## Sommaire

École Nationale des Ponts et Chaussées C.E.R.M.E.S.

6 et 8. Avenue Blaise Pascal Cite Descartes-Champs sur Marne 77455 MARNE LA VALLEE CEDEX 02 Tel: 81 64 15 34 44 (43)-Fax: 81 64 15 35 62

REVUE
FRANÇAISE
DE
<b>GÉOTECHNIQUE</b>
N° 90
1er trimestre 2000

Déformations d'un sol pulvérulent lors de l'essai pressiométric	que
A. FAWAZ, G. BIGUENET, M. BOULON	3
Quelques propositions au sujet des fondations profondes	4 =
A. MONNET, V. BERNHARDT	15
Application des essais Lefranc à l'évaluation du coefficient d'anisotropie hydraulique des sols aquifères	
M. CASSAN	25
Déformations cycliques et irréversibles dans les remblais ar	gileux
C. MIEUSSENS	47

#### CONSEIL DU COMITÉ DE LECTURE

La Revue française de géotechnique est une publication scientifique trimestrielle parrainée par les Comités français de mécanique des sols, de mécanique des roches, et de géologie de l'ingénieur, qui publie des articles et des notes techniques relevant de ces domaines. Des discussions sur les travaux publiés dans la revue sont également les bienvenues.

La Revue française de géotechnique se consacre à l'étude pluridisciplinaire des interactions entre l'activité humaine et le terrain naturel. Elle est donc particulièrement concernée par tout ce qui se rapporte à l'intégration de l'homme dans son environnement, dans une perspective de développement durable, ce qui inclut la prise en compte des risques naturels et anthropiques, ainsi que la fiabilité, la sécurité et la durabilité des ouvrages. Le terrain naturel intervient dans de nombreuses constructions, soit parce qu'il les porte (fondations), les constitue (remblais routiers, barrages, barrières étanches de confinement de déchets, soutènements) ou les contient (ouvrages souterrains, tunnels); on y extrait également de nombreuses ressources pour la production d'énergie et de matériaux et on y stocke des déchets divers.

Les terrains naturels sont des milieux complexes, spécifiques et de caractéristiques variables dans l'espace et dans le temps, composés de solides et de fluides qui y circulent ou les imprègnent. L'identification de leurs propriétés, en termes de comportement mécanique et hydraulique, est coûteuse, et donc nécessairement incomplète et incertaine. Les problèmes posés sont variés, et leur résolution engage la responsabilité de l'ingénieur. On peut citer en particulier : la conception, la construction et la maintenance d'ouvrages bâtis sur, dans ou avec le terrain, dans des sites urbains ou extra-urbains ; la stabilité de sites naturels ou construits ; l'étude de la circulation et de la qualité de l'eau souterraine ; l'exploitation des ressources naturelles

Les instructions aux auteurs sont publiées dans le premier numéro de chaque année, disponibles sur demande, et accessibles sur le site Internet des trois comités (www.geotechnique.org).

Les manuscrits sont à envoyer en trois exemplaires (dont un original) et une disquette contenant le fichier à l'un des rédacteurs en chef :

Pierre Delage Françoise Homand Jean-Paul Tisot

ENPC-CERMES École de géologie (ENSG) École de géologie (ENSG)

6-8, av. Blaise-Pascal BP 40 BP 40

77455 Marne-la-Vallée CEDEX 2 54500 Vandœuvre-lès-Nancy 54500 Vandœuvre-lès-Nancy

Toute proposition de publication est examinée par le Comité de lecture.

### REVUE FRANÇAISE DE GÉOTECHNIQUE

Rédacteur en chef : Pierre Delage (École nationale des ponts et chaussées)

Co-rédacteurs en chef : Françoise Homand, Jean-Paul Tisot (École nationale supérieure de géologie de Nancy)

Comité de lecture : Gabriel Auvinet (UNAM, Mexico), Lucien Bourguet (Hydrogéologueexpert), Bernard Cambou (École centrale de Lyon), Roger Cojean (École nationale supérieure des mines de Paris), Emmanuel Detournay (University of Minnesota, USA), Jean-Louis Durville (LCPC), Dominique Fourmaintraux (Elf), Alain Guilloux (Terrasol), Marc Panet (FC International), Aurèle Parriaux (École polytechnique fédérale de Lausanne, Suisse), Pierre Vezole (SAE), Gérard Vouille (École nationale supérieure des mines de Paris)

Revue trimestrielle

Abonnement 2000 (numéros 90 à 93) franco : 710 F

Prix au numéro franco : 198 F (valable également pour les numéros anciens)

La revue est expédiée par avion dans les D.O.M.-T,O.M. et à l'étranger.

Sommaires des numéros anciens sur demande.

Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

28, rue des Saints-Pères, 75007 Paris - Tél. : 01 44 58 27 40

Impression: Corlet, Imprimeur, S.A. 14110 Condé-sur-Noireau.

N° d'imprimeur : 45234. Dépôt légal : août 2000

Presses de l'école nationale des onts et chaussées

(©) 2000 Commission paritaire n° 60855 ISSN 0181 — 0529

Les articles publiés dans cette revue n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs. Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

## Déformations d'un sol pulvérulent lors de l'essai pressiométrique

#### A. FAWAZ

Antérieurement :
Institut national
polytechnique de Grenoble,
Laboratoire Sols,
Solides, Structures,
Grenoble ;
actuellement :
Université libanaise,
Institut universitaire
de technologie, Saida, Liban

#### G. BIGUENET

Institut national polytechnique de Grenoble, Laboratoire Sols, Solides, Structures, Grenoble

#### M. BOULON

Université Joseph-Fourier, Laboratoire Sols, Solides, Structures, Domaine universitaire, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9

## ésumé

Cet article présente une étude de l'expansion de cavité lors de l'essai pressiométrique. Le sable fin d'Hostun a été choisi comme matériau pour réaliser cette étude de laboratoire sur le pressiomètre. Un dispositif expérimental a été élaboré pour réaliser les essais pressiométriques dans une cuve de sable, ce qui a permis de mesurer les déformations circonférentielles et verticales dans le sol avoisinant. Une simulation numérique de ces essais a été effectuée avec le logiciel PLAXIS. Les résultats numériques ont été comparés à ceux de l'expérience. L'influence des paramètres mécaniques du sable sur les résultats du calcul a été étudiée.

## Deformations of a sandy soil during the pressuremeter test

## bstract

In this paper, we present a study of pressuremeter test and the main results that can be deduced from this test. Hostun's fine sand has been chosen as a material to perform the experimental study of the pressuremeter. An experimental device has been elaborated to carry out the pressuremeter tests in a tank of sand, which allowed for the measurement of circumferential and vertical strains within the soil. A numerical simulation of the pressuremeter tests has been made with the PLAXIS software. The numerical results have been compared with experimental ones. The influence of the mechanical parameters on the calculated results has been studied.

#### Introduction

Deux facteurs importants peuvent influencer l'essai pressiométrique. Ces facteurs, non pris en compte par la théorie classique élastoplastique, sont la variation de volume du sol durant l'essai, et l'élancement de la sonde.

La majorité des études théoriques considère l'hypothèse de déformation plane en supposant que la sonde a un élancement infini et que la déformation verticale est nulle, tandis que les études expérimentales et numériques montrent l'influence de l'élancement de la sonde pressiométrique sur la mesure de certains paramètres déduits de l'essai et cette influence n'est pas toujours négligeable (Baguelin et al. 1982; Borsetto et al. 1983; Faugeras et al. 1983; Gambin, 1990; Laier, 1973; Lassoudière et Zanier, 1986; Suyama et al. 1983; Yeung et Carter, 1990; Yu et Houlsby, 1991).

Donc, la nature de l'expansion de la cavité et les déformations dans le sol résultant du gonflement d'une sonde pressiométrique d'élancement fini sont des questions importantes dont l'influence n'est pas toujours claire. Nous avons tenté d'approfondir ce sujet grâce à une étude expérimentale permettant de mesurer les déplacements radiaux et verticaux dans le sol à une certaine distance de la sonde pressiométrique choisie par l'expérimentateur. Ce travail a été fait au laboratoire et le matériau choisi pour les essais pressiométriques est le sable fin d'Hostun. Une modélisation numérique en éléments finis non linéaires vient compléter cette approche expérimentale.

2

#### Essais pressiométriques

2.1

#### Le matériau utilisé

Le comportement du sol à tester a une grande influence sur les résultats de l'essai. Il s'agit d'un sable quartzeux provenant de la carrière d'Hostun (Drôme, France). C'est un sable fin à grains anguleux et de distribution granulométrique uniforme.

Les caractéristiques granulométriques de ce matériau sont les suivantes :

 $d_{50} = 0.32 \text{ mm}$ 

 $d_{10} = 0.21 \text{ mm}$ 

 $d_{60}/d_{10} = 2$ 

Les poids volumiques secs maximal et minimal sont:

 $\gamma_{dmax} = 16,70 \text{ kN/m}^3$ 

 $\gamma_{dmin} = 13,24 \text{ kN/m}^3$ 

Ces valeurs correspondent, en supposant un poids spécifique des grains de 25,97 kN/m³(p $_{\rm s}$  = 2,65 g/cm³), aux indices des vides suivants : e $_{\rm max}$  = 0,961

 $e_{min} = 0.555$ 

Ces caractéristiques granulométriques sont tirées de l'étude de Mokrani (1991).

Ce sable (sable fin d'Hostun) est largement employé au laboratoire 3S comme matériau modèle dans le domaine géotechnique, ce qui permet d'avoir une idée précise sur ses propriétés mécaniques, grâce aux études déjà faites sur son comportement. Il convient de rappeler parmi ces études, celles de Colliat (1986), Mokrani (1991), et Hadj Sadok (1990).

Quelques essais triaxiaux complémentaires ont été réalisés sur ce sable dense, dont les résultats ont été comparés à ceux des études déjà citées.

Dans les essais pressiométriques, la surcharge verticale à la surface du sable ne dépassait pas 40 kPa; et la hauteur totale du sable était de l'ordre de 70 cm.

La contrainte verticale au niveau de la sonde dépend du degré de transmission de la surcharge verticale en cuve d'essai. Elle n'a jamais dépassé 45,6 kPa. Il était alors indispensable de connaître le comportement du sable dans cette gamme de pressions ; c'est pourquoi une série d'essais triaxiaux à très faibles pressions de confinement, avec mesure de variations de volume  $(\sigma_2 \le 50 \text{ kPa}, \text{ Figs. 1 et 2})$ , a été réalisée.

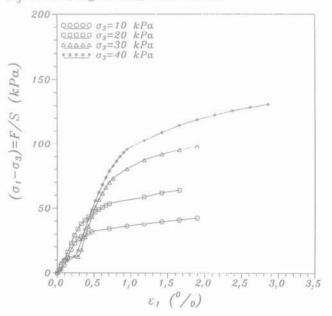


FIG.1 Variation de  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  en fonction de  $\epsilon_1$  pour de très faibles pressions de confinement. Variation of  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  versus  $\epsilon_1$  for low confining pressures.

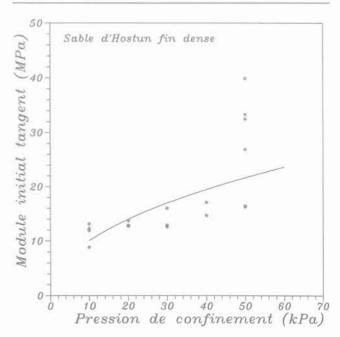


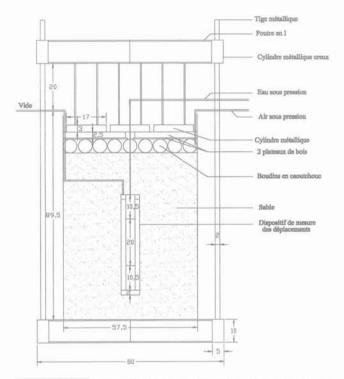
FIG.2 Évolution du module initial tangent avec la (faible) contrainte de confinement.

Variation of the initial tangent modulus for low confining pressures.

#### Dispositif expérimental

La cuve utilisée pour les essais pressiométriques, est une cuve en acier de forme cylindrique ayant 57,5 cm de diamètre et 89,5 cm de hauteur.

Pour simuler des essais réalisés à profondeur représentative, on a choisi un dispositif permettant l'application d'une surcharge uniforme à la surface du massif. Cela consiste à disposer entre la surface du sable et un plateau fixe, un tube de caoutchouc enroulé couvrant toute la surface et pouvant être gonflé à l'air comprimé sous pression réglable (Fig. 3).



Vue générale de l'expérimentation et du dispositif expérimental de mesure des déplacements (dimensions en cm).

General view of the experimental device

(dimensions in cm).

La sonde pressiométrique utilisée est monocellulaire, de 20 cm de longueur et de 4 cm de diamètre. Son élancement égal à 5 peut être classé comme courant, de l'ordre de celui des sondes généralement utilisées dans la pratique.

La longueur de la partie dilatable de la sonde est de 20 cm, deux tubes rigides en plastique d'une longueur de 10,5 cm chacun sont de part et d'autre de cette partie, l'ensemble forme un cylindre de 41 cm de hauteur et de 4 cm de diamètre. Le dispositif expérimental utilisé permettant de mesurer les déplacements radiaux et verticaux du sol lors de l'essai pressiométrique, consiste en une membrane en caoutchouc de très faible rigidité placée au voisinage de la sonde, à une distance choisie par l'expérimentateur (Fig. 3). Le fonctionnement de ce dispositif sera décrit ci-dessous.

La sonde pressiométrique repose sur une couronne cylindrique en bois de 2 cm d'épaisseur, telle que l'axe de la sonde passe par le centre de la couronne à laquelle est accrochée la membrane en caoutchouc destinée aux mesures de déplacements; ceci nous permet de remplir la partie entre la sonde et la membrane en caoutchouc par le même matériau que le sol à expérimenter.

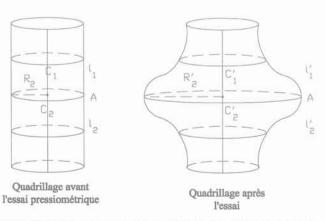
Une autre couronne en bois, identique à la première est placée à la tête de l'ensemble, et est traversée par un tube permettant d'aspirer l'air qui se trouve entre les particules de sol à l'intérieur de ce dispositif. La membrane en caoutchouc, qui était protégée initialement par un cylindre creux en plastique rigide, désormais sous un certain vide, conserve alors sa forme sans plus avoir besoin de la protection du cylindre en plastique.

On a tracé sur la membrane en caoutchouc un quadrillage de dimensions convenablement choisies et on a mis ce dispositif dans la cuve à sable déjà remplie jusqu'au niveau voulu, puis on a complété le remplissage de la cuve. On arrête l'aspiration de l'air (suppression du vide), l'air circule alors librement parmi les particules du matériau entre la membrane en caoutchouc et la sonde; ce matériau se comporte alors comme celui de tout le massif à expérimenter.

A la fin de l'essai pressiométrique, on ferme le robinet qui amène l'eau à la sonde et on applique le vide de nouveau pour aspirer l'air entre la sonde et la membrane en caoutchouc; cette dernière conserve alors sa forme car elle est empêchée de se déformer par l'action de la pression atmosphérique d'un côté, et la sonde pleine d'eau pratiquement incompressible de l'autre côté.

Pour récupérer le dispositif expérimental de mesure des déplacements, on vidange la cuve à sable manuel-lement et avec soin. On mesure les nouvelles distances entre les lignes horizontales et verticales du quadrillage déjà tracé sur la membrane en caoutchouc, on peut ainsi mesurer les déplacements radiaux et verticaux du sol à une distance de l'axe de la sonde égale à la distance qui le sépare de la membrane en caoutchouc, en supposant que cette dernière s'est déformée de la même manière que le sol.

On peut aussi calculer les déformations circonférentielles  $\epsilon_{_{\! B}}$  et verticales  $\epsilon_{_{\! Z}}$  moyennes et tracer leurs variations respectives en fonction de la profondeur z, de même que les déplacements radiaux et verticaux.



PiG.4 Quadrillage avant et après l'essai pressiométrique.

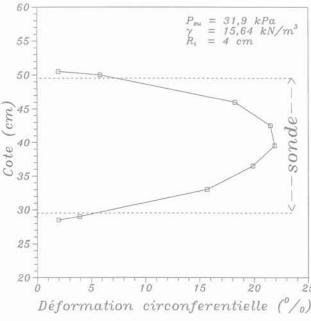
Squarring before and after the pressuremeter

$$\varepsilon_z$$
 moyen au point  $A = \left(\frac{l'_1 - l_1}{l_1} + \frac{l'_2 - l_2}{l_2}\right)/2$ 

$$\varepsilon_{\theta}$$
 au point  $A = \frac{R'_2 - R_2}{R_2} = \frac{C'_2 - C_2}{C_2}$ 

Ce calcul de déformations est valable pour les petites déformations; pour tenir compte des grandes déformations il faut prendre les déformations logarithmiques.

$$\varepsilon_z = \ln\!\left(1 \!+\! \frac{\Delta l}{l}\right) \hspace{1cm} \varepsilon_\theta = \ln\!\left(1 \!+\! \frac{\Delta R}{R}\right)$$



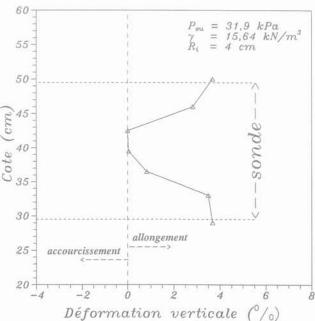
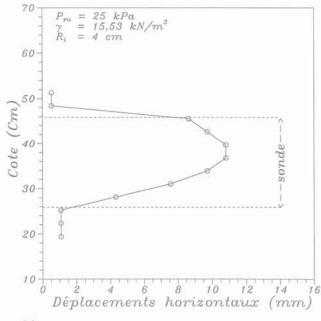


FIG.5a Courbes de déformations expérimentales types (essai n° 17).

Typical experimental deformation curves (test n° 17).

## Résultats : déplacements horizontaux et verticaux dans le sol

Trente-six essais exploitables ont été réalisés; ils ont permis de mesurer les déplacements dans le sol à une distance R<sub>i</sub> de l'axe de la sonde. Dans certains essais R<sub>i</sub> était égal à 4,8 cm et dans d'autres à 4 cm. On a tracé sur la figure 5 les déformations circonférentielles et verticales et les déplacements horizontaux et verticaux mesurés en fonction de la profondeur (courbes relatives aux essais n°s 17 et 32). La cote est l'altitude par rapport au fond de la cuve. Psu est la surcharge en surface. Les déformations sont < 0 en accourcissement.



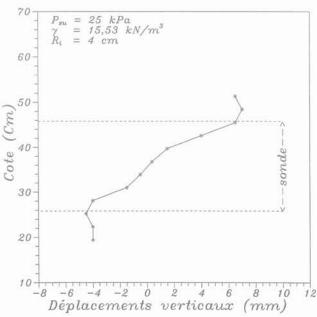


FIG.5b Courbes de déplacements expérimentaux types (essai n° 32).

Typical experimental displacement curves (test n° 32).

Ces courbes montrent bien l'influence de l'élancement fini de la sonde sur la nature de l'expansion. En effet, les déplacements horizontaux généralement mesurés sont pratiquement nuls à quelques centimètres de part et d'autre des deux extrémités de la sonde (≤ 3 cm). Le déplacement horizontal prend une certaine valeur au niveau de l'extrémité supérieure de la sonde et croît avec la profondeur jusqu'au niveau du milieu de celle-ci, puis décroît vers le bas. La courbure de cette déformée reflète la forme en tonneau que la membrane prend lors de sa dilatation.

Ce résultat est confirmé par la courbe de déplacement vertical; on trouve que ce déplacement prend une valeur maximale dirigée vers le haut au niveau de l'extrémité supérieure de la sonde. Il décroît avec la profondeur jusqu'à s'annuler au niveau du milieu de la sonde, puis on observe un déplacement vertical vers le bas qui croît avec la profondeur jusqu'au niveau de l'extrémité inférieure de la sonde.

En ce qui concerne les déformations, il existe un allongement vertical maximum, en général aux niveaux des extrémités de la sonde et qui diminue jusqu'à devenir pratiquement nul dans un plan horizontal passant par le milieu de la sonde. De part et d'autre des extrémités de la sonde, l'allongement diminue avec l'éloignement à la sonde.

Ces résultats paraissent logiques, du fait d'une certaine symétrie par rapport à un plan horizontal passant par le milieu de la sonde, et des extrémités attachées de la membrane. Cette dernière prend aussi la forme d'un tonneau et non une forme parfaitement cylindrique. L'eau exerçant sur ses parois une pression, cette pression exercée sur le sol a deux composantes: l'une horizontale et l'autre verticale.

La composante verticale est dirigée vers le haut dans la partie supérieure au plan horizontal « de symétrie » passant par le milieu de la sonde, et vers le bas dans la partie inférieure.

L'importance de la composante verticale de la pression par rapport à la composante horizontale augmente quand on se rapproche de l'une des extrémités de la sonde. Vers son milieu et pour des raisons « de symétrie », la pression est complètement horizontale. Ce qui explique les allures trouvées pour les courbes de déplacements horizontaux et verticaux.

Le résultat le plus important que l'on puisse tirer de ces courbes, est d'ordre quantitatif. En effet si on examine l'importance de la variation du déplacement horizontal avec la profondeur, on trouve que le rapport de ce déplacement au niveau des extrémités de la sonde par rapport au déplacement au niveau de son milieu, varie entre 0,2 et 0,6. On peut aussi calculer les déformations circonférentielles  $\epsilon_{\theta}$  à partir des déplacements horizontaux et on trouve pratiquement les mêmes rapports c'est-à-dire :  $\epsilon_{\theta}$  aux extrémités/ $\epsilon_{\theta}$  au milieu varie entre 0,2 et 0,6.

Ce résultat est confirmé par l'importance des déplacements verticaux qui ne sont nullement négligeables. Si nous examinons l'ordre de grandeur de la déformation verticale par rapport à la déformation circonférentielle dans un essai quelconque, nous trouvons que le rapport des deux maxima de déformations  $\varepsilon_z$  et  $\varepsilon_\theta$  ( $\varepsilon_{z \, \text{max}}/\varepsilon_{\theta \, \text{max}}$ ) est compris généralement entre 1/4 et 1/3.

$$1/4 \le \varepsilon_{z \max}/\varepsilon_{\theta \max} \le 1/3$$

Mais on a aussi parfois enregistré des déplacements horizontaux plus grands qu'ailleurs au niveau de l'une des extrémités de la sonde, ceci étant dû à la faible surcharge en surface qui entraîne une dissymétrie du problème, ou parfois à des variations de la densité locale.

Le rôle de l'hétérogénéité de distribution de la densité locale apparaît comme très important. A partir des courbes de déplacements on peut remarquer clairement son influence sur la nature de l'expansion. On trouve parfois, par exemple, des déplacements au niveau de l'extrémité inférieure de la sonde nettement supérieurs aux déplacements au niveau de son milieu et de son extrémité supérieure. Quand il y a une variation de la densité locale, la membrane se gonfle plus là où la densité est plus faible.

Ce rôle de l'hétérogénéité du sol et de sa densité locale qui apparaîssent dans nos essais ont été déjà signalés par Suyama et al. (1983), et ont été en partie trouvés numériquement par Yeung et Carter (1990) dans un sol argileux. Les auteurs ont trouvé que la membrane à faible profondeur (2 m) s'est déformée d'une manière irrégulière au début de l'expansion ( $\epsilon$  = 0,23 %) et à la fin aussi ( $\epsilon$  = 14 %). Le déplacement radial maximum n'est pas observé au milieu de la sonde mais à 0,21 L à partir de son extrémité supérieure (L étant sa longueur). Ils attribuent ce phénomène à la combinaison entre l'effet de la faible profondeur de l'essai et l'effet de non-homogénéité de la résistance du sol qui croît avec la profondeur.

Les résultats expérimentaux peuvent être comparés aux résultats numériques de Zanier (1985) pour un sol de Cran; il s'agit d'un limon très plastique et particulièrement imperméable. Zanier a trouvé pour une sonde d'élancement 6, par exemple, à une profondeur de 6 m et à 17,1 % de déformation volumique, que la sonde présente une déformation cylindrique sur 60 % environ de sa longueur (la déformation circonférentielle étant constante dans cette zone). Ce résultat est plus proche que le nôtre de l'hypothèse de déformation plane, mais il n'est pas tout à fait favorable non plus à cette hypothèse.

L'allure donnée par Zanier est celle de la déformée de la sonde elle-même et non celle de la courbe de déplacements à une certaine distance de la sonde telle que nous l'avons mesurée; de plus, les propriétés du sol qu'il a étudié sont très différentes du sable d'Hostun, ce qui empêche la comparaison quantitative.

Suryama et al. (1983) ont utilisé des rayons X dans des essais sur modèles afin d'étudier la dilatation de la sonde et les déplacements dans le sable. L'expansion trouvée par ces auteurs est plus proche de l'expansion cylindrique que celle que nous avons trouvée. Mais leurs essais ont été réalisés dans une chambre de petites dimensions (40 cm x 16 cm x 40 cm) avec une sonde de 20 cm de longueur et de 2 cm de diamètre; on peut poser alors la question sur l'influence des parois de la cuve sur la nature de l'expansion. Pour nos essais dans lesquels le rayon de la cuve est égal à 14 fois le rayon de la sonde, nous avons démontré dans une étude complémentaire que les effets des bords sont infimes vu la faiblesse des contraintes au voisinage des parois, et ce, en nous basant sur la théorie élastoplastique, et les études de Mokrani (1991) et Renoud-Lias

On note enfin que dans cette étude, on a supposé que le sable situé entre la membrane en caoutchouc de faible rigidité et la sonde, subissait les mêmes déformations que celles du sol qui l'entoure, ceci en négligeant les frottements verticaux entre les grains de sable et la membrane et en supposant que le sable dans la cuve se comporte de la même manière que le sable entre la membrane et la sonde. Cette dernière réalité reste relative à cause de la présence de la membrane, mais ceci arrive aussi dans un essai in situ, et on peut donc accepter ce mécanisme.

#### Conclusion de l'étude expérimentale

Quand on atteint le domaine des grandes déformations, le champ de déplacements créé par l'expansion de la sonde pressiométrique monocellulaire n'est pas tout à fait cylindrique. Dans un sol homogène, à une certaine distance de la cavité, la courbe de déplacements radiaux en fonction de la profondeur a la forme d'un tonneau. Dans le plan horizontal passant par le milieu de la sonde, le déplacement radial est maximal et le déplacement vertical est nul. De part et d'autre de ce plan le déplacement horizontal (radial) diminue et le déplacement vertical augmente en valeur absolue (dirigé vers le haut dans la partie supérieure et vers le bas dans la partie inférieure). Au niveau des extrémités de la sonde la déformation verticale n'est pas négligable et atteint des valeurs comparables à la déformation circonférentielle.

Si la répartition de la densité dans le sol n'est pas homogène, l'expansion ne suit pas le schéma qu'on vient de décrire, le gonflement est influencé par la densité locale. On a trouvé dans certains essais un gonflement maximal au niveau de l'une des extrémités de la sonde. L'expansion est maximale là où la densité locale est faible.

#### Étude numérique

Les essais pressiométriques ont montré l'influence de l'élancement de la sonde sur la nature de l'expansion, à partir des mesures de déplacements à une certaine distance de la sonde. Mais l'influence de la variation de volume du sol n'a pas pu être clarifiée. Le calcul théorique qui tient compte à la fois de l'élancement de la sonde et de la variation de volume du sol paraissait difficile jusqu'à présent, par contre, ce calcul peut être fait numériquement. Pour cela, le logiciel PLAXIS a été utilisé pour simuler numériquement les essais pressiométriques et comparer le calcul numérique aux résultats expérimentaux.

Le programme PLAXIS traite des problèmes aux limites bidimensionnels hydromécaniques couplés d'un milieu continu soumis aux chargements de type: déplacements imposés, forces surfaciques imposées, forces de volume imposées, etc. Il fonctionne en déformation plane ou en axisymétrie, et ici en petites déformations.

Le comportement du sol est décrit à l'aide d'un modèle élastoplastique de type Mohr - Coulomb non associé.

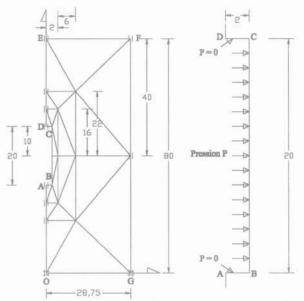
PLAXIS utilise des éléments triangulaires à 15 nœuds qui prédisent avec une bonne précision les charges limites classiques typiques en mécanique des sols. La méthode d'intégration spatiale est celle de Gauss utilisant 15 points d'intégration par élément en axisymétrie.

#### Simulation numérique

On a tenté de simuler numériquement l'essai pressiométrique réalisé dans la cuve à sable dans les mêmes conditions que l'expérience. La position de la sonde dans la cuve est indiquée à la figure 3.

L'axe de la sonde étant axe de révolution, une étude de la section radiale de la cuve est donc suffisante par raison de symétrie.

La demi-cuve a été discrétisée suivant le maillage de la figure 6. Sur ce maillage de 24 éléments, Oy est l'axe de la sonde et le segment BC représente la membrane pressiométrique. Le maillage a été choisi de façon à avoir une ligne droite verticale parallèle à l'axe de la sonde et distante de 4 cm de celui-ci, ce qui permet de trouver les déplacements des points de cette ligne afin de les comparer à ce qui a été mesuré expérimentale-



II Déplacement libre verticalement et nul horizontalement

☼ Déplacement nul horizontalement et verticalement

FIG.6 Maillage utilisé dans les calculs et conditions aux limites en pression au niveau de la sonde (dimensions en cm). Mesh used in the calculations and boundary conditions in pressure and displacement applied to the model (dimensions in cm).

#### Choix d'un calcul pris comme référence et résultats

Plusieurs calculs numériques ont été réalisés avec différents choix de valeurs des paramètres mécaniques du sable. Ces valeurs ont été identifiées d'après les essais triaxiaux et les études déjà citées. On a choisi pour le module initial tangent E des valeurs comprises entre 8 500 kPa et 11 000 kPa et pour l'angle de frottement interne φ des valeurs entre 35° et 37°.

Quant à l'angle de dilatance  $\Psi$  et au coefficient de Poisson  $\nu$ , ils ont été calculés à partir des essais triaxiaux et on a trouvé pour  $\Psi$  des valeurs situées entre 11° et 14,5° pour un poids volumique variant entre 16,05 et 16,29 kN/m³ (sable dense).

D'après les résultats de Lefebvre (1988) sur le même sable, mais à l'état très dense ( $\gamma$  = 16,5 kN/m³) on a trouvé des valeurs de  $\Psi$  situées entre 13° et 14,4°, et pour le même type de sable (très dense) nous avons trouvé d'après les essais présentés par Hadj-Sadok (1990) des valeurs de  $\Psi$  variant entre 10,9° et 14,2°.

Dans les essais pressiométriques, le poids volumique moyen du sable variait entre 15 et 16 kN/m³. Dans l'essai n° 34 pris comme essai de référence  $\gamma = 15,7$  kN/m³, il est donc normal de choisir un angle de dilatance plus faible que les valeurs citées : des valeurs de l'ordre de 7° à 8° paraissent raisonnables.

On remarque que la formule empirique  $\Psi=\phi-30^\circ$  donne des valeurs proches de celles qui ont été trouvées, mais inférieures d'environ 2°; et la formule de Bolton (1986)  $\Psi=1,25$   $(\phi-\phi_{cr})$  donne une valeur de  $\Psi$  de l'ordre de 4°.

La combinaison des valeurs des paramètres mécaniques du sable qui a donné les résultats les plus proches de l'expérience en ce qui concerne des déplacements à 4 cm de l'axe de la sonde et le déplacement vertical à la surface du sable est :  $E=8\,500\,\mathrm{kPa}$  ;  $\nu=0,35$  ;  $\phi=35,7^\circ$  ;  $\Psi=5^\circ$  avec un coefficient de pression des terres au repos  $K_0=0,41$ . La valeur de  $\phi$  a été jugée convenable pour ce calcul, mais il est difficile de prouver sa validité expérimentalement avec précision, sachant notamment que  $\phi$  est pris constant quel que soit le niveau local de contrainte dans le calcul.

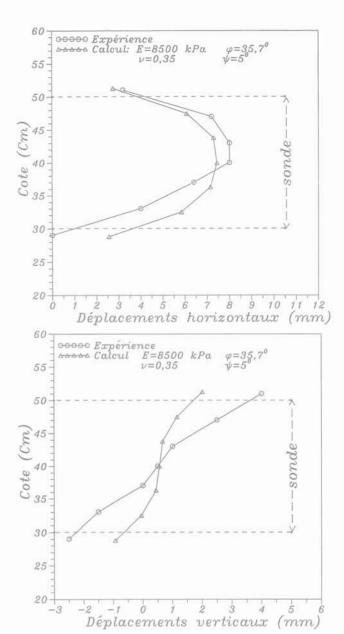
#### 3.3

#### Les déplacements

La courbe calculée de déplacements horizontaux est parfaitement comparable à la courbe expérimentale qualitativement et quantitativement: les deux courbes ont la même allure, le déplacement horizontal maximal calculé de 7,44 mm, ne diffère que de 7 % du déplacement horizontal maximal expérimental (8 mm). Cette différence est très faible.

Une différence entre les conditions expérimentales et celles du calcul réside dans la transmission de la surcharge appliquée en surface. Le calcul transmet la totalité de cette surcharge en tout point du massif, mais d'après une étude expérimentale complémentaire et les études de Renoud - Lias (1978) et Eissautier (1986), on a constaté que cette transmission n'est réalisée qu'à 50 % au voisinage du milieu de la sonde, ce qui donne un état de contrainte initial dans le calcul plus fort que dans la réalité, donc des déplacements calculés plus faibles que dans l'expérience pour une même pression appliquée dans la sonde. Ce dernier facteur (la transmission de la surcharge verticale) influe partiellement sur les déplacements horizontaux à travers les contraintes horizontales Koo, (Ko pris de l'ordre de 0,4) mais il influe complètement sur les déplacements verticaux, et c'est l'une des raisons pour lesquelles les déplacements verticaux calculés sont toujours plus faibles que ceux de l'expérience.

L'allure de la courbe des déplacements verticaux calculés est la même que celle de l'expérience, mais les valeurs calculées sont toujours plus faibles que les



PIG.7 Déplacements horizontaux et verticaux calculés et mesurés à 4 cm de l'axe de la sonde.

Measured and calculated displacements at a distance of 4 cm from the axis of the probe cell.

valeurs mesurées. Le décalage quantitatif de la courbe des déplacements verticaux calculés par rapport à la courbe expérimentale est dû tout d'abord au mode de transmission de la surcharge verticale qu'on vient de décrire. De plus, dans le calcul, la pression introduite par étape sur le segment BC (maillage Fig. 6) qui représente la membrane de la sonde est toujours horizontale. Cette supposition est valable dans le domaine des petites déformations. En revanche, quand on dépasse ce domaine, ce qui se produit dans l'expérience, la membrane prend la forme d'un tonneau, et cette forme peut être constatée d'après l'allure de la courbe des déplacements horizontaux, ou d'après le maillage déformé (Fig. 9) où apparaît la déformée de la membrane en fin d'essai, et à l'étape du doublement du volume de la sonde ( $\Delta V/V_0 = 1$ ).

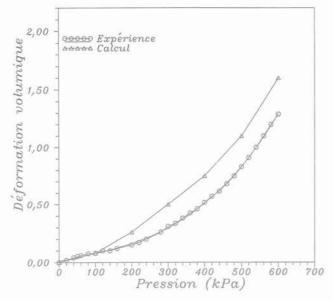


FIG.B Courbes pressiométriques expérimentale et calculée.

Experimental and calculated pressuremeter

0,988 cm

Fig.9 Maillage déformé: (a) en fin d'essai; (b) à l'étape du doublement du volume de la sonde.
Deformed mesh a): End of test. b) Stage corresponding to ΔV/V<sub>0</sub> = 1.

Une autre différence existe entre les conditions de l'expérience et celles du calcul: la membrane est attachée à ses extrémités aux deux tubes rigides, alors que dans le calcul, les points B et C qui représentent ces deux extrémités sont complètement libres. Ne pas tenir compte de cet effet est une raison supplémentaire de trouver des valeurs calculées des déplacements verticaux plus faibles que dans l'expérience. Ceci se

confirme avec la comparaison entre la courbe pressiométrique calculée et la courbe expérimentale (Fig. 8), la courbe calculée est proche de la courbe expérimentale, mais aux grandes déformations, la déformation volumique calculée est plus grande que celle mesurée pour une même pression appliquée dans la sonde.

Pour les raisons qu'on vient de citer, on trouve que le calcul numérique donne des résultats satisfaisants pour les déplacements horizontaux au voisinage de la sonde et le déplacement vertical en surface, mais il donne des déplacements verticaux à 4 cm de l'axe de la sonde inférieurs, de l'ordre de 50 %, aux valeurs mesurées expérimentalement.

Sur la figure 10, les isovaleurs des déplacements en fin d'essai et à l'étape de ( $\Delta V/V_0 = 1$ ) sont données. Dans la zone d'influence de l'essai, on trouve des schémas semblables pour ces deux étapes.

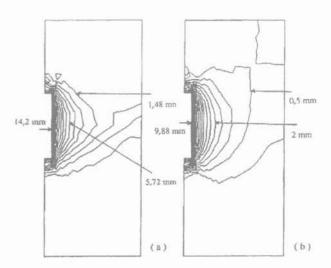


FIG.10 Isovaleurs des déplacements horizontaux :

(a) en fin d'essai ; (b) à l'étape du doublement du volume de la sonde.

Contours of displacement increments a): End of test. b): Stage corresponding to  $\Delta V/V_0 = 1$ .

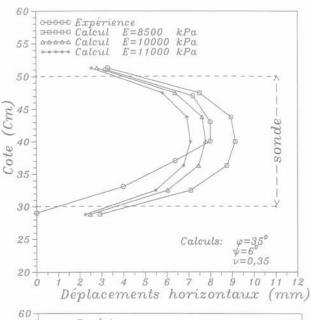
La figure 14 montre les déplacements horizontaux de la membrane au moment du doublement du volume de la sonde, le déplacement horizontal près des extrémités de la membrane est de 4,96 mm, il est de l'ordre de la moitié du déplacement en son centre (9,91 mm).

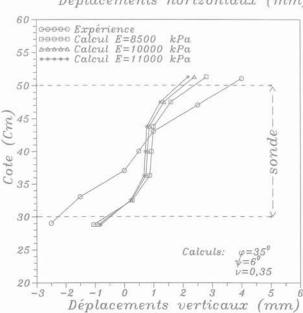
Si l'on suppose, durant l'essai pressiométrique, que le champ de déplacement créé par l'expansion de la sonde est cylindrique, et si on calcule le rayon de la cavité à l'état déformé au moment du doublement du volume de la sonde à partir du volume d'eau ajouté à une sonde de 20 cm de longueur et 2 cm de rayon, le déplacement radial au bord de la cavité est de 8,28 mm.

Le raisonnement avec l'hypothèse de déformation plane, introduit donc une sous-estimation du gonflement de la sonde en son milieu de l'ordre de 20 %. Pour simuler le cas d'une sonde tricellulaire, nous avons examiné le comportement du tiers central de la sonde. Nous avons trouvé que le deplacement radial calculé devient 9,53 mm; ainsi en raisonnant avec l'hypothèse de déformation plane pour le tiers central, la sous-estimation du gonflement de la sonde en son milieu n'est plus que de 4 %.

#### Influence des paramètres mécaniques et de la variation de volume du sol sur les résultats de l'expansion

Les figures 11 et 12 montrent l'influence du module initial tangent E et de l'angle de frottement interne  $\phi$  sur les résultats du calcul. On peut constater la grande sensibilité de l'expansion à la valeur de l'angle de frottement interne du sol, une augmentation de  $\phi$  de 1° peut entraîner une diminution des déplacements au voisinage de la sonde de l'ordre de 25 %.

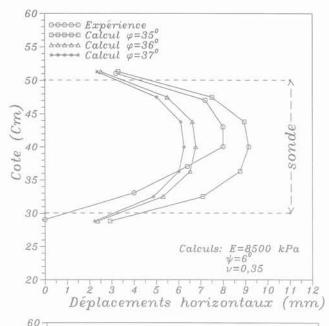


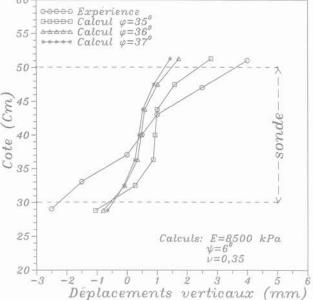


HG.11 Influence du module initial tangent : déplacements horizontaux et verticaux à 4 cm de l'axe de la sonde.

Influence of the value of the initial tangent

Influence of the value of the initial tangent modulus: horizontal and vertical displacements at a distance of 4 cm from the axis of the probe cell.





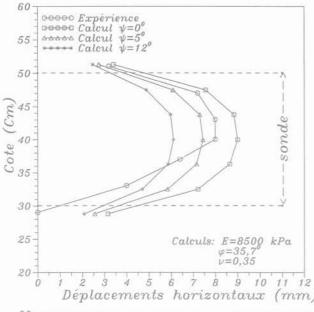
Influence de l'angle de frottement interne : déplacements horizontaux et verticaux à 4 cm de l'axe de la sonde.

Influence of the value of the internal friction angle : horizontal and vertical displacements at a distance of the 4 cm from the axis of the probe

En fin d'essai, le calcul des déplacements horizontaux à 4 cm de l'axe de la sonde avec un angle de dilatance  $\Psi=5^\circ$  donne des valeurs plus faibles d'environ 20 % par rapport au calcul avec les mêmes paramètres E,  $\phi$ ,  $\nu$  et Ko mais avec une dilatance nulle. Avec un angle de dilatance de 12°, ces déplacements diminuent d'environ 35 % (Fig. 13).

Pour  $\Psi=5^\circ$ , la pression qui correspond au doublement du volume de la sonde (la pression limite conventionnelle) est égale à 490 kPa. Pour cette pression, on a tracé les déplacements horizontaux de la membrane dans le cas de ce sable pour  $\Psi=0^\circ$ ;  $5^\circ$  et 12° (Fig. 14).

Pour  $\Psi=0^{\circ}$ , la pression limite conventionnelle  $P_{1c}$  peut être estimée à partir du calcul numérique à  $400\,\text{kPa}$ . Pour  $\Psi=12^{\circ}$  cette pression est de l'ordre de  $590\,\text{kPa}$ .



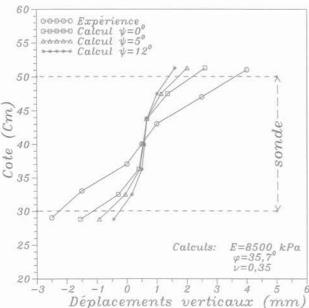
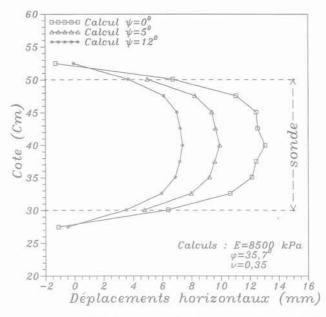


Fig.13 Influence de la variation de volume plastique du sol sur les résultats du calcul : déplacements horizontaux et verticaux à 4cm de l'axe de la sonde.

Influence of the value of the dilatancy angle : horizontal and vertical displacements at a

distance of 4 cm from the axis of the probe cell.

La pression limite conventionnelle augmente donc de 47 % quand  $\Psi$  passe de 0° à 12°. On constate à partir des résultats de Yu et Houlsby (1991), une influence de  $\Psi$  de cet ordre sur la pression limite de l'expansion d'une cavité cylindrique. Selon les résultats de Yu et Houlsby, quand  $\Psi$  passe de 0° à 10°, la pression limite augmente de l'ordre de 50 %. Ce grand rôle de la dilatance sur les résultats de l'essai pressiométrique a été signalé aussi, d'une part par Baguelin et al. (1972), par Wroth et Windle (1989) et par d'autres auteurs, et d'autre part, par Cambou et al. (1990) d'après les résultats de leur calcul numérique avec le logiciel Pressi'dent. Il s'agit d'un calcul monodimensionnel utilisant l'axisymétrie du problème et l'hypothèse de déformation plane.



Pig.14 Déplacements horizontaux calculés de la membrane pour la pression de 490 kPa.

Calculated horizontal displacements of the membrane for the pressure of 490 kPa.

Ce dernier modèle a donné des résultats raisonnables dans le cas du sable lâche. En revanche, pour le sable dense, les résultats ne sont pas satisfaisants. Cambou et al. trouvent que la simulation numérique n'a pas donné de bons résultats à cause de l'effet de la dilatance non pris en compte dans le modèle, la prise en considération de cet effet, hors hypothèse de déformation plane, améliorant les résultats.

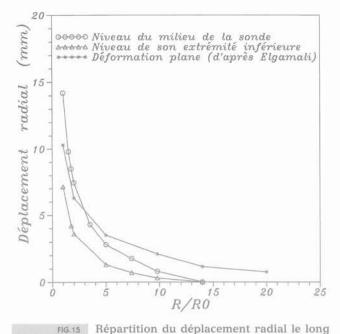
#### 3.5

#### Comparaison avec d'autres calculs numériques

En comparant nos résultats numériques à ceux de Zanier, qui a réalisé une étude en choisissant pour le sol un modèle élastoplastique avec écrouissage cinématique, l'allure des déformées d'une sonde d'élancement 6, poussée selon cette étude jusqu'à 17 % de déformation volumique, présente un palier de déplacement radial constant sur environ 60 % de la longueur de la sonde. Mais on peut remarquer que le palier où le déplacement radial est constant diminue au fur et à mesure que la déformation volumique augmente ; il est probable qu'à  $\Delta V/V_0 = 1$ , la membrane prend la forme d'un tonneau.

Elgamali (1991) a fait une étude numérique, en utilisant une loi de comportement incrémentale nonlinéaire. En considérant l'hypothèse de la déformation plane, l'essai pressiométrique est simulé dans un matériau non pesant, avec une sonde de rayon 2,5 cm et de longueur 15 cm.

Les déplacements radiaux au sein du massif d'après notre calcul en fin d'essai ( $\Delta V/V_0=1,29$ ) et d'après les résultats numériques de Elgamali ( $\Delta V/V_0=1,25$ ), sont donnés sur la figure 15,  $R_0$  étant le rayon initial de la sonde, R la distance à son axe. D'après notre calcul, dans le plan horizontal passant par le milieu de la sonde, les déplacements radiaux diffèrent de ceux trouvés aux extrémités de la sonde. Les valeurs trouvées



d'un rayon dans le massif.

Radial displacement along the radius situated at mid height of the cell.

par Elgamali (qui considère l'hypothèse de déformation plane) sont comprises entre les valeurs qui ont été trouvées jusqu'à  $R/R_0 = 4$ .

Loin de la sonde, les conditions aux limites sont différentes entre notre calcul et celui de Elgamali ; le rayon limite de notre maillage est  $\rm R_L=14~R_0$ , alors qu'Elgamali a pris  $\rm R_L=80~R_0$  ; c'est pourquoi, le déplacement radial qu'il a trouvé s'annule pratiquement à une distance de  $40~R_0$ , loin du nôtre qui s'annule à  $14~R_0$ .

Cette comparaison reste symbolique, compte tenu des différences entre les conditions de calculs.

#### Conclusion

La simulation numérique avec PLAXIS a donné des résultats satisfaisants comparés à l'expérience pour les déplacements horizontaux (radiaux) durant l'essai pressiométrique dans la cuve à sable. Pour les déplacements verticaux, la simulation numérique a donné des résultats qualitatifs comparables à ceux de l'expérience (allure de la courbe) mais plus petit (de l'ordre de 50 %). Ce résultat numérique aurait pu être amélioré en prenant pour le calcul, les mêmes conditions que celles de l'expérience (transmission partielle de la surcharge verticale et fixation de la membrane pressiométrique à ses extrémités).

Les deux courbes pressiométriques, expérimentale et calculée, sont très proches l'une de l'autre, une amélioration radicale des résultats pouvant probablement être apportée en donnant au modèle PLAXIS la possibilité de tenir compte de grandes déformations et de suivre l'évolution des paramètres mécaniques du sol avec la variation de la densité et avec l'état de contrainte durant l'essai.

Le calcul confirme le résultat expérimental de la nature de l'expansion et la forme en tonneau prise par la sonde monocellulaire lors de son gonflement. Pour cette sonde, le calcul montre que le gonflement aux extrémités est de l'ordre de la moitié de celui en son milieu. Le raisonnement avec l'hypothèse de la déformation plane sous-estime le déplacement au centre de la sonde de l'ordre de 20 %; l'utilisation d'une sonde monocellulaire exige donc de la prudence avec cette hypothèse. Il nous semble que l'utilisation d'une sonde tricellulaire Menard, type « G », peut diminuer cette incidence.

Il est très important de tenir compte de l'influence de la variation de volume sur le résultat déduit de l'essai pressiométrique, notamment sur la pression limite conventionnelle qui augmente quand l'angle de dilatance augmente.

#### Bibliographie

Baguelin F., Le Tirant P. – « La méthode pressiométrique. Application à terre et en mer. Symposium sur la pressiométrie et ses applications en mer ». 19-20 avril, Paris, ed. Technip., vol. 2, 1982, p. 13-29.

Belloti R., Ghionna V., Jamiolkowski M., Robertson P.K., Peterson R.W. – « Interpretation of moduli from self boring pressuremeter tests in sand ». *Géotech*nique 39 n° 2, 1989, p. 269-292.

Benoit J., Clough G.W. — « Principal stresses derived from self-boring pressuremeter test in solt clay ». The pressuremeter and its marine applications. Second International Symposium A.S.T.M. Texas- 2.3 May, 1986, p. 137-149.

Biguenet G., Sirieys P., – « Étude expérimentale du comportement de sols meubles à l'aide du pressiomètre ». 4° Colloque franco-polonais de mécanique des sols appliquée. Grenoble, 14-18 septembre, 1987, p. 17-32.

Borsetto M., Imperato L., Nova R., Peano A. – « Influence de la longeur du pressiomètre dans l'argile molle ». Symposium international. «Essais en place », édition Bulletin de l'association internationale de géologie de l'ingénieur, 1983, Paris, vol. 2, p. 211-215.

Cambou B., Boubanga A., Bozett O.P., Maghgou M. – « Determination of constitutive parameters from pressuremeter tests ». Third international symposium on pressuremeters, Oxford University 2-6 April 1990, Thomas Telford ed., London, p. 243-252.

Chaffois S., Monnet J. – « Modèle de comportement du sable au cisaillement dans un état tridimensionnel de contrainte et de déformation ». Revue française de Géotechnique n° 32, 1985, p. 59-69.

Fahey M., Randolph M.F. – « Effect of disturbance on parameters derived from self-boring pressuremeter tests in sand». Geotechnique 34 n° 1, 1986, p. 81-97.

Faugeras J.-C., Gouves R., Meunier P., Nagura M., Matsubara L., Sugawara. N. – « On the various factors affecting pressuremeter test results ». Symposium international. «Essais en place», ed. Bulletin de l'associa. Int. de géol. de l'ing. Paris, vol. 2, 1983, p. 275-281.

Fawaz A. – « Étude expérimentale et numérique du pressiomètre en milieu pulvérilent ». Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble.

Flavigny E., Desrues J., Palayer B. – « Le sable d'Hostun "RF" ». Revue Française de Géotechnique n° 53, 1990, p. 67-70.

Gambin M. – « The history of pressuremeter practice in France ». Proceedings of the Third International Symposium on Pressuremeters, Oxford University, 2-6 April 1990, Thomas Telford ed., p. 5-24.

Ghionna V., Jamiolkowski M., Manassero M. – « Limit presure in expansion of cylindrical cavity in sand ». British geotechnical society symposium.

#### Bibliographie

- Oxford University Third International Symposium on Pressuremeters 2-6 April 1990, Thomas Telford ed., p. 149-158.
- Hughes J.M.O., Wroth C.P., Windle D. «Pressuremeter tests in sands ». Géotechnique 27 n° 4, 1977, p. 455-477.
- Jewell R.J., Fahey M., Wroth C.P. « Laboratory studies of the pressuremeter tests in sand ». Géotechnique 30, n° 4, 1980, p. 507-531.
- Lassoudiere F., Zanier F. « Numerical analysis of pressuremeter tests by the finite element method ». The pressuremeter and its marine applications second international symposium. Texas 2-3 May 1986, ASTM STP950, p. 121-135.
- Manassero M. « Stress strain relation ships from drained self-boring Pressuremeter tests in sands ». *Géotechnique* 39 n° 2, 1989, p. 239-307.
- Palmer A.C. « Undrained plane-strain expansion of a cylindrical cavity in clay, a simple interpretation of the pressuremeter test ». Géotechnique 22 n° 3, 1972, p. 451-457.
- Salençon J. « Expansion quasi statique d'une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élastoplas-

- tique». Annales des ponts et chaussées III., 1966, p. 175-187.
- Schnaïd F., Houlsby G. « Measurement of the properties of sand in a calibration chamber by the cone pressuremeter test ». Géotechnique 42 n° 4, 1992, p.587-601.
- Selvaduraï P. « Large strain and dilatancy effects in pressuremeter ». Journal of Geotechnical Engineering, vol. 110, n° 3 1984, p. 421-436.
- Shahrour I., Kasdi A., Abriak N. « Utilisation de l'essai pressiométrique pour la détermination des propriétés mécaniques des sables obéissant au critère de Mohr-Coulomb avec une règle d'écoulement non associée ». Revue française de géotechnique, n° 73, p. 27-
- Sloan S.W., Randolph M.F. « Numerical prediction of collapse loads using finite element methods ». Int. J. numer. and. methods. geomech., 6, 1982, p. 47-76.
- Suyama K., Imai T., Ohya S. « Lateral lead tester (LLT) its method and accuracy ». Symposium sur la pressiométrie et ses applications en mer. 19-20 avril 1982, Paris, ed. Technip., p. 67-83.

- Suyama K., Ohya S., Imai T., Matsubara M., Nakayama E. – « Ground behavior during pressuremeter testing ». Symposium international « Essais en place », ed. Bullet. de l'associa. int. de géol. de l'ing. Paris, vol. 2, 1983, p. 397-402.
- Vermeer P.A., De Borst R. « Non associated plasticity for soils, concrete and rock ». Delft, Heron Edition, vol. 29, n° 3, 1984, 64 p.
- Wood D.M., Wroth C.P. « Some laboratory experiments related to the results of pressuremeter tests ». *Geotechnique* 27, n° 2, 1977, p. 181-201.
- Wroth. C.P., Windle. « Analysis of the pressuremeter test allowing for volume Change ». *Geotechnique* 25 n° 3, 1975, p. 598-604.
- Yeung S.K., Carter J.P. « Interpretation of the pressuremeter test in clay allowing for membrane end effects and material non homogeneity ». Third international symposium on pressuremeter. British geotechnical society, Oxford University, 2-6 April 1990, ThomasTellford ed., p. 199-208.
- Yu H.S., Houlsby G.T. « Finite cavity expansion in dilatant soil: Loading analysis ». Géotechnique 41 n° 2., 1991, p. 173-183.

## Quelques propositions au sujet des fondations profondes

Dans une première partie, l'analyse d'un essai de chargement axial de pieu permet de rappeler les données expérimentales fondamentales.

La seconde partie propose un modèle de comportement des fondations profondes. Ce modèle est appliqué au cas de l'essai et les résultats de calcul sont confrontés aux

La conclusion met en question l'interprétation habituelle des essais de chargement à la lueur des apports du calcul

## Some suggestions about deep foundations

A pile test with the detail of the measured values is presented in

In the second part, a very simple model for the loading of deep foundations is proposed and is used to make a simulation of the pile test. The model uses only two parameters for each soil layer. However the model is able to describe with accuracy the axial loading of a deep foundation.

In the conclusion, the prevalent interpretation of the pile load tests is discussed, subsequently to the results of the computation.

NDLE: L'article proposé peut faire l'objet d'une discussion dans un délai de trois mois après sa parution.

A. MONNET

Géoconseil

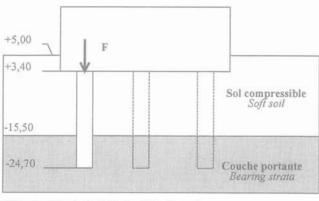
V. BERNHARDT

10, avenue Newton

92350 Le Plessis-Robinson

#### Essai de chargement

L'élément de fondation est un cas type de fondation profonde, un pieu foré de diamètre nominal 0,60 m avec une virole de 0,80 m entre les cotes – 0,30 et + 3,40 (cet élargissement n'est pas représenté sur le croquis).



G. 1 Coupe du site d'essai. Main feature of the pile test.

Les données utilisées proviennent d'un rapport d'essai préliminaire à la réalisation d'un chantier. Il s'agit d'un essai de routine, non pas d'un essai à but de recherche. L'interprétation initiale se limite à la détermination de la capacité portante, sans chercher à assurer la cohérence des mesures. Comme il s'agit d'un document d'archives, il n'est plus possible d'obtenir les informations complémentaires qui permettraient d'assurer cette cohérence.

C'est la situation à laquelle le concepteur se trouve en général confronté. C'est pourquoi cet ensemble de données a été retenu, sans rechercher un essai où toutes les incertitudes auraient été résolues.

Toutes les données brutes jugées significatives sont citées, ce qui permet éventuellement une autre interprétation que celle qui est proposée ici.

#### PC 150 1

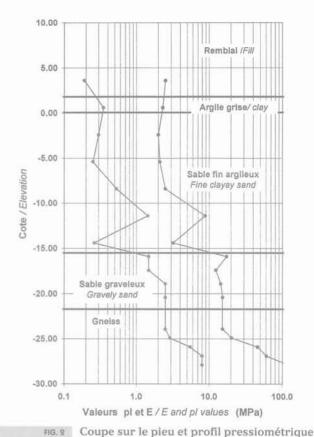
#### Description de l'essai

#### 17/70/20

#### Géotechnique du site

Le site est reconnu par plusieurs forages pressiométriques. La figure 2 superpose la coupe à l'emplacement du pieu d'essai et les résultats pressiométriques sur un sondage proche.

La couche portante, au-dessous de – 15,50, est constituée d'une couche de sable graveleux assez compacte, avec des pressions limites (pl) croissant de 1,5 à 2,5 Mpa, puis du gneiss, altéré sur 3,0 mètres, avec des pl de 2,5 Mpa, et compact ensuite, avec des pl croissant rapidement. Selon le rapport de forage, la base du pieu est au contact de la transition gneiss altéré/gneiss compact.



à proximité.

Test pile soil profile and pressuremeter results in the vicinity.

#### 1.1.2

#### Instrumentation

L'instrumentation comporte une cellule manométrique pour mesurer la charge appliquée en tête et des comparateurs sur base fixe pour la mesure du tassement de la tête du pieu.

Un extensomètre multiple est installé avec des bloqueurs aux cotes précisées par le tableau I pour mesurer les raccourcissements du pieu à chaque palier de chargement. Le principe de fonctionnement de l'extensomètre consiste à mesurer à l'aide d'une jauge la déformation moyenne entre deux bloqueurs.

Extensométrie.

Extensometer elevation.

Repère	Cote du bloqueur Blocking device elevation	Cote moyenne de mesure Mean measure elevation	Longueur d'application Extension of the measure
1	2,90		
2	1,90	2,40	1,00
3	-2,10	- 0,10	4,00
4	-7,10	- 4,60	5,00
5	- 12,10	- 9,60	5,00
6	- 17,10	- 14,60	5,00
7	- 19,10	- 18,10	2,00
8	- 21,10	- 20,10	2,00
9	- 22,10	- 21,60	1,00
10	-23,10	- 22,60	1,00
11	- 24,10	- 23,60	1,00

Paliers de chargement et mesures extensométriques (x 10-6).

Loading steps and extensometer readings (x 10-6).

					Pas de ch	argement	/Loading s	steps (MN)				
Cote	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00
2,40	19,5	38	56	74	95	114	136	153	173	194	215	236
-0,10	18	40	60	82	104	124	148	168	190	212	234	260
-4,60	16	36	54	72	93	114	138	161	185	208	233	258
- 9,60	13	30	47	67	89	108	133	156	177	200	222	243
- 14,60	10	21	33	47	62	77	92	108	124	139	155	170
- 18,10	7	18	30	42	56	70	86	101	114	128	140	152
- 20,10	4	8	12	18	23	28	34	40	45	53	60	65
- 21,60	2	6	9	12	15	20	25	30	34	39	44	48
- 22,60	1	3	5	7	8	11	13	17	20	23	26	30
- 23,60	0,5	1	3	5	7	9	11	13	15	19	22	25

#### 1.1.3

#### Programme de chargement

La charge a été appliquée par paliers croissants. Le tableau II donne la valeur des paliers de chargement.

1.2

#### Mesures

#### 11.53

#### Volume de béton

La mesure des volumes de béton mis en place montre que le pieu présente en réalité un diamètre moyen de 0,68 m dans la partie basse et de 0,80 m dans la partie haute.

Le faible nombre de mesures ne permet pas de préciser de manière plus fine la distribution des diamètres au-dessous de la base de la virole de tête.

1 5 6

#### Mesures des extensomètres

Le tableau II donne le relevé des mesures brutes sur les extensomètres (les valeurs sont données en microns/mètre).

123

#### Tassement en tête

La mesure du tassement en tête (tableau III et figure 3) montre que le déplacement n'est ni linéaire, ni réversible.

Ce type de comportement est tout à fait typique, et, en ce sens, cet essai est représentatif du comportement général d'une fondation profonde sous charge.

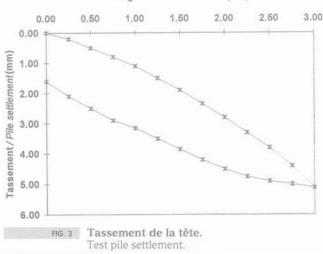
1.2.4

#### Cohérence des mesures

Le tassement mesuré en tête devrait être cohérent avec les mesures sur les extensomètres. Or, la prise en TABLEAU III Tassement de la tête.
Pile head settlement

Charge en tête Loading step	Tassement Settlement (mm)					
(MN)	Au chargement Loading	Déchargemen Unloading				
0,00	0,00	1,61				
0,25	0,20	2,10				
0,50	0,50	2,50				
0,75	0,80	2,90				
1,00	1,10	3,15				
1,25	1,50	3,50				
1,50	1,90	3,85				
1,75	2,35	4,20				
2,00	2,80	4,50				
2,25	3,30	4,75				
2,50	3,80	4,90				
2,75	4,40	5,00				
3,00	5,11	5,11				





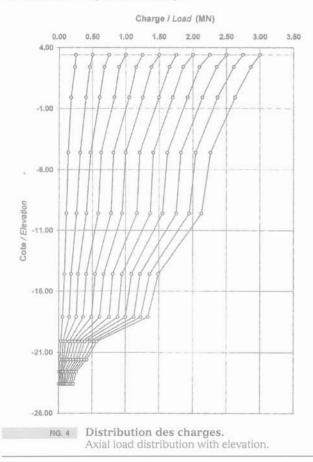
compte des valeurs brutes des mesures sur les extensomètres fait apparaître un soulèvement de la pointe en début de chargement, ce qui est inadmissible. Une première interprétation pourrait être que la base « fixe » de mesure des tassements ne l'est pas autant qu'elle le devrait. Mais le rapport d'essai précise que les mesures de tassements de la tête sur comparateur sont recoupées par des mesures topographiques sur base éloignée.

Reste l'hypothèse d'un mauvais calibrage des mesures sur les extensomètres. Il faut appliquer un facteur de 0,69 aux valeurs brutes pour que les raccourcissements soient compatibles avec un tassement réaliste de la pointe.

Avec ces valeurs corrigées, et les diamètres réels estimés du pieu, il est possible de calculer le module du béton (35 000 MPa) qui met en accord la charge calculée sur le premier tronçon de mesure avec la charge mesurée en tête.

Ceci fait, il est possible de calculer la distribution des charges sur la longueur du pieu pour chaque palier de chargement (Fig. 4).

Une analyse qualitative de ces courbes montre que la charge se dissipe très peu entre les cotes – 4,60 et –9,60 comme entre les cotes – 14,60 et – 18,10 ce qui correspond aux zones indiquées comme lâches par la reconnaissance pressiométrique.



1.3

#### Interprétation

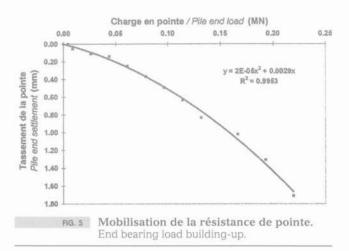
K Selection

#### Résistance de pointe

A partir de la charge et du tassement calculés au niveau du dernier bloqueur, il est possible de reconstituer la mobilisation de la résistance de pointe (Fig. 5). La dernière mesure correspond à une charge en pointe de 219 kN. Il est facile d'inscrire avec une corrélation presque parfaite une courbe du second degré dans le nuage de points, comme le propose la figure 5.

Il faut remarquer qu'il serait également possible de distinguer trois comportements successifs en fonction de la charge :

- un comportement linéaire aux très faibles charges, inférieures à 0,05 MN;
- un premier comportement d'écrouissage jusqu'à une charge de l'ordre de 0,13 MN;
- puis un second au-delà, sur une base différente.



132

#### Frottement latéral

En rapportant la variation de charge entre deux niveaux de bloqueurs au tassement moyen des deux bloqueurs, il est possible de tracer la courbe de mobilisation du frottement latéral unitaire  $q_e$ .

Sols compressibles

La figure 6 regroupe les valeurs du frottement latéral sur les tronçons du pieu situés dans les sols compressibles. Comme pour les couches suivantes, la dispersion des résultats d'un niveau de mesure à l'autre est très importante, alors que le comportement à un niveau donné est relativement régulier.

La variabilité des caractéristiques du sol peut être à l'origine de cette dispersion. Et en effet, le niveau – 4,60 qui donne les plus mauvais résultats correspond au « creux » de la courbe pressiométrique. Mais ces variations peuvent également provenir de variations dans le diamètre local du pieu, puisque les valeurs sont calculées sur la base d'un diamètre moyen.

Si on admet de plus qu'il est possible que le diamètre réel soit plus important dans les zones où le sol présente les caractéristiques les plus faibles, seule la moyenne des comportements sur la hauteur de la couche serait quantitativement significative.

La moyenne sur les trois niveaux (courbe épaisse) montre que le cisaillement atteint un palier, avec une valeur proche de 32 kPa pour un déplacement de 3,5 mm en fin d'essai.

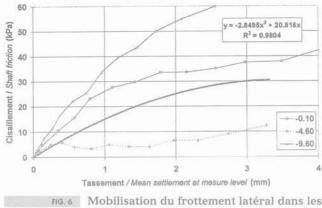


Fig. 6 Mobilisation du frottement latéral dans les sols compressibles.

Shaft friction building up in the soft soils.

#### Sables graveleux

La mobilisation du frottement latéral dans les sables graveleux (Fig. 7) montre qu'en moyenne, en fin d'essai, un palier à 100 kPa pourrait avoir été atteint pour un déplacement inférieur à 2 mm.

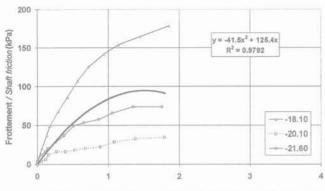


FIG. 7 Mobilisation du frottement latéral dans les sables graveleux.

Shaft friction building up in the gravely sand.

La rigidité est plus importante que pour les sols compressibles. Sur les moyennes, le rapport des rigidités est de plus de 7, pour un rapport des cisaillements limites de 3 environ.

#### Gneiss altéré

La mobilisation du frottement latéral dans le gneiss altéré (Fig. 8) atteint en moyenne 60 kPa en fin d'essai, pour un déplacement très proche de celui mesuré dans les sables graveleux. Il semble qu'ici le cisaillement limite ne soit pas encore atteint, mais proche.

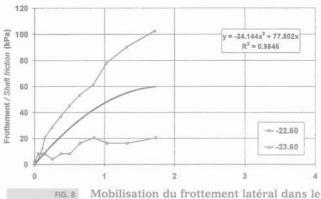
Sur les moyennes, le rapport des rigidités comme le rapport des cisaillements limites entre le sable graveleux et le gneiss altéré sont voisins de 1,6.

#### 1.33

#### Synthèse

La figure 4 montre que la charge appliquée en tête de la fondation est reprise partiellement par une réaction de cisaillement le long du fût, le frottement latéral  $F_{\rm S}$ . Le solde des efforts est repris par une réaction sous la base de la fondation, la réaction de pointe,  $F_{\rm B}$ .

$$F = F_S + F_B$$



gneiss altéré. Shaft friction building up in the weathered gneiss.

Bien que l'allure de la distribution des efforts le long du pieu soit similaire pour les pas successifs de chargement, une analyse plus fine montre que la part de la résistance de pointe augmente avec la charge (elle passe de un peu moins de 2 % de la charge totale au premier pas de chargement à près de 10 % à la fin de l'essai). En termes familiers, le frottement latéral est progressivement saturé avec l'augmentation de la charge.

Le frottement latéral unitaire,  $q_{\rm S}$ , croît initialement de manière parabolique avec le tassement et est borné par une valeur limite, le frottement ultime,  $q_{\rm SU}$  qui est fonction de la compacité, mais aussi de la nature du sol. A titre d'exemple, le gneiss altéré, qui n'est pas discernable du sable graveleux dans les résultats de l'essai pressiométrique, présente des caractéristiques nettement inférieures.

La contrainte en pointe,  $q_{\rm B}$ , croît également de manière sensiblement parabolique avec le tassement. Dans le cas particulier, l'existence d'une contrainte limite en pointe,  $q_{\rm BU}$ , n'est pas mise en évidence. Mais d'autres expériences (les essais pénétrométriques, le fonçage et le battage des pieux) attestent de sa réalité.

#### 1.4

#### Conclusion

Cet essai a été retenu au hasard, pour la seule raison que les séries de données étaient complètes et d'origines variées. L'objectif était double :

- d'une part, de disposer d'une base pour tester les propositions de la partie suivante;
- et, d'autre part, de rappeler la nature expérimentale des notions de base qui sont utilisées.

Des interprétations ont été nécessaires pour rendre cohérentes les diverses informations. Finalement cet essai de routine permet de retrouver la plupart des notions classiques.

Mais il est clair que ces notions portent sur des moyennes. Le cas du frottement latéral dans le gneiss altéré (Fig. 8) est significatif. L'évolution de la mobilisation du cisaillement à chaque niveau semble aléatoire. Cependant, à un glissement sur le niveau – 22,60 correspond un rebond sur le niveau – 23,60 si bien que la régularité de la mobilisation se retrouve sur la moyenne des deux mesures. Il est probable que les irrégularités relevées figure 5 pour la mobilisation des efforts en pointe ont la même origine.

L'objet de la section qui suit est de proposer un modèle analytique pour le comportement au chargement d'une fondation profonde. Les remarques qui précèdent posent les limites d'un modèle de ce type : il est possible d'en attendre au mieux une simulation générale du comportement, sans possibilité de reproduire le détail à chaque niveau.

Remarque

Dans le texte, « cisaillement » est parfois utilisé pour frottement latéral unitaire. De même « glissement » peut être utilisé pour distorsion ou pour rupture en cisaillement ou encore dans son sens courant, pour alléger la lecture. Le contexte précise le sens.

2

#### Modèle ELS

Le modèle ELS de comportement de la fondation profonde doit permettre d'évaluer les tassements sous charge.

Le modèle prend en compte les bases suivantes : a) les déformations de la fondation restent dans le domaine élastique. A chaque niveau, la variation du tassement w de la fondation est égale au raccourcissement élastique, soit au quotient de la charge F par le produit EA de la section par son module d'élasticité,

$$\varepsilon = \frac{\delta w}{\delta z} = \frac{F}{EA}$$

Il existe donc toujours et partout une relation entre la charge et le tassement :

$$F = EA. \frac{\delta w}{\delta z}$$

b) un tronçon élémentaire de l'élément de fondation est en équilibre sous l'effet de la variation de la charge  $\delta F/_{\delta Z}$  et du frottement latéral  $q_S$  sur le périmètre  $p_s$ 

$$\frac{\delta F}{\delta z} - p_s q_s = 0$$

Il existe donc à tous les niveaux une relation entre le frottement latéral et le tassement :

$$q_s = \frac{EA}{p}, \frac{\delta^2 w}{\delta z^2}$$

qui peut également être présentée sous la forme :

$$\frac{\delta^2 W}{\delta z^2} - \frac{p}{EA}, q_s = 0$$

2.1

#### Élasticité linéaire

Bien que l'analyse du comportement réel de la fondation montre que la mobilisation des cisaillements n'est pas linéaire, l'hypothèse de l'élasticité linéaire du sol est retenue en première analyse.

211

#### Mobilisation du frottement latéral

La mobilisation du frottement latéral est linéaire visà-vis du glissement :

$$q_s = -G \cdot \frac{\delta w}{\delta r}$$

Une observation classique des tassements du sol autour d'un élément de fondation profonde montre que celui-ci peut être approché comme inversement proportionnel à la distance au centre de la fondation de diamètre R. Si w est le tassement du pieu :

$$\frac{w(r) = w \cdot R / r}{\delta w(r)} = -\frac{w \cdot R}{r^2}$$

Dans ces conditions, au contact de la fondation :

$$\frac{\delta w}{\delta r} = -\frac{w}{R}$$

et il apparaît une équation différentielle qui définit entièrement le tassement de l'élément de fondation :

$$\frac{\delta^2 w}{\delta z^2} - \frac{p. G}{EA. R}. w = 0$$

Une constante auxiliaire, la longueur caractéristique,  $l_T$  peut être introduite, qui se présente comme le produit de deux valeurs,  $l_T = d \cdot m$ . La première est une longueur qui est uniquement fonction de la géométrie de la fondation :

$$d = \sqrt{\frac{R.A}{p}}$$

La seconde est une valeur sans dimension qui mesure le rapport de rigidité de la fondation à celle du sol :

$$m = \sqrt{E/G}$$

Avec la forme:

$$\frac{\delta^2 w}{\delta z^2} - \frac{1}{l_T^2}, w = 0$$

l'expression générale du tassement serait alors, dans un sol homogène avec élasticité linéaire, sans valeur limite du taux de frottement unitaire fondation/sol:

$$W = B \cdot e^{\frac{z}{h_T}} + C \cdot e^{\frac{-z}{h_T}}$$

la compression dans l'élément de fondation :

$$F = \frac{EA}{l_T} \cdot \left( B \cdot e^{\frac{T}{l_T}} - C \cdot e^{\frac{-T}{l_T}} \right)$$

et le frottement latéral unitaire :

$$q_s = \frac{EA}{p \cdot l_T^2} \cdot w = \frac{G}{R} \cdot w$$

212

#### Réaction de pointe

En utilisant le modèle du pieu fictif, qui prolongerait la fondation vers le bas jusqu'à l'infini, avec l'origine des axes placée à la base de la fondation, les expressions du tassement et de la charge deviennent:

$$W = W_R \cdot e^{z/l_{RB}}$$

et

$$W_B = \frac{l_{TB}}{EA_B} \, . \, F_B$$

Dans ces expressions, l'indice B signale que la valeur en cause concerne la situation sous la base de la fondation.

#### Résolution

A l'aide de ces relations, la résolution de l'ensemble du problème est immédiate, mais la solution semble présenter un intérêt limité puisque le comportement est entièrement linéaire, alors que l'expérience montre qu'il n'en est rien, et ceci dès le début du chargement.

99

#### Non-linéarité

Cependant, les relations introduites grâce à l'élasticité linéaire vont permettre de simuler de plus près le comportement réel.

22 2

#### Frottement latéral

Le comportement de la fondation profonde analysé dans la première partie montre que, en réalité, pour une couche de caractéristique donnée, le frottement unitaire est limité par une valeur ultime  $q_{SU}$  et se mobilise de manière parabolique.

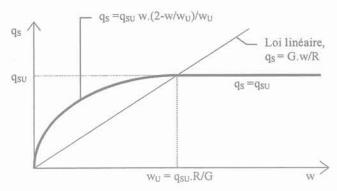


FIG. 9 Mobilisation du frottement latéral.

Increase of shaft friction with displacement.

La loi de mobilisation du frottement latéral proposée par la figure 9 permet de prendre en compte une mobilisation parabolique du frottement latéral sans introduire d'autre paramètre supplémentaire que  $q_{\rm SP}$ 

222

#### Réaction de pointe

Pour la réaction de pointe, la situation est un peu plus complexe.

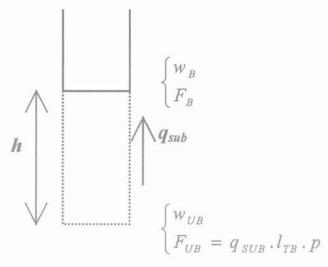
Si le sol est très rigide à la base de la fondation, il est possible d'admettre provisoirement une relation élastique linéaire entre le tassement et la charge en pointe, aussi longtemps que le tassement n'excède pas la valeur  $w_{UB}$  qui mobilise le frottement limite,  $q_{SUB'}$ 

$$W_{UB} = \frac{q_{SUB} \cdot p \cdot l_{TB}^2}{EA_B}$$

Pour cette limite, la valeur de la charge en pointe est:

$$F_{UB} = q_{SUB} \cdot p \cdot l_{TB}$$

Au-delà de cette limite, il faut admettre un poinçonnement du sol sous la base sur une hauteur h, comme illustré par la figure 10.



Modèle du pieu fictif.
The fictitious pile model.

Au-dessous, le comportement reste élastique, sans rupture.

Dans ces conditions, lorsque la charge à la base de la fondation,  $F_{\rm B'}$  dépasse la valeur limite  $F_{\rm UB'}$  le tassement de la base devient :

$$W_B = W_{UB} + \frac{F_B^2 - F_{UB}^2}{2. EA_B. p. q_{SUB}}$$

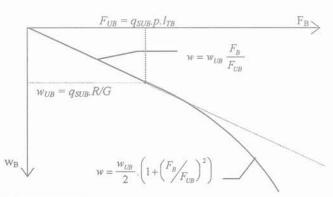
Comme 
$$F_{UB}^2/(EA_B \cdot p \cdot q_{SUB}) = w_{UB}$$
:  

$$W_B = \frac{w_{UB}}{2} \cdot \left(1 + \left(\frac{F_B}{F_{UB}}\right)^2\right)$$

et inversement, 
$$F_B = F_{UB} \cdot \sqrt{2W_B/W_{UB} - 1}$$
.

Au total, et en conservant l'hypothèse d'une mobilisation linéaire du cisaillement, la loi de mobilisation de la réaction de pointe est représentée figure 11.

L'utilisation du modèle du pieu fictif prolongeant la fondation avec une limitation de la valeur du frottement latéral introduit donc un comportement non linéaire à la pointe.



Mobilisation de la réaction de pointe. Increase of the pile end load with the pile end settlement.

Il est possible d'introduire l'effet de la mobilisation parabolique du frottement latéral sur le comportement de la pointe sans complication supplémentaire. Il suffit de reporter la base du calcul sur une couche très rigide (dite substratum) située plus bas que la pointe du pieu et de considérer la colonne de sol située entre la base de la fondation et le substratum comme un élément de la fondation (pieu fictif) avec le module d'Young du sol et le comportement parabolique pour la mobilisation du frottement latéral.

910.7

#### Résolution

Ces formulations ne permettent plus une résolution directe. Cependant, quelques itérations suffisent pour arriver à une solution satisfaisante.

9.3

#### Valeur des paramètres

Finalement, dans le modèle proposé, le comportement du sol est défini entièrement par deux paramètres, le frottement limite  $q_{SU}$  et le module de cisaillement G.

2 3 1

#### Frottement limite q<sub>su</sub>

Des estimations de ce paramètre à partir des résultats d'essai *in situ* sont proposées par de nombreux documents. Mais dans le cas particulier où les résultats d'un essai sont disponibles, il est bien sûr préférable d'utiliser les valeurs moyennes mesurées à l'essai. C'est la solution retenue dans les simulations de l'essai cité en première partie qui figurent dans la suite.

A ce stade il faut noter que les documents proposent une évaluation du cisaillement limite qui est fonction du type de pieu. Sur le principe, les valeurs proposées sont valides sur la longueur du fût. Mais pour le poinçonnement sous la base, il s'agit d'une rupture sol/sol. Les cisaillements limites sont indépendants du type de pieu et ne figurent pas obligatoirement dans la même catégorie que ceux définis au-dessus de la base du pieu.

2.3.2

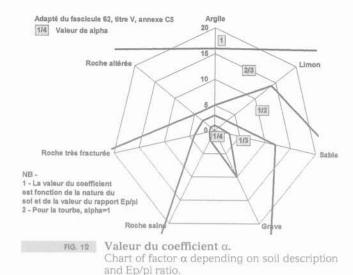
#### Module de cisaillement sécant G

Le module de cisaillement peut être estimé à partir de la mesure du module pressiométrique,  $E_p$ :

$$G = \frac{Ep/\alpha}{2(1+v)}$$

La valeur du coefficient de Poisson peut varier de 0 à 0,5. La valeur maximale (v=0,5) est prise en compte dans la suite.

Lorsque le module pressiométrique est mesuré sur un cycle (module alterné), il est recommandé de prendre cette valeur comme module d'Young du sol ( $\alpha=1$ ). Dans les autres cas, la valeur de  $\alpha$  (comprise entre 1/4 et 1) en fonction de la nature du sol et du rapport Ep/pl peut être lue sur la figure 12, adaptée du fascicule 62, titre V, annexe C5.



2.4

#### Application à l'essai

2-4.1

#### Données

Les données de calcul sont relevées dans le tableau IV. Les données de l'essai décrit en première partie ont été interprétées de la manière suivante :

- 1. la coupe de sol est celle relevée sur l'emplacement de l'essai, et non sur le sondage pressiométrique. En particulier, la couche plus résistante relevée vers –12,00 n'est pas prise en compte;
- 2. les interfaces de couches sont fixées aux cotes relevées sur l'emplacement du pieu d'essai ;
- 3. comme il est possible de le constater, les valeurs du frottement limite prévues par le DTU sont assez différentes de celles mesurées sur l'essai. Dans le cas particulier, les taux de frottement limite pour les sols lâches sont sous-estimés par le DTU, et ils sont plutôt surestimés dans les sols compacts. Pour le calcul, ce sont les valeurs mesurées à l'essai qui sont retenues quand c'est possible;
- 4. les modules de sol sont estimés à partir des modules pressiométriques, avec la méthode proposée dans le chapitre qui précède ;
- 5. pour faire coïncider les tassements en tête et pied avec ceux mesurés sur l'essai, il a été nécessaire de supposer que 0,10 m de gneiss altéré subsistait sous la base du pieu.

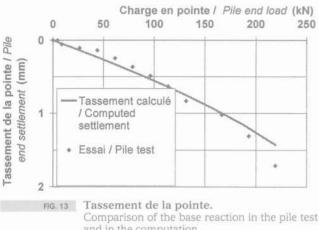
2.4.2

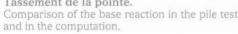
#### Résultats

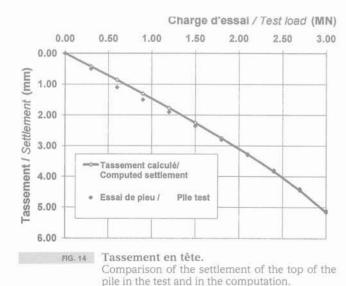
Le comportement de la fiche dans le modèle (courbe continue) est comparé dans la figure 13 aux résultats de l'essai (points isolés), et le comportement de la tête est représenté figure 14. Comme il a été précisé plus haut, une bonne coïncidence sur les deux ensembles n'est possible qu'en admettant que la base du pieu ne repose pas directement sur le gneiss sain.

#### TABLEAU IV Données de calcul. Values used in computation.

Sol	Cote tête	Ep (	MPa)	P1 (N	APa)			DTU	13,2		qsu (MF	a) calcul
		tête	bas	tête	bas	E/pl	alpha	classe	qsu	essai	tête	bas
Remblai/fill	3,40	2,50	2,30	0,19	0,19	13,2	1/3	Abis	0,012	0,104	0,104	0,104
Argile/clay	1,80	2,30	2,00	0,35	0,35	6,6	2/3	Abis	0,020	0,041	0,041	0,041
Sable låche/ soft sand	0,20	2,00	2,00	0,25	0,25	8,0	1/3	Abis	0,018	0,032	0,032	0,032
Sable lâche/ soft sand	-5,00	2,00	3,00	0,25	0,26	8,0	1/3	Abis	0,015	0,032	0,032	0,032
Sable graveleux/ gravely sand	-15,40	15,00	15,00	1,46	2,50	10,3	1/3	В	0,120	0,100	0,100	0,100
Gneiss altéré/ weathered gneiss	-21,70	15,00	15,00	2,50	2,50	6,0	2/3	С	0,150	0,060	0,060	0,060
Gneiss	- 24,70	15,00	40,00	2,90	2,90	5,2	2/3	C	0,150		0,060	0,100
Gneiss	-24,80	40,00	100,00	2,90	8,00	13,8	1/3	F	0,200 0,600		0,100	0,600
Gneiss	- 27,90	100,00		8,00		12,5	1/3	F	0,600		0,600	







La mobilisation du frottement latéral dans les trois couches représentatives, calculée avec le modèle, est représentée figure 15.

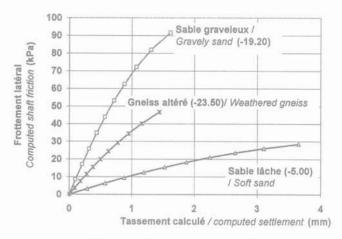


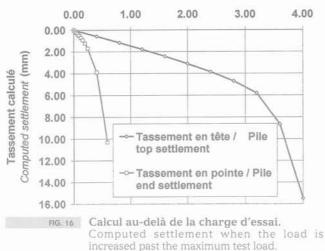
FIG. 15 Mobilisation du cisaillement calculée. Increase of the shaft friction computed with the model in each soil layer.

Les cisaillements limites pris en compte sont ceux mesurés à l'essai. En revanche, la forme des courbes résulte uniquement du modèle et de l'interprétation des essais pressiométriques. La similitude entre les courbes de mobilisation du cisaillement calculées et les courbes moyennes estimées à partir des résultats d'essai est remarquable.

#### Discussion

Le modèle, qui comporte uniquement deux paramètres pour décrire le comportement du sol - le frottement latéral limite,  $q_{{\scriptscriptstyle SU'}}$  et le module sécant de cisaillement du sol, G<sub>c</sub> - permet de reproduire le comportement non linéaire d'une fondation au chargement. Le modèle permet également de prévoir le poinçonnement. Par exemple, dans la figure 16, le calcul a été poussé au-delà de la charge d'essai.

Le poinçonnement qui apparaît pour une charge d'environ 3,35 MN sur la figure 16 correspond à la saturation complète du frottement latéral, et pas à la contrainte limite en pointe. Il existe bien une plastifica-



tion à la base du pieu, mais il s'agit d'une plastification encore confinée, qui est due au glissement sous le cisaillement limite sous la pointe.

Sur le plan pratique, l'absence de limitation de la contrainte en pointe ne semble pas présenter d'inconvénient. Par exemple dans le cas d'une fondation placée à la surface d'un sol purement cohérent, la limite théorique du frottement latéral est égale à la cohésion,  $q_{SU}=C$  et celle de la contrainte en pointe un peu supérieure à cinq fois cette valeur. Pour une fondation circulaire, le modèle prévoit alors un début de poinçonnement pour une valeur de la charge  $F_{UB}=\sqrt{6}$ .  $\pi$ . C.  $R^2$  alors que la charge de rupture plastique classique serait voisine de  $F_U=5$ . $\pi$ . C.  $R^2$ . Il existe donc un rapport de 2,05 environ entre la charge de rupture plastique classique et la charge qui provoque le début de poinçonnement par saturation du cisaillement sous la base. Le rapport correspondant pour les tassements est voisin de 4.

Dans le cas le plus courant, où la fondation est totalement encastrée dans la couche portante, la valeur du rapport passe à environ 4,10 pour les contraintes et à 9 pour les déplacements correspondants. Le poinçonnement par rupture de cisaillement précédera donc toujours largement la rupture par écoulement plastique général.

Ces remarques n'interdisent pas, bien entendu, de vérifier en fin de calcul que la contrainte de pointe reste inférieure à la contrainte limite  $q_{\rm BU}$ . Mais si la vérification ELU précède le calcul ELS, cette vérification complémentaire est évidemment inutile.

#### Conclusion

La question du comportement des fondations profondes sous charge axiale peut sembler entièrement résolue et codifiée. Les discussions qui précèdent montrent que ce n'est pas tout à fait le cas, et qu'il est nécessaire et possible d'imaginer des modèles simples, basés sur des paramètres dont la valeur peut être estimée à partir des essais *in situ*, qui permettent de reproduire des comportements d'apparence parfois complexe. La réflexion peut être prolongée au-delà.

Il faut remarquer que l'estimation des contraintes limites en pointe est en général basée sur des essais qui correspondent à des ruptures plastiques générales (pénétromètre statique, pression limite pressiométrique). Or, notre modèle prévoit des déformations importantes par plastification confinée bien avant la rupture générale. Et, sur le plan pratique, la rupture d'une fondation profonde est plus souvent définie par la considération d'un déplacement que par la mesure réelle d'une charge limite.

Il se pourrait donc que la difficulté à faire coïncider les prédictions de rupture à partir des valeurs de capacité limite de pointe avec les résultats d'essai de pieux provienne de la nature différente des deux types de rupture considérés. Dans ces conditions, beaucoup de « capacités de pointe limites » déterminées par des essais de pieux pourraient être des valeurs comprises entre les deux bornes marquées par le premier glissement sous la pointe et la rupture généralisée. Si c'est bien le cas, la résistance de pointe limite permet bien de calculer un ELU, puisque au-delà les déformations ne sont plus limitées. Mais souvent cette limite est atteinte pour des déformations trop importantes pour être mesurables en pratique.

Il n'est pas usuel pour l'instant de réaliser des calculs en déformation sur le comportement des fondations profondes. Les considérations qui précèdent montrent que cela devrait être généralisé, et tout d'abord lors de la réalisation des essais de pieux.

Notre modélisation montre également que la rigidité globale d'une fondation profonde est contrôlée par la rigidité à la base, ce qui confirme l'importance de la qualité du traitement de fond de pieu.

Au total, nous ne maîtrisons sans doute pas encore aussi bien que nous l'imaginions le comportement des fondations profondes et il pourrait être fructueux d'améliorer les méthodes de dimensionnement en prenant en considération la question des déformations.

Les résultats qui sont présentés ici sont une partie du travail préliminaire à la réalisation de *Profond*, un logiciel de calcul du comportement des fondations profondes en cours de mise au point. Ces résultats proviennent de calculs sur tableur, qui ne permettent pas, compte tenu de leur lourdeur, de réaliser toutes les simulations souhaitables qu'il est possible d'attendre d'un logiciel spécialisé.

## Application des essais Lefranc à l'évaluation du coefficient d'anisotropie hydraulique des sols aquifères

ésumé

La détermination du coefficient d'anisotropie des sols n'a été réalisée jusqu'à présent qu'en laboratoire et, compte tenu des difficultés expérimentales, ce paramètre important n'est pris en compte, dans les projets, qu'à partir de valeurs estimées et non mesurées. Il semble que les essais Lefranc, réalisés in situ, pouvaient très bien se prêter à une évaluation pratique de ce coefficient. En effet, l'influence de l'élancement des cavités sur les résultats de l'essai, nulle en milieu isotrope, devient importante en présence d'anisotropie. On a alors montré qu'en faisant varier cet élancement en un même point d'un massif, on pouvait déterminer le coefficient d'anisotropie moyennant une procédure appropriée qu'on a définie. On a également établi les formules explicitant ce coefficient pour toutes les formes usuelles de cavités Lefranc et donné en annexe les tables numériques permettant le dépouillement des essais.

#### Maurice CASSAN

SA Fondasol Études BP 767 84035 Avignon Cedex 3

# Estimation of the hydraulic anisotropic factor for aquifer soils by application of Lefranc test

\bstract

To date, the evaluation of the anisotropic factor value of soils has been carried out by laboratory test results and, considering the experimental difficulties, this fundamental factor has only been taken into account from estimations but not measurements in project designs.

We have then considered that the estimation of this very factor could be carried out through *in situ* Lefranc test results. Actually, the influence of the cavity's height on the test results, that in ineffective for an isotropic soil, becomes sensible in case of anisotropic soil conditions.

The purpose of this analysis consists in the evaluation of the anisotropic factor value by quantifying the influence of the cavity's height variation according to an appropriate test procedure described below.

Formulae that clarify this factor for usual shapes relative to the Lefranc tests cavities have been estiablished as well, and numerical tables making the test analysis possible are given in appendix.

NDLE: L'article proposé peut faire l'objet d'une discussion dans un délai de trois mois après sa parution.

#### Anisotropie hydraulique des sols

Parmi toutes les difficultés que l'on rencontre dans les problèmes liés aux écoulements souterrains, qu'il s'agisse de l'évaluation de débits d'épuisement ou du tracé des réseaux d'écoulements particulièrement importants dans les études de stabilité, l'une des principales réside dans l'appréciation de l'anisotropie des sols.

En effet, les terrains sédimentaires sont constitués d'une superposition de couches de perméabilités différentes et comme, à l'origine, ces dépôts se faisaient horizontalement, il est évident que dans un tel milieu, toutes choses égales par ailleurs, les vitesses de percolation de l'eau soient différentes dans un écoulement vertical et dans un écoulement horizontal.

Tout le monde connaît les formules classiques qui permettent d'évaluer les coefficients de perméabilité équivalents, horizontal  $k_h$  et vertical  $k_v$ , d'un milieu formé de n strates, chaque strate étant constituée d'un matériau supposé homogène et isotrope. Plus rigoureusement et plus généralement d'ailleurs, la valeur de  $k_h$  correspond à un écoulement parallèle au plan de stratification et  $k_v$  à un écoulement perpendiculaire à ce plan (Fig. 1).

Si H<sub>i</sub> et k<sub>i</sub> désignent respectivement l'épaisseur et le coefficient de perméabilité de la strate de numéro i, on démontre facilement que l'on a :

$$k_{h} = \frac{\sum k_{i}H_{i}}{\sum H_{i}}$$
 
$$k_{v} = \frac{\sum H_{i}}{\sum \frac{H_{i}}{k_{i}}}$$
 (1)

On peut définir alors le coefficient d'anisotropie par le rapport :

$$\alpha = \frac{k_h}{k_v} = \frac{\sum k_i H_i \sum \frac{H_i}{k_i}}{\left(\sum H_i\right)^2}$$
(2)

Si toutes les strates ont la même épaisseur, on voit immédiatement que l'on a :

$$k_h = \frac{1}{n} \sum k_i \, = \text{moyenne arithm\'etique de } k_i$$

$$k_v = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}}$$
 = moyenne harmonique des  $k_i$  (3)

$$\alpha = \frac{1}{n^2} \sum k_i \sum \frac{1}{k_i}$$

Supposons, pour fixer les idées, que le milieu ne soit constitué que de deux couches d'égale épaisseur, on a alors :

$$\alpha = \frac{\left(k_1 + k_2\right)^2}{4k_1k_2} = \frac{\left(k_1 + k_2\right)^2}{\left(k_1 + k_2\right)^2 - \left(k_1 - k_2\right)^2}$$

d'où:

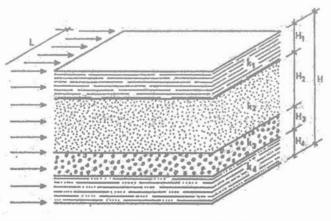
$$\alpha = \frac{1}{1 - \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2}$$

On voit donc que  $\alpha$  est plus grand que l'unité quelles que soient les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$ . Cette propriété se démontre dans toute sa généralité pour les dernières formules (2) et (3). Il en résulte qu'en terrain sédimentaire stratifié, on a toujours :

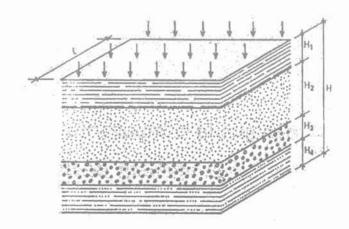
$$k_b > k_v$$

Dans le cas où les strates sont suffisamment épaisses pour que l'on puisse, soit y prélever des échantillons intacts, soit, de préférence, y réaliser des essais d'eau in situ, le problème de l'anisotropie est facilement résolu comme on vient de le voir. Mais il faut faire très attention à l'utilisation de ces formules car elles ne sont valables que lorsqu'on est certain que l'eau puisse traverser toutes les couches, ce qui est, par exemple, le cas du pompage dans un bâtardeau dont la fiche par rapport au fond de fouille pénètre profondément dans le milieu. Lorsqu'il n'en est pas ainsi, c'est souvent la première couche ou à la rigueur les deux premières qui régissent l'écoulement.

Il ne faut pas croire que les contrastes de perméabilité significatifs ne concernent que les sols stratifiés constitués d'alternances de couches argileuses ou limoneuses et de dépôts granulaires. Ces contrastes peu-



Filtration en terrain stratifié. Filtration in stratified soil.



vent également s'observer dans les sols granulaires eux-mêmes en fonction de leur granulométrie comme on peut s'en rendre compte à partir de la formule de Hazen:

$$k (m/s) = (d_{10} cm)^2$$

dans laquelle  $d_{10}$  est le diamètre donnant un passant de 10 % sur la courbe granulométrique.

On voit alors que si deux formations granulaires ont des courbes granulométriques décalées d'un module logarithmique, leur perméabilité varie de deux puissances de dix. Sans aller aussi loin dans le contraste, une variation de  $d_{10}$  de 1 à 3 entraı̂ne une variation de k de l'ordre d'une puissance de 10. Certes l'utilisation de la formule de Hazen est limitée aux sables dont les diamètres des grains sont compris entre 0,1 et 3 mm [1] et dont le coefficient d'uniformité  $CU = \frac{d_{60}}{d_{10}}$  est inférieur à

2, bien qu'on estime que l'on puisse déplacer cette limite jusqu'à 4 ou 5. Néanmoins, pour des sols granulaires de plus gros diamètre, l'influence de la granulométrie reste importante, ce qui explique que certaines couches de sable peuvent être considérées comme imperméables par rapport à des couches de graviers ou de graves grossières.

Lorsqu'on se trouve en présence d'un sol très finement stratifié constitué par exemple par une alternance de couches d'argiles et de sable d'épaisseur millimétrique, on se rapproche du schéma correspondant aux relations (3), mais il est très difficile de mesurer directement les perméabilités de chaque strate. On ne peut alors que tenter une mesure globale des perméabilités horizontales et verticales équivalentes.

Mais une telle anisotropie existe également dans des formations sédimentaires apparemment homogènes, comme par exemple certains massifs de sables ou de sables et graviers, à cause de leur mise en dépôt par strates successives horizontales. On dit alors que l'on se trouve en présence d'un milieu homogène anisotrope.

Pour les terrains finement stratifiés ou pour les terrains homogènes anisotropes la détermination de  $k_h$  et de  $k_v$  peut se faire en laboratoire, mais il ne s'agit là que de mesures ponctuelles dont les valeurs sont peu représentatives du sol en place.

On se propose d'examiner ici dans quelle mesure les essais in situ de type Lefranc pourraient permettre une évaluation plus fiable de  $\alpha$ ,  $k_h$  et  $k_v$ .

#### 9

#### Essais Lefranc en terrain homogène isotrope

Rappelons [3] que l'essai Lefranc, qui est régi par la norme Afnor NF-P 94132 (juin 1992), consiste à provoquer la percolation de l'eau à travers la paroi d'une cavité aménagée dans le sol, sous l'effet d'un gradient hydraulique provoqué soit par pompage soit par injection gravitaire d'un débit d'eau constant dans cette cavité (Fig. 2). Si B et L désignent respectivement le diamètre et la hauteur de la cavité, on démontre qu'en milieu isotrope la relation qui, à tout instant et a fortiori lorsque le régime permanent est atteint, relie le débit Q, pompé ou injecté, d'une part à la charge h génératrice de l'écoulement et d'autre part au coefficient de perméabilité k est :

$$Q = m k h B$$
 (4)

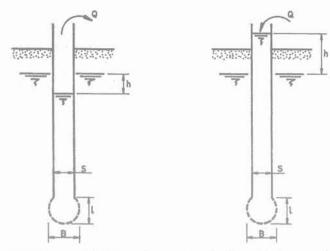


FIG. 2 Schéma de principe de l'essai Lefranc : a) par pompage ; b) par injection.

Diagram of the Lefranc test : a) by pumping ; b) by injection.

où m est un nombre sans dimension appelé coefficient de forme qui n'est fonction que de l'élancement de la cavité défini par le rapport  $\lambda = \frac{L}{B}$  lequel peut varier de B

zéro pour le disque limitant le fond du forage, jusqu'à des valeurs aussi grandes que l'on veut.

Le coefficient de forme m  $(\lambda)$  de la cavité dans le milieu réel a été explicité analytiquement [3] et son expression dépend de la forme géométrique que l'on peut attribuer à cette cavité.

C'est ainsi que l'on peut répartir les cavités en fonction de l'élancement  $\lambda$  en cinq familles géométriques, à chacune desquelles correspond un coefficient de forme différent conformément au tableau I ci-après :

Parmi ces cinq familles, la quatrième, c'est-à-dire celle de l'ellipsoïde de révolution aplati, est illusoire car ses coefficients de forme sont inférieurs à 2,44, alors que pour la cavité de hauteur nulle (disque limitant le fond du forage) le coefficient de forme est égal à 2. On voit donc que, lorsque  $\lambda$  est inférieur à 0,3, l'ordre de grandeur des coefficients de forme reste voisin de 2. On peut alors admettre raisonnablement que l'on se trouve dans le cas du disque circulaire.

La relation (4) et les formules du tableau I, qui sont normatives et qui sont, par conséquent, utilisées en permanence pour évaluer k, supposent que le milieu est homogène et isotrope. Or, comme on l'a vu précédemment, l'isotropie est tout à fait exceptionnelle et le cas général est celui des sols anisotropes, même s'ils sont homogènes. Il en résulte que la valeur de k obtenue conformément à la norme, à partir de la relation (4), est une valeur intermédiaire entre k, et k,

Si, dans une même cavité, on effectue plusieurs essais avec, pour chaque essai, un débit Q différent entraînant par conséquent une valeur de h différente, les rapports Q resteront constants que le sol soit

isotrope ou anisotrope. En revanche, si on fait varier la hauteur de la cavité et si, pour chaque hauteur, on procède à des essais Lefranc avec, pour chacun d'eux, un débit différent, les valeurs Q varieront d'un essai à

l'autre, lorsque le terrain est anisotrope, alors qu'elles resteront constantes dans un terrain isotrope.

Familles géométriques	Élancements	Coefficient de forme m (λ)
Ellipsoïde de révolution allongé	λ≥1,5	$\frac{2\pi\lambda}{\text{Argsh}\lambda}$
Sphère	$1,5 > \lambda > 0,7$	$\pi\sqrt{4\lambda+1}$
Demi-sphère	0,7 ≥ λ> 0,3	$\pi\sqrt{\frac{4\lambda+1}{2}}$
Ellipsoïde de révolution aplati	$0,3 \ge \lambda > 0$	$\frac{\pi\sqrt{1-4\lambda^2}}{2\operatorname{Arc}\cot g\left(2\lambda+\sqrt{4\lambda^2+1}\right)}$
Disque circulaire	0	2

#### 3

# Essais Lefranc en terrain homogène anisotrope : évaluation du coefficient d'anisotropie

#### 3.1

#### Principe de la méthode

Dans un essai Lefranc réalisé en terrain homogène mais anisotrope, on a bien le sentiment, d'après les considérations précédentes, que plus la longueur de la cavité est importante par rapport à son diamètre, plus la valeur globale de k devra être voisine de k<sub>p</sub>, et qu'inversement pour une hauteur nulle (disque de fond) la valeur de k se rapprochera de k<sub>p</sub>. Mais il est faux de conclure hâtivement qu'un essai par le disque de fond de forage permet de mesurer le coefficient de perméabilité verticale et qu'un essai dans une cavité de très grande hauteur permet d'atteindre une valeur convenable de k<sub>p</sub>.

Cette influence du coefficient de forme sur l'évaluation du coefficient de perméabilité équivalent k permet de penser qu'en réalisant deux essais avec des cavités de longueur différentes on devrait pouvoir approcher une valeur tout à fait représentative du coefficient d'anisotropie.

C'est effectivement ce qu'a fait Schneebeli en 1954 [6] mais en se limitant à de faibles élancements (de l'ordre de  $\lambda \leq 2$ ) vraisemblablement parce que les expressions analytiques des coefficients de forme étaient, dans ce cas, plus simples. On estime qu'il faut, au contraire, raisonner sur des cavités allongées de façon à pouvoir faire varier le coefficient de forme dans des proportions significatives pour obtenir des résultats suffisamment contrastés.

En effet, les essais Lefranc sont réalisés en général dans des forages dont le diamètre excède rarement 200 mm, la valeur la plus courante étant de l'ordre de 120 mm. Pour ce dernier diamètre, d'après Schneebeli, on devrait faire varier la longueur des cavités entre 12 cm et 24 cm. Lorsqu'on sait ce qu'est un chantier de forage, on voit bien qu'il est difficile, surtout si la cavité est profonde, de pouvoir connaître l'élancement et, par voie de conséquence, le coefficient de forme avec une précision suffisante. En revanche, si l'on part d'un élan-

cement de 4, c'est-à-dire d'une cavité d'environ 0,50 m de longueur et que l'on adopte, pour le deuxième essai, un élancement de 10, soit 2,5 fois plus, on est conduit à réaliser une cavité de 1,20 m de hauteur plus facile à définir qu'une cavité de 0,25 m.

Par ailleurs, on peut être très réservé sur la représentativité de l'essai réalisé dans une cavité de hauteur nulle (disque de fond de trou) car une telle cavité est très difficile à réaliser. Si, par exemple, on opère par pompage, on ne sait jamais s'il ne s'est pas produit en fond de trou un phénomène de renard qui, bien que faible, peut altérer la représentativité des mesures.

On montrera plus loin qu'il est hautement souhaitable que les élancements ne descendent pas au-dessous de 1,5.

Le principe de la méthode consiste à transformer par l'affinité définie dans l'annexe 1, le milieu réel anisotrope en un milieu fictif isotrope, qu'on appellera milieu transformé, et on choisit, dans le cas présent, les rapports d'affinité qui permettent de conserver les distances verticales, c'est-à-dire qu'on utilise les formules [8] de l'annexe 1.

Dans le milieu transformé, homogène et isotrope, l'équation de l'essai Lefranc [4] s'écrit :

$$Q' = m' k' h' B'$$
 (5)

avec par conséquent, en faisant apparaître le coefficient d'anisotropie  $\alpha$  :

$$k' = k_{v}$$

$$B' = \frac{B}{\sqrt{\alpha}}$$

$$h' = h$$

$$\lambda' = \frac{L'}{B'} = \frac{L}{B} \sqrt{\alpha} = \lambda \sqrt{\alpha}$$

$$Q' = \frac{Q}{\alpha}$$
(6)

Le coefficient de forme m' du milieu transformé n'est fonction que de l'élancement de la cavité dans ce milieu, c'est-à-dire de  $\lambda\sqrt{\alpha}$ . Or, le coefficient d'anisotropie étant supérieur à l'unité, et cela dans des proportions qui peuvent atteindre des valeurs importantes, l'élancement transformé  $\lambda\sqrt{\alpha}$  peut devenir nettement supérieur à l'élancement  $\lambda$  de la cavité réelle. Le tableau du paragraphe 2 montre alors que la cavité du milieu

transformé peut appartenir à une famille géométrique différente de celle de la cavité réelle, et que, par conséquent, les coefficients de forme de ces deux cavités risquent ne pas avoir la même expression mathématique.

Ainsi donc, le coefficient de forme de la cavité transformée n'est pas forcément obtenu en transformant le coefficient de forme de la cavité réelle par l'affinité adoptée. Le seul cas où l'on est certain que les deux cavités réelle et transformée appartiennent à la même famille géométrique est celui des cavités réelles allongées caractérisées par  $\lambda > 1,5$ , car on a alors toujours  $\lambda \sqrt{\alpha} > \lambda > 1,5$ . Dans tous les autres cas, il faudra être très vigilant comme on le verra plus loin.

Dans ce qui suit, on désigne par m  $(\lambda\sqrt{\alpha})$  le coefficient de forme de la cavité transformée, sans perdre de vue que pour  $\lambda<1,5$ , ce coefficient risque de ne pas avoir la même expression mathématique (au facteur  $\sqrt{\alpha}$  près) que le coefficient de forme m  $(\lambda)$  de la cavité réelle.

L'équation (5) s'écrit alors :

$$\frac{Q}{\alpha} = m \left( \lambda \sqrt{\alpha} \right) k_v h \frac{B}{\sqrt{\alpha}}$$

soit encore, puisque  $\alpha k_v = k_h$ :

$$Q = \frac{m(\lambda \sqrt{\alpha})}{\sqrt{\alpha}} k_h h B$$
 (7)

d'où l'on tire :

$$k_h = \frac{Q\sqrt{\alpha}}{m(\lambda\sqrt{\alpha})hB}$$
(8)

En comparant les équations (4) et (7) on voit que :

$$\frac{k_h}{k} = \frac{m(\lambda) \cdot \sqrt{\alpha}}{m(\lambda \sqrt{\alpha})}$$

On constate alors qu'en terrain anisotrope homogène, c'est-à-dire en terrain où  $\alpha$  est constant, le coefficient de perméabilité tel qu'on l'évalue de façon réglementaire avec l'essai Lefranc normalisé est fonction de l'élancement de la cavité, ce qui ne peut lui conférer une valeur intrinsèque. Mais il est bien évident qu'en terrain homogène et isotrope, la valeur de k est indépendante de cet élancement. Toutefois, c'est précisément cette influence de la forme de la cavité en terrain anisotrope qui, pour gênante qu'elle puisse paraître, va permettre d'évaluer le coefficient d'anisotropie du sol et, par voie de conséquence, les coefficients de perméabilité horizontale et verticale.

Supposons, en effet, que l'on réalise au même point deux essais Lefranc, le premier avec une cavité d'élancement  $\lambda_1$  et sous un débit  $Q_1$ , le second avec une cavité d'élancement  $\lambda_2 = n\lambda_1$  et sous un débit  $Q_2$ , et que, dans les deux cas le régime permanent ait été atteint. Désignons par  $h_1$  la hauteur d'eau stabilisée sous le débit  $Q_1$  dans le premier essai, et par  $h_2$  la valeur stabilisée dans le deuxième essai sous le débit  $Q_2$ .

Si le régime permanent n'est pas atteint dans l'un des deux essais ou dans les deux, on sait que l'interprétation en régime transitoire [3, 4] permet d'évaluer pour chacun des essais les coefficients de perméabilité apparents, et, par voie de conséquence de calculer les valeurs de  $h_1$  et  $h_2$  correspondant au régime permanent à partir de la relation [4]. Ainsi donc, dans tous les cas, les valeurs de  $h_1$  et  $h_2$  sont connues.

On peut alors écrire :

$$Q_{1} = \frac{m(\lambda_{1}\sqrt{\alpha})}{\sqrt{\alpha}}k_{h}h_{1}B$$

$$Q_{2} = \frac{m(\lambda_{2}\sqrt{\alpha})}{\sqrt{\alpha}}k_{h}h_{2}B = \frac{m(\lambda_{1}\sqrt{\alpha})}{\sqrt{\alpha}}k_{h}h_{2}B$$

d'où l'on tire :

$$\frac{h_1 Q_2}{h_2 Q_1} = \frac{m \left( n \lambda_1 \sqrt{\alpha} \right)}{m \left( \lambda_1 \sqrt{\alpha} \right)} \tag{9}$$

où, d'après ce qu'il a été dit précédemment,  $m\left(\lambda_2\sqrt{\alpha}\right)$  et  $m\left(\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)$  n'ont pas forcément la même expression mathématique.

Le problème se ramène donc finalement à la résolution d'une équation de la forme :

$$q = f(n, x) (10)$$

dans laquelle :

$$n = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \qquad x = \lambda_1 \sqrt{\alpha} \quad \text{d'où } \alpha = \left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^2;$$

 $\lambda_1$  et n sont connus puisque ce sont les données géométriques des cavités de filtration ;

q est connu puisque ne dépendant que des débits, des variations de charge qui sont des valeurs expérimentales, et éventuellement d'un facteur numérique lié à l'expression du coefficient de forme des cavités.

Comme les expressions analytiques des coefficients de forme sont parfaitement connues (cf. *supra*) l'équation (9) peut être facilement explicitée et résolue, soit analytiquement dans certains cas, soit numériquement.

Ayant ainsi évalué  $\alpha$ , les formules (7) ou (8) permettent de calculer le coefficient de perméabilité horizontale.

On remarquera que l'équation fondamentale (9) ne dépend que de l'élancement  $\lambda_i \sqrt{\alpha}$  des cavités dans le milieu transformé.

#### 3.2

#### Cavités allongées en milieu indéfini

On a vu que les cavités cylindriques allongées sont celles dont l'élancement  $\lambda = \underbrace{L}_{B}$  est supérieur à 1,5 aussi

bien dans le milieu réel que transformé. On les assimile à des ellipsoïdes de révolution allongés de même axe que le forage et dont les foyers sont les centres des deux cercles qui les limitent.

Leur coefficient de forme a pour expression :

$$m(\lambda) = \frac{2\pi\lambda}{\ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1})} = \frac{2\pi\lambda}{\text{Argsh}\,\lambda}$$

$$m\left(n\lambda_1\sqrt{\alpha}\right) = \frac{2\pi n\lambda_1\sqrt{\alpha}}{\operatorname{Argsh}\left(n\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)}$$

$$m\!\!\left(\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)\!=\!\frac{2\pi\lambda_1\sqrt{\alpha}}{Argsh\!\left(\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)}$$

$$\text{d'où}: \qquad \frac{m\!\!\left(n\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)}{m\!\!\left(\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)} = \frac{nArgsh\!\left(\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)}{Argsh\!\left(n\lambda_1\sqrt{\alpha}\right)}$$

L'équation (9) s'écrit alors :

$$\frac{h_1 Q_2}{n h_2 Q_1} = \frac{Argsh(\lambda_1 \sqrt{\alpha})}{Argsh(n \lambda_1 \sqrt{\alpha})}$$
 (11)

et l'équation (10) prend la forme :

$$q = \frac{Argsh x}{Argsh (nx)}$$
 (12)

$$avec: q = \frac{h_1 Q_2}{n h_2 Q_1}$$

L'équation (12) ne peut être résolue que numériquement et l'on pourra utiliser à cet effet les courbes de la figure 3 ou les tables numériques 1 de l'annexe 2.

On en déduit :

$$\alpha = \left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^2$$

La relation (8) devient :

$$\frac{k_{h}}{k_{i}} = \frac{Argsh(\lambda_{i}\sqrt{\alpha})}{Argsh\lambda_{i}}$$
(13)

et de l'équation (7) on tire :

$$k_{h} = \frac{Q_{i}Argsh\left(\lambda_{i}\sqrt{\alpha}\right)}{2\pi\lambda_{i}h_{i}B}$$

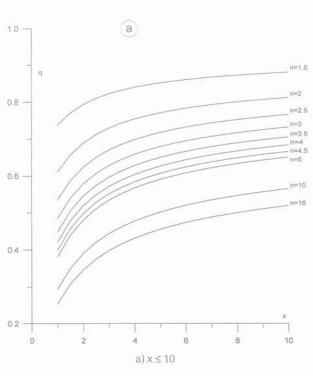
avec: i = 1 et 2.

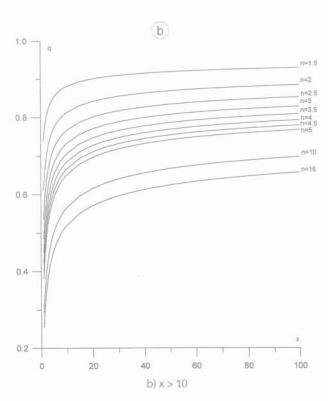
Les deux valeurs de k, ainsi obtenues doivent être sensiblement égales. S'il en est effectivement ainsi, c'est que le terrain est homogène conformément à l'hypothèse de base. Dans le cas contraire, c'est que le terrain est non seulement anisotrope, mais également hétérogène. Il faut alors reprendre les essais avec des poches de plus faible hauteur, ce qui n'est pas toujours possible, car l'expérience montre que, souvent, lorsqu'on a fini de dépouiller les essais, le matériel n'est plus sur le chantier!

On sait, par ailleurs, que les essais Lefranc sont souvent perturbés par des phénomènes parasites. C'est pourquoi, on estime que dans une procédure d'expérimentation en vue de déterminer le coefficient d'anisotropie, il serait souhaitable de prévoir la réalisation au même point d'au moins trois essais Lefranc avec trois élancements différents, ce qui permettrait d'obtenir trois évaluations de  $\alpha$  et de  $k_{\rm h}$ .

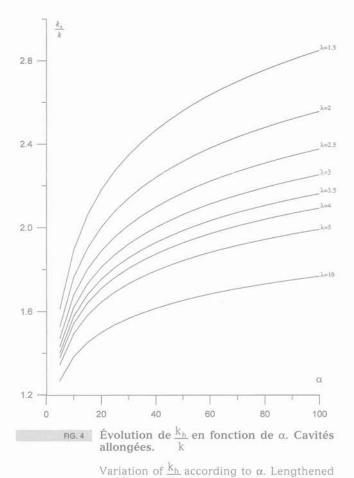
Les courbes représentatives de l'évolution de  $\frac{k_h}{k}$  en fonction du coefficient d'anisotropie  $\alpha$  et de l'élancement de la cavité  $\lambda$  (Fig. 4), montrent :

– d'une part que les écarts entre  $k_h$  et k diminuent lorsque l'élancement augmente et qu'il faudrait un élancement très grand (théoriquement infini) pour que  $k_h = k$ ;





PIG. 3 Détermination de  $X = \lambda_4 \sqrt{\alpha}$  pour des cavités allongées. Evaluation of  $X = \lambda_4 \sqrt{\alpha}$  in case of lengthened cavities.



 d'autre part que, toutes choses égales par ailleurs, les écarts entre k<sub>h</sub> et k évoluent beaucoup moins rapide-

– enfin que, dans le domaine des valeurs réalistes de  $\alpha$  et des élancements usuels des cavités d'essai, la valeur de  $k_h$  excède rarement 3 k, ce qui peut poser quelques problèmes compte tenu du fait qu'il est difficile de déterminer un coefficient de perméabilité à moins d'une demi-puissance de 10 près. Mais en revanche, dans cette plage de variation de  $\frac{k_h}{k}$ , les coefficients

d'anisotropie varient de 10 à 100. On voit donc tout l'intérêt que l'on a à augmenter le plus que l'on peut le contraste des élancements.

#### 3.3

ment lorsque  $\alpha$  augmente ;

#### Cavités de faible hauteur en milieu indéfini

#### 5,65,61

#### Analyse du problème

On appelle cavités de faible hauteur celles dont les élancements sont inférieurs à 1,5, et les expressions de leurs coefficients de forme ont été données dans le tableau précédent. Par rapport aux cavités allongées, le problème des cavités de faible hauteur se complique, car c'est pour de telles cavités que les coefficients de forme des domaines réel et transformé peuvent changer d'expression. Ce point va être examiner un peu plus en détail.

Supposons donc que l'on réalise le premier essai Lefranc dans une cavité réelle dont l'élancement soit tel que  $0.7 \ge \lambda_{_1} > 0.3$ , ce qui correspond à une demisphère.

Pour que la cavité du milieu transformé appartienne à la même famille géométrique, il faut que l'on ait :

$$\frac{0.7}{\sqrt{\alpha}} \ge \lambda_1 > 0.3$$

Si par exemple  $\alpha = 2$  (valeur minimale et quelque peu irréaliste) on obtient :

$$0.5 > \lambda_1 > 0.3$$

Avec un diamètre courant de forage B=0,12~m, on est alors conduit à des cavités de longueurs comprises entre 6 et 3,6 cm. On ne dispose donc que d'une marge de manœuvre de l'ordre de 2 centimètres seulement, ce qui n'est pas significatif et impossible à respecter dans la pratique, surtout dans des forages profonds. Cette marge diminue encore si le coefficient d'anisotropie est supérieur à 2, ce qui est le cas général. Pour  $\alpha=4$ , on a, en effet,  $0,35 \geq \lambda_1 > 0,3$ , c'est-à-dire des longueurs de cavité comprises entre 5,2 et 4,5 cm, soit une marge de 0,7 cm, ce qui est ridicule.

On peut donc admettre que, pratiquement, à toute cavité réelle de type hémisphérique correspond, dans le milieu transformé, une cavité de type sphérique et pouvant même atteindre le type ellipsoïdal si  $\alpha > 5$ . On aura donc en général :

$$0.7 \ge \lambda_1 > 0.3 \Rightarrow 1.5 \ge \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$$

En ce qui concerne le deuxième essai Lefranc, il doit être réalisé avec une cavité d'élancement  $\lambda_2$  significativement plus grand que  $\lambda_1$  et, en tout état de cause, supérieur à 2, ce qui conduit à 1,4  $\geq$   $\lambda_2$  > 0,6, c'est-à-dire pratiquement à une cavité de type sphérique. Dans le milieu transformé, la cavité correspondante sort alors de la famille sphérique pour entrer dans la famille ellipsoïdale dès que  $\alpha$  = 4. Pour  $\alpha$   $\leq$  4, les seules valeurs possibles de  $\lambda_2$  pour que  $\lambda_2\sqrt{\alpha}$  reste dans la famille sphérique sont :

$$1,1 \ge 2 > 0,7$$
 pour  $\alpha = 2$   
 $0,87 \ge \lambda_2 > 0,7$  pour  $\alpha = 3$   
 $0,75 \ge \lambda_2 > 0,7$  pour  $\alpha = 4$ 

On constate, ici aussi, que la marge de manœuvre, quoique plus importante que précédemment, reste encore faible et que dans le domaine transformé, on sera vite sorti de la famille géométrique du domaine réel. Mais on ne peut pas exclure totalement l'éventualité que les cavités des domaines réel et transformé restent dans la même famille.

En examinant les autres combinaisons, possibles et réalistes, entre les familles géométriques des deux domaines, on voit apparaître cinq cas qui sont rassemblés dans le tableau II ci-après.

Pour résoudre le problème, qui est la détermination de  $\alpha$ , il faudrait savoir dans quelle catégorie se situe la cavité du domaine transformé. Or, cette catégorie dépend précisément de  $\alpha$ ! On se trouve donc dans une impasse.

On peut alors essayer d'effectuer le calcul pour les différentes catégories d'élancements transformés  $\lambda_i \sqrt{\alpha}$  et comparer les valeurs de  $\alpha$  ainsi obtenues. Si elles ne sont pas trop différentes, on pourra admettre qu'on a résolu le problème. Dans le cas contraire, on se contentera de donner une fourchette de valeurs.

#### TABLEAU II Élancement des cavités de faible hauteur.

Milieu réel	Milieu transformé
	$1.5 \ge \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$ $1.5 \ge \lambda_2 \sqrt{\alpha} > 0.7$
$0.7 \ge \lambda_1 > 0.3$	$1.5 \geq \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$
$1.5 > \lambda_2 > 0.7$	$\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$
	$\lambda_1 \sqrt{\alpha} > 1.5$
	$\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1,5$
	$1.5 \ge \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$
$1.5 \ge \lambda_1 > 0.7$	$\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$
$\lambda_2 > 1.5$	$\lambda_1 \sqrt{\alpha} > 1.5$
	$\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$

On voit donc que, ainsi qu'on l'a déjà signalé, le seul cas où il n'y a aucune ambiguïté est celui des cavités réelles allongées. C'est pourquoi, puisque, d'une façon générale, on est libre de donner aux cavités expérimentales les hauteurs que l'on veut, il faudra toujours essayer de se ramener à des élancements supérieurs à 1,5.

Il en résulte que le cas des cavités de faible hauteur ne présente pas un grand intérêt pratique, sauf peutêtre celui de la cavité initiale de hauteur négligeable, c'est-à-dire  $\lambda_1 < 0.3$ , à condition d'adopter pour la cavité du deuxième essai un élancement  $\lambda_2 > 1.5$ .

Il est toutefois un autre cas, assez rare il faut bien le reconnaître, où l'on peut avoir recours aux formules des cavités de faibles hauteurs, c'est celui où l'on connaît, par des considérations géologiques ou statistiques, un ordre de grandeur de la valeur de  $\alpha$  que l'on juge suffisamment représentatif et où l'on cherche à dissocier  $k_h$  et  $k_\nu$ , ce qui ne peut se faire que si l'on dispose, soit d'une deuxième relation dans laquelle intervient l'un de ces deux coefficients de perméabilité, soit d'un moyen d'en évaluer directement l'un d'entre eux.

C'est pour ces deux raisons, mais également aussi dans un souci d'exhaustivité, qu'on a étudié le cas des cavités de faible hauteur malgré leur intérêt pratique assez limité.

#### 200

#### Cavités réelles d'élancement $0.7 > \lambda_1 > 0.3$ et $1.5 > \lambda_9 > 0.7$

a) Cavités transformées d'élancements  $1,5 \ge \lambda_i \sqrt{\alpha} > 0,7$ 

En considérant les coefficients de forme du domaine réel et du domaine transformé, les relations (4) et (7) appliquées à chacun des deux essais Lefranc permettent d'écrire :

$$\begin{split} Q_1 &= \pi k_1 h_1 B \sqrt{\frac{4 \lambda_1 + 1}{2}} = \pi k_h h_1 B \sqrt{\frac{4 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 1}{\alpha}} \\ \\ Q_2 &= \pi k_2 h_2 B \sqrt{4 \lambda_2 + 1} = \pi k_h h_2 B \sqrt{\frac{4 \lambda_2 \sqrt{\alpha} + 1}{\alpha}} \end{split}$$

En posant :  $\lambda_2 = n\lambda_1$   $\lambda_4 \sqrt{\alpha} = x$   $q = \frac{h_1 Q_2}{h_2 Q_1}$  on déduit des deux relations précédentes :

$$q = \sqrt{\frac{4nx+1}{4x+1}}$$

$$\begin{split} \text{d'où}: & \alpha = \left[\frac{q^2 - 1}{4\lambda_1 \left(q^2 - n\right)}\right]^2 \\ & \frac{k_h}{k_1} = \sqrt{\frac{\alpha \left(4\lambda_1 + 1\right)}{8\lambda_1 \sqrt{\alpha} + 2}} \text{ et } \frac{k_h}{k_2} = \sqrt{\frac{\alpha \left(4\lambda_2 + 1\right)}{4\lambda_2 \sqrt{\alpha} + 1}} \\ & k_h = \frac{Q_i}{\pi h_i B} \sqrt{\frac{\alpha}{4\lambda_i \sqrt{\alpha} + 1}} \end{split} \label{eq:double_decomposition}$$

Les valeurs de  $\mathbf{k}_{\scriptscriptstyle 1}$  et  $\mathbf{k}_{\scriptscriptstyle 2}$  sont celles obtenues à partir des deux essais Lefranc normalisés.

b) Cavités transformées d'élancement 1,5  $\geq \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0,7$  et  $\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1,5$ 

En raisonnant comme précédemment, on obtient tous calculs faits :

$$q = \frac{x}{\sqrt{4x + 1.Argsh(nx)}}$$

avec: 
$$q = \frac{h_1 Q_2}{2nh_2 Q_1}$$

L'équation précédente se résout numériquement ou à l'aide de la table numérique 3 de l'annexe 2 ou des courbes de la figure 5.

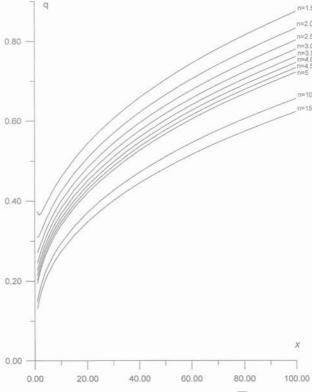


FIG. 5 Détermination de  $X = \lambda_1 \sqrt{\alpha}$  cavités de faible hauteur.

Evaluation of  $X = \lambda_1 \sqrt{\alpha}$  in case of short height cavities.

Connaissant  $\alpha = \left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^2$ , on peut alors évaluer  $k_h$  à partir des relations suivantes :

$$\frac{k_h}{k_1} = \sqrt{\frac{\alpha(4\lambda_1 + 1)}{8\lambda_1\sqrt{\alpha + 2}}} \text{ et } \frac{k_h}{k_2} = \frac{\sqrt{4\lambda_2 + 1}}{2\lambda_2}. \text{ Argsh} \left(\lambda_2\sqrt{\alpha}\right)$$

ou:

$$k_h = \frac{Q_1}{\pi h_1 B} \sqrt{\frac{\alpha}{4 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 1}} = \frac{Q_2}{2\pi \lambda_2 h_2 B} Argsh \Big( \lambda_2 \sqrt{\alpha} \Big)$$

#### c) Cavités transformées d'élancements $\lambda_i \sqrt{\alpha} > 1,5$

En ce qui concerne la détermination de  $\alpha$ , on retrouve l'équation (12) des cavités allongées puisque les cavités du domaine transformé appartiennent à cette famille :

$$q = \frac{Argsh x}{Argsh nx}$$

avec:  $q = \frac{h_1 Q_2}{n h_2 Q_1}$ 

on a par ailleurs:

$$\frac{k_h}{k_1} = \frac{\sqrt{2\lambda_1 + 0.5}}{2\lambda_1} \; , \text{Arg sh} \Big( \lambda_1 \sqrt{\alpha} \Big)$$

$$\frac{k_h}{k_2} = \sqrt{\frac{4\lambda_2 + 1}{2\lambda_2}}$$
, Arg sh $(\lambda_2 \sqrt{\alpha})$ 

$$k_{\rm h} = \frac{Q_{\rm i}}{2\pi\lambda_{\rm i}h_{\rm i}B}\,.\, \text{Arg sh}\Big(\lambda_{\rm i}\sqrt{\alpha}\Big)$$

avec: i = 1 et 2.

#### 3.3.3

#### Cavités réelles d'élancement 1,5 $\geq \lambda_{_1} > 0,7$ et $\lambda_{_2} > 1,5$

a) Cavités transformées d'élancements 1,5>  $\lambda_1\sqrt{\alpha}$  > 0,7 et  $\lambda_2\sqrt{\alpha}$  > 1,5

Dans le domaine transformé, les cavités appartiennent aux mêmes familles géométriques que dans le cas du § 3.3.2.b. Pour déterminer  $\alpha$  on retrouve donc l'équation (15) :

$$q = \frac{x}{\sqrt{4x + 1.Argsh(nx)}}$$

avec:  $q = \frac{h_1Q_2}{2nh_2Q_4}$ 

Mais on a en revanche:

$$\frac{k_h}{k_1} = \sqrt{\frac{\alpha(4\lambda_1 + 1)}{4\lambda_1\sqrt{\alpha} + 1}} \text{ et } \frac{k_h}{k_2} = \frac{\text{Argsh}(\lambda_2\sqrt{\alpha})}{\text{Argsh}\lambda_2}$$
 (15)

Puis on retrouve, ce qui est normal:

$$k_h = \frac{Q_1}{\pi h_1 B} \sqrt{\frac{\alpha}{4 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 1}} = \frac{Q_2}{2\pi \lambda_2 h_2 B} Argsh \Big( \lambda_2 \sqrt{\alpha} \Big)$$

#### b) Cavités transformées d'élancement $\lambda_i \sqrt{\alpha} > 1,5$

Pour ce qui est de la détermination de  $\alpha$ , on retrouve l'équation (12) comme en 3.2 puisqu'on est dans la même configuration quant à l'espace transformé.

En revanche, on a:

$$\frac{k_h}{k_1} = \frac{\sqrt{4\lambda_1 + 1}}{2\lambda_1} \cdot Argsh(\lambda_1 \sqrt{\alpha}) \quad et \quad \frac{k_h}{k_2} = \frac{Argsh(\lambda_2 \sqrt{\alpha})}{Argsh\lambda_2}$$

Mais on a toujours:

$$k_{h} = \frac{Q_{i}}{2\pi\lambda_{i}h_{i}B} \operatorname{Arg} \operatorname{sh}\left(\lambda_{i}\sqrt{\alpha}\right)$$

L'ensemble des résultats obtenus ci-dessus pour les cavités de faible hauteur est récapitulé dans le tableau III du paragraphe 5.

#### 3 3 4

#### Cavité initiale d'élancement nul

La cavité d'élancement nul n'est autre que le disque limitant le fond du forage.

On sait que, dans ce cas, on a :

$$Q = 2 k h B$$
 (16)

En opérant la même transformation affine que dans les cas précédents, on obtient :

$$Q = 2k_h h \frac{B}{\sqrt{\alpha}}$$

d'où l'on tire :

$$k_{h} = k\sqrt{\alpha} \tag{17}$$

c'est-à-dire:

$$k = \sqrt{k_h k_v}$$
 (18)

On voit donc que, contrairement à une idée très répandue, l'essai par le disque qui limite le fond du forage ne donne pas le coefficient de perméabilité verticale mais un coefficient qui est égal à la moyenne géométrique des coefficients de perméabilité verticale et horizontale.

Soient toujours:

 $h_1$ : la variation du niveau de l'eau sous le débit  $Q_1$  dans la cavité de hauteur nulle ;

 $h_2$ : la variation du niveau de l'eau sous le débit  $Q_2$  dans la cavité d'élancement  $\lambda$ .

On a alors dans tous les cas:

$$Q_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} k_h h_1 B$$

$$Q_2 = \frac{m(\lambda\sqrt{\alpha})}{\sqrt{\alpha}}k_h h_2 B$$

d'où:

$$\frac{2h_1Q_2}{h_2Q_1} = m\left(\lambda\sqrt{\alpha}\right) \tag{19}$$

Si on pose toujours  $x = \lambda \sqrt{\alpha}$ , la relation précédente se ramène à une équation de type q = f(x) qui s'explicite immédiatement à partir des expressions analytiques des coefficients de forme donnés précédemment (§ 2).

Mais il faut, ici aussi, estimer à quelle famille géométrique appartient la cavité du domaine transformé, ce qui amène à retenir quatre cas :

• 
$$0.7 \ge \lambda > 0.3$$
 avec  $1.5 \ge \lambda \sqrt{\alpha} > 0.7$ 

•  $\lambda \ge 1.5$   $\lambda \sqrt{\alpha} \ge 1.5$ 

La formule (19) montre qu'en ce qui concerne l'équation q = f (x) qui permet de déterminer le coefficient d'anisotropie, il n'y a, en fait, que deux cas à considérer, puisqu'il n'y a que deux familles géométriques dans le milieu transformé (sphère et ellipsoïde allongé), donc deux coefficients de forme et par conséquent deux équations en x. Ces deux cas suffisent également si l'on veut évaluer directement le coefficient de perméabilité horizontale. En revanche, si on veut déterminer k, à partir des coefficients de perméabilité globale déduits des essais Lefranc selon les procédures de la norme AFP 94-132, il faut bien distinguer les quatre cas.

Les calculs se simplifient par rapport aux cas examinés dans les paragraphes précédents, mais se conduisent suivant les mêmes méthodes et ne posent aucune difficulté.

C'est ainsi que l'on obtient en particulier pour le cas où  $\lambda\sqrt{\alpha}\geq 1,5$ , auquel il faudra toujours essayer de se ramener :

$$q = \frac{x}{Argshx}$$

La résolution de cette équation nécessite un traitement numérique qui peut être remplacé par une approche approximative à l'aide de la courbe de la figure 6 ou de la table numérique 4 donnée dans l'annexe 2.

L'ensemble des résultats relatif à une cavité initiale de hauteur nulle est récapitulé dans le tableau IV du paragraphe 5.

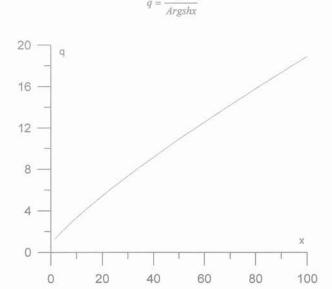


FIG. 6 Détermination de  $x = \lambda_1 \sqrt{\alpha} \ge 1.5$ . Evaluation of  $x = \lambda_1 \sqrt{\alpha} \ge 1.5$ .

#### Cavité proche de l'une des limites de la nappe

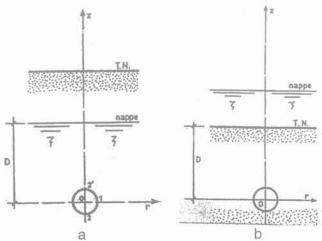
On n'examinera que les cas les plus courants représentés par les figures 7 et 8.

On démontre [2, 5] que le coefficient de forme est donné par la relation :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} \pm \frac{B}{8\pi D}$$
 (20)

où  $m_{\rm p}$  est la valeur du coefficient de forme en milieu indéfini donné.

Le signe + correspond aux cas des figures 7a et 8, et le signe – à la figure 7b.



Cavité à proximité de la limite supérieure de la nappe.

Cavity in the psighbourhood of the upper limit

Cavity in the neighbourhood of the upper limit water level.

Pour une cavité allongée ( $\lambda > 1,5$ ), la transformation affine précédente conduit, tous calculs faits, à la relation :

$$Q = \frac{8\pi\lambda}{4Argsh(\lambda\sqrt{\alpha})\pm\delta}k_hhB$$

avec 
$$\delta = \frac{L}{D}$$
.

Si on effectue deux pompages sous des débits  $Q_1$  et  $Q_2$ , dans des cavités de longueur  $L_1$  et  $L_2$ , le diamètre restant inchangé, on obtient :

$$q = \frac{h_1 Q_2}{n h_2 Q_1} = \frac{4 Argsh \left(\lambda_1 \sqrt{\alpha}\right) \pm \delta_1}{4 Argsh \left(\lambda_2 \sqrt{\alpha}\right) \pm \delta_2}$$

avec toujours:  $n = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$  et  $x = \lambda_1 \sqrt{\alpha}$ 

La relation précédente peut alors s'écrire :

$$q = \frac{4Argshx \pm \delta_1}{4Argsh(nx) \pm n\delta_1}$$
 (21)

Cette équation se résout facilement par méthode numérique. On voit que lorsque  $D\to\infty,\,\delta_i\to 0.$  On retrouve alors l'équation (12). On laisse au lecteur le soin d'établir les relations correspondant aux autres valeurs de  $\lambda,$  ce qui ne présente aucune difficulté.

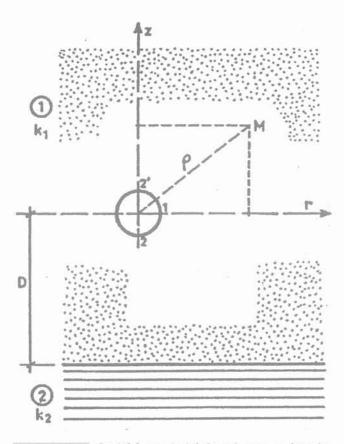


FIG. 8 Cavité à proximité du substratum étanche supposé infiniment profond.

Cavity in the neighbourhood of the infinitely deep supposed waterproff bedrock.

3.5

#### Application pratique

Dans une formation alluvionnaire constituée de graves sableuses, on a réalisé un puits en gros diamètre par battage d'un tube de 0,50 m de diamètre extérieur descendu à 30 mètres de profondeur, c'est-à-dire à 24 mètres sous le niveau statique de la nappe.

Une fois le forage terminé, on a descendu à l'intérieur du tube de forage, un tube crépiné de 350 mm de diamètre et mis en place, dans l'espace annulaire un filtre en gravillon calibré. Le tube de forage a été ensuite remonté d'une hauteur de 2,50 m qui constitue donc la hauteur de la cavité de filtration.

Après développement, on a procédé à un premier pompage sous un débit de 85 m³/h. Une fois ce pompage terminé, le tube de forage a été remonté d'une hauteur encore égale à 2,50 m. La cavité de filtration avait alors une hauteur de 5 mètres. Un deuxième pompage a été ensuite réalisé sous un débit de 180 m³/h.

Dans les deux cas, on a considéré que le diamètre de la cavité était de 0,50 m et on a calculé le coefficient de perméabilité apparent k à l'aide de la formule (4). Les données du problème et les valeurs de k sont donc les suivantes :

	Q (m³/h)	h (m)	B (m)	1 (m)	λ	m	k (m/s)
Pompage 1	85	1,83	0,5	2,5	5	13,6	1,91.10-3
Pompage 2	180	2,31	0,5	5,0	10	21,0	2,1.10-3

Calcul de a

S'agissant d'une cavité allongée ( $\lambda > 1,5$ ), on utilise la formule (12), avec d'après le tableau ci-dessus :

$$n = \frac{10}{5} = 2$$

$$q = \frac{h_1 Q_2}{2h_2 Q_1} = \frac{1,83 \times 180}{2 \times 2,3 \times 85} = 0,8388 \# 0,839$$

En portant cette valeur sur la courbe n=2 de la figure 3, ou en utilisant la table numérique de l'annexe A2, on voit que pour q=0.839, on obtient :

x = 18,6

d'où:

$$\alpha = \left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^2 = \left(\frac{18.6}{5}\right)^2 = 13.8 # 14$$

Calcul de k, et k,

On utilisera la formule (13) ou les courbes de la figure 5 correspondant à  $\lambda_1 = 5$  pour le premier pompage et  $\lambda_2 = 10$  pour le deuxième pompage avec  $\alpha = 14$ .

On obtient alors:

- pompage 1 : 
$$\frac{k_h}{k}$$
 = 1,57 d'où  $k_h$  = 1,57 x 1,91.10<sup>-3</sup> = 3.10<sup>-3</sup> m/s ;

- pompage 2 : 
$$\frac{k_h}{k}$$
 = 1,44 d'où  $k_h$  = 1,44 x 2,1.10<sup>-3</sup> = 3,02.10<sup>-3</sup> # 3.10<sup>-3</sup> m/s.

On a donc:

$$k_b = 3.10^{-3} \text{ m/s}$$

$$k_v = \frac{3}{14} .10^{-3} = 2,1.10^{-4} \text{ m/s arrondi à } 2.10^{-4} \text{ m/s}$$

on retiendra finalement :

$$\alpha = \frac{k_h}{k_v} = 15$$

On remarquera que les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  correspondant aux deux pompages sont très voisines bien que les débits soient très différents.

On voit donc que, dans le domaine pratique, les résultats obtenus seront d'autant plus fiables que les paramètres de calculs seront contrastés, en particulier les coefficients de forme et les charges hydrauliques dans la cavité.

4

# Recommandations pratiques concernant les dispositions expérimentales

Théoriquement, la méthodologie expérimentale est simple puisqu'il ne s'agit que de faire varier la longueur des cavités de filtration. Mais c'est la mise en pratique de cette méthodologie qui peut poser problème en fonction de la nature des matériaux à étudier. Deux cas sont à considérer, selon que le sol rencontré est doué ou non de cohésion.

a) Si la cohésion du sol est suffisante pour assurer la stabilité des parois du forage, on procédera selon le principe de la figure 9.

Lorsque l'isolation hydraulique de la cavité est assurée par un obturateur gonflable, on réalisera la cavité initiale de hauteur  $L_1$  à la base de la zone à tester (Fig. 9a).

Après la réalisation du premier essai, on sortira l'obturateur du forage et on ajoutera du matériau filtrant pour augmenter, vers le haut, la longueur de la cavité jusqu'à la valeur L<sub>2</sub> (Fig. 9b), et on réalisera le deuxième essai. On pourra ensuite répéter le processus si on veut un troisième élancement de cavité.

Lorsque l'isolation hydraulique de la cavité est assurée par un bouchon d'argile, il faut, pour modifier la longueur de la cavité, détruire ce bouchon. Or, si on développe la cavité vers le haut, la nouvelle cavité recouvrira l'emplacement du premier bouchon, et, malgré toutes les précautions qui peuvent être prises, on ne pourra jamais être certain qu'aucune particule argileuse ne soit venue polluer le filtre.

C'est pourquoi, puisque, de toute façon il faut détruire le premier bouchon d'argile, on estime qu'il est préférable d'allonger la cavité par le bas de façon à ce que les différentes poches filtrantes se trouvent toujours au-dessous de la zone des bouchons d'argile précédents. C'est la configuration de la figure 9c. Dans ce cas, la cavité initiale devra être réalisée dans la partie haute de la zone à tester.

b) Si la cohésion du sol ne permet pas d'assurer l'équilibre des parois du forage, celui-ci devra être obligatoirement tubé et c'est le tube de forage, avec sabot non débordant, qui assurera l'étanchéité des parois et l'isolation hydraulique de la cavité de filtration.

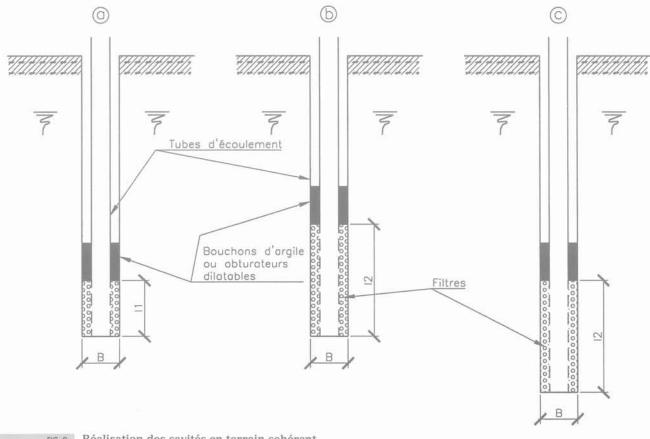
La cavité initiale devra être réalisée à la base de la zone à tester et les allongements successifs se feront vers le haut par remontées successives du tube de forage conformément au schéma de la figure 10.

S'il n'est pas possible d'atteindre avec un seul tubage les zones à tester parce qu'elles sont trop profondes, on pourra télescoper le forage, mais il sera nécessaire de réaliser un bouchon d'argile entre les deux tubes et d'effectuer les allongements de cavité par le haut en remontant le tube intérieur, le tube extérieur restant fixe (Fig. 11).

c) Une autre méthode, valable quelle que soit la nature du sol étudié, consiste à réaliser deux essais Lefranc, avec des cavités d'élancements différents, dans deux forages voisins, les centres des cavités se trouvant à la même profondeur. Pour éviter toute interférence entre les deux forages, ceux-ci devront être distants d'environ quinze diamètres.

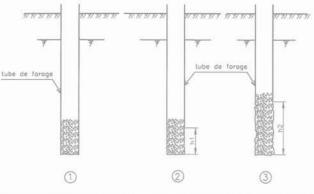
Cette méthode, techniquement très intéressante est évidemment plus onéreuse car elle oblige à doubler les forages.

Pour chaque phase d'expérimentation, et quelle que soit la méthode adoptée pour la réalisation des cavités, l'exécution des essais devra suivre rigoureusement les prescriptions de la norme NFP 94-132.



Réalisation des cavités en terrain cohérent.

Carrying out of cavities in cohesive soils.



Réalisation des cavités dans les sols sans cohésion.

Carrying out of cavities in cohesionless soils.

5

# Récapitulation des procédures d'interprétation

On a récapitulé dans les tableaux III et IV ci-après les procédures d'interprétation développées dans la présente étude et qui sont basées sur la résolution, en général par méthode numérique, de l'équation q = f (x).

Dans ces tableaux, on a fait figurer systématiquement les expressions des rapports  $\frac{k_h}{k}$  où k est la valeur

du coefficient de perméabilité globale déterminé selon la norme NFP 94-132.

Dans certains cas, en effet, pour évaluer  $k_{\rm p}$ , il est plus rapide d'utiliser cette relation que de proceder au calcul direct, puisque de toute façon le calcul de k doit être effectué.

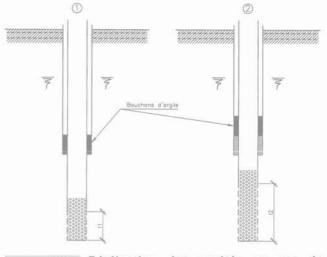
6

## Conclusion

La notion d'anisotropie des sols est déjà ancienne, mais, bien que les méthodes de calcul numériques actuelles puissent permettre d'en tenir compte facilement dans les projets, elle n'a été que rarement utilisée dans la pratique courante, à cause des difficultés que présente la détermination du paramètre qui la caractérise et qui est défini comme le rapport des coefficients de perméabilité horizontale et verticale.

Jusqu'à présent, ce coefficient d'anisotropie a été évalué essentiellement en laboratoire, c'est-à-dire de façon très ponctuelle et dans les cas assez particuliers de sols permettant les prélèvements d'échantillons intacts. Or, tous les géotechniciens connaissent bien les difficultés de ces prélèvements et savent ce qui l'en est de la représentativité de tels échantillons.

Néanmoins, on pourrait penser que, s'agissant du rapport de deux coefficients de perméabilité mesurés séparément, l'erreur que l'on pourrait faire sur ce rapport est peut-être moins importante que celle que l'on peut faire sur l'évaluation de chacun de ces coefficients. Rien n'est moins sûr et il demeure que le champ d'application de la mesure en laboratoire reste très limité. C'est pourquoi, on a cherché à voir s'il était pos-



Réalisation des cavités en cas de télescopage.

Carrying out of cavities in cas of telescoping.

sible d'appréhender globalement ce coefficient d'anisotropie à l'aide des essais Lefranc classiques, qui sont actuellement très répandus et qui ont fait l'objet d'une normalisation.

Certes, l'étude présentée ici a un caractère très théorique, mais sous cet aspect, elle montre que la chose est tout à fait possible et que cette méthode, qui n'est d'ailleurs qu'une extension et une généralisation de celle avancée dès 1954 par G. Schneebeli, devrait conduire à des résultats plus fiables que ceux obtenus en laboratoire.

Toutefois, sur le plan de la mise en œuvre pratique, elle reste assez délicate et se heurte, comme tous les essais d'eau à la difficulté que l'on a d'obtenir des résultats significativement contrastés. Tous les spécialistes de l'hydraulique souterraine savent, en effet, l'importance de la plage d'incertitude qui entoure l'évaluation d'un coefficient de perméabilité et cette marge se répercute également sur l'évaluation du coefficient d'anisotropie.

C'est pourquoi, il ne faudra pas considérer les résultats obtenus dans toute leur rigueur arithmétique, mais plutôt ne voir en eux que des indicateurs de tendance. La méthode précédemment exposée n'a donc que la simple prétention de conduire, non pas à une valeur précise du coefficient d'anisotropie, mais à une fourchette de valeurs possibles et vraisemblables. Les méthodes numériques actuelles permettront alors d'effectuer plusieurs calculs dans cette fourchette et d'apprécier ainsi le poids de ce paramètre. Ce sera déjà un résultat digne d'intérêt pour toutes les études où intervient la circulation des eaux souterraines et notamment dans les problèmes de plus en plus fréquents et complexes que pose, à l'heure actuelle, la protection de l'environnement contre les pollutions de nappe par les rejets industriels les plus divers.

#### TABLEAU III Essais Lefranc en milieu indéfini – Cavités d'élancements non nuls.

Milieu réel	Milieu transformé	q	f(x)	α	$\frac{\mathbf{k_h}}{\mathbf{k_i}}$	k <sub>n</sub>
$\lambda_1 \ge 1.5$ $\lambda_2 \ge 1.5$	$\lambda_1 \sqrt{\alpha} \ge 1.5$ $\lambda_2 \sqrt{\alpha} \ge 1.5$	$\frac{h_1Q_2}{nh_2Q_1}$	Argsh x Argsh (nx)	$\left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^2$	$\frac{\text{Argsh}\left(\lambda_{i}\sqrt{\alpha}\right)}{\text{Argsh}\lambda_{i}}$	$\frac{Q_i}{2\pi\lambda_i h_i B} \text{Arg sh} \Big( \lambda_i \sqrt{\alpha} \Big)$
	$1.5 \ge \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$ $1.5 \ge \lambda_2 \sqrt{\alpha} > 0.7$	$\frac{h_1Q_2}{h_2Q_1}$	$\sqrt{\frac{4nx+1}{4x+1}}$	$\left[\frac{q^2-1}{4\lambda_1\!\left(q^2-n\right)}\right]^{\!2}$	$\begin{split} \frac{k_h}{k_1} &= \sqrt{\frac{\alpha \left(4 \lambda_1 + 1\right)}{8 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 1}} \\ \frac{k_h}{k_2} &= \sqrt{\frac{\alpha \left(4 \lambda_2 + 1\right)}{4 \lambda_2 \sqrt{\alpha} + 1}} \end{split}$	$\frac{Q_i}{\pi h_i B} \sqrt{\frac{\alpha}{4 \lambda_i \sqrt{\alpha} + 1}}$
$0.7 \ge \lambda_1 > 0.3$ $1.5 \ge \lambda_2 > 0.7$	$1.5 \ge \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$ $\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$	$\frac{h_1Q_2}{2nh_2Q_1}$	$\frac{x}{\sqrt{4x+1}.Argsh(nx)}$		$\begin{split} \frac{k_h}{k_1} &= \sqrt{\frac{\alpha \left(4 \lambda_1 + 1\right)}{8 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 2}} \\ \frac{k_h}{k_2} &= \frac{\sqrt{4 \lambda_2 + 1}}{2 \lambda_2}. Argsh \left(\lambda_2 \sqrt{\alpha}\right) \end{split}$	$\begin{aligned} &\frac{Q_1}{\pi h_1 B} \sqrt{\frac{\alpha}{4 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 1}} = \\ &\frac{Q_2}{2\pi \lambda_2 h_2 B} Argsh \Big( \lambda_2 \sqrt{\alpha} \Big) \end{aligned}$
	$\lambda_1 \sqrt{\alpha} > 1.5$ $\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$	$\frac{h_1Q_2}{nh_2Q_1}$	Argsh x Argsh (nx)	$\left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^2$	$\begin{split} \frac{k_h}{k_1} &= \frac{\sqrt{2\lambda_1 + 0.5}}{2\lambda_1} \text{ , Arg sh} \Big( \lambda_1 \sqrt{\alpha} \Big) \\ \frac{k_h}{k_2} &= \frac{\sqrt{4\lambda_2 + 1}}{2 \lambda_2} \text{ , Argsh} \Big( \lambda_2 \sqrt{\alpha} \Big) \end{split}$	$\frac{Q_i}{2\pi\lambda_i h_i B}. \text{Arg sh} \Big(\lambda_i \sqrt{\alpha}\Big)$
$1.5 \geq \lambda_{_1} > 0.7$	$1.5 \ge \lambda_1 \sqrt{\alpha} > 0.7$ $\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$	$\frac{h_1Q_2}{2nh_2Q_1}$	$\frac{x}{\sqrt{4x+1}.Argsh(nx)}$	$(\overline{\lambda_1})$	$\begin{aligned} \frac{k_h}{k_1} &= \sqrt{\frac{\alpha(4\lambda_1 + 1)}{4\lambda_1\sqrt{\alpha} + 1}} \\ \frac{k_h}{k_2} &= \frac{\text{Argsh}(\lambda_2\sqrt{\alpha})}{\text{Argsh}\lambda_2} \end{aligned}$	$\begin{split} \frac{Q_1}{\pi h_1 B} \sqrt{\frac{\alpha}{4 \lambda_1 \sqrt{\alpha} + 1}} &= \\ \frac{Q_2}{2\pi \lambda_2 h_2 B} \cdot \text{Argsh} \Big( \lambda_2 \sqrt{\alpha} \Big) \end{split}$
$\lambda_2 \ge 1,5$ $0,7 \ge \lambda_1 > 0,3$ $1,5 \ge \lambda_2 > 0,7$	$\lambda_1 \sqrt{\alpha} > 1.5$ $\lambda_2 \sqrt{\alpha} > 1.5$	$\frac{h_1Q_2}{nh_2Q_1}$	Argsh x Argsh (nx)		$\begin{split} \frac{k_h}{k_1} &= \frac{\sqrt{4\lambda_1 + 1}}{2\lambda_1}. Argsh\left(\lambda_1 \sqrt{\alpha}\right) \\ \frac{k_h}{k_2} &= \frac{Argsh\left(\lambda_2 \sqrt{\alpha}\right)}{Argsh\lambda_2} \end{split}$	$\frac{Q_i}{2\pi\lambda_i h_i B}. \text{Arg sh} \Big(\lambda_i \sqrt{\alpha}\Big)$

#### TABLEAU IV Essais Lefranc en milieu indéfini – Cavité initiale d'élancement nul.

Milieu réel	Milieu transformě	q	f(x)	α	<u>k<sub>h.</sub></u> k <sub>2</sub>	k <sub>h</sub>
$0.7 \ge \lambda > 0.3$	$1.5 \ge \lambda \sqrt{\alpha} > 0.7$	$\frac{2h_1Q_2}{\pi h_2Q_1}$	$\sqrt{4x+1}$	$\left[\frac{q^2-1}{4\lambda}\right]^2$	$\sqrt{\frac{\alpha(4\lambda+1)}{8\lambda\sqrt{\alpha}+2}}$	$\frac{Q_2}{\pi h_2 B} \sqrt{\frac{\alpha}{4\lambda \sqrt{\alpha} + 1}}$
$1,5 \ge \lambda > 0,7$	$1.5 > \lambda \sqrt{\alpha}$	h <sub>1</sub> Q <sub>2</sub>	X	$\left(\frac{x}{\lambda}\right)^2$	$\frac{\sqrt{4\lambda+1}}{2\lambda}$ . Argsh $\left(\lambda\sqrt{\alpha}\right)$	$\frac{Q_2}{2\pi\lambda h_2 B} Argsh(\lambda\sqrt{\alpha})$
$\lambda \geq 1,5$		πh <sub>2</sub> Q <sub>1</sub>	Argshx	(λ)	$\frac{\text{Argsh}(\lambda\sqrt{\alpha})}{\text{Argsh}\lambda}$	2πλh <sub>2</sub> B

On devra vérifier que les valeurs de  $\alpha$  et de  $k_h$  données dans le tableau ci-dessus satisfont également aux relations :  $\frac{k_h}{k_1} = \sqrt{\alpha}$  et  $k_h = \frac{Q_1\sqrt{\alpha}}{2h_1B}$ .

### **Annexes**

# Annexe 1. Transformation d'un milieu homogène anisotrope en un milieu homogène isotrope

On sait que l'équation de continuité qui régit l'écoulement en régime permanent dans un milieu homogène et isotrope est l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \tag{A.1}$$

où h est la charge hydraulique.

En milieu anisotrope caractérisé par un coefficient de perméabilité différent suivant chaque axe de coordonnée et que l'on désigne par  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$ , l'équation de continuité devient :

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$
 (A.2)

Le problème consiste donc à transformer cette équation en équation de Laplace. Pour cela, on transforme le milieu géométrique réel en un milieu correspondant par l'affinité:

$$x' = \frac{x}{a}$$
  $y' = \frac{y}{b}$   $z' = \frac{z}{c}$ 

où x, y et z sont les coordonnées d'un point M quelconque du milieu réel et x', y' et z', les coordonnées du transformé M' de M dans le milieu correspondant, a, b et c étant des constantes arbitraires.

On a donc:

$$\begin{split} \frac{\partial h}{\partial x} &= \frac{\partial h}{\partial x'} \cdot \frac{dx'}{dx} = \frac{1}{a} \frac{\partial h}{\partial x'} \quad \text{etc.} \\ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} &= \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x'^2} \qquad \quad \text{etc.} \end{split} \tag{A.3}$$

En portant ces expressions dans l'équation (A.2), il vient :

$$\frac{k_x}{a^2}\frac{\partial^2 h}{\partial x'^2} + \frac{k_y}{b^2}\frac{\partial^2 h}{\partial y'^2} + \frac{k_z}{c^2}\frac{\partial^2 h}{\partial z'^2} = 0$$

Pour que cette équation soit une équation de Laplace, il faut et il suffit que :

$$\frac{k_x}{a^2} = \frac{k_y}{b^2} = \frac{k_z}{c^2} = k$$

on en déduit donc :

$$\frac{1}{a} = \sqrt{\frac{k}{k_x}} \qquad \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{k}{k_y}} \qquad \frac{1}{c} = \sqrt{\frac{k}{k_z}}$$

où k est une constante arbitraire ayant la dimension d'un coefficient de perméabilité.

La transformation cherchée est donc :

$$x' = x \sqrt{\frac{k}{k_x}}$$

$$y' = y \sqrt{\frac{k}{k_y}}$$

$$z' = z \sqrt{\frac{k}{k_z}}$$
(A.4)

Soit  $\vec{V}$  (u, v, w) la vitesse de filtration dans le domaine réel où :

$$u = \frac{dx}{dt}$$
  $v = \frac{dy}{dt}$  et  $w = \frac{dz}{dt}$ 

Le débit dQ qui traverse un parallélépipède de côté dx, dy et dz est alors :

$$dQ = u dy dz + v dx dz + w dx dy$$

Dans le domaine transformé, la vitesse de filtration est  $\vec{V}'(u',v',w')$  où :

$$u' = \frac{dx'}{dt} = \frac{1}{a}\frac{dx}{dt} = \frac{u}{a}$$
  $v' = \frac{v}{b}$  et  $w' = \frac{w}{c}$ 

Le débit dQ' qui traverse un parallélépipède de côté dx', dy' et dz' est donc :

$$dQ' = u' dy' dz' + v' dx' dz' + w' dx' dy'$$

$$dQ' = \frac{1}{abc} (u \, dy \, dz + v \, dx \, dz + w \, dx \, dy) = \frac{dQ}{abc}$$

Ainsi donc, au débit Q dans le milieu réel anisotrope, correspond dans le milieu transformé isotrope, un débit Q' tel que :

$$Q' = Q \sqrt{\frac{k^3}{k_x k_y k_z}}$$
 (A.5)

Puisque k est arbitraire, on peut lui attribuer n'importe quelle valeur et en particulier celles qui simplifient le problème. C'est ainsi par exemple que, si l'on souhaite que les débits restent inchangés dans les deux milieux, il suffira d'écrire Q' = Q d'où :

$$k = \sqrt[3]{k_x k_y k_z}$$

soit encore si on admet que le milieu réel est horizontalement isotrope, c'est-à-dire si  $k_x = k_y = k_h$  et  $k_z = k_v$ :

$$k = \sqrt[3]{k_h^2 k_v} \tag{A.6}$$

Mais il est souvent plus intéressant de chercher à conserver les distances, soit horizontales, soit verticales. C'est ainsi que, toujours dans l'hypothèse où  $k_x = k_y = k_h$ , on a :

Conservation des distances horizontales :

$$k = k_h$$

$$x' = x \quad \text{et} \quad y' = y$$

$$z' = z \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

$$Q' = Q \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$
(A.7)

· Conservation des distances verticales :

$$k = k_{v}$$

$$x' = x \sqrt{\frac{k_{v}}{k_{h}}}$$

$$y' = y \sqrt{\frac{k_{v}}{k_{h}}}$$

$$z' = z$$

$$Q' = Q \frac{k_{v}}{k_{h}}$$
(A.8)

## Annexe 2

Table numérique 1  $y(x,n) = \frac{Argshx}{Argsh(nx)}$   $n \le 5$ 

1.0 0.7376973 0.6105236 0.5350637 0.4846849 0.4483718 0.4207611 0.3969293 0.3811447 1.5 0.7707364 0.6570241 0.5879090 0.5407765 0.5061860 0.4794819 0.4590915 0.4404713 2.0 0.7938840 0.6891807 0.6242914 0.5793592 0.5459794 0.5199531 0.4989333 0.4814970 0.62556 0.7123352 0.6505477 0.6072819 0.5748594 0.5199531 0.4989333 0.4814970 0.8230694 0.725781 0.67074036 0.6284713 0.5968416 0.5718771 0.5515114 0.5344746 0.5082819 0.7434307 0.68600075 0.6451792 0.6142234 0.5896906 0.5696100 0.5527644 0.0 0.9406491 0.7544511 0.6596514 0.6587591 0.6282886 0.5004253 0.5844150 0.5527644 0.0 0.8406491 0.7544511 0.65857591 0.6282886 0.5004253 0.5844150 0.5577491 0.5 0.8470996 0.7635702 0.7091505 0.6700667 0.6402062 0.6163976 0.5968127 0.5903145 0.500571599 0.778790 0.6879517 0.6505621 0.6267613 0.60073926 0.5910502 0.7091505 0.6700667 0.6402062 0.6163976 0.5968127 0.5910502 0.7091505 0.6700667 0.6605657 0.6402082 0.6163976 0.5968127 0.5910502 0.68796170 0.7256990 0.6879517 0.6598538 0.6357214 0.6165619 0.6003926 0.5910502 0.7785790 0.7825799 0.6879517 0.6598538 0.6357214 0.6165619 0.6003926 0.5910502 0.7785790 0.7825799 0.6879517 0.6598538 0.6357321 0.6165619 0.6003645 0.6567108 0.7886696 0.7882692 0.7015997 0.6733063 0.6505734 0.6137555 0.6158195 0.6003645 0.7825749 0.782572 0.7712660 0.782572 0.7712660 0.782572 0.7712660 0.8647108 0.792430 0.7482557 0.7171318 0.6896919 0.6675613 0.6913949 0.6839321 0.68381545 0.622365 0.600373145 0.600399 0.7972430 0.7482557 0.7171318 0.6896919 0.6675613 0.6913949 0.683263 0.6834154 0.622365 0.60039149 0.6873615 0.6831545 0.622365 0.6705344 0.6137555 0.6158195 0.60039149 0.6873613 0.691394 0.6338520 0.5858150 0.6831545 0.622365 0.7525327 0.752									
1.5         0,7707364         0,6870241         0,5879000         0,590785         0,5061860         0,4794819         0,489933         0,4404713           2,0         0,7938840         0,6891807         0,6242914         0,5793592         0,5495794         0,5199632         0,589239         0,5114875           3,0         0,8203694         0,7297781         0,6704036         0,6284713         0,5968416         0,5718771         0,5515114         0,5344746           3,5         0,8328179         0,7434307         0,6860075         0,6415792         0,6142234         0,5896906         0,5696100         0,5527644           4,0         0,8406491         0,7544511         0,6885514         0,6837591         0,6238366         0,6042363         0,5584150         0,577491           4,5         0,8470996         0,7635702         0,7091505         0,6706667         0,6402062         0,6163976         0,5968127         0,5803145           5,5         0,8571598         0,7718790         0,7256990         0,6875179         0,6858538         0,3577321         0,6165619         0,03645           6,0         0,8611813         0,7836969         0,7383719         0,7633063         0,6605677         0,6435989         0,6246116         0,6085494		1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
1.5         0,7707664         0,6870241         0,5870000         0,5407765         0,5061860         0,4794819         0,489033         0,4404713           2,0         0,7938840         0,6891807         0,6242914         0,5793592         0,5498794         0,519833         0,4814970           2,5         0,8105556         0,7123352         0,6505477         0,6072819         0,5485494         0,5198025         0,5287239         0,5114875           3,0         0,8230894         0,7297781         0,6704036         0,6284713         0,5968416         0,5718771         0,5515114         0,5344746           3,5         0,8328179         0,7344307         0,68660075         0,6415722         0,6142234         0,5896906         0,5696100         0,5527644           4,0         0,8470996         0,7635702         0,7091505         0,670667         0,6402062         0,6163976         0,5968127         0,5805159           5,0         0,8525227         0,7712666         0,7180433         0,6796678         0,6605621         0,6267613         0,6073926         0,5910502           5,5         0,8571598         0,7778790         0,7256990         0,6875179         0,6859533         0,557321         0,6165651         0,603615         0,6065657 <t< td=""><td>1,0</td><td>0,7376973</td><td>0,6105236</td><td>0,5350637</td><td>0,4846849</td><td>0,4483718</td><td>0,4207611</td><td>0,3989293</td><td>0,3811447</td></t<>	1,0	0,7376973	0,6105236	0,5350637	0,4846849	0,4483718	0,4207611	0,3989293	0,3811447
2,0         0,7938840         0,6891807         0,6242914         0,5793592         0,5459794         0,5199531         0,4989333         0,4814970           2,5         0,8105556         0,7123352         0,5505477         0,6072819         0,5748594         0,5494025         0,5227239         0,5114875           3,0         0,8230684         0,7297781         0,5515114         0,5447463         0,5827239         0,5114875           3,5         0,8328179         0,7434307         0,6860075         0,6451792         0,6142234         0,589606         0,5696100         0,5527644           4,0         0,8406491         0,75445611         0,6986515         0,6600667         0,6402062         0,6139376         0,5697109           5,0         0,8525227         0,7712696         0,7180433         0,6796678         0,6502621         0,6267613         0,6073926         0,5910502           5,5         0,8571598         0,777878790         0,7256990         0,68759174         0,68589538         0,6357321         0,6165619         0,6003645           6,0         0,8611813         0,7836314         0,7323796         0,6951949         0,66733063         0,6506734         0,6137555         0,61561915         0,66045494         0,51364536         0,6624514 <td></td> <td>0,7707364</td> <td>0,6570241</td> <td>0,5879090</td> <td>0,5407765</td> <td>0,5061860</td> <td>0,4794819</td> <td>0,4580915</td> <td>0,4404713</td>		0,7707364	0,6570241	0,5879090	0,5407765	0,5061860	0,4794819	0,4580915	0,4404713
2,5         0,8105556         0,7123352         0,6505477         0,6072819         0,5748594         0,5494025         0,5287239         0,5114875           3,0         0,8230694         0,7297781         0,6704036         0,6284713         0,55868416         0,5718771         0,5515114         0,5344746           3,5         0,8328179         0,7434307         0,6860075         0,6451792         0,6142234         0,5896906         0,5696100         0,5527644           4,0         0,8406491         0,7544511         0,6986514         0,6587591         0,6283866         0,6042363         0,5844150         0,5677491           4,5         0,8470996         0,7635702         0,7091505         0,6700667         0,6402062         0,6163976         0,5903145           5,0         0,8525227         0,7712696         0,7180433         0,6769678         0,650221         0,6165619         0,6003645           6,0         0,8611813         0,7836814         0,7323796         0,6851949         0,6656657         0,6435989         0,6246116         0,6003645           6,5         0,8647108         0,7822019         0,7435319         0,7073178         0,6793320         0,66568150         0,6381545         0,6223365           7,5         0,87063		0,7938840	0,6891807	0,6242914	0,5793592	0,5459794	0.5199531		E-1000000000000000000000000000000000000
3,0         0,8230694         0,729781         0,6704036         0,6284713         0,5968416         0,5718771         0,5515114         0,5344746           3,5         0,8328179         0,7434307         0,686075         0,686075         0,6142234         0,5896906         0,5696100         0,5527644           4,0         0,8406941         0,7635702         0,7091505         0,6700667         0,6402062         0,6163976         0,5968127         0,5803145           4,5         0,8470996         0,7635702         0,7091505         0,6700667         0,6402062         0,6163976         0,5968127         0,5803145           5,0         0,8525227         0,7712696         0,7180433         0,679678         0,6502621         0,6267613         0,6079926         0,5910502           6,0         0,8611813         0,7836314         0,7232796         0,6651949         0,6665657         0,6435999         0,6246116         0,603645           6,5         0,8674108         0,788669         0,7382762         0,7015997         0,6733063         0,6505734         0,61357555         0,6118195           7,0         0,8678404         0,7932019         0,7435319         0,7073178         0,6793320         0,65568150         0,6381545         0,6223365		0,8105556	0,7123352	0,6505477	0,6072819	0,5748594		0,5287239	0,5114875
3.5		0,8230694	0,7297781	0,6704036	4.0	0,5968416		0,5515114	0,5344746
4,0         0,8406491         0,7544511         0,6986514         0,6587591         0,6283866         0,6042363         0,584150         0,5677491           4,5         0,8470996         0,7635702         0,7091505         0,6700667         0,6402062         0,6163976         0,5968127         0,5803145           5,0         0,852527         0,77712696         0,71840433         0,679678         0,6508513         0,6067321         0,6165619         0,6003645           6,0         0,8611813         0,7836314         0,7323796         0,6851949         0,6665657         0,6435989         0,6246116         0,6005444           6,5         0,8674108         0,7886969         0,7382762         0,7015997         0,6733063         0,6505734         0,6137555         0,618195           7,0         0,8678404         0,7932019         0,7435319         0,7073178         0,6733063         0,6505734         0,613455         0,623365           7,5         0,8706399         0,7972430         0,7482557         0,7124650         0,6847627         0,6624458         0,6439321         0,6223365           7,5         0,87931634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,68936919         0,6675434         0,654949           8,0 </td <td></td> <td>0,8328179</td> <td>0,7434307</td> <td>0,6860075</td> <td>0,6451792</td> <td>0,6142234</td> <td>0,5896906</td> <td>0,5696100</td> <td>0,5527644</td>		0,8328179	0,7434307	0,6860075	0,6451792	0,6142234	0,5896906	0,5696100	0,5527644
4,5         0,8470996         0,7635702         0,7091505         0,6700667         0,6402062         0,6163976         0,5968127         0,5803145           5,0         0,8525227         0,7712696         0,7180433         0,6796678         0,6502621         0,6267613         0,6073926         0,5910502           6,0         0,8611813         0,7836314         0,7223796         0,6951949         0,6665657         0,6435989         0,6246116         0,6003649           6,5         0,8647108         0,7886969         0,7382762         0,7015997         0,6733063         0,6505734         0,6137555         0,6158195           7,0         0,8678404         0,7932019         0,7482557         0,7124650         0,6847627         0,6624458         0,6439321         0,62223365           7,5         0,8706399         0,7972430         0,7482557         0,7171318         0,6896919         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,8754535         0,8042175         0,7564300         0,7213897         0,6941939         0,6722373         0,6589888         0,6384853           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7600014         0,7252963         0,689221         0,65864087         0,642921         0,641686 <td></td> <td>0,8406491</td> <td>0,7544511</td> <td>0,6986514</td> <td>0,6587591</td> <td>0,6283866</td> <td>0,6042363</td> <td>0,5844150</td> <td>0,5677491</td>		0,8406491	0,7544511	0,6986514	0,6587591	0,6283866	0,6042363	0,5844150	0,5677491
5,0         0,8525227         0,7712696         0,7180433         0,6796678         0,6502621         0,6267613         0,6073926         0,5910502           5,5         0,8571598         0,7778790         0,7256990         0,6879517         0,6589538         0,6357321         0,6165619         0,6003645           6,0         0,8611813         0,7836314         0,7323796         0,6951949         0,66556734         0,6137555         0,6246116         0,6003649           6,5         0,8647108         0,7868969         0,7382762         0,7015997         0,6733063         0,6505734         0,6137555         0,6158195           7,0         0,8678404         0,7932019         0,7435319         0,7073178         0,6793320         0,6568150         0,6381545         0,6222365           7,5         0,8706399         0,772430         0,7482557         0,7124650         0,6847627         0,6624458         0,6491849         0,6335820           8,0         0,8731634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,6809199         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,874631         0,8072573         0,7600014         0,7225863         0,6983283         0,6702373         0,653989         0,6384853 <td>4,5</td> <td>0,8470996</td> <td>0,7635702</td> <td>0,7091505</td> <td>0,6700667</td> <td>0,6402062</td> <td>0,6163976</td> <td>0,5968127</td> <td>The Court of the C</td>	4,5	0,8470996	0,7635702	0,7091505	0,6700667	0,6402062	0,6163976	0,5968127	The Court of the C
6,0         0,8611813         0,7836314         0,7323796         0,6951949         0,6665657         0,6435989         0,6246116         0,6085494           6,5         0,8647108         0,7886969         0,7382762         0,7015997         0,6733063         0,6505734         0,6137555         0,6158195           7,0         0,8678404         0,7932019         0,7435319         0,7073178         0,6793320         0,6568150         0,6381545         0,6223365           7,5         0,87036399         0,7972430         0,7482557         0,71214650         0,6847627         0,6624458         0,6439321         0,6282249           8,0         0,8731634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,6896919         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,8754535         0,8042175         0,7564300         0,7213897         0,6941939         0,6722373         0,6539898         0,63384853           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7660014         0,7282963         0,6983283         0,6765348         0,6684087         0,642921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7326796         0,765602         0,6841848         0,6624921		0,8525227	0,7712696	0,7180433	0,6796678	0,6502621	The state of the s	0,6073926	0,5910502
6,0         0,8611813         0,7836314         0,7323796         0,6951949         0,6665657         0,6435989         0,6246116         0,6085494           6,5         0,8647108         0,7886969         0,732762         0,7015997         0,6733063         0,6508734         0,6137555         0,6158195           7,0         0,8678404         0,7932019         0,7435319         0,7073178         0,6793202         0,6568150         0,6381545         0,6223365           7,5         0,87036399         0,7972430         0,7482557         0,7121318         0,6896919         0,66675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,8754535         0,8042175         0,7564300         0,7213897         0,6941939         0,6722373         0,6539898         0,6335820           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7660014         0,7282963         0,6983283         0,6765348         0,6684087         0,6429971           9,5         0,8794631         0,810529         0,7632908         0,7288983         0,7021437         0,6805036         0,6624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7326769         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939		0,8571598		0,7256990	0,6879517	0,6589538	0,6357321	0,6165619	0,6003645
7,0         0,8678404         0,7932019         0,7435319         0,7073178         0,6793320         0,6568150         0,6381545         0,6223365           7,5         0,8706399         0,7972430         0,7482557         0,7124650         0,6847627         0,6624458         0,6439321         0,6282249           8,0         0,8731634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,6896919         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,875435         0,8042175         0,7564300         0,7213897         0,6941939         0,6722373         0,6539898         0,6388653           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7600014         0,7225963         0,6893283         0,6765348         0,6584087         0,6429971           9,5         0,8794631         0,8100529         0,7632908         0,7288983         0,7056802         0,6841848         0,66624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,6662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110	6,0	0,8611813	0,7836314	0,7323796	0,6951949	0,6665657	0,6435989	0,6246116	
7,5         0,8706399         0,7972430         0,7482557         0,7124650         0,6847627         0,6624458         0,6439321         0,6282249           8,0         0,8731634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,6896919         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,8754835         0,8042175         0,7564300         0,7213837         0,6941939         0,6722373         0,6539888         0,6384853           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7600014         0,7252963         0,6983283         0,6765348         0,6584087         0,6429971           9,5         0,8794631         0,810529         0,7632908         0,7288983         0,7021437         0,6805036         0,6624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,6662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,901609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506     <	6,5	0,8647108	0,7886969	0,7382762	0,7015997	0,6733063	0,6505734	0,6137555	0,6158195
7,5         0,8706399         0,7972430         0,7482557         0,7124650         0,6847627         0,6624458         0,6439321         0,6282249           8,0         0,8731634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,6896919         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,8754835         0,8042175         0,7564300         0,7213837         0,6941939         0,6722373         0,6539888         0,6384853           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7600014         0,7252963         0,6983283         0,6765348         0,6584087         0,6429971           9,5         0,8794631         0,810529         0,7632908         0,7288983         0,7021437         0,6805036         0,6624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,6662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,901609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506     <	7,0	0,8678404	0,7932019	0,7435319	0,7073178	0,6793320	0,6568150	0,6381545	0,6223365
8,0         0,8731634         0,8008952         0,7525327         0,7171318         0,6896919         0,6675613         0,6491849         0,6335820           8,5         0,8754535         0,8042175         0,7564300         0,7213897         0,6941939         0,6722373         0,6539898         0,6384853           9,0         0,8775443         0,8072573         0,7600014         0,7252963         0,6983283         0,6765348         0,6584087         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8100529         0,7632908         0,7288983         0,7056802         0,6841848         0,6624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,810258         0,766341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,9010609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506           25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770	7,5	0,8706399	0,7972430	0,7482557	0,7124650	0,6847627	0,6624458		0,6282249
9,0         0,8775443         0,8072573         0,7600014         0,7252963         0,6983283         0,6765348         0,6584087         0,6429971           9,5         0,8794631         0,8100529         0,7632908         0,7288983         0,7021437         0,6805036         0,6624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,6662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,9010609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506           25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           35,0         0,9129035         0,8552626         0,8171790         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035	8,0	0,8731634	0,8008952		0,7171318	0,6896919	0,6675613	0,6491849	0,6335820
9,5         0,8794631         0,8100529         0,7632908         0,7288983         0,7021437         0,6805036         0,6624921         0,6471686           10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,6662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,9016609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506           25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7808168         0,7575141         0,7384239         0,7223663         0,7085827           30,0         0,9099296         0,8557659         0,8226231         0,7945756         0,7723118         0,7540103         0,7385725         0,7252888           40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7569699         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7824595         0,7668377         0,7495025         0,7365767	8,5	0,8754535	0,8042175	0,7564300	0,7213897	0,6941939	0,6722373	0,6539898	0,6384853
10,0         0,8812324         0,8126358         0,7663341         0,7322343         0,7056802         0,6841848         0,6662817         0,6510417           15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,9010609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506           25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7808168         0,7575141         0,7384239         0,7223663         0,7085827           30,0         0,9099296         0,8552626         0,8171790         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           35,0         0,9129035         0,8597659         0,8226231         0,7945756         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           50,0         0,917359         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,766501         0,7459025         0,7365767	9,0	0,8775443	0,8072573	0,7600014	0,7252963	0,6983283	0,6765348	0,6584087	0,6429971
15,0         0,8936610         0,8309208         0,7879967         0,7560794         0,7310420         0,7106555         0,6935939         0,6790110           20,0         0,9010609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506           25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7808168         0,7575141         0,7384239         0,7223663         0,7085827           30,0         0,9099296         0,8552626         0,8171790         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           35,0         0,9129035         0,8597659         0,8226231         0,7945756         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479 <td>9,5</td> <td>0,8794631</td> <td>0,8100529</td> <td>0,7632908</td> <td>0,7288983</td> <td>0,7021437</td> <td>0,6805036</td> <td>0,6624921</td> <td>0,6471686</td>	9,5	0,8794631	0,8100529	0,7632908	0,7288983	0,7021437	0,6805036	0,6624921	0,6471686
20,0         0,9010609         0,8419329         0,8011482         0,7706437         0,7466072         0,7269653         0,7104781         0,6963506           25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7808168         0,7575141         0,7384239         0,7223663         0,7085827           30,0         0,9099296         0,8552626         0,8171790         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           35,0         0,9129035         0,8597659         0,8226231         0,7945756         0,7723118         0,7540103         0,7385725         0,7252888           40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152 <td>10,0</td> <td>0,8812324</td> <td>0,8126358</td> <td>0,7663341</td> <td>0,7322343</td> <td>0,7056802</td> <td>0,6841848</td> <td>0,6662817</td> <td>0,6510417</td>	10,0	0,8812324	0,8126358	0,7663341	0,7322343	0,7056802	0,6841848	0,6662817	0,6510417
25,0         0,9061430         0,8495534         0,8102976         0,7808168         0,7575141         0,7384239         0,7223663         0,7085827           30,0         0,9099296         0,8552626         0,8171790         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           35,0         0,9129035         0,8597659         0,8226231         0,7945756         0,77723118         0,7540103         0,7385725         0,7252888           40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7752578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152 <td>15,0</td> <td>0,8936610</td> <td>0,8309208</td> <td>0,7879967</td> <td>0,7560794</td> <td>0,7310420</td> <td>0,7106555</td> <td>0,6935939</td> <td>0,6790110</td>	15,0	0,8936610	0,8309208	0,7879967	0,7560794	0,7310420	0,7106555	0,6935939	0,6790110
30,0         0,9099296         0,8552626         0,8171790         0,7884906         0,7657607         0,7471044         0,7313868         0,7178770           35,0         0,9129035         0,8597659         0,8226231         0,7945756         0,7723118         0,7540103         0,7385725         0,7252888           40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7993192         0,7783377         0,7639498         0,7515227 <td>20,0</td> <td>0,9010609</td> <td>0,8419329</td> <td>0,8011482</td> <td>0,7706437</td> <td>0,7466072</td> <td>0,7269653</td> <td>0,7104781</td> <td>0,6963506</td>	20,0	0,9010609	0,8419329	0,8011482	0,7706437	0,7466072	0,7269653	0,7104781	0,6963506
35,0         0,9129035         0,8597659         0,8226231         0,7945756         0,7723118         0,7540103         0,7385725         0,7252888           40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324 <td>25,0</td> <td>0,9061430</td> <td>0,8495534</td> <td>0,8102976</td> <td>0,7808168</td> <td>0,7575141</td> <td>0,7384239</td> <td>0,7223663</td> <td>0,7085827</td>	25,0	0,9061430	0,8495534	0,8102976	0,7808168	0,7575141	0,7384239	0,7223663	0,7085827
40,0         0,9153268         0,8634481         0,8270856         0,7995726         0,7776995         0,7596969         0,7444954         0,7314035           45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,74449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917 <td>30,0</td> <td>0,9099296</td> <td>0,8552626</td> <td>0,8171790</td> <td>0,7884906</td> <td>0,7657607</td> <td>0,7471044</td> <td>0,7313868</td> <td>0,7178770</td>	30,0	0,9099296	0,8552626	0,8171790	0,7884906	0,7657607	0,7471044	0,7313868	0,7178770
45,0         0,9173559         0,8665403         0,8308407         0,8037840         0,7822457         0,7645001         0,7495025         0,7365767           50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381 <td>35,0</td> <td>0,9129035</td> <td>0,8597659</td> <td>0,8226231</td> <td>0,7945756</td> <td>0,7723118</td> <td>0,7540103</td> <td>0,7385725</td> <td>0,7252888</td>	35,0	0,9129035	0,8597659	0,8226231	0,7945756	0,7723118	0,7540103	0,7385725	0,7252888
50,0         0,9190909         0,8691907         0,8340649         0,8074048         0,7861585         0,7686377         0,7538189         0,7410390           55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381           85,0         0,9268317         0,8810900         0,8486042         0,8237875         0,8039104         0,7874514         0,7754159         0,7634057 <td>40,0</td> <td>0,9153268</td> <td>0,8634481</td> <td>0,8270856</td> <td>0,7995726</td> <td>0,7776995</td> <td>0,7596969</td> <td>0,7444954</td> <td>0,7314035</td>	40,0	0,9153268	0,8634481	0,8270856	0,7995726	0,7776995	0,7596969	0,7444954	0,7314035
55,0         0,9205992         0,8714997         0,8368780         0,8105674         0,7895793         0,7722578         0,7575979         0,7449479           60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381           85,0         0,9268317         0,8810900         0,8486042         0,8237875         0,8039104         0,7874514         0,7754159         0,7634057           90,0         0,9275783         0,8822442         0,8500201         0,8253879         0,8056487         0,7892974         0,7754159         0,7634057 <td>45,0</td> <td>0,9173559</td> <td>0,8665403</td> <td>0,8308407</td> <td>0,8037840</td> <td>0,7822457</td> <td>0,7645001</td> <td>0,7495025</td> <td>0,7365767</td>	45,0	0,9173559	0,8665403	0,8308407	0,8037840	0,7822457	0,7645001	0,7495025	0,7365767
60,0         0,9219281         0,8735379         0,8393644         0,8133657         0,7926084         0,7754654         0,7609483         0,7484152           65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381           85,0         0,9268317         0,8810900         0,8486042         0,8237875         0,8039104         0,7874514         0,7734831         0,7614013           90,0         0,9275783         0,8822442         0,8500201         0,8253879         0,8056487         0,7892974         0,7754159         0,7634057	50,0	0,9190909	0,8691907	0,8340649	0,8074048	0,7861585	0,7686377	0,7538189	0,7410390
65,0         0,9231120         0,8753568         0,8415859         0,8158680         0,7953192         0,7783377         0,7639498         0,7515227           70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381           85,0         0,9268317         0,8810900         0,8486042         0,8237875         0,8039104         0,7874514         0,7734831         0,7614013           90,0         0,9275783         0,8822442         0,8500201         0,8253879         0,8056487         0,7892974         0,7754159         0,7634057	55,0	0,9205992	0,8714997	0,8368780	0,8105674	0,7895793	0,7722578	0,7575979	0,7449479
70,0         0,9241768         0,8769950         0,8435888         0,8181259         0,7977667         0,7809324         0,7666625         0,7543324           75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381           85,0         0,9268317         0,8810900         0,8486042         0,8237875         0,8039104         0,7874514         0,7734831         0,7614013           90,0         0,9275783         0,8822442         0,8500201         0,8253879         0,8056487         0,7892974         0,7754159         0,7634057	60,0	0,9219281	0,8735379	0,8393644	0,8133657	0,7926084	0,7754654	0,7609483	0,7484152
75,0         0,9251419         0,8784820         0,8454085         0,8201789         0,7999933         0,7832941         0,7691326         0,7568917           80,0         0,9260228         0,8798408         0,8470730         0,8220578         0,8020324         0,7854579         0,7713965         0,7592381           85,0         0,9268317         0,8810900         0,8486042         0,8237875         0,8039104         0,7874514         0,7734831         0,7614013           90,0         0,9275783         0,8822442         0,8500201         0,8253879         0,8056487         0,7892974         0,7754159         0,7634057	65,0	0,9231120	0,8753568	0,8415859	0,8158680	0,7953192	0,7783377	0,7639498	0,7515227
80,0     0,9260228     0,8798408     0,8470730     0,8220578     0,8020324     0,7854579     0,7713965     0,7592381       85,0     0,9268317     0,8810900     0,8486042     0,8237875     0,8039104     0,7874514     0,7734831     0,7614013       90,0     0,9275783     0,8822442     0,8500201     0,8253879     0,8056487     0,7892974     0,7754159     0,7634057	70,0	0,9241768	0,8769950	0,8435888	0,8181259	0,7977667	0,7809324	0,7666625	0,7543324
85,0     0.9268317     0.8810900     0,8486042     0,8237875     0.8039104     0,7874514     0,7734831     0,7614013       90,0     0.9275783     0.8822442     0,8500201     0,8253879     0,8056487     0,7892974     0,7754159     0,7634057	75,0	0,9251419	0,8784820	0,8454085	0,8201789	0,7999933	0,7832941	0,7691326	0,7568917
90,0 0,9275783 0,8822442 0,8500201 0,8253879 0,8056487 0,7892974 0,7754159 0,7634057	80,0	0,9260228	0,8798408	0,8470730	0,8220578	0,8020324	0,7854579	0,7713965	0,7592381
90,0 0,9275783 0,8822442 0,8500201 0,8253879 0,8056487 0,7892974 0,7754159 0,7634057	85,0	0,9268317	0,8810900		0,8237875	0,8039104	0,7874514	0,7734831	0,7614013
95.0 0.9282707 0.8833156 0.8513354 0.8268752 0.8072649 0.7910144 0.7772140 0.7652709	90,0	0,9275783	0,8822442	0,8500201	0,8253879	0,8056487	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,7754159	0,7634057
AND THE PERSON OF THE PERSON O	95,0	0,9282707	0,8833156	0,8513354	0,8268752	0,8072649	0,7910144	0,7772140	0,7652709
100,0 0,9289155 0,8843141 0,8525620 0,8282630 0,8087736 0,7926176 0,7788935 0,7670135	100,0	0,9289155	0,8843141	0,8525620	0,8282630	0,8087736	0,7926176	0,7788935	0,7670135

Table numérique 1 suite  $y(x,n) = \frac{Argshx}{Argsh(nx)}$  n > 5

ingoin (in)								
x	6	7	8	9	10	12	14.	16
1,0	0,3537125	0,3333333	0,3174437	0,3046016	0,2939653	0,2771802	0,2644006	0,2542391
1,5	0,4129208	0,3921393	0,3757371	0,3623563	0,3511627	0,3333333	0,3196061	0,3085940
2,0	0,4540041	0,4330719	0,4164280	0,4027675	0,3912817	0,3728749	0,3586075	0,3471006
2,5	0,4841513	0,4632046	0,4464641	0,4326671	0,4210259	0,4022914	0,3877025	0,3758928
3,0	0,5073380	0,4864451	0,4696844	0,4558279	0,4441060	0,4251827	0,4103957	0,3983928
3,5	0,5258417	0,5050362	0,4882964	0,4744236	0,4626641	0,4436332	0,4287219	0,4165917
4,0	0,5410408	0,5203388	0,5036423	0,4897783	0,4780067	0,4589183	0,4439287	0,4317133
4,5	0,5538147	0,5332227	0,5165818	0,5027413	0,4909735	0,4718593	0,4568218	0,4445491
5,0	0,5647501	0,5442697	0,5276910	0,5138828	0,5021287	0,4830097	0,4679445	0,4556338
5,5	0,5742543	0,5538843	0,5373707	0,5236002	0,5118662	0,4927562	0,4776775	0,4653421
6,0	0,5826191	0,5623568	0,5459094	0,5321795	0,5204696	0,5013781	0,4862959	0,4739456
6,5	0,5900596	0,5699016	0,5535201	0,5398323	0,5281490	0,5090826	0,4940039	0,4816459
7,0	0,5967379	0,5766804	0,5603638	0,5467188	0,5350637	0,5160267	0,5009569	0,4885964
7,5	0,6027790	0,5828181	0,5665651	0,5529629	0,5413368	0,5223323	0,5072750	0,4949161
8,0	0,6082810	0,5884129	0,5722218	0,5586619	0,5470652	0,5280952	0,5130532	0,5006990
8,5	0,6133218	0,5935427	0,5774117	0,5638936	0,5523263	0,5333920	0,5183674	0,5060202
9,0	0,6179645	0,5982708	0,5821981	0,5687209	0,5571829	0,5382851	0,5232793	0,5109408
9,5	0,6222606	0,6026489	0,5866326	0,5731954	0,5616864	0,5428255	0,5278395	0,5155112
10,0	0,6262527	0,6067197	0,5907581	0,5773599	0,5658794	0,5470555	0,5320902	0,5197731
15,0	0,6551733	0,6362865	0,6207845	0,6077245	0,5964989	0,5780228	0,5632715	0,5510888
20,0	0,6731865	0,6547708	0,6396138	0,6268151	0,6157927	0,5976076	0,5830498	0,5710006
25,0	0,6859334	0,6678836	0,6529987	0,6404094	0,6295522	0,6116092	0,5972178	0,5852878
30,0	0,6956413	0,6778884	0,6632266	0,6508106	0,6400915	0,6223537	0,6081059	0,5962810
35,0	0,7033967	0,6859925	0,6714190	0,6591502	0,6485492	0,6309884	0,6168662	0,6051343
40,0	0,7098043	0,6925133	0,6782021	0,6660608	0,6555627	0,6381571	0,6241461	0,6124973
45,0	0,7152319	0,6981270	0,6839580	0,6719291	0,6615218	0,6442542	0,6303427	0,6187687
50,0	0,7199185	0,7029785	0,6889359	0,6770071	0,6666810	0,6495374	0,6357158	0,6242099
55,0	0,7240277	0,7072353	0,6933062	0,6814676	0,6712150	0,6541836	0,6404440	0,6290003
60,0	0,7276755	0,7110165	0,6971905	0,6854338	0,6752481	0,6583194	0,6446549	0,6332685
65,0	0,7309472	0,7144100	0,7006780	0,6889963	0,6788720	0,6620377	0,6484425	0,6371093
70,0	0,7339072	0,7174817	0,7038362	0,6922237	0,6821560	0,6654091	0,6518782	0,6405944
75,0	0,7366051	0,7202827	0,7067172	0,6951688	0,6851536	0,6684880	0,6550171	0,6437794
0,08	0,7390799	0,7228531	0,7093620	0,6978733	0,6879071	0,6713173	0,6579026	0,6467082
85,0	0,7413626	0,7252251	0,7118034	0,7003705	0,6904501	0,6739315	0,6605995	0,6494160
90,0	0,7434786	0,7274246	0,7140681	0,7026874	0,6928101	0,6763584	0,6630462	0,6519312
95,0	0,7454486	0,7294730	0,7161777	0,7048464	0,6950097	0,6786211	0,6653560	0,6542774
100,0	0,7472898	0,7313881	0,7181506	0,7068658	0,6970675	0,6807388	0,6675182	0,6564743

Table numérique 2 
$$\frac{k_h}{k} = \frac{Argsh(\lambda\sqrt{\alpha})}{Argsh\lambda}$$

la	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	10
α \								
5	1,61107	1,52621	1,47038	1,43089	1,40136	1,37836	1,34460	1,26773
10	1,89229	1,76206	1,67840	1,61996	1,57664	1,54307	1,49404	1,38324
15	2,05896	1,90108	1,80067	1,73095	1,67943	1,63961	1,58157	1,45083
20	2,17783	2,00000	1,88759	1,80979	1,75243	1,70815	1,64370	1,49880
25	2,27030	2,07686	1,95508	1,87100	1,80909	1.76134	1.69190	1,53600
30	2,34598	2,13972	2,01026	1,92103	1,85540	1,80481	1.73130	1,56640
35	2,41006	2,19290	2,05694	1,96334	1,89456	1,84157	1,76461	1,59210
10	2,46561	2,23900	2,09738	2,00000	1,92848	1,87342	1,79346	1,61437
45	2,51464	2,27967	2,13307	2,03234	1,95841	1,90151	1.81892	1,63401
50	2,55853	2,31606	2,16500	2,06128	1.98519	1,92664	1,84169	1,65158
55	2,59825	2,34900	2,19388	2,08746	2,00941	1,94938	1,82229	1,66747
50	2,63452	2,37907	2,22026	2,11136	2,03153	1.97014	1.88110	1,68198
65	2,66790	2,40674	2,24452	2,13335	2,05188	1,98923	1,89840	1,69533
70	2,69881	2,43235	2,26699	2,15371	2.07072	2.00692	1.91442	1,70768
75	2,72760	2,45621	2,28791	2,17266	2,08826	2,02338	1,92933	1,71919
30	2,75453	2,47853	2,30748	2,19040	2,10466	2.03878	1,94328	1.72995
85	2,77983	2,49949	2.32586	2,20706	2,12008	2,05324	1,95639	1,74006
90	2,80369	2,51926	2,34320	2,22276	2,13461	2,06688	1,96874	1,74959
95	2,82627	2,53796	2,35959	2,23762	2,14835	2.07978	1,98043	1,75861
100,0	2,84768	2,55570	2,37515	2,25171	2,16140	2,09202	1,99152	1,76716

Table numérique 3 
$$q = \frac{x}{\sqrt{4x + 1} \times Argsh(nx)}$$

x	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	10.0	15,0
1,0	0,37431	0,30978	0,27149	0,24593	0,22751	0.21350	0.20242	0.19339	0,14916	0,13144
1,5	0,36573	0,31178	0,27898	0,25661	0,24020	0,21350	0,20242	0,20902	0,16664	0,13144
2,0	0,36661	0,31176	0,28830	0,26755	0,25213	0,24011	0,23041	0,20302	0,18069	0.16282
2,5	0,37091	0,32597	0,29769	0,27789	0,26306	0,25141	0,23041	0,23406	0,10005	0,10262
3,0	0,37660	0,33392	0,30675	0,28756	0,27309	0,26167	0,25235	0,24455	0,20321	0,17430
3,5	0,37000	0,33332	0,31538	0,29661	0,28238	0,20107	0,25255	0,25412	0,20321	0,19417
4,0	0,38934	0,34942	0,31357	0,30510	0,20230	0,27110	0,20167	0,26295	0,21270	0,19417
4,5	0,39583	0,35680	0,33137	0,30310	0,29103	0,28803	0,27888	0,20293	0,22130	0,20204
5,0	0,40225	0,36391	0,33137	0,32069	0,30682	0,20003	0,27666	0,27117	0,23692	0,21046
5,5	0,40225	0,30331	0,33550	0,32791	0,30002	0,29373	0,28039	0,27666		
6,0	0,40030	0,37077	0,34390	0,32791	0,31409				0,24398	0,22461
6.5	0,41473	0,37736	0,35270	0,33479	0,32101	0,30995	0,30080	0,29307	0,25065	0,23108
	LINE TO STORY OF THE					0,31656		0,29965	0,25699	0,23723
7,0	0,42664	0,38994	0,36553	0,34772	0,33396	0,32289	0,31372	0,30594	0,26304	0,24310
7,5	0,43237	0,39592	0,37159	0,35382	0,34006	0,32898	0,31978	0,31198	0,26883	0,24871
8,0	0,43796	0,40171	0,37745	0,35970	0,34594	0,33483	0,32562	0,31779	0,27440	0,25410
8,5	0,44342	0,40734	0,38313	0,36538	0,35161	0,34049	0,33124	0,32339	0,27975	0,25928
9,0	0,44874	0,41280	0,38863	0,37089	0,35710	0,34595	0,33668	0,32880	0,28492	0,26429
9,5	0,45394	0,41811	0,39398	0,37623	0,36242	0,35125	0,34195	0,33404	0,28992	0,26912
10,0	0,45902	0,42329	0,39917	0,38141	0,36758	0,35638	0,34706	0,33912	0,29476	0,27381
15,0	0,50446	0,46904	0,44481	0,42680	0,41266	0,40115	0,39152	0,38329	0,33672	0,31437
20,0	0,54272	0,50710	0,48254	0,46417	0,44969	0,43786	0,42793	0,41942	0,37090	0,34739
25,0	0,57614	0,54016	0,51520	0,49646	0,48164	0,46950	0,45929	0,45053	0,40028	0,37577
30,0	0,60607	0,56966	0,54429	0,52518	0,51004	0,49762	0,48715	0,47815	0,42634	0,40093
35,0	0,63333	0,59646	0,57069	0,55124	0,53579	0,52309	0,51238	0,50317	0,44993	0,42371
40,0	0,65847	0,62114	0,59499	0,57519	0,55946	0,54651	0,53557	0,52615	0,47160	0,44463
45,0	0,68188	0,64410	0,61757	0,59746	0,58145	0,56826	0,55711	0,54750	0,49171	0,46405
50,0	0,70384	0,66563	0,63873	0,61831	0,60204	0,58862	0,57728	0,56749	0,51055	0,48224
55,0	0,72458	0,68594	0,65869	0,63798	0,62146	0,60783	0,59629	0,58633	0,52830	0,49938
60,0	0,74426	0,70520	0,67761	0,65662	0,63986	0,62602	0,61430	0,60419	0,54512	0,51563
65,0	0,76302	0,72354	0,69563	0,67437	0,65739	0,64335	0,63146	0,62118	0,56113	0,53110
70,0	0,78095	0,74108	0,71285	0,69134	0,67413	0,65991	0,64785	0,63743	0,57644	0,54588
75,0	0,79816	0,75790	0,72937	0,70760	0,69019	0,67578	0,66356	0,65300	0.59111	0,56006
80,0	0,81471	0,77408	0,74525	0,72325	0,70563	0,69104	0,67867	0,66798	0,60522	0,57369
85,0	0,83068	0,78968	0,76056	0,73832	0,72051	0,70576	0,69324	0,68241	0,61882	0,58683
90,0	0,84610	0,80475	0,77536	0,75289	0,73488	0,71997	0,70730	0,69635	0,63195	0,59952
95,0	0,86103	0,81934	0,78967	0,76698	0,74879	0,73372	0,72092	0,70984	0,64467	0,61181
100,0	0,87552	0,83348	0,80355	0,78065	0,76228	0,74705	0,73412	0,72292	0,65700	0,62372

Table numérique 4  $q = \frac{x}{Argshx}$ 

X	q	x	q
1,5	1,25548	15	4,40877
2,0	1,38539	20	5,42078
2,5	1,51770	25	6,38990
3,0	1,64976	30	7,32668
3,5	1,78052	35	8,23782
4,0	1,90957	40	9,12787
4,5	2,03680	45	10,00015
5,0	2,16222	50	10,85713
5,5	2,28590	55	11,70073
6,0	2,40792	60	12,53248
6,5	2,52838	65	13,35362
7,0	2,64738	70	14,16518
7,5	2,76501	75	14,96803
8,0	2,88135	80	15,76289
8,5	2,99649	85	16,55038
9,0	3,11048	90	17,33106
9,5	3,22340	95	18,10541
10,0	3,33531	100	18,87383

## Bibliographie

[1] Cambefort H. – Introduction à la géotechnique, Eyrolles, 1971.
 [2] Cassan M. – « Filtration dans les cavités

[2] Cassan M. — « Filtration dans les cavités souterraines ». Annales de l'TTBTP, avrilmai 1979.

[3] Cassan M. – Les essais d'eau dans la reconnaissance des sols, Eyrolles, 1980. [4] Cassan M. – Aide-mémoire d'hydraulique souterraine, Presses des Ponts et Chaussées, 1993, 2º édition.

[5] Mandel J. – « Note sur le calcul des filtrations ». Annales des Ponts et Chaussées, 1939. [6] Schneebeli G. – « La mesure in situ de la perméabilité d'un terrain ». Congrès de la Société hydrotechnique de France, Alger, 1954.

Alger, 1954. [7] Schneebell G. – Hydraulique souterraine, Eyrolles, 1966.



Pierre LONDE est décédé le 27 décembre 1999. Il était né à Paris le 15 octobre 1922. Après de brillantes études, il est entré à l'École nationale des ponts et chaussées (promotion 1947). A la sortie de l'École, il est entré au bureau d'étude A. Coyne et J. Bellier, et André Coyne l'a envoyé en stage au Bureau of Reclamation, à Denver, aux États-Unis. Au cours de ce voyage, il a rencontré Georges Post qui faisait luimême des stages à la Tennessee Valley Authority, puis à l'US Army Corps of Engineers à Vicksburg, puis à Denver. De retour en France, ils sont tous deux entrés chez Coyne et Bellier et ils ont publié le livre Les bar-

rages en terre compactée, fruit de ce qu'ils avaient appris des pratiques américaines :

cet ouvrage a fait longtemps référence en France.

L'activité de Pierre Londe est caractérisée par une remarquable continuité, sur plus de cinquante ans, consacrée à l'étude des grands barrages sous leurs aspects les plus divers : terres, enrochements, béton, voûtes minces. La technique des barrages est marquée par la convergence de toutes les disciplines du génie civil. Et bien qu'étant avant tout un généraliste, Pierre Londe a accompli des recherches couronnées de succès dans de nombreux domaines spécifiques : nouvelles méthodes de calcul de l'équilibre des massifs rocheux, évaluation objective de la sécurité des ouvrages complexes, étude des écoulements souterrains, mise au point d'instruments d'auscultation originaux, barrages en béton compacté au rouleau, etc.

Aux côtés d'André Coyne, dès sa sortie de l'École, il est vite devenu un des disciples les plus en vue de ce grand maître. Après la mort de ce dernier, en 1960, il a joué un rôle déterminant dans l'explication scientifique de la rupture de l'appui rocheux rive gauche du barrage-voûte de Malpasset. Cette explication a eu un impact considérable sur la conception mondiale des voûtes modernes, qu'on fait de plus en plus hautes et dans des sites de plus en plus difficiles. L'importance de la mécanique des roches apparaissait alors en pleine lumière, et Pierre Londe a fait partie du petit groupe qui, autour du professeur Jean Mandel, a été fondateur, en 1967, du Comité français de mécanique des roches. Pierre Londe en a été vice-président, puis président en 1973, et il n'a jamais cessé d'assister aux réunions du Conseil jusqu'au 19 octobre 1999.

A partir de 1967, il a été chargé du cours de barrages à l'École nationale des ponts et chaussées ; il a été enseignant et chercheur. La liste de ses publications, avec plus de 75 titres, témoigne de sa grande activité de recherche et de la large audience internationale qu'il a acquise dans le domaine des barrages et de leurs

ouvrages associés.

Mais, à aucun moment, il n'a ralenti son activité d'ingénieur-conseil directement engagé dans le projet ou la construction ou la maintenance des grands barrages. C'est ainsi qu'il a participé d'abord pendant trente-trois ans, avec Coyne et Bellier, où il a rempli la fonction de directeur technique pendant vingt ans, puis comme expert indépendant, avec PLA, aux études de plus de 160 barrages – en béton, en enrochement, en terre – dont les plus importants du monde. Pour n'en citer que quelques-uns: Kariba, sur le Zambèze, qui retient le plus grand lac artificiel créé par l'homme; Daniel Johnson, au Canada, la plus grande voûte multiple; Kalabagh, au Pakistan, qui coûtera 6 milliards de dollars (s'îl se fait un jour...); les deux barrages de Stikine au Canada, l'un en béton, l'autre en terre et enrochement, atteignant chacun 300 mètres de hauteur. En 1979, il a été élu président de la Commission internationale des Grands Barrages (comme l'avait été André Coyne).

Pierre Londe était très soucieux de la diffusion des informations scientifiques et techniques. Très tôt, nous avons cherché à publier nos travaux avec le Comité français de mécanique des sols, puis avec celui de la mécanique des roches. Il a été à la base, en 1977, de la coordination avec le Comité français de géologie de l'ingénieur pour la naissance de la Revue française de géotechnique. Il était très conscient de la nécessité de mettre davantage de sciences dans nos techniques, y compris en finançant des thèses de doctorat dans différents laboratoires et, en 1982, lorsqu'îl a été élu dans le premier noyau qui a formé le Comité d'application de l'Académie des sciences, il a participé à la rédaction des deux rapports de ce comité sur le génie civil.

Il a été membre, en France, du Comité orientation de la recherche en génie civil (CORGEC) où, au sein du Conseil de la présidence, il a apporté sa vaste expérience d'expert indépendant. Il a aussi été membre de différents conseils scientifiques et membre de nombreuses sociétés savantes, dont pour certaines, comme le CFGB, il a été le président. Il était chevalier de la Légion d'honneur.

Par la variété et la qualité de ses activités dans les plus hautes instances nationales du génie civil et par la notoriété incontestée qu'il a acquise dans l'exercice de ses expertises à l'étranger, Pierre Londe a largement contribué au développement de la mécanique des roches dans le monde.

Pierre LONDE

Hommage à

Pierre DUFFAUT

Pierre HABIB

Georges POST

## Journée Pierre Londe

## 19 octobre 2000 ENPC Champs-sur-Marne

### LA SÉCURITÉ DES GRANDS OUVRAGES

En relation avec différentes associations (AFTES, CFGI, CFGB, CFMR, CFMS), et sous le patronage du CADAS, l'École nationale des ponts et chaussées, où Pierre Londe a enseigné le cours de barrages jusqu'à l'année dernière, organise une rencontre autour des thèmes généralisables de cette activité, en pensant que la meilleure façon d'honorer sa mémoire est de se réunir au cours d'une journée scientifique et technique sur la « Sécurité des grands ouvrages », dont le cadre est plus large que celui des grands barrages, mais qui est à la fois très actuel et pose des problèmes auxquels Pierre Londe avait beaucoup réfléchi.

Seront abordés les sujets suivants :

- Écoulement tridimensionnel d'eau sous pression dans les milieux fracturés.
- Pont Rion-Antirion : fiabilité et conception parasismique.
- Géologie et sécurité des barrages.
- L'analyse du risque : le MODAP (modèle accompagnateur de projet).
- Cavités de stockage dans le sel : étanchéité et comportement à très long terme.
- Sécurité du soutènement des tunnels profonds : application au tunnel d'Achir (Algérie).
  - Stabilité des grands versants naturels.
  - Enseignements tirés des accidents de plates-formes.

Renseignements:

Mme Josette Fayol

ENPC - CERMES

6-8, avenue Blaise-Pascal

Champs-sur-Marne, 77455 Marne-la-Vallée Cedex 2

Tél.: 01 64 15 35 43 Fax: 01 64 15 35 62

e-mail: fayol@cermes.enpc.fr

# Déformations cycliques et irréversibles dans les remblais argileux

L'étude du comportement des sols compactés mis en remblai est abordée à partir des enseignements que l'on peut tirer des mesures de déformations. Les observations faites sur un grand remblai expérimental ont permis de mettre en évidence l'importance du phénomène classique de reptation des pentes. L'enregistrement des mouvements verticaux confirme que des cycles de gonflement et retrait sont bien à l'origine de ces déplacements. Par contre, sur ce même site et sur d'autres ouvrages, il est démontré que des phénomènes de type fluage pourraient expliquer certains déplacements horizontaux et verticaux, généralement localisés en profondeur et pour lesquels il n'existe pas de méthode de prévision dans le cas particulier des sols non

## C. MIEUSSENS

Laboratoire régional des ponts et chaussées de Toulouse Complexe scientifique de Rangueil 1, avenue du Colonel-Roche 31400 Toulouse

## Irreversible and cyclic strains in clay embankment

The behaviour of compacted soils used in embankment is enlighted by the results of deformation measurement. The data collected on an important experimental embankment show the importance of the crawling of slopes. The recording of vertical movements shows that cycles of swelling and shrinkage are the source of this deplacements. On the other hand, on this same site and for other works, it has been shown that fluage behaviour may explain some deplacements verticaly and horizontaly, usually located in depth and for them it doesn't exist any method of predicting specially for unsaturated soils.

## Introduction

Les remblais argileux sont fréquemment le siège de déformations verticales et horizontales, se traduisant par des affaissements plus ou moins localisés et par des fissures souvent longitudinales. Ces désordres, généralement mineurs, nécessitent un entretien fréquent, le colmatage des fissures sur la chaussée et la reprise périodique du profil en long. Dans certains cas, cette pathologie peut prendre une ampleur inacceptable, les affaissements représentent un risque pour l'usager et l'évolution de la fissuration peut faire craindre un risque de rupture du remblai ou du moins la formation d'un décrochement sur la voie.

Ces phénomènes peuvent apparaître rapidement après la fin de construction ou bien se manifester sur des ouvrages très anciens. Selon les sites, l'évolution peut sembler régulière ou au contraire se faire par crise, avec des corrélations apparentes avec des périodes de sécheresse ou au contraire de forte pluviométrie.

Il semble important de rappeler que le comportement des corps de remblai appartient à l'un des domaines le plus mal connu de l'ingénieur, à savoir celui des sols non saturés. Par ailleurs, le dimensionnement d'un ouvrage se fait le plus souvent par rapport à la rupture et les calculs en déformations sont exceptionnels, alors que les problèmes posés par les corps de remblais sont le plus souvent liés aux déformations. Il existe quelques outils de calculs en éléments finis, difficiles à utiliser, d'autant que les paramètres représentatifs d'un sol compacté non saturé sont eux-mêmes difficiles à mesurer.

Depuis les travaux anciens de Proctor, d'importants efforts de recherche ont été réalisés, mais ils ont été essentiellement orientés vers une amélioration des techniques de mise en œuvre. En France, les Recommandations pour les terrassements routiers, éditées entre janvier 1976 et octobre 1981 (LCPC-SETRA), avaient déjà introduit la notion « d'état » du matériau, en particulier lié à la teneur en eau, ainsi qu'une classification prenant en compte des mélanges granulométriques de fines et de gros éléments. Plus récemment, le Guide technique pour la réalisation des remblais et couches de forme (LCPC-SETRA, septembre 1992) propose des méthodes d'études des matériaux en fonction des risques d'évolution (classe R qui concerne les matériaux rocheux évolutifs).

Cette notion de roche évolutive ne se limite pas à un changement granulométrique dû à l'extraction et au compactage, mais parfois aussi à une dégradation progressive de ses caractéristiques mécaniques par imbibition. Cette notion d'évolution est fondamentale car elle suppose implicitement qu'un matériau compacté, mis en œuvre correctement en suivant les règles de l'art, est susceptible d'évoluer dans le temps. Les progrès dans ce sens sont encore timides, et il existe peu ou pas d'essais de routine permettant de prévoir le comportement à long terme d'un corps de remblai, tassements et déformations horizontales, sous le simple effet des variations de teneur en eau. Les essais tels que la fragmentabilité et la dégradabilité ne sont que des indicateurs de risques.

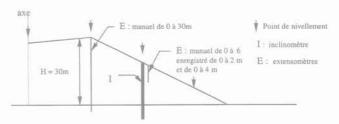
Le principal objet de cet article est de présenter des exemples de mesures de déformations faites sur des remblais routiers et autoroutiers, mesures qui pourront servir de base de réflexion pour expliquer les mécanismes physiques probables et tenter d'expliquer le comportement complexe des sols compactés mis en remblai. On pourra ainsi mieux orienter la conception, l'étude des ouvrages et leur réparation éventuelle.

0

## Enseignements tirés des mesures sur le remblai expérimental de La Jorle

Le remblai de La Jorle a été construit entre 1979 et 1981; il a fait l'objet d'une importante instrumentation, certains appareils sont encore suivis à ce jour et une instrumentation complémentaire a été mise en place en 1996. Il s'agit d'un grand remblai construit avec des marnes argileuses, d'une hauteur de 30 mètres et qui permet le franchissement par l'autoroute A62 du petit ruisseau de La Jorle. On ne présentera ici que les résultats sur les déformations cycliques. Des informations plus complètes se trouvent dans l'article de D. Thouret et al. (1992), ainsi que dans les rapports périodiques de mesures établis dans le cadre d'une recherche associant le Laboratoire régional des ponts et chaussées de Toulouse, la société des Autoroutes du Sud de la France et Scetauroute. Les principaux résultats de cette recherche ont été présentés par C. Mieussens (1986) et (1997), ainsi que dans la thèse de J. Camapum à l'INSA de Toulouse en 1985.

La figure 1 donne la position schématique d'une partie de l'instrumentation dont les résultats des mesures seront analysés dans le présent article.



Position schématique de l'instrumentation du remblai.

Typical instrumentation positioning in the embankment.

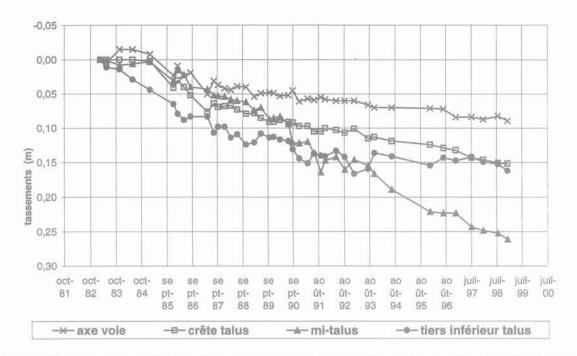
2.1

## Tassements à long terme

La figure 2 donne un exemple des résultats des mesures de tassements faites sur ce remblai, par nivellement. Elles correspondent aux seules déformations différées, l'origine étant prise un an environ après la fin de construction.

Plusieurs observations intéressantes peuvent être faites sur ces courbes qui correspondent à plus de seize années de mesures :

 le tassement dans l'axe de la voie est sensiblement plus faible que celui mesuré en crête de talus, ce qui



Tassements différés en différents points d'un remblai de 30 mètres de haut (origine des mesures : un an après la fin de construction).

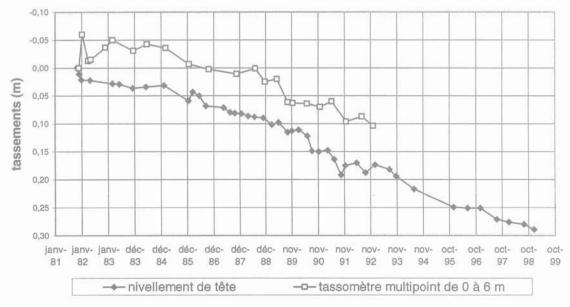
Long term settlements in various location in a 30 meter high embankment (origin : on year after the construction completion).

confirme la tendance d'un basculement des crêtes de talus par rapport à la plate-forme ;

- le « tassement » le plus important est mesuré à mitalus ; il est pratiquement linéaire en fonction du temps depuis 1984 ;
- les faibles tassements et les soulèvements observés entre 1983 et 1984 s'expliquent par des phénomènes de gonflement par imbibition, bien confirmés par des mesures d'extensométrie avec des tassomètres multipoints (Figs. 3 à 5).

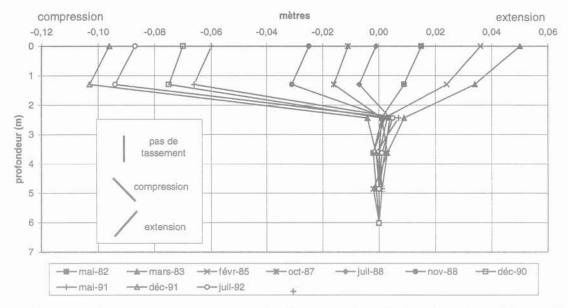
Cet ensemble de mesures montre que le seul nivellement n'est pas suffisant pour expliquer le comportement du corps de remblai, le gonflement peut masquer temporairement un tassement et le retrait donner une impression d'accélération. Par ailleurs, les « tassements » plus importants en crête et surtout à mi-talus s'expliquent en réalité par une combinaison d'un tassement et d'un déplacement horizontal qui sera examiné plus loin.

La figure 4 montre que, dans le cas du remblai expérimental de la Jorle, les cycles de gonflement – retrait



Comparaison des déformations verticales mesurées par topographie et par extensométrie entre la surface du talus et une référence à – 6 mètres de profondeur – mesures à mi-talus d'un remblai de 30 mètres de hauteur.

Comparison between vertical movements measured by surveying and extensometer located between the slope surface and six meters deeper at mid slope of a 30 meters high embankment.



Mesures des compressions – extensions de 0 à 6 mètres de profondeur (remblai expérimental de la Jorle).

Compression and extension measurements (0-6 meters depth at la Jorle experiment site).

concernent, à mi-talus, essentiellement la couche de surface de 0 à 2 m de profondeur. Après une période de gonflement dont le maximum se situe en mars 1983, on observe une tendance irréversible à la compression. La couche de surface paraît conserver une épaisseur constante, il s'agit plus probablement d'une mesure non représentative due à une mauvaise liaison entre le repère situé à – 1,2 mètre de profondeur et le terrain. Un nouveau système a été mis en place en 1996.

La figure 5 donne les résultats des mesures de tassement relatif en fonction du temps et de la profondeur sous la crête de talus. Le point fixe de référence correspond à la base du remblai. L'incertitude des mesures est probablement assez grande. On peut toutefois noter que la topographie de surface (Fig. 2) confirme les ordres de grandeur pour la période considérée, soit un tassement de l'ordre de 10 cm en 10 ans.

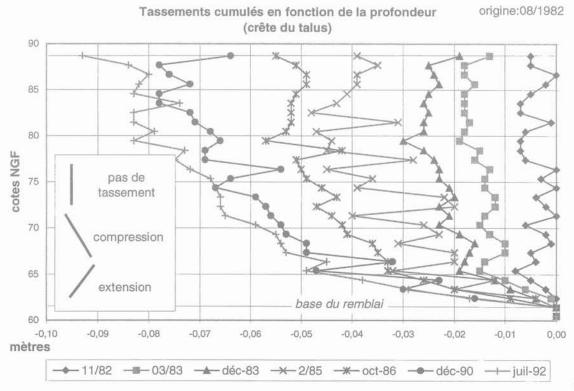


FIG. 5 Mesures des tassements et gonflements cumulés en crête du talus du remblai. Cumulated settlement and swelling measured at slope crest

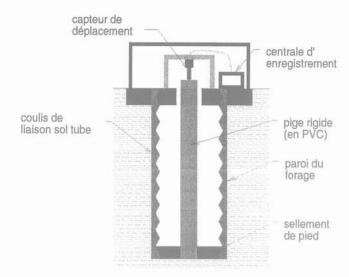
Les courbes de tassements cumulés en fonction de la profondeur (Fig. 5) mettent en évidence les tendances suivantes :

- les 2 à 3 mètres supérieurs de remblais (cotes 89 à 86) sont soumis à des cycles de gonflement et retrait, qui correspondent assez bien aux cycles saisonniers;
- entre 2 et 10 mètres de profondeur (cotes 86 à 80), la variation d'épaisseur de la couche est négligeable ;
- entre 10 et 25 mètres de profondeur (cotes 80 à 65),
   les tassements augmentent progressivement en fonction du temps;
- les tassements les plus importants concernent la couche de base sur 4 mètres d'épaisseur entre les cotes 65 et 61 NGF (50 % du tassement total en 1992), avec une évolution également progressive.

Depuis 1992, les mesures avec le tassomètre multipoint de profondeur sont devenues impossibles, probablement à cause de la déformation latérale du tube. La précision était également devenue insuffisante par rapport aux phénomènes mesurés. En 1996, un nouveau système de mesure par extensométrie a été mis en place à mi-talus. La figure 6 décrit le principe de ce matériel, avec un capteur relié à une centrale d'enregistrement.

La figure 7 donne les résultats des mesures respectivement de 0 à 2 m et de 2 à 4 m de profondeur (par différence avec une mesure de 0 à 4 m).

Ces mesures plus précises qu'avec le tassomètre multipoint confirment les variations cycliques annuelles des déformations, avec une amplitude de 30 à 35 mm, ainsi que leur aspect non réversible. On notera que la non-réversibilité est actuellement du même ordre de grandeur entre 0 et 2 mètres et entre 2 et 4 mètres de profondeur, ce qui pourrait traduire un approfondissement des phénomènes.



Principe de la mesure par extensométrie dans les talus de remblais.

Extensometer measurement in the slope of embankment.

99

## Déplacements horizontaux

Les mesures inclinométriques sont à la base des principales informations sur les déplacements horizontaux. La figure 8 donne les résultats des mesures à mitalus pour le remblai de la Jorle (implantation précisée sur la figure 1). Le tube inclinométrique a été changé trois fois à la suite d'un « cisaillement » au niveau des premières couches de remblai (13 à 14 mètres de pro-

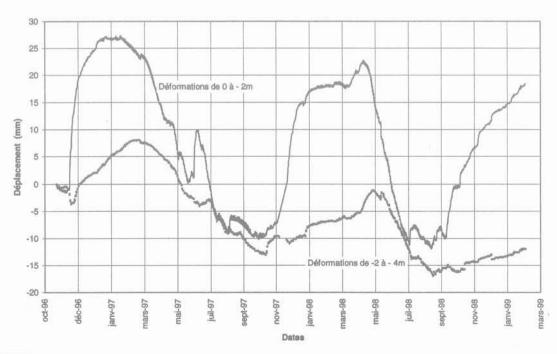
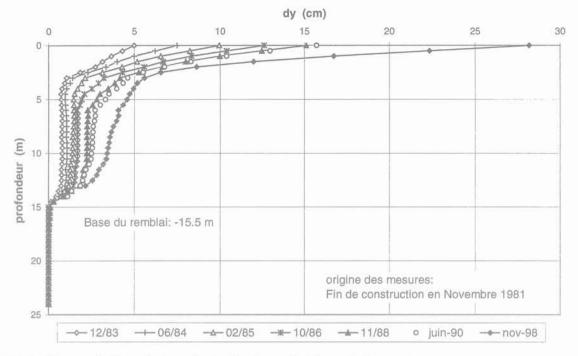


FIG. 7 Variations cycliques d'épaisseur entre 0 et 4 mètres de profondeur. Thickness variations between 0 and 4 meter depth.



Mesures inclinométriques à mi-talus du remblai de La Jorle (extraits).

Inclinometer measurement at mid slope (La Jorle experiment site).

fondeur). Cette déformation reste localisée, puisque les mesures inclinométriques plus à l'aval, dans le talus, ne traduisent pas une continuité des déplacements. Il n'y a pas non plus de flambage du tube, qui serait caractérisé par une certaine symétrie des rotations. Cette déformation correspond à la couche de remblai où les tassements sont les plus importants (1 à 2 % d'après la figure 5), une plastification locale du matériau n'est donc pas à exclure. La figure 9 montre que l'évolution de cette déformation locale, traduite en rotation, est pratiquement linéaire en fonction du temps.

La figure 8 montre également que les déformations les plus importantes concernent la couche de surface du talus, avec un approfondissement progressif en fonction du temps. Depuis 1990, la déformation concerne l'ensemble du remblai, mais dans des proportions assez faibles à partir de 6 mètres de profondeur.

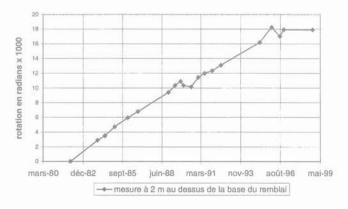


FIG. 9 Évolution des rotations à 2 mètres audessus de la base du remblai en fonction du temps.

Rotation evolution versus time 2 meters above the embankment base.

93

## Trajectoire d'un point à mi-talus

La combinaison des mesures des déformations verticales et des déplacements horizontaux sur une même verticale permet de donner des indications sur les mouvements absolus et relatifs d'un point du talus du remblai.

La figure 10 donne cette information dans le cas d'un point situé à mi-talus. La trajectoire absolue correspond à la combinaison des mesures de nivellement et d'inclinométrie par rapport à un point d'ancrage fixe. Les mesures relatives sont interprétées par rapport à un point supposé fixe à 6 mètres de profondeur sous la surface du talus (le déplacement horizontal mesuré à 6 mètres de profondeur n'a pas été pris en compte sur ce graphique).

Cet ensemble de mesures permet d'expliquer les importants mouvements observés à mi-talus par le phénomène de reptation de pente. Comme l'indique la figure 11, en phase d'humidification, le sol compacté a tendance à gonfler, avec une déformation normale à la surface du talus.

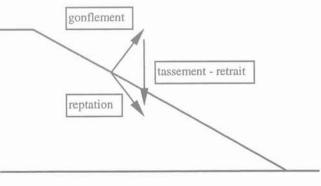
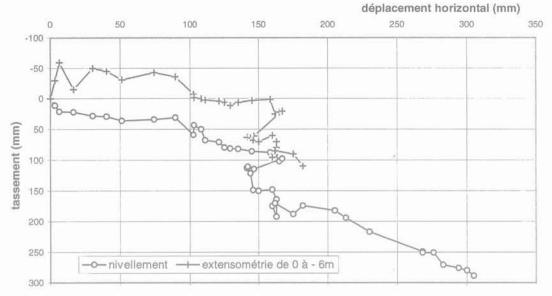
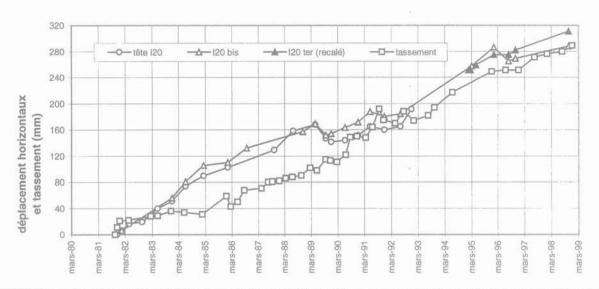


FIG. 11 Schéma de principe du phénomène de reptation de pente.

Slope crawling schematic principle.



(a) - Trajectoire d'un point à mi-talus (Novembre 1981 à Décembre 1998)



Trajectoire d'un point situé à mi-talus du remblai définie par combinaison des mesures inclinométriques et des mesures de tassement par extensométrie ou nivellement.

Path of a point located at mid slope determined using settlement measurement extensometer reading, surveying and inclinometer measurement.

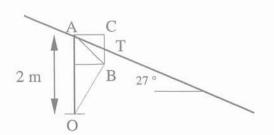


FIG. 12 Incidence de la reptation sur les mesures.

Impact of slope crawling on the measurement.

Comme le montrent les figures 4, 6 et 7, la reptation concerne essentiellement la couche de surface du talus qui est la plus exposée aux cycles climatiques. Les tassements mesurés par topographie sont donc affectés par cette composante du déplacement, qui est orientée en moyenne, pour ce remblai, à 45 degrés. Une simple analyse géométrique (Fig. 12) montre également que la mesure par extensométrie des variations d'épaisseur d'une couche doit tenir compte du déplacement de la tête par reptation.

Un calcul schématique donne le résultat suivant :

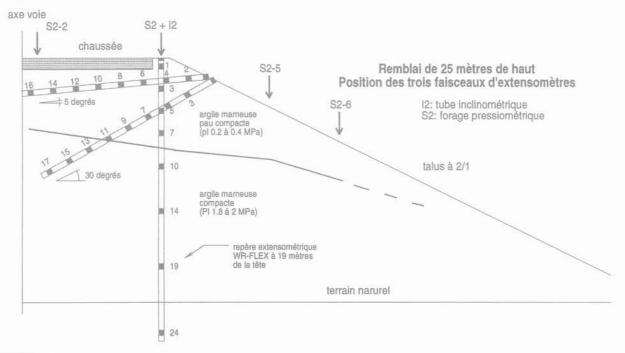
Si le point O est fixe et AC = CB = 0.3 m, l'extensomètre de longueur initiale AO = 2 m aura une longueur finale telle que OB = 1.73 m. La réduction réelle d'épaisseur de la couche est égale à TB = 0.147 m et non pas CB = 0.3 m d'après la topographie) ni OA - OB = 27 cm d'après l'extensomètre.

# Deux autres exemples de mesures de déformation de remblais routiers

La figure 13 donne un exemple de corps de remblai instrumenté de façon classique avec un tube inclinométrique, mais aussi avec des chaînes extensomé-

triques, verticales, subhorizontales et inclinées à 30 degrés. Il s'agit d'un remblai de 25 mètres de haut, également édifié avec des argiles marneuses, mais dont la partie supérieure de 0 à 8 mètres de profondeur a des caractéristiques mécaniques particulièrement faibles.

Sur une période relativement courte, les mesures inclinométriques ont mis en évidence une zone de rotations locales importantes, conduisant finalement à un cisaillement du tube.



Profil en travers et instrumentation du remblai.
Side view and instrumentation in the embankment.

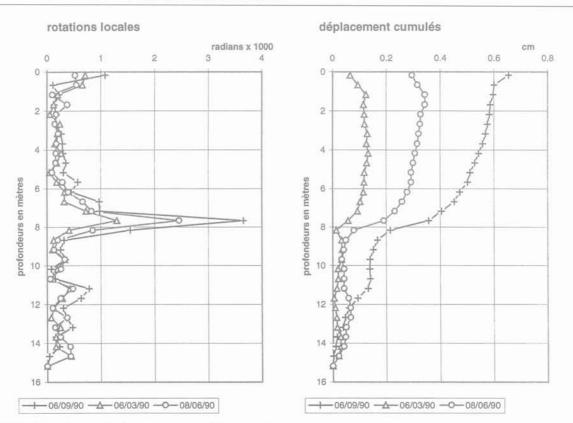
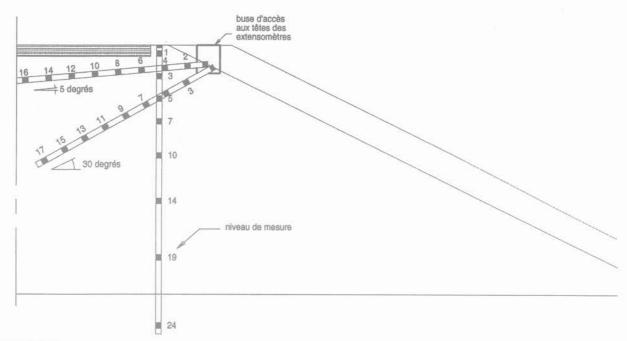


FIG. 14 Rotations et déplacements cumulés mesurés par inclinométrie.

Cumulated inclinometers measured displacements and rotations.



Principe de confortation du remblai par élargissement de la plate-forme et épaulement du talus par un matériau traité.

Reinforcement for widening of the platform.

La figure 14 donne une représentation graphique des rotations et des déplacements cumulés en fonction de la profondeur et du temps. Ces informations pouvaient faire craindre une évolution des déformations jusqu'à la rupture selon un plan correspondant à l'interface schématisée sur la figure 12. Une confortation a donc été réalisée, elle a consisté à mettre en œuvre un épaulement du remblai, jusqu'au niveau de la plate-forme, un élargissement de la voie étant prévu à moyen terme.

Les mesures extensométriques ont été réalisées avant et après réparation, ce qui donne une information intéressante sur l'efficacité de l'épaulement et sur le mécanisme des déformations. Les trois figures 16 à 18 donnent les résultats des mesures sous la forme de deux familles de graphes : la représentation de la déformation en fonction du temps, par rapport à un point fixe qui correspond à l'extrémité du tube (proche de l'axe pour les tubes inclinés) et les déformations cumulées en fonction de la profondeur à différentes dates caractéristiques.

Les extensomètres multipoints utilisés sont du type « extensomètres de forage modèle WR-Flex ». La mesure des déformations relatives par rapport à la tête est faite au moyen d'une jauge de profondeur dont la résolution de la mesure est de l'ordre de 1/10 de millimètre. Des capteurs électriques enregistrés de type rotatif ont été utilisés en début de période.

La figure 16 montre que l'épaulement a eu pour effet une accélération immédiate des vitesses de tassement, due à un accroissement de la charge. Les amplitudes à long terme ont été confirmées par nivellement.

Les mesures sur l'extensomètre incliné à 5 degrés montrent qu'avant travaux les principales extensions concernaient la tête et le repère placé à 2 mètres de distance. On observait en particulier un mouvement cyclique dont le minimum, dû au retrait, se situe en été. Après les travaux d'élargissement, le phénomène cyclique disparaît, mais les extensions se poursuivent

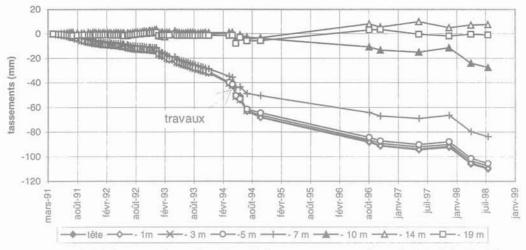
et intéressent des repères de plus en plus éloignés dans le corps du remblai.

Pour l'extensomètre incliné à 30 degrés (figure 18), on observe également, avant travaux, une extension pour les 3 mètres supérieurs et un mouvement cyclique perceptible jusqu'au repère situé à 3 mètres de distance de la tête. Le chargement dû à l'élargissement se traduit par une inversion des déformations avec une compression sensible jusqu'à 11 mètres de distance de la tête. Par contre, depuis 1996, les déformations se sont de nouveau inversées dans le sens des extensions.

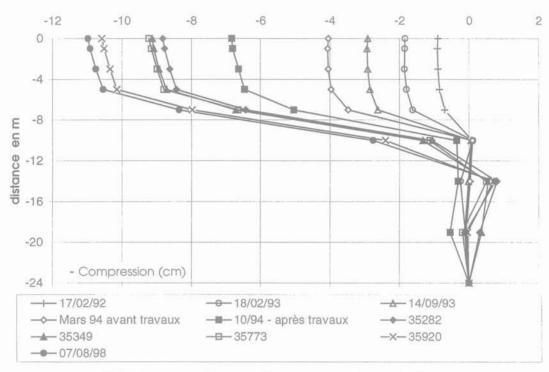
Les principaux enseignements de cet ensemble de mesures sont les suivants :

- l'épaulement d'un talus par une surlargeur permet d'améliorer la stabilité générale, en particulier si les matériaux utilisés ont des caractéristiques mécaniques élevées, mais dans des proportions probablement assez faibles;
- la surcharge a une incidence évidente sur l'accélération des tassements;
- la mise en place d'un matériau insensible à l'eau permet de réduire les cycles de gonflement et retrait et donc de supprimer le phénomène de reptation de pente;
- le matériau mis en surlargeur, même s'il a des caractéristiques mécaniques exceptionnelles, ne permet pas de reprendre efficacement des efforts horizontaux; les extensions actuellement observées indiquent donc que la reptation n'est probablement pas la seule cause des déformations horizontales et de la fissuration observée sur les chaussées.

Ce dernier point conduit à faire l'hypothèse que le corps d'un remblai peut se déformer par fluage, à un niveau donné, parce que les contraintes sont trop proches de l'état limite du matériau utilisé. Les mesures inclinométriques de la figure 7 ont été interprétées comme un phénomène de fluage confiné à la base du remblai (Fig. 8) et aucun calcul de stabilité ne permet-



(a) - Tassements en fonction du temps par rapport au pied de tube à - 24



(b) - tassements cumulés par rapport au pied

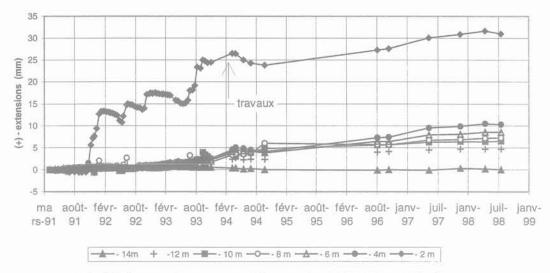
Tassements en fonction du temps et de la profondeur selon une verticale en crête de l'ancien talus.

Settlement versus time and depth along the ancient slope crest.

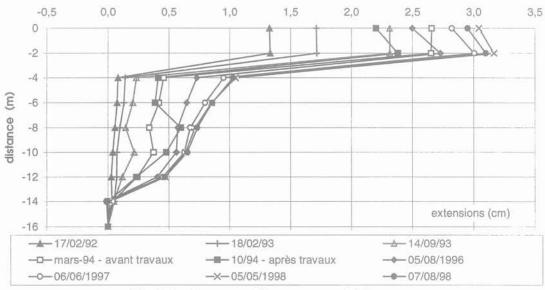
trait de mettre en évidence un risque de rupture à ce niveau. Dans le cas de la figure 13, un schéma de rupture compatible avec les mesures inclinométriques nécessite de faire des hypothèses peu réalistes, à savoir par exemple un angle de frottement de 20° et une fissure ouverte jusqu'à 8 mètres de profondeur, ou bien partiellement remplie d'eau. Le risque de rupture ne devait pas être exclu à cause des problèmes de sécurité mais, dans le cadre d'une réflexion sur le comportement réel du matériau, le phénomène de déformation par fluage confiné doit être également examiné.

Pour illustrer cette hypothèse, nous avons étudié les mesures faites sur un remblai routier de 13 mètres de haut, qui subit depuis sa mise en service une importante pathologie. Le corps du remblai est constitué d'un matériau argileux, parfois assez plastique, et les talus sont protégés par des matériaux insensibles à l'eau, argile traitée ou matériaux calcaires.

On a reporté sur la figure 19 les mesures de rotations et les déplacements horizontaux en crête de remblai et en regard, les tassements cumulés en fonction de la profondeur, mesurés avec un tassomètre multipoint placé dans l'axe de la voie, sur le même profil. Ces mesures mettent bien en évidence une déformation verticale et horizontale, au même niveau dans le corps du remblai, avec des amplitudes tout à fait similaires. Il ne s'agit donc pas de mouvements de type rotationnel avec une surface de rupture bien définie ; il n'y a d'ailleurs aucun désordre dans les talus alors que la plate-forme a subit d'importantes déformations, sous la forme de tassements et de fissures sans décalage vertical entre les lèvres.



(a) - Déplacements par rapport à un repère à 16 mètres de la tête



(b) - Extensions cumulées par rapport à l'ancrage

FIG. 17 Déformations en fonction du temps et de la distance par rapport à un point fixe dans l'axe du remblai – Extensomètre incliné à 5 degrés.

Deformations versus time and distance from a fixed point on the embankment axis.

Dans ce cas particulier, l'analyse des mouvements en fonction du temps met en évidence un amortissement, généralement représentatif d'un phénomène de fluage, ce qui n'est pas toujours vérifié, comme le souligne la figure 8.

## Conclusion

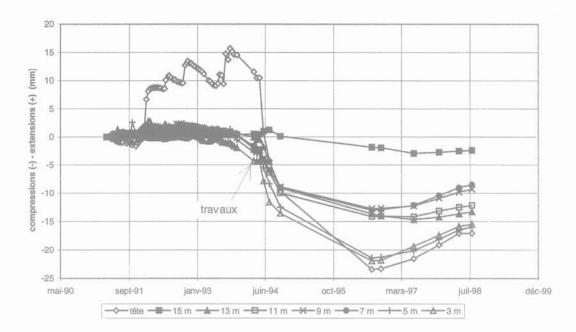
Le premier enseignement que l'on peut déduire de cet ensemble de mesures est que le mécanisme des déformations des corps de remblai correspond probablement à la combinaison de plusieurs phénomènes physiques dont l'importance relative peut varier d'un ouvrage à l'autre. On ne donnera en conclusion qu'une liste, probablement incomplète, des principales causes.

Un certain nombre de causes sont bien connues et il serait dangereux de les oublier :

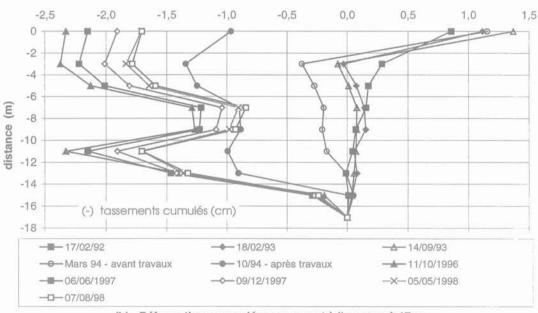
- le défaut de compactage et en particulier la mauvaise adaptation du niveau de compactage par rapport à la hauteur du remblai;
- le caractère évolutif du matériau, sous l'effet du compactage et surtout des variations de teneur en eau; ce point est particulièrement important si la mouture de la roche tendre initiale laisse un pourcentage important de vides;
- les hétérogénéités et, en particulier, les contrastes de perméabilité qui favorisent localement les variations de teneur en eau.

D'autres causes sont moins souvent prises en compte:

les risques de gonflement et retrait, qui concernent les sols gonflants mais aussi les argiles non saturées en général; en effet, une variation de teneur en eau se traduit par une variation de succion, donc une déformation cyclique qui peut être à l'origine du phénomène de reptation de pente;



(a) - Déplacements par rapport à un repère à 17 mètres de la tête



(b) - Déformations cumulés par rapport à l'ancrage à 17 m

PIG. 18 Déformations en fonction du temps et de la distance par rapport à un point fixe dans l'axe du remblai – Extensomètre incliné à 30 degrés.

Deformations versus time and distance from a fixed point on the embankment axis.

and September 1995 and the September 1995 and 19

- des déformations différées verticales et horizontales peuvent affecter certains matériaux compactés, soumis à un état de contrainte élevé; le risque sera d'autant plus grand s'il se produit en plus des variations de teneur en eau à la base du remblai par remontées capillaires.

Ces réflexions montrent que les matériaux constitutifs de certains remblais doivent être étudiés non seulement pour définir les conditions de leur mise en œuvre et leur stabilité, mais aussi pour apprécier leur sensibilité aux changements de volume et leur déformabilité.

#### REMERCIEMENTS

L'auteur de cet article tient à remercier la société des Autoroutes du Sud de la France et, plus particulièrement, les responsables de la DRE d'Agen pour la confiance qu'ils nous ont témoignée en nous permettant d'instrumenter et de suivre de nombreux remblais dans un cadre expérimental mais aussi pour la surveillance d'ouvrages courants.

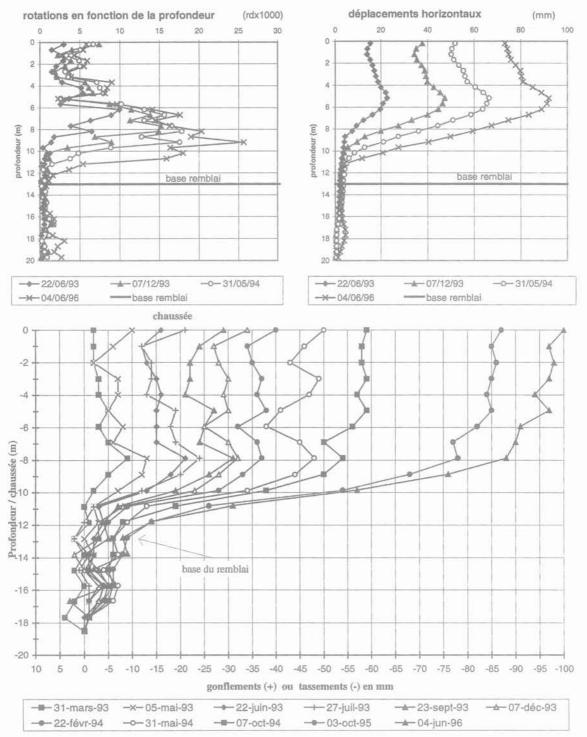


FIG. 19 Comparaison des déplacements horizontaux en crête de talus et des tassements dans l'axe d'un remblai argileux de 13 mètres de haut.

Horizontal displacements at the slope crest versus settlement on the axis of a 13 meters high clay made embankment.

## Bibliographie

Thouret D., Puech J.-P., Mieussens C. – « Autoroute A62. Suivi d'un grand remblai en marne : bilan de dix années d'observation ». Revue générale des routes et autoroutes, n° 700, octobre 1992, p. 23-27.

Mieussens C., Camapum de Carvalho J. – Remblais en marne – Désordre, étude, confortation. Document technique édité par

Scetauroute et le Laboratoire central des ponts et chaussées, mars 1986.

Mieussens C. – « Les remblais en marne – Études, pathologie et techniques de réparation ». Texte de la conférence prononcée aux journées du 70e anniversaire de la Junta Autonoma de Estradas, Lisbonne, septembre 1997.

Les manuscrits doivent être envoyés en trois exemplaires (dont un original) et une disquette à l'un des rédacteurs en chef de la revue :

Pierre DELAGE Françoise HOMAND Jean-Paul TISOT ENPC-CERMES École de géologie (ENSG) École de géologie (ENSG)

6-8 av. Blaise-Pascal BP 40 BP 40

77455 Marne-la-Vallée CEDEX 2 54500 Vandœuvre-lès-Nancy 54500 Vandœuvre-lès-Nancy

Les **textes** seront présentés en double interligne, sur feuilles de format 21 x 29,7 paginées, les figures et tableaux (numérotés) étant regroupés en fin de texte. Le texte (incluant la liste bibliographique) ne devra pas dépasser une trentaine de pages pour les articles. Les notes techniques auront une longueur d'une dizaine de pages.

La **première page** comprendra le titre en français et en anglais, les noms, prénoms, organismes, adresses, téléphone, fax et, le cas échéant, l'adresse électronique des auteurs.

Les **résumés** des contributions, ainsi qu'une liste de **mots clés** (moins de 10) devront être également fournis en français et en anglais, les résumés n'excédant pas 200 mots.

Les **figures** devront être de bonne qualité, avec des caractères et des chiffres d'assez grande taille pour en permettre une lecture aisée après une éventuelle réduction. Les traits devront être d'une épaisseur suffisante. Les **légendes** des figures devront être fournies en anglais et en français.

Les **photographies** seront fournies en tirage papier et, dans le cas où elles seraient fournies en fichier, elles devront avoir été scannées à 300 dpi au minimum et enregistrées au format tif.

Les équations seront numérotées.

On utilisera les unités SI.

Les références bibliographiques citées dans le texte comprendront :

- quand il y a un ou deux auteurs : le nom des auteurs, suivi de l'année de parution entre parenthèses : Baguelin et Jézéquel (1978) ;
- quand il y a au moins trois auteurs : le nom du premier auteur, suivi de *et al.*, et de l'année de parution entre parenthèses : Wastiaux *et al.* (1988).

La liste bibliographique en fin de texte sera présentée par ordre alphabétique des premiers auteurs, comme suit, sans abréviations :

- ouvrages :

Baguelin F., Jézéquel J.-F. (1978) – «The pressuremeter and foundation engineering». Series on rock and soil mechanics, vol. 2 n° 4, *Trans-tech Publications*. – *articles*:

Wastiaux M., Ducrocq J., Corbetta F. (1999) – «Les pieux maritimes du pont Vasco da Gama». Revue française de géotechnique, n° 87, p. 27-33.

Après acceptation par le Comité de lecture, les auteurs seront priés de fournir une **disquette** contenant le fichier texte et les figures, ainsi qu'une sortie papier, notamment pour les illustrations.

# INSTRUCTIONS AUX AUTEURS