

phénomènes vibratoires dans les colonnes pétrolières application au calcul du volume des cavités souterraines

vibratory phenomena in oil drill holes
application to the calculation of the volume
of underground cavities

P. BEREST

Directeur de recherche au Laboratoire de Mécanique des Solides
Ecole Polytechnique*

Résumé

On rencontre très souvent la situation suivante: une cavité souterraine, naturelle ou artificielle, n'est accessible depuis la surface du sol que par un sondage. La cavité peut être un vide d'origine karstique ou créé par la dissolution du gypse, une cavité de stockage d'hydrocarbures, une carrière souterraine abandonnée, une fracture hydraulique, etc. La cavité et le sondage sont remplis d'un fluide qui peut être de l'eau, de l'air, de la saumure, des hydrocarbures, etc.

Il est utile de disposer d'informations sur les dimensions, le volume de cette cavité; mais l'accès direct à la cavité est impossible puisque le sondage est un « capillaire » très long et relativement étroit. Ainsi, les informations souhaitées ne peuvent souvent être acquises qu'au moyen d'appareils délicats et coûteux. On propose dans cet article d'utiliser un renseignement pratiquement gratuit, à savoir la période des vibrations naturelles de la masse fluide observable en tête de puits, pour en déduire certaines informations sur le volume de la cavité souterraine.

Abstract

Quite often natural or artificial underground cavities are not accessible, but through a drill hole of small diameter. The cavities can be hydrocarbon storage caverns, hydraulic fractures, karstic voids etc. The cavity and the drill hole are filled with fluid (water, air, mud, brine, hydrocarbons, etc.)

As for direct access to the cavity is impossible, informations on the volume and shape of the cavern must be obtained through sophisticated and expensive devices. We suggest in this paper to use a free information, namely the period of the natural vibration of the fluid which can be easily measured at the well head.

The theoretical bases of such an approach, are precised, in the very distinct cases of an open shaft and a closed shaft. In each case, a real example offers the possibility of evaluating the interest of the method.

1. Présentation du problème

On distinguera (fig. 1):

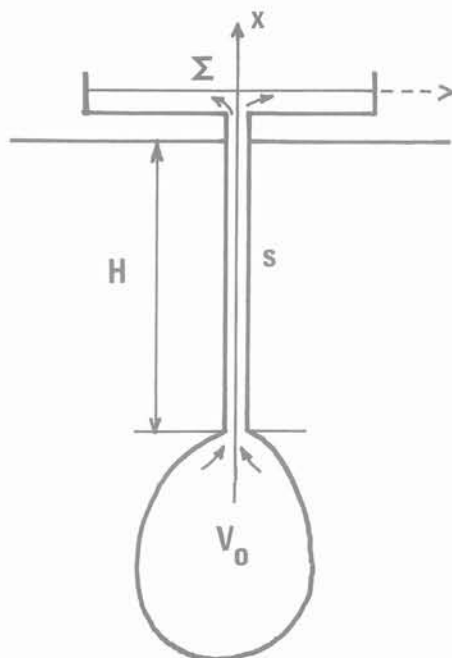


Fig. 1. — Schématisation du problème.

- Le sondage, de longueur H (typiquement, mille mètres), de section s (par exemple 250 cm² pour un diamètre de 7''5/8). Dans cet exemple, le volume contenu dans le sondage est de l'ordre de 25 m³.

- La cavité proprement dite, de volume V₀ très grand par rapport à celui du sondage, par exemple supérieur à 1 000 m³.

- On complète le système précédent en faisant déboucher le sondage en surface dans un récipient de section Σ très grande par rapport à la section du sondage (par exemple, supérieure à un mètre carré). L'intérêt de ce dispositif, qui n'est nécessaire que lorsque la cavité contient du liquide, sera justifié plus loin.

A l'équilibre, la distribution de pression et de température dans le fluide a la forme suivante:

$$P_0 = -\rho_0 g x \quad T = T_0 \quad (1)$$

où ρ_0 est la masse volumique du fluide à l'équilibre, g l'accélération de la pesanteur, x la cote d'un point comptée depuis le niveau d'équilibre du fluide dans le récipient. Les deux relations (1) constituent une approximation, qui pourrait être corrigée en tenant compte de l'existence du gradient géothermique et de la variation de la masse volumique avec la température et la pression. Cette correction n'affecterait pas sensiblement les résultats ultérieurs.

On considère par la suite de petits mouvements au voisinage de la position d'équilibre. On introduit donc les notations:

$$\begin{aligned} P &= P_0 + P' \text{ pression (Pa)} \\ T &= T_0 + T' \text{ température (°K)} \\ \rho &= \rho_0 + \rho' \text{ masse volumique (kg/m}^3\text{)} \\ V &= V_0 + V' \text{ volume (m}^3\text{)} \\ v &= \text{vitesse (m/s)} \\ Q &= sv \text{ débit (m}^3\text{/s)} \end{aligned}$$

où P' , T' , ρ' , V' , v , Q sont des quantités supposées très petites.

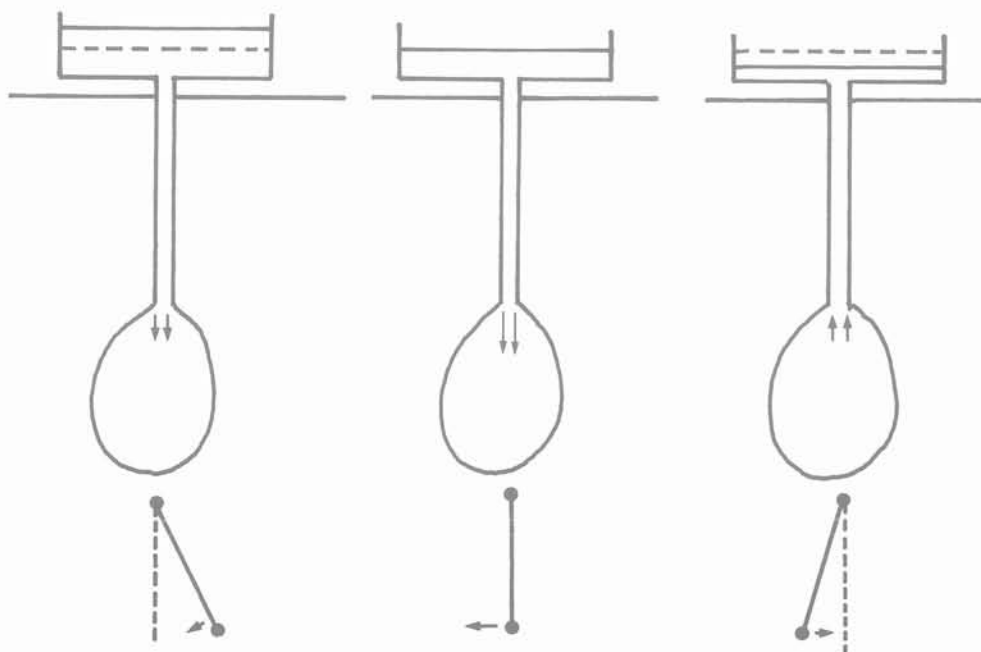


Fig. 2. — Oscillations naturelles de l'ensemble cavité-sondage-récipient.

Les petits mouvements peuvent être décrits comme suit (fig. 2): alternativement, la cavité contient un léger excès de fluide (la surface libre dans le récipient est alors sous le niveau d'équilibre) ou un léger déficit de fluide (la surface libre dans le récipient est alors au-dessus du niveau d'équilibre). Il se produit donc, à travers le sondage, un échange de fluide entre la cavité et le récipient. Ce mouvement possède un caractère périodique; on va établir par la suite la valeur de cette période.

DÉTERMINATION DE LA PÉRIODE DES MOUVEMENTS DANS UNE CAVITÉ OUVERTE

2. Compressibilité du fluide

La masse volumique, la pression et la température d'un fluide sont liées par une équation d'état. Dès lors qu'on considère des variations très petites de ces quantités au voisinage d'un équilibre ρ_0 , P_0 , T_0 on peut admettre une relation de la forme:

$$\rho' = \rho_0 (\beta_0 P' - \alpha T')$$

Par exemple, pour l'eau dans les conditions ordinaires de pression et température, on a pour ordre de grandeur:

$$\rho_0 = 1\,000 \text{ kg/m}^3, \beta_0 = 5 \cdot 10^{-4}/\text{MPa}, \alpha = 4 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}.$$

On considérera dans un premier temps que le fluide est parfait, c'est-à-dire sans viscosité ni conduction thermique. Les mouvements sont alors adiabatiques; on dispose donc d'une relation supplémentaire (J. Mandel, 1966):

$$C_v T' - \frac{\alpha T_0}{\beta_0 \rho_0^2} \rho' = 0$$

où C_v est la chaleur spécifique à volume constant. Par élimination de T' on obtient une relation entre ρ' et P' que l'on note:

$$P' = \rho' C_0^2 \text{ ou } \rho' = \rho_0 \beta_F P'$$

$$\text{avec } C_0^2 = (1 + \frac{\alpha^2 T_0}{\beta_0 \rho_0 C_v}) / \beta_0 \rho_0 \text{ ou}$$

$$\beta_F = \beta_0 / (1 + \frac{\alpha^2 T_0}{\beta_0 \rho_0 C_v})$$

Cette relation traduit la compressibilité (adiabatique) du fluide. La relation de compressibilité isotherme, soit $\rho' = \beta_0 \rho_0 P'$, est incorrecte pour l'application envisagée. Elle introduit une erreur importante dans le cas des gaz, faible dans le cas de l'eau, aux températures ordinaires, sensible pour d'autres liquides (J. Mandel, 1966; M. Rapinat, 1982).

La constante C_0 est appelée «vitesse du son». Son ordre de grandeur est le suivant:

$$\begin{aligned} \text{eau } C_0 &= 1\,435 \text{ m/s à } 8^\circ\text{C} \\ \text{saumure } C_0 &= 1\,800 \text{ m/s (environ)} \\ \text{air } C_0 &= 330 \text{ m/s à } 0^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Ces valeurs sont susceptibles de variations importantes avec la température.

3. Conservation de la masse

La masse de fluide contenue à un instant donné dans la cavité est:

$$m(t) = \rho V$$

Toute variation de la masse contenue dans la cavité doit être équilibrée par un mouvement de fluide dans le sondage. Le débit massique sortant de la cavité vers le sondage (compté positivement) ou entrant du sondage vers la cavité (compté négativement) est:

$$\rho s v \text{ ou } \rho Q.$$

D'où, compte tenu des conventions de signe:

$$\rho Q + \frac{d}{dt} (\rho V) = 0$$

La dérivée par rapport au temps de la masse contenue dans la cavité peut être développée comme suit:

$$\frac{d}{dt} (\rho V) = \dot{\rho} V + \rho \dot{V} \approx \dot{\rho} V_0 + \rho_0 \dot{V}$$

Les deux termes mis en évidence n'ont pas la même signification physique.

Le premier terme peut être transformé en utilisant les résultats du paragraphe 2:

$$\dot{\rho} V_0 = \frac{V_0}{C_0^2} \dot{P} = \rho_0 V_0 \beta_F \dot{P}$$

Il fait intervenir la compressibilité du fluide.

Le terme suivant peut être développé au premier ordre comme suit, en tenant compte de la petitesse de P :

$$\rho_0 \dot{V} = \rho_0 V_0 \beta_c \dot{P}$$

Il représente la compressibilité de la cavité elle-même, qui dépend:

- Des propriétés élastiques (adiabatiques, en principe, mais la distinction avec les propriétés isothermes est sans effet pratique pour un solide) du massif rocheux.

- De la forme de la cavité: par exemple, pour une cavité sphérique,

$$\beta_c = \frac{3}{2} \frac{1 + \nu}{E}$$

La relation de conservation de la masse s'écrit donc finalement:

$$\begin{aligned} Q + \beta V_0 \dot{P} &= 0 \\ \beta &= \beta_F + \beta_c \end{aligned}$$

On doit remarquer que le volume de la cavité et la compressibilité de l'ensemble fluide-cavité interviennent par le groupement βV_0 ; sauf cas exceptionnel où l'on pourrait effectuer des essais en utilisant successivement divers fluides, un essai ne permettra que de déterminer la valeur de ce groupement. Si l'on cherche à déterminer le volume V_0 , on doit garder à l'esprit qu'il

subsiste une certaine incertitude sur le coefficient β : si la compressibilité du fluide β_F peut être correctement appréciée, il n'en est pas de même en général du coefficient β_c qui représente la compressibilité de la cavité.

Dans certaines circonstances, le coefficient β_c est sensiblement plus petit que le coefficient β_F , de sorte que l'incertitude sur β_c est peu gênante, en termes relatifs. Tel est le cas, par exemple:

— Si le fluide est de l'air, très compressible, ou même un hydrocarbure, souvent plus compressible que l'eau.

— Si le module d'élasticité du massif est élevé par rapport à celui du fluide (2 000 MPa pour l'eau) et que l'on connaît a priori une forme régulière à la cavité (proche d'une sphère ou d'un cylindre). Lorsque la forme n'est pas proche d'une de ces géométries simples, le coefficient β_c peut au contraire être beaucoup plus grand que β_F (voir un exemple paragraphe 14).

Réciproquement, on peut envisager des applications dans lesquelles le volume (et la forme) de la cavité sont très bien connus, de même que la compressibilité du fluide. On peut alors chercher à déterminer les propriétés élastiques du massif, c'est-à-dire le coefficient β_c . Des exemples sont proposés au paragraphe 9.

4. Equation du mouvement

Considérons le volume du fluide contenu dans le sondage. Nous supposons ce fluide incompressible (ceci peut sembler incohérent avec les hypothèses précédentes, mais sera justifié plus loin). En projection sur la verticale, le théorème d'Euler fournit l'égalité:

$$\rho_0 SH \frac{dv}{dt} = S(P_1 - P_2)$$

Si P_1 et P_2 sont les écarts à la pression d'équilibre respectivement au pied et au sommet du sondage (fig. 3); P_1 n'est autre que l'écart à la pression d'équilibre dans la cavité, noté P' jusqu'ici. P_2 est pratiquement égal à la variation du poids de la colonne de fluide surmontant le sommet du sondage. Cette variation résulte du mouvement de la surface libre dans le conteneur. Si l'instant zéro est un instant où la surface libre passe par sa position d'équilibre, on a:

$$P_2 = \rho_0 g \int_0^t \frac{Q(\tau) d\tau}{\Sigma}$$

Il vient donc en définitive:

$$\rho_0 H \frac{dQ}{dt} = S \left(P' - \rho_0 g \int_0^t \frac{Q(\tau) d\tau}{\Sigma} \right)$$

ou, de manière à s'affranchir du problème de l'instant initial:

$$\rho_0 H \frac{d^2 Q}{dt^2} = S \left(\dot{P} - \rho_0 g \frac{Q}{\Sigma} \right)$$

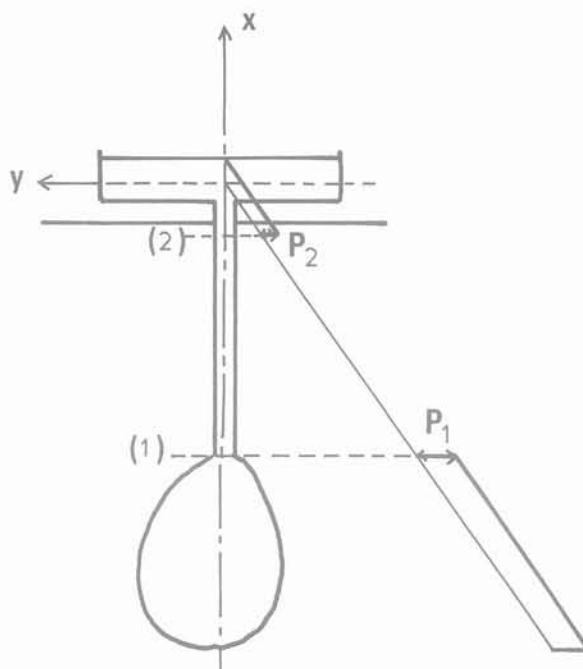


Fig. 3. — Pressions appliquées aux extrémités du sondage.

5. Remarque sur la compressibilité du fluide dans le sondage

Dans le paragraphe 2, on a considéré comme essentielle la compressibilité de l'ensemble fluide-cavité, que l'on a prise en compte par la formule:

$$Q + \beta V_0 \dot{P} = 0$$

On pourrait donc penser qu'il y a lieu, de même, de tenir compte de la compressibilité du fluide dans le sondage en distinguant le débit Q venant de la cavité et le débit Q' sortant vers le conteneur. Pour une variation uniforme P de la pression du fluide dans le sondage, on aurait:

$$Q' - Q + \beta' V_1 \dot{P} = 0$$

où V_1 est le volume du sondage et β' le coefficient de compressibilité de l'ensemble fluide-sondage, qui est assez peu différent du coefficient de compressibilité β de l'ensemble cavité-sondage.

On a par contre supposé que $V_1 \ll V_0$; le fluide dans le sondage est donc d'un point de vue global, beaucoup plus «raide» que le fluide dans la cavité. Une analogie (voir fig. 4) peut être trouvée dans un ensemble de deux ressorts en série de raideur très contrastée ($E_1 \gg E_0$): lorsqu'on écarte A de la position d'équilibre, le mouvement ultérieur de ce point (sa période) ne dépend pratiquement que de la raideur du ressort le plus mou, le ressort raide se comportant pratiquement comme un corps solide. Il est intéressant de noter qu'au contraire, si le point A du ressort raide est fixe, c'est le ressort raide qui détermine pratiquement la période du mouvement de B. L'analogie doit ici être effectuée avec le cas d'une cavité fermée en tête de puits, que nous évoquerons plus loin.

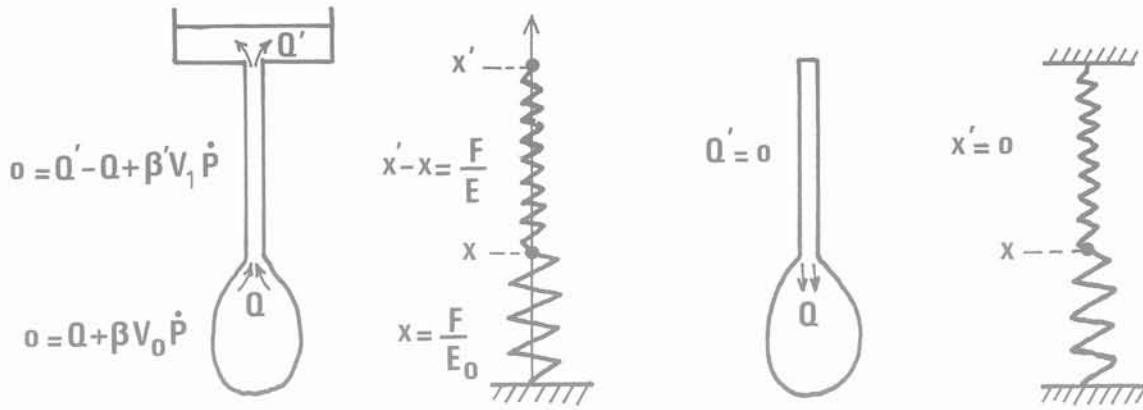


Fig. 4. — Raideurs respectives de la cavité et du sondage.

6. Résolution du système

Les relations déterminées aux paragraphes 3 et 4 (conservation de la masse et équation du mouvement), soit :

$$Q + \beta V_0 \dot{P} = 0$$

$$\rho_0 H \ddot{Q} = S \dot{P} - \rho_0 g \frac{s}{\Sigma} Q$$

permettent par élimination de la quantité $\dot{P}$ d'obtenir :

$$\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$$

$$\text{avec } \omega_0^2 = \frac{s}{H} \left(\frac{1}{\rho_0 \beta V_0} \right) + \frac{g}{\Sigma}$$

Il est intéressant de discuter la valeur de ω_0 dans une application numérique réaliste ; on prendra le cas d'une cavité remplie de saumure, décrite au paragraphe 8 :

$$\begin{aligned} H &= 930 \text{ m} \\ V_0 &= 7\,500 \text{ m}^3 \\ \rho_0 &= 1\,200 \text{ kg/m}^3 \\ \beta &= 4 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} \\ s &= 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \\ g &= 9,8 \text{ m/s}^2 \\ \Sigma &= \text{quelques m}^2 \end{aligned}$$

Le coefficient β a été estimé au moyen de nombreux essais de compressibilité statiques (Boucly, 1982). Le volume V_0 a été obtenu par une mesure sonar, corrigée pour tenir compte de la saumure dans laquelle baignent les insolubles sédimentés dans le fond de la cavité.

Il est facile de vérifier que g/Σ est négligeable devant $1/\rho_0 \beta V_0 = 277 \text{ m}^{-1} \text{s}^{-2}$ dès que Σ est de l'ordre de plusieurs mètres carrés.

Si le récipient n'avait pas été disposé en surface (fig. 5), il serait nécessaire de remplacer Σ par s dans la relation donnant ω_0 . Alors, si le volume de la cavité est assez grand (par exemple $V_0 > 200\,000 \text{ m}^3$, les autres données étant inchangées) c'est au contraire $1/\rho_0 \beta V_0$ qui serait négligeable devant g/Σ . Dans ce cas le système se comporterait comme un pendule simple de même longueur que le sondage :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{H}{g}}$$

On ne tirerait alors de la mesure de la période qu'une estimation de la grandeur H , par ailleurs précisément connue. Cette période serait de l'ordre de 61 secondes. Au contraire, le récipient disposé en surface lie la période au volume de la cavité, et permet donc d'attendre des enseignements plus utiles de la mesure de la période en surface. Dans le cas considéré, en négligeant g/Σ , il vient $\omega_0 = 1/12$ par seconde ; la

période attendue doit donc être de l'ordre de $\frac{2\pi}{\omega_0} =$

73 secondes. Cette valeur est assez grande et appelle quelques commentaires :

— Ce type de phénomène n'a pas été observé jusqu'ici parce que sa période est trop longue pour qu'il puisse attirer facilement l'attention.

— Cette période étant longue se prête bien à une mesure précise par des moyens relativement rustiques.

— Cette période, enfin, est assez longue pour se distinguer nettement de la période d'autres phénomènes vibratoires, tels que les ondes stationnaires dans la cavité ou le sondage dont la période est de l'ordre de grandeur du quotient de la plus grande dimension par la célérité des ondes dans le fluide, soit l'ordre de grandeur de la seconde.

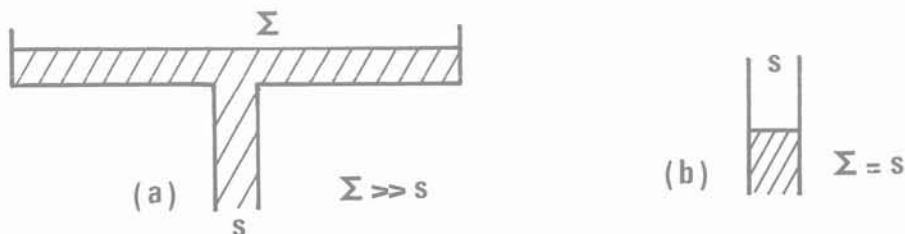


Fig. 5. — Rôle du récipient de surface.

7. Prise en compte de l'amortissement

L'hypothèse du fluide parfait (sans viscosité) a permis de dégager certaines caractéristiques des petits mouvements. Toutefois, comme on a en vue l'interprétation d'essais réels, on doit corriger la solution obtenue en tenant compte de l'amortissement du mouvement provoqué par la dissipation visqueuse. Notre intention n'est pas de prévoir précisément cet amortissement mais d'en déterminer l'ordre de grandeur afin de sélectionner les conditions d'essai optimales. Le facteur prépondérant d'amortissement est le sondage lui-même: la vitesse d'un fluide réel ne peut être uniforme dans une section, car elle doit s'annuler à la paroi. Il en résulte une dissipation dans la couche de liquide voisine de la paroi où le gradient de la vitesse est important. Le mouvement périodique étant assez lent, il paraît légitime d'utiliser à chaque instant la formule de Poiseuille, relative à un écoulement à débit constant. L'équation différentielle vérifiée par le débit doit alors être corrigée de la manière suivante:

$$\ddot{Q} + 2\lambda\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{4\nu\pi}{s}$$

ν étant la viscosité cinématique, qui est pour la saumure de l'ordre de $\nu = 2.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ pour une température de l'ordre de 20°C . Toutefois, la formule de Poiseuille ne s'applique correctement que pour un nombre de Reynolds inférieur à 2 000:

$$R = \frac{2Q}{\nu \sqrt{\pi s}} < 2\,000$$

Il est donc nécessaire pour que l'équation différentielle précédente soit valide que le débit reste inférieur à $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$. Le débit maximum est lié à la pression maximale par la relation $Q_{\max} = \beta V_0 \omega_0 P_{\max}$; il est donc souhaitable, pour que le flot de saumure reste laminaire et que la formule de Poiseuille s'applique, que l'amplitude des variations de pression soit inférieures à 2 000 Pa (soit 20 millibars). On constate donc que des sollicitations très faibles sont souhaitables. Sous ces conditions, on sait que l'équation différentielle admet une solution pseudo-périodique si $\lambda < \omega_0$. Plus précisément la pseudo-période n'est autre que $2\pi/\omega_0$, comme en l'absence d'amortissement, lorsque $\lambda = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ et $\omega = 1/12 \text{ s}^{-1}$.

8. Essai à Etrez (Ain) dans une cavité de Gaz de France

Les expériences ont été réalisées sur une cavité du site de stockage de Gaz de France à Etrez. Cette cavité résultait du lessivage contrôlé d'une couche de sel. Ses caractéristiques essentielles ont été données au paragraphe 6 et seront rappelées plus bas. Le volume de cette cavité était a priori connu, du fait du comptage du sel extrait. De plus, sa forme et son volume avaient été reconnus au moyen d'une sonde échométrique (sonar). Les conditions d'une vérification de l'efficacité de la méthode étaient ainsi présentes (fig. 6).

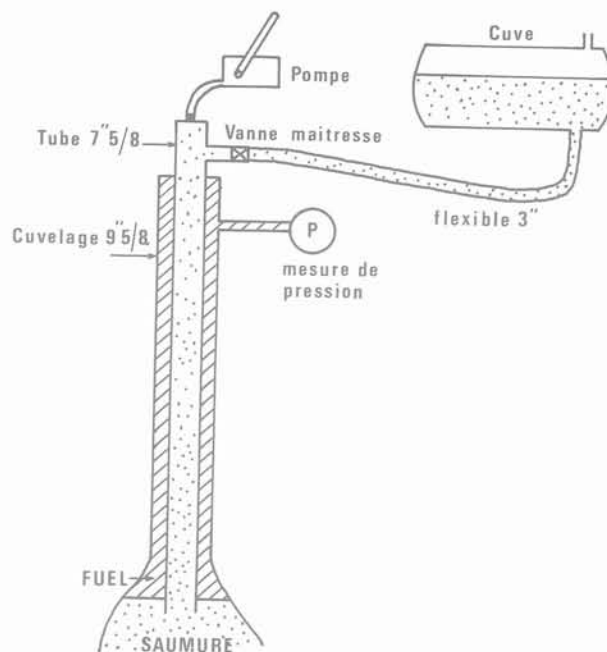


Fig. 6. — Schéma de principe de l'essai d'Etrez.

Le déséquilibre initial de pression était réalisé en fermant le sondage au moyen d'une vanne disposée sur la tête de puits, puis en injectant quelques dizaines de litres de saumure dans le sondage fermé, afin d'obtenir une surpression de l'ordre de 20 000 Pa (soit 200 mbar). Cette surpression, beaucoup plus faible que les surpressions provoquées par la circulation de fluide pendant le lessivage, ne peut évidemment provoquer de désordres dommageables à l'installation; on remarque qu'elle est supérieure à la valeur qui assure à l'écoulement un caractère laminaire; cette circonstance n'est pas très gênante, car l'amplitude des variations de pression est rapidement réduite par l'amortissement.

La mesure de l'évolution de la pression a été effectuée en profitant d'une circonstance favorable: pour des raisons qui tiennent à l'organisation de la lixiviation, le sondage comprend un tube central rempli de saumure et un annulaire rempli de fuel fermé à la surface; c'est dans cet annulaire que la pression a été mesurée au moyen d'un capteur de pression digiquartz. Une chaîne de saisie automatique de données permettait d'enregistrer des valeurs de la pression espacées de 1,5 s environ, soit un cinquantième de la période des oscillations.

L'intervalle de temps séparant deux mesures est ainsi suffisamment petit pour que les courbes obtenues soient très « lisses ». Toutefois, cet intervalle est trop grand pour permettre un enregistrement correct des phénomènes périodiques engendrés par l'ouverture de la vanne dans le sondage lui-même, de fréquence beaucoup plus élevée et qui s'amortissent donc rapidement. Ces phénomènes expliquent l'existence de points de mesure disposés erratiquement au voisinage de la sinusoïde amortie dans les secondes qui suivent l'ouverture de la vanne. Ces phénomènes seront plus

amplement décrits dans les paragraphes ultérieurs; ils sont sans importance pour l'essai décrit.

Le «réceptif» de surface, dont on a expliqué la nécessité, était constitué d'une citerne dont les dimensions exactes, sans importance dès lors qu'elles sont assez grandes, n'ont pas été relevées. Le sondage était relié à la citerne par un tube flexible de quelques mètres de longueur et, malheureusement, de faible diamètre, ce qui a pu contribuer à un amortissement réel nettement supérieur à l'amortissement calculé. Néanmoins cet amortissement n'était pas suffisant pour altérer sensiblement le phénomène attendu.

La figure 7 reproduit la courbe enregistrée pendant un essai. La valeur absolue de la pression est assez élevée en tête de puits dans l'annulaire de fuel (elle est nulle en tête de puits dans le tube central en saumure) en raison de la différence de densité des deux liquides. La pseudo-période déduite d'une série d'essais analogues à celui présenté est remarquablement uniforme ($74 \text{ s} \pm 0,5 \text{ s}$). Le volume déduit de la formule:

$$V_0 = \frac{\rho_0 \beta H}{s} \frac{4\pi^2}{T^2}$$

avec $\rho_0 = 1\,200 \text{ kg/m}^3$

$s = 250 \text{ cm}^2$

$H = 930 \text{ m}$

$\beta = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

est alors $V_0 = 7\,750 \text{ m}^3$; on peut rapprocher cette valeur du volume estimé à partir d'une mesure de la forme de la cavité par sonar, qui était de $7\,500 \text{ m}^3$. On n'a pas tenté une estimation précise, trop délicate,

de l'incertitude sur la mesure. La mesure par sonar étant elle-même entachée d'une incertitude ($\pm 5\%$), il était satisfaisant que l'écart entre les résultats des deux méthodes soit de l'ordre de 3% .

On pourra noter que, avant et pendant l'essai, la pression moyenne augmente de manière à peu près constante. Cette augmentation est liée à la variation de volume de la cavité par fluage et au réchauffement progressif de la saumure contenue dans la cavité (P. BEREST et al., 1979; B. HUGOUT, 1984).

9. Perspectives offertes par la méthode

La méthode n'a été appliquée qu'à un seul site réel; les résultats de l'essai ont montré un très bon accord avec d'autres méthodes. Néanmoins, certaines conditions favorables (cavité de forme régulière, massif présentant un module d'élasticité assez élevé) étaient réunies. La méthode proposée pourrait trouver d'autres applications intéressantes dans des situations réelles:

— Dans le cas des cavités remplies d'air, la compressibilité du massif est presque toujours faible devant celle du fluide, de sorte que l'incertitude majeure de la méthode serait éliminée. Toutefois, si l'on pense par exemple à la reconnaissance de vides de quelques mètres cubes derrière le revêtement de tunnels, on doit noter que les périodes seront considérablement raccourcies par rapport aux exemples précédents; les techniques de mesure seront sensiblement différentes. La recherche de la résonance au moyen d'une excitation extérieure pourrait être commode; l'analogie avec le résonateur de Helmholtz (Y. ROCARD, 1971) est évidente.

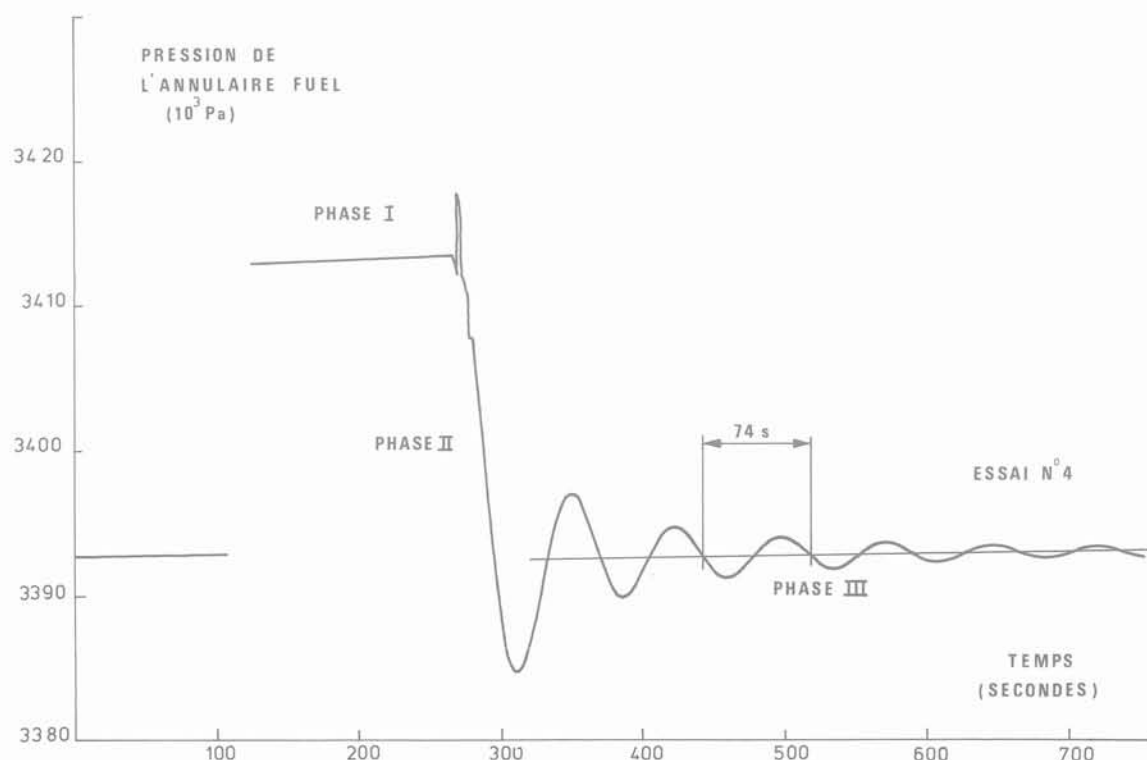


Fig. 7. — Pression en fonction du temps lors d'un essai à Etrez.

— Il est difficile de préciser l'intervalle de confiance relatif à une mesure sur une cavité. Par contre, il est vraisemblable que l'évolution du volume d'une cavité au cours du temps peut être appréciée assez précisément, l'ensemble des autres paramètres (y compris, à peu de choses près, la forme de la cavité) n'évoluant guère.

— Dans le cas d'une cavité creusée dans un milieu perméable, et dont la géométrie serait bien connue (découvert d'un forage pétrolier, par exemple) la méthode proposée permet d'accéder à une estimation de la compressibilité en place du milieu. Celle-ci est mal estimée par des essais de compressibilité classique (mesure de l'accroissement de pression provoqué par l'injection d'un volume connu de fluide) en raison de la filtration du fluide dans le massif. Dans l'essai proposé, la sollicitation en pression est périodique, de sorte que le débit filtrant dans le massif est réduit. Si l'écoulement dans le massif vérifie la relation de Darcy:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi \Delta P$$

le problème posé présente une forte analogie avec le problème des effets d'une température périodique à la paroi d'un massif (LANDAU et LIFSCHITZ, 1971). On trouve que les perturbations apportées par la perméabilité du massif sont petites si le paramètre $\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}}$ est grand vis-à-vis du rayon du sondage, ce qui doit être le cas dans la plupart des applications.

DÉTERMINATION DE LA PÉRIODE DES MOUVEMENTS DANS UNE CAVITÉ « FERMÉE »

On envisage maintenant le cas où le sondage est fermé en tête, de sorte que l'ensemble cavité-sondage constitue un système fermé, au contraire du système précédent où le sondage est ouvert vers le conteneur. Les périodes du système fermé sont a priori beaucoup plus courtes que celles du système ouvert, selon les principes généraux de la mécanique des petits mouvements. Par ailleurs, ainsi qu'indiqué au paragraphe 4, on ne peut plus considérer que le fluide contenu dans le sondage est incompressible; au contraire, l'étude des petits mouvements dans le sondage est essentielle.

10. Petits mouvements dans le sondage

La relation de compressibilité du fluide établie au paragraphe 2:

$$P' = C_0^2 \rho' \quad \text{ou} \quad \rho' = \rho_0 \beta_F P'$$

demeure évidemment valable.

La conservation de la masse sera écrite dans deux

sections de cote x et $x + \Delta x$ du sondage. Les flux massiques entrant ou sortant, soit:

$+ \{\rho s v\} (x + \Delta x), - \{\rho s v\} (x)$
doivent équilibrer la variation de la masse contenue entre les sections, soit:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho s \Delta x) + \{\rho s v\} (x + \Delta x) - \{\rho s v\} (x) = 0$$

Comme dans le cas de la cavité, on peut développer la dérivée par rapport au temps sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho s \Delta x) = \Delta x (S_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial S}{\partial t})$$

La première dérivée, $\frac{\partial \rho}{\partial t}$, est relative à la compressibilité du fluide; la seconde dérivée, $\frac{\partial s}{\partial t}$, est relative à la compressibilité du massif (c'est-à-dire de l'ensemble tube métallique - cimentation - massif rocheux). Les mouvements étant petits, il est légitime de considérer que les variations de section sont proportionnelles à la variation de pression, comme supposé pour la cavité au paragraphe 2:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = s_0 \beta_s \frac{\partial P}{\partial t}$$

Soit en faisant tendre Δx vers zéro:

$$(\beta_F + \beta_s) \frac{\partial P'}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\text{ou} \quad \frac{\partial P'}{\partial t} + \beta_0 C^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\text{avec} \quad \frac{1}{C^2} = \frac{1}{C_0^2} + \beta_s \rho_0$$

Le système est complété par l'équation du mouvement (ou d'Euler)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g$$

Dans l'hypothèse des petits mouvements, le terme quadratique en vitesse peut être négligé et, à la même approximation, ρ peut être assimilé à ρ_0 ; compte tenu de $P_0 = \rho_0 g x$, il vient:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial P'}{\partial x} = 0$$

En éliminant P' entre l'équation d'Euler linéarisée et la relation de conservation de la masse il vient:

$$C^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{1}{C^2} = \frac{1}{C_0^2} + \beta_s \rho_0$$

On obtient une équation analogue pour P' et T' . L'équation obtenue est l'équation des ondes; mais on doit remarquer que dans un tube, la célérité C des ondes est inférieure à la célérité C_0 des ondes planes dans un volume indéfini; cette circonstance tient à l'élasticité de la conduite, qui confère à l'eau contenue une compressibilité apparente supérieure à sa compressibilité théorique.

11. Solution générale de l'équation des ondes cas du «coup de bélier»

La solution générale de l'équation des ondes, précédemment établie, a la forme:

$$v(x,t) = \varphi_1(x - ct) + \varphi_2(x + ct)$$

Les fonctions φ_1 et φ_2 correspondent respectivement à une onde «montante» soit φ_1 et à une onde «descendante» soit φ_2 . La solution en pression s'en déduit immédiatement:

$$P' = \rho_0 C \varphi_1(x - ct) - \rho_0 C \varphi_2(x + ct)$$

Une solution particulièrement intéressante est donnée par le cas où, avant l'instant initial, soit $t < 0$, le sondage est le siège d'un écoulement d'eau à vitesse v_0 constante. Une opération de fracturation hydraulique peut constituer l'exemple d'un tel écoulement. Si l'on ferme brutalement à l'instant $t = 0$ une vanne en tête de puits, la vitesse de l'eau doit être nulle, à tout instant, $t > 0$ au contact de cette vanne, soit en $x = 0$. Ainsi la fermeture de la vanne engendre une onde «descendante» qui annule derrière elle la vitesse du fluide:

$$v(x,t) = v_0 - v_0 Y(x + ct)$$

où Y est la fonction de Heaviside. La variation de la distribution de pression qui en résulte est, comme indiqué plus haut:

$$P(x,t) = \rho_0 C v_0 Y(x + ct)$$

Si le fluide contenu dans la conduite est de l'eau on a $\rho_0 = 1\,000 \text{ kg/m}^3$, $C_0 = 1\,300 \text{ m/s}$ donc, une fois tenu compte de l'élasticité de la conduite, $C = 1\,000 \text{ m/s}$ (par exemple). Alors pour une vitesse de $v_0 = 1 \text{ m/s}$ (c'est-à-dire, pour une section horizontale de 250 cm^2 , un débit de $90 \text{ m}^3/\text{h}$), l'amplitude de la variation de pression engendrée par l'onde «descendante» est de 1 MPa . Le phénomène peut être quelque peu altéré si la fermeture de la vanne n'est pas instantanée; néanmoins demeurera d'un point de vue qualitatif l'existence d'un «à coup» important de pression. Ce phénomène est appelé «coup de bélier».

12. Ondes stationnaires dans le sondage

Lorsque l'onde descendante atteint l'extrémité inférieure du sondage et pénètre dans la cavité, la distribution des vitesses se modifie de nouveau; une onde réfléchie (ascendante) est générée dans le sondage et des ondes sont générées dans la cavité, qui se réfléchissent à leur tour sur les parois. La suite du mouvement est difficile à suivre dans le détail; il acquiert rapidement les caractéristiques suivantes:

a. L'onde dans le sondage devient une somme d'onde stationnaires.

b. L'amortissement dans le sondage est d'autant plus fort que la fréquence est élevée [voir par exemple LANDAU et LIFSCHITZ, (1971)]. Ainsi, si l'onde est décomposée en série de Fourier, l'amortissement ne conservera une amplitude non négligeable que pour le terme correspondant à la période fondamentale, les termes de périodes sous multiples de la période

fondamentale s'amortissant beaucoup plus rapidement. Compte tenu de la condition $v(x=0) = 0$ qui résulte de la fermeture de la vanne de tête de puits, les petits mouvements dans le sondage prennent la forme:

$$v = v_0 \cos(k\pi ct/2H) \sin(k\pi x/2H)$$

$$P = -\rho_0 C v_0 \sin(k\pi ct/2H) \cos(k\pi x/2H)$$

avec $1 \leq k \leq 2$

(on n'a pas tenu compte dans ces formules de l'amortissement).

13. Période des ondes stationnaires et «raideur» de la cavité

A l'extrémité inférieure du sondage la vitesse et la pression de l'onde stationnaire sont reliés par la condition de compressibilité de la cavité mise en évidence au paragraphe 3:

$$Q + \beta V_0 \dot{P} = 0 \\ \text{en } x = -H$$

Compte tenu de la forme générale de l'onde stationnaire établie au paragraphe 10, cette dernière condition à la limite permet de préciser la valeur de la constante k :

$$\text{tg} \frac{k\pi}{2} + \frac{\rho_0 \beta C^2 V_0}{sH} \cdot \frac{k\pi}{2} = 0$$

Avec $1 \leq k \leq 2$

Afin de simplifier la discussion, adoptons les notations:

$V_0 = V_c$: volume de la cavité

$sH = V_s$: volume du sondage

Alors

$$\gamma = \frac{\rho_0 \beta C^2 V_0}{sH} = \frac{V_c}{V_s} \cdot \frac{\beta_F + \beta_c}{\beta_F + \beta_s}$$

Avec ces notations, la condition à la limite relative au pied du sondage s'écrit:

$$\text{tg} \frac{k\pi}{2} + \gamma \frac{k\pi}{2} = 0$$

$1 \leq k \leq 2$

La discussion graphique est représentée sur la figure 8.

— Lorsque $\gamma = 0$ (c'est-à-dire en l'absence de cavité, le sondage étant fermé aux deux extrémités) on a $k = 2$ et le fluide vibre en «demi onde»; la période du mouvement est $T = \frac{2H}{C}$ (fig. 9).

— Lorsque $\gamma = \infty$ (c'est-à-dire que le volume de la cavité est très grand vis-à-vis du volume du sondage ou que la cavité est très peu «raide») on a $k = 1$ et le fluide vibre en «quart d'onde»; la période du mouvement est $T = \frac{4H}{C}$ (fig. 9).

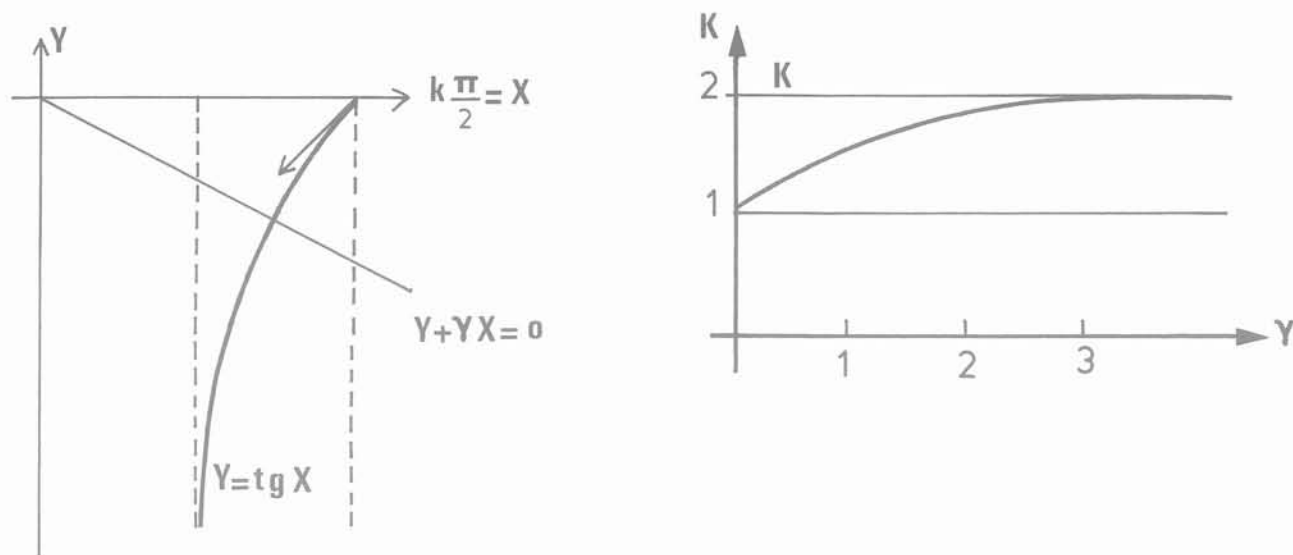


Fig. 8. — Solution de l'équation $\operatorname{tg} \frac{k\pi}{2} + \gamma \frac{k\pi}{2} = 0$
et fonction $k = k(\gamma)$.

— Lorsque $0 < \gamma < \infty$, on a $1 < k < 2$ et la période du mouvement est comprise entre $\frac{2H}{C} < T < \frac{4H}{C}$ (fig. 9). La fonction implicite $k = k(\gamma)$ admet 2 pour asymptote lorsque $\gamma \rightarrow \infty$; aussi dans un essai réel, la détermination de γ à partir de la mesure de k présente une bonne sensibilité lorsque γ est compris entre 0 et un ou deux.

On a constaté que γ dépend du rapport des volumes de la cavité et du sondage; aussi la méthode est-elle utile quand ces volumes sont du même ordre de grandeur (le volume du sondage est de 25 m^3 pour

une profondeur de 1 000 mètres et une section de 250 cm^2 , soit un diamètre de $7''5/8$). Mais il faut de plus que les raideurs soient également du même ordre de grandeur. La compressibilité du fluide β_F est donnée (de l'ordre de $5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ pour l'eau). Il est mal aisé de connaître a priori la compressibilité du sondage β_S et la compressibilité de la cavité β_C . Elles dépendent de la forme et de la nature du ou des matériaux qui composent le massif environnant. Quoiqu'on ne puisse déterminer exactement β_S a priori, la géométrie du sondage et les caractéristiques mécaniques du tubage métallique sont bien connues: dans la pratique, β_S est sensiblement inférieur à β_F (dans le cas de l'eau, de la saumure, et a fortiori de l'air).

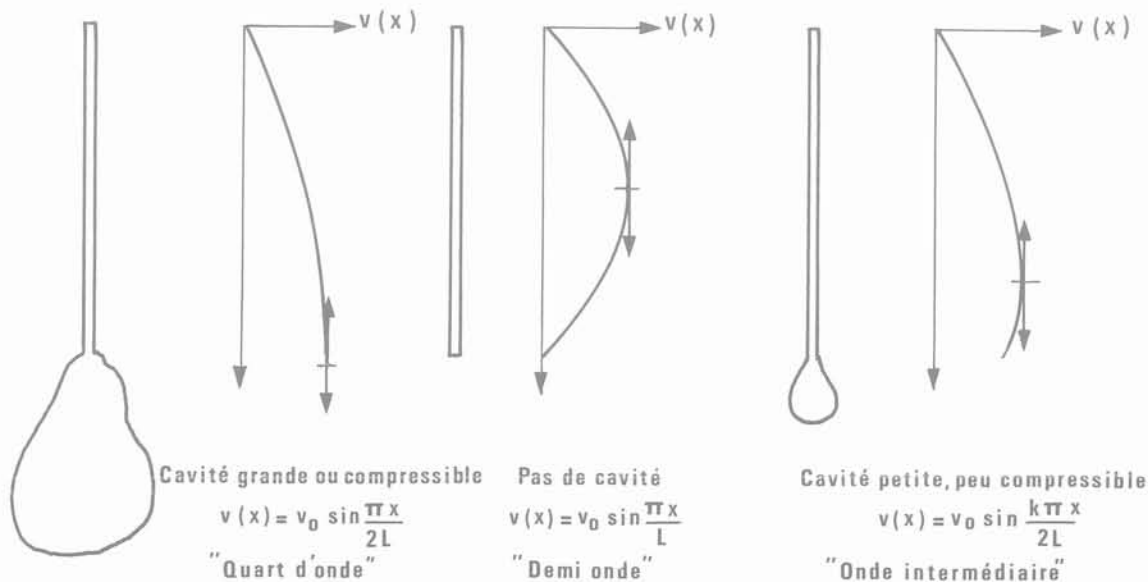


Fig. 9. — Relation entre la cavité
et la période fondamentale dans la cavité.

Par contre la compressibilité de la cavité β_c dépend de la nature du massif rocheux, et surtout de la géométrie de la cavité. Cette difficulté existait déjà dans le cas de la cavité ouverte (voir paragraphe 2) mais elle est plus importante ici compte tenu des applications qui seront envisagées par la suite.

14. Cas d'une fracturation hydraulique

La fracturation hydraulique constitue une application intéressante des calculs précédents. En effet, les dimensions de la fracture croissent au cours de l'opération de fracturation depuis zéro jusqu'à de très grandes valeurs, les autres paramètres étant inchangés. On peut espérer suivre cette évolution en mesurant la période des vibrations naturelles de l'ensemble sondage-fracture. On est bien sûr dans le cas de la «cavité fermée» puisque une assez forte pression doit être maintenue en tête de puits pour tenir ouverte la fracture.

Considérons la schématisation classique d'une fracture par le modèle «penny-shaped». Dans ce modèle, la fracture possède une symétrie de révolution autour d'un axe oz; la section par un plan méridien est une ellipse d'excentricité proche de 1 dont l'équation est:

$$\eta(r) = \frac{2aP}{E} \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}$$

a, rayon de la fracture; P pression du fluide dans la fracture; E module d'élasticité du matériau. Le volume d'une telle fracture est $V = \frac{2P}{E} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi a^3$. La relation de compressibilité de l'ensemble fluide et fracture est alors:

$$Q = \frac{8}{3} \pi a^3 \frac{1 + \frac{\beta_F P_0}{2}}{E} \dot{P}$$

Dans ce cas, la part de la compressibilité du fluide est négligeable (au contraire de ce qui était envisagé au paragraphe 2) puisque $\beta_F P_0$ est très petit devant 1. Le coefficient envisagé au paragraphe 13 vaut dans ce cas:

$$\gamma = \frac{\frac{8}{3} \pi a^3 / E}{V_s (\beta_F + \beta_s)}$$

On a dit que la méthode serait sensible tant que γ n'est pas beaucoup plus grand que 1. Comme $\frac{1}{E}$ et

$\beta_F + \beta_s$, compressibilités du massif et du sondage, sont du même ordre de grandeur, il faut que V_s (volume de sondage, soit 25 m³ dans les applications précédentes) soit de l'ordre de grandeur du volume de la sphère qui a même rayon que la fracture: la méthode ne permet donc de suivre l'évolution d'une fracture que lorsque son rayon n'excède pas un petit nombre de mètres. Son intérêt éventuel dans le cas de la fracturation hydraulique est donc limité à la phase d'initiation de la fracture.

15. Exemple de la fracturation de Haute Deules

Le 23 décembre 1982, l'Institut Français du Pétrole réalisait sur le puits HD 20 de Haute Deules une fracturation hydraulique. Le liquide de fracturation était de l'eau. La partie découverte du sondage était situé entre 1 123 mètres et 1 133 mètres de profondeur. La complémentation comportait un tube central en acier, $E' = 2.10^{11}$ Pa, $\nu = 0,3$, de diamètre intérieur 99,6 mm et diamètre extérieur 114,3 mm. Le cuvelage en acier avait pour diamètre intérieur 154,8 mm. L'annulaire était fermé au fond par un packer à 1 120 mètres.

La pression mesurée en tête de puits et le débit d'injection en fonction du temps sont portés sur la figure 10. On a noté 1, 2, 3, 4 des phases de l'évolution de pression comportant un arrêt de débit d'injection et donc un «coup de bélier»: on s'intéressera plus particulièrement à ces phases; des agrandissements de l'enregistrement de l'évolution de la pression en fonction du temps seront fournies dans la suite du texte.

La photo de la figure 11 reproduit une vibration observée en fin de fracturation. Cette vibration est consécutive à un arrêt du débit d'injection (fig. 10). Le débit d'injection était de 0,96 m³/mm; on verra plus loin que la vitesse du son est de l'ordre de 1 350 m/s; ainsi, un calcul analogue à celui effectué au paragraphe 11 montre que l'amplitude du «coup de bélier» est théoriquement de 3,6 MPa. En fait, l'amplitude réelle est de l'ordre de 1,5 MPa; on peut considérer comme satisfaisant que l'ordre de grandeur soit respecté.

A cet instant, le volume cumulé introduit dans la fracture depuis le début de l'injection est d'une quarantaine de mètres cubes. Si on suppose que la totalité de ce volume est restée dans la fracture proprement dite, le rayon de celle-ci est de l'ordre de vingt mètres. La vibration s'effectue alors pratiquement en quart d'onde, car le coefficient γ est grand vis-à-vis de 1.

On peut compter 18 périodes par minute, avec une incertitude de 0,5 période par minute (de l'ordre de 2 % à 3 %). On déduit alors de la formule $cT_0 = 4H$ $c \approx 1 350$ m/s

Cette valeur est assez élevée; elle est pratiquement égale à la célérité c_0 des ondes dans l'eau à la température ordinaire. On peut penser que la célérité observée est une «moyenne» de la célérité, variable dans le tube, et élevée au fond du sondage où la température est supérieure à la température ordinaire.

Les photos des figures 12 et 13 reproduisent les oscillations observées consécutivement à un arrêt de débit; les volumes cumulés injectés sont respectivement de 20 m³ et 10 m³. Le coefficient γ diminue comme le volume de la fracture; par rapport au cas de la photo de la figure 11, il est divisé respectivement par 2 et par 4. Néanmoins, ce coefficient reste grand vis-à-vis de 1, de sorte que les vibrations observées doivent rester très proches du «quart d'onde». En

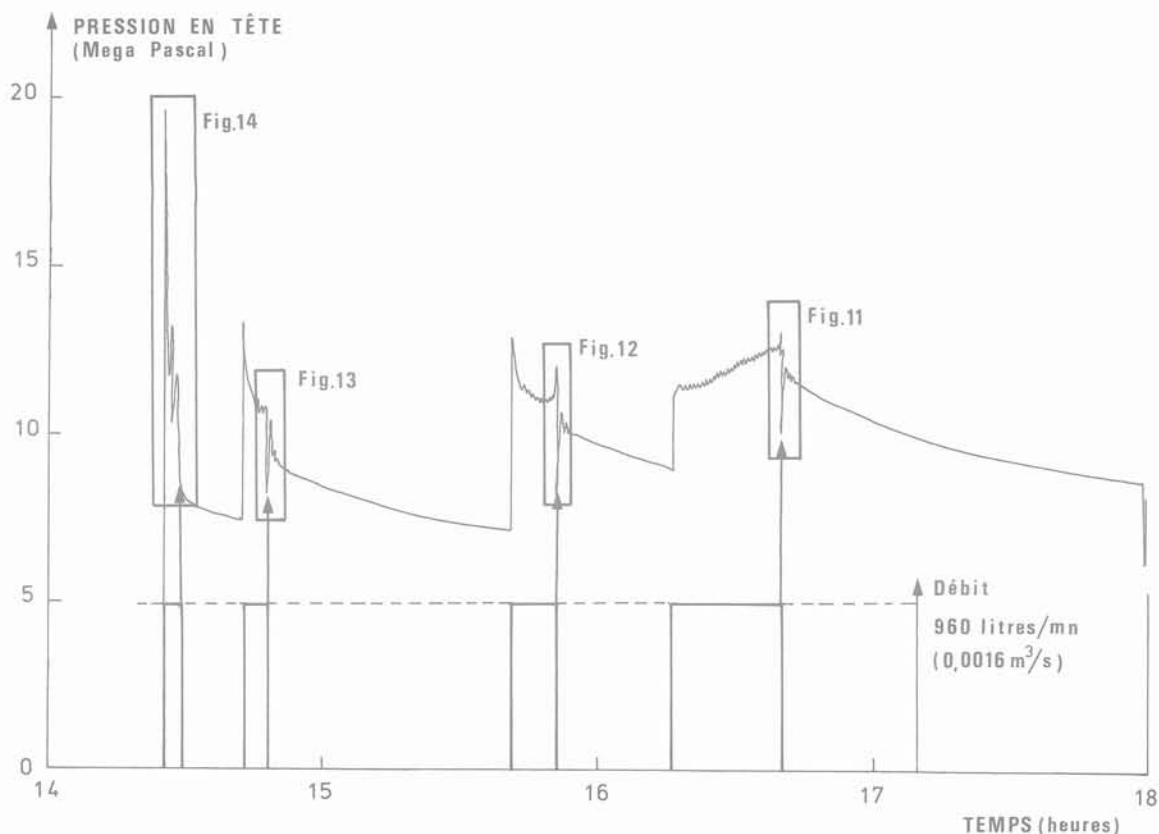


Fig. 10. — Fracturation hydraulique à Haute Deules (source: I.F.P.).

effet, on compte de nouveau sur ces photos de 18 à 19 périodes par minute.

La photo de la figure 14 correspond à la phase initiale de la fracturation. On observe plusieurs «à coup» importants de pression qui doivent être liés à l'ouverture progressive de la fracture. On peut distinguer nettement des phénomènes oscillatoires; la vitesse de déroulement du papier est malheureusement trop lente pour qu'un comptage précis soit possible (le souci d'interpréter les oscillations est postérieur à l'essai). Il semble que l'on puisse compter environ 33 périodes par minute au tout début de la fracturation (indiqué

par une flèche sur la photo) et 25 périodes par minute pour la dernière oscillation (dans la partie gauche de la photo). On obtient ainsi une confirmation qualitative des résultats théoriques: la période des oscillations observées décroît avec l'extension de la fracture dans la phase initiale de la fracturation.

En conclusion, on peut constater un accord satisfaisant entre calculs et observations. On peut résumer les résultats comme suit: la période des oscillations naturelles du fluide dans le sondage pendant une fracturation est liée à son «rayon équivalent» déterminé par l'hypothèse de la fracture «penny-shaped». La

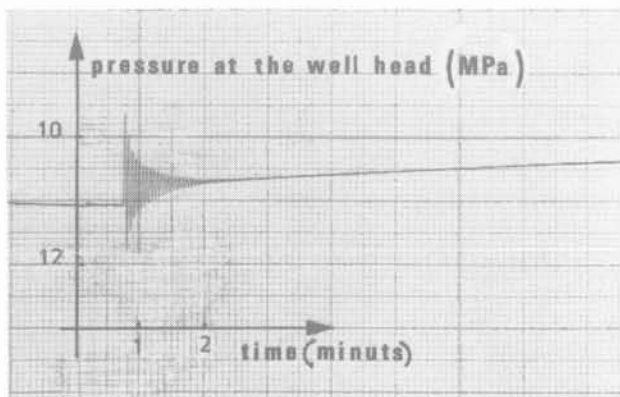


Fig. 11

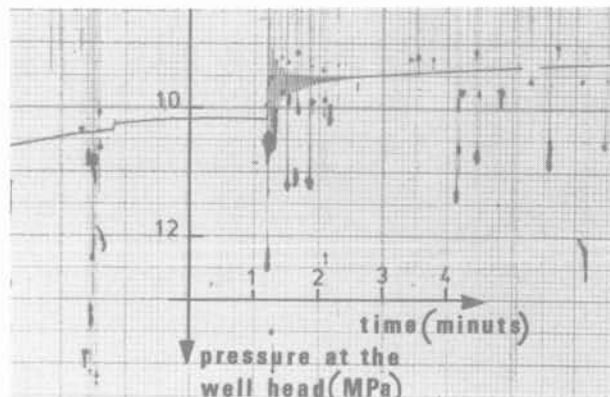


Fig. 12

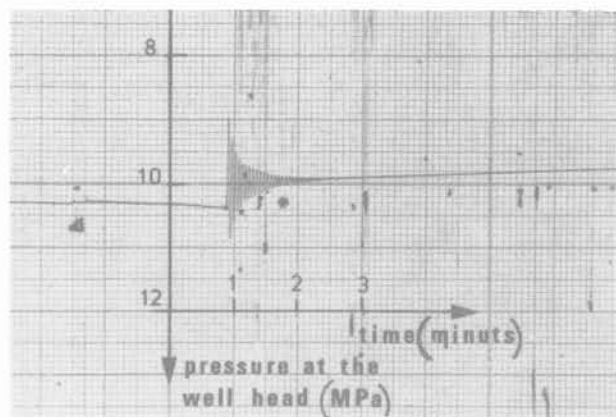


Fig. 13

méthode proposée est peut-être supérieure au simple comptage du volume total injecté, car elle ne prend en compte que le volume de la fissure elle-même, et non la fraction du volume injecté qui a filtré dans le massif.

L'intérêt pratique de la méthode apparaît principalement lorsque le rayon d'extension de la fracture est limité à quelques mètres; en particulier, elle peut aider à une interprétation plus fine des différentes étapes de la phase d'initiation de la fracture. Les informations à recueillir sont pratiquement gratuites; la seule précaution est de prévoir une vitesse d'enregistrement de l'évolution à la pression en tête de puits compatible avec la période des oscillations à observer.

CONCLUSION

On a montré qu'il était possible d'accéder facilement à des informations relativement précises sur le volume de cavités souterraines atteintes par un forage pétrolier. Le caractère très rustique du procédé permet d'envisager son utilisation sur tout chantier; son coût apparaît faible.

BIBLIOGRAPHIE

- BEREST, P. et al (1979). — «Effets thermiques dans les cavités en couche salifère», septembre 1979, comptes rendus du 4^e Congrès de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Montreux.
- BEREST, P.; NGUYEN MINH, D. (1981). — «Deep underground cavities in rock salt», novembre 1981, Proceedings of the First Conference on the Mechanical behaviour of salt, The Pennsylvania State University.

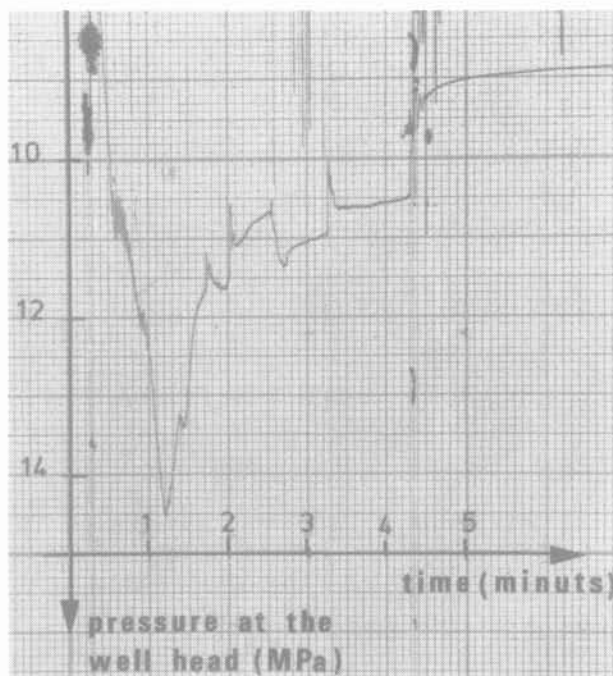


Fig. 14

- BOUCLY, P.; LEGRENEUR, J. (1980). — «Hydrocarbon storage in cavities leached out of salt formations», juin 1980, Proceedings of the International Symposium Rock Store, Stockholm, Suède, vol. 1, pp. 251 à 257.
- BOUCLY, P. (1982). — «Expériences in situ et modélisation du comportement des cavités utilisées pour le stockage du gaz», Revue Française de Géotechnique, n° 18, Association Amicale des Ingénieurs Anciens Elèves de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, février 1982, pp. 49-58.
- HUGOUT, B. (1984). — «Mechanical behavior of salt cavities. In situ tests. Model for calculating the cavities volume evolution», Proceedings of the Second Conference on the mechanical behavior of salt, Hanovre (à paraître).
- LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. (1971). — «Oscillations propres et Absorption du son», Mécanique des Fluides, Editions Mir, chap. 68, page 334 et chap. 77 page 383.
- MANDEL, J. (1966). — «Thermodynamique des milieux déformables», Cours de Mécanique des Milieux Continus, Gauthier-Villards, Editeurs, Paris, chap. VI, page 94.
- RAPINAT, M. (1982). — «Les propriétés physiques de l'eau», L'eau, Collection «Que sais-je», Presses Universitaires de France, Paris, chap. III, page 35.
- ROCARD, Y. (1971). — «Dynamique générale des vibrations», 4^e édition, Masson et Cie, Editeurs, Paris, page 26.