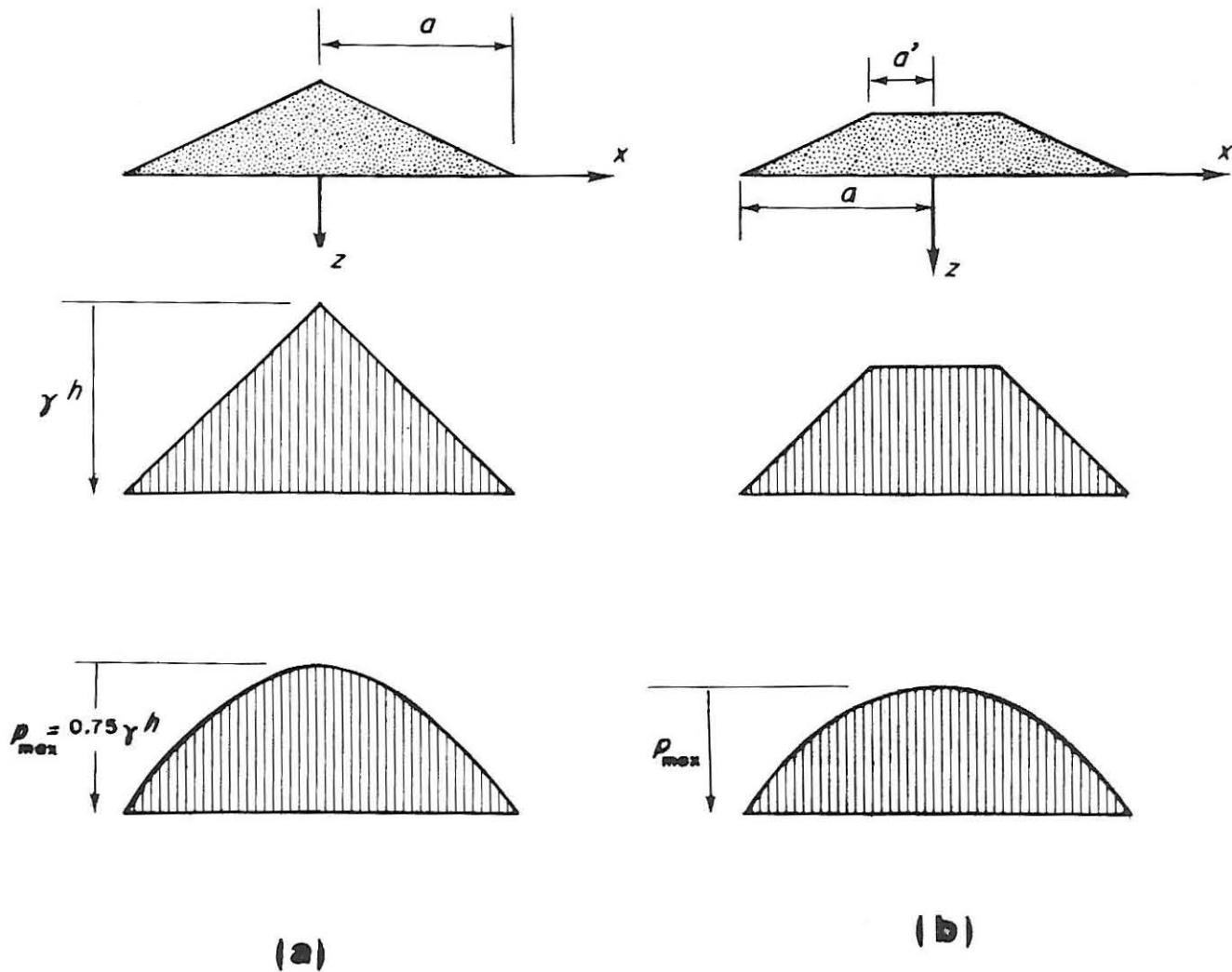


FIG. 2. — Remblais de section symétrique (a) triangulaire (b) trapézoïdale. (En haut : section du remblai. Au milieu : charge linéaire égale au poids du remblai. En bas : charge parabolique égale au poids du remblai).

Exemple 1 :

Digue trapézoïdale symétrique de 8 m (26 ft) de haut, 36 m (118 ft) de large à la base et 4 m (13 ft) de plateforme. Masse volumique du matériau de la digue : $\rho = 2\ 070 \text{ kg/m}^3 = 129 \text{ lb/cu. ft}$. Quelle est la valeur maximale de la charge ?

$$c = 16 \text{ m} = 52 \text{ ft}, \quad a = 18 \text{ m} = 59 \text{ ft}, \quad c/a = 0,89,$$

$$\gamma = 2\ 070 \times 9,81 = 20\ 300 \text{ newtons/m}^3.$$

Distribution parabolique :

$$p_{\max} = 0,75 \times 20\ 300 \times 8 \times (1 - 0,89) = 134\ 000 \text{ pascals} = 1,34 \text{ bar}$$

$$p_{\max} = 0,75 \times 129 \times 26 \times (1 - 0,89) = 277 \text{ lb/sq. ft.}$$

$$p_{\max} = 19,4 \text{ p.s.i.}$$

Distribution linéaire :

$$\gamma h = 20\ 300 \times 8 = 162\ 000 \text{ pascals} = 1,62 \text{ bar},$$

$$\gamma h = 129 \times 26 = 335 \text{ lb/sq. ft.} = 23,4 \text{ p.s.i.}$$

CALCUL DU TASSEMENT

Le tassement d'une charge de longueur infinie sur un sol homogène d'épaisseur infinie est infini. Il n'est donc pas possible de faire simultanément les deux hypothèses simplificatrices : longueur infinie de la charge et épaisseur infinie du sol compressible.

Pour faire un calcul direct du tassement, il faudra se reporter :

- soit à la section "Remblai à base rectangulaire sur un sol homogène d'épaisseur infinie" (Section 4-6) ;
- soit au cas des remblais de grande longueur (théoriquement de longueur infinie) sur une couche de sol d'épaisseur finie (Voir les sections : "Fondation de grande longueur exerçant une charge normale uniforme sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie" ou "Remblai de grande longueur et de section triangulaire ou trapézoïdale sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie" ou encore "Fondation de grande longueur dont la charge est distribuée de façon quelconque reposant sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie"). (Respectivement, Sections 6-5, 6-11 et 6-13).

Ou bien alors il faudra faire un calcul indirect par l'intermédiaire des contraintes données ci-après.

CALCUL DES CONTRAINTES

a) Remblai triangulaire dissymétrique (Fig. 1 a).

Les contraintes au point de coordonnées (x, z) sont données par :

$$(2) \quad \begin{cases} \sigma_z = \gamma h [d_0 (-x/a, z/a) + d_0 (x/b, z/b)] \\ \tau_{zx} = \gamma h [-d_1 (-x/a, z/a) + d_1 (x/b, z/b)] \\ \sigma_x = \gamma h [d_2 (-x/a, z/a) + d_2 (x/b, z/b)] \\ \sigma_y = v(\sigma_x + \sigma_z) \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{cases}$$

Les valeurs numériques des coefficients $d_0 (\xi, \zeta)$, $d_1 (\xi, \zeta)$ et $d_2 (\xi, \zeta)$ sont données dans des Tables. Les dimensions a , b et h du remblai sont définies sur la figure 1 a.

γ est le poids volumique du sol en remblai et v le coefficient de Poisson du sol sous le remblai.

Exemple 1 :

Soit une digue de 6 m (20 ft) de haut, de pente à gauche 1,8/1 et à droite 3/1, et de poids volumique 2,2 g/cm³ (135 lb/cu. ft). Quelle est la valeur de σ_z à 54 m (177 ft) de profondeur à la verticale du pied gauche ?

$$a = 10,8 \text{ m} = 35,5 \text{ ft} \quad b = 18 \text{ m} = 59 \text{ ft} \quad x = -10,8 \text{ m} = -35,5 \text{ ft} \\ z = 54 \text{ m} = 177 \text{ ft.}$$

$$\left. \begin{array}{l} -x/a = 1 \\ z/a = 5 \end{array} \right\} \rightarrow d_0 = 0,061$$

$$\left. \begin{array}{l} x/b = -0,6 \\ z/b = 3 \end{array} \right\} \rightarrow d_0 = 0,088$$

$$\gamma h = 2200 \times 9,81 \times 6 = 130000 \text{ pascals} = 1,3 \text{ bar} \\ = 135 \times 20 = 270 \text{ lb/sq. ft} = 18,8 \text{ p.s.i.}$$

d'où :

$$\sigma_z = 1,3(0,061 + 0,088) = 0,19 \text{ bar}, \\ = 18,8(0,061 + 0,088) = 2,8 \text{ p.s.i.}$$

b) Remblai trapézoïdal dissymétrique (Fig. 1 b).

Deux méthodes permettent d'obtenir les contraintes en un point de coordonnées (x, z) :

- Première méthode :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \frac{\gamma h}{a - a'} \left\{ a \left[d_0 \left(-\frac{x}{a}, \frac{z}{a} \right) + d_0 \left(\frac{x}{b}, \frac{z}{b} \right) \right] - a' \left[d_0 \left(-\frac{x}{a'}, \frac{z}{a'} \right) + d_0 \left(\frac{x}{b'}, \frac{z}{b'} \right) \right] \right\} \\ \tau_{zx} = \frac{\gamma h}{a - a'} \left\{ a \left[-d_1 \left(-\frac{x}{a}, \frac{z}{a} \right) + d_1 \left(\frac{x}{b}, \frac{z}{b} \right) \right] - a' \left[-d_1 \left(-\frac{x}{a'}, \frac{z}{a'} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(d_1 \frac{x}{b'}, \frac{z}{b'} \right) \right] \right\} \\ \sigma_x = \frac{\gamma h}{a - a'} \left\{ a \left[d_2 \left(-\frac{x}{a}, \frac{z}{a} \right) + d_2 \left(\frac{x}{b}, \frac{z}{b} \right) \right] - a' \left[d_2 \left(-\frac{x}{a'}, \frac{z}{a'} \right) + d_2 \left(\frac{x}{b'}, \frac{z}{b'} \right) \right] \right\} \\ \sigma_y = \nu (\sigma_z + \sigma_x) \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

avec :

γ : poids volumique du sol en remblai,

ν : coefficient de Poisson du sol sous le remblai,

a, b, a', b', h : dimensions du remblai définies sur la figure 1 b.

Les valeurs numériques des coefficients sans dimensions $d_0(\xi, \zeta)$, $d_1(\xi, \zeta)$ et $d_2(\xi, \zeta)$ sont données dans des tables. On se reportera à l'exemple 1 pour l'utilisation de ces coefficients.

- Deuxième méthode :

(Notons que les coefficients permettant de donner la contrainte tangentielle τ_{zx} par cette méthode n'ont pas été calculés).

Plusieurs cas sont à distinguer :

1° Point situé sous la plate-forme (Fig. 3) :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \gamma h \left[k_z \left(z/d_1, c_1/d_1 \right) + k_z \left(z/d_2, c_2/d_2 \right) \right] \\ \sigma_x = \gamma h \left[k_x \left(z/d_1, c_1/d_1 \right) + k_x \left(z/d_2, c_2/d_2 \right) \right] \\ \sigma_y = \nu (\sigma_z + \sigma_x) \quad \text{et} \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

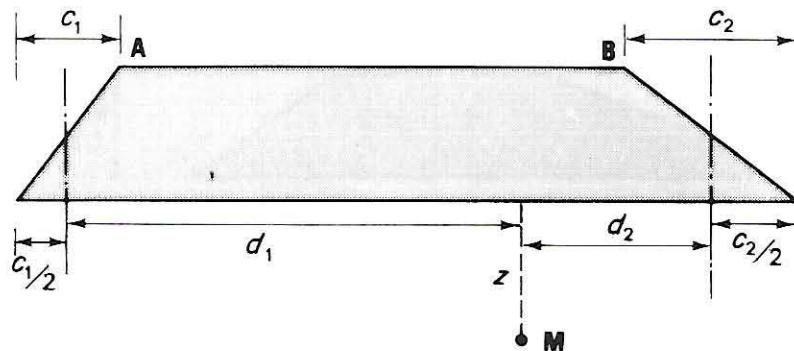


FIG. 3. — Calcul des contraintes en un point M situé entre les verticales de A et B.

avec :

c_1, d_1, c_2, d_2 : distances définies sur la figure 3 ;

z : profondeur du point où l'on calcule la contrainte ;

k_x, k_z : coefficients sans dimensions donnés dans des tables et graphiques ;

γ : poids volumique du sol en remblai ;

ν : coefficient de Poisson du sol sous le remblai

Exemple 2 :

Quelle est la contrainte σ_z au point M sous le remblai défini sur la figure 4, sachant que le poids volumique du matériau est $\gamma = 1,97 \text{ g/cm}^3$ (123 lb/cu. ft)?

Calculons d'abord :

$$\gamma h = 1970 \times 9,81 \times 4 \times 10^{-5} = 0,77 \text{ bar}$$

$$= 123 \times 13 = 1600 \text{ lb/sq. ft}$$

D'après les notations de la figure 3, on a :

$$c_1 = 8 \text{ m (26 ft)} \quad d_1 = 7 \text{ m (23 ft)}$$

$$\text{d'où : } c_1/d_1 = 1,15 \quad \text{et} \quad z/d_1 = 1,$$

$$\text{ce qui entraîne : } k_z = 0,39.$$

De même :

$$c_2 = 4 \text{ m (13 ft)} \quad d_2 = 5 \text{ m (16,5 ft)}$$

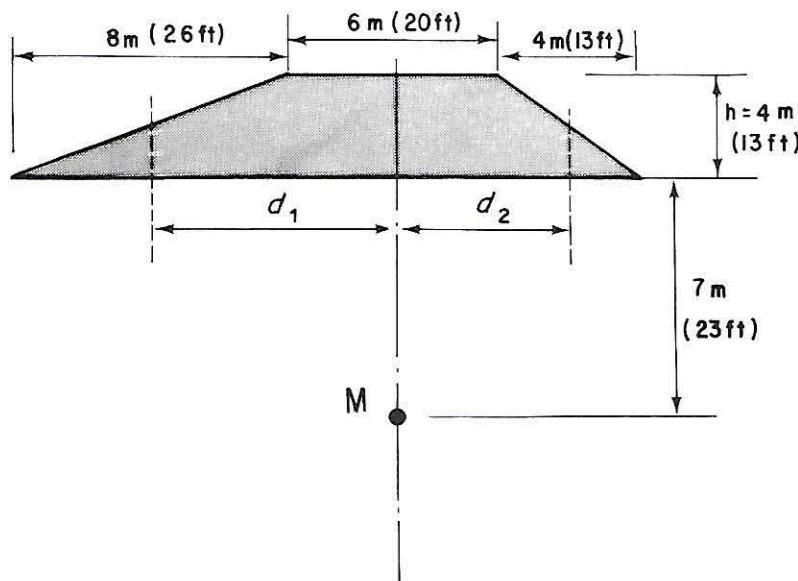


FIG. 4. — Définition du remblai de l'exemple 2.

$$\text{D'où : } c_2/d_2 = 0,8 \quad \text{et} \quad z/d_2 = 1,4$$

$$\text{ce qui entraîne : } k_z = 0,34.$$

D'où, en appliquant la première formule (4) :

$$\sigma_z = 0,77 (0,39 + 0,34) = 0,56 \text{ bar} = 1\ 600 (0,39 + 0,34) = 1\ 170 \text{ lb/sq. ft.}$$

2° Point situé sous l'extérieur du remblai (Fig. 5) :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \gamma h \left[k_z (z/d_1, c_1/d_1) - k_z (z/d_2, c_2/d_2) \right] \\ \sigma_x = \gamma h \left[k_x (z/d_1, c_1/d_1) - k_x (z/d_2, c_2/d_2) \right] \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \quad \text{et} \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

(Mêmes notations que pour la formule (4)).

3° Point situé sous le talus, mais plus près du sommet (Fig. 6 a) :

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \gamma h k_z (z/d_1, c_1/d_1) + q k_z (z/d_2, c_2/d_2) \\ \sigma_x = \gamma h k_x (z/d_1, c_1/d_1) + q k_x (z/d_2, c_2/d_2) \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \quad \text{et} \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

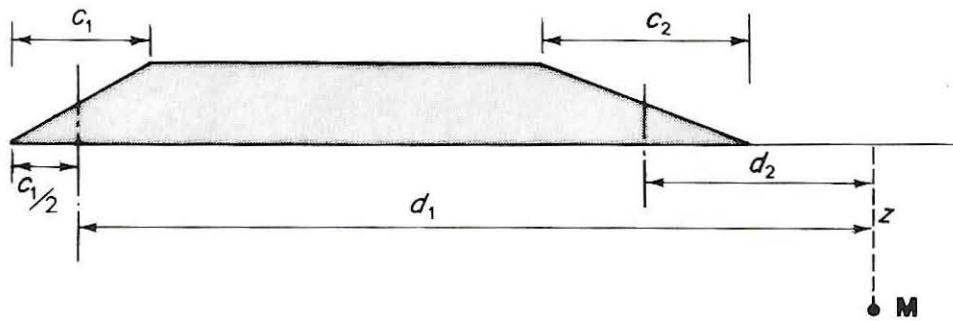


FIG. 5. — Calcul des contraintes en un point M qui n'est pas situé sous le remblai.

avec :

q : charge se déduisant de γh d'après la figure 6 a.

(Les autres notations sont les mêmes que pour la formule (4)).

4° Point situé sous le talus mais plus près de la base (Fig. 6 b) :

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \gamma h k_z (z/d_1, c_1/d_1) - q k_z (z/d_2, c_2/d_2) \\ \sigma_x = \gamma h k_x (z/d_1, c_1/d_1) - q k_x (z/d_2, c_2/d_2) \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \text{ et } \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

avec :

q : charge se déduisant de γh d'après la figure 6 b.

(Les autres notations étant les mêmes que pour la formule 4)

5° Point situé à la verticale de la mi-pente (Fig. 6 c).

C'est le cas le plus simple.

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = p k_z (z/d, c/d) \\ \sigma_x = p k_x (z/d, c/d) \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \text{ et } \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right.$$

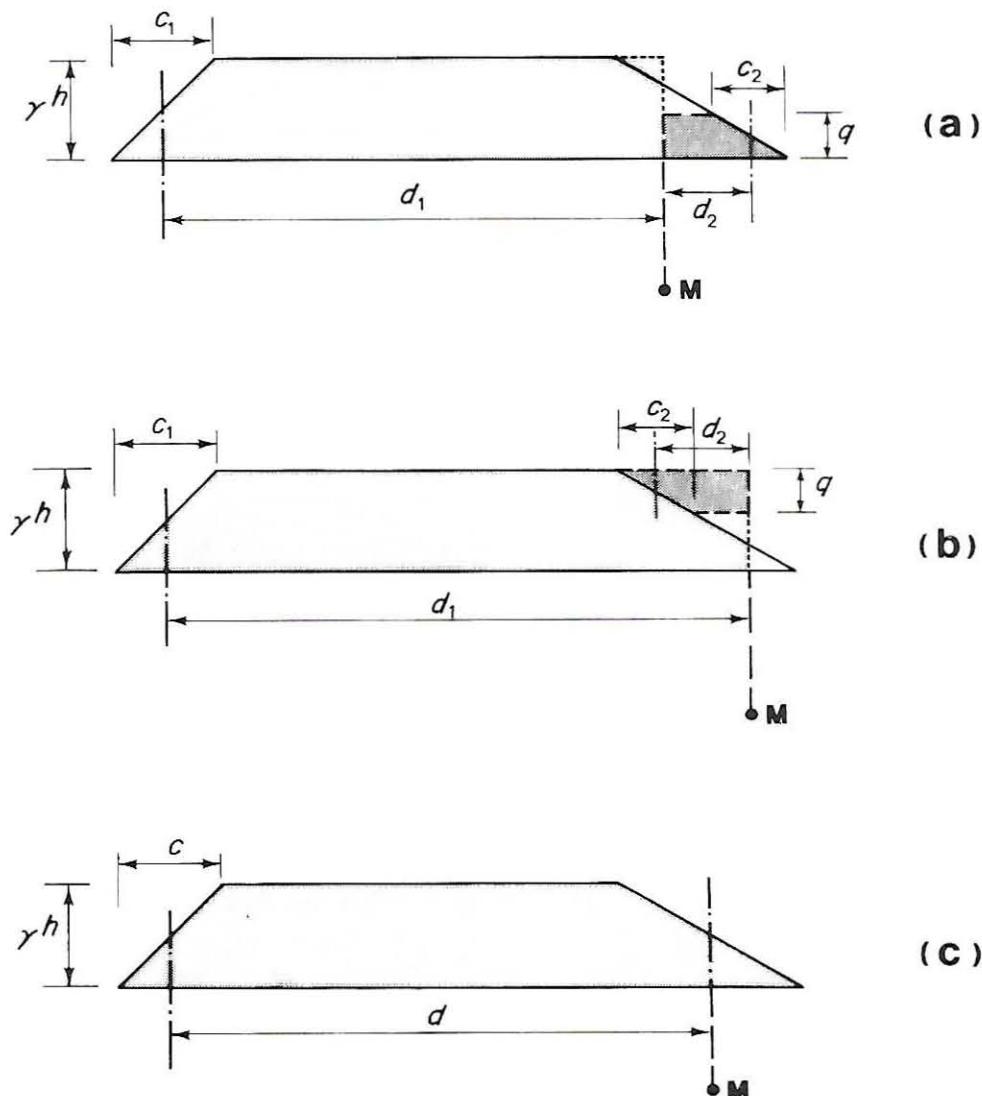


FIG. 6. — Calcul des contraintes en un point M situé sous le talus.

(a) la verticale de M passe plus près du sommet du talus.

(b) la verticale de M passe plus près de la base.

(c) la verticale de M passe à égale distance de la base et du sommet.

Nota : Dans les cas (a) et (b), les deux petits triangles sont symétriques par rapport à la verticale de M.

c) Remblai triangulaire symétrique (Fig. 2 a).

Plusieurs méthodes sont possibles :

- Première méthode :

Utiliser les formules (2) relatives au remblai triangulaire dissymétrique avec $a = b$.

- Deuxième méthode :

Utiliser les formules suivantes qui donnent directement les contraintes :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \gamma h s_0 \\ \tau_{zx} = \frac{x}{|x|} \gamma h s_1 \\ \sigma_x = \gamma h s_2 \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \quad \text{et} \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right.$$

s_0, s_1 et s_2 sont des coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans des tables en fonction de ξ et ζ .

avec :

$$\xi = |x|/a \quad \text{et} \quad \zeta = z/a,$$

avec :

x et z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes,

$|x|$: valeur absolue de x ,

a, h : dimensions du remblai définies sur la figure 2 a,

γ : poids volumique du sol en remblai,

v : coefficient de Poisson du sol supportant le remblai.

Exemple 3 :

Considérons un remblai de section triangulaire de 7 m (23 ft) de haut et de pente 2/1. Le poids volumique du matériau en remblai est $2,05 \text{ g/cm}^3$ (128 lb/sq. ft).

Quelle est la contrainte σ_z à 21 m de profondeur sous le bord ?

6-10

Calculons d'abord :

$$\begin{aligned} \gamma h &= 2050 \times 9,81 \times 7 \times 10^{-5} = 1,41 \text{ bar} \\ &= 128 \times 23 = 2940 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

Par ailleurs :

$$a = 2 \times 7 = 14 \text{ m (46 ft)}$$

$$\text{d'où : } \xi = x/a = 1 \quad \text{et} \quad \zeta = z/a = 1,5.$$

$$\text{On lit dans la table : } s_0 = 0,215$$

D'où :

$$\sigma_z = 1,41 \times 0,215 = 0,30 \text{ bar}$$

$$= 2940 \times 0,215 = 630 \text{ lb/sq. ft.}$$

Troisième méthode :

On peut juger plus proche de la réalité de considérer une distribution parabolique de la charge. Dans ce cas, la charge maximale p_{\max} vaut 0,75 γh d'après la formule (1) avec $a' = 0$ et les formules donnant les contraintes s'écrivent :

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = 0,75 \gamma h p_0 \\ \tau_{zx} = \frac{x}{|x|} 0,75 \gamma h p_1 \\ \sigma_x = 0,75 \gamma h p_2 \\ \sigma_y = \nu(\sigma_z + \sigma_x) \quad \text{et} \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right.$$

p_0 , p_1 et p_2 sont des coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans des tables en fonction de $|x|/a$ et z/a .

avec :

x , z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes,

$|x|$: valeur absolue de x ,

a , h : dimensions du remblai définies sur la figure 2 a,

γ : poids volumique du sol en remblai,

ν : coefficient de Poisson du sol supportant le remblai.

Exemple 4 :

Reprendons l'exemple 3. Quelle est la contrainte dans le cas d'une distribution parabolique de la charge ?

Pour $x/a = 1$ et $z/a = 1,5$, on lit dans les tables : $p_0 = 0,290$.

D'où :

$$\begin{aligned}\sigma_z &= 0,75 \times 1,41 \times 0,290 = 0,31 \text{ bar} \\ &= 0,75 \times 2940 \times 0,290 = 640 \text{ lb/sq. ft}\end{aligned}$$

La différence avec le résultat de l'exemple 3 obtenu avec une distribution triangulaire de la charge est très faible. Ceci est une illustration du principe de St. Venant. La différence serait plus grande pour des points plus proches de la charge.

d) Remblai trapézoïdal symétrique (Fig. 2 b).

Plusieurs méthodes sont possibles.

• Première méthode :

Utiliser les formules (3) relatives au remblai trapézoïdal dissymétrique avec $a = b$ et $a' = b'$.

• Deuxième méthode :

Utiliser les formules suivantes :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \frac{\gamma h}{a - a'} \left[as_0(|x|/a, z/a) - a's_0(|x|/a', z/a') \right] \\ \tau_{zx} = \frac{x}{|x|} \frac{\gamma h}{a - a'} \left[as_1(|x|/a, z/a) - a's_1(|x|/a', z/a') \right] \\ \sigma_x = \frac{\gamma h}{a - a'} \left[as_2(|x|/a, z/a) - a's_2(|x|/a', z/a') \right] \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x), \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right.$$

avec :

a, a', h : dimensions du remblai données sur la figure 2 b,

γ : poids volumique du sol en remblai,

v : coefficient de Poisson du sol,

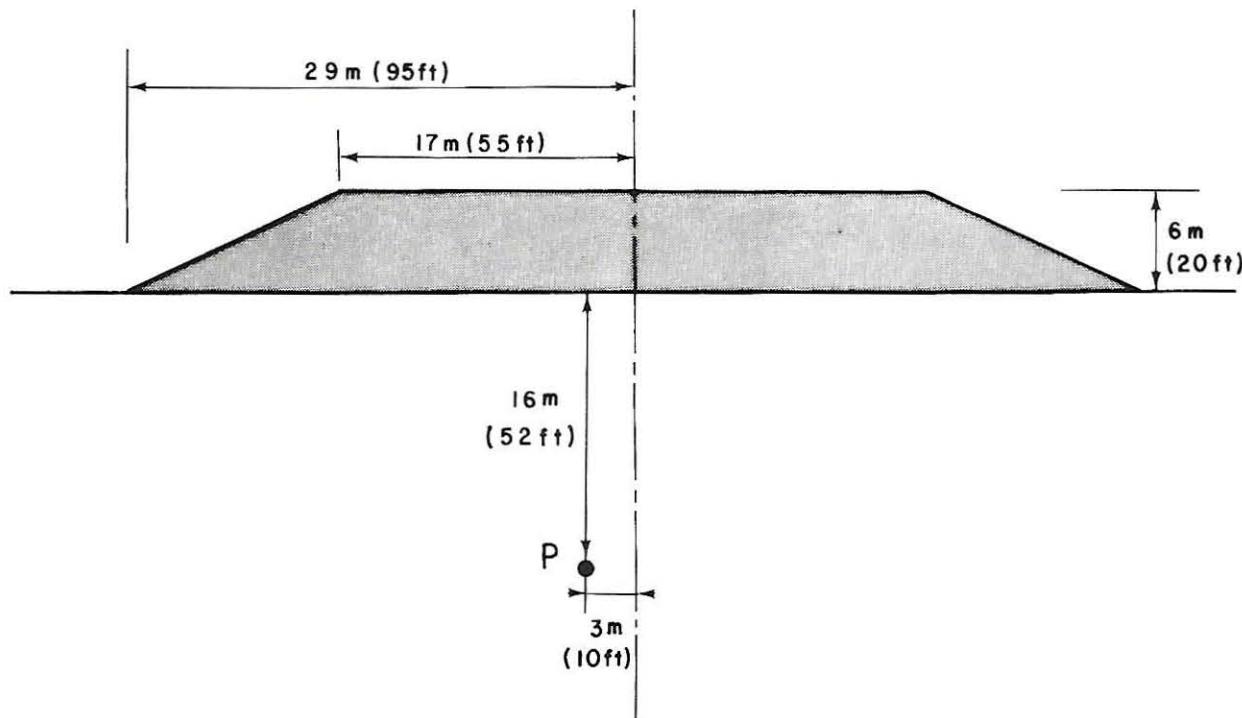
s_0, s_1, s_2 : coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans des tables en fonction de ξ (égal à $|x|/a$ ou $|x|/a'$) et ζ (égal à z/a ou z/a'),
 x, z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes,
 $|x|$: valeur absolue de x .

Exemple 5 :

Considérons le remblai défini par la figure 7. Quelle est la contrainte σ_z au point P sachant que le poids volumique du matériau en remblai est $1,97 \text{ g/cm}^3$ (123 lb/cu. ft) ?

Calculons d'abord γh :

$$\begin{aligned}\gamma h &= 1\,970 \times 9,81 \times 6 \times 10^{-5} = 1,16 \text{ bar} \\ &= 123 \times 20 = 2\,460 \text{ lb/sq. ft.}\end{aligned}$$



6-10

FIG. 7. — Définition du remblai de l'exemple 5.

Ensuite, d'après les notations de la figure 2 b :

$$a = 29 \text{ m} (95 \text{ ft}), \quad a' = 17 \text{ m} (55 \text{ ft}), \quad x = -3 \text{ m} (-10 \text{ ft}), \quad z = 16 \text{ m} (52 \text{ ft})$$

entraînent :

$$|x|/a = 0,1 \quad \text{et} \quad z/a = 0,55, \quad \text{d'où } s_0 = 0,66 ;$$

$$|x|/a' = 0,18 \quad \text{et} \quad z/a' = 0,95, \quad \text{d'où } s_0 = 0,49.$$

Les formules (11) permettent alors de calculer :

$$\sigma_z = \frac{1,16}{12} [29 \times 0,66 - 17 \times 0,49] = 1,04 \text{ bar},$$

$$\sigma_z = \frac{2,460}{60} [95 \times 0,66 - 55 \times 0,49] = 2,200 \text{ lb/sq. ft.}$$

Notons au passage que la valeur de τ_{zx} au point P est négative car $x/|x| = -1$.

• Troisième méthode :

Utiliser les formules (4), (5), (6), (7) ou (8) qui sont valables sans changement d'écriture, que le remblai soit symétrique ou non.

Exemple 6 :

Considérons le remblai routier symétrique défini sur la figure 8. Sachant que le poids volumique du matériau est $\gamma = 1,97 \text{ g/cm}^3$ (123 lb/cu. ft) quelle est la valeur de σ_z aux points M_1 , M_2 , M_3 , M_4 ?

Calculons d'abord :

$$\gamma h = 1970 \times 9,81 \times 6 \times 10^{-5} = 1,16 \text{ bar}$$

$$= 123 \times 20 = 2460 \text{ lb/sq. ft.}$$

Examions ensuite les points M_1 et M_2 . D'après les notations de la figure 3, on a :

$$c_1 = 12 \text{ m} (40 \text{ ft}) \quad \text{et} \quad d_1 = 20 \text{ m} (65 \text{ ft}) ;$$

$$\text{d'où : } c_1/d_1 = 0,6$$

$$\text{et : } z/d_1 = 0,8 \text{ pour } z = 16 \text{ m} (52 \text{ ft})$$

$$z/d_1 = 3 \text{ pour } z = 60 \text{ m} (196 \text{ ft})$$

On en déduit, d'après la table de k_z :

$$k_z = 0,436 \text{ pour } M_1 \quad \text{et} \quad 0,197 \text{ pour } M_2$$

6-10

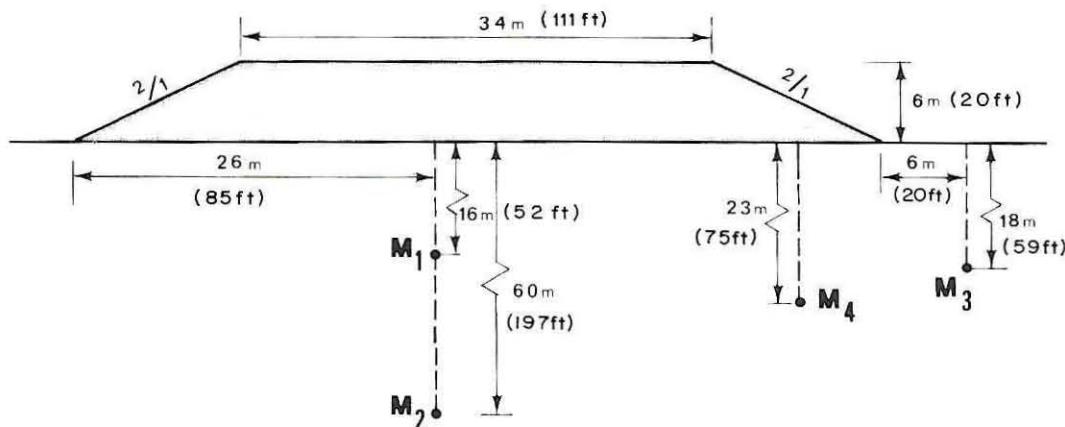


FIG. 8. — Définition du remblai de l'exemple 6.

De l'autre côté, on a :

$$c_2 = 12 \text{ m (40 ft)} \quad \text{et} \quad d_2 = 26 \text{ m (85 ft)},$$

$$\text{d'où : } c_2/d_2 = 0,46$$

$$\text{et : } z/d_2 = 0,61 \quad \text{pour } z = 16 \text{ m (52 ft)},$$

$$z/d_2 = 2,3 \quad \text{pour } z = 60 \text{ m (197 ft)}.$$

On en déduit, d'après la table de k_z :

$$k_z = 0,465 \quad \text{pour } M_1 \quad \text{et} \quad 0,248 \quad \text{pour } M_2$$

D'où, le calcul de σ_z au point M₁ :

$$\sigma_z = 1,16(0,436 + 0,465) = 1,04 \text{ bar}$$

$$= 2460(0,436 + 0,465) = 2200 \text{ lb/sq. ft.}$$

Notons que cette valeur est bien la même que celle obtenue dans l'exemple 5 pour le même problème.

Et le calcul de σ_z au point M₂

$$\sigma_z = 1,16(0,197 + 0,248) = 0,52 \text{ bar}$$

$$= 2460(0,197 + 0,248) = 1100 \text{ lb/sq. ft.}$$

Pour les points M_3 et M_4 , nous ne donnons pas le détail des calculs. On pourra vérifier que :

- pour M_3 :

$$\sigma_z = 1,16(0,494 - 0,324) = 0,197 \text{ bar}$$

$$\sigma_z = 1,16(0,314 - 0,043) = 0,314 \text{ bar} ;$$

- pour M_4 :

$$\sigma_z = 1,16 \times 0,479 = 0,55 \text{ bar.}$$

- Quatrième méthode :

On peut juger qu'il est plus proche de la réalité de considérer une distribution parabolique de la charge. Les formules donnant les contraintes s'écrivent alors :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = p_{\max} p_0 \\ \tau_{zx} = \frac{|x|}{x} p_{\max} p_1 \\ \sigma_x = p_{\max} p_2 \\ \sigma_y = v(\sigma_z + \sigma_x) \quad \text{et} \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0. \end{array} \right.$$

p_0 , p_1 et p_2 sont des coefficients sans dimensions dont les valeurs numériques sont données dans des tables en fonction de $|x|/a$ et z/a , avec :

p_{\max} : contrainte définie par la formule (1). Noter que cette définition n'est possible que si $a' < a/3$ sinon l'emploi des formules (12) est impossible ;

x , z : coordonnées du point où l'on calcule les contraintes ;

a , a' , h : dimensions du remblai définies par la figure 2 b ;

v : coefficient de Poisson du sol supportant le remblai.

On pourra se reporter à l'exemple 4 pour voir une application numérique.

TABLES ET GRAPHIQUES

Coefficients : $d_0, d_1, d_2 \dots$	p. 419-421
$s_0, s_1, s_2 \dots$	p. 422-424
$p_0, p_1, p_2 \dots$	p. 425-427
$k_x, k_z \dots$	p. 428-430

d ₀		ξ																	
		-40	-10	-6	-3	-2	-1	-0,6	-0,2	0	0,2	0,6	1	2	3	6	10	40	
x	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.800	0.400	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
x	0,2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.078	0.437	0.697	0.395	0.061	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000
x	0,4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.007	0.028	0.173	0.379	0.527	0.372	0.110	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000
x	0,6	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.018	0.058	0.205	0.328	0.414	0.334	0.140	0.008	0.001	0.000	0.000	0.000	-0.000
x	0,8	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.032	0.083	0.207	0.285	0.337	0.294	0.155	0.016	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000
x	1,0	0.000	0.000	0.000	0.002	0.008	0.046	0.100	0.198	0.250	0.283	0.258	0.159	0.025	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000
x	1,2	0.000	0.000	0.000	0.004	0.012	0.057	0.109	0.185	0.221	0.243	0.227	0.157	0.034	0.008	0.000	0.000	0.000	0.000
x	1,4	0.000	0.000	0.000	0.005	0.017	0.066	0.112	0.172	0.197	0.213	0.202	0.151	0.041	0.011	0.001	0.000	0.000	0.000
x	1,6	0.000	0.000	0.001	0.007	0.021	0.072	0.113	0.159	0.178	0.189	0.182	0.143	0.048	0.015	0.001	0.000	0.000	0.000
x	1,8	0.000	0.000	0.001	0.009	0.025	0.076	0.111	0.147	0.161	0.170	0.164	0.135	0.053	0.018	0.002	0.000	0.000	0.000
x	2	0.000	0.000	0.001	0.011	0.029	0.078	0.108	0.137	0.148	0.154	0.150	0.127	0.057	0.021	0.002	0.000	0.000	0.000
x	3	0.000	0.001	0.004	0.022	0.042	0.074	0.088	0.099	0.102	0.104	0.103	0.095	0.062	0.033	0.005	0.001	0.000	0.000
x	4	0.000	0.001	0.007	0.028	0.044	0.064	0.071	0.076	0.078	0.079	0.078	0.075	0.058	0.038	0.009	0.002	0.000	0.000
x	5	0.000	0.002	0.009	0.031	0.043	0.055	0.059	0.062	0.063	0.063	0.063	0.061	0.051	0.039	0.012	0.003	0.000	0.000
x	6	0.000	0.003	0.012	0.031	0.040	0.048	0.050	0.052	0.053	0.053	0.053	0.052	0.046	0.037	0.015	0.004	0.000	0.000
x	8	0.000	0.006	0.015	0.029	0.034	0.038	0.039	0.039	0.040	0.040	0.040	0.039	0.037	0.032	0.018	0.007	0.000	0.000
x	10	0.000	0.007	0.016	0.026	0.029	0.031	0.031	0.032	0.032	0.032	0.032	0.030	0.028	0.018	0.009	0.000	0.000	0.000
x	20	0.001	0.010	0.013	0.015	0.015	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.015	0.014	0.010	0.001	0.000
x	40	0.002	0.007	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.002	0.000
x	100	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002

		d_2																	
		-40	-10	-6	-3	-2	-1	-0,6	-0,2	0	0,2	0,6	1	2	3	6	10	40	
x	0	0.000	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.800	0.400	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
x	0,2	0.000	C.CC1	C.CC2	0.006	0.012	0.037	0.077	0.210	0.230	0.242	0.249	0.146	0.024	0.009	0.002	0.001	0.003	0.003
x	0,4	0.000	C.CC1	C.CC3	0.011	0.023	0.064	0.111	0.163	0.127	0.096	0.140	0.142	0.043	0.018	0.004	0.001	0.003	0.003
x	0,6	0.000	C.CC2	C.CC5	0.016	0.032	0.076	0.109	0.108	0.074	0.048	0.078	0.113	0.056	0.025	0.006	0.002	0.003	0.003
x	0,8	0.000	C.CC2	C.CC6	0.021	0.038	0.078	0.093	0.072	0.046	0.026	0.045	0.084	0.061	0.031	0.008	0.003	0.000	0.000
x	1,0	0.000	C.CC3	C.CC8	0.024	0.042	0.072	0.074	0.049	0.029	0.016	0.027	0.061	0.062	0.035	0.009	0.003	0.003	0.003
x	1,2	0.000	C.CC3	C.CC9	0.027	0.044	0.064	0.058	0.034	0.020	0.010	0.018	0.045	0.059	0.037	0.011	0.004	0.003	0.003
x	1,4	0.000	C.CC4	C.CC10	0.029	0.044	0.055	0.046	0.025	0.014	0.007	0.012	0.033	0.054	0.039	0.012	0.005	0.003	0.003
x	1,6	0.000	C.CC5	C.C11	0.030	0.043	0.047	0.036	0.018	0.010	0.005	0.008	0.025	0.049	0.039	0.014	0.005	0.000	0.000
x	1,8	0.000	C.CC5	C.C12	0.031	0.041	0.039	0.028	0.014	0.007	0.003	0.006	0.019	0.043	0.038	0.015	0.006	0.003	0.003
x	2	0.000	C.CC6	C.C13	0.031	0.039	0.033	0.023	0.019	0.006	0.003	0.005	0.015	0.038	0.037	0.016	0.006	0.003	0.003
x	3	0.001	C.CC8	C.C16	0.026	0.025	0.014	0.009	0.004	0.002	0.001	0.001	0.005	0.019	0.026	0.018	0.009	0.001	0.000
x	4	0.001	C.CC9	C.C16	0.019	0.015	0.007	0.004	0.002	0.001	0.000	0.001	0.002	0.010	0.017	0.018	0.010	0.001	0.000
x	5	0.001	C.C10	C.C15	0.013	0.009	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.011	0.016	0.011	0.001	0.000
x	6	0.001	C.C10	C.C13	0.010	0.006	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.007	0.013	0.011	0.001	0.000
x	8	0.001	C.CC9	C.CC9	0.005	0.003	0.001	0.001	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.004	0.009	0.010	0.001	0.000
x	10	0.002	C.CC8	C.CC6	0.003	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.006	0.008	0.002	0.000
x	20	0.003	C.CC3	C.C01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.000
x	40	0.002	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002
x	100	0.000	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

S₀		M																
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40	
X	0	1.000	0.800	0.600	0.400	0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
X	0,2	C.874	C.775	0.593	0.401	0.211	0.062	0.013	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	0,4	C.758	C.700	0.564	0.400	0.240	0.117	0.049	0.011	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	0,6	C.656	C.618	0.520	0.392	0.264	0.158	0.088	0.028	0.011	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	0,8	C.570	C.544	0.473	0.377	0.276	0.187	0.121	0.048	0.021	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1,0	C.500	C.481	0.430	0.358	0.278	0.205	0.145	0.068	0.033	0.007	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1,2	C.442	C.429	0.391	0.336	0.274	0.214	0.161	0.086	0.046	0.012	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1,4	C.395	C.385	0.356	0.315	0.266	0.216	0.171	0.101	0.058	0.016	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1,6	C.356	C.348	0.326	0.294	0.255	0.215	0.176	0.112	0.069	0.022	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1,8	C.323	C.317	0.300	0.275	0.244	0.211	0.178	0.120	0.078	0.027	0.011	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
X	2,0	C.295	C.291	0.278	0.257	0.232	0.205	0.177	0.126	0.086	0.033	0.014	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
X	3,0	C.205	C.203	0.199	C.191	0.181	0.170	0.157	0.130	0.104	0.055	0.029	0.009	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
X	4	C.156	C.155	0.153	0.150	0.145	0.139	0.133	0.118	0.102	0.066	0.041	0.015	0.006	0.003	0.000	0.000	0.000
X	5	C.126	C.125	0.124	0.122	0.120	0.117	0.113	0.104	0.094	0.069	0.048	0.022	0.010	0.005	0.000	0.000	0.000
X	6	C.105	C.105	0.104	0.103	0.102	0.100	0.097	0.092	0.086	0.068	0.051	0.027	0.014	0.007	0.001	0.000	0.000
X	8	C.079	C.079	0.079	0.078	0.078	0.077	0.076	0.073	0.070	0.061	0.051	0.033	0.020	0.012	0.002	0.000	0.000
X	10	C.063	C.063	0.063	0.063	0.062	0.062	0.060	0.059	0.054	0.047	0.034	0.024	0.016	0.003	0.000	0.000	0.000
X	20	C.032	C.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.031	0.031	0.030	0.029	0.027	0.024	0.020	0.008	0.001	0.000
X	40	C.016	C.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	0.015	0.015	0.014	0.010	0.004	0.000
X	100	C.006	C.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005

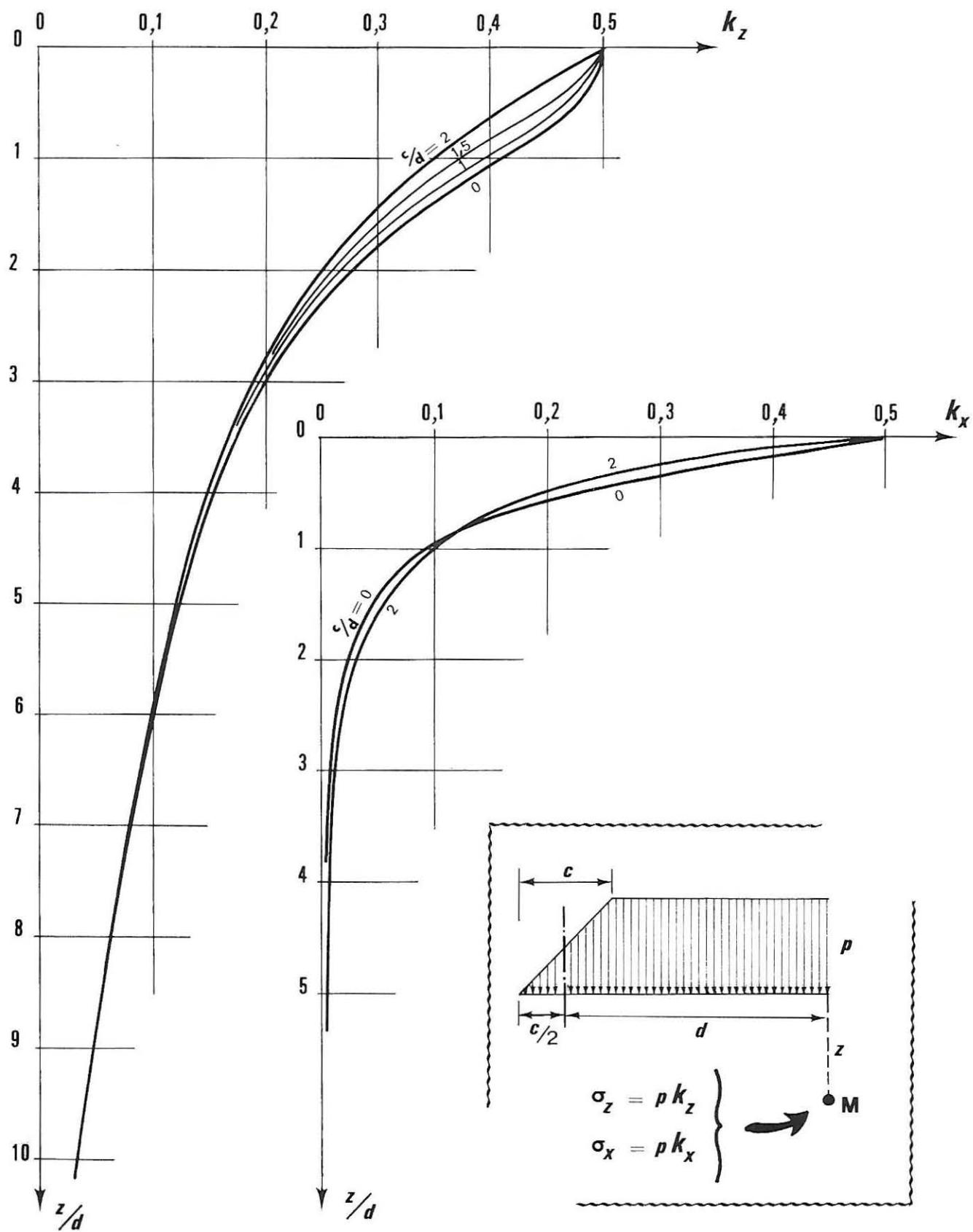
S₁		M₂															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
x	0	C.CCC	C.CCC	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	C.CCC	C.C55	0.130	0.137	0.126	0.081	0.035	0.010	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,4	C.CCC	C.100	0.161	0.181	0.169	0.128	0.082	0.032	0.015	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,6	C.CCC	C.089	0.152	0.181	0.177	0.149	0.112	0.056	0.030	0.009	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
x	0,8	C.CCC	C.075	0.132	0.164	0.169	0.153	0.127	0.076	0.044	0.014	0.006	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
	1,0	C.CCC	C.062	0.112	0.143	0.154	0.148	0.131	0.089	0.057	0.021	0.009	0.003	0.001	0.001	0.000	0.000
	1,2	C.CCC	C.C51	0.094	0.123	0.137	0.137	0.128	0.096	0.067	0.027	0.013	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000
	1,4	C.CCC	C.042	0.078	0.105	0.121	0.125	0.121	0.099	0.074	0.033	0.016	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000
{	1,6	0.000	C.035	0.066	0.090	0.106	0.113	0.112	0.098	0.078	0.038	0.020	0.007	0.003	0.002	0.000	0.000
	1,8	C.CCC	C.030	0.056	0.078	0.093	0.101	0.103	0.095	0.079	0.043	0.023	0.008	0.004	0.002	0.000	0.000
	2,0	C.CCC	C.025	0.048	0.067	0.081	0.090	0.094	0.091	0.079	0.046	0.026	0.010	0.004	0.002	0.000	0.000
	3,0	C.CCC	C.013	0.025	0.036	0.045	0.053	0.059	0.065	0.066	0.053	0.037	0.017	0.009	0.005	0.001	0.000
x	4	C.CCC	C.007	0.015	0.022	0.028	0.033	0.038	0.046	0.049	0.048	0.040	0.023	0.013	0.008	0.001	0.000
	5	C.CCC	C.005	0.010	0.014	0.019	0.023	0.026	0.033	0.037	0.041	0.038	0.026	0.016	0.010	0.002	0.000
	6	C.CCC	C.003	0.007	0.010	0.013	0.016	0.019	0.024	0.028	0.034	0.034	0.027	0.018	0.012	0.002	0.000
	8	0.000	C.002	0.004	0.006	0.008	0.010	0.011	0.015	0.017	0.023	0.025	0.024	0.020	0.015	0.004	0.001
x	10	0.000	C.001	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.010	0.012	0.016	0.019	0.021	0.019	0.016	0.005	0.001
	20	C.CCC	C.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.005	0.006	0.008	0.009	0.010	0.008	0.003
	40	C.CCC	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.004
	100	C.CCC	C.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002

S₂		μ															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
X	0	1.000	0.800	0.600	0.400	0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.460	0.453	0.403	0.325	0.247	0.183	0.122	0.060	0.036	0.015	0.008	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000
	0,4	0.253	0.259	0.261	0.251	0.233	0.206	0.169	0.103	0.066	0.029	0.016	0.007	0.004	0.003	0.001	0.000
	0,6	0.148	0.156	0.172	0.187	0.194	0.190	0.173	0.125	0.087	0.041	0.023	0.011	0.006	0.004	0.001	0.000
X	0,8	0.091	0.098	0.117	0.138	0.155	0.162	0.159	0.131	0.099	0.051	0.030	0.014	0.008	0.005	0.001	0.000
	1,0	0.059	0.065	0.081	0.102	0.121	0.134	0.138	0.127	0.104	0.059	0.036	0.017	0.010	0.006	0.002	0.000
	1,2	0.039	0.044	0.058	0.076	0.094	0.109	0.117	0.117	0.103	0.065	0.041	0.020	0.011	0.007	0.002	0.000
	1,4	0.027	0.031	0.042	0.058	0.074	0.088	0.098	0.105	0.099	0.068	0.045	0.023	0.013	0.009	0.002	0.001
X	1,6	0.020	0.023	0.032	0.044	0.058	0.071	0.082	0.093	0.092	0.069	0.048	0.025	0.015	0.010	0.003	0.001
	1,8	0.015	0.017	0.024	0.035	0.046	0.058	0.068	0.081	0.084	0.069	0.050	0.027	0.016	0.011	0.003	0.001
	2,0	0.011	0.013	0.019	0.027	0.037	0.048	0.057	0.071	0.076	0.068	0.051	0.029	0.018	0.012	0.003	0.001
	3,0	0.004	0.004	0.007	0.010	0.014	0.020	0.025	0.035	0.044	0.052	0.049	0.034	0.023	0.016	0.005	0.001
X	4	0.002	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.012	0.019	0.025	0.036	0.039	0.034	0.026	0.019	0.006	0.002
	5	0.001	0.001	0.002	0.004	0.005	0.007	0.011	0.015	0.024	0.030	0.031	0.026	0.020	0.007	0.002	0.000
	6	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007	0.010	0.017	0.022	0.026	0.024	0.021	0.008	0.002	0.000
	8	-0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.009	0.013	0.018	0.020	0.019	0.009	0.003	0.000
X	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.005	0.008	0.012	0.015	0.016	0.010	0.004	0.000
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.008	0.005	0.000
	40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.004	0.000
	100	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

p_0		x/a															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
ρ/Z	0	1.000	0.960	0.840	0.640	0.360	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,2	0.967	0.927	0.809	0.615	0.356	0.109	0.021	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,4	0.891	0.855	0.747	0.577	0.370	0.185	0.078	0.016	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,6	0.802	0.771	0.680	0.542	0.382	0.235	0.132	0.041	0.015	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	0,8	0.715	0.689	0.617	0.509	0.385	0.267	0.173	0.069	0.029	0.006	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ρ/Z	1,0	0.637	0.617	0.561	0.477	0.380	0.284	0.203	0.096	0.046	0.010	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	1,2	0.569	0.554	0.511	0.446	0.369	0.292	0.222	0.120	0.064	0.016	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	1,4	0.512	0.500	0.467	0.416	0.356	0.292	0.233	0.138	0.080	0.022	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
	1,6	0.464	0.455	0.429	0.389	0.340	0.288	0.238	0.153	0.094	0.030	0.011	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
ρ/Z	1,8	0.423	0.416	0.395	0.364	0.324	0.282	0.239	0.163	0.107	0.037	0.015	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000
	2,0	0.388	0.382	0.366	0.340	0.309	0.273	0.237	0.170	0.116	0.044	0.018	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000
	3,0	0.271	0.269	0.263	0.253	0.241	0.225	0.209	0.173	0.139	0.074	0.038	0.012	0.004	0.002	0.000	0.000
	4	0.207	0.206	0.203	0.199	0.193	0.185	0.177	0.157	0.136	0.088	0.054	0.021	0.009	0.004	0.000	0.000
ρ/Z	5	0.167	0.167	0.165	0.163	0.159	0.155	0.150	0.139	0.126	0.092	0.064	0.029	0.014	0.007	0.001	0.000
	6	0.140	0.140	0.139	0.137	0.135	0.133	0.130	0.123	0.114	0.091	0.068	0.036	0.019	0.010	0.001	0.000
	8	0.105	0.105	0.104	0.103	0.102	0.101	0.098	0.094	0.081	0.068	0.044	0.027	0.016	0.002	0.000	0.000
	10	0.085	0.084	0.084	0.084	0.083	0.082	0.080	0.078	0.071	0.063	0.046	0.032	0.021	0.003	0.000	0.000
ρ/Z	20	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.041	0.039	0.036	0.032	0.027	0.011	0.002
	40	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.020	0.020	0.019	0.014	0.005	0.000
	100	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.005

p_1		x/a															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
x/a	z/a	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,2	0.000	0.000	0.116	0.162	0.181	0.129	0.054	0.014	0.006	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,4	0.000	0.085	0.160	0.214	0.226	0.184	0.119	0.046	0.021	0.006	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,6	0.000	0.088	0.164	0.215	0.228	0.203	0.157	0.079	0.041	0.012	0.005	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
0,8	0.000	0.081	0.151	0.198	0.215	0.203	0.172	0.105	0.061	0.020	0.008	0.003	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
1,0	0.000	0.071	0.132	0.175	0.195	0.193	0.174	0.121	0.078	0.028	0.013	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1,2	0.000	0.061	0.114	0.153	0.174	0.178	0.168	0.130	0.091	0.037	0.017	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1,4	0.000	0.051	0.097	0.132	0.154	0.162	0.159	0.132	0.099	0.045	0.022	0.007	0.003	0.002	0.000	0.000	0.000
1,6	0.000	0.044	0.083	0.114	0.135	0.146	0.147	0.131	0.104	0.052	0.026	0.009	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000
1,8	0.000	0.037	0.071	0.099	0.119	0.131	0.135	0.126	0.106	0.058	0.031	0.011	0.005	0.003	0.000	0.000	0.000
2,0	0.000	0.032	0.061	0.086	0.105	0.117	0.123	0.120	0.105	0.062	0.035	0.013	0.006	0.003	0.000	0.000	0.000
3,0	0.000	0.016	0.032	0.047	0.059	0.070	0.077	0.086	0.087	0.071	0.050	0.023	0.012	0.006	0.001	0.000	0.000
4	0.000	0.010	0.019	0.028	0.037	0.044	0.051	0.060	0.065	0.064	0.053	0.030	0.017	0.010	0.002	0.000	0.000
5	0.000	0.006	0.013	0.019	0.025	0.030	0.035	0.043	0.049	0.054	0.050	0.034	0.022	0.014	0.002	0.000	0.000
6	0.000	0.005	0.009	0.013	0.018	0.022	0.025	0.032	0.037	0.045	0.045	0.035	0.025	0.017	0.003	0.000	0.000
8	0.000	0.003	0.005	0.008	0.010	0.013	0.015	0.019	0.023	0.030	0.034	0.032	0.027	0.020	0.005	0.001	0.000
10	0.000	0.002	0.003	0.005	0.007	0.008	0.010	0.013	0.016	0.021	0.025	0.027	0.025	0.021	0.007	0.001	0.000
20	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.004	0.006	0.008	0.011	0.013	0.014	0.011	0.003	0.000
40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.005	0.000
100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.000

p_2		x/a															
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2	3	4	6	8	10	20	40
ρ/Z	0	1.000	0.960	0.840	0.640	0.360	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	0,2	0.597	0.577	0.518	0.432	0.339	0.262	0.175	0.083	0.049	0.020	0.011	0.005	0.003	0.002	0.003	0.000
	0,4	0.358	0.351	0.335	0.316	0.299	0.276	0.231	0.141	0.090	0.039	0.022	0.010	0.005	0.003	0.001	0.000
	0,6	0.218	0.220	0.225	0.235	0.246	0.247	0.230	0.169	0.118	0.055	0.032	0.014	0.008	0.005	0.001	0.000
	0,8	0.138	0.143	0.156	0.176	0.196	0.208	0.208	0.175	0.134	0.069	0.040	0.018	0.010	0.007	0.002	0.000
	1,0	0.090	0.096	0.111	0.132	0.155	0.172	0.180	0.168	0.139	0.079	0.048	0.023	0.013	0.008	0.002	0.001
	1,2	0.061	0.066	0.080	0.100	0.122	0.140	0.152	0.154	0.137	0.086	0.055	0.027	0.015	0.010	0.003	0.001
	1,4	0.043	0.047	0.059	0.077	0.096	0.114	0.128	0.138	0.131	0.091	0.060	0.030	0.018	0.011	0.003	0.001
	1,6	0.031	0.035	0.045	0.060	0.077	0.093	0.107	0.122	0.122	0.092	0.064	0.033	0.020	0.013	0.003	0.001
	1,8	0.023	0.026	0.034	0.047	0.061	0.076	0.090	0.107	0.111	0.092	0.067	0.036	0.022	0.014	0.004	0.001
	2,0	0.017	0.020	0.027	0.037	0.050	0.063	0.075	0.093	0.101	0.090	0.068	0.039	0.024	0.016	0.004	0.001
	3,0	0.006	0.007	0.010	0.014	0.020	0.026	0.033	0.047	0.058	0.069	0.065	0.045	0.031	0.022	0.006	0.002
	4	0.003	0.003	0.004	0.006	0.009	0.013	0.017	0.025	0.033	0.048	0.052	0.045	0.034	0.025	0.008	0.002
	5	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.015	0.020	0.032	0.040	0.041	0.034	0.027	0.009	0.003
	6	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.009	0.013	0.022	0.030	0.035	0.033	0.028	0.011	0.003
	8	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.011	0.017	0.024	0.026	0.025	0.013	0.004	
	10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.006	0.010	0.016	0.020	0.021	0.014	0.005
	20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.011	0.007
	40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.005
	100	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.001



Coefficient k_z

z/d	Valeurs de c/d												
	0	0,5	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
0	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0,1	0.500	0.500	0.500	0.500	0.499	0.499	0.499	0.499	0.498	0.496	0.493	0.484	
0,2	0.498	0.498	0.497	0.497	0.496	0.496	0.495	0.494	0.492	0.489	0.484	0.478	0.468
0,3	0.495	0.494	0.492	0.491	0.490	0.488	0.486	0.483	0.480	0.475	0.469	0.462	0.453
0,4	0.489	0.487	0.483	0.481	0.479	0.477	0.474	0.470	0.466	0.463	0.454	0.446	0.437
0,5	0.480	0.478	0.471	0.469	0.467	0.463	0.460	0.455	0.450	0.444	0.438	0.430	0.422
0,6	0.468	0.466	0.458	0.455	0.452	0.448	0.444	0.440	0.434	0.429	0.422	0.415	0.407
0,7	0.455	0.452	0.443	0.440	0.437	0.433	0.429	0.424	0.419	0.413	0.407	0.400	0.393
0,8	0.440	0.437	0.427	0.424	0.421	0.417	0.413	0.408	0.403	0.398	0.392	0.385	0.379
0,9	0.425	0.422	0.411	0.408	0.405	0.401	0.397	0.393	0.388	0.383	0.377	0.371	0.365
1,0	0.409	0.406	0.395	0.392	0.389	0.386	0.382	0.378	0.373	0.368	0.363	0.358	0.352
1,2	0.378	0.375	0.365	0.362	0.359	0.356	0.353	0.349	0.345	0.341	0.337	0.333	0.328
1,4	0.348	0.345	0.337	0.335	0.332	0.329	0.326	0.323	0.320	0.317	0.313	0.309	0.306
1,5	0.334	0.331	0.324	0.322	0.319	0.317	0.314	0.311	0.308	0.305	0.302	0.299	0.295
1,6	0.321	0.318	0.311	0.309	0.307	0.305	0.303	0.300	0.297	0.294	0.292	0.288	0.285
1,8	0.297	0.295	0.289	0.287	0.285	0.283	0.281	0.279	0.277	0.274	0.272	0.269	0.267
2,0	0.275	0.273	0.268	0.267	0.265	0.264	0.262	0.260	0.258	0.256	0.254	0.252	0.250
2,2	0.256	0.254	0.250	0.249	0.248	0.246	0.245	0.244	0.242	0.240	0.239	0.237	0.235
2,5	0.231	0.230	0.227	0.226	0.225	0.224	0.223	0.222	0.220	0.219	0.218	0.216	0.215
3	0.198	0.197	0.195	0.195	0.194	0.193	0.192	0.192	0.191	0.190	0.189	0.188	0.187
4	0.153	0.153	0.152	0.151	0.151	0.151	0.150	0.150	0.149	0.149	0.149	0.148	0.148
5	0.124	0.124	0.123	0.123	0.123	0.123	0.123	0.122	0.122	0.122	0.122	0.121	0.121
10	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
20	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032

Coefficient k_x

Valeurs de c/d

z/d	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2
0	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0,05	0.468	0.468	0.468	0.468	0.467	0.466	0.465	0.463	0.461	0.459	0.457	0.449	0.433
0,10	0.437	0.437	0.436	0.435	0.435	0.433	0.431	0.427	0.423	0.419	0.416	0.404	0.389
0,15	0.406	0.406	0.405	0.404	0.403	0.401	0.398	0.393	0.387	0.383	0.378	0.366	0.352
0,20	0.376	0.376	0.374	0.374	0.373	0.370	0.366	0.360	0.353	0.349	0.344	0.333	0.321
0,25	0.347	0.347	0.345	0.344	0.343	0.340	0.336	0.330	0.323	0.318	0.314	0.304	0.294
0,30	0.320	0.319	0.318	0.317	0.315	0.312	0.308	0.302	0.295	0.291	0.286	0.278	0.270
0,35	0.294	0.293	0.292	0.291	0.289	0.286	0.281	0.276	0.269	0.266	0.262	0.255	0.249
0,40	0.269	0.269	0.267	0.266	0.265	0.262	0.257	0.252	0.246	0.243	0.240	0.235	0.230
0,45	0.246	0.246	0.245	0.244	0.242	0.239	0.235	0.231	0.226	0.223	0.221	0.216	0.212
0,50	0.225	0.225	0.223	0.223	0.221	0.219	0.215	0.211	0.207	0.205	0.203	0.199	0.197
0,55	0.206	0.205	0.204	0.203	0.202	0.200	0.197	0.193	0.190	0.188	0.187	0.184	0.182
0,60	0.188	0.187	0.186	0.186	0.185	0.183	0.180	0.177	0.175	0.173	0.172	0.170	0.169
0,65	0.171	0.171	0.170	0.169	0.169	0.167	0.165	0.163	0.161	0.160	0.159	0.158	0.157
0,70	0.156	0.156	0.155	0.155	0.154	0.153	0.151	0.150	0.148	0.147	0.147	0.146	0.146
0,75	0.142	0.142	0.142	0.141	0.141	0.140	0.139	0.137	0.136	0.136	0.136	0.136	0.136
0,80	0.130	0.130	0.129	0.129	0.129	0.128	0.127	0.127	0.126	0.126	0.126	0.126	0.127
0,90	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.109	0.110
1,0	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.091	0.092	0.092	0.093	0.093	0.095	0.096
1,2	0.065	0.065	0.065	0.065	0.065	0.066	0.067	0.068	0.069	0.070	0.071	0.072	0.074
1,5	0.040	0.040	0.041	0.041	0.041	0.042	0.043	0.044	0.046	0.047	0.048	0.049	0.051
2	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	0.023	0.024	0.025	0.026	0.026	0.028	0.029
3	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.008	0.008	0.009	0.009	0.010	0.010	0.011	0.012
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

(Voir graphique p. 428)

EXPRESSION DES COEFFICIENTS

$$d_0 = \frac{1}{\pi} \left[(1 - \xi) \left(\operatorname{Arctg} \frac{\xi}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} \right) + \frac{\xi \zeta}{\xi^2 + \zeta^2} \right]$$

$$d_1 = \frac{1}{\pi} \left[\zeta \left(\operatorname{Arctg} \frac{\xi}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} \right) - \frac{\zeta^2}{\xi^2 + \zeta^2} \right]$$

$$d_2 = \frac{1}{\pi} \left[(1 - \xi) \left(\operatorname{Arctg} \frac{\xi}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} \right) - \frac{\xi \zeta}{\xi^2 + \zeta^2} + \zeta \operatorname{Log} \frac{\xi^2 + \zeta^2}{(\xi - 1)^2 + \zeta^2} \right]$$

$$s_0 = \frac{1}{\pi} \left[\xi \left(\operatorname{Arctg} \frac{\xi + 1}{\zeta} + \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} - 2 \operatorname{Arctg} \frac{\xi}{\zeta} \right) + \operatorname{Arctg} \frac{\xi + 1}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} \right]$$

$$s_1 = \frac{\xi}{\pi} \left[2 \operatorname{Arctg} \frac{\xi}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi + 1}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} \right]$$

$$s_2 = \frac{1}{\pi} \left[\xi \left(\operatorname{Arctg} \frac{\xi + 1}{\zeta} + \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} - 2 \operatorname{Arctg} \frac{\xi}{\zeta} \right) + \operatorname{Arctg} \frac{\xi + 1}{\zeta} - \operatorname{Arctg} \frac{\xi - 1}{\zeta} + 2 \zeta \operatorname{Log} \frac{\xi^2 + \zeta^2}{\sqrt{(\xi^2 + \zeta^2 + 1)^2 - 4 \xi^2}} \right]$$

$$p_0 = \frac{1}{\pi a^2} \left[(x^2 - a^2 + z^2) \left(\operatorname{Arctg} \frac{x - a}{z} - \operatorname{Arctg} \frac{x + a}{z} \right) + 2 az \right]$$

$$p_1 = \frac{1}{\pi a^2} \left[2 zx \left(\operatorname{Arctg} \frac{x + a}{z} - \operatorname{Arctg} \frac{x - a}{z} \right) + z^2 \operatorname{Log} \frac{(x - a)^2 + z^2}{(x + a)^2 + z^2} \right]$$

$$p_2 = \frac{1}{\pi a^2} \left[(x^2 - a^2 + z^2) \left(\operatorname{Arctg} \frac{x - a}{z} - \operatorname{Arctg} \frac{x + a}{z} \right) + 2 zx \operatorname{Log} \frac{(x + a)^2 + z^2}{(x - a)^2 + z^2} - 6 az \right]$$

$$k_x = \frac{1}{\pi} \left[\frac{2 d + c}{2 c} \operatorname{Arctg} \frac{2 d + c}{2 z} - \frac{2 d - c}{2 c} \operatorname{Arctg} \frac{2 d - c}{2 z} - \frac{z}{c} \operatorname{Log} \frac{(2 d + c)^2 + 4 z^2}{(2 d - c)^2 + 4 z^2} \right]$$

$$k_z = \frac{1}{\pi} \left[\frac{2 d + c}{2 c} \operatorname{Arctg} \frac{2 d + c}{2 z} - \frac{2 d - c}{2 c} \operatorname{Arctg} \frac{2 d - c}{2 z} \right]$$

6-10

BIBLIOGRAPHIE

Nous avons obtenu les coefficients donnés dans cette section par intégration des formules de Flamant [1] et nous avons publié deux articles à ce sujet [2, 3]. Des études analogues, mais moins complètes, ont été faites par Jurgenson [4] et Osterberg [5].

REFERENCES

- [1] M. FLAMANT, "Sur la répartition des pressions dans un solide rectangulaire chargé transversalement", Comptes Rendus à l'Académie des Sciences, 114 (Paris, 1892), 1465-1468.
- [2] J.P. GIROUD, "Calcul rapide des contraintes provoquées dans le sol par un remblai", Bulletin de liaison des Laboratoires Routiers, L.C.P.C., 35 (déc. 1968), 83-88.
- [3] J.P. GIROUD, "Applications de la théorie de l'élasticité au calcul du tassement des remblais routiers", Revue Générale des Routes et des Aérodromes, 455 (juin 1970), 62-78.
- [4] L. JURGENSON, "The application of theories of elasticity and plasticity to foundations problems", Contributions to Soil Mechanics, 1925-1940, Boston Soc. of Civil Engineers (Boston, 1940).
- [5] J.O. OSTERBERG, "Ligne d'influence des contraintes dans un massif semi-infini chargé par un remblai", C.R. 4^e Cong. Int. Mec. Sols. Trav. Fond. 1 (Londres 1957), 393-394.

SECTION 6-11

REMBLAI DE GRANDE LONGUEUR ET DE SECTION SYMÉTRIQUE TRIANGULAIRE OU TRAPÉZOÏDALE

(digues, remblais routiers)
sur une couche de sol homogène
d'épaisseur finie

SOMMAIRE

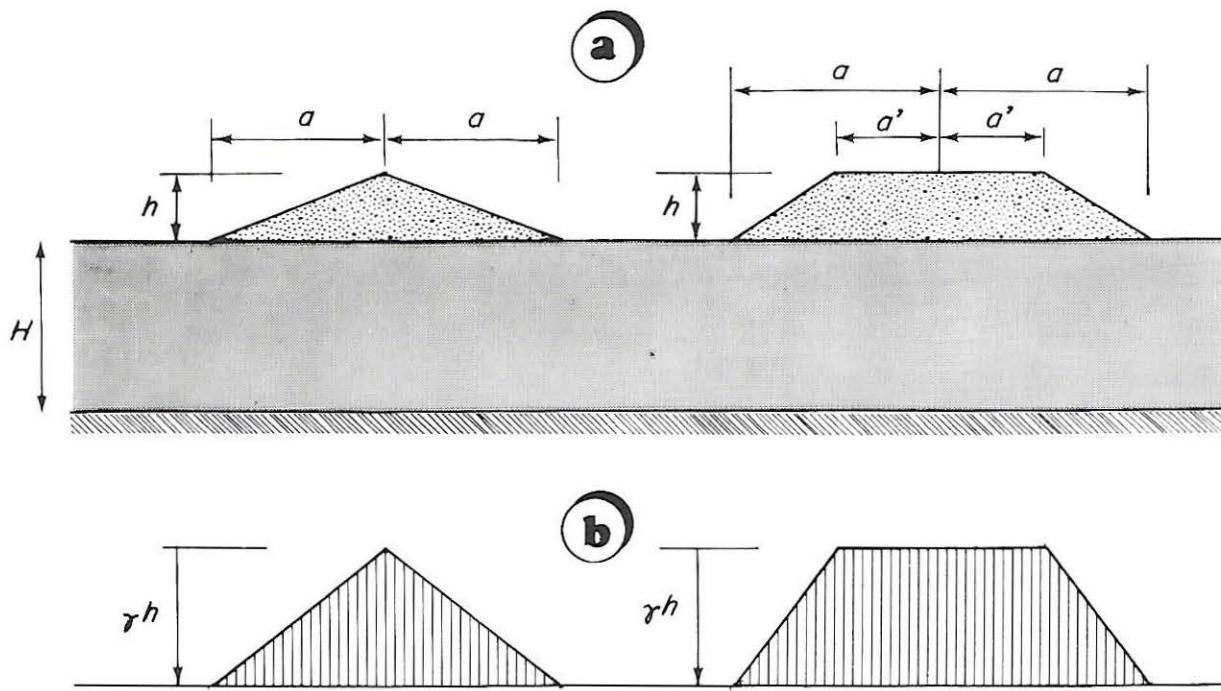
- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Tables et Graphiques
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

La couche de sol homogène d'épaisseur H repose sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement. Si cette adhérence n'est pas parfaite les contraintes σ_x et τ_{zx} au voisinage de la surface de contact seront moins fortes que celles données ici, le tassement sera plus important et la contrainte σ_z sera peu affectée. Si la couche de sol n'est pas parfaitement homogène, les contraintes seront peu affectées tandis que le calcul direct du tassement ne fournira qu'un ordre de grandeur. Encore faut-il que l'on ait pu estimer une valeur moyenne des propriétés du sol pour toute la couche.

DEFINITION DE LA CHARGE

On admet que le remblai exerce sur le sol une charge normale dont la distribution se déduit de la section par une affinité de rapport γ (poids volumique du matériau en remblai) (Voir Fig. 1). Ainsi, la répartition de la charge est triangulaire ou trapézoïdale selon que la section du remblai est triangulaire ou trapézoïdale.



6-11

FIG. 1. — (a) Définition des sections de remblais et de la couche de sol qui les supporte. (b) Charge équivalente.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENTa) Remblai de section triangulaire.

Le tassement de tout point de la surface du sol est donné directement par :

$$(1) \quad w = \frac{\gamma h}{E} ar_H$$

avec :

γ : poids volumique du sol en remblai,

h : hauteur du remblai,

a : demi-largeur du remblai,

E : module d'Young du sol supportant le remblai,

r_H : coefficient sans dimensions dépendant de v , H/a et x/a ,

v : coefficient de Poisson du sol supportant le remblai,

H : épaisseur de la couche de sol,

x : abscisse du point dont on calcule le tassement.

Les valeurs numériques de r_H sont données dans des tables et graphiques.

Exemple 1 :

Quel est le tassement au centre et au bord de la base d'un remblai de section triangulaire symétrique de 7 m (23 ft) de haut et de pente 2/1, reposant sur une couche de sol de 21 m (69 ft) d'épaisseur ? Le poids volumique du matériau en remblai est $2,05 \text{ g/cm}^3$ (128 lb/cu. ft) et les propriétés de la couche de sol sont $E = 34 \text{ bars}$ ($71\,000 \text{ lb/sq. ft}$) et $v = 0,3$.

Calculons d'abord :

$$\gamma h = 2\,050 \times 9,81 \times 7 \times 10^{-5} = 1,41 \text{ bar}$$

$$= 128 \times 23 = 2\,940 \text{ lb/sq. ft.}$$

Par ailleurs : $H/a = 1,5$.

On lit alors dans la table relative à $v = 0,3$:

$$r_H = 0,83 \quad \text{pour } x/a = 0 \quad (\text{centre})$$

$$r_H = 0,17 \quad \text{pour } x/a = 1 \quad (\text{bord})$$

Le tassement est alors donné par la formule (1) :

Au centre :

$$\begin{aligned} w &= \frac{1,41}{34} \times 14 \times 0,83 = 0,48 \text{ m} = 48 \text{ cm} \\ &= \frac{2940}{71000} \times 46 \times 0,83 = 1,58 \text{ ft} = 19 \text{ in.} \end{aligned}$$

Au bord :

$$\begin{aligned} w &= \frac{1,41}{34} \times 14 \times 0,17 = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm} \\ &= \frac{2940}{71000} \times 46 \times 0,17 = 0,32 \text{ ft} = 4 \text{ in.} \end{aligned}$$

Notons que la déformée de la surface du sol est donnée directement par la courbe $H/a = 1,5$ du graphique de r_H' relatif à $\nu = 0,3$.

b) Remblai de section trapézoïdale.

Le tassement de tout point de la surface du sol est donné directement par :

$$(2) \quad w = \frac{\gamma h}{E} \frac{a^2}{a - a'} \left[r_H' - \left(\frac{a'}{a} \right)^2 r_H' \right]$$

avec les mêmes notations que la formule (1) et, en plus :

a' : demi-largeur de la plate-forme,

r_H' : coefficient identique à r_H mais relatif à H/a' .

Exemple 2 :

Quel est le tassement du centre et du bord de la base du remblai dont la section est donnée sur la figure 2 ? Le poids volumique du matériau en remblai est $\gamma = 1,89 \text{ g/cm}^3$ (118 lb/cu. ft) et les propriétés de la couche de sol sont : $E = 40 \text{ bars}$ (84000 lb/sq. ft) et $\nu = 0,2$.

Calculons d'abord :

$$\begin{aligned} \gamma h &= 1890 \times 9,81 \times 5,5 \times 10^{-5} = 1,02 \text{ bar} \\ &= 118 \times 18 = 2120 \text{ lb/sq. ft.} \end{aligned}$$

Par ailleurs, le coefficient r_H sera calculé avec $H/a = 0,5$ et le coefficient r_H' avec $H/a' = 1$.

Tassement du centre ($x/a = x/a' = 0$)

Dans la table relative à $\nu = 0,2$, on lit :

$$r_H = 0,405 \quad \text{et} \quad r_H' = 0,707$$

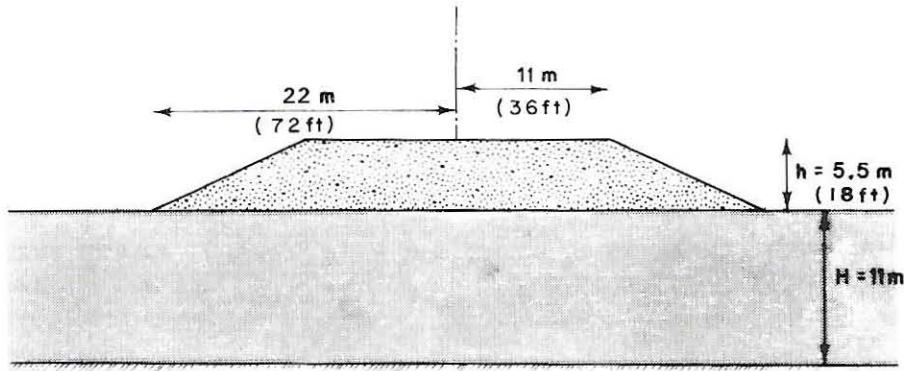


FIG. 2. — Définition du remblai de l'exemple 2.

D'où :

$$w = \frac{1,02}{40} \times \frac{(22)^2}{11} \left[0,405 - \left(\frac{11}{22} \right)^2 0,707 \right] = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$w = \frac{2 \cdot 120}{84 \cdot 000} \times \frac{(72)^2}{36} \left[0,405 - \left(\frac{36}{72} \right)^2 0,707 \right] = 8,3 \text{ ft} = 10 \text{ in.}$$

Tassement du bordDans la table relative à $\nu = 0,2$, on lit :

$$r_H = 0,025 \quad \text{pour} \quad x/a = 1$$

$$r'_H = -0,002 \quad \text{pour} \quad x/a' = 2$$

D'où :

$$w = \frac{1,02}{40} \times \frac{(22)^2}{11} \left[0,025 + \left(\frac{11}{22} \right)^2 0,002 \right] = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm},$$

$$w = \frac{2 \cdot 120}{84 \cdot 000} \times \frac{(72)^2}{36} \left[0,025 + \left(\frac{36}{72} \right)^2 0,002 \right] = 0,1 \text{ ft}$$

CALCUL DES CONTRAINTESa) Remblai de section triangulaire.

Les contraintes σ_z , τ_{zx} et σ_x sont données en tout point du sol sous forme de courbes isobares ("bulbes") pour les valeurs suivantes de H/a :

0,5 , 0,75 , 1 , 2,5 , 3 , 4 et 5.

Toutes ces valeurs ont été calculées pour $\nu = 0,3$ (coefficient de Poisson). Cependant σ_z ne variant qu'extrêmement peu avec le coefficient de Poisson, on pourra utiliser ces résultats pour toute valeur de ν . De même, τ_{zx} dépend assez peu de

ν et les valeurs données ici pourront être utilisées avec une bonne approximation. En revanche σ_x étant assez sensible aux variations du coefficient de Poisson, on n'utilisera ses valeurs données ici que pour $\nu = 0,3$.

Exemple 3 :

Quelle est la valeur de σ_z au point P de la figure 3, sachant que le poids volumique du sol en remblai est $2,05 \text{ g/cm}^3$ (128 lb/cu. ft) ?

On a :

$$H/a = 2,5, \quad x/a = z/a = 0,5.$$

On lit, sur le graphique relatif à $H/a = 2,5$: $\sigma_z/\gamma h = 0,49$.

Par ailleurs :

$$\gamma h = 2\ 050 \times 9,81 \times 7 \times 10^{-5} = 1,41 \text{ bar}$$

$$= 128 \times 23 = 2\ 940 \text{ lb/sq. ft.}$$

D'où :

$$\sigma_z = 0,49 \times 1,41 = 0,69 \text{ bar}$$

$$= 0,49 \times 2\ 940 = 1\ 440 \text{ lb/sq. ft}$$

b) Remblai de section trapézoïdale.

Il faut utiliser le principe de superposition et considérer le trapèze comme la différence de deux triangles.

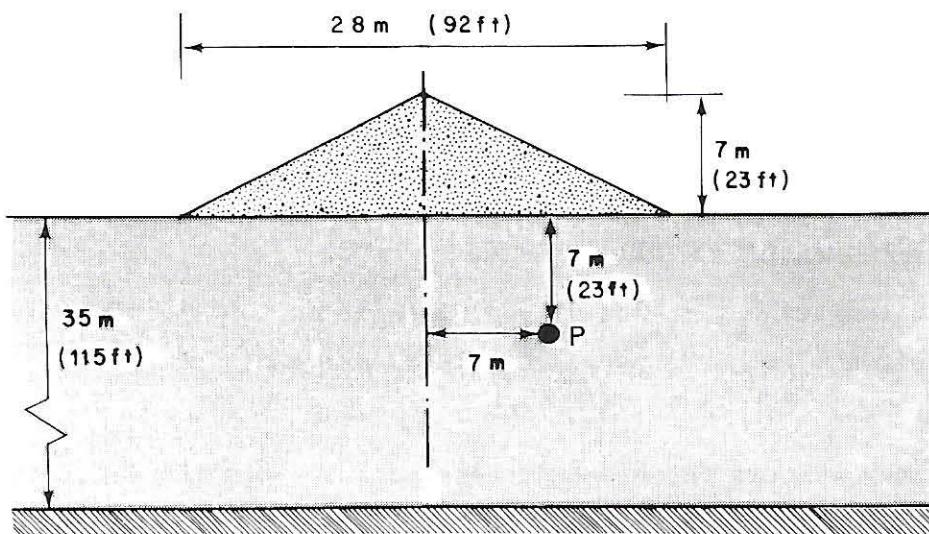


FIG. 3. — Définition du remblai de l'exemple 3.

Exemple 4 :

Considérons le remblai de l'exemple 3 à mi-hauteur en cours de construction. Quelle est la valeur de σ_z au point P (Fig. 4) ?

La contrainte en P s'obtient en faisant la différence entre la contrainte due au remblai terminé (calculée dans l'exemple 3) et celle due à la partie du remblai qui reste à construire. Cette partie est un triangle dont la demi-largeur est :

$$a' = 7 \text{ m} \quad (23 \text{ ft})$$

On a alors :

$$H/a' = 5, \quad x/a' = z/a' = 1.$$

On lit alors, dans le graphique relatif à $H/a = 5$:

$$\sigma_z/\gamma h = 0,22.$$

Mais γh est ici relatif à h' , hauteur de la partie non construite du remblai, égale à $h/2$.

$$\text{D'où : } \gamma h = 0,70 \text{ bar}$$

$$(1\ 470 \text{ lb/sq. ft})$$

Et :

$$\sigma_z = 0,22 \times 0,7 = 0,15 \text{ bar}$$

$$= 0,22 \times 1\ 470 = 320 \text{ lb/sq. ft.}$$

D'où, par soustraction :

$$\sigma_z = 0,69 - 0,15 = 0,54 \text{ bar}$$

$$= 1\ 440 - 320 = 1\ 120 \text{ lb/sq. ft.}$$

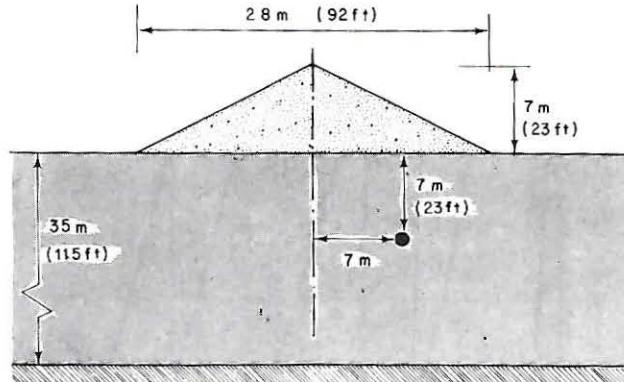


FIG. 4. - Définition du remblai de l'exemple 4.

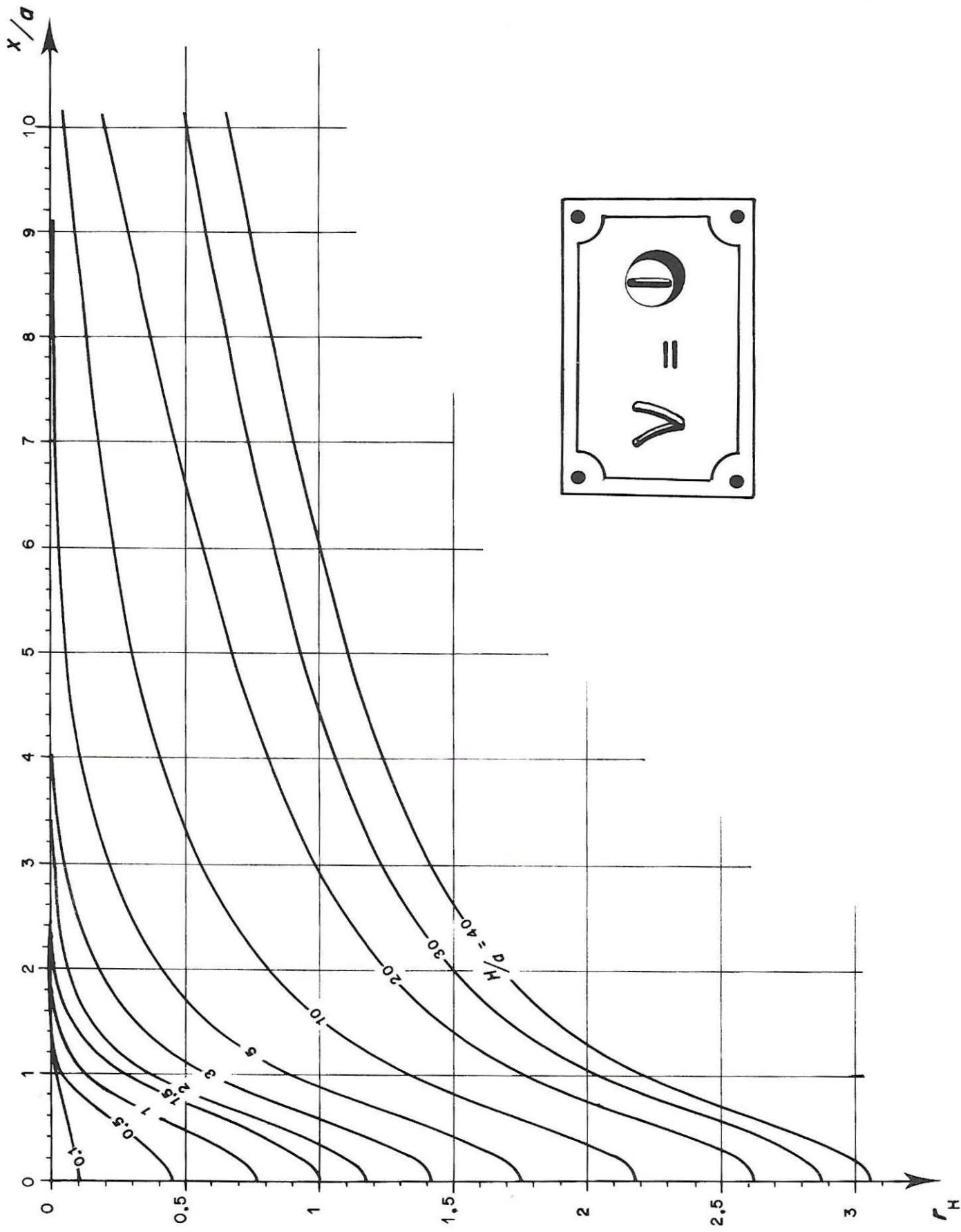
TABLES ET GRAPHIQUES

— Calcul du tassement

Coefficient r_H p. 440 à 449

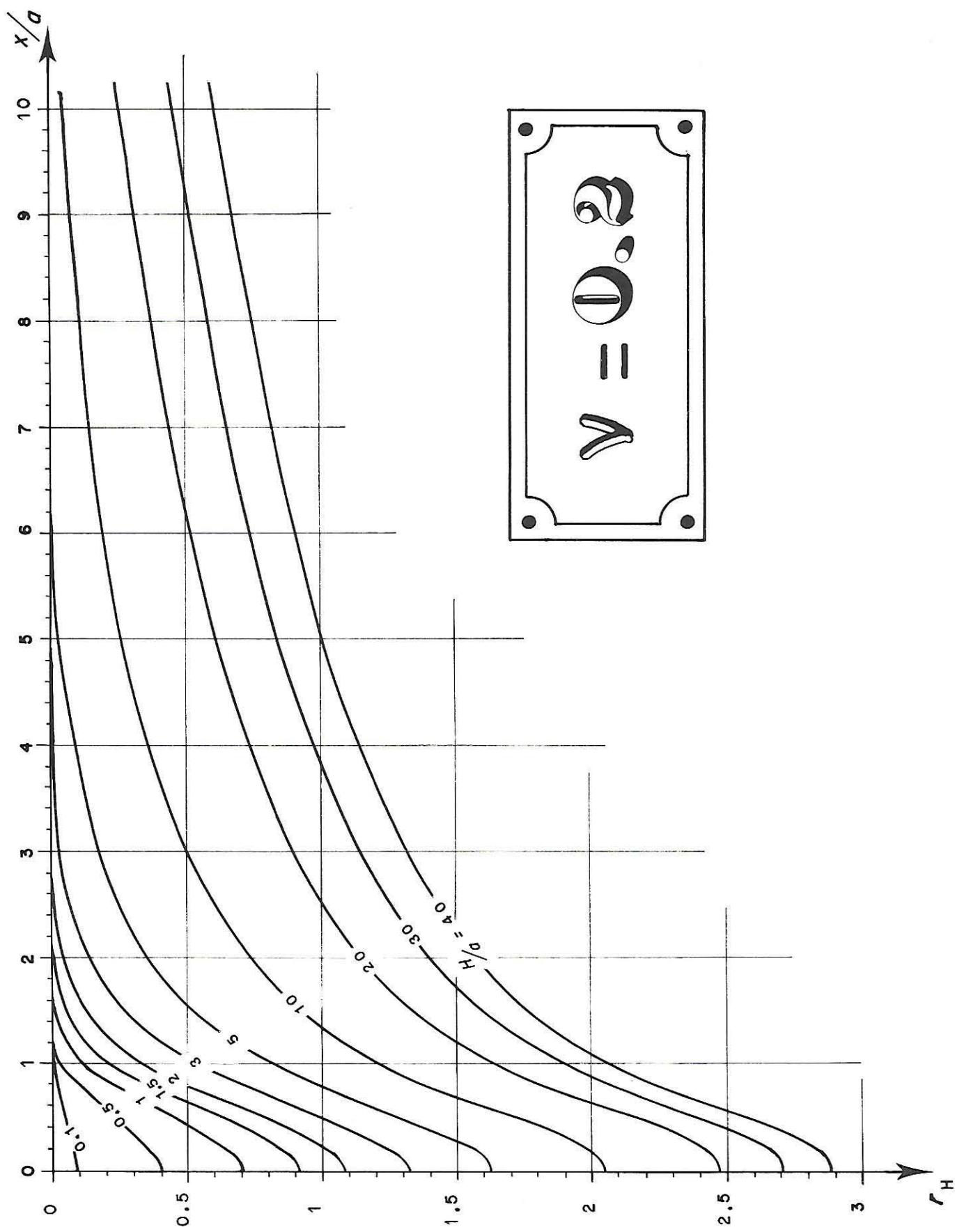
— Calcul des contraintes

Courbes isobares p. 450 à 470



r_H  x/a

	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2	3	4	5	10	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0.1	0.100	0.082	0.062	0.042	0.022	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	
0.2	0.193	0.163	0.122	0.082	0.041	0.006	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	
0.3	0.283	0.243	0.183	0.121	0.061	0.011	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	
0.4	0.368	0.321	0.244	0.162	0.083	0.019	0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	
0.5	0.449	0.391	0.304	0.204	0.107	0.029	-0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	
0.6	0.524	0.466	0.363	0.246	0.133	0.043	-0.001	-0.000	0.001	0.002	0.002	0.002	
0.7	0.593	0.533	0.419	0.289	0.162	0.059	-0.000	-0.002	0.001	0.002	0.002	0.002	
0.8	0.658	0.594	0.473	0.332	0.192	0.079	0.003	-0.003	0.001	0.001	0.002	0.002	
0.9	0.718	0.652	0.524	0.374	0.224	0.100	0.007	-0.003	-0.000	0.001	0.001	0.002	
1.0	0.774	0.706	0.573	0.414	0.256	0.123	0.014	-0.003	-0.001	0.001	0.001	0.002	
1.1	0.826	0.756	0.619	0.454	0.288	0.148	0.023	-0.002	-0.002	0.001	0.001	0.002	
1.2	0.874	0.804	0.662	0.492	0.320	0.173	0.033	0.001	-0.003	0.000	0.001	0.002	
1.3	0.920	0.848	0.704	0.529	0.351	0.198	0.045	0.004	-0.004	-0.001	0.001	0.002	
1.4	0.963	0.890	0.743	0.565	0.382	0.224	0.059	0.009	-0.004	-0.001	0.001	0.002	
1.5	1.003	0.929	0.781	0.599	0.412	0.249	0.073	0.015	-0.005	-0.002	0.000	0.002	
1.6	1.041	0.967	0.817	0.632	0.441	0.275	0.088	0.022	-0.005	-0.003	-0.000	0.002	
1.7	1.077	1.003	0.851	0.664	0.470	0.300	0.104	0.031	-0.004	-0.003	-0.001	0.002	
1.8	1.112	1.037	0.883	0.694	0.498	0.325	0.121	0.040	-0.003	-0.004	-0.001	0.001	
1.9	1.144	1.069	0.914	0.724	0.525	0.349	0.137	0.050	-0.001	-0.005	-0.002	0.001	
2.0	1.175	1.100	0.944	0.752	0.551	0.372	0.154	0.060	0.001	-0.005	-0.003	0.001	
2.5	1.312	1.235	1.076	0.879	0.670	0.483	0.239	0.119	0.021	-0.003	-0.005	0.001	
3.0	1.425	1.348	1.184	0.987	0.773	0.581	0.321	0.182	0.051	0.007	-0.005	0.000	
3.5	1.522	1.444	1.282	1.079	0.863	0.668	0.397	0.245	0.090	0.025	0.001	-0.001	
H/a	4	1.606	1.527	1.365	1.160	0.943	0.745	0.467	0.307	0.130	0.049	0.012	-0.003
	5	1.746	1.668	1.504	1.298	1.079	0.878	0.591	0.419	0.216	0.106	0.047	-0.006
	6	1.862	1.783	1.618	1.412	1.191	0.989	0.697	0.518	0.298	0.170	0.093	-0.005
	7	1.959	1.880	1.716	1.509	1.287	1.084	0.788	0.606	0.374	0.232	0.143	0.000
	8	2.044	1.965	1.800	1.592	1.371	1.167	0.870	0.684	0.445	0.294	0.194	0.011
	9	2.119	2.040	1.874	1.667	1.445	1.240	0.942	0.754	0.509	0.353	0.244	0.026
	10	2.185	2.106	1.941	1.733	1.511	1.307	1.007	0.818	0.569	0.407	0.293	0.045
	11	2.246	2.167	2.002	1.794	1.571	1.366	1.066	0.876	0.624	0.458	0.338	0.067
	12	2.301	2.221	2.057	1.849	1.627	1.421	1.120	0.929	0.675	0.506	0.384	0.091
	13	2.352	2.273	2.107	1.899	1.676	1.471	1.170	0.979	0.722	0.551	0.427	0.115
	14	2.399	2.320	2.155	1.947	1.724	1.519	1.217	1.025	0.767	0.594	0.469	0.140
	15	2.443	2.364	2.198	1.990	1.767	1.562	1.259	1.067	0.809	0.634	0.505	0.166
	16	2.484	2.405	2.240	2.031	1.808	1.603	1.300	1.108	0.849	0.673	0.541	0.192
	17	2.522	2.443	2.277	2.069	1.846	1.641	1.338	1.145	0.885	0.707	0.575	0.216
	18	2.559	2.479	2.314	2.106	1.883	1.677	1.374	1.181	0.920	0.742	0.609	0.241
	19	2.593	2.514	2.348	2.140	1.917	1.712	1.408	1.215	0.954	0.777	0.641	0.266
	20	2.626	2.547	2.381	2.173	1.950	1.744	1.441	1.247	0.986	0.806	0.671	0.290
	25	2.767	2.688	2.523	2.314	2.091	1.885	1.582	1.387	1.124	0.942	0.804	0.403
	30	2.880	2.801	2.635	2.427	2.204	1.998	1.694	1.499	1.235	1.052	0.913	0.499
	40	3.063	2.984	2.818	2.610	2.387	2.181	1.877	1.682	1.417	1.232	1.091	0.665
	50	3.205	3.126	2.960	2.751	2.528	2.322	2.018	1.823	1.558	1.373	1.231	0.799
	100	3.638	3.559	3.393	3.185	2.962	2.756	2.451	2.256	1.990	1.805	1.662	1.221
	1000	4.964	4.885	4.720	4.511	4.288	4.082	3.778	3.582	3.316	3.130	2.988	2.544
	∞												



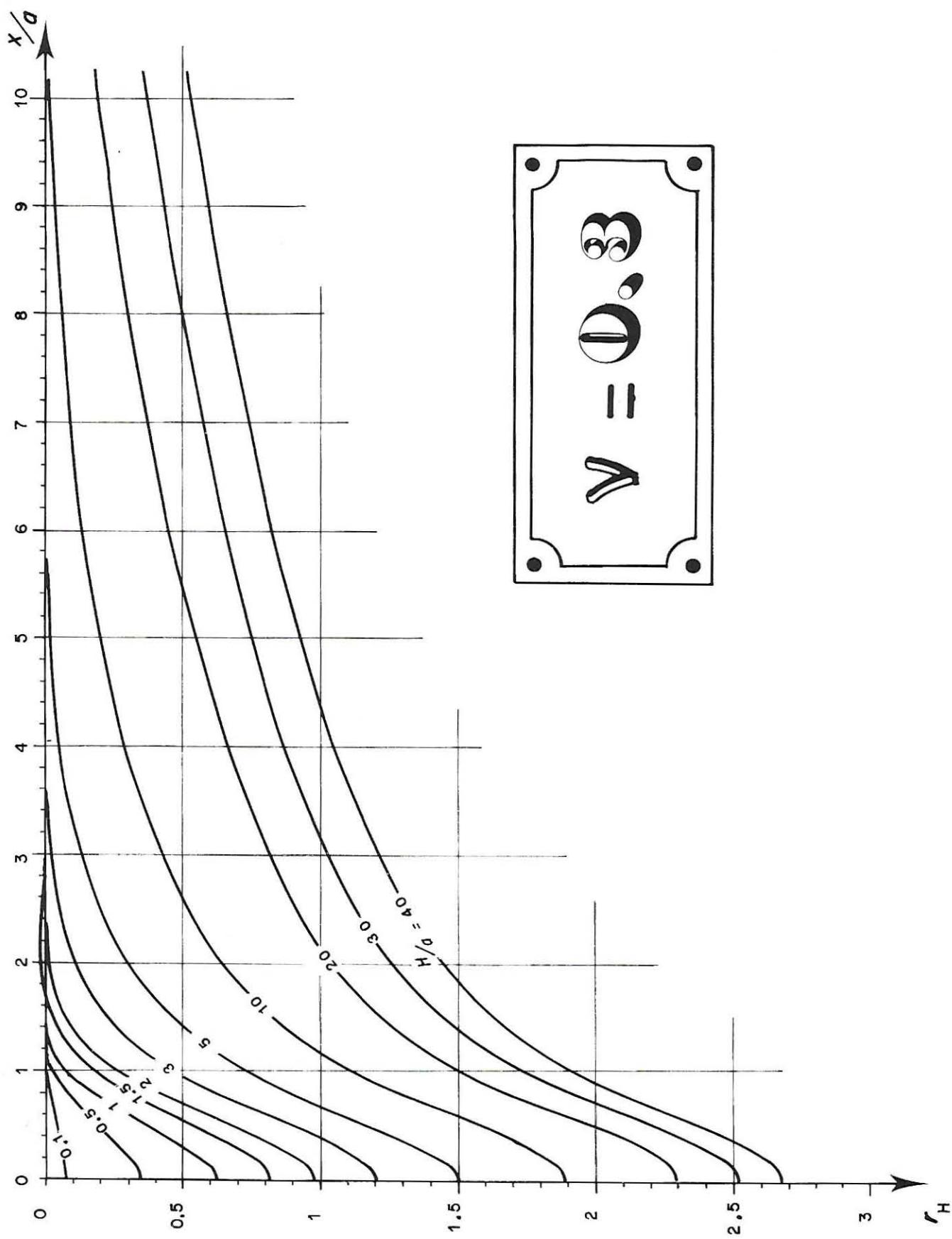
r_H

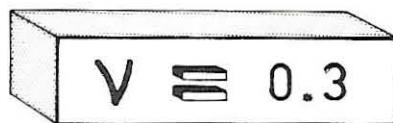
$V = 0.2$

 X/a

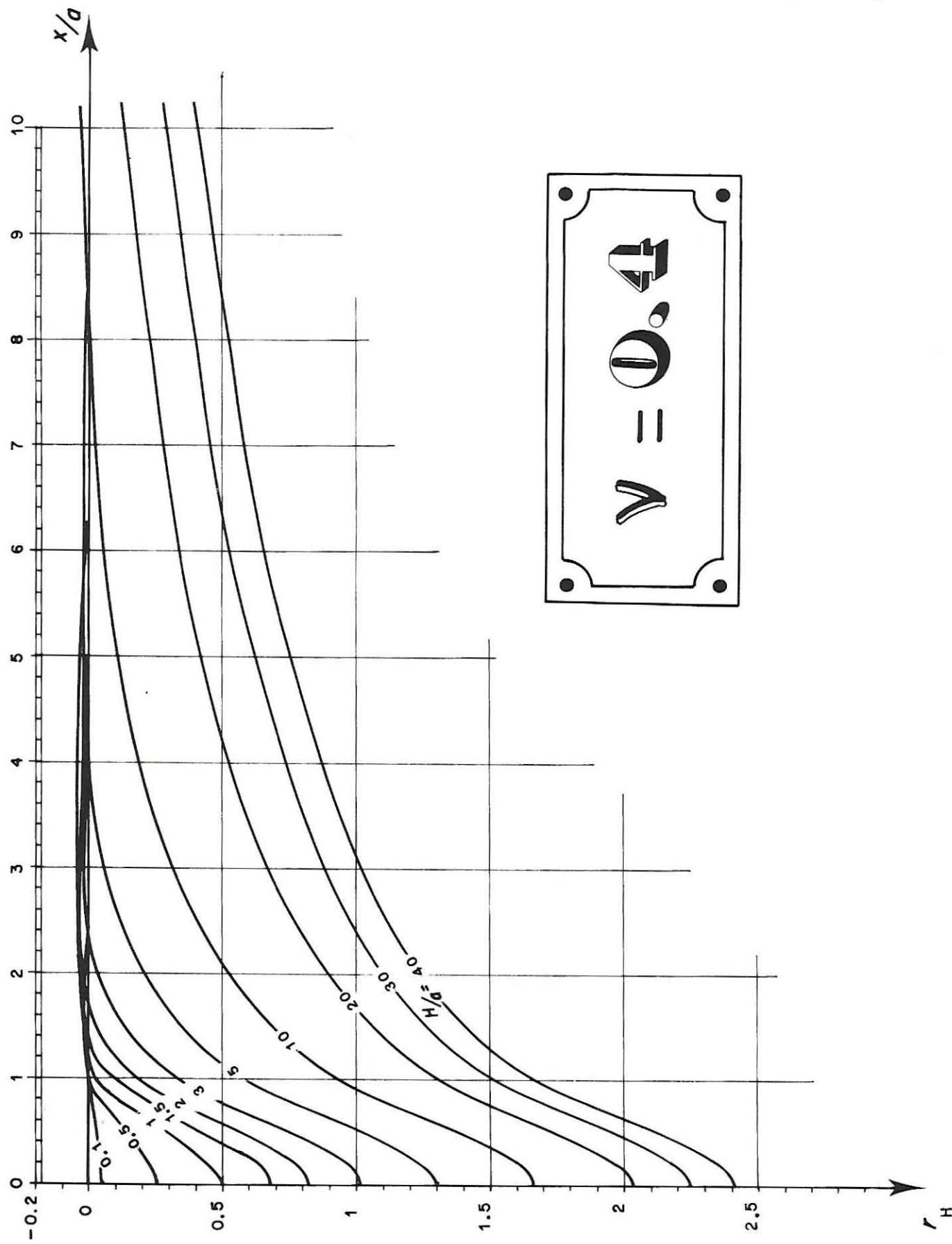
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2	3	4	5	10
H/a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.090	0.073	0.055	0.037	0.019	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.2	0.174	0.146	0.109	0.073	0.037	0.005	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.3	0.255	0.218	0.164	0.109	0.055	0.010	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.4	0.332	0.288	0.219	0.145	0.074	0.016	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.5	0.405	0.352	0.273	0.182	0.095	0.025	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.6	0.474	0.420	0.325	0.220	0.117	0.036	-0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.7	0.538	0.481	0.377	0.258	0.142	0.049	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
0.8	0.598	0.539	0.426	0.296	0.168	0.065	0.002	-0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.9	0.655	0.592	0.473	0.334	0.196	0.083	0.005	-0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
1.0	0.707	0.643	0.518	0.371	0.224	0.103	0.009	-0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
1.1	0.756	0.690	0.561	0.407	0.253	0.124	0.016	-0.002	0.000	0.001	0.001	0.001
1.2	0.802	0.735	0.602	0.442	0.281	0.145	0.023	-0.001	-0.001	0.001	0.001	0.001
1.3	0.845	0.777	0.641	0.477	0.310	0.168	0.033	0.001	-0.001	0.001	0.001	0.001
1.4	0.886	0.817	0.678	0.510	0.338	0.191	0.044	0.004	-0.002	0.001	0.001	0.001
1.5	0.924	0.853	0.713	0.542	0.366	0.214	0.055	0.009	-0.003	0.000	0.001	0.001
1.6	0.960	0.890	0.747	0.572	0.393	0.237	0.068	0.014	-0.003	-0.000	0.001	0.001
1.7	0.995	0.924	0.779	0.602	0.419	0.259	0.082	0.020	-0.004	-0.001	0.001	0.001
1.8	1.027	0.956	0.810	0.631	0.445	0.282	0.096	0.027	-0.003	-0.002	0.001	0.001
1.9	1.058	0.986	0.839	0.658	0.470	0.304	0.110	0.035	-0.003	-0.002	0.000	0.001
2.0	1.088	1.016	0.868	0.685	0.494	0.326	0.125	0.043	-0.002	-0.003	-0.001	0.001
2.5	1.219	1.145	0.994	0.805	0.607	0.429	0.201	0.093	0.011	-0.004	-0.003	0.001
3.0	1.327	1.253	1.096	0.908	0.704	0.521	0.276	0.149	0.035	0.002	-0.004	0.001
3.5	1.419	1.345	1.190	0.953	0.790	0.603	0.347	0.206	0.067	0.014	-0.002	0.001
4	1.500	1.425	1.269	1.073	0.866	0.676	0.412	0.263	0.102	0.033	0.005	-0.000
5	1.635	1.559	1.402	1.205	0.995	0.803	0.529	0.367	0.178	0.081	0.031	-0.003
6	1.745	1.670	1.512	1.314	1.103	0.909	0.630	0.460	0.254	0.137	0.069	-0.005
7	1.839	1.763	1.605	1.407	1.194	1.000	0.717	0.543	0.325	0.194	0.112	-0.003
8	1.920	1.844	1.686	1.487	1.275	1.079	0.794	0.617	0.391	0.251	0.158	0.004
9	1.992	1.916	1.758	1.558	1.345	1.149	0.863	0.684	0.452	0.304	0.204	0.015
10	2.056	1.980	1.821	1.622	1.409	1.213	0.926	0.745	0.508	0.355	0.249	0.030
11	2.114	2.038	1.880	1.680	1.467	1.270	0.982	0.800	0.560	0.402	0.292	0.047
12	2.167	2.090	1.932	1.733	1.520	1.323	1.034	0.851	0.609	0.449	0.334	0.067
13	2.216	2.140	1.981	1.781	1.568	1.371	1.082	0.899	0.653	0.491	0.374	0.088
14	2.261	2.186	2.027	1.827	1.613	1.416	1.127	0.943	0.697	0.532	0.413	0.110
15	2.303	2.227	2.068	1.868	1.655	1.458	1.167	0.983	0.736	0.569	0.447	0.133
16	2.343	2.267	2.108	1.908	1.964	1.497	1.207	1.022	0.774	0.607	0.482	0.157
17	2.379	2.303	2.144	1.944	1.730	1.533	1.243	1.058	0.809	0.640	0.514	0.179
18	2.414	2.338	2.180	1.979	1.765	1.568	1.277	1.092	0.843	0.673	0.546	0.202
19	2.447	2.371	2.213	2.013	1.799	1.601	1.310	1.125	0.875	0.706	0.576	0.224
20	2.479	2.403	2.244	2.044	1.830	1.633	1.342	1.156	0.905	0.734	0.605	0.247
25	2.615	2.539	2.380	2.179	1.965	1.768	1.476	1.290	1.038	0.864	0.732	0.351
30	2.723	2.647	2.488	2.288	2.074	1.876	1.585	1.398	1.145	0.969	0.836	0.442
40	2.899	2.823	2.664	2.464	2.249	2.052	1.760	1.573	1.319	1.142	1.007	0.600
50	3.035	2.959	2.800	2.600	2.385	2.182	1.896	1.709	1.454	1.277	1.140	0.727
100	3.451	3.375	3.216	3.016	2.802	2.604	2.313	2.125	1.869	1.691	1.554	1.132
1000	4.733	4.657	4.498	4.298	4.084	3.886	3.594	3.406	3.151	2.972	2.836	2.410
∞												

6-11



r_H  x/a

	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2	3	4	5	10
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.075	0.061	0.046	0.031	0.016	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.1	0.146	0.121	0.091	0.061	0.030	0.003	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.2	0.216	0.183	0.136	0.090	0.044	0.005	-0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.3	0.284	0.245	0.183	0.120	0.059	0.009	-0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.4	0.349	0.301	0.230	0.151	0.075	0.014	-0.002	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
0.5	0.411	0.363	0.277	0.183	0.093	0.021	-0.004	-0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.6	0.470	0.418	0.323	0.216	0.113	0.031	-0.006	-0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
0.7	0.526	0.470	0.367	0.249	0.134	0.043	-0.007	-0.004	0.000	0.001	0.001	0.001
0.8	0.577	0.520	0.410	0.283	0.158	0.057	-0.006	-0.006	-0.000	0.001	0.001	0.001
0.9	0.626	0.566	0.451	0.316	0.182	0.072	-0.004	-0.008	-0.001	0.001	0.001	0.001
1.0	0.672	0.610	0.490	0.349	0.207	0.090	-0.001	-0.009	-0.002	0.000	0.001	0.001
1.1	0.715	0.652	0.528	0.381	0.232	0.108	0.004	-0.010	-0.003	-0.000	0.001	0.001
1.2	0.755	0.691	0.564	0.412	0.258	0.128	0.011	-0.010	-0.005	-0.001	0.001	0.001
1.3	0.793	0.728	0.598	0.442	0.283	0.147	0.019	-0.009	-0.006	-0.001	0.000	0.001
1.4	0.829	0.763	0.631	0.471	0.308	0.168	0.028	-0.007	-0.008	-0.002	-0.000	0.001
1.5	0.863	0.797	0.663	0.500	0.332	0.188	0.038	-0.004	-0.010	-0.003	-0.000	0.001
1.6	0.895	0.828	0.693	0.527	0.357	0.209	0.049	-0.000	-0.011	-0.004	-0.001	0.001
1.7	0.926	0.859	0.721	0.554	0.380	0.229	0.061	0.005	-0.012	-0.005	-0.001	0.001
1.8	0.955	0.887	0.749	0.579	0.403	0.249	0.073	0.010	-0.013	-0.007	-0.002	0.001
1.9	0.983	0.915	0.776	0.604	0.426	0.269	0.086	0.016	-0.013	-0.009	-0.003	0.001
2.0	1.107	1.037	0.894	0.716	0.530	0.363	0.153	0.057	-0.007	-0.013	-0.008	0.001
3.0	1.209	1.139	0.991	0.814	0.621	0.449	0.221	0.106	0.010	-0.013	-0.013	0.000
3.5	1.296	1.226	1.079	0.895	0.701	0.525	0.286	0.157	0.035	-0.006	-0.014	-0.001
4	1.372	1.301	1.154	0.969	0.773	0.594	0.347	0.208	0.065	0.007	-0.012	-0.003
5	1.500	1.429	1.280	1.093	0.894	0.713	0.456	0.304	0.131	0.046	0.006	-0.008
6	1.605	1.533	1.384	1.196	0.996	0.813	0.550	0.391	0.200	0.094	0.036	-0.013
7	1.694	1.622	1.472	1.284	1.083	0.899	0.632	0.469	0.265	0.145	0.073	-0.015
8	1.771	1.699	1.549	1.360	1.159	0.974	0.705	0.538	0.326	0.197	0.113	-0.013
9	1.838	1.767	1.617	1.428	1.226	1.040	0.770	0.601	0.383	0.246	0.155	-0.006
10	1.899	1.828	1.677	1.488	1.826	1.100	0.829	0.658	0.436	0.293	0.195	0.004
11	1.954	1.883	1.732	1.543	1.341	1.155	0.882	0.710	0.484	0.337	0.235	0.018
12	2.005	1.932	1.782	1.593	1.391	1.204	0.931	0.758	0.530	0.380	0.273	0.034
13	2.051	1.979	1.828	1.639	1.437	1.250	0.976	0.803	0.572	0.420	0.311	0.052
14	2.094	2.022	1.872	1.682	1.480	1.293	1.019	0.845	0.612	0.457	0.347	0.071
15	2.133	2.062	1.911	1.722	1.519	1.332	1.057	0.893	0.650	0.493	0.378	0.091
16	2.171	2.099	1.949	1.759	1.556	1.370	1.095	0.920	0.686	0.528	0.411	0.112
17	2.206	2.134	1.983	1.794	1.591	1.404	1.129	0.953	0.719	0.559	0.441	0.132
18	2.239	2.167	2.016	1.827	1.624	1.437	1.162	0.986	0.750	0.590	0.471	0.152
19	2.270	2.198	2.048	1.858	1.656	1.468	1.193	1.017	0.780	0.621	0.490	0.172
20	2.300	2.228	2.078	1.888	1.685	1.498	1.222	1.046	0.810	0.647	0.527	0.193
25	2.429	2.357	2.206	2.016	1.813	1.626	1.350	1.174	0.935	0.770	0.646	0.289
30	2.532	2.460	2.309	2.120	1.917	1.729	1.453	1.276	1.036	0.870	0.744	0.374
40	2.699	2.627	2.476	2.286	2.083	1.896	1.619	1.442	1.201	1.034	0.906	0.522
50	2.828	2.756	2.605	2.415	2.212	2.025	1.748	1.570	1.329	1.161	1.032	0.642
100	3.223	3.151	3.001	2.811	2.608	2.420	2.143	1.966	1.724	1.555	1.425	1.025
1000	4.451	4.380	4.229	4.039	3.836	3.649	3.372	3.194	2.952	2.783	2.653	2.250
∞												

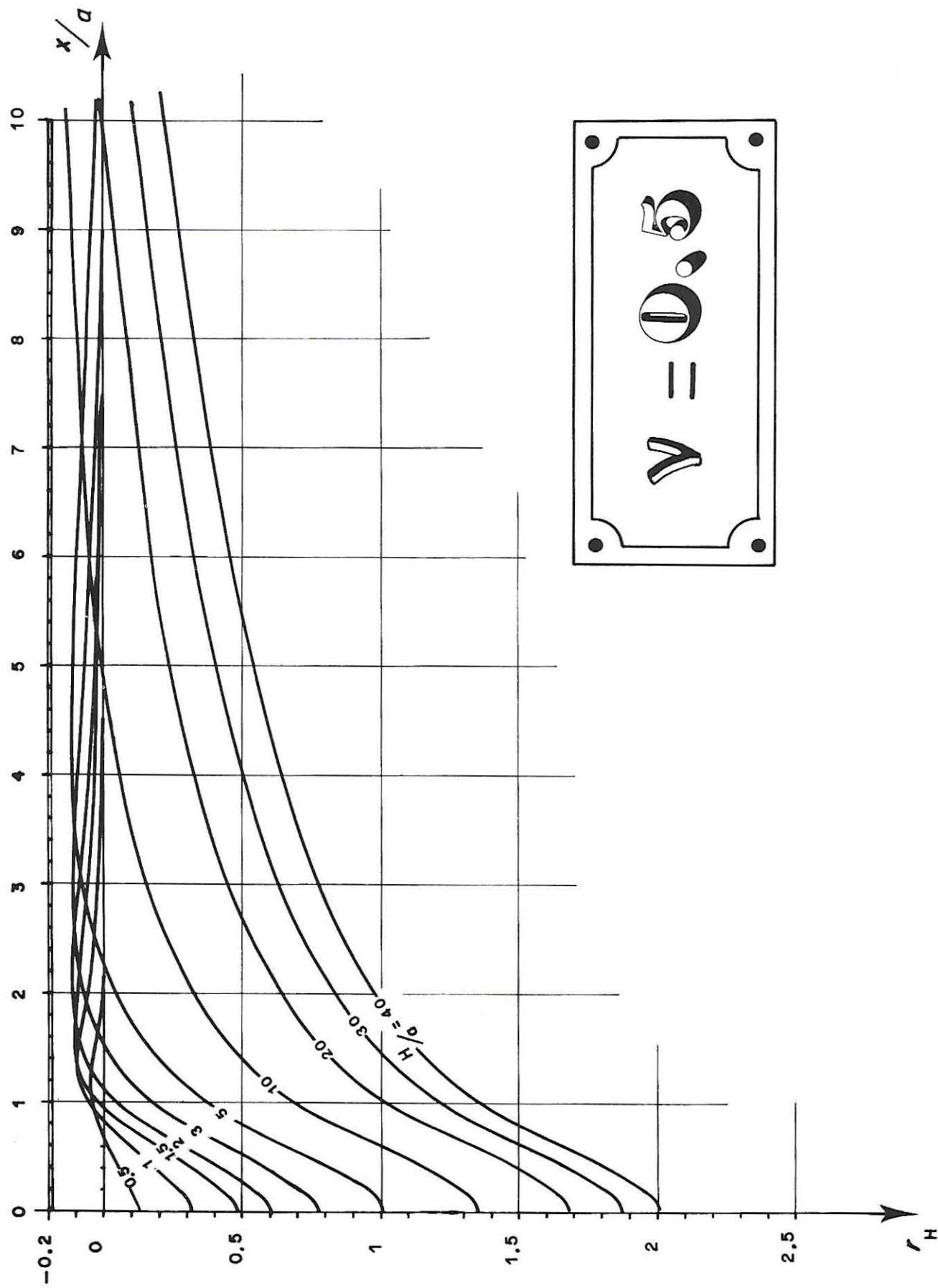


r_H

$V = 0.4$

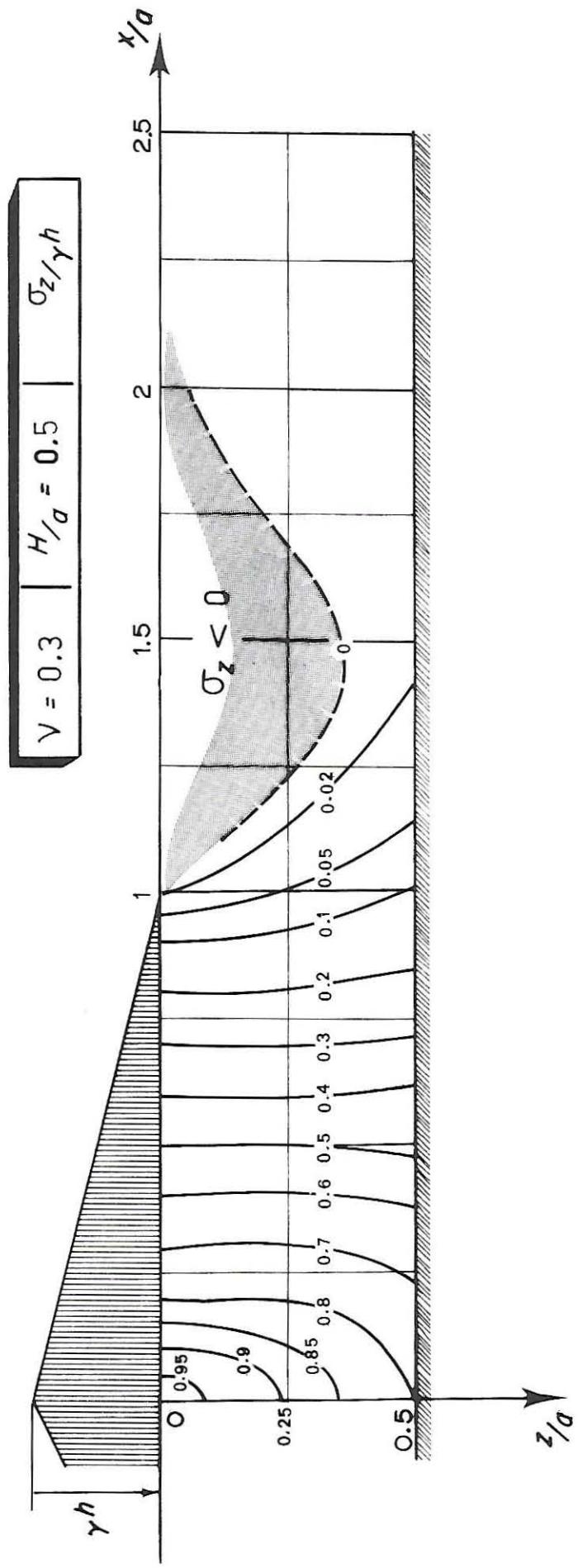
x/a

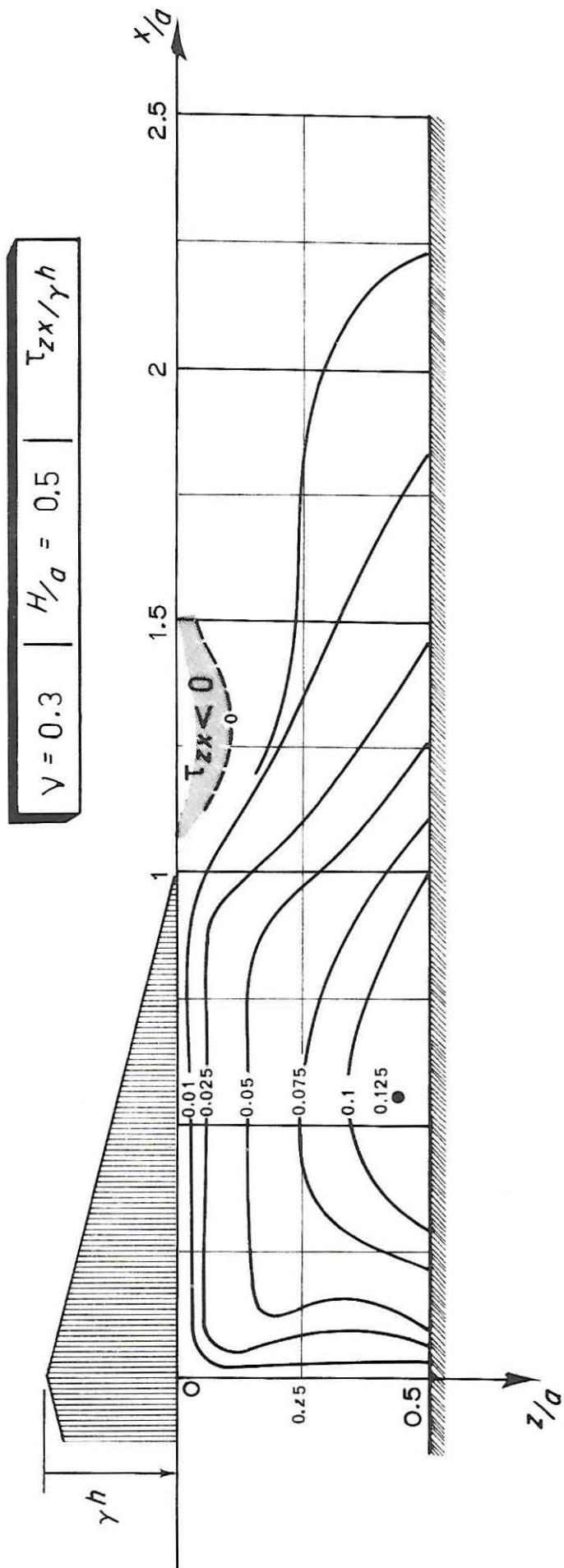
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2	3	4	5	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.049	0.039	0.029	0.019	0.010	-0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.2	0.100	0.080	0.058	0.038	0.017	-0.002	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.3	0.154	0.126	0.090	0.057	0.024	-0.005	-0.002	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
0.4	0.208	0.174	0.125	0.077	0.021	-0.007	-0.006	-0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.5	0.262	0.220	0.162	0.099	0.039	-0.008	-0.010	-0.003	-0.000	0.001	0.001	0.001
0.6	0.314	0.272	0.199	0.122	0.049	-0.007	-0.015	-0.006	-0.001	0.000	0.001	0.001
0.7	0.365	0.319	0.237	0.148	0.062	-0.004	-0.020	-0.010	-0.002	-0.000	0.000	0.001
0.8	0.413	0.364	0.274	0.174	0.077	0.002	-0.025	-0.014	-0.003	-0.001	0.000	0.001
0.9	0.459	0.408	0.311	0.201	0.095	0.010	-0.029	-0.018	-0.005	-0.002	-0.000	0.001
1.0	0.502	0.449	0.347	0.229	0.113	0.021	-0.031	-0.023	-0.007	-0.003	-0.001	0.001
1.1	0.543	0.488	0.381	0.256	0.133	0.033	-0.032	-0.027	-0.010	-0.004	-0.001	0.001
1.2	0.582	0.525	0.414	0.284	0.153	0.047	-0.031	-0.031	-0.012	-0.005	-0.002	0.001
1.3	0.618	0.560	0.446	0.310	0.174	0.061	-0.029	-0.034	-0.015	-0.006	-0.003	0.001
1.4	0.653	0.594	0.477	0.337	0.196	0.077	-0.025	-0.037	-0.019	-0.008	-0.004	0.000
1.5	0.685	0.625	0.506	0.363	0.217	0.093	-0.019	-0.038	-0.022	-0.010	-0.005	0.000
1.6	0.716	0.656	0.534	0.388	0.238	0.110	-0.013	-0.038	-0.025	-0.012	-0.006	0.000
1.7	0.746	0.685	0.561	0.412	0.259	0.127	-0.005	-0.037	-0.029	-0.014	-0.007	0.000
1.8	0.774	0.712	0.587	0.436	0.279	0.144	0.003	-0.036	-0.032	-0.016	-0.008	-0.000
1.9	0.800	0.738	0.612	0.459	0.300	0.162	0.012	-0.033	-0.035	-0.019	-0.009	-0.000
2.0	0.826	0.764	0.637	0.481	0.320	0.179	0.022	-0.030	-0.037	-0.022	-0.012	-0.001
2.5	0.939	0.875	0.744	0.582	0.412	0.261	0.076	-0.002	-0.042	-0.034	-0.021	-0.002
3.0	1.033	0.969	0.833	0.670	0.494	0.337	0.134	0.036	-0.036	-0.042	-0.032	-0.005
3.5	1.113	1.048	0.914	0.745	0.567	0.406	0.191	0.078	-0.020	-0.044	-0.040	-0.008
4	1.183	1.118	0.982	0.812	0.632	0.469	0.244	0.122	0.002	-0.038	-0.044	-0.011
5	1.301	1.235	1.098	0.927	0.744	0.577	0.342	0.206	0.056	-0.012	-0.039	-0.021
6	1.398	1.332	1.194	1.021	0.837	0.668	0.428	0.283	0.113	0.025	-0.020	-0.032
7	1.480	1.413	1.275	1.102	0.917	0.747	0.502	0.354	0.171	0.067	0.008	-0.040
8	1.551	1.484	1.346	1.172	0.987	0.816	0.569	0.417	0.225	0.111	0.040	-0.045
9	1.613	1.547	1.409	1.234	1.048	0.877	0.629	0.474	0.276	0.154	0.075	-0.045
10	1.670	1.603	1.465	1.290	1.104	0.933	0.682	0.526	0.323	0.195	0.110	-0.040
11	1.720	1.654	1.515	1.341	1.154	0.983	0.732	0.574	0.367	0.235	0.144	-0.032
12	1.767	1.700	1.562	1.387	1.201	1.028	0.776	0.618	0.409	0.273	0.178	-0.021
13	1.809	1.743	1.604	1.429	1.243	1.071	0.818	0.659	0.447	0.309	0.211	-0.008
14	1.849	1.783	1.644	1.469	1.282	1.110	0.857	0.697	0.484	0.343	0.244	0.006
15	1.886	1.819	1.681	1.505	1.319	1.146	0.893	0.732	0.519	0.375	0.272	0.022
17	1.952	1.886	1.747	1.572	1.385	1.213	0.959	0.797	0.581	0.435	0.328	0.056
18	1.983	1.917	1.778	1.603	1.415	1.243	0.989	0.827	0.610	0.464	0.356	0.073
19	2.012	1.945	1.807	1.632	1.445	1.272	1.018	0.856	0.638	0.492	0.381	0.090
20	2.039	1.973	1.834	1.659	1.472	1.299	1.045	0.883	0.665	0.516	0.406	0.108
25	2.158	2.092	1.953	1.778	1.590	1.418	1.163	1.000	0.780	0.629	0.515	0.192
30	2.254	2.188	2.049	1.874	1.686	1.513	1.258	1.095	0.874	0.721	0.605	0.269
40	2.408	2.342	2.203	2.027	1.840	1.667	1.412	1.248	1.026	0.872	0.754	0.402
50	2.527	2.561	2.322	2.146	1.959	1.786	1.531	1.367	1.144	0.989	0.871	0.512
100	2.894	2.828	2.689	2.513	2.326	2.153	1.897	1.733	1.510	1.354	1.234	0.865
1000	4.053	3.987	3.848	3.673	3.486	3.313	3.057	2.893	2.669	2.513	2.394	2.021
∞												

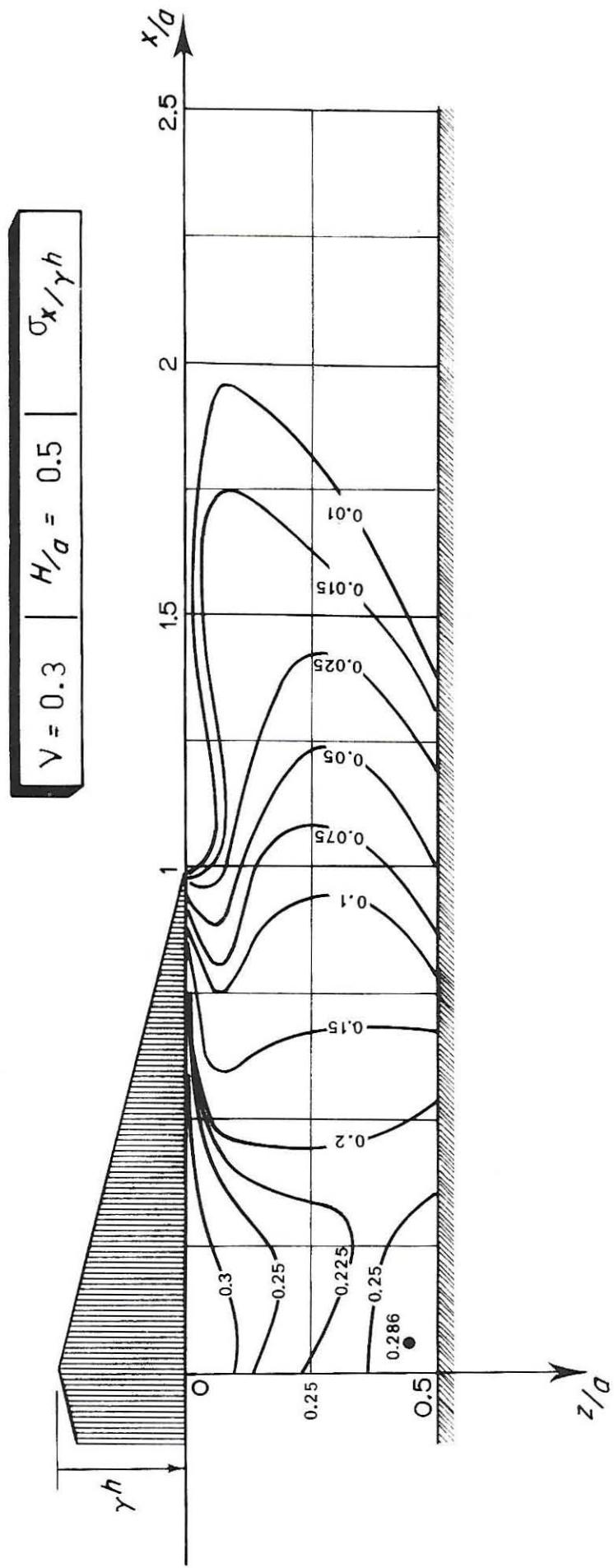


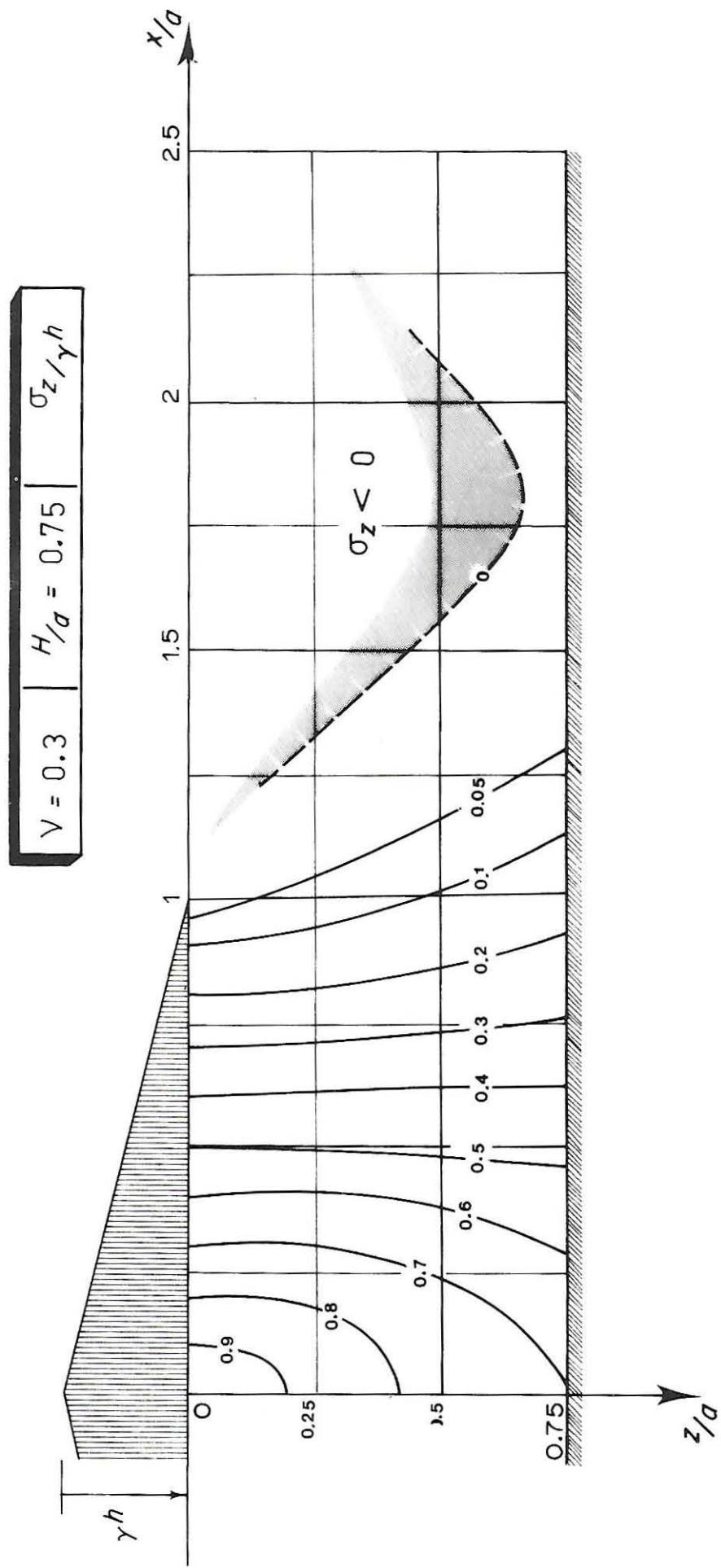
r_H  x/a

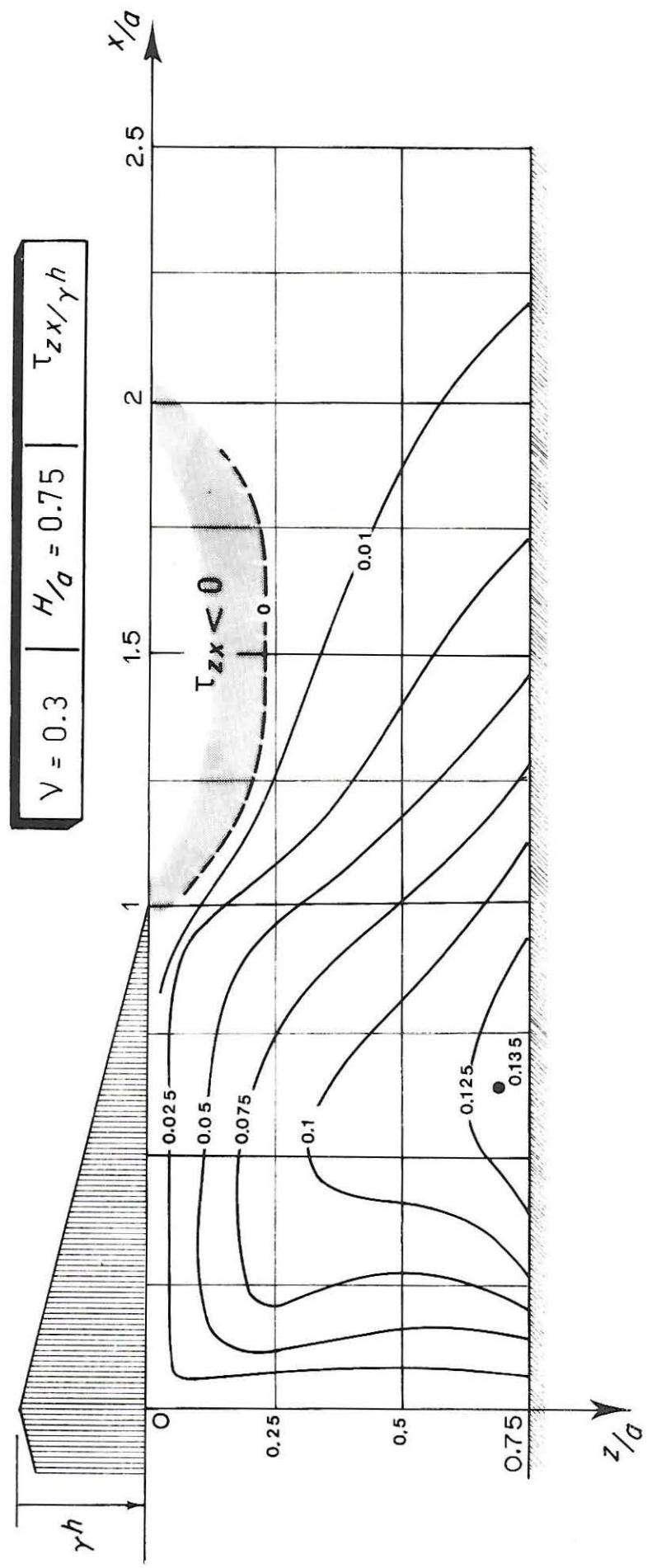
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2	3	4	5	10
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.007	0.002	0.000	-0.000	-0.001	-0.003	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
0.1	0.026	0.013	0.005	-0.000	-0.006	-0.013	-0.002	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
0.2	0.056	0.036	0.016	0.002	-0.012	-0.025	-0.008	-0.002	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000
0.3	0.091	0.065	0.034	0.007	-0.018	-0.038	-0.017	-0.006	-0.001	-0.000	-0.000	-0.000
0.4	0.129	0.095	0.056	0.015	-0.021	-0.048	-0.027	-0.012	-0.003	-0.001	-0.000	-0.000
0.5	0.168	0.134	0.080	0.027	-0.022	-0.057	-0.039	-0.019	-0.006	-0.002	-0.000	-0.000
0.6	0.208	0.170	0.107	0.041	-0.019	-0.063	-0.050	-0.027	-0.009	-0.003	-0.001	-0.000
0.7	0.247	0.206	0.135	0.058	-0.013	-0.066	-0.062	-0.036	-0.013	-0.005	-0.002	-0.000
0.8	0.285	0.241	0.163	0.077	-0.005	-0.066	-0.072	-0.045	-0.018	-0.008	-0.003	-0.000
0.9	0.321	0.275	0.191	0.096	0.006	-0.064	-0.080	-0.054	-0.022	-0.011	-0.005	-0.000
1.0	0.355	0.308	0.219	0.117	0.018	-0.059	-0.087	-0.063	-0.027	-0.014	-0.007	-0.000
1.1	0.388	0.339	0.246	0.138	0.032	-0.052	-0.093	-0.072	-0.033	-0.017	-0.009	-0.000
1.2	0.419	0.369	0.272	0.159	0.047	0.043	-0.096	-0.080	-0.039	-0.021	-0.012	-0.001
1.3	0.449	0.398	0.298	0.180	0.063	0.033	-0.098	-0.087	-0.045	-0.024	-0.014	-0.001
1.4	0.477	0.425	0.323	0.201	0.079	-0.022	-0.098	-0.093	-0.051	-0.028	-0.017	-0.001
1.5	0.504	0.452	0.347	0.221	0.095	-0.010	-0.097	-0.098	-0.058	-0.032	-0.020	-0.002
1.6	0.530	0.477	0.370	0.242	0.112	0.002	-0.094	-0.102	-0.064	-0.037	-0.023	-0.003
1.7	0.555	0.501	0.392	0.261	0.128	0.015	-0.090	-0.104	-0.071	-0.041	-0.026	-0.003
1.8	0.578	0.524	0.414	0.281	0.144	0.028	-0.086	-0.106	-0.077	-0.046	-0.029	-0.004
1.9	0.601	0.546	0.435	0.299	0.161	0.041	-0.080	-0.107	-0.082	-0.051	-0.032	-0.005
2.0	0.700	0.644	0.528	0.387	0.238	0.108	-0.043	-0.097	-0.104	-0.075	-0.050	-0.010
2.5	0.783	0.726	0.606	0.463	0.308	0.172	0.001	-0.074	-0.112	-0.095	-0.070	-0.017
3.0	0.855	0.797	0.677	0.528	0.371	0.230	0.046	-0.044	-0.109	-0.108	-0.088	-0.024
3.5	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	0.917	0.859	0.738	0.588	0.428	0.284	0.090	-0.011	-0.098	-0.113	-0.101	-0.032
5	1.022	0.963	0.841	0.688	0.526	0.379	0.173	0.058	-0.062	-0.107	-0.114	-0.050
6	1.108	1.049	0.926	0.772	0.609	0.459	0.247	0.123	-0.018	-0.084	-0.110	-0.069
7	1.181	1.122	0.999	0.844	0.679	0.529	0.312	0.183	0.028	-0.055	-0.096	-0.088
8	1.244	1.185	1.062	0.907	0.741	0.590	0.371	0.237	0.073	-0.021	-0.074	-0.102
9	1.300	1.241	1.117	0.962	0.796	0.644	0.423	0.287	0.116	0.014	-0.049	-0.111
10	1.350	1.291	1.167	1.012	0.846	0.693	0.471	0.333	0.156	0.048	-0.022	-0.115
11	1.396	1.336	1.213	1.057	0.891	0.738	0.515	0.375	0.194	0.081	0.006	-0.115
12	1.437	1.377	1.254	1.098	0.932	0.778	0.554	0.414	0.231	0.113	0.033	-0.112
13	1.475	1.416	1.292	1.136	0.969	0.816	0.591	0.450	0.264	0.144	0.061	-0.105
14	1.510	1.451	1.327	1.171	1.005	0.851	0.626	0.484	0.296	0.173	0.088	-0.097
15	1.543	1.484	1.360	1.204	1.037	0.884	0.658	0.515	0.326	0.201	0.112	-0.087
16	1.574	1.515	1.391	1.235	1.068	0.914	0.688	0.545	0.355	0.228	0.137	-0.075
17	1.603	1.544	1.420	1.624	1.097	0.943	0.717	0.573	0.382	0.254	0.160	-0.063
18	1.630	1.571	1.447	1.291	1.124	0.970	0.743	0.600	0.407	0.278	0.184	-0.050
19	1.656	1.597	1.473	1.316	1.150	0.995	0.769	0.625	0.432	0.303	0.206	-0.037
20	1.680	1.621	1.497	1.341	1.174	1.020	0.793	0.649	0.455	0.324	0.228	-0.023
25	1.787	1.728	1.603	1.447	1.280	1.126	0.898	0.753	0.558	0.424	0.323	0.045
30	1.874	1.815	1.690	1.534	1.367	1.213	0.985	0.839	0.643	0.507	0.404	0.111
40	2.011	1.952	1.827	1.671	1.504	1.350	1.122	0.976	0.778	0.641	0.536	0.226
50	2.118	2.059	1.934	1.778	1.610	1.456	1.228	1.082	0.883	0.745	0.640	0.322
100	2.449	2.389	2.265	2.109	1.941	1.787	1.558	1.412	1.213	1.074	0.937	0.638
1000	3.530	3.471	3.347	3.191	3.023	2.869	2.641	2.494	2.295	2.155	2.048	1.716
∞												

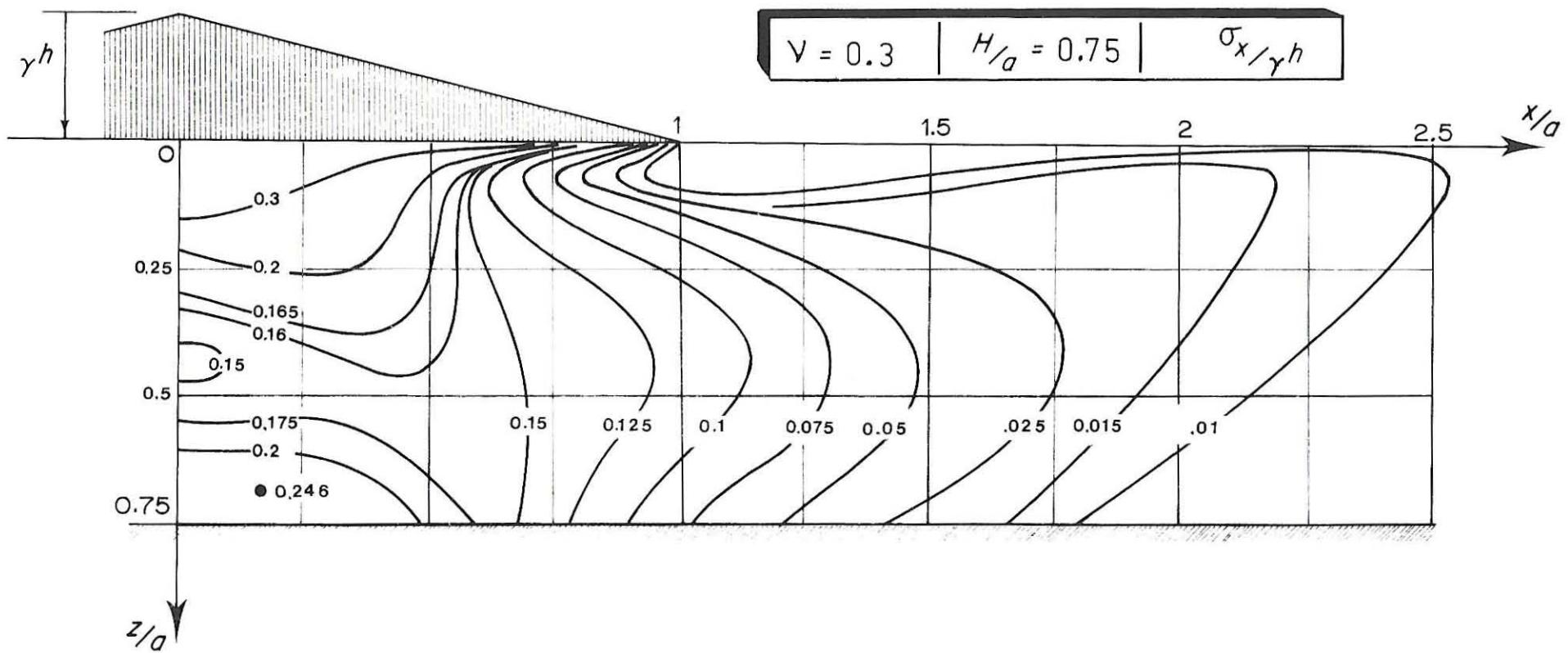


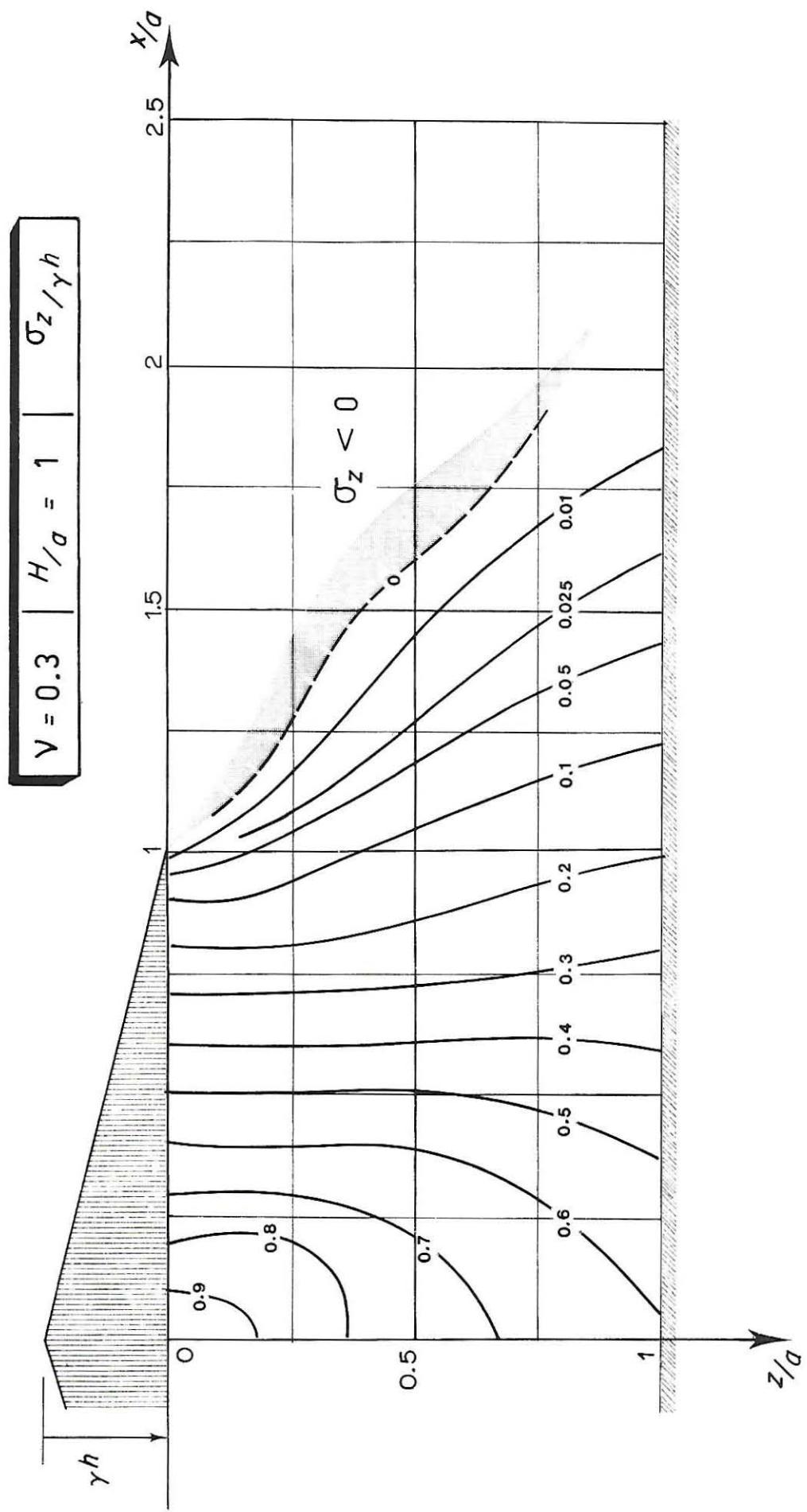


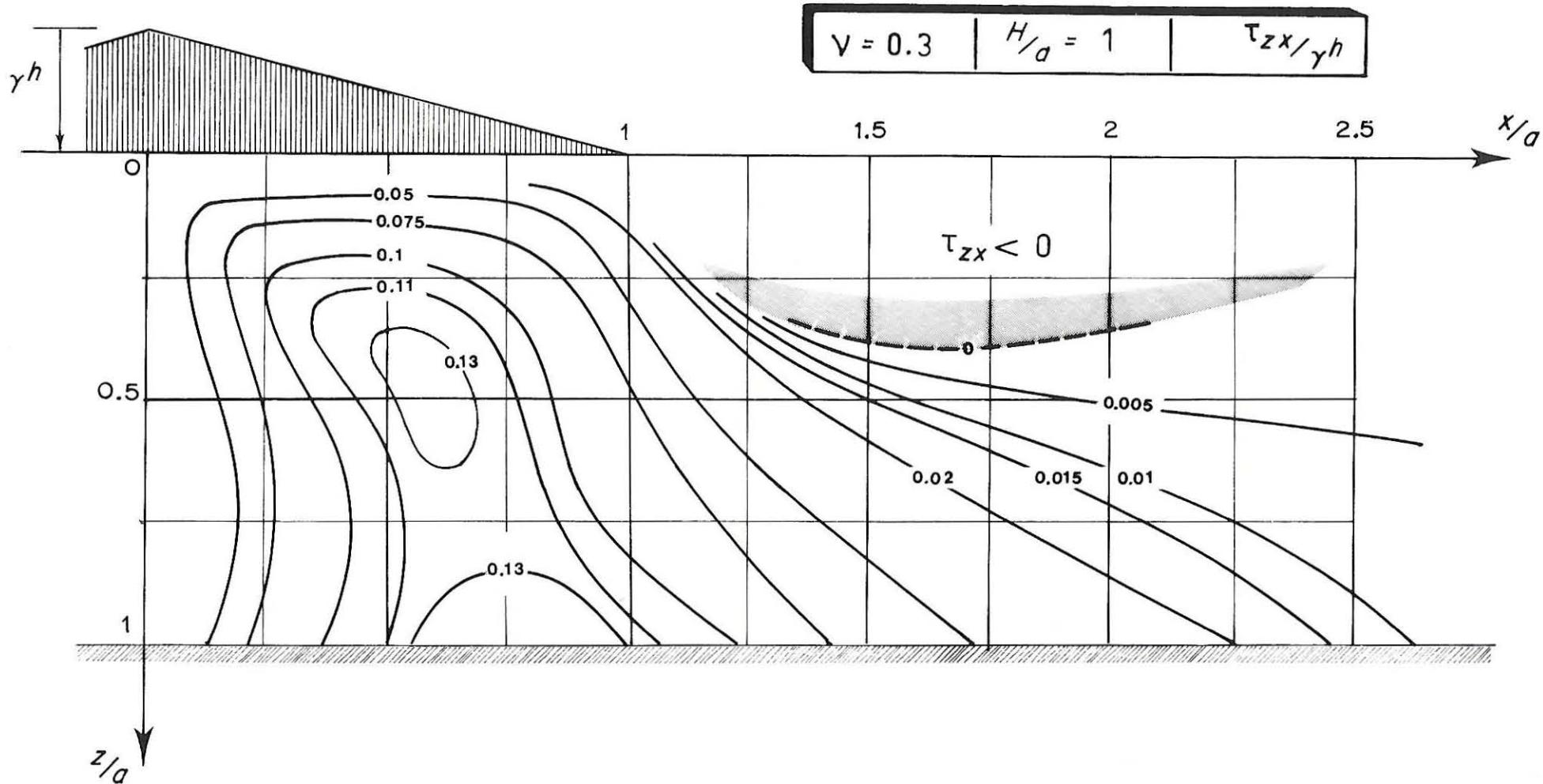


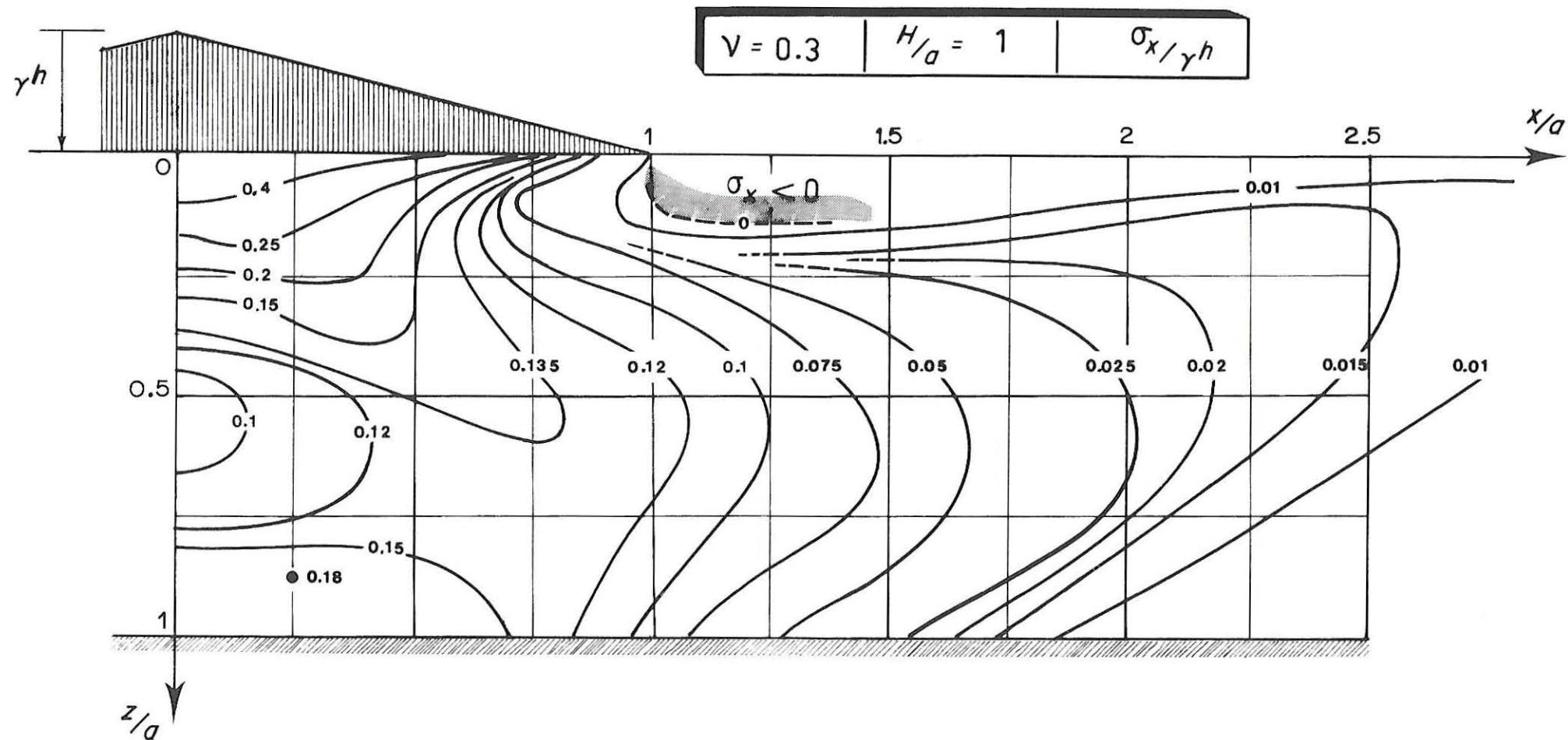


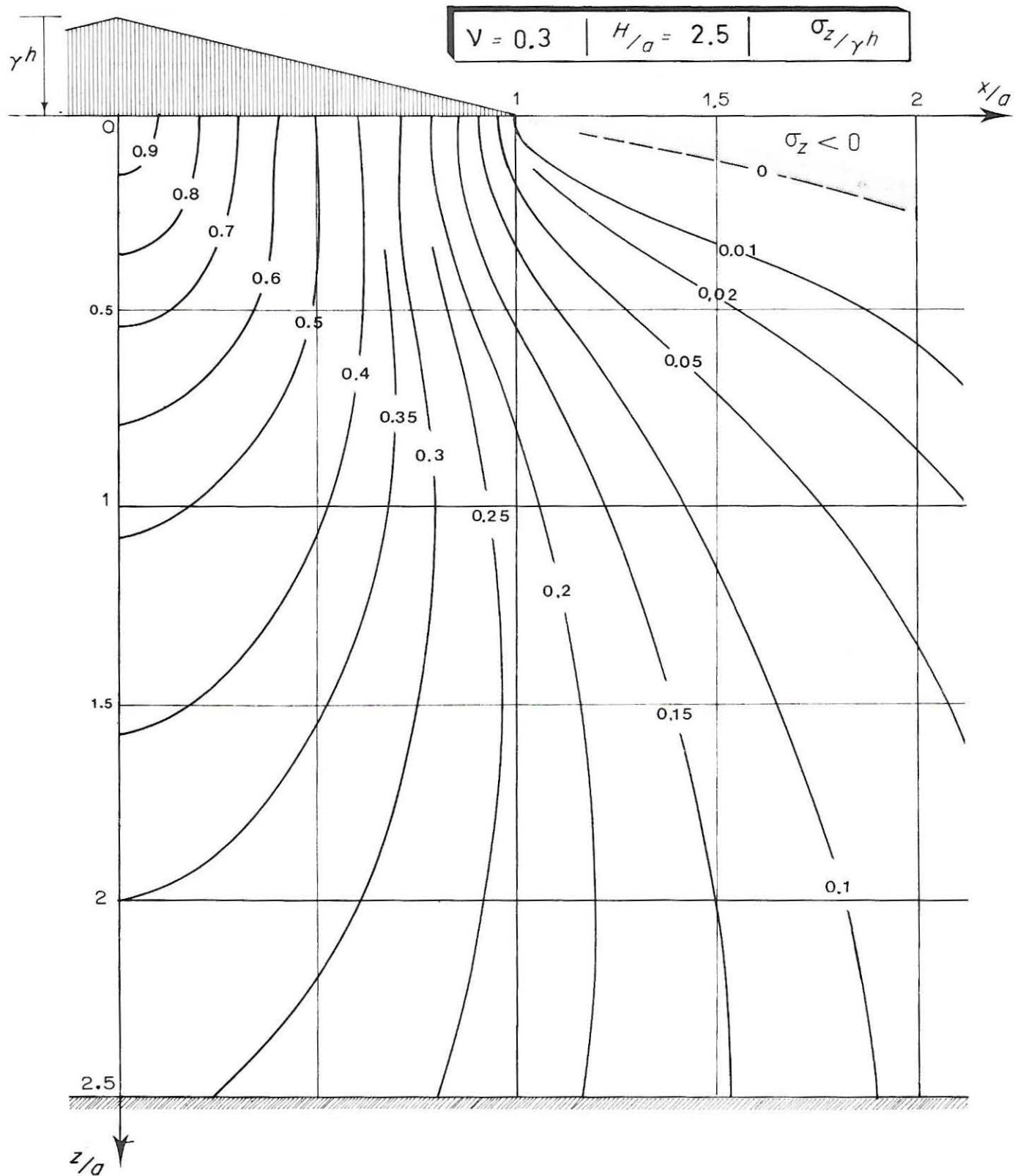


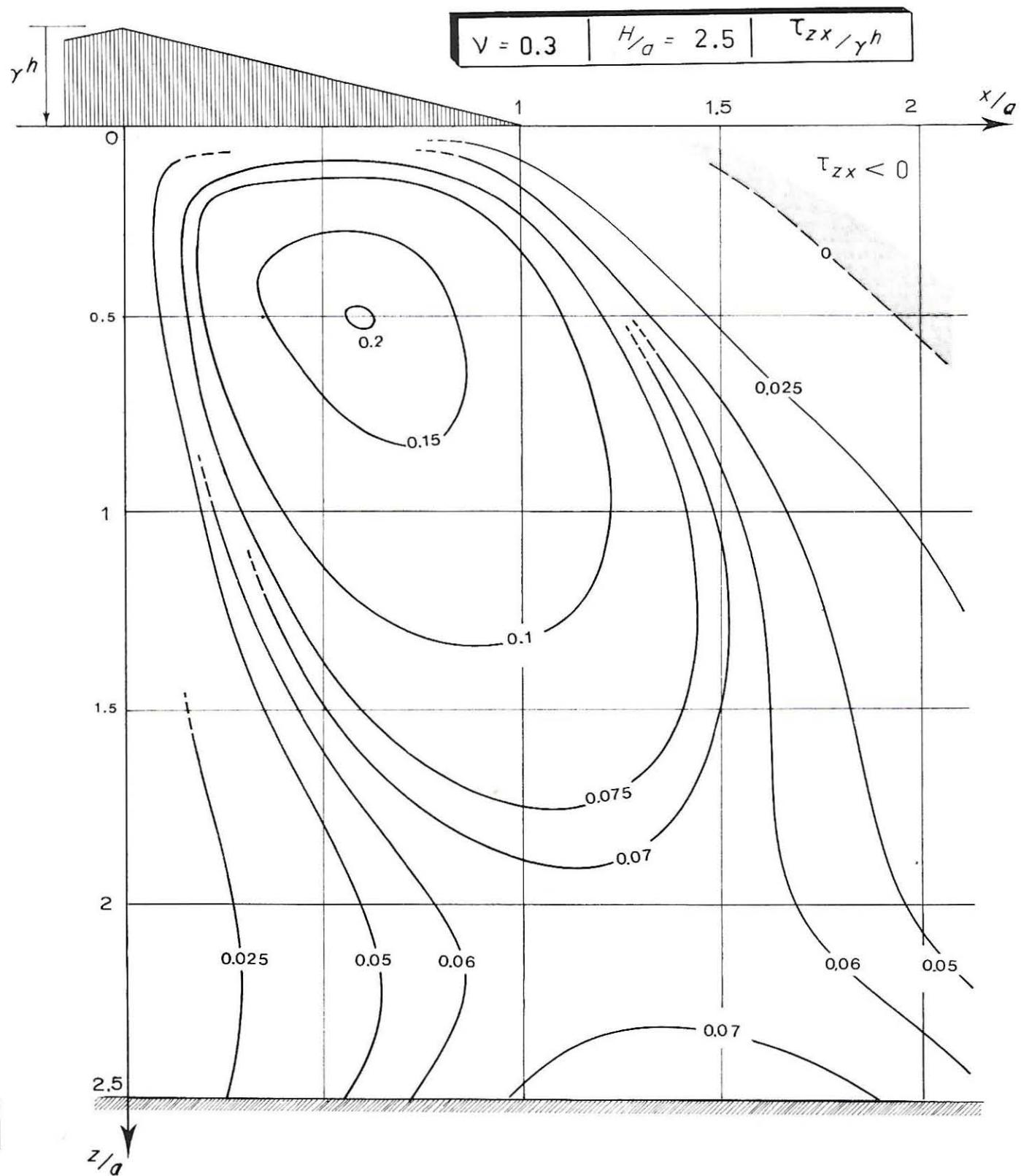


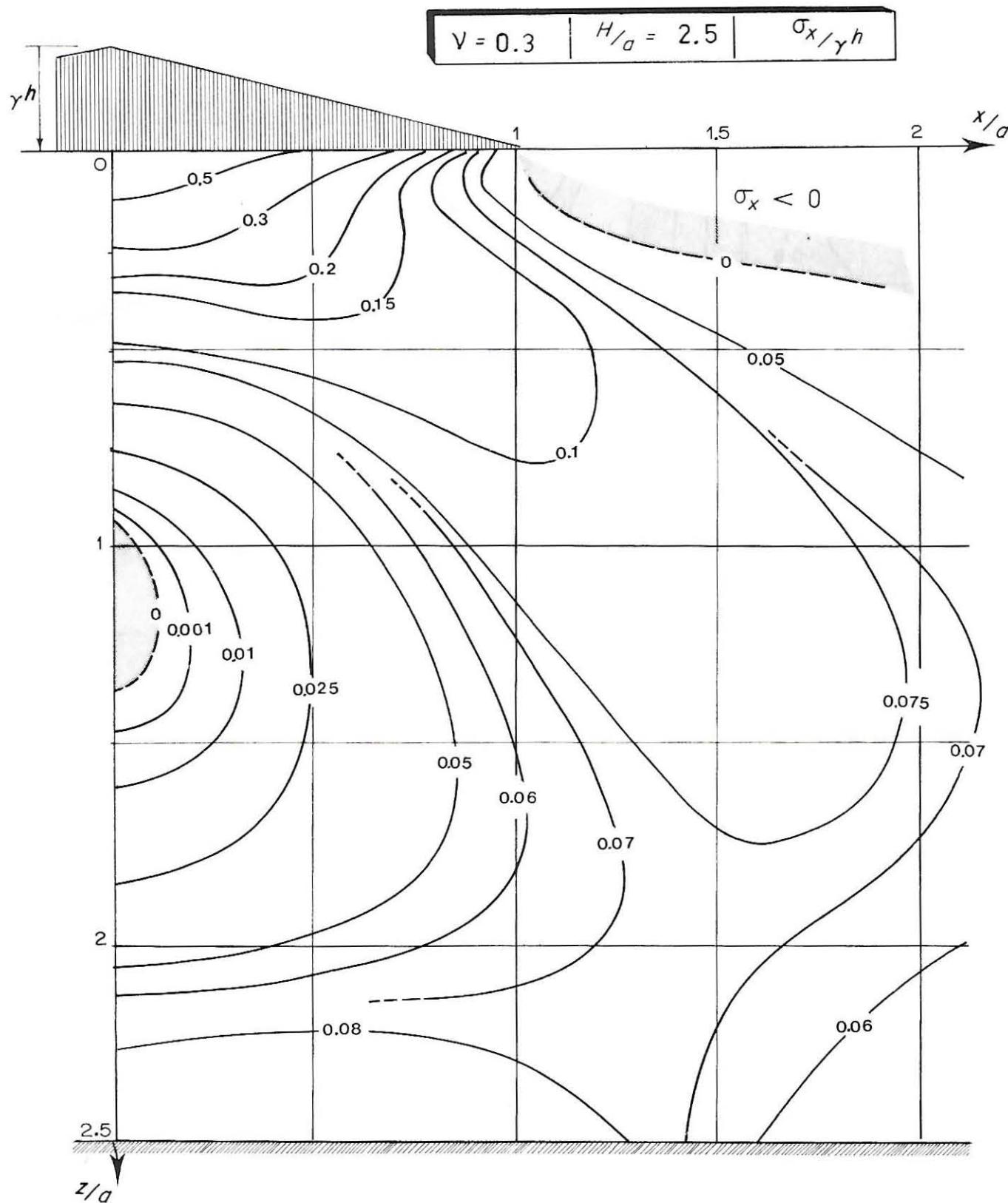


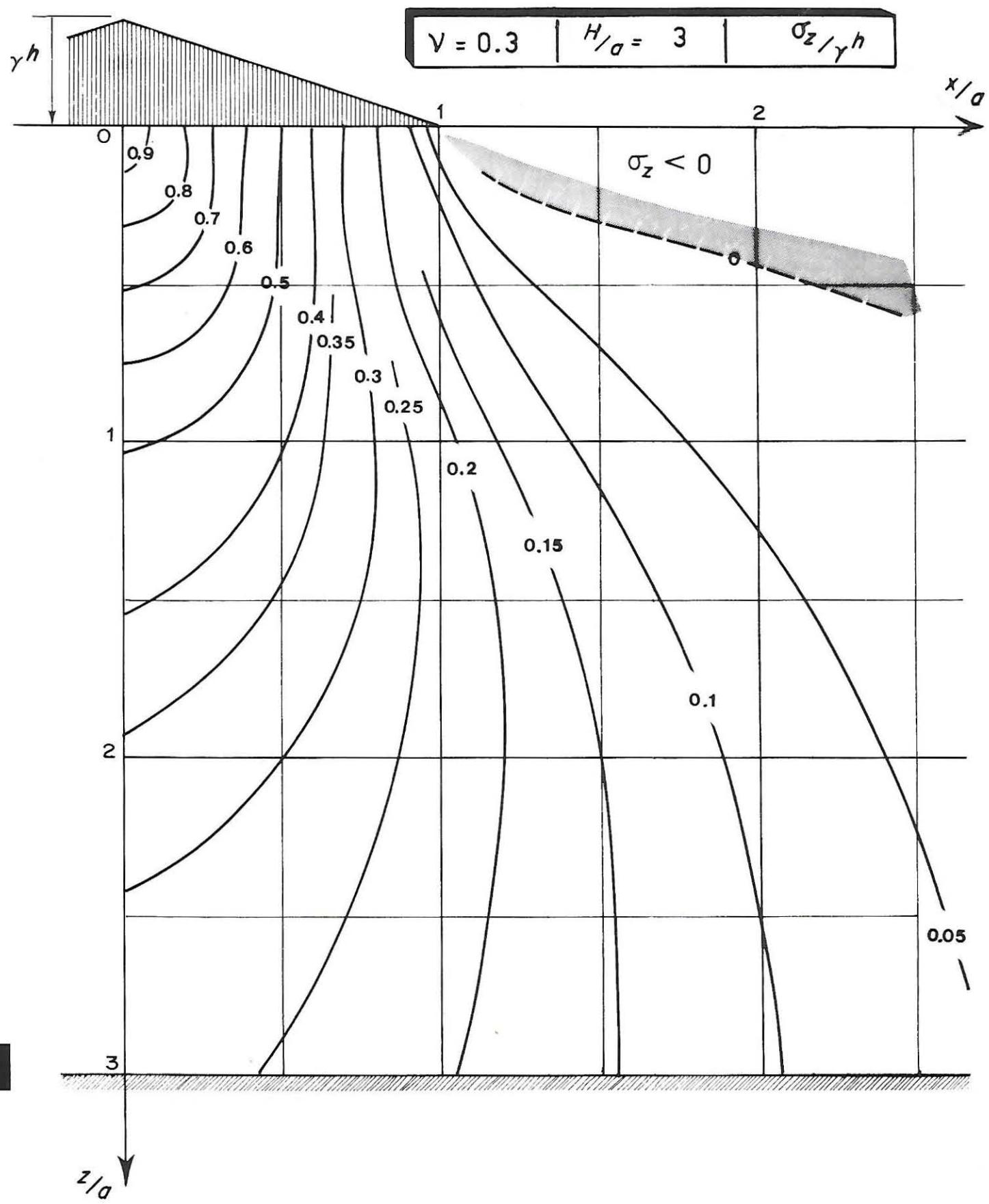


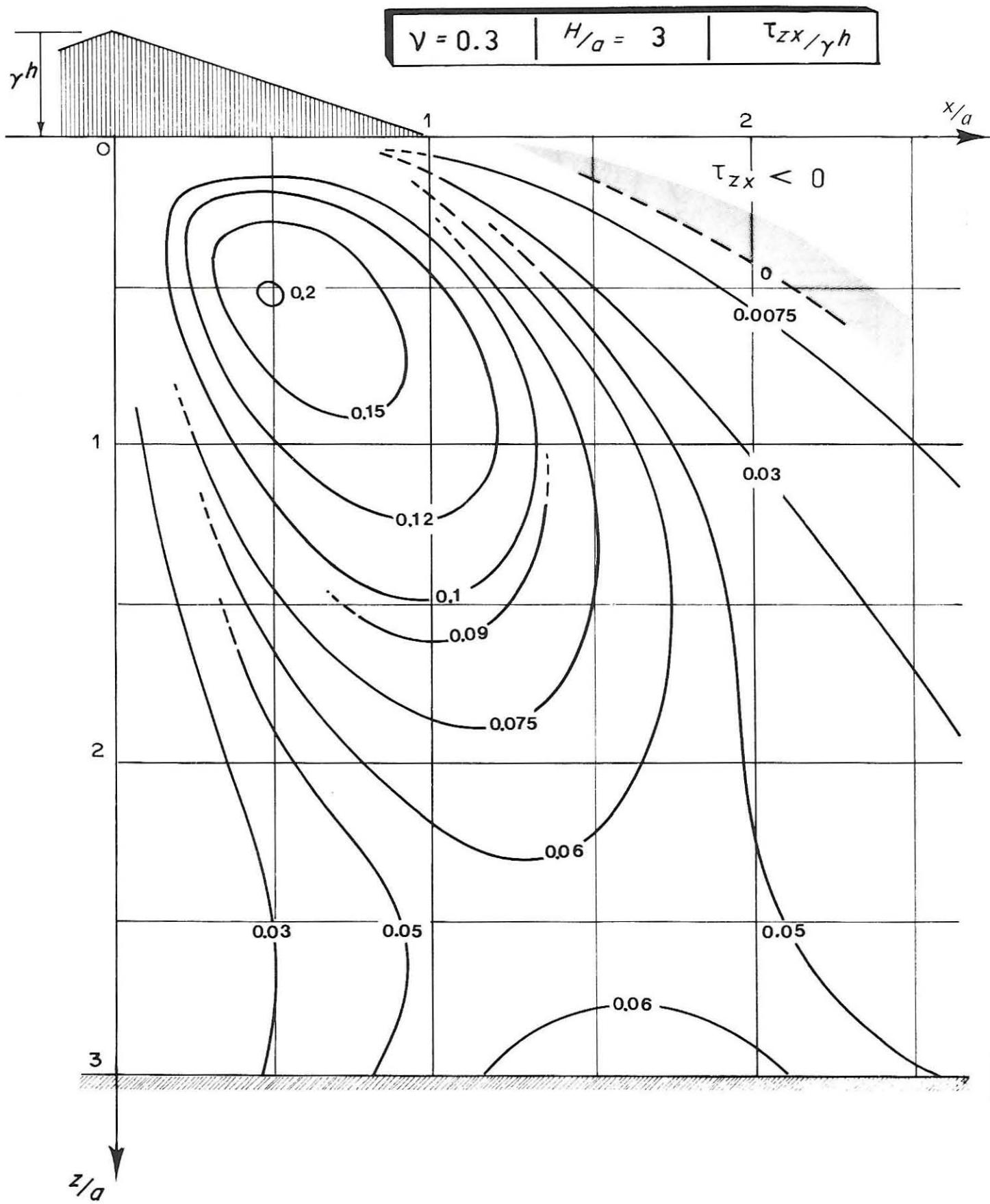




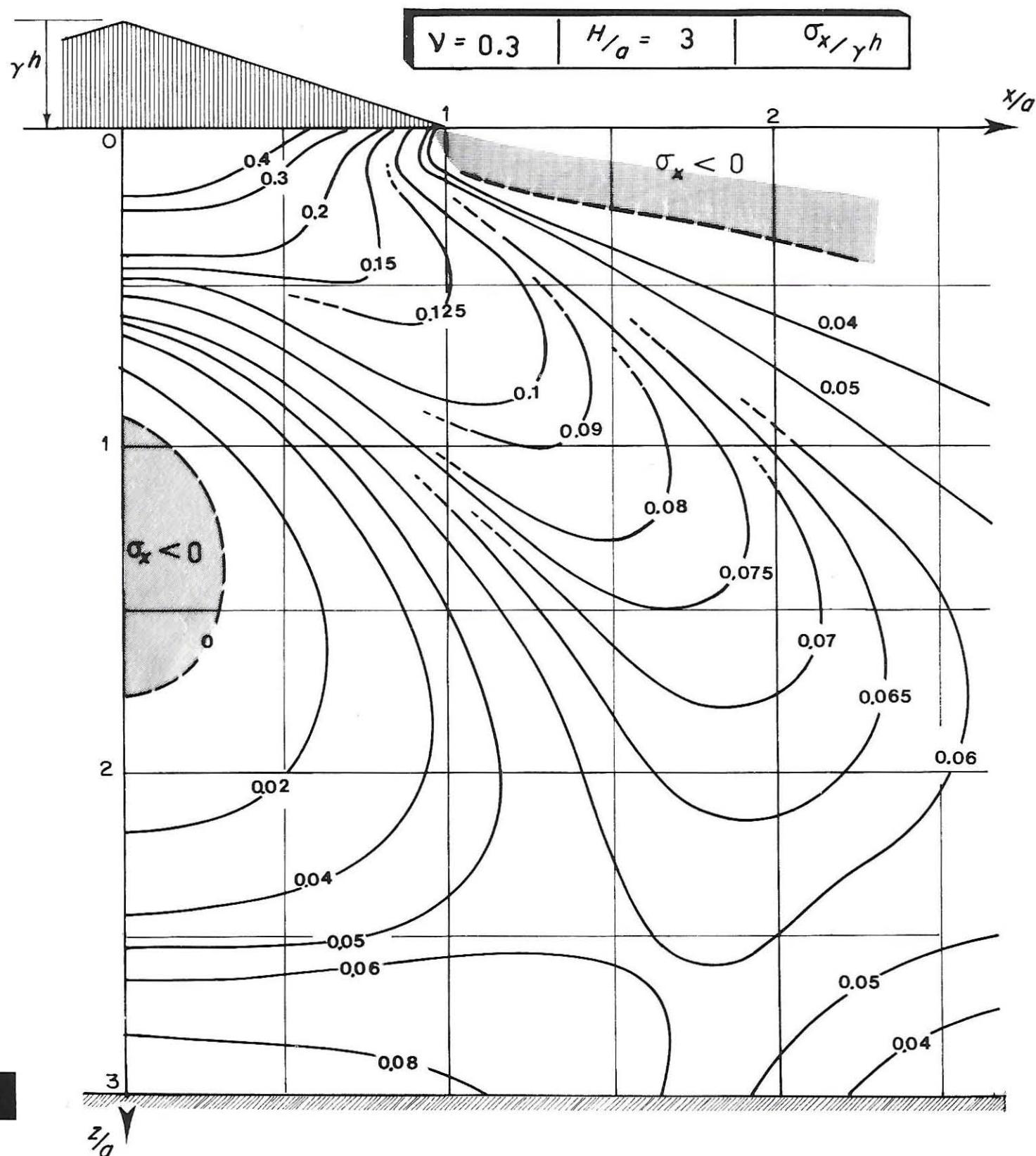


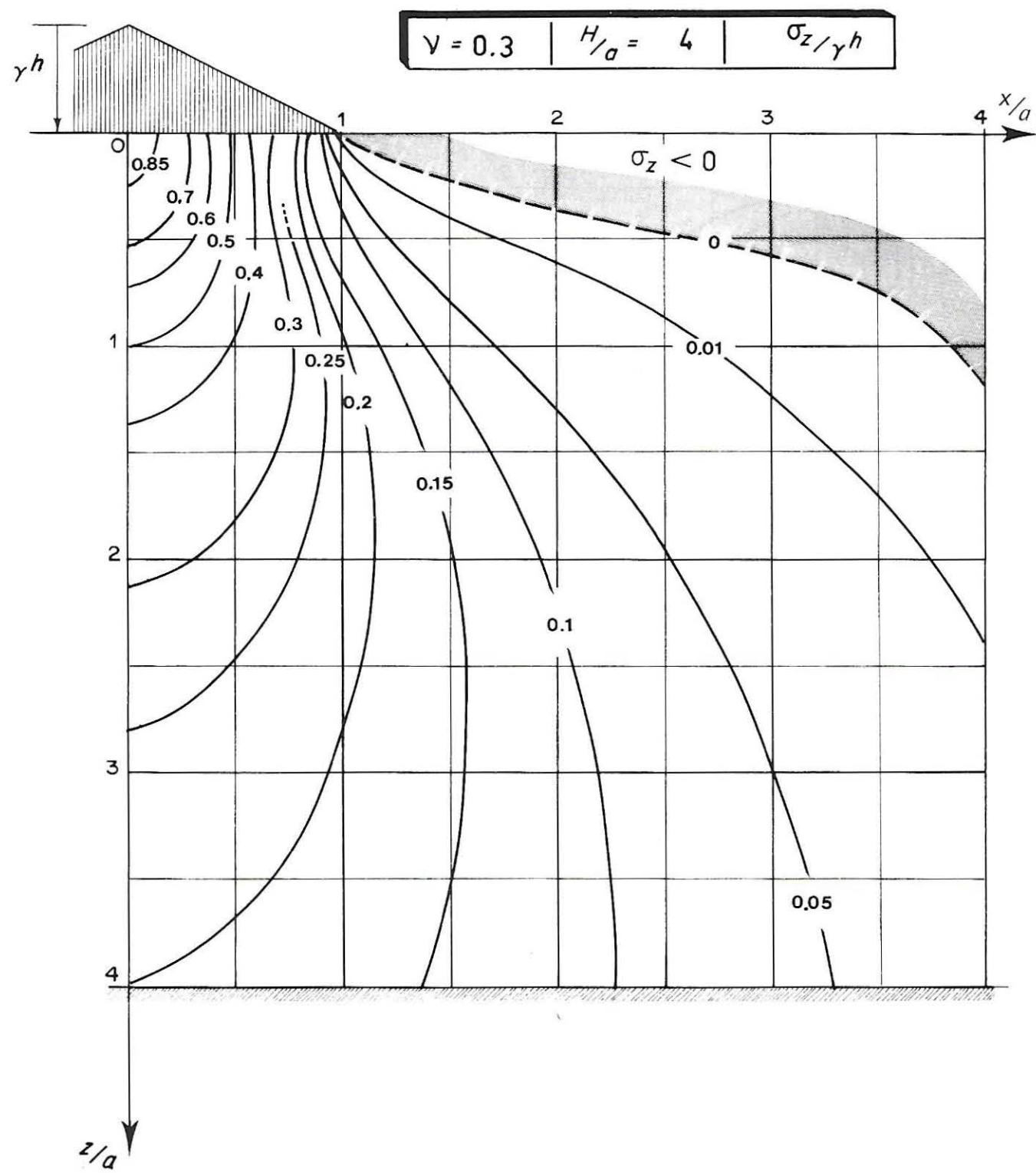


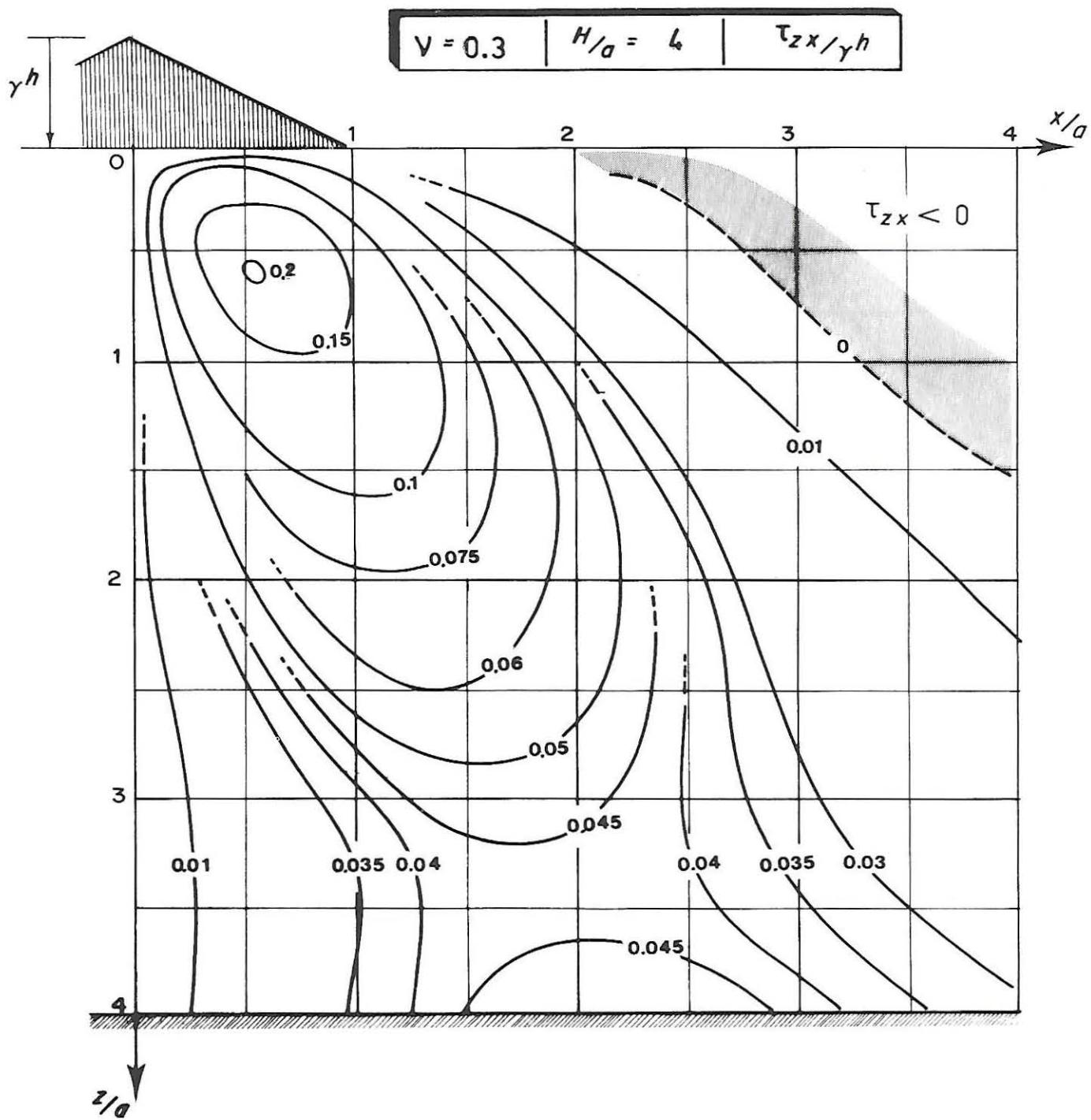


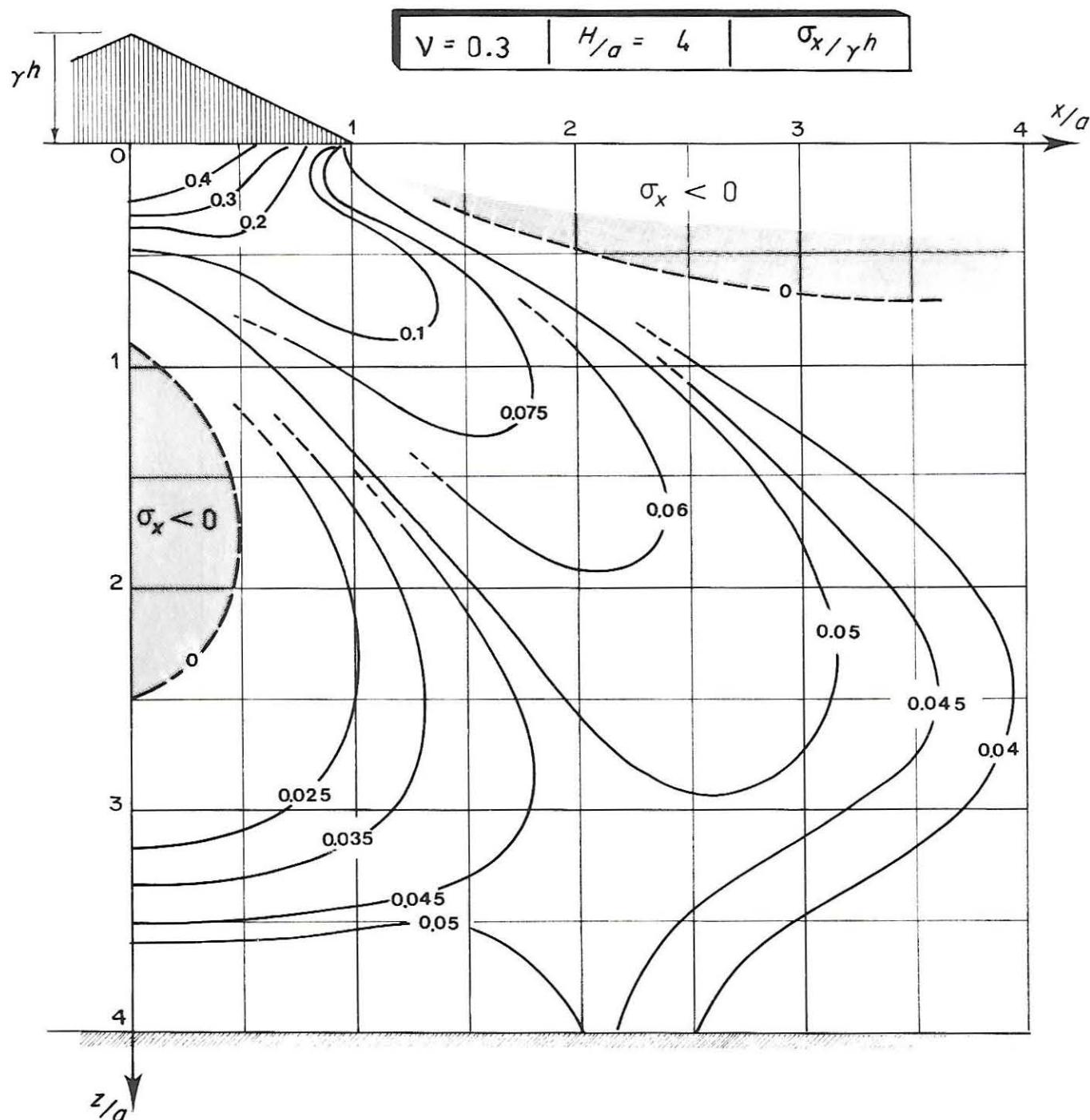


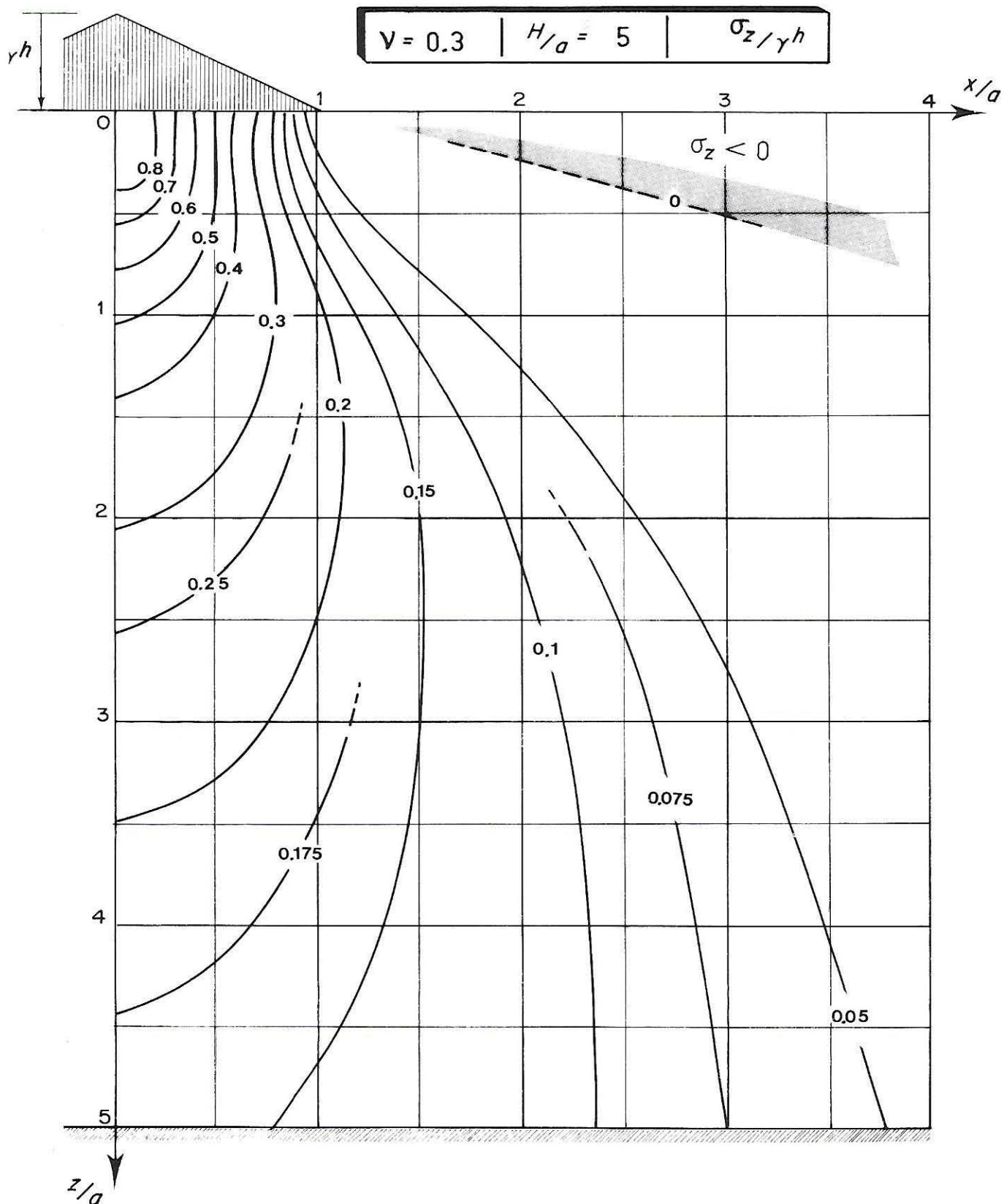
6-11

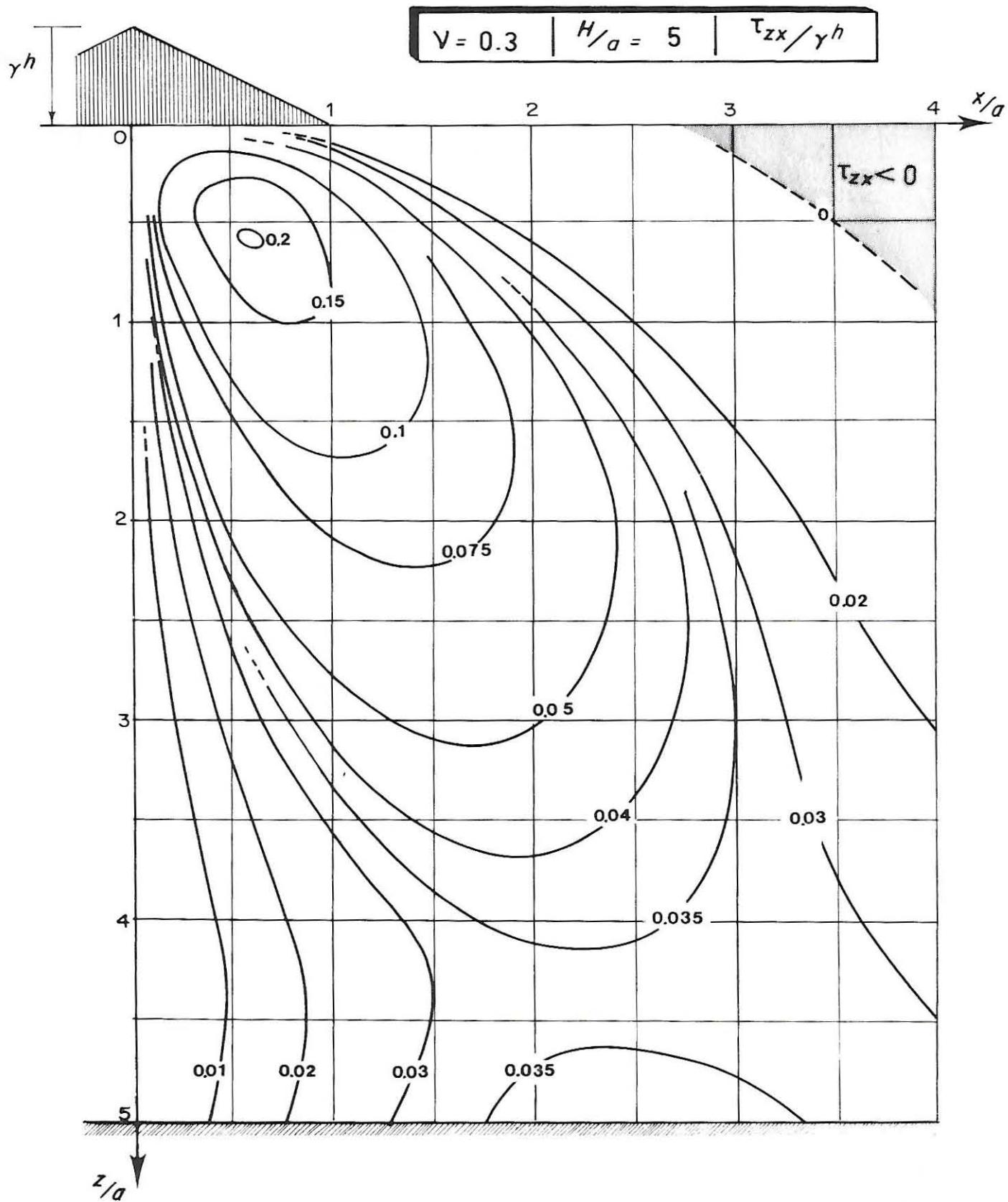


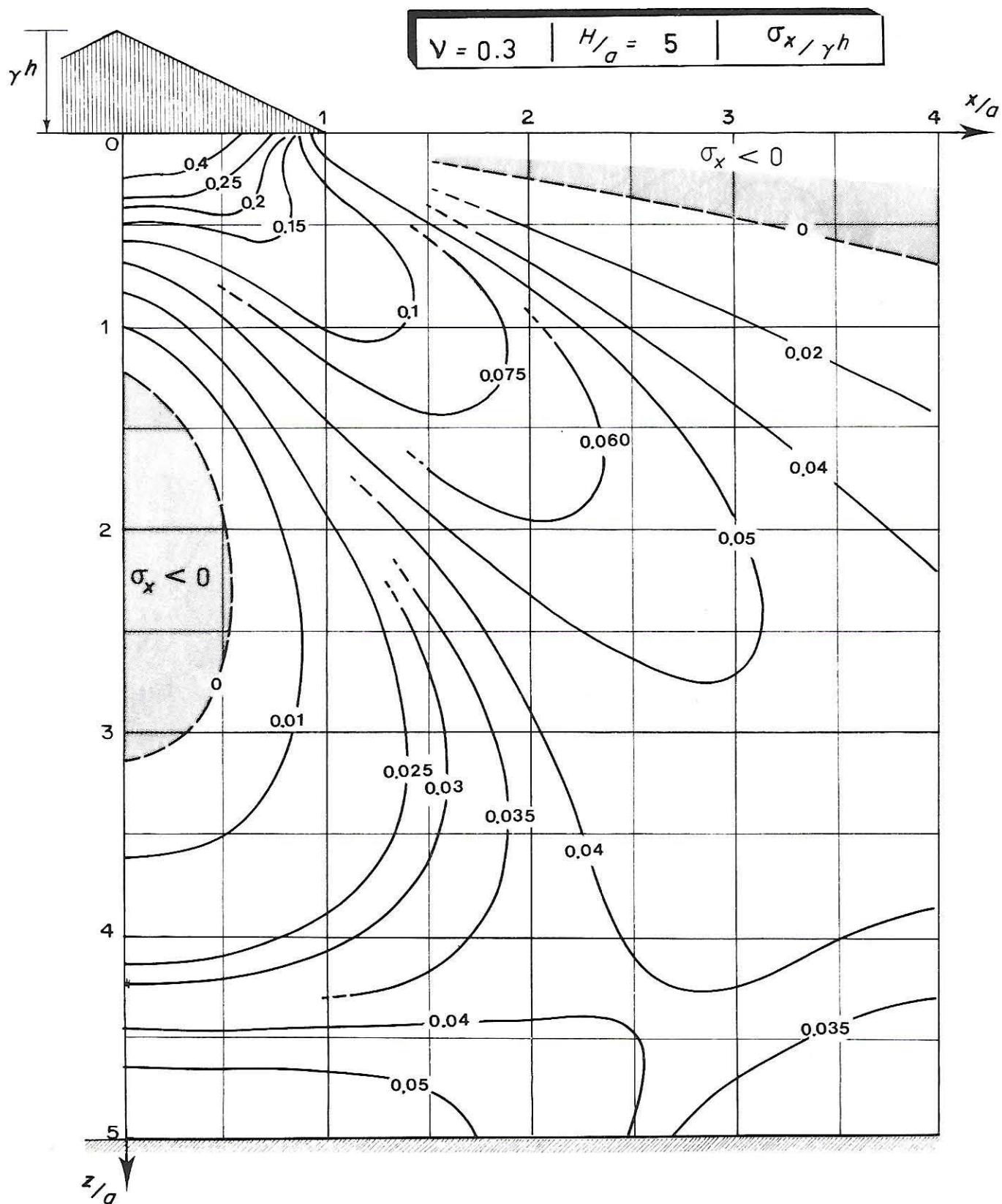












BIBLIOGRAPHIE

Nous avons obtenu les résultats indiqués dans cette section en collaboration avec Watissée et Rabatel [1, 2, 3].

REFERENCES

- [1] J.P. GIROUD, "Applications de la théorie de l'élasticité au calcul du tassement des remblais routiers", Revue Générale des Routes et des Aérodromes, 455 (juin 1970), 62-78.
- [2] J.P. GIROUD and A. RABATEL, "Settlement of embankment on layer of soil", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97, SM 1 (January 1971), 287-293.
- [3] J.P. GIROUD and H. WATISSEE, "Stresses due to an embankment resting on a finite layer of soil", Proceedings Sixth Conference of Australian Road Research Board, 847 (Camberra, August 1972).

SECTION 6-12

CHARGE DE GRANDE LONGUEUR DISTRIBUÉE DE FAÇON QUELCONQUE

(remblais)
sur un sol homogène d'épaisseur infinie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul du tassement
- Calcul des contraintes
- Damiers
- Construction des damiers
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

Le sol est supposé homogène sur une épaisseur infinie. Cependant, si ces deux hypothèses ne sont pas respectées, les valeurs des contraintes données ici, en particulier celles de σ_z , constituent une approximation suffisante des contraintes réelles (sauf dans le cas où le sol est constitué d'une couche dure reposant sur une couche bien plus molle).

DEFINITION DE LA CHARGE

Le calcul est fait pour une fondation infiniment longue ayant même distribution de charge dans toute section droite. Cette distribution est absolument quelconque. Pour utiliser les "damiers", il suffit de la décomposer en deux parties : la distribution de la charge normale et la distribution de la charge tangentielle.

CALCUL DU TASSEMENT

Le tassement d'une charge de longueur infinie sur un sol homogène d'épaisseur infinie est infini. Il n'est donc pas possible de faire simultanément les deux hypothèses simplificatrices : longueur infinie de la charge et épaisseur infinie du sol compressible.

Pour faire un calcul direct du tassement, il faudra se reporter soit au cas des fondations rectangulaires (sur un sol d'épaisseur infinie ou non), soit au cas de fondations de longueur infinie sur un sol d'épaisseur finie. Ou bien alors, il faudra faire un calcul indirect du tassement par l'intermédiaire des contraintes données ci-après.

CALCUL DES CONTRAINTES

Ce calcul se fait à l'aide des damiers dont nous allons indiquer le mode d'emploi sur un exemple.

Considérons la digue de grande longueur dont la section droite est donnée sur la figure 1 a. On peut supposer avec une bonne approximation qu'elle exerce sur

le sol la charge normale indiquée sur la Fig. 1 b et dont le maximum est γh . Prenons par exemple :

$$\rho = 1,9 \text{ g/cm}^3 = 1\,900 \text{ kg/m}^3 \text{ (grammes et kilogrammes masse)},$$

$$\gamma = \rho g = 1,9 \text{ g/cm}^3 = 1,9 \text{ t/m}^3 \text{ (grammes et tonnes poids)}$$

$$= 118,5 \text{ lb/cu. ft.},$$

avec :

ρ : masse volumique du matériau de la digue,

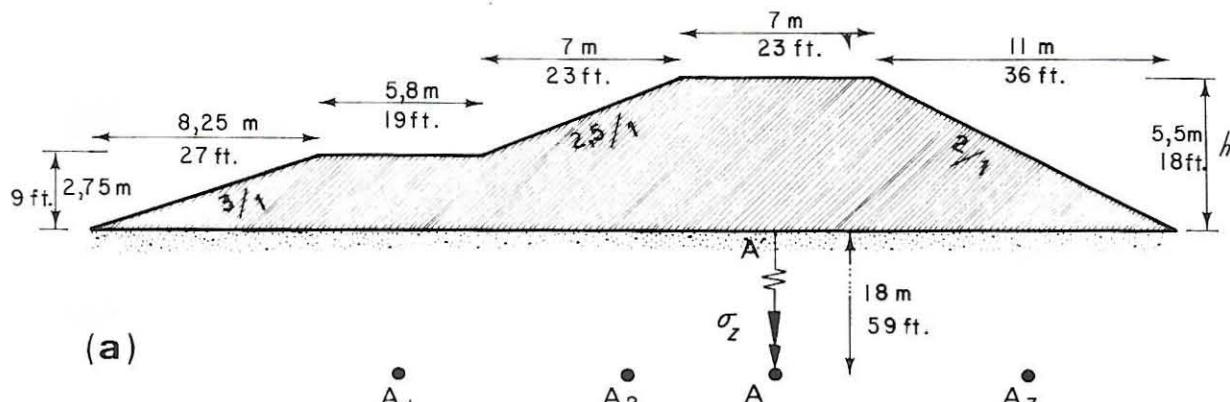
γ : poids volumique du matériau de la digue,

g : accélération de la pesanteur (9,81 m/s),

h : hauteur de la digue.

On obtient, dans le système français :

$$\gamma h = 1,9 \times 5,5 = 10,45 \text{ t/m}^2 = 1\,045 \text{ kg/cm}^2;$$



(a)

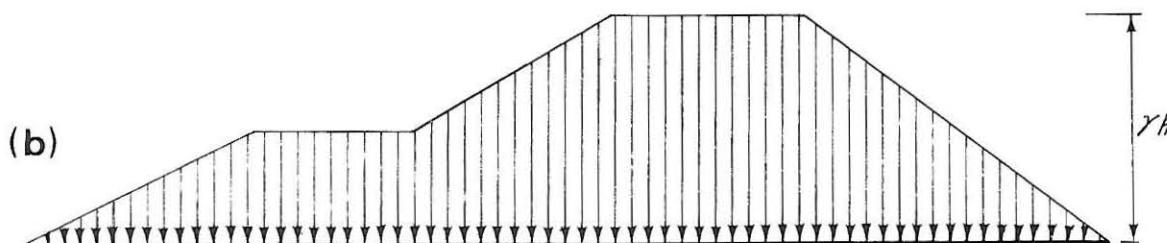


FIG. 1. – (a) Section d'une digue dont la longueur perpendiculaire au dessin est très grande. On désire calculer σ_z au point A.

(b) Charge normale approximativement exercée par la digue sur le sol.

dans le système britannique :

$$\gamma h = 118,5 \times 18 = 2135 \text{ lb/sq. ft} = 14,8 \text{ p.s.i. ;}$$

et dans le système international :

$$\gamma h = \rho gh = 1900 \times 9,81 \times 5,5 = 102\,500 \text{ N/m}^2 = 1,025 \text{ bar.}$$

Les opérations à faire sont alors les suivantes :

1. Dessiner sur papier calque la charge à une échelle telle que : A'A soit égal à P'P sur le damier 1, γh soit égal à p sur ce même damier.
2. Placer le calque sur le damier 1 en faisant coïncider A'A et P'P (Fig. 2).

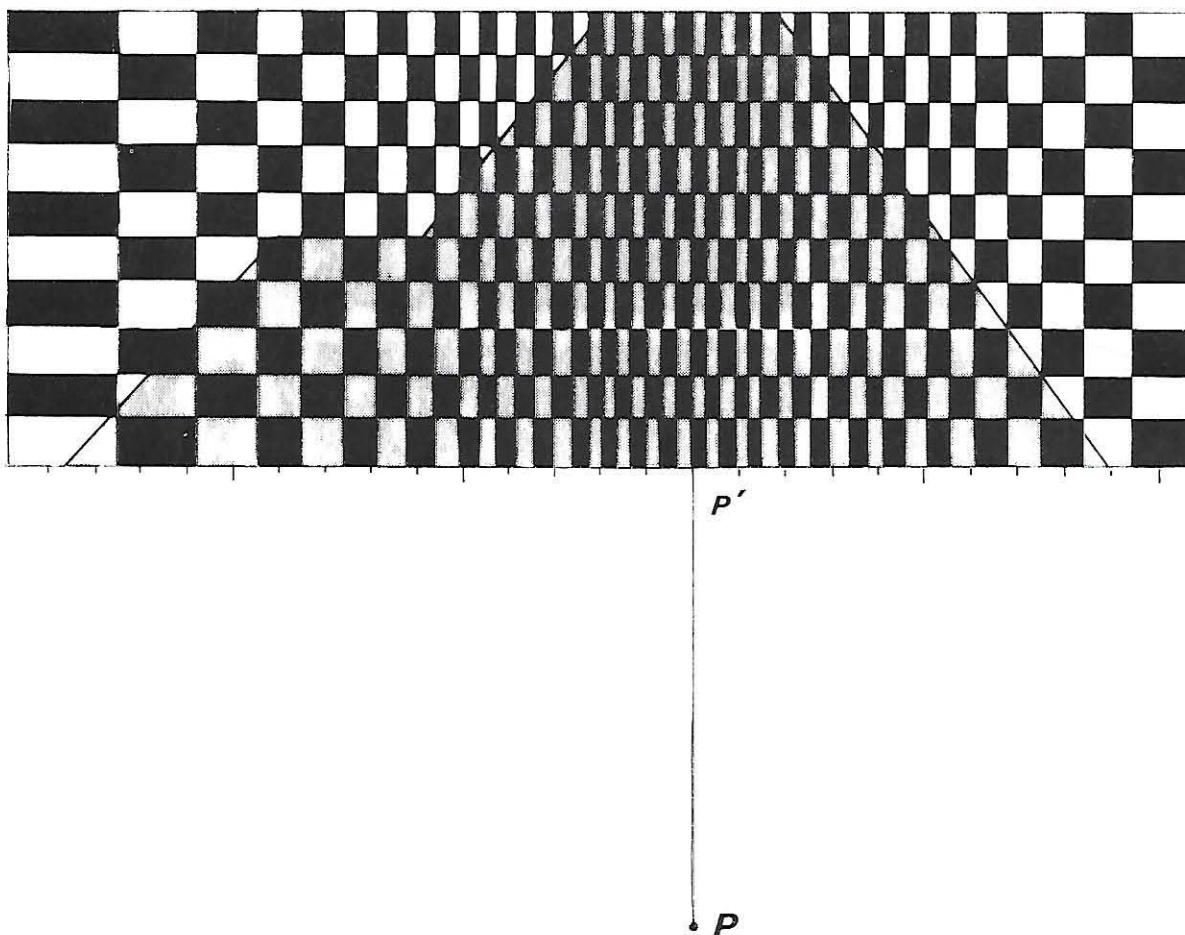


FIG. 2. — Utilisation d'un damier : le profil de charge, placé sur le damier, à une échelle telle que A'A coïncide avec P'P et que γh soit égal à p . On trouve ici 295 cases recouvertes par la section de la charge.

3. Compter le nombre m de cases (blanches et noires) du damier recouvertes par le profil de la charge. Dans l'exemple, nous trouvons : $m = 295$.

4. Calculer la contrainte σ_z en P par la formule :

$$(1) \quad \sigma_z = 0,002 m\gamma h$$

soit, pour l'exemple :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0,002 \times 295 \times 1,025 = 0,605 \text{ bar} \\ &= 1\,260 \text{ lb/sq. ft} = 0,875 \text{ p.s.i.} = 0,616 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Remarques :

1. Le comptage se simplifie en groupant les cases en rectangles lorsque la charge est uniformément distribuée et en utilisant les nombres portés dans les cases là où la charge varie.

2. Pour calculer σ_z en d'autres points du sol situés à la même profondeur que A(A_1, A_2, A_3 , Fig. 1), il suffit d'utiliser le même calque en le déplaçant latéralement sur le damier.

3. Pour calculer σ_z aux points situés à une profondeur différente, il faut redessiner le profil de la charge à une échelle différente.

4. On pourrait choisir l'échelle du dessin telle que γh soit plus petit que p . Par exemple, avec $\gamma h/p = 1/k$, la formule (1) deviendrait :

$$(2) \quad \sigma_z = 0,002 km\gamma h$$

5. On peut calculer de la même manière les contraintes τ_{zx} et σ_x dues à une charge normale en utilisant les damiers 2 et 3. Toutefois, dans le damier 2, les cases situées à droite de OP sont affectées du signe moins. Ainsi, τ_{zx} est nul sur l'axe d'une charge normale symétrique (Fig. 3 b).

6. On peut également calculer de la même manière les contraintes σ_z , τ_{zx} et σ_x dues à des charges tangentielles en utilisant les damiers 2, 3 et 4. Notons que le damier 2 fournit indifféremment τ_{zx} dû à une charge normale et σ_z dû à une charge tangentielle (de même le damier 3 avec σ_x et τ_{zx}). Enfin, les résultats obtenus pour une charge tangentielle de sens contraire à l'axe Ox sont affectées du signe moins (Fig. 3 d).

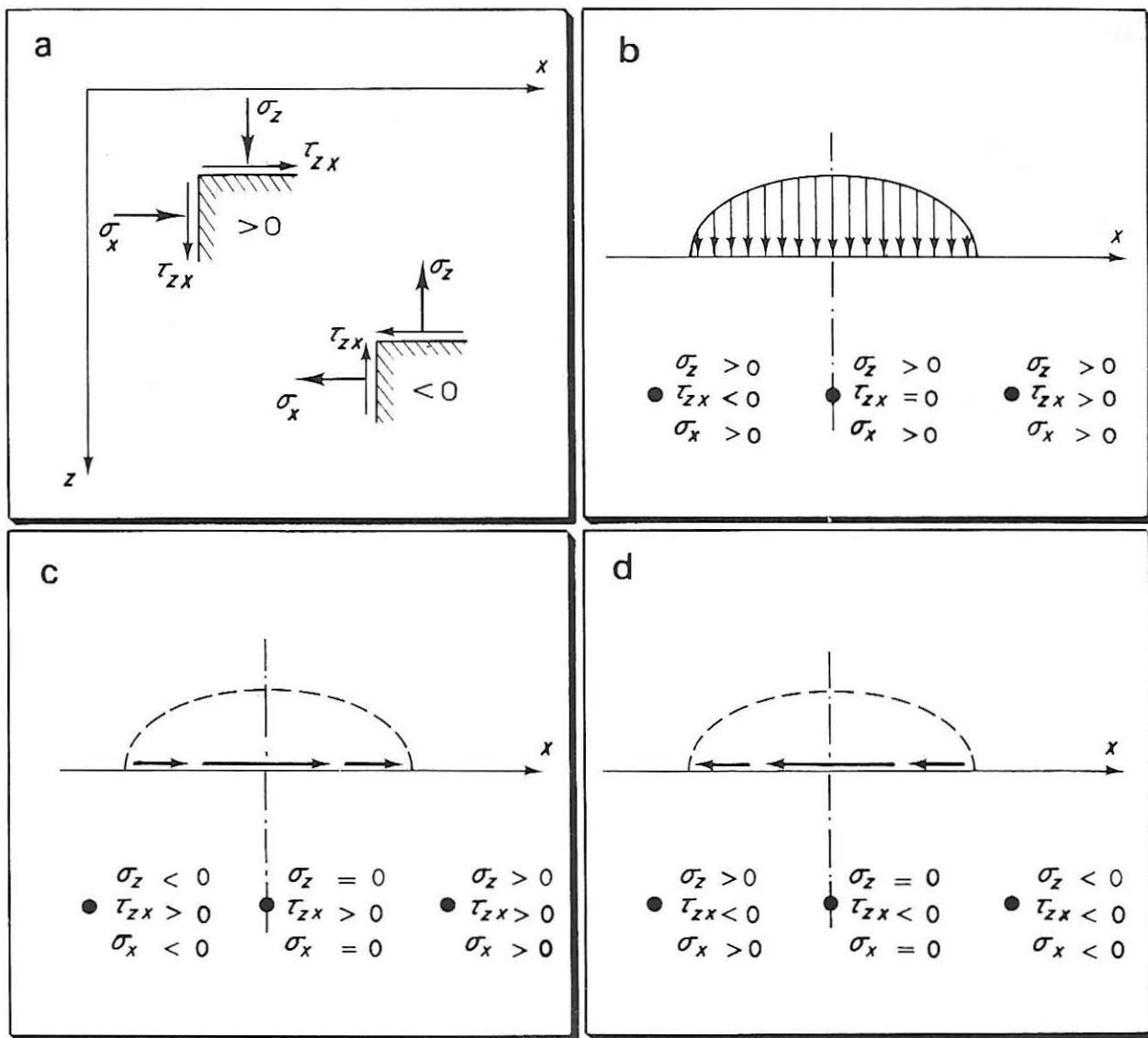
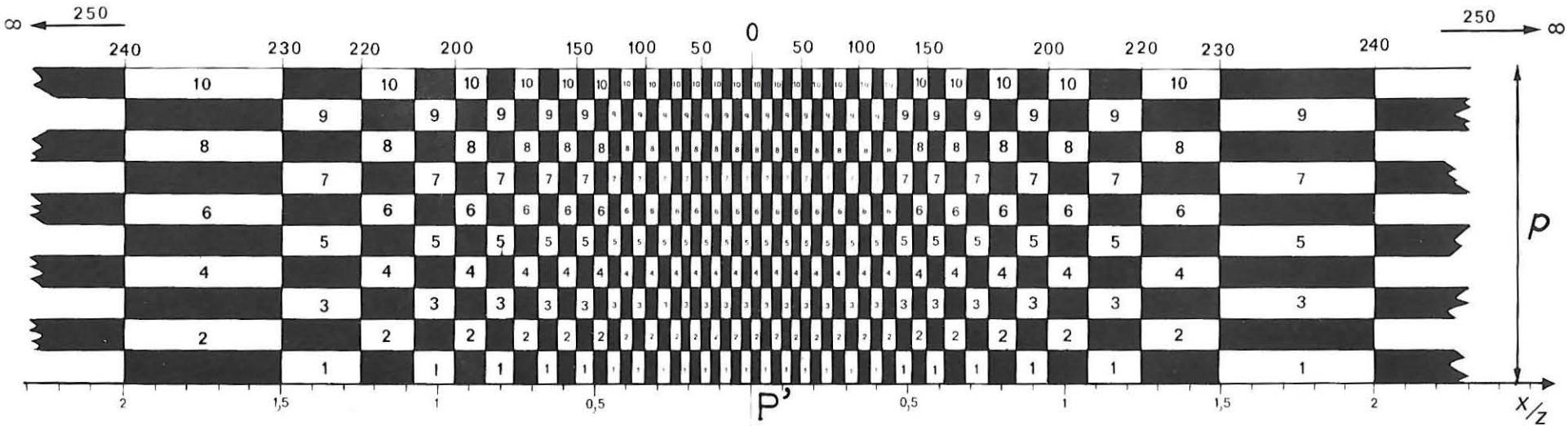


FIG. 3. — (a) Convention de signe : les contraintes normales de compression sont positives ; les contraintes tangentielles sont positives si elles sont de même sens que les axes et s'exercent sur les coupes dont la normale intérieure est parallèle aux axes et de même sens.

(b) (c) (d) Signe des contraintes dues à des charges symétriques.

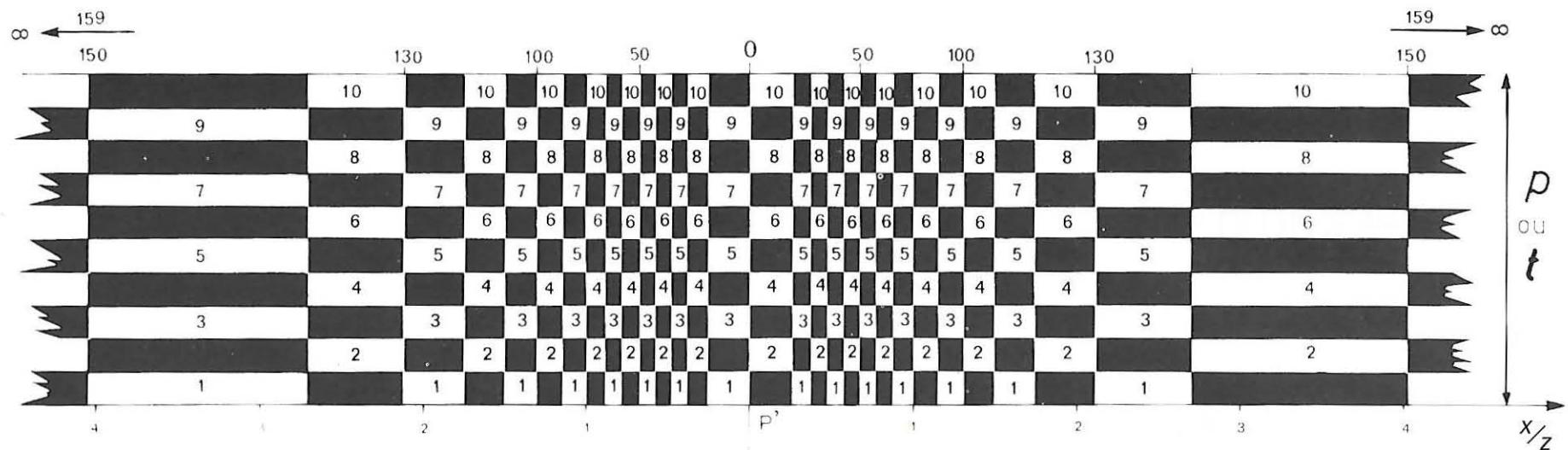


$$\sigma_z = 0,002 \text{ mp}$$

$\frac{x}{z}$

P

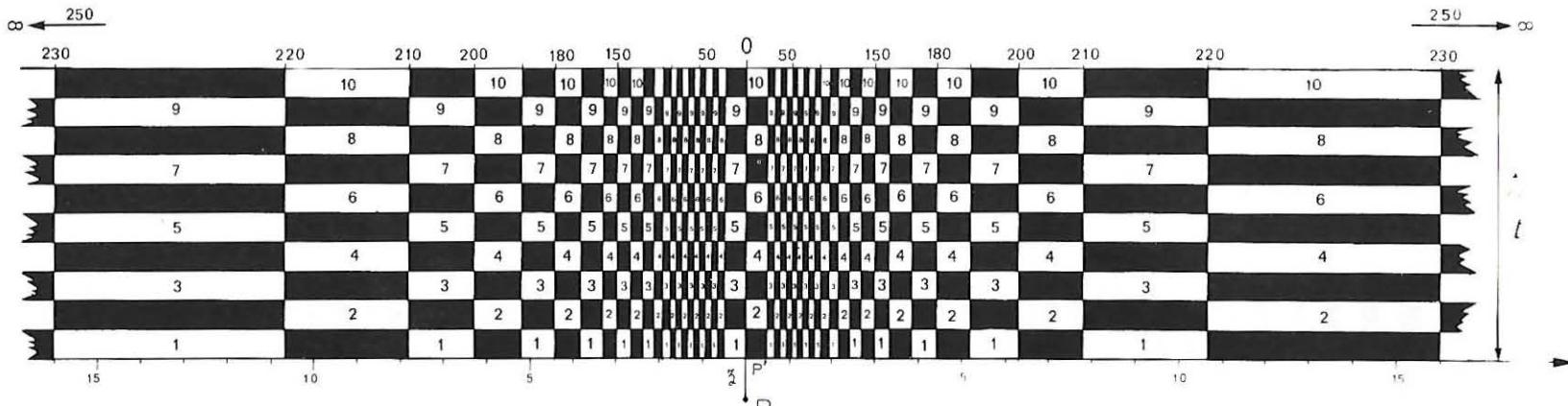
DAMIER 1. — Toutes les cases sont comptées positivement si les charges normales sont des compressions.



$$\tau_{z\infty} = 0,002 \text{ mp}$$

$$\sigma_z = 0,002 \text{ mt}$$

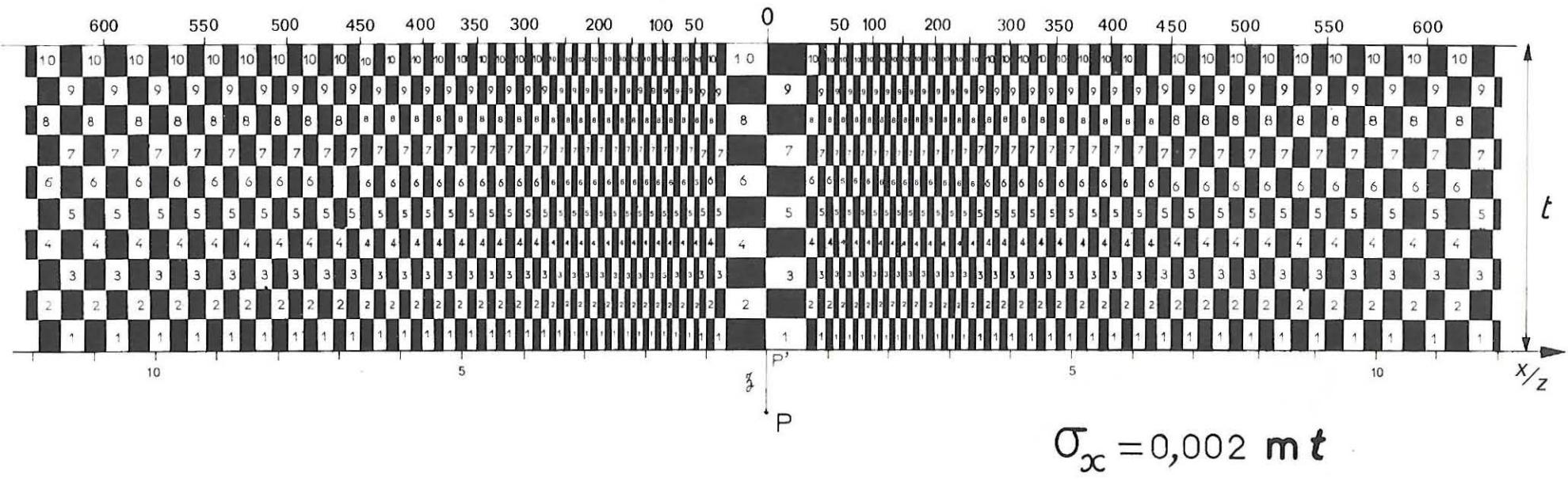
DAMIER 2. — Pour des charges normales de compression et pour des charges tangentialles orientées vers la droite, les cases sont affectées du signe plus à droite de P et moins à gauche. Et inversement pour les charges tangentialles orientées vers la gauche.



$$\sigma_x = 0,002 \text{ MP}$$

$$\tau_{zx} = 0,002 \text{ mt}$$

DAMIER 3. — Les cases sont toutes comptées positivement pour les charges normales de compression et les charges tangentialles orientées vers la droite. Elles sont comptées négativement pour les charges tangentialles orientées vers la gauche.



DAMIER 4. — Pour les charges tangentielles orientées vers la droite, les cases de droite sont comptées positivement et celles de gauche négativement, et inversement pour les charges tangentielles orientées vers la gauche.

7. Les charges exercées sur le sol par la digue de la figure 1 sont en réalité légèrement inclinées : leurs composantes tangentialles produisent au point A une petite contrainte σ_z que l'on aurait pu calculer par le damier 2 et ajouter à 1,025 bar.

8. Dans certains cas simples comme les charges triangulaires symétriques, les formules de l'élasticité donnent directement la valeur des contraintes en un point quelconque du massif de sol. Dans ces mêmes cas, les valeurs obtenues à l'aide des damiers n'ont jamais différé des valeurs exactes de plus de 2 %.

CONSTRUCTION DES DAMIERS

L'abscisse x/z des lignes verticales des quatre damiers est donnée respectivement par les quatre formules suivantes où λ est un nombre entier :

Damier 1 :

$$(3) \quad \operatorname{Arctg} \frac{x}{z} + \frac{x/z}{1 + x^2/z^2} = \frac{\lambda\pi}{50} \quad (1 \leq \lambda \leq 25)$$

Damier 2 :

$$(4) \quad \frac{x}{z} = \sqrt{\frac{\lambda\pi}{50 - \lambda\pi}} \quad (1 \leq \lambda \leq 15)$$

Damier 3 :

$$(5) \quad \operatorname{Arctg} \frac{x}{z} - \frac{x/z}{1 + x^2/z^2} = \frac{\lambda\pi}{50} \quad (1 \leq \lambda \leq 25)$$

Damier 4 :

$$(6) \quad \operatorname{Log} (1 + x^2/z^2) - \frac{x^2/z^2}{1 + x^2/z^2} = \frac{\lambda\pi}{50} \quad (1 \leq \lambda \leq \infty)$$

Les valeurs numériques de x/z en fonction de λ sont données dans le tableau suivant.

TABLEAU 1. — Valeurs des formules (3) (4) (5) et (6)

σ/P	N° du damier			
	1	2	3	4
0	0	0	0	0
0,02	0,035	0,26	0,50	0,68
0,04	0,065	0,38	0,67	0,85
0,06	0,10	0,48	0,80	0,99
0,08	0,13	0,58	0,93	1,11
0,1	0,16	0,68	1,06	1,22
0,12	0,20	0,78	1,19	1,32
0,14	0,23	0,89	1,32	1,42
0,16	0,26	1,01	1,46	1,53
0,18	0,30	1,15	1,61	1,63
0,2	0,34	1,31	1,78	1,73
0,22	0,38	1,5	1,96	1,83
0,24	0,42	1,75	2,15	1,92

σ/P	N° du damier			
	1	2	3	4
0,26	0,46	2,12	2,38	2,02
0,28	0,52	2,71	2,65	2,12
0,3	0,56	4,05	2,99	2,22
0,32	0,62	∞	3,38	2,32
0,34	0,69		3,82	2,42
0,36	0,76		4,43	2,53
0,38	0,85		5,20	2,64
0,4	0,95		6,3	2,75
0,42	1,08		7,8	2,87
0,44	1,25		10,67	2,98
0,46	1,50		16,00	3,09
0,48	2,00		32	3,21
0,5	∞		∞	3,33

σ/P	N° 4
0,52	3,45
0,54	3,57
0,56	3,71
0,58	3,84
0,6	3,98
0,62	4,12
0,64	4,27
0,66	4,42
0,68	4,58
0,7	4,74

σ/P	N° 4
0,72	4,90
0,74	5,1
0,76	5,28
0,78	5,46
0,8	5,64
0,82	5,83
0,84	6,01
0,86	6,22
0,88	6,42
0,9	6,64

σ/P	N° 4
0,92	6,86
0,94	7,1
0,96	7,34
0,98	7,58
1	7,83
1,02	8,10
1,04	8,36
1,06	8,63
1,08	8,91
1,1	9,19

σ/P	N° 4
1,12	9,49
1,14	9,79
1,16	10,10
1,18	10,43
1,2	10,82
1,22	11,15
1,24	11,55
1,26	11,93
1,28	12,31
1,3	12,71

BIBLIOGRAPHIE

Cette section reproduit les résultats d'une étude originale publiée en 1970 [1].

REFERENCE

- [1] J.P. GIROUD, "Calcul pratique des contraintes dans un sol supportant une charge de grande longueur", Construction; 6 (juin 1970), 221-226.

SECTION 6-13

**CHARGE DE GRANDE LONGUEUR
DISTRIBUÉE DE FAÇON QUELCONQUE**

(remblais)
sur une couche de sol homogène d'épaisseur finie

SOMMAIRE

- Définition du sol
- Définition de la charge
- Calcul direct du tassement
- Calcul des contraintes
- Construction des damiers
- Bibliographie

DEFINITION DU SOL

La couche de sol homogène, d'épaisseur H , repose sur un substratum indéformable auquel elle adhère parfaitement. Si cette adhérence n'est pas parfaite, le tassement sera plus important. Si la couche de sol n'est pas parfaitement homogène, on pourra néanmoins obtenir un ordre de grandeur du tassement si l'on a pu estimer une valeur moyenne des propriétés (E , v) du sol pour toute la couche.

DEFINITION DE LA CHARGE

Le calcul est fait pour une fondation infiniment longue ayant même distribution de charge dans toute section droite. Les "damiers" donnés ci-après ne concernent que les charges normales. Mais la distribution de ces charges peut-être absolument quelconque pourvu qu'elle soit la même dans toute section droite.

CALCUL DIRECT DU TASSEMENT

Le calcul se fait à l'aide de "damiers" dont nous allons indiquer le mode d'emploi sur un exemple.

Exemple :

Déterminons le tassement w , du point A de la surface du sol provoqué par le remblai de grande longueur dont la section est indiquée sur la figure 1 a et dont le poids volumique est $\gamma = 2,2 \text{ g/cm}^3$. Nous supposons que les propriétés du sol sont à peu près constantes dans toute la couche et peuvent être caractérisées par $E = 15 \text{ bars}$ et $v = 0,3$. Nous admettons que ce remblai exerce sur le sol la charge normale indiquée sur la figure 1 b et dont les deux parties sont :

$$(1) \quad \gamma h_1 = 2200 \times 9,81 \times 2 = 0,43 \times 10^5 \text{ pascal} = 0,43 \text{ bar.}$$

$$(2) \quad \gamma h_2 = 2200 \times 9,81 \times 3 = 0,65 \times 10^5 \text{ pascal} = 0,65 \text{ bar.}$$

Les opérations à faire sont alors les suivantes :

1. Dessiner sur papier calque le profil de la charge de façon que :

- les longueurs horizontales soient à l'échelle indiquée sous chaque damier,
- la plus grande contrainte (ici γh_2) soit égale à la hauteur, p , du damier :

$$(3) \quad p = \gamma h_2 = 0,65 \text{ bar}$$

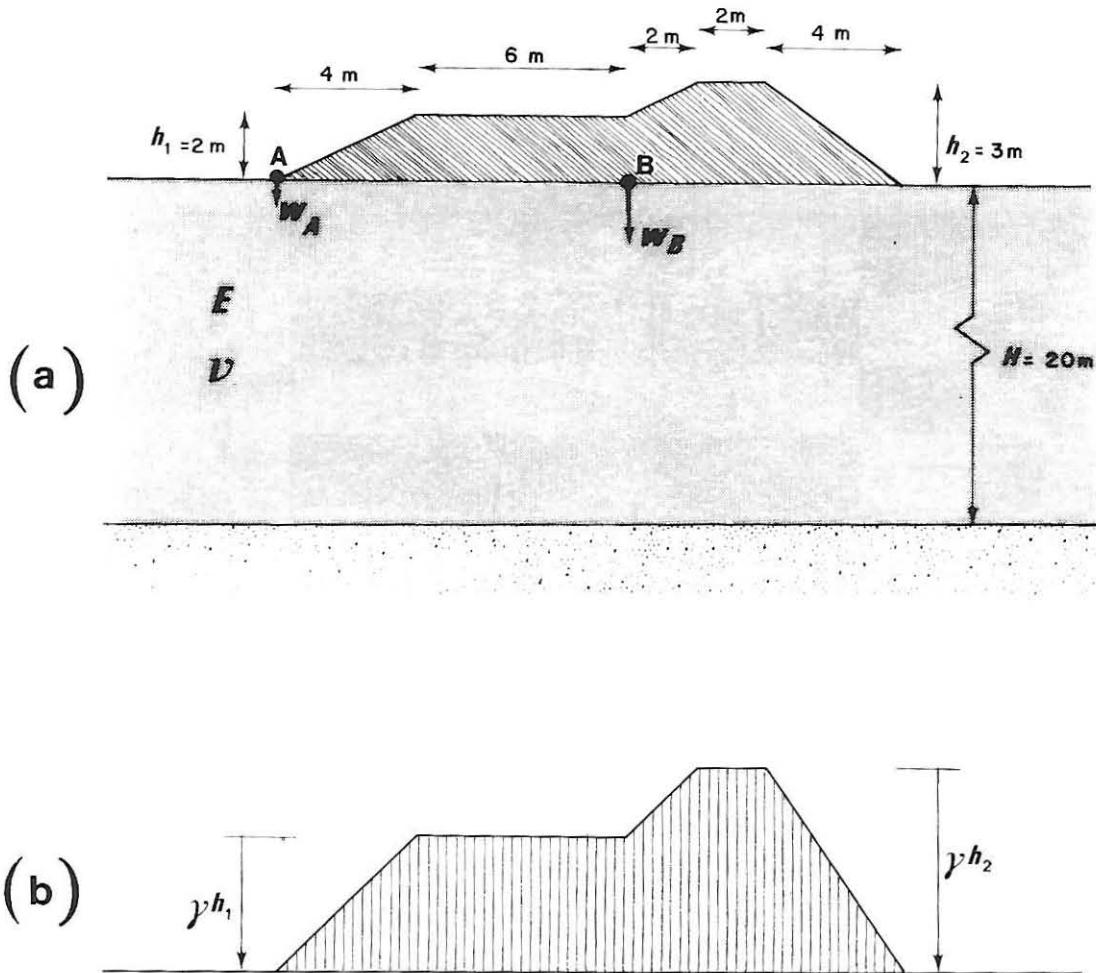


FIG. 1. — (a) Section transversale d'un remblai reposant sur une couche compressible dont on veut calculer le tassement en A et B.

(b) Distribution de contraintes normales approximativement exercées par le remblai sur la surface du sol.

2. Placer ce calque sur le damier correspondant à la valeur de v du sol (ici, $v = 0,3$) en faisant coïncider A et O (Fig. 2).

3. Compter le nombre m de cases (blanches et noires) du damier recouvertes par le profil de la charge. Ici, nous trouvons $m = 23$.

4. Calculer le tassement par la formule indiquée sur le damier. Ici :

$$(4) \quad w_A = 0,0065 \times 23 \times \frac{0,65 \times 20}{15} = 0,13 \text{ m} = 13 \text{ cm}$$

$$\nu = 0,3$$

$$w = 0,0065 m \frac{p H}{E}$$

15

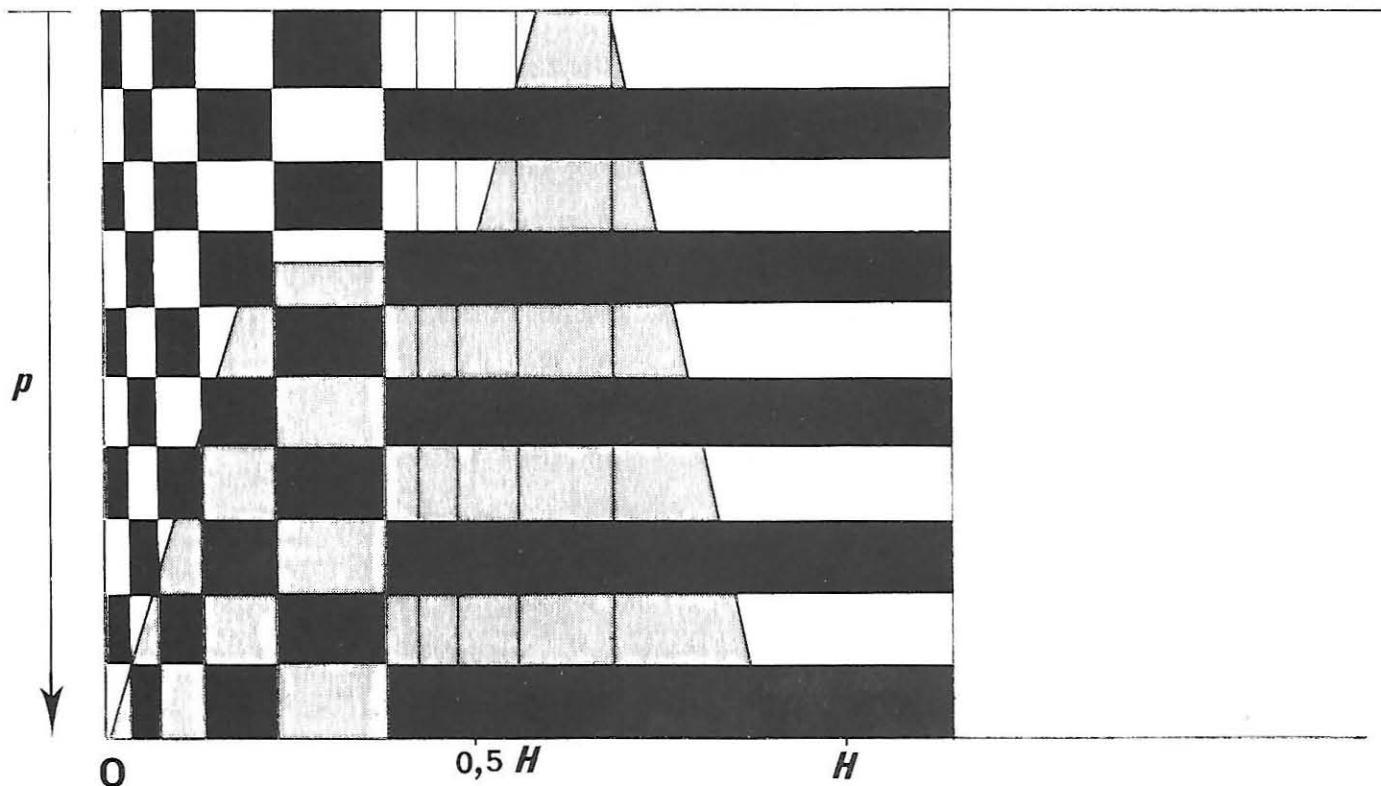


FIG. 2. — Utilisation d'un damier (ici, $\nu = 0,3$) : on compte le nombre de cases recouvertes par le profil de la charge (ici, $m = 23$).

Remarques :

1. Les cases noires et les cases blanches sont équivalentes : leur couleur ne sert qu'à faciliter le comptage.
2. Le comptage se simplifie en groupant les cases en rectangles là où la charge est uniformément distribuée.
3. Pour guider le comptage, les grandes cases ont été subdivisées en cinquièmes par un trait fin. De plus, sur le damier $\nu = 0,5$, un tiret partage certaines cases en deux moitiés.

4. Si le sol de l'exemple précédent avait eu pour coefficient de Poisson $\nu = 0,5$, on aurait trouvé pour le tassement en A :

$$m_1 = 9,5 \text{ cases positives,}$$

$$m_2 = 3,5 \text{ cases négatives,}$$

soit :

$$m = m_1 - m_2 = 9,5 - 3,5 = 6$$

et :

$$(5) \quad w_A = 0,00636 \times 6 \times \frac{0,65 \times 20}{15} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm.}$$

Les cases négatives mettent bien en évidence le fait que des charges éloignées provoquent un soulèvement si le sol est incompressible. Dans le cas $\nu = 0,4$ le même effet se manifeste mais avec une moindre ampleur.

5. Si le coefficient de Poisson du sol ne correspond à aucun damier, on pourra interpoler à partir des valeurs fournies par les deux damiers voisins. Pour faire cette interpolation, il faut savoir que le cas $\nu = 0,1$ est très voisin du cas $\nu = 0$, et que le tassement pour $\nu = 0,2$, s'obtient approximativement en faisant la moyenne des cas $\nu = 0$ et $\nu = 0,3$.

6. Pour calculer le tassement d'un point tel que B, il faut déterminer successivement le tassement dû à la partie gauche et ajouter les deux valeurs (Fig. 3). On trouvera ainsi, pour $\nu = 0,3$:

- partie gauche : $m_1 = 33$;
- partie droite : $m_2 = 39$;

soit en tout :

$$(6) \quad w_B = 0,0065 \times (39 + 33) \frac{0,65 \times 20}{15} = 0,41 \text{ m} = 41 \text{ cm.}$$

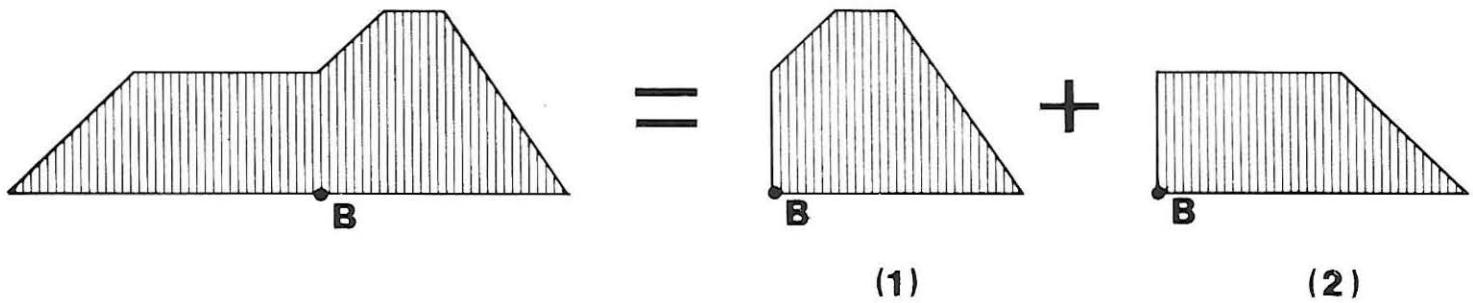


FIG. 3. — Décomposition de la charge pour le calcul du tassement en B. Les deux charges (1) et (2), dessinées à l'échelle convenable, sont portées successivement sur le damier en faisant coïncider B et O. Cette décomposition serait inutile si nos damiers avaient été complétés par symétrie à gauche de O.

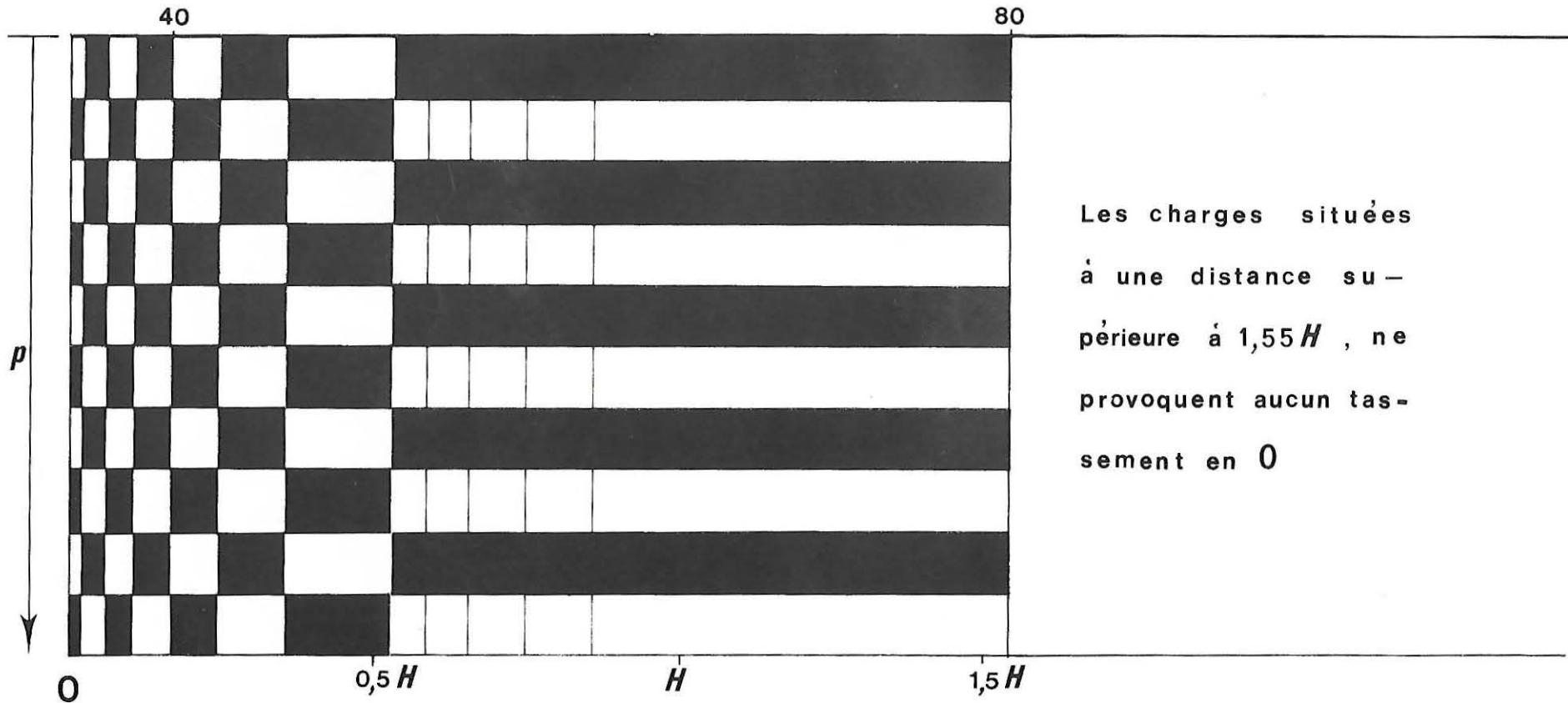
CALCUL DES CONTRAINTES

Nous n'avons pas établi de damiers pour le calcul des contraintes dans le cas d'une couche de sol d'épaisseur finie. Leur emploi serait trop compliqué et l'approximation fournie pour les contraintes par le cas du milieu semi-infini traité dans la section précédente est suffisante dans la majorité des cas.

$$\nu = 0$$

$$w = 0,00635 \text{ m } \frac{p H}{E}$$

14

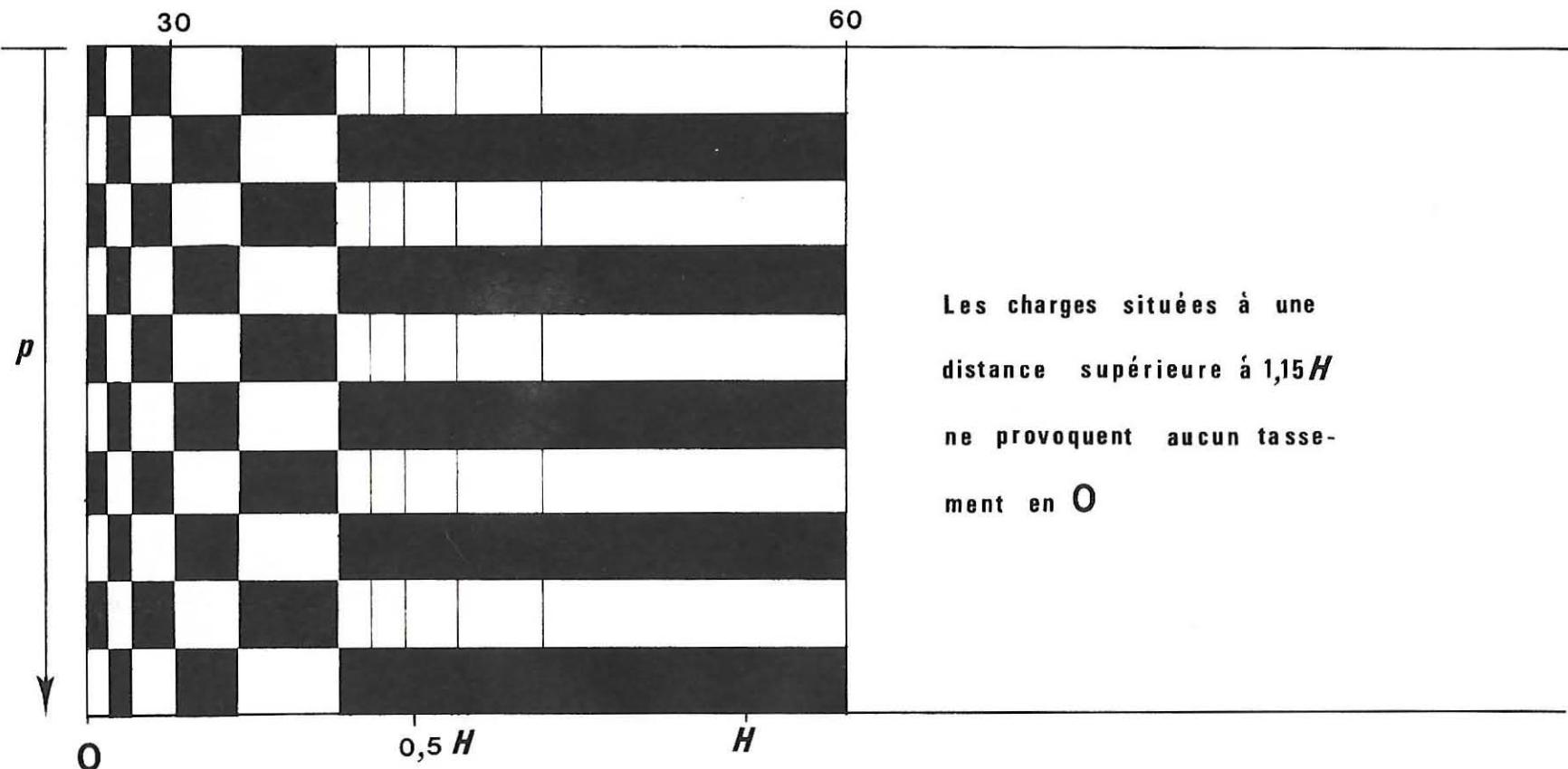


DAMIER pour $\nu = 0$. Notons que les charges situées à une distance de 0 supérieure à $1,55 H$ ne provoquent pratiquement aucun tassement en ce point. Les grandes cases sont subdivisées en cinq cinquièmes par des traits fins.

$$\nu = 0,3$$

$$w = 0,0065 \text{ m} \frac{pH}{E}$$

15

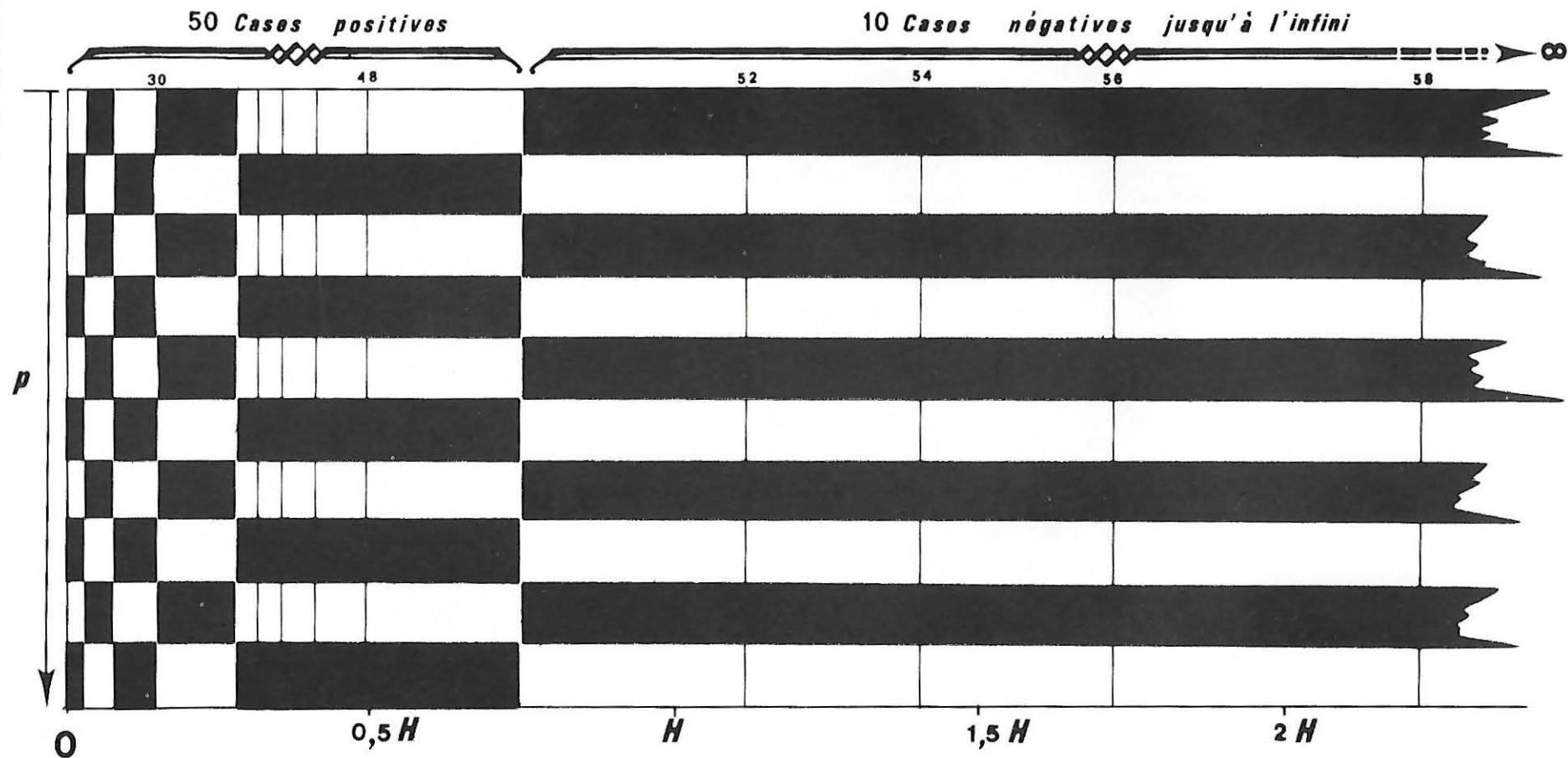


DAMIER pour $\nu = 0,3$. Notons que les charges situées à une distance de 0 supérieure à $1,15 H$ ne provoquent pratiquement aucun tassement en ce point. Les grandes cases sont subdivisées en cinq cinquièmes par des traits fins.

$$\nu = 0,4$$

$$w = 0,00595 m \frac{pH}{E}$$

16

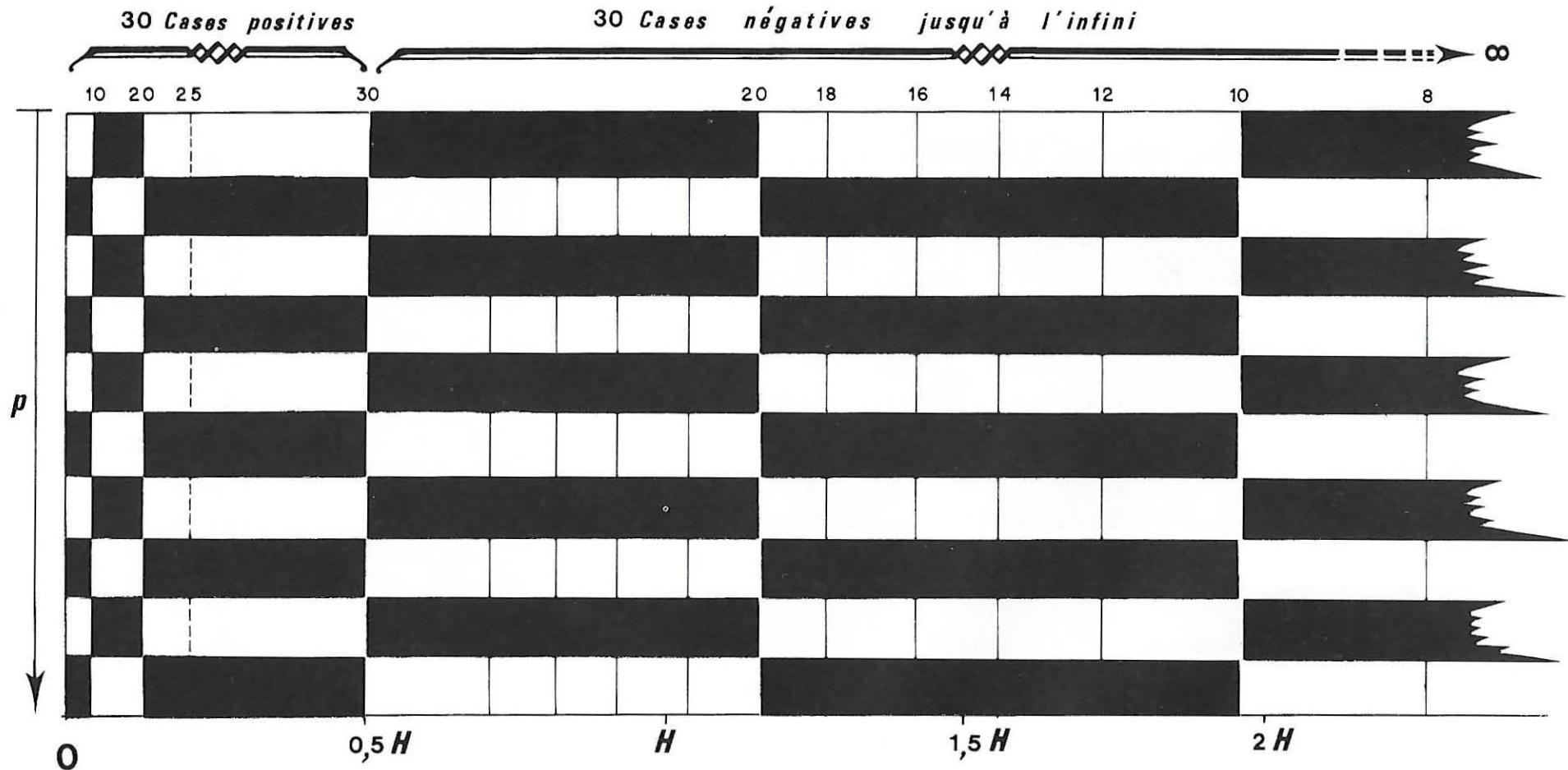


DAMIER pour $\nu = 0,4$. Notons que les charges situées à une distance de 0 supérieure à $0,75 H$ provoquent un soulèvement en ce point, ce qui vient en diminution du tassement provoqué par les charges situées en deçà de la distance $0,75 H$. Les grandes cases sont subdivisées en cinq cinquièmes par des traits fins.

$$\nu = 0,5$$

$$w = 0,00636 m \frac{p H}{E}$$

17



DAMIER pour $\nu = 0,5$. Notons que les charges situées à une distance de 0 supérieure à $0,5 H$ provoquent un soulèvement en ce point, ce qui vient en diminution du tassement provoqué par les charges situées en deçà de la distance $0,5 H$. Les grandes cases sont subdivisées en cinq cinquièmes par des traits fins ou en deux moitiés par un tiret.

CONSTRUCTION DES DAMIERS

Le tableau suivant donne l'abscisse des lignes verticales des quatre damiers. Pour $v = 0,4$ et $v = 0,5$, une ligne horizontale, dans le tableau, sépare les cases positives des négatives.

N°	$v = 0$	$v = 0,3$	$v = 0,4$	$v = 0,5$
0	0	0	0	0
1	0,019	0,030	0,032	0,041
2	0,053	0,069	0,078	0,126
3	0,102	0,130	0,150	0,5
4	0,164	0,229	0,275	1,155
5	0,243	0,380	0,750	1,960
6	0,354	1,15	∞	∞
7	0,530			
8	1,550			

BIBLIOGRAPHIE

Cette section reproduit les résultats d'une étude originale publiée en 1969 [1].

REFERENCE

- [1] J.P. GIROUD, "Estimation rapide du tassement d'une couche de sol compressible – Application aux fondations de remblais routiers". Revue Générale des Routes et des Aérodromes, 442 (avr. 1969), 73-80.

INDEX(*)

adhérence (entre deux couches).....	Vol. I	(Introduction § 3)
admissible (pression).....	Vol. III	(Introduction § 1.d)
angle de frottement interne.....	Vol. I	(Introduction § 3 ; Sections 1-4, 1-5)
anisotrope (sol).....	Vol. I	(Introduction § 3)
	Vol. III	(Section 7-3)
annulaire (fondation).....	Vol. I	(Section 3-10)
approximation (grandeur de l').....	Vol. I	(Deuxième page du chap. 2)
	Vol. II	(Deuxième page du chap. 6)
Archimète (poussée d').....	Vol. III	(Introduction § 3)
argile.....	Vol. I	(Section 1-5)
assise rigide.....		Voir substratum
axes (systèmes d').....	Vol. I	(Section 1-2)
base (profondeur de la).....	Vol. III	(Introduction § 1.a)
base oblique.....	Vol. III	(Sections 7-9, 8-4)
bande infinie.....	Vol. II	(Chap. 6)
bibliographie.....	Vol. I	(Introduction § 10)
bicouche.....	Vol. I	(Sections 2-3, 3-3)
	Vol. II	(Sections 6-3, 6-6)
	Vol. III	(Section 7-5)
calcul direct du tassement.....	Vol. I	(Introduction § 5)
calcul indirect du tassement.....	Vol. I	(Introduction § 5)
capillarité.....	Vol. III	(Introduction § 3)
caractéristiques du sol.....	Vol. I	(Section 1-5)
cartésiennes (coordonnées).....	Vol. I	(Section 1-2)
charge.....	Vol. I	(Introduction § 1)
charge excentrée.....	Vol. I	(Section 3-7)
	Vol. II	(Sections 4-1 et 4-2)
	Vol. III	(Chap. 8)

(*) Cet index, comme celui du volume précédent, couvre l'ensemble des "Tables pour le Calcul des Fondations". Il est toutefois légèrement plus complet que celui du tome 1.

charge inclinée.....	Vol. I	(Section 2-1)
	Vol. II	(Sections 4-1 et 4-4)
	Vol. III	(Chap. 8)
charge limite.....	Vol. III	(Introduction § 1.b)
charge linéairement répartie.....	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2, 6-4)
charge normale uniforme.....	Vol. I	(Sections 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5)
	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2, 4-3)
cheminée.....	Vol. I	(Section 3-10)
circulaire.....	Vol. I	(Chap. 3)
	Vol. III	(Introduction § 1.a)
coefficient de POISSON.....	Vol. I	(Introduction § 3 ; Section 1-5)
coefficient de réduction.....	Vol. III	(Section 8-1)
coefficient de sécurité.....	Vol. III	(Introduction § 1.d)
cohésion.....	Vol. I	(Introduction § 3 ; Section 1-5)
cohésion normale.....	Vol. III	(Introduction § 1.e)
compatibilité (relations de).....	Vol. I	(Section 1-2)
compressibilité.....	Vol. I	(Section 1-3)
concentrée (charge, force).....	Vol. I	(Chap. 2)
conique (remblai).....	Vol. I	(Section 3-9)
contraintes.....	Vol. I	(Section 1-2)
conventions de signe.....	Vol. I	(Section 1-2)
conversion d'unités.....	Vol. I	(Section 1-1)
coordonnées.....	Vol. I	(Section 1-2)
COULOMB (loi de).....	Vol. I	(Section 1-4)
cylindriques (coordonnées).....	Vol. I	(Section 1-2)
damier.....	Vol. II	(Sections 6-12 et 6-13)
déformation.....	Vol. I	(Section 1-2)
déformation plane.....	Vol. II	(Deuxième page du Chap. 6)
déplacement.....	Vol. I	(Section 1-2)
deux couches.....	Vol. I	(Sections 2-3 et 3-3)
	Vol. II	(Sections 6-3 et 6-6)
	Vol. II	(Section 7-5)
deux dimensions.....	Vol. II	(Deuxième page du chap. 6)
déviatoire (module).....	Vol. I	(Section 1-3)
direct (calcul).....	Vol. I	(Introduction § 5)
distorsion.....	Vol. I	(Section 1-2)
distorsion (module de).....	Vol. I	(Section 1-3)
distribution linéaire.....	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2, 6-4)
distribution parabolique.....	Vol. I	(Section 3-9)
	Vol. II	(Section 6-10)

distribution trapézoïdale.....	Vol. II	(Sections 6-10 et 6-11)
distribution triangulaire.....	Vol. II	(Sections 6-10 et 6-11)
drainage (avant drainage, après drainage) ..	Vol. I	(Introduction § 3 ; Section 1-5)
	Vol. III	(Introduction § 3)
drainé (non drainé).....	Vol. I	(Section 1-5)
	Vol. III	(Introduction § 3)
élasticité.....	Vol. I	(Introduction § 5 ; Section 1-3)
épaisseur finie (couche d').....	Vol. I	(Sections 2-2, 3-2 et 3-8)
équilibre indéfini (équations de l').....	Vol. I	(Section 1-2)
excentrée (charge).....	Vol. I	(Section 3-7)
	Vol. II	(Sections 4-1 et 4-2)
	Vol. III	(Chap. 8)
excentricité de la charge.....	Vol. III	(Chap. 8)
excentricité optimale.....	Vol. III	(Chap. 8)
fictive (inclinaison).....	Vol. III	(Introduction § 1.e)
force concentrée.....	Vol. I	(Chap. 2)
force par unité de longueur.....	Vol. I	(Section 2-4)
force portante.....	Vol. I	(Introduction § 4)
	Vol. III	(Introduction § 1.b)
	Vol. III	(Chap. 7 et 8)
frottement interne.....	Vol. I	(Introduction § 3 ; Section 1-5)
géométrie des fondations.....	Vol. I	(Introduction § 1)
	Vol. III	(Introduction § 1.a)
glissement (entre deux couches).....	Vol. III	(Section 7-4)
glissement (surface de).....	Vol. I	(Introduction § 4)
grande longueur (fondation de).....	Vol. II	(Chap. 6)
gravier.....	Vol. I	(Section 1-5)
grille.....	Vol. II	(Chap. 5)
hauteur (de remblai).....	Vol. I	(Section 3-9)
	Vol. II	(Sections 4-6, 6-10 et 6-11)
hétérogène (sol).....	Vol. I	(Introduction § 3)
homogène (sol).....	Vol. I	(Introduction § 3)
Hooke (loi de).....	Vol. I	(Section 1-3)
inclinaison fictive.....	Vol. III	(Introduction § 1.e)
inclinaison réelle.....	Vol. III	(Introduction § 1.e)
incliné (sol).....	Vol. III	(Sections 7-8 et 8-3)
inclinée (base de la fondation).....	Vol. III	(Sections 7-9 et 8-4)

inclinée (charge).....	Vol. I	(Section 2-1)
	Vol. II	(Sections 4-1 et 4-4)
	Vol. III	(Chap. 8)
incompressible.....	Vol. I	(Section 1-2)
indirect (calcul).....	Vol. I	(Introduction § 5)
infinie (bande).....	Vol. II	(Chap. 6)
infinie (fondation de longueur).....	Vol. II	(Chap. 6)
instantané (tassement).....	Vol. I	(Introduction § 2 et 5)
isotrope (sol).....	Vol. I	(Introduction § 3)
 LAME (coefficients de).....	Vol. I	(Section 1-3)
LAME (équation de NAVIER).....	Vol. I	(Section 1-3)
largeur des fondations.....	Vol. I	(Introduction § 1)
	Vol. III	(Introduction § 1.a)
ligne de longueur finie.....	Vol. I	(Section 2-4)
limite (pression).....	Vol. I	(Introduction § 4)
	Vol. III	(Introduction § 1.c)
linéairement répartie (contrainte).....	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2 et 6-4)
longueur des fondations.....	Vol. I	(Introduction § 1)
	Vol. II	(Deuxième page du Chap. 6)
	Vol. III	(Introduction § 1.a)
longueur (grande).....	Vol. II	(Chap. 6)
 masse volumique.....	Vol. I	(Section 1-5)
milieu semi-infini.....	Vol. I	(Sections 2-1, 2-4, 3-1, 3-6, 3-7, 3-9 et 3-10)
	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2, 4-5, 4-6, 5-1, 6-1, 6-4, 6-8, 6-10 et 6-12)
	Vol. III	(Sections 7-1, 7-9, 8-1 et 8-4)
module d'YOUNG.....	Vol. I	(Introduction § 3 ; Sections 1-3 et 1-5)
module fonction de la profondeur.....	Vol. I	(Section 3-5)
	Vol. II	(Section 6-7)
	Vol. III	(Section 7-6)
moment.....	Vol. I	(Section 3-7)
	Vol. II	(Sections 4-1, 6-4, 6-8 et 6-9)
	Vol. III	(Chapitre 8)
monocouche (sol).....	Vol. I	(Sections 2-2, 3-2 et 3-8)
	Vol. II	(Sections 4-3 et 4-4)
	Vol. III	(Section 7-4)

mur de soutènement (fondation de).....	Vol. II Vol. III	(Sections 4-1, 6-4 et 6-8) (Chapitre 8)
nappe phréatique.....	Vol. III	(Section 7-7)
NAVIER-LAME (équations de).....	Vol. I	(Section 1-3)
normale (charge).....	Vol. I	(Chapitres 2, 3, 4, 5, 6 et 7 : toutes les sections).
notations.....	Vol. I	(Introduction § 9)
oblique (base).....	Vol. III	(Sections 7-9 et 8-4)
orthotrope.....	Vol. III	(Section 7-3)
parabolique (charge).....	Vol. I Vol. II	(Section 3-9) (Section 6-10)
paramètres mécaniques du sol.....	Vol. I	(Section 1-5)
pente.....	Vol. III	(Sections 7-8 et 8-3)
plasticité.....	Vol. I	(Introduction § 4, Section 1-4)
poids volumique du sol.....	Vol. I	(Introduction § 3, Section 1-5)
POISSON (coefficient de).....	Vol. I	(Introduction § 3, Sections 1-3 et 1-5)
ponctuelle (force, charge).....	Vol. I	(Sections 2-1, 2-2 et 2-3)
poteau.....	Vol. I	(Sections 2-1, 2-2 et 2-3)
poussée d'Archimète.....	Vol. III	(Introduction § 3)
pression.....	Vol. I	(Section 1-1)
pression admissible.....	Vol. III	(Introduction § 1.d)
pression limite.....	Vol. I Vol. III	(Introduction § 4) (Introduction § 1.c)
profondes (fondations).....	Vol. I	(Introduction § 1)
profondeur (des fondations).....	Vol. I Vol. III	(Introduction § 1 et § 5) (Introduction § 1.a)
profondeur (module fonction de).....	Vol. I Vol. II Vol. III	(Section 3-5) (Section 6-7) (Section 7-6)
propriétés du sol.....	Vol. I	(Introduction § 3 ; Section 1-5)
pyramidal (remblai).....	Vol. II	(Section 4-6)
quelconque (charge de forme).....	Vol. II	(Chapitre 5)
radier.....	Vol. I	(Introduction § 1)
rectangulaire (fondation).....	Vol. II Vol. III	(Chapitre 4) (Introduction § 1.a)

remblai.....	Vol. I	(Section 3-9)
réservoir.....	Vol. II	(Sections 4-6, 6-10 et 6-11)
résultante des charges appliquées.....	Vol. I	(Sections 3-1, 3-2, 3-3, 3-4 et 3-5)
rigide (fondation, radier).....	Vol. II	(Sections 4-1 et 6-4)
rigide (substratum).....	Vol. I	(Sections 3-6, 3-7 et 3-8)
rotation.....	Vol. II	(Sections 4-5, 6-8 et 6-9)
rotation moyenne.....	Vol. I	(Sections 2-2, 3-2 et 3-8)
	Vol. II	(Sections 4-3, 5-2, 6-2, 6-5, 6-9, 6-11 et 6-13)
rotation.....	Vol. II	(Sections 4-1, 6-4, 6-8 et 6-9)
rotation moyenne.....	Vol. II	(Sections 4-1 et 6-4)
 sable.....	Vol. I	(Section 1-5)
saturé (force portante d'un sol).....	Vol. III	(Introduction § 3)
sec (force portante d'un sol).....	Vol. III	(Introduction § 3)
sécurité (coefficient de).....	Vol. III	(Introduction § 1.d)
semelle filante.....	Vol. II	(Chapitre 6)
semelle isolée.....	Vol. III	(Chapitres 7 et 8)
semi-infini (milieu).....	Vol. I	(Chapitres 2 et 3)
	Vol. II	(Chapitre 4)
	Vol. I	(Sections 2-1, 2-4, 3-1, 3-6, 3-7, 3-9 et 3-10)
	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2, 4-5, 4-6, 5-1, 6-1, 6-4, 6-8, 6-10 et 6-12)
	Vol. III	(Sections 7-1, 7-9, 8-1 et 8-4)
signes (convention de).....	Vol. I	(Section 1-2)
silo (fondation de).....	Vol. I	(Chapitre 3)
silt.....	Vol. I	(Section 1-5)
souple (radier).....	Vol. I	(Introduction § 6)
sphériques (coordonnées).....	Vol. I	(Section 1-2)
stratifié (sol).....	Vol. III	(Section 7-2)
substratum indéformable.....	Vol. I	(Sections 2-2, 3-2 et 3-8)
	Vol. II	(Sections 4-3, 4-4, 6-2, 6-5, 6-9, 6-11 et 6-13)
	Vol. III	(Section 7-4)
superficie (fondation).....	Vol. I	(Introduction § 1)
surcharge.....	Vol. III	(Introduction § 2.b)
systèmes de coordonnées.....	Vol. I	(Section 1-2)
 tassement.....	Vol. I	(Introduction § 5)
tassement final (total).....	Vol. I	(Introduction § 2 et 5)

tassement instantané.....	Vol. I	(Introduction § 2 et 5)
tassement moyen.....	Vol. I	(Sections 3-1 et 3-2)
	Vol. II	(Sections 4-1 et 6-5)
taux de travail.....	Vol. III	(Introduction § 1.d)
tenseur contrainte.....	Vol. I	(Section 1-2)
tenseur déformation.....	Vol. I	(Section 1-2)
terme (court terme et long terme).....	Vol. III	(Introduction § 3)
terril.....	Vol. I	(Section 3-9)
trapézoïdal (remblai).....	Vol. II	(Sections 6-10 et 6-11)
triangulaire (remblai).....	Vol. II	(Sections 6-10 et 6-11)
tricouche (sol).....	Vol. I	(Section 3-4)
trois couches.....	Vol. I	(Section 3-4)
trois dimensions.....	Vol. I	(Introduction § 5)
	Vol. III	(Introduction § 1.a)
tronconique (remblai).....	Vol. I	(Section 3-9)
uniforme (pression, charge normale).....	Vol. I	(Sections 3-1, 3-2, 3-3, 3-4 et 3-5)
	Vol. II	(Sections 4-1, 4-2, 4-3, 6-4, 6-5, 6-6 et 6-7)
unités.....	Vol. I	(Introduction § 8, Section 1-1)
YOUNG (module d').....	Vol. I	(Introduction § 3, Section 1-5)

Imprimé en France

Imprimerie JOUVE, 17, rue du Louvre, 75001 PARIS

Dépôt légal : N° 7709. — 1^{er} trimestre 1973